# Messung der Protonstrukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ und Bestimmung der Gluondichte $xg(x, Q^2)$ bei kleinen Bjorken–$x$

**D i s s e r t a t i o n**

zur Erlangung des akademischen Grades
**doctor rerum naturalium**
**(Dr. rer. nat.)**

eingereicht im Dezember 1995 am


Institut für Physik
Mathematisch–Naturwissenschaftliche Fakultät I
der Humboldt–Universität zu Berlin

von

Dipl.–Phys. Uta Stößlein, geb. Harfenmeister
geboren am 13. März 1963 in Berlin


Präsidentin der Humboldt–Universität zu Berlin
Frau Prof. Dr. M. Dürkop

Dekan der Mathematisch–Naturwissenschaftlichen Fakultät I
Herr Prof. Dr. M. von Ortenberg

Gutachter: 1. Herr Prof. Dr. Thomas Hebbeker
3. Herr Prof. Dr. Thomas Lohse
2. Herr Prof. Dr. Paul Söding

Tag der mündlichen Prüfung: 12. Februar 1996

# Inhaltsverzeichnis


**1 Einführung** **4**

**2 Tief inelastische Streuung** **6**
2.1 Streuquerschnitt der Lepton–Nukleon–Streuung . . . 6
2.2 Strukturfunktionen im Quark–Parton–Modell . . . 11
2.3 Partonen in der Quantenchromodynamik . . . 16
2.4 Elektroschwache Korrekturen . . . 25

**3 Das H1–Experiment** **28**
3.1 Experimente zur tief inelastischen Streuung . . . 28
3.2 Die Beschleunigeranlage HERA . . . 30
3.3 Der Detektor H1 . . . 33
3.4 Die Kinematik bei HERA . . . 41
3.5 Rekonstruktion der kinematischen Variablen . . . 44
3.6 Ereignisgeneration und Detektorsimulation . . . 48

**4 Datenanalyse** **50**
4.1 Ereignisdefinition . . . 50
4.2 Datenreduktion . . . 51
4.3 Ereignisselektion . . . 53
4.4 Untergrund . . . 56
4.5 Messung von Energie und Streuwinkel . . . 59
4.6 Hadronische Meßgrößen . . . 63
4.7 Schnitteffektivitäten . . . 67

**5 Messung der Strukturfunktion des Protons** **72**
5.1 Die Aufteilung des Phasenraums . . . 72
5.2 Detektorakzeptanz . . . 75
5.3 Formalismus der Berechnung der Strukturfunktion . . . 80
5.4 Iterationsmethoden . . . 85
5.5 Systematische Fehler . . . 87
5.6 Ergebnisse . . . 90
5.7 Diskussion . . . 94

**6 Bestimmung der Gluondichte bei kleinen $x$** **102**
6.1 Skalenverletzung und Gluondichte . . . 102
6.2 Berechnung der Ableitungen von $F_2(x, Q^2)$ . . . 105
6.3 Bestimmung der Gluondichte . . . 108

**7 Zusammenfassung** **111**

**A Systematische Fehler der Strukturfunktion** **114**

A.1 Systematische Fehler der Elektron–Methode . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 115

A.2 Systematische Fehler der gemischten Methode . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 117

**B Systematische Fehler der Skalenverletzungen** **119**

B.1 Systematische Fehler der von H1 publizierten $F_2$ . . . . . . . . . . . . . . . . . 119

B.2 Systematische Fehler der Ableitungen $dF_2/d\ln Q^2$ . . . . . . . . . . . . . . . . . 123

# Kapitel 1

# Einführung

Unser Verständnis vom Aufbau der Materie und damit unser Bild der Welt wird durch die Erkenntnisse der modernen Physik grundlegend bestimmt. Hierbei nehmen tief inelastische Lepton–Hadron–Streuexperimente einen besonderen Platz ein. Diese Art von Experimenten hat bisher nicht nur wichtige Aussagen über die hadronischen Konstituenten sondern auch wesentliche Impulse für die Entwicklung von Theorien der zwischen ihnen stattfindenden Wechselwirkungen geliefert.

Die bisher erfolgreichste Theorie, die die Phänomene der starken Wechselwirkung erklären kann, ist die auf den drei Farbladungen der $SU(3)_{\mathrm{colour}}$–Gruppe beruhende Quantenchromodynamik (QCD). Die QCD bildet zusammen mit den vereinheitlichten Theorien der schwachen und der elektromagnetischen Wechselwirkung das sogenannte Standard–Modell mit den Fermionen als den fundamentalen Bausteinen der Materie und den die Kräfte vermittelnden Eichbosonen. Die Untersuchung der Quark–Gluon–Struktur ausgedehnter hadronischer Objekte mit punktförmigen Leptonen bietet eine attraktive Möglichkeit, Vorhersagen der QCD zu testen.

Mit HERA, dem Elektron–Proton–Speicherring am DESY, Hamburg, ist Anfang der 90er Jahre eine einzigartige experimentelle Einrichtung für die Untersuchung der Struktur des Protons mit hochenergetischen Elektron– oder Positronstrahlen entstanden. Die zur Verfügung stehende Schwerpunktenergie um $\sqrt{s} \cong 300\ GeV$ gestattet die Auflösung von Abständen, die bis zu drei Größenordnungen kleiner als der Protondurchmesser sind, da hohe Viererimpulsüberträge $\sqrt{Q^2}$ maximal gleich $\sqrt{s}$ sind und nach der Unschärferelation zur Auflösung kleiner Abstände $\sim \hbar/\sqrt{Q^2}$ führen. Weiterhin wird der kinematische Bereich zugänglich, in dem die Konstituenten des Protons nur noch einen sehr kleinen Anteil $x \simeq 10^{-4}$ des Gesamtimpulses tragen. Messungen des tief inelastischen Streuquerschnitts in diesem Gebiet sind eine notwendige Voraussetzung sowohl für das tiefere Verständnis der Protonstruktur als auch für die Überprüfung und Weiterentwicklung der Theorie der starken Wechselwirkung, deren Vorhersagen u.a. für zukünftige hochenergetische Hadronbeschleuniger benötigt werden.

Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist die Analyse der im zweiten Betriebsjahr von HERA, 1993, mit dem H1–Experiment aufgezeichneten tief inelastischen Ereignisse, die mit unterschiedlichen Methoden die Messung der Protonstrukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ in dem kinematischen Gebiet $7.5\ GeV^2 < Q^2 < 80\ GeV^2$ und $1.8 \cdot 10^{-4} < x < 0.13$ ermöglichten, welche im Jahre 1995 publiziert wurde [1]. Die Interpretation der beobachteten Abhängigkeiten von $x$ und $Q^2$ erfolgt im Rahmen störungstheoretischer Berechnungen der Quantenchromodynamik, die auch eine Extraktion der Dichteverteilung der Gluonen im Proton bei $x \simeq 10^{-3}$ erlaubte [2].

In die Dissertation sind die Erfahrungen eingeflossen, die in der zweijährigen Analysetätigkeit innerhalb der Zeuthener Gruppe und des ELAN–Arbeitskreises der H1 – Kollaboration gewonnen wurden. Diese Arbeiten führten im Frühjahr 1993 zu der Entdeckung des Anwachsens der Protonstrukturfunktion $F_2$ zu kleinen $x$ hin. Ergebnisse, die zu der ersten Strukturfunktionsanalyse des H1–Experiments beigetragen haben, sind Bestandteil von Veröffentlichungen [3, 4] bzw. in [5] zu finden.

Die Arbeit ist wie folgt gegliedert:
**Kapitel 2** gibt eine Einführung in die theoretischen Grundlagen der tief inelastischen Streuung. Insbesondere werden die Vorstellungen des Quark–Parton–Modells und der Quantenchromodynamik eingehend erläutert. Die Bedeutung der elektroschwachen Korrekturen für die Messung des tief inelastischen Streuquerschnitts wird begründet. **Kapitel 3** stellt, nach einem Überblick über die wichtigsten Experimente mit ruhendem Target, die HERA–Beschleunigeranlage und das H1–Experiment vor. Die prinzipiellen Besonderheiten der HERA–Kinematik, der Rekonstruktion der kinematischen Variablen und die Ereignissimulation werden erläutert. **Kapitel 4** beschreibt die Datennahme des Jahres 1993, die Selektion tief inelastischer Ereignisse und die Unterdrückung von Untergrundereignissen. Systematische Einflüsse auf die Messung der leptonischen und hadronischen Größen werden diskutiert. Die Effektivitäten der gewählten Schnitte werden berechnet. **Kapitel 5** enthält den Formalismus und die Resultate der Berechnung der Strukturfunktion. Neben dem Vergleich verschiedener Rekonstruktionsmethoden von $x$ und $Q^2$ werden die Auflösungen und Detektorakzeptanzen in der gewählten Aufteilung des Phasenraums angegeben. Die systematischen Fehler werden abgeschätzt. Die Diskussion der Protonstrukturfunktion erfolgt an Hand einer phänomenologischen Parametrisierung sowie im Vergleich zu Ergebnissen von QCD–Analysen. **Kapitel 6** leitet aus dem Zusammenhang zwischen den gemessenen Skalenverletzungen der Strukturfunktion und der Gluondichte Aussagen über den Gluonanteil im Proton ab. Es wird eine Näherungslösung vorgestellt, die die Extraktion der Gluondichte in führender Ordnung der QCD–Störungstheorie bei $x \sim 10^{-3}$ gestattet. Das Ergebnis wird mit QCD–Analysen verglichen. **Kapitel 7** stellt die Ergebnisse der Arbeit zusammen. Ausführliche Anhänge gelten der Zusammenfassung aller betrachteten systematischen Fehler der Strukturfunktionsmessung.

# Kapitel 2

# Tief inelastische Streuung

## 2.1 Streuquerschnitt der Lepton–Nukleon–Streuung

Die elektromagnetische und die schwache Wechselwirkung eines Leptons ($e$, $\mu$, $\nu$) mit einem unpolarisierten Nukleon ($n$, $p$) läßt sich unabhängig von Annahmen über die innere Struktur des Nukleons bzw. die Zusammensetzung der hadronischen Endzustandsteilchen im Rahmen der von *Glashow*, *Weinberg* und *Salam* (*GWS*) vereinheitlichten elektroschwachen Theorie formulieren [6, 7]. Die Wechselwirkung erfolgt demnach durch den Austausch eines virtuellen

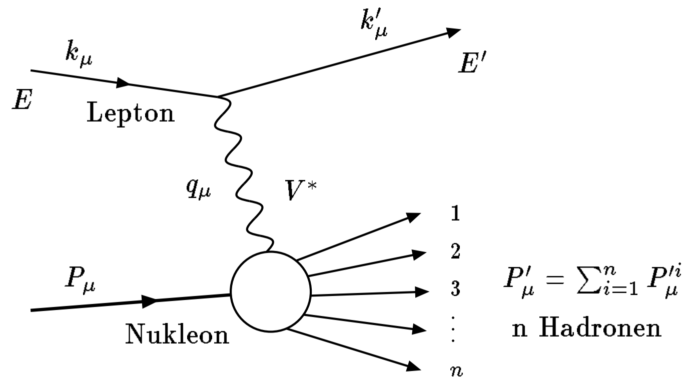



Abbildung 2.1: *Der Prozess Lepton + Nukleon → Lepton + Hadronen.*

Vektorbosons $V^*$, siehe Abbildung 2.1, dessen Viererimpuls $q_\mu = k_\mu - k'_\mu$ zum hadronischen System (Target) übertragen wird. Dieses Bild der Reaktion Lepton + Nukleon → Lepton + Hadronen, auf dem auch die nachfolgenden Betrachtungen aufbauen, entspricht der niedrigsten Ordnung der Störungsrechnung der *GWS*–Theorie.

In dem Streuprozeß wird die Ladung des Leptons erhalten, wenn das ausgetauschte Vektorboson neutral ist ($\gamma$, $Z^0$). Im Fall eines ausgetauschten geladenen $W^{\pm}$–Bosons konvertiert das Lepton in ein (Anti–) Neutrino. Dementsprechend erfolgt die Klassifikation in tief inelastische Streuprozesse vermittelt durch einen neutralen oder geladenen Strom.

**Kinematik** Die Phänomenologie der inklusiven Lepton–Nukleon–Streuung wird durch die Wahl geeigneter kinematischer Variablen in Abhängigkeit von den Vierervektoren des ein– und auslaufenden Leptons ($k_\mu$, $k'_\mu$) bzw. des einlaufenden Nukleons ($P_\mu$) und der

Summe der Vierervektoren aller hadronischen Endzustandsteilchen ($P'_\mu$) beschrieben, wobei im folgenden die Konvention $\hbar = c = 1$ verwendet wird[1]. Für die Leptonen und das Nukleon gelten weiterhin die kinematischen Gleichungen freier Teilchen, die sich auf der Massenschale befinden: $\mathbf{P}^2 = M^2$ ($M$ Masse des Nukleons) und $\mathbf{k}^2 = \mathbf{k}'^2 = m_l^2$ ($m_l$ Masse des Leptons).

Eine zentrale Rolle bei der Beschreibung der hadronischen Kinematik nehmen die Lorentz–invarianten Variablen ein, die am Vektorboson–Hadron–Vertex, d.h. aus $q_\mu$ und $P_\mu$, gebildet werden. Das ist zum einen die Invariante $\mathbf{q}\cdot\mathbf{P}$, die proportional zu dem Energieverlust $\nu$ des Leptons im Ruhesystem des Nukleons ist, sowie das Quadrat des Viererimpulses $Q^2$ des ausgetauschten Vektorbosons:

$$\mathbf{q}\cdot\mathbf{P} = \nu M \tag{2.1}$$

$$Q^2 = -q^2 = -(\mathbf{k}-\mathbf{k}')^2 = -t > 0. \tag{2.2}$$

Die Größe des Viererimpulses des Vektorbosons ergibt sich aus der Viererimpulserhaltung an den Vertizes des Diagramms 2.1. Die Variable $q^2$, oder $t$ in der *Mandelstam*–Repräsentation, bestimmt die Skala der Wechselwirkung, da die Wellenlänge und damit die Auflösung des virtuellen Vektorbosons durch $\Delta x_\perp \lesssim 1/\sqrt{-q^2(1-\nu/E)}$ gegeben ist. Impulsüberträge von $10^5\ GeV^2$ entsprechen einem Auflösungsvermögen von etwa $10^{-18}\ m$, d.h. ca. einem Tausendstel des Protonradius'. Wegen der Raumartigkeit des Prozesses ($t < 0$) ist es üblich, $Q^2 = -q^2$ als positiv definierte Größe einzuführen.

Die $Q^2$–Werte des ausgetauschten Vektorbosons können den gesamten Bereich zwischen 0 und $s$ überstreichen, wobei durch die *Mandelstam*–Variable

$$s = (\mathbf{k}+\mathbf{P})^2 = S + m_l^2 + M^2 \quad \text{mit} \quad S = 2\mathbf{P}\mathbf{k} \tag{2.3}$$

die mit $\sqrt{s} \cong \sqrt{S}$ maximal verfügbare Energie im Schwerpunktsystem gegeben ist. Weitere kinematische Relationen sind wie folgt definiert:

$$x = \frac{Q^2}{2\cdot\mathbf{q}\cdot\mathbf{P}} = \frac{Q^2}{2\cdot\nu M} \tag{2.4}$$

$$y = \frac{\mathbf{P}\cdot\mathbf{q}}{\mathbf{P}\cdot\mathbf{k}} = \frac{\nu}{E} = \frac{Q^2}{S\,x} \tag{2.5}$$

$$W^2 = (\mathbf{q}+\mathbf{P})^2 = Q^2\,\frac{1-x}{x} + M^2. \tag{2.6}$$

Hierbei ist $W$ die invariante Masse des hadronischen Endsystems, die sich aus der Impulserhaltung am hadronischen Vertex ableiten läßt. $x$, die Inverse der von *Bjorken* eingeführten Skalenvariablen $\omega$ [8], und $y$, auch Inelastizität genannt, sind dimensionslos mit Werten zwischen 0 und 1. In einem elastischen Streuprozeß ist $x = 1$, $W^2 = M^2$ und nur eine Variable, die sich z.B. aus der Laborenergie $E'$ des gestreuten Leptons herleitet, ist für die eindeutige Bestimmung der Kinematik notwendig. Die Kinematik eines tief inelastischen Ereignisses wird durch zwei unabhängige Variable, z.B. durch die im Laborsystem gemessene Energie $E'$ des Leptons nach der Streuung und den Streuwinkel $\theta_e$ festgelegt, von denen sich alle weiteren Relationen ableiten lassen. Die tief inelastische Region wird durch $Q^2 \gg M^2_{\text{Proton}} \simeq 1\ GeV^2$ und $W^2 \gg M^2$ bestimmt. Die Variable $y$ quantifiziert den Anteil der Leptonenergie, der zum hadronischen System übertragen wird. Im tief inelastischen Gebiet ist es gerechtfertigt, Effekte auf Grund der Lepton– und Protonmassen zu vernachlässigen, was zu vereinfachten Notationen der kinematischen Variablen, wie $Q^2 \cong 4E'E\,\cos^2(\theta_e/2)$ und $y \cong 1 - E'/E\,\sin^2(\theta_e/2)$,

[1] Die Notation erfolgt mit $A_\mu = \mathbf{A} = (E,\vec{A}) = (A_0, A_1, A_2, A_3)$ und der Definition des Skalarproduktes zweier Vierervektoren $\mathbf{A}$ und $\mathbf{B}$ mit $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = A_\mu\cdot B^\nu = A_0B_0 - \vec{A}\vec{B} = g^{\mu\nu}A_\mu B_\nu$.

führt. Die Symbole $E$, $E'$ bezeichnen die im Laborsystem gemessenen Energien des Leptons vor und nach der Streuung um den Laborstreuwinkel $\theta_e$, der bei HERA im Gegensatz zu den Experimenten mit ruhendem Target relativ zur Protonstrahlrichtung bestimmt wird.

**Streuquerschnitt** Die theoretische Beschreibung der Lepton–Nukleon–Streuung in der Born–Näherung basiert auf der Separation der Wechselwirkungen des ausgetauschten Vektorbosons $V^*$ am leptonischen Vertex von der am hadronischen System. Die gestreuten Leptonen können dabei als punktförmige Diracteilchen behandelt werden, was für die Beschreibung des elektroschwachen Stromes des wesentlich komplexeren hadronischen Endzustandes nicht möglich ist. In diesem Sinne faktorisiert der zu berechnende differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma$ in einen leptonischen Tensor $L^{\mu\nu}$ und einen hadronischen Anteil $W_{\mu\nu}(\mathbf{P},\, \mathbf{q})$, der die gesamte Information über das unpolarisierte Target enthält, $d\sigma \sim L^{\mu\nu}\, W_{\mu\nu}(\mathbf{P},\, \mathbf{q})$.

Die spezifischen Formen der Tensoren und damit des Ausdrucks für den Streuquerschnitt hängen von dem intermediären Vektorboson $V^*$ ab, wobei Terme auf Grund von Interferenzen zwischen den elektromagnetischen und schwachen Wechselwirkungen zu berücksichtigen sind. Für die Berechnung des Streuquerschnitts werden alle Beiträge aufsummiert, wobei zwischen den neutralen (*Neutral Current* (NC)) und geladenen (*Charged Current* (CC)) Austauschströmen unterschieden wird

$$d\sigma_{\mathrm{NC,\,CC}}\,(e^{\mp}p) \propto \left| M_{fi} \right|^2_{\mathrm{NC,\,CC}}\, d\nu\, dQ^2\, d\Gamma. \tag{2.7}$$

Mit $d\Gamma$ wird hierbei das Phasenraumelement des hadronischen Systems im Endzustand bezeichnet. Die Integration über alle Elemente $d\Gamma$ liefert den experimentell und theoretisch besonders interessanten Fall der inklusiven Streuung, d.h. des nur bezüglich des gestreuten Leptonimpulses differentiellen Querschnitts.

Der leptonische Tensor kann im elektroschwachen Standard–Modell störungstheoretisch unter expliziten Annahmen über die Vektor– und Axialvektorkopplungen ($v_l^{V^*}$, $a_l^{V^*}$) des elektroschwachen Stromes des Leptons $l$ an das Vektorboson $V^* = \gamma,\, Z^0,\, W^\pm$ berechnet werden. Eine Parametrisierung des Lepton– $V^*$–Vertex in der Form $i\gamma^\mu\,(v_l^{V^*} + a_l^{V^*}\gamma^5)$ (im weiteren sei $v_l^{V^*} := v_{V^*}$) führt für den Fall der Kopplung eines mit $\xi$ longitudinal polarisierten Elektronenstrahls der Helizität $\lambda = \xi \,\mathrm{sign}\, Q_l$ ($Q_l$ Ladung des Leptons) an neutrale Austauschteilchen $i,\, j = \gamma,\, Z^0$ zu folgender Gestalt des Leptontensors in der niedrigsten Ordnung:

$$\begin{aligned} L^{\mu\nu}_{ij}(\mathbf{k},\, \mathbf{k}',\, \lambda) \;\;&=\;\; 4\big(v_i v_j + a_i a_j - \lambda(a_i v_j +\, a_i v_i)\big)\left[k^\mu k'^\nu +\, k^\nu \cdot k'^\mu -\, \mathbf{k}\mathbf{k}' g^{\mu\nu}\right] \\ &\quad - 4\big(a_i v_j +\, a_j v_i -\, \lambda(v_i v_j +\, a_i a_j)\big)\left[i\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}\, k_\alpha k_\beta\right]. \end{aligned} \tag{2.8}$$

Im Fall unpolarisierter Elektronen ist die Mittelung über alle Spins erforderlich. Für einen reinen $\gamma$–Austauschprozeß ($a_e^\gamma = 0$) ist der Leptontensor symmetrisch bezüglich der Vertauschungen von $\mu$ und $\nu$ und die unsymmetrischen, paritätsverletzenden Beiträge, die durch den Pseudotensor $\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$ repräsentiert werden, tragen nicht zum Streuquerschnitt bei.

Die Herleitung des phänomenolgischen hadronischen Streutensors $W_{\mu\nu}$ erfolgt aus der direkten Beziehung von $W_{\mu\nu}$ zu der Fouriertransformierten des Produkts der hadronischen und leptonischen Stromoperatoren. Für raumartige $q^2$ kann das Produkt der Operatoren durch den Kommutator ersetzt werden. In dem Sinne, wie die Comptonamplitude in Vorwärtsrichtung mit dem totalen Absorptionsquerschnitt reeller Photonen verknüpft ist, wird dann durch das optische Theorem $W_{\mu\nu}$ mit der virtuellen Comptonamplitude $T^*$ in Beziehung gebracht, $W_{\mu\nu} = \mathrm{Im}\, T^*$. $\mathrm{Im}\, T^*$ ist im Prinzip die Observable, die durch die Vorwärtsstreuung[2] eines Leptonpaares an einem Nukleon erhalten werden kann [9].

[2] Bei HERA wird die Vorwärtsrichtung durch das Proton bestimmt, so daß das vorwärts gestreute Lepton in ein rückwärtiges umdefiniert wird.

Der Tensor $W_{\mu\nu}(\mathbf{P},\,\mathbf{q})$ dient der Parametrisierung des hadronischen Vertex in fünf Termen, die von der Metrik $g_{\mu\nu}$, den Viererimpulsen $\mathbf{P}$ und $\mathbf{q}$ und unbekannten, skalaren Funktionen, die die stark wechselwirkenden Eigenschaften des Nukleons beschreiben, abhängen. Invarianzbetrachtungen über die mathematische Struktur des hadronischen Tensors im Limes verschwindender Leptonmassen $m_l \simeq 0$ und die Stromerhaltung am hadronischen Vertex für $\mathbf{q}$ reduziert diese Anzahl. In der allgemeinsten Form ist die Beschreibung der tief inelastischen Wechselwirkung eines unpolarisierten Nukleons mit einem Photon oder $Z$–Boson bzw. $W$–Boson von drei Strukturfunktionen abhängig. Für den neutralen Austausch $(i,\, j = \gamma,\, Z^0)$ ergibt sich $W_{\mu\nu}$ zu [10]

$$
\begin{aligned}
W^{ij}_{\mu\nu}(\mathbf{P},\,\mathbf{q}) \;=\; & -\left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}\right)\,\mathcal{W}^{ij}_1(\nu, Q^2) \\
& + \left(p_\mu - q_\mu \frac{\mathbf{P}\cdot\mathbf{q}}{q^2}\right)\left(p_\nu - q_\nu \frac{\mathbf{P}\cdot\mathbf{q}}{q^2}\right)\frac{1}{M^2}\,\mathcal{W}^{ij}_2(\nu, Q^2) \\
& - i\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\, p^\alpha\, q^\beta\, \frac{1}{2\,M^2}\,\mathcal{W}^{ij}_3(\nu, Q^2).
\end{aligned}
\tag{2.9}
$$

Hierbei ist zu beachten, daß im Fall des Ein–Photon–Austausches polarisierter Elektronen an einem unpolarisierten Target die Parität durch die reine elektromagnetische Wechselwirkung nicht verletzt wird, d.h. der dritte Term der Gleichung ist Null. Hier sind nur Beiträge zu erwarten, wenn das Nukleon ebenfalls polarisiert ist.

Die resultierenden Matrixelemente werden gemäß

$$
\begin{aligned}
|\,M_{fi}\,|^2_{\mathrm{NC}} \;&\propto\; \sum_{i,\,j=\gamma,\,Z^0} \chi_i\chi_j\, L^{\mu\nu}_{i\,j}(\mathbf{k},\,\mathbf{k}',\,\lambda)\, W^{ij}_{\mu\nu}(\mathbf{P},\,\mathbf{q}) && (2.10)\\
\chi_\gamma(Q^2) \;&\equiv\; 1 && (2.11)\\
\chi_Z(Q^2) \;&=\; \left(\frac{1}{\sin\,2\theta_W}\right)^2 \frac{Q^2}{Q^2 + M^2_{Z^0}} && (2.12)
\end{aligned}
$$

berechnet nach der Einführung der reduzierten Propagatorfunktionen $\chi_{\gamma,Z}$, die ein Maß für die relative Stärke der schwachen zur elektromagnetischen Kopplung normiert auf den Photonpropagator sind. Für die Festlegung des Weinbergwinkels $\theta_W$ wurde hier das Massenschalen (*on–shell*)–Renormierungsschema der elektroschwachen Theorie gewählt [13], wodurch für alle Ordnungen der Störungstheorie $\sin^2\,\theta_W = 1 - M^2_W/M^2_{Z^0}$ beträgt.

Durch die Kontraktion der symmetrischen sowie der unsymmetrischen Anteile der Tensorprodukte in dem Übergangsmatrixelement wird der differentielle Bornquerschnitt eines Leptons an einem unpolarisierten Target erhalten. Der Querschnitt faktorisiert in einen leptonischen Teil in Form der kinematischen Faktoren $\mathcal{S}_{1,2,3}$ und einen hadronischen Teil, dargestellt durch die Funktionen $\mathcal{W}_{1,2,3}$, in der Notation nach [14],

$$
\frac{d^2\sigma_{\mathrm{NC}}}{dy\,dQ^2}\,(e^\mp(\lambda)\,p) \;=\; \frac{4\pi\,\alpha^2}{S^2 - 4m_l^2 M^2}\, S \sum_{i=1}^{3} \mathcal{S}_i(y, Q^2)\,\frac{1}{Q^4}\,\mathcal{W}_i^\mp(y, Q^2,\,\lambda) \tag{2.13}
$$

und nach der Ausführung der Summation

$$
\begin{aligned}
\frac{d^2\sigma_{\mathrm{NC}}}{dy\,dQ^2}\,(e^\mp(\lambda)\,p) \;=\; & \frac{4\pi\,\alpha^2\,S}{S^2 - 4m_l^2 M^2}\,\frac{1}{Q^4}\Big\{(Q^2 - 2m_l^2)\,(M\mathcal{W}_1^\mp) \\
& + \frac{1}{yS}[(1-y)S^2 - M^2Q^2]\,(\nu\mathcal{W}_2^\mp) + (1-\frac{y}{2})S\,(\nu\mathcal{W}_3^\mp)\Big\}.
\end{aligned}
\tag{2.14}
$$

**Ein–Photon–Austausch** Im ultrarelativistischen Grenzfall geht die Gl. (2.14) unter Berücksichtigung der Funktionaldeterminante $\frac{EE'}{\pi}\frac{d^2\sigma}{dQ^2 d\nu} = \frac{d\sigma^2}{dE' d\Omega}$ in den bekannten Ausdruck des Wechselwirkungsquerschnitts unpolarisierter Elektronen oder Positronen an einem festen Target im Ein–Photon–Austausch ($W_3 = 0$) über

$$\frac{d^2\sigma}{dE'\,d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4\,E^2\,\sin^4\frac{\theta_e}{2}}\left\{2W_1(\nu,Q^2)\,\cos^2\frac{\theta_e}{2} + W_2(\nu,Q^2)\,\sin^2\frac{\theta_e}{2}\right\}. \tag{2.15}$$

Die durch das Photon vermittelte Wechselwirkung der Leptonen am Nukleon (im weiteren vereinfachend Elektronen und Proton) kann, entsprechend dem unteren Vertex in Abbildung 2.1, auch als der totale Streuquerschnitt (virtueller) Photonen am Proton mit dem Elektronenstrahl als der Photonenquelle interpretiert werden [15, 16].

In Analogie zum totalen Streuquerschnitt reeller Photonen am Proton, die einen hadronischen Endzustand $X$ mit der invarianten Masse

$$W^2 \equiv s^{\gamma p} = (\mathbf{q} + \mathbf{P})^2 = M^2 + 2MK \tag{2.16}$$

erzeugen, kann für virtuelle Photonen

$$\sigma_\lambda^{\mathrm{tot}}(\gamma p \to X) = \frac{4\,\pi^2\,\alpha}{K}\,\varepsilon_\lambda^{\mu *}\varepsilon_\lambda^{\nu}\,W_{\mu\nu}^{(\gamma\gamma)} \tag{2.17}$$

geschrieben werden. Für den Fall reeller Photonen ($q^2 = 0$) mit der Energie $q^0 = \nu \equiv K$ muß über die zwei transversalen Polarisationszustände $\varepsilon_\pm$ summiert werden und der Flußfaktor ist durch $4MK$ eindeutig bestimmt. Die Schwierigkeit für die Beschreibung des hadronischen Tensors durch den totalen virtuellen Photon–Proton–Streuquerschnitt liegt in der Definition des Flusses der virtuellen Photonen ($q^2 \neq 0$), da diese nicht auf die transversalen Polarisationszustände reeller Photonen beschränkt sind. Die Festlegung des Flusses $\Gamma$ erfolgt über eine durch *Hand* 1967 eingeführte Konvention, die den effektiven Impuls der virtuellen Photonen so wählt, daß er der Gleichung (2.16) genügt [23, 15]. Die Polarisationsvektoren $\varepsilon_\lambda$ der virtuellen Photonen mit der Helizität $\lambda$ werden in der Weise spezifiziert:

$$\lambda = \pm 1 \quad : \quad \varepsilon_\pm = \mp 1/\sqrt{2}\ (0; 1, \pm i, 0) \tag{2.18}$$

$$\lambda = \ \ 0 \quad : \quad \varepsilon_0 = 1/\sqrt{-q^2}\ \left(\sqrt{\nu^2 - q^2}; 0, 0, \nu\right). \tag{2.19}$$

Der tief inelastische Streuquerschnitt kann somit in Abhängigkeit von den totalen Absorptionsquerschnitten von transversal und longitudinal polarisierten virtuellen Photonen geschrieben werden

$$\frac{d^2\sigma}{dE'\,d\Omega} = \Gamma\,(\sigma_T + \varepsilon\,\sigma_L), \tag{2.20}$$

mit

$$\sigma_T = \frac{4\pi\,\alpha^2}{K}\,W_1, \tag{2.21}$$

$$\sigma_L = \frac{4\pi\,\alpha^2}{K}\,W_L = \frac{4\pi\,\alpha^2}{K}\,[(1 - \nu^2/q^2)\,W_2 - W_1] \tag{2.22}$$

und

$$\Gamma = \frac{K}{4\pi\,\alpha^2}\,\frac{2E'}{eq^2\,(\varepsilon - 1)}. \tag{2.23}$$

Die Größe $\varepsilon$ ist das Verhältnis der longitudinalen zur transversalen Polarisation der Photonquelle, $\varepsilon = \left(1 + 2\tan^2(\theta_e/2)(1 - \nu^2/q^2)\right)^{-1} \in [0,1]$. Gleichung (2.15) nimmt dann die oft zitierte Gestalt an,

$$\frac{d^2\sigma}{dy\,dQ^2} = \frac{4\pi\,\alpha^2}{y\,Q^4}\,\nu\,W_2(\nu,Q^2)\left[1 - \frac{\nu}{E} + \frac{\nu^2}{2\,E^2}\left(\frac{\sigma_T}{\sigma_T + \sigma_L}\right)\right]. \tag{2.24}$$

Das Verhalten des tief inelastischen Streuquerschnitts wird demnach im wesentlichen neben den kinematischen Faktoren durch die Strukturfunktion $W_2$ geprägt, während Feinheiten durch den Term $\left(\frac{\sigma_T}{\sigma_T+\sigma_L}\right)$ bestimmt werden. Das Verhältnis der Wahrscheinlichkeiten für longitudinale Photonabsorption zu der von transversalen Photonen wird durch die Funktion $R$ mit der in (2.22) definierten longitudinalen Strukturfunktion $W_L$ charakterisiert

$$R(\nu,Q^2) = \frac{\sigma_L(\nu,Q^2)}{\sigma_T(\nu,Q^2)} = \frac{W_L(\nu,Q^2)}{W_1(\nu,Q^2)}. \tag{2.25}$$

## 2.2 Strukturfunktionen im Quark–Parton–Modell

Die Interpretation der Strukturfunktionen $\mathcal{W}_{1,2,3}$ durch dynamische Modelle muß im engen Zusammenhang zu den Entwicklungen experimenteller und theoretischer Methoden in den 60er Jahren gesehen werden [17, 18]. In dieser Zeit wurde ein neues Energiegebiet für die Erforschung der Struktur der Kerne mit dem Bau eines $e^-$– Linearbeschleunigers in Stanford eröffnet, der Elektonen mit Energien von 7 bis 17 $GeV$ für Untersuchungen hadronischer Targets zur Verfügung stellte. Im Vergleich zu den Streuexperimenten von *Hofstadter* und *McAllister* 1956, die durch die Analyse der elastischen Formfaktoren des Elektron–Proton–Streuquerschnitts die Ausdehnung des Protons $\langle r\rangle^{1/2} \simeq 0.7\cdot 10^{-15}\,m$ mit Hilfe von 188 $MeV$–Elektronen bestimmten [19], konnte jetzt mit ca. der 10–fachen Schwerpunktenergie das Gebiet der tief inelastischen Streuung erreicht werden.

Die SLAC–MIT–Gruppe um *Taylor*, *Friedman* und *Kendall* konnte mit ihren Messungen zeigen, daß für $Q^2$–Werte um 5 $GeV^2$ und hadronische Massen $W > 2\ GeV$ die bei festen Streuwinkeln von $6^o$ bzw. $10^o$ gemessene Funktion $\nu\,W_2$ mit steigendem Impulsübertrag $Q^2$ nur noch von einer Variablen $\omega = 2M\nu/Q^2$ abhängig ist [20]. Diese faszinierende Beobachtung wird als Skalenverhalten bezeichnet und war erstmals von *Bjorken* 1968 vorhergesagt worden [8]. *Bjorken* stützte sich bei seiner Analyse auf punktförmige Spin-$\frac{1}{2}$–Objekte, die Quarks oder Aces, die *Gell–Mann* bzw. *Zweig* im Jahre 1964 für die quantitative Erklärung der Vielfalt der Hadronen einführten [21]. Zunächst unabhängig davon interpretierte *Feynman* die Ergebnisse des SLAC–MIT–Experimentes als Folge von harten Stößen der Elektronen an punktförmigen Konstituenten des Protons mit dem Spin 0 oder $\frac{1}{2}$, den Partonen, die einen Anteil $x$ des Protonimpulses tragen [22]. Die dann auch quantitativ belegten Deutungen der Strukturfunktionen mittels Quark–Parton–Verteilungen durch *Bjorken* und *Paschos* (1969 und 1970) [23], *Kuti* und *Weisskopf* (1971) [15] und *Feynman* (1972) [22] lieferte die Erklärung des inelastischen Streuprozesses als die Summe der inkohärenten Streuungen an den einzelnen Partonen.

**Das Quark–Parton–Modell** Die grundlegende Idee des Quark–Parton–Modells bildet der intuitive Ansatz von *Feynman*, die inelastische Streuung bei sehr hohen Energien als quasifreie Streuung an punktförmigen Konstituenten innerhalb des Protons in einem Bezugssystem zu betrachten, in dem das Proton einen unendlichen Impuls hat. In der dafür geeigneten Näherung des Elektron–Proton–Schwerpunktsystems nimmt die Ladungsverteilung des Protons infolge der Lorentz–Kontraktion das Aussehen eines in der Bewegungsrichtung dünnen *Pfannkuchens* [23] an. Durch die relativistische Zeitausdehnung ist die Bewegung der Konstituenten extrem verlangsamt und mit der Forderung, daß die Wechselwirkungszeit viel kleiner als die Lebenszeit der virtuellen Zustände sein möge, können die Partonen als freie Teilchen betrachtet werden. Weiterhin kann für große Impulsüberträge $Q^2 \gg M^2$ die Streuung als inkohärent angenommen werden, d.h. das Vektorboson wechselwirkt unabhängig von dem Rest mit jeweils nur einem der strukturlosen Partonen.

In diesem Bild enthält das Proton eine Anzahl $N$ freier Partonen, wobei der longitudinale Impuls des $i$–ten Partons einen Anteil $x_i$ am Gesamtimpuls des Protons hat. Weitere Annahmen sind, daß die Masse des Partons vernachlässigt wird und das Parton vor der Streuung keine transversale Impulskomponente aufweist. Dann gilt in guter Näherung die in Abbildung 2.2 veranschaulichte Elektron–Parton–Streuung mit der sich dem harten Streuprozeß anschließenden Hadronisierung der Partonen zu Endzustandsteilchen.

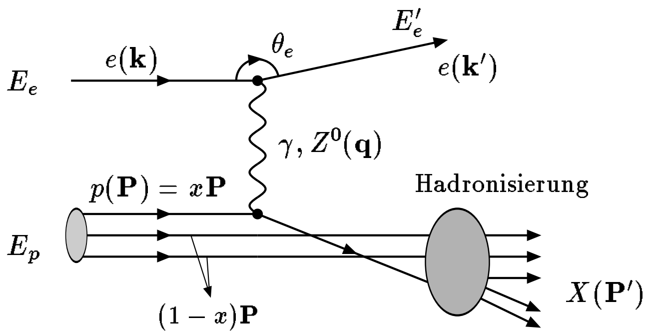



Abbildung 2.2: *Tief inelastische ep–Streuung* $e(\mathbf{k}) + p(\mathbf{P}) \to e(\mathbf{k}') + X(\mathbf{P}')$ *im Quark–Parton–Modell.*

Der Beitrag des Partons $i$ mit der Ladung $Q_i$ zur Strukturfunktion $W_2$ kann dann wie folgt geschrieben werden [23]:

$$\begin{aligned} p_i^\mu &\cong x_i\, P^\mu && (2.26) \\ W_2^{(i)} &= x_i Q_i^2 M\, \delta\left(\mathbf{q}\cdot x_i \mathbf{P} - \frac{1}{2}Q^2\right) = Q_i^2\, \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2Mx_i}\right), && (2.27) \end{aligned}$$

was in dem Grenzwert $\lim_{E\to\infty} \sigma^{(i)}/dQ^2 = 4\pi\alpha^2 Q_i^2/Q^4$ den *Rutherford*–Streuquerschnitt reproduziert. Die Integration über alle $x_i$ liefert den allgemeinen Ausdruck für $W_2$

$$\nu W_2(\nu, Q^2) = \sum_i^N Q_i^2\, x f_i(x) \equiv F_2(x), \tag{2.28}$$

wobei $f_i(x)$ die Wahrscheinlichkeitsdichte ist, ein Parton mit dem Impulsanteil $x$ im Proton zu finden. $\nu W_2(\nu, Q^2)$ ist dann nur eine Funktion von $x$. Die von *Bjorken* 1968 eingeführte Variable $\omega$ entspricht demnach bei sehr hohen Energien dem reziproken Wert des Impulsanteiles $x$ des betroffenen Quark–Partons. Im Partonmodell wird so der Übergang zu den im *Bjorken*–Limes $\nu$, $Q^2 \to \infty$ für feste Werte der Invarianten $x$ definierten Strukturfunktionen $\mathcal{F}_{1,2,3}$ physikalisch motiviert,

$$\begin{aligned} \lim_{\nu,\, Q^2\to\infty} M\mathcal{W}_1(\nu, Q^2) &\longrightarrow \mathcal{F}_1(x) \\ \lim_{\nu,\, Q^2\to\infty} \nu\mathcal{W}_{2,3,L}(\nu, Q^2) &\longrightarrow \mathcal{F}_{2,3,L}(x). && (2.29) \end{aligned}$$

Die Annahme von punktförmigen Konstituenten im Proton führt zu dem von der SLAC–MIT–Gruppe beobachteten Skalenverhalten von $\nu W_2(\nu, Q^2)$.

Im Parton–Modell wird das in Gleichung 2.25 eingeführte Verhältnis der Strukturfunktionen $R$ ein Maß für den Spin des strukturlosen Protontargets, und es gelten die beiden Grenzwerte

$$\sigma_L/\sigma_T = 2M/\nu \underset{\nu\to\infty}{\longrightarrow} 0, \quad \text{Spin-}\tfrac{1}{2}\text{ Partonen} \tag{2.30}$$
$$\sigma_T/\sigma_L = 0, \quad \text{Spin-0 Partonen.} \tag{2.31}$$

Ergebnisse der SLAC–Experimente [24] und später aus Neutrino–Nukleon– und Muon–Nukleon–Experimenten zeigten [25], daß das Verhältnis $\sigma_L/\sigma_T$ klein ist. Das Ergebnis favorisiert die Interpretation der tief inelastischen Elektronstreuung an punktförmigen Spin-$\frac{1}{2}$ Teilchen, die zu der Identifikation der geladenen Partonen mit den Quarks führte.

Im Rahmen des Quark–Parton–Modells (QPM) gilt daher Gleichung (2.30), d.h. $R \equiv 0$ bzw. in der Notation nach *Callan* und *Gross* [26]

$$\mathcal{F}_L(x) := \mathcal{F}_2(x) - 2x\,\mathcal{F}_1(x) \equiv 0. \tag{2.32}$$

**Strukturfunktionen** Die Strukturfunktionen werden gemäß (2.28) direkt mit Quark–Parton–Verteilungsfunktionen in Beziehung gebracht, was zu einer Summenregel für das mittlere Ladungsquadrat eines Partons $= \int_0^1 dx\, F_2(x) \approx 0.16$, gemessen von der SLAC–MIT–Gruppe, führt. Dieser geringe Wert konnte nur erklärt werden, wenn sowohl eine zusätzliche *Wolke* von Quark–Antiquark–Paaren [23], die einen statistischen Beitrag zur Ladungsverteilung liefern, als auch neutrale Mesonen, Gluonen, die die Mediatorteilchen zwischen den Quarks sein sollten, im Proton angenommen wurden. Die Notwendigkeit der Gluonen wurde erstmals in konsistenter Weise in dem relativistischen Quark–Parton–Modell von [15] gefordert. Die Existenz der Gluonen konnte 1979 am DESY, Hamburg, durch die Beobachtung von Ereignissen mit drei Jets nachgewiesen werden [27].

Die elektromagnetischen Eigenschaften des Protons können dann aufbauend auf dem von *Glashow*, *Ilioupolos* und *Maiani* (*GIM*) 1970 eingeführten 4–Quark–Modell (Anzahl der Flavours $N_f = 4$) mit $f_i(x) = (u, d, s, c)$ und den dazugehörigen Ladungen $Q_i = (\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ mit

$$F_2^{ep}(x) = \sum_{i=1}^{N_f} Q_i^2 x\ [f_i(x) + \bar{f}_i(x)] \tag{2.33}$$

beschrieben werden [28]. Gleichung 2.33 gilt für alle bisher bekannten 6 Flavours, die $b$– und $t$–Quarks werden hier im weiteren vernachlässigt.

Die Zerlegung des Protons in Kombinationen von Quarkverteilungen, die sich symmetrisch bzw. unsymmetrisch unter Flavour–Symmetrie verhalten, führt u.a. zu folgenden Definitionen:

$$\begin{aligned} q(x) &= \textstyle\sum_i f_i(x) & \bar{q}(x) &= \textstyle\sum_i \bar{f}_i(x) \\ \Sigma(x) &= q(x) + \bar{q}(x) & V(x) &= q(x) - \bar{q}(x) \\ \Delta_{i,j}(x) &= f_i(x) - f_j(x) & \bar{\Delta}_{i,j}(x) &= \bar{f}_i(x) - \bar{f}_j(x). \end{aligned} \tag{2.34}$$

Die unsymmetrischen Funktionen $V(x)$, $\Delta_{i,j}$ und $\bar{\Delta}_{i,j}$ verhalten sich unter Flavour–Vertauschung wie Nicht–Singuletts, wobei $V(x) = u_v(x) + d_v(x)$ die Verteilung der Valenzquarks im Proton beschreibt. Allgemein gibt es $(2N_f - 1)$ Nicht–Singulett–Funktionen, die orthogonal zu der Singulett–Verteilung $\Sigma(x)$ sind. Die elektromagnetischen Strukturfunktionen ergeben sich dann zu:

$$F_2^{ep}(x) = \frac{5}{18} x\Sigma(x) + \frac{1}{6} x\Delta^{ep}(x) \quad (2.35)$$

$$F_2^{eN}(x) = \frac{5}{18} x\Sigma(x) + \frac{1}{6} \Delta^{eN}(x) = \frac{1}{2}\left(F_2^{ep} + F_2^{en}\right). \quad (2.36)$$

Die Definiton eines isoskalaren Targets $N$ beruht auf der Isospin–Symmetrie des QPM, $u(x)^n = d(x)$ sowie $d(x)^n = u(x)$, mit $\Delta^{eN}(x) = [c(x) - s(x)] + [\bar{c}(x) - \bar{s}(x)]$ und $\Delta^{ep}(x) = \Delta^{eN}(x) + [u(x) - d(x)] + [\bar{u}(x) - \bar{d}(x)]$. Die Aufteilung gemäß Gl. (2.35) bewährt sich insbesondere bei der späteren Diskussion der Eigenschaften der Protonstrukturfunktion $F_2^{ep}$ im Rahmen der QCD.

Für das Verständnis der schwachen Beiträge zu den Strukturfunktionen wird das *GIM*–Modell durch die Formalismen der *GWS*–Theorie erweitert, die zu expliziten Formulierungen der Vektor– Axialvektorkopplungen für die Fermionen mit der Ladung $Q_f$ und der dritten Komponente des schwachen Isospins $T_{3f}$ führen:

$$v_f = T_{3f} - 2Q_f \sin^2\theta_W \quad (2.37)$$

$$a_f = T_{3f}, \quad (2.38)$$

die über die *Gell-Mann–Nishijima*–Relation $Q = T_3 + Y/2$ mit der schwachen Hyperladung $Y$ verknüpft sind, siehe Tabelle 2.3 für jeweils die drei Familien rechts– und linkshändiger Quarks und Leptonen im Standard–Modell [30].

| $f$ | | | $Q$ | $T_3$ | $Y$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $\nu_e$ | $\nu_\mu$ | $\nu_\tau$ | $0$ | $\frac{1}{2}$ | $-1$ |
| $e_L^-$ | $\mu_L^-$ | $\tau_L^-$ | $-1$ | $-\frac{1}{2}$ | $-1$ |
| $e_L^-$ | $\mu_L^-$ | $\tau_L^-$ | $-1$ | $0$ | $-2$ |

| $f$ | | | $Q$ | $T_3$ | $Y$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $u_L$ | $c_L$ | $t_L$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ |
| $d_L$ | $s_L$ | $b_L$ | $-\frac{1}{3}$ | $-\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ |
| $u_R$ | $c_R$ | $t_R$ | $\frac{2}{3}$ | $0$ | $\frac{4}{3}$ |
| $d_R$ | $s_R$ | $b_R$ | $-\frac{1}{3}$ | $0$ | $-\frac{2}{3}$ |

Abbildung 2.3: *Die Quantenzahlen der Fermionen im Standard–Modell.*

Die durch den Übergang zum *Bjorken*–Limes eingeführten verallgemeinerten Strukturfunktionen $\mathcal{F}_{1,2,3}$ lassen sich mit den Vektor– und Axialvektorkopplungen eines Elektrons der Helizität $\lambda$ in acht Strukturfunktionen[3] aufspalten [10, 31]

$$\mathcal{F}_1^{\mp} = F_1 + \chi_Z(-v_e \pm \lambda a_e)\, G_1 + \chi_Z^2(v_e^2 + a_e^2 \mp 2\lambda a_e v_e)\, H_1 \quad (2.39)$$

$$\mathcal{F}_2^{\mp} = F_2 + \chi_Z(-v_e \pm \lambda a_e)\, G_2 + \chi_Z^2(v_e^2 + a_e^2 \mp 2\lambda a_e v_e)\, H_2 \quad (2.40)$$

$$\mathcal{F}_3^{\mp} = -\mathrm{sign}\, Q_l[\chi_Z(\mp a_e + \lambda v_e)\, G_3 + \chi_Z^2(-\lambda(v_e^2 + a_e^2) \pm 2a_e v_e)\, H_3], \quad (2.41)$$

wobei $\chi_Z$ die mit Gl. (2.12) eingeführte reduzierte Propagatorfunktion ist. Der dominante Born–Beitrag zum elektroschwachen Wechselwirkungsquerschnitt, siehe Gleichung 2.14, kann dann in folgender Form geschrieben werden:

$$\frac{d^2\sigma}{dx\, dQ^2}(e^{\mp} p) = \frac{4\pi\,\alpha^2}{x\,Q^4}\left(xy^2\,\mathcal{F}_1^{\mp}(x,Q^2) + (1-y)\,\mathcal{F}_2^{\mp}(x,Q^2) + x\,(y - \frac{y^2}{2})\,\mathcal{F}_3^{\mp}(x,Q^2)\right) \quad (2.42)$$

[3] Die in der Formel 2.11 mit den Indizies $i,\, j$ $(i,\, j = \gamma,\, Z^0)$ angegebenen Beiträge $\mathcal{W}_{1,2,3}^{i,j}$ werden in die Notationen $F_{1,2}^{(\gamma\gamma)}$, $G_{1,2,3}^{(\gamma Z^0)}$ und $H_{1,2,3}^{(Z^0 Z^0)}$ überführt, durch die die Indizierung bzgl. der Vektorbosonen im folgenden weggelassen werden kann. $F_3^{(\gamma\gamma)} = 0$ für ein unpolarisiertes Target.

Für Werte $Q^2 < 100\ GeV^2$ entsprechen die verallgemeinerten Strukturfunktionen $\mathcal{F}_{1,2,3}$ den bekannten elektromagnetischen Funktionen, was sich auch in den Notationen mit Quarkverteilungsfunktionen widerspiegelt:

$$[F_1, G_1, H_1] = \frac{1}{2}\sum_{f=1}^{N_f}\left[Q_f^2,\ 2Q_f v_f,\ v_f^2 + a_f^2\right][q_f(x,Q^2) + \bar{q}_f(x,Q^2)] \tag{2.43}$$

$$[F_2, G_2, H_2] = \sum_{f=1}^{N_f} x\ \left[Q_f^2,\ 2Q_f v_f,\ v_f^2 + a_f^2\right][q_f(x,Q^2) + \bar{q}_f(x,Q^2)] \tag{2.44}$$

$$[xG_3, xH_3] = \sum_{f=1}^{N_f} x\ [2Q_f a_f, 2v_f a_f][q_f(x,Q^2) + \bar{q}_f(x,Q^2)] \tag{2.45}$$

Für große $Q^2$ können Beiträge des schwachen neutralen Stroms, der durch $Z^0$–Austauschdiagramme beschrieben wird, sowie die Strukturfunktion $\mathcal{F}_3$ nicht mehr vernachlässigt werden. Die Anteile an dem Streuquerschnitt durch $\gamma Z^0$–Interferenzen ($\propto \chi_Z$), $Z^0 Z^0$–Terme ($\propto \chi_Z^2$) und durch reinen $\gamma$–Austausch sind bei $Q^2 \approx 18700\ GeV^2$ ungefähr gleich groß [31].

Für die in dieser Analyse in dem Gebiet von $Q^2 \leq 100\ GeV^2$ betrachteten Daten gilt in sehr guter Näherung $\mathcal{F}_2(x,Q^2) \cong F_2(x,Q^2)$ . Die Ursache hierfür liegt in dem Verhalten der Propagatorfunktion $\chi_Z$ bei $Q^2 \ll M_{Z^0}^2$ mit $\chi_Z(Q^2) \approx 1.7 \cdot 10^{-4}\, Q^2/GeV^2$, die Beiträge von $G_i$ und $H_i$ auf $\leq 1\%$ unterdrückt.

**Summenregeln** Die Idee des Isospin–symmetrischen Parton–Modells hat eine Reihe von neuen bzw. Reinterpretationen schon bestehender Summenregeln zur Konsequenz, von denen hier nur einige genannt werden sollen, siehe auch in [7, 29, 31, 32].

Das *Bjorken*–Skalenverhalten von $x$ für die Strukturfunktionen und für $x$ und $y$ im Streuquerschnitt $d\sigma/dxdy$ hat, unter der Vernachlässigung von Masseneffekten, z.B. die Energieunabhängigkeit von $\langle y \rangle$ und $\sigma_{\bar{\nu}}/\sigma_\nu$ zur Folge und die Momente der Strukturfunktionen werden $Q^2$–unabhängig

$$\int_0^1 dx\, x^{n-2} F_i(x) \equiv M_i(x) \quad \text{für } n = 2, 3, ... \text{ und } i = 1, 2, 3, L. \tag{2.46}$$

Die Valenzquark–Verteilungen des Protons erfüllen offensichtlich die Summenregeln:

$$N_u = \int_0^1 dx\ [u(x) - \bar{u}(x)] = 2 \quad \text{und} \quad N_d = \int_0^1 dx\ [d(x) - \bar{d}(x)] = 1, \tag{2.47}$$

deren Linearkombinationen zu einer Anzahl weiterer Summenregeln führt, die in Beziehung zu den meßbaren Strukturfunktionen stehen, wie die bereits in (2.32) zitierte *Callan–Gross* Relation. Die *Adler*–Summenregel (1966) [33]

$$\int_0^1 \frac{dx}{2x}\,[F_2^{\nu n} - F_2^{\nu p}] = 1 \tag{2.48}$$

beschreibt die Differenz der Valenzquarks im Nukleon. Die Summe der Valenzquarks wird durch die *Gross–Llewellyn-Smith*–Regel (1969) gegeben [34]:

$$\int_0^1 \frac{dx}{2x}\left[F_3^{\bar{\nu}p} - F_3^{\nu p}\right] = 3. \tag{2.49}$$

Das Analogon zu Gl. 2.48 für den Fall geladener Leptonen ist die *Gottfried*–Summenregel (1967) [35]

$$\int_0^1 \frac{dx}{x}\,[F_2^{\mu p} - F_2^{\mu n}] = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}\int_0^1 dx\,[\bar{u}(x) - \bar{d}(x)] = \frac{1}{3}, \qquad (2.50)$$

die die Unsymmetrie zwischen den $u$– und $d$–Seeanteilen im Nukleon beschreibt, wenn das Integral von dem vorhergesagten Wert von $\frac{1}{3}$ abweicht.

Die Erhaltung des totalen Protonimpulses impliziert eine wichtige Summenregel:

$$\int_0^1 dx\,F_2^{\nu N} = \int_0^1 dx\,\Sigma(x) = 1 - \epsilon. \qquad (2.51)$$

Mit $\epsilon$ wird hierbei der Anteil des Protonimpulses bezeichnet, der durch die ungeladenen Konstituenten des Protons, die Gluonen, getragen wird. Experimentell wurde $\epsilon \approx 1/2$ für $Q^2$–Werte zwischen 10 und 40 $GeV^2$ bestimmt. Das zeigt die Bedeutung der Gluonen für die Interpretation der Protonstruktur, kann ihnen doch ca. die Hälfte des Protonimpulses zugeordnet werden.

Der Test der Summenregeln in Präzisionsmessungen gehört zu den aktiven Forschungsgebieten der Hochenergiephysik [32, 36], stellen sie doch die Konsistenzbedingungen zwischen den gemessenen integralen Quarkdichten und der totalen Anzahl, Ladung und dem Impuls der Konstituenten–Quarks dar.

## 2.3 Partonen in der Quantenchromodynamik

Parallel zu der Entwicklung einer Feldtheorie der elektroschwachen Wechselwirkung gab es immer wieder Bestrebungen, die Vielzahl der beobachteten hadronischen Teilchen auf eine nur wenige, elementare Teilchen umfassende bzw. auf wesentlichen Symmetrieelementen aufbauende Theorie zurückzuführen [37].

Hervorzuheben ist hier das von *Sakata* 1956 postulierte Tripletmodell, nachdem nur Neutron, Proton und das $\Lambda$–Teilchen (einschließlich deren Antiteilchen) elementar sein sollten und in Analogie zu dem *Gell-Mann* 1964 ein $SU(3)$ Quark-Flavour–Modell veröffentlichte [38]. *Gell-Mann* und *Ne'eman* hatten bereits 1961 unabhängig voneinander die Bedeutung der $SU(3)$–Symmetriegruppe für die Erklärung der Baryon– und Mesonspektren erkannt. Die Bestätigung der $SU(3)$–Gruppe durch die Entdeckung des vorhergesagten $\Omega^-$–Teilchens 1963 führte dann direkt zum Quark–Modell.

Das einfache Quark–Modell wies jedoch die folgenden Paradoxa auf:
- auf Grund der Ladungserhaltung müßte mindestens ein stabiles Quark existieren,
- es konnte nicht erklären, warum die allein existierenden, gebundenden Zustände von der Art $q\bar{q}$ und $qqq$ und deren Konjugierter sind,
- die Zustände mit $J^P = 3/2^+$, z.B. $\Delta^{++} \sim uuu$ verletzen die Fermistatistik.

Insbesondere der letzte Punkt führte schon 1964 *Greenberg* zu der Forderung, daß die Quarks einer Parafermi–Statistik unterliegen sollten bzw. 1965 zu der Formulierung einer neuen Quantenzahl, u.a. durch *Han* und *Nambu*, die später *Colour* genannt wurde [39]. Die Quarks traten somit in den Familien (nach *Nambu*) $u, d, s, c...$ mit den $N_c = 3$ Farbladungen Rot, Grün und Blau auf, die eine neue $SU(3)_{\mathrm{colour}}$–Symmetrie bildeten. Die physikalisch beobachtbaren Hadronen wurden als Farbsingulett–Zustände postuliert.

Die Entwicklung einer Theorie mit einer *Coulomb*–ähnlichen Kraft, die proportional zu den Farbkräften sein sollte und im Fall farbloser Zustände verschwand, basierte auf der von

*Yang* und *Mills* 1954 formulierten nicht-abelschen Eichtheorie, wobei das Konzept einer elektrischen Ladung der *Coulomb*–Kraft nun auf drei Farbladungen erweitert werden musste. Die Eigenschaften eines *Yang-Mills*–Feldes führen zu dem der Quantenelektrodynamik konträren Verhalten, daß bei hohen Energien, d.h. kleinen Abständen, die Kräfte klein werden und die Farbladungen verschwinden, und bei großen Abständen, da die Farbfelder selbst wieder zu Quellen neuer Felder werden, die Ladungen anwachsen (*Anti–Screening*) und die Quarks in den Hadronen eingeschlossen bleiben (*Confinement*). Das ist die Bedeutung der asymptotischen Freiheit, die um das Jahr 1973 von *t'Hooft*, *Gross*, *Wilczek*, und *Politzer* entdeckt wurde [40] und der Quantenchromodynamik (nach *Gell-Mann*) als der Quantentheorie der $(3N_c - 1) = 8$ Farbeichfelder der Gluonen zum Durchbruch verhalf [41].

Damit war im Vergleich zu dem einfachen, einer freien Feldtheorie entsprechenden Parton–Modell eine Theorie mit wesentlich fundierteren Grundlagen begründet, die, wie sich herausstellen sollte, die tief inelastischen Daten besser deuten konnte. Noch vor der experimentellen Beobachtung der Skalenverletzungen wurden die $Q^2$–Abhängigkeiten der Strukturfunktionen berechenbar.

**Asymptotische Freiheit** Die Wechselwirkung zwischen den Quarks und den Gluonen wird in der QCD durch eine effektive Kopplungsstärke $\bar{g}^2(Q^2)$ beschrieben, die folgender Gleichung genügt:

$$\frac{d\bar{g}^2(Q^2)}{dt} = \bar{g}\beta(\bar{g}) \quad \text{mit} \quad \bar{g}(t=0) = g \quad \text{und} \quad t = \ln\frac{Q^2}{\mu^2}. \tag{2.52}$$

Um physikalisch sinnvolle Resultate zu erhalten, ist die Regularisierung und anschließende Renormierung der bei der Berechnung der QCD–Feynmandiagramme auftretenden Ultraviolettdivergenten Beiträge erforderlich. In Analogie zur QED führt das zu einer logarithmischen $Q^2$–Abhängigkeit der renormierten Kopplungsstärke $g$, die damit von dem gewählten Renormierungsschema und der Skala $\mu^2$ abhängig wird. Das Verhalten von $g$ wird durch die Renormierungsgruppenfunktion $\beta(g)$ festlegt, die in der QCD–Störungstheorie berechnet werden kann [29],

$$\begin{aligned} \beta(g) &= -\beta_0\,\frac{g^3}{16\pi^2} - \beta_1\,\frac{g^5}{(16\pi^2)^2} + \cdots \qquad (2.53)\\ \text{mit} \quad \beta_0 &= 11\,N_c/3 - 2\,N_f/3 \\ \text{und} \quad \beta_1 &= 102\,N_c/3 - 38\,N_f/3. \end{aligned}$$

$N_{c,f}$ ist die Anzahl der Colours bzw. der Flavours. Die Tatsache, daß der Koeffizient vor $g^3$ auf Grund der Selbstwechselwirkung der Gluonen negativ für $N_f \leq 16$ ist, hat die asymptotische Freiheit als Konsequenz. In führender Ordnung ergibt sich

$$\bar{g}(Q^2) = 16\pi^2/(\beta_0 \ln(Q^2/\Lambda^2))\,, \tag{2.54}$$

mit dem Verhalten $\bar{g}(Q^2) \xrightarrow[Q^2\to\infty]{} 0$ für die 6 Flavours und 3 Colours des Standard–Modells.

Der freie Parameter $\Lambda$ mit $\Lambda^2 = \mu^2 \exp\left[-(16\pi^2/\beta_0 g^2)\right]$ setzt die Skala für die $Q^2$–Abhängigkeit der starken Kopplungskonstanten fest und kann durch Vergleiche von QCD–Vorhersagen mit experimentellen Daten fixiert werden.

Eine genauere Lösung von (2.52) mit den in (2.53) gegebenen Koeffizienten $\beta_{0,1}$ kann für eine definierte effektive Feinstrukturkonstante der QCD,

$$\alpha_s(Q^2) \equiv \frac{\bar{g}^2}{4\pi} = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + (\beta_0/4\pi)\,\alpha_s(\mu^2)\ln(Q^2/\mu^2)} = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln(Q^2/\Lambda^2)}, \tag{2.55}$$

durch eine Reihe in $\propto 1/[\ln(Q^2/\Lambda^2)]$ dargestellt werden:

$$\frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi} = \frac{1}{\beta_0 \ln(Q^2/\Lambda^2)} - \frac{\beta_1}{\beta_0^3}\frac{\ln\ln(Q^2/\Lambda^2)}{\ln^2(Q^2/\Lambda^2)} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\ln^3(Q^2/\Lambda^2)}\right). \tag{2.56}$$

Beiträge der Form $c/[\ln^2(Q^2/\Lambda^2)]$ können in der Redefinition von $\Lambda$ absorbiert werden, was bei der Berechnung der höheren Ordnungen der QCD eine Ahängigkeit der frei wählbaren Skalen von dem Renormierungsschema zur Folge hat [29, 32].

**Faktorisierung** Eines der grundlegenden Theoreme der störungstheoretischen QCD ist die Faktorisierung des tief inelastischen Streuprozeßes in langreichweitige und kurzreichweitige Abhängigkeiten, wodurch das Äquivalent des Parton–Modells in der QCD realisiert werden kann. Die Ursache für die erfolgreiche Anwendbarkeit des QPM liegt in dem in der Gleichung (2.56) beschriebenen Verhalten von $\alpha_s$ bei hohen $Q^2$ begründet, da gemäß dem ersten Term $\alpha_s$ sehr klein wird mit nur geringen Korrekturen durch die verbleibenden Terme. Tief inelastische Größen sind dann störungstheoretisch in der QCD berechenbar, wenn zudem keine Infrarot (IR)–divergenten Anteile vorliegen, die durch die Masselosigkeit der Gluonen hervorgerufen werden und mit langreichweitigen physikalischen Vorgängen korreliert sind.

Diese Annahme kann durch die Beobachtung gerechtfertigt werden, daß die Bildung von Quarkpaaren ein kurzreichweitiges Phänomen ist und keine quantenmechanischen Interferenzen mit dem langreichweitigen Prozeß der Hadronproduktion zu erwarten sind. Der formale Beweis dieser These wird für den ersten Typ IR–divergenter Anteile, der durch die Beiträge reeller oder virtueller masseloser Teilchen mit verschwindenden Impulsen zum Phasenraum charakterisiert werden kann, durch das *Bloch–Nordsieck*–Theorem für inklusive Streuquerschnitte erbracht [42]. Die Abstrahlung solcher sogenannter *weicher* Gluonen verändert nicht die Kinematik des Partons und alle möglichen divergenten Beiträge dieser Art heben sich in der totalen Summe auf. Die in der tief inelastischen Streuung verbleibenden Massesingularitäten kommen aus den Phasenraum–Bereichen, in denen der Impuls des Gluons als *quasi-kollinear* zu dem gekoppelten äußeren, masselosen Parton angenommen werden kann, siehe Abb. 2.5a. Die Regularisierung dieser IR–Singularität führt zu den $Q^2$–*Evolutionen* der Partonverteilungsfunktionen in der QCD–Störungstheorie.

Die Anwendung des Faktorisierung–Theorems hat die Generalisierung der im Parton–Modell am Vektorboson–Hadron–Vertex ($V^*h$) definierten Strukturfunktionen zur Folge

$$\left[F_{1,3}^{(V^*h)}, F_2^{(V^*h)}\right] = \sum_{i=q,\bar{q},G} \int_0^1 [1,\xi]\, \frac{d\xi}{\xi}\, C_{1,2,3}^{(V^*i)}\left(\frac{x}{\xi}, \frac{Q^2}{\mu^2}, \frac{\mu_f^2}{\mu^2}, \alpha_s(\mu^2)\right) \phi_{i/h}\Big(\xi, \mu_f^2, \mu^2\Big). \tag{2.57}$$

Die Summation erstreckt sich hierbei über alle Partonen (Quarks, Antiquarks und Gluonen). Die Merkmale der Faktorisierung sind nun in den Eigenschaften der Koeffizientenfunktionen $C_{1,2,3}^{(V^*i)}$ und den Partonverteilungen $\phi_{i/h}$ enthalten.

- Jede dem harten Streuprozeß entsprechende Funktion $C_{1,2,3}^{(V^*i)}$ ist frei von IR–Divergenzen und in der Störungstheorie berechenbar, wobei das externe Hadron $h$ durch *on-shell*–Partonen ersetzt wird. Wie die Indizierung bereits anzeigt, sind die drei Funktionen nur von dem ausgetauschten Vektorboson und dem Parton $i$ abhängig, und werden nicht durch die Identität des Hadrons $h$ beeinflußt. Mit der Faktorisierungsskala $\mu_f$ werden durch die Forderung $Q^2 \geq \mu_f^2$ die Beiträge zu dem harten Streuanteil festgelegt. Wechselwirkungen intermediärer Bosonen geringerer Virtualität, $Q^2 < \mu_f^2$, werden der

Definition von $\phi_{i/h}$ hinzugefügt. Die Funktionen $C_{1,2,3}^{(V^*i)}$ liefern damit den verallgemeinerten harten Streuquerschnitt $\hat{\sigma}^{(V^*i)}$ des reduzierten Lepton–Parton–Systems.

- Die Partonverteilungen $\phi_{i/h}(\xi, \mu_f^2, \mu^2)$ enthalten alle langreichweitigen, IR–empfindlichen Anteile des ursprünglichen Streuquerschnitts in Abhängigkeit von $\mu_f^2$ und der speziellen Hadronsorte $h$. Andererseits sind die Partonverteilungsfunktionen in dem Sinne *universal*, daß sie, wenn sie 'einmal' durch den Vergleich mit experimentellen Daten extrahiert worden sind, für die Beschreibung beliebiger harter Streuvorgänge verwendet werden können.

Der inklusive hadronische Streuquerschnitt ergibt sich dann aus der Faltung der Partonverteilungsfunktionen mit dem harten Streuquerschnitt:

$$\sigma^{V^*h}(x, Q^2) = \sum_{i=q,\bar{q},G} \left[\hat{\sigma}^{(V^*i)}\Big(Q^2/\mu^2, \mu_f^2/\mu^2, \alpha_s(\mu^2)\Big) \otimes \phi_{i/h}(\mu_f^2, \mu^2)\right](x) \tag{2.58}$$

$$\text{mit dem Faltungsintegral} \qquad [A \otimes B] = \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} A\left(\frac{x}{\xi}\right) B(\xi). \tag{2.59}$$

Die Faktorisierung des hadronischen Streuquerschnitts ist gültig für alle Ordnungen der Störungstheorie [43], wobei eine gewisse Willkürlichkeit bei der Trennung in kurz– und langreichweitige Phänomene mit der Einführung der weiteren Massenskala $\mu_f^2$ gegeben ist.

Die obengenannte Definitionen werden in ihrer Anwendung erst sinnvoll durch die Wahl eines Faktorisierungsschemas in Analogie zu der des Renormierungsschemas der QCD. In der Literatur werden verschiedene Schemata angegeben, siehe z.B. [29]. Eines der elegantesten und aus theoretischer Sicht attraktiven Schemata ist das $\overline{MS}$–Schema (*Modified Minimal Subtraction Scheme*), in dem die Skalen so gewählt werden, daß die Partonverteilungsfunktionen direkt in Form der hadronischen Matrixelemente definiert werden können.

Das Schema, das am engsten mit tief inelastischen Streuexperimenten und Strukturfunktionsmessungen korreliert ist, wird mit $DIS$ (*Deep Inelastic Scattering*) bezeichnet. Im $DIS$–Schema werden durch die Wahl von $\mu^2 = \mu_f^2 = Q^2$ alle mit den höheren Ordnungen auftretenden Korrekturen zu der Strukturfunktion $F_2^{V^*h}$ in den Definitionen der Partonverteilungsfunktionen absorbiert. Die Werte des Parton–Modells werden durch die Koeffizientenfunktionen $C_2^{V^*q,\bar{q}} = Q_{q,\bar{q}}^2 \delta(1-x)$ und $C_2^{V^*G} = 0$ reproduziert. Solche einfachen Relationen gelten jedoch nicht für die anderen Strukturfunktionen. Weiterhin ist anzumerken, daß durch diese Definitionen die Gluondichte nicht fixiert wird und alle Impulsabhängigkeiten der QCD–Skalen in $\alpha_s(Q^2)$ zusammengefaßt sind.

**Partonevolutionen** Die Beschreibung des Faktorisierungstheorems erfolgte bisher für ein festes $Q^2$. Wird nun das Hadron mit steigendem $Q^2$ des Vektorbosons betrachtet, können zunnehmend Prozesse aufgelöst werden, in denen das Quark ein quasi–reelles Gluon abstrahlt, das Gluon in ein Quark–Antiquark konvertiert oder mit sich selbst wechselwirkt, entprechend den Darstellungen a,b,c in Abbildung 2.4. Diese Interpretation folgt dabei den einfachen kinematischen Überlegungen von *Kogut* und *Susskind* (1974), die zu einem QCD–inspirierten Quark–Parton–Modell führten [44].

Die qualitativen Veränderungen am Vertex Vektorboson–Hadron, bzw. Parton mit dem Impulsanteil $x$, können dann folgendermaßen zusammengefaßt werden:
- Gluon–Bremsstrahlungprozesse, Abb. 2.4a, verursachen eine Verschiebung vorrangig der Valenzquark–Verteilungen zu kleineren $x$–Werten, $x' < x$.
- Die Aufspaltung (*Splitting*) der Gluonen in ein $q\bar{q}$–Paar, Abb. 2.4b, generiert Quark–Antiquark–Paare insbesondere bei kleinen $x$–Werten.

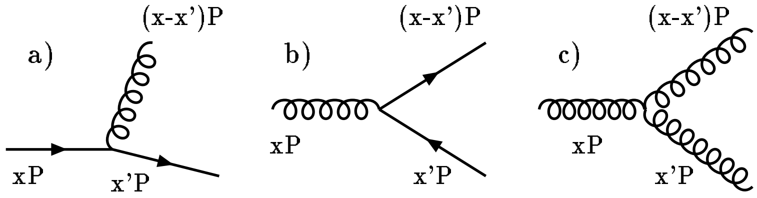



Abbildung 2.4: *Die grundlegenden Parton–Splitting Prozesse.*

Aus diesen Überlegungen heraus, sind $Q^2$–Abhängigkeiten der Partonverteilungen zu erwarten, die das *Bjorken*–Skalenverhalten verletzen.

Die Anwesenheit der Gluonen verursachen somit QCD–Korrekturen zur tief inelastischen Streuung in Form der in Abbildung 2.5 in der Ein-Schleifen Näherung dargestellten Leiterdiagramme (a) und Interferenzdiagramme (b). Abb. 2.5a entspricht der Abstrahlung


Abbildung 2.5: *Leiter– und Interferenzdiagramme in der Ein-Schleifen ('one-loop')–Näherung.*

eines Gluons mit dem Impuls $k$ durch das einlaufende oder gestreute Quark mit dem Impuls $p$ des Splittingprozesses $q \to qG$. Die Gluonen können dabei auf Grund der Relation $-k^2 \ll Q^2$ als quasi–reell angenommen werden. Weiterhin gilt in der kollinearen Approximation $k_{\|} \ll k_{\perp}$. Infolgedessen treten in den Partonverteilungen Massesingularitäten in Form $\sim t = \ln(Q^2/\mu_{\rm IR}^2)$ auf, die durch $\mu_{\rm IR}^2$ regularisiert werden können, wobei im folgenden $\mu_{\rm IR}^2 = \mu_f^2 = \mu^2$ gelten soll. Die Analyse der verschiedenen Feynmandiagramme zeigt, daß im tief inelastischen Streuprozeß UV–Divergenzen nicht beitragen, da die Virtualität des Vektorbosons die Impulsskala bestimmt und $\alpha_s$ als der Entwicklungsparameter der tief inelastischen QCD–Störungsrechnungen dient [45]. Die logarithmischen $\alpha_s$ Korrekturen werden hier durch IR–Singularitäten generiert, die die Ursache der *Skalenverletzungen* sind [18, 45]. Bei der Berechnung der Beiträge von Abb. 2.5a müssen die in Abb. 2.5b dargestellten Vertexkorrekturen mitberücksichtigt werden, die sich mit der Emission weicher Gluonen gemäß dem bereits erwähnten *Bloch–Nordsieck*–Theorem aufheben.

Die Faktorisierungseigenschaft des tief inelastischen Streuprozesses hat die bemerkenswerte Konsequenz, daß die bei einer Skala $Q^2$ gemessene Parton–Verteilung die Vorhersage für jede andere Skala $Q'^2$ erlaubt, wenn die starken Kopplungen hinreichend klein sind. Das Ergebnis ist die Vorhersage der Entwicklung der Partonverteilungen in $Q^2$, die quantitativ durch *Gribov* und *Lipatov* (1972), *Altarelli* und *Parisi* sowie *Dokshitzer* (1977) mittels Integro-Differentialgleichungen beschrieben wurde und nach den Autoren als *DGLAP*–Gleichungen bezeichnet werden [46],

$$\frac{\partial q}{\partial t}(x',t) = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi}\int_{x'}^{1}\frac{dx}{x}\left[q(x,t)P_{qq}\left(\frac{x'}{x}\right) + g(x,t)P_{qG}\left(\frac{x'}{x}\right)\right], \qquad (2.60)$$

$$\frac{\partial g}{\partial t}(x',t) = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi}\int_{x'}^{1}\frac{dx}{x}\left[q(x,t)P_{Gq}\left(\frac{x'}{x}\right) + g(x,t)P_{GG}\left(\frac{x'}{x}\right)\right]. \qquad (2.61)$$

Mit $g(x)$ bzw. $q(x)$ wird die Anzahl der Gluonen bzw. Partonen mit einem Impulsanteil zwischen $x$ und $x + dx$ im Proton angegeben. Die Gluonimpulsdichteverteilung $G(x) = xg(x)$ soll im weiteren vereinfachend als Gluondichte bezeichnet werden.

Die *Evolutions–Kerne* oder *Splitting–Funktionen* $P_{ij}(x'/x)$ messen die $Q^2$–abhängige Wahrscheinlichkeit in Einheiten von $t$, $(\alpha_s/2\pi)P_{ij}(z)$, daß ein Parton $i$ innerhalb des Partons $j$ des urprünglichen Impulses $x$ mit dem Impulsanteil $z = x'/x$ aufgelöst werden kann. Der in Abbildung 2.4a dargestellte Splitting–Prozeß $q(x) \to q(x')G$ entspricht demnach der Funktion $P_{qq}(z)$. Dessen Wahrscheinlichkeit ist groß für hohe Impulsanteile, d.h. insbesondere hochenergetische Quarks verlieren ihren Impuls durch die Abstrahlung von Gluonen. In der kollinearen Approximation wird mit steigendem $Q^2$ der ursprüngliche Quarkjet mit sekundären Partonen gemäß $\alpha_s \ln Q^2 \sim 1$ bevölkert. Auf Grund der Kleinheit der Impulse bildet sich jedoch kein extra Gluon–Jet heraus[4].

Die Kerne $P_{ij}(z)$ werden über Störungsrechnungen bestimmt, deren Ausdrücke in niedrigster Ordnung unabhängig von dem gewählten Schema sind. Die Berücksichtigung der Flavour–Unabhängigkeit der Gluonemission, der paarweisen Erzeugung der Quark - Antiquarkpaare und die Annahme vernachlässigbarer Quarkmassen führt zu den Relationen
$P_{q^iq^j} \equiv P_{qq}$ und $P_{q^iG} = P_{q^jq^j} \equiv P_{qG} = P_{\bar{q}G}(1-z)$.
Die expliziten Formeln sind[5]:

$$P_{qq}(z) = 4/3\left[(1+z^2)/(1-z)\right]_+ + 2\delta(1-z) \tag{2.62}$$

$$P_{qG}(z) = 1/2\left[z^2 + (1-z)^2\right] \tag{2.63}$$

$$P_{GG}(z) = 6\left[z/(1-z)_+ + (1-z)/z + z(1-z)\right] + (11 - N_f/3)\delta(1-z). \tag{2.64}$$

Das Faltungsintegral auf der rechten Seite der Gleichungen (2.60), (2.61) beginnt bei $x'$. Demzufolge ist es nur notwendig, $\phi_{j/h}(x, Q_0^2)$ für $x > x'$ eines Referenzsystems der Skala $\mu^2 = Q_0^2$ zu kennen, die die Randbedingungen der numerischen Lösungen definieren. Die Evolutions–Gleichungen kontrollieren somit die Abhängigkeit der Partonverteilungsfunktionen von der Faktorisierungsskala und stehen in direkter Beziehung zu der Wahl der Renormierungsskala.

Eine alternative und formalere Beschreibung der asymptotischen Freiheit im Vergleich zu den heuristischen *DGLAP*–Gleichungen wurde von *Gross* und *Wilzcek* sowie *Georgi* und *Politzer* 1974 durchgeführt [48], basierend auf einer vollständigen QCD–Analyse der Momente der Strukturfunktionen. Die Definition der Momente, siehe auch Gleichung (2.46), geht dabei auf die 1969 von *Wilson* entwickelte Methode der Expansion des Produkts der Stromoperatoren (*Operator Product Expansion*) zurück [49], die dem Faktorisierungstheorem entspricht:

$$\int_0^1 dx\, x^{n-2} F_i(x, Q^2) = \sum_k A_n^k(\mu^2) C_{i,n}^k(Q^2/\mu^2, g^2) \quad i = 1,2,3,L. \tag{2.65}$$

Die $C_{i,n}^k$ sind die Fouriertransformierten der *Wilson*'schen Koeffizientenfunktionen, die von den Strukturfunktionen selbst abhängen. Mit $A_n^k$ werden die reduzierten Matrixelemente der lokalen Spin-n, Twist-2 *Wilson*–Operatoren[6] bezeichnet.

---

[4]Multi–Jet QCD–Bremsstrahlungereignisse sind nur für Gluonen mit hohen Transversalimpulsen $k_\perp^2 \sim k^2 \sim Q^2$, die die Klasse der QCD–Compton–Ereignisse bilden, beobachtbar, allerdings mit einer sehr kleinen Wahrscheinlichkeit $\sim \alpha_s/\pi \ll 1$ [45]. Die gemessene relative Rate der drei Jet Ereignisse, wobei hier die Photon–Gluon–Fusionsprozesse mitzuberücksichtigen sind, ermöglichte eine erste, recht genaue Bestimmung von $\alpha_s$ bei H1 [47].

[5]Das '+' Funktional entspricht der Regularisierung der weichen Divergenzen bei $z = 1$ und ist für eine stetige Funktion $f(x)$ definiert: $\int_x^1 dx f(x)[F(x)]_+ = \int_x^1 dx[f(x) - f(1)]F(x) - f(1)\int_0^x dx F(x)$.

[6]Die Analyse u.a. von [48] ergab, daß die dominanten Beiträge eines Stromkommutators bei kleinen

Die $Q^2$–Abhängigkeit der Koeffizientenfunktionen werden mittels sogenannter Renormierungsgruppen–Gleichungen berechnet, die im asymptotischen Limes zu der Aufsummation der führenden logarithmischen Terme aller Ordnungen der QCD–Störungstheorie äquivalent sind [18]. Lösungen dieser Gleichungen erlauben Vorhersagen des asymptotischen Verhaltens der Strukturfunktion für große $Q^2$ und $\nu$ [50, 51], die in der führenden Ordnung die Form haben [29]:

$$\int_0^1 dx x^{n-2} F_2 \underset{Q^2\to\infty}{\longrightarrow} A_n(Q_0^2)\left[\frac{\ln(Q^2/\Lambda^2)}{\ln(Q_0^2/\Lambda^2)}\right]^{-d_n/2\beta_0}, \tag{2.66}$$

mit den aus Experimenten extrahierten $A_n$ und dem durch die sogenannte *anomale Dimension* $\gamma_{ij}^n \equiv \int_0^1 dz z^{n-1} P_{ij}(z)$ gegebenen Wert für $d_n$.

Das Verhalten von $d_n$ bestimmt somit das Bild der Skalenverletzungen. Für $n > 2$, was dem Gebiet nahe $x \sim 1$ entspricht, ist $d_n > 0$ und die Momente der Strukturfunktionen sinken mit $(\ln Q^2)^{-d_n/2\beta_0}$. In dem Bereich $n < 2$, wo die kleinen $x$–Werte wichtig sind, steigen die Momente auf Grund $d_n < 0$ an. In dem Limes $Q^2 \to \infty$ verschwindet demnach $F_2$ bei hohen $x$–Werten, während die Strukturfunktion zu kleinen $x \to 0$ hin stark ansteigt, wie es bereits *De Rújula et al.* im Jahr 1974 für das Verhalten von $F_2$ (und $F_L$) qualitativ vorhersagten [50]. Für die Fläche unter der $\Sigma$–Kurve gilt die im Parton–Modell hergeleitete Impulssummenregel, siehe (2.51), die die Skalierung des Flächeninhaltes ausdrückt und in der QCD in der Weise geschrieben wird:

$$\int_0^1 dx\, \Sigma(x, Q^2) = 3N_f/(16 + 3N_f) \sum_{i=1}^{N_f} Q_i^2. \tag{2.67}$$

**Phänomene bei kleinen $x$** Die *DGLAP*–Gleichungen entsprechen der Aufsummation der führenden Logarithmen (*Leading Logarithm Approximation* (LLA)) der kollinearen Singularitäten bis zur Ordnung N in $\alpha_s$, $\sim \alpha_s^N \ln^N(Q^2/Q_0^2)$, die zu einem strengen Schema der Transversalimpulse der generalisierten Leiterdiagramme führt [52]:

$$\begin{aligned} Q^2 \gg k_{N\perp}^2 \gg \cdots \gg k_{2\perp}^2 \gg k_{1\perp}^2 &\gg Q_0^2 \\ x \le x_N \le \cdots \le x_2 \le x_1 &\le x_0. \end{aligned} \tag{2.68}$$

Der Gültigkeitsbereich der Approximation ist in $x$ und $Q^2$ auf den Bereich der Störungstheorie, $\alpha_s(Q_0^2) \ll 1$, eingeschränkt

$$\begin{aligned} \alpha_s(Q_0^2)\ln(Q^2/Q_0^2) &\sim 1 \\ \alpha_s(Q_0^2)\ln(1/x) &\ll 1, \end{aligned} \tag{2.69}$$

für den die $Q^2$–Abhängigkeit der Strukturfunktionen vorherbestimmt ist. Die Evolutionsgleichung der Strukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ ergibt sich aus der Aufsummation der Anteile aller Quarkfamilien, siehe Formel (2.60), in der Form

$$\frac{dF_2(x,Q^2)}{d\ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi}\int_x^1 dy \left[F_2(\frac{x}{y},Q^2)P_{qq}(y) + 2(\sum_{i=1}^{N_f} Q_i^2)\, G(\frac{x}{y},Q^2)P_{qG}(y)\right]. \tag{2.70}$$

Abständen im Limes der Lichtkegel–Approximation (*Light Cone Approximation*) durch die Operatoren mit maximalen Spin n und damit minimalen *Twist= Dimension – Spin* bestimmt werden, d.h. nicht mehr durch die Dimension des Operators allein. Für den Fall der tief inelastischen Streuung im *Bjorken*–Limes sind das die Twist-2 Operatoren. Beiträge von Koeffizientenfunktionen höherer Twists werden relativ zu dem Twist-2 Operator durch Potenzen in $1/Q^2$ unterdrückt.

Diese Relation ermöglicht nicht nur, die Verletzung des *Bjorken*–Skalenverhaltens zu testen, sondern liefert auch eine Beziehung zwischen der $F_2$ und der Gluondichte $G$ im Proton. Näherunglösungen dieser Gleichung, die die Extraktion der Gluondichte bei kleinen $x \sim 10^{-3}$ gestatten, werden ausführlich im Kapitel 6 bei ihrer Anwendung auf die mit dem H1–Experiment 1993 gemessene $F_2$ diskutiert.

Für das Verhalten in $x$ bei festem $Q^2$ treffen die $DGLAP$–Gleichungen keine quantitative Vorhersage. Die Gluon–Splittingfunktion $P_{GG}$, siehe Formel (2.64), ist jedoch bei kleinen $x$ mit Termen $\sim 1/x$ singulär für den Limes $x'/x \to 0$ und die Gluonenverteilung dominiert die Protonstruktur. Daher werden in der Literatur Alternativen zu den konventionellen $DGLAP$–Gleichungen diskutiert, die die Sättigung der Partonverteilungen in dem Limes $x \to 0$ beschreiben können. Insbesondere auch durch die jüngsten HERA–Ergebnisse sind Theorien, die sowohl das Verhalten der Strukturfunktionen bei sehr kleinen $x$ als auch sehr kleinen $Q^2 < 5\ GeV^2$ vorhersagen können, Gegenstand gegenwärtiger Forschungsarbeiten, siehe z.B [45, 53].

Eine lineare Gleichung, die speziell die Evolution der Gluondichte in $x$ bei mittleren $Q^2$ beschreibt, ist von *Balitsky*, *Fadin*, *Kuraev* und *Lipatov* entwickelt worden [54]. In der $BFKL$–Gleichung sind die führenden Diagramme $\sim (\alpha_s \ln(1/x))^N$ mit einem komplementär zu den $DGLAP$–Evolutionen verlaufenden Gültigkeitsbereich, $\alpha_s(Q_0^2)\ln(Q^2/Q_0^2) \ll 1$ und $\alpha_s(Q_0^2)\ln(1/x) \sim 1$. In dieser Näherung erfolgt die Wechselwirkung über den Austausch einer farblosen Gluonleiter, dem sogenannten *Lipatov*–Pomeron $I\!P_L$. Die strenge Ordnung der Transversalimpulse $k_\perp^2$ der in einem Splitting–Prozeß abgestrahlten Gluonen geht dabei in die schwächere Bedingung $Q^2 \geq k_{N\perp}^2 \geq \cdots \geq k_{1\perp}^2 \geq Q_0^2$ über.

Die Regge–Theorie sagt für den hier betrachteten Bereich $x \to 0$ und $s \to \infty$ für den Streuquerschnitt ein Verhalten voraus

$$\lim_{s\to\infty} \sigma \propto a_{I\!P}\, s^{\alpha_{I\!P}-1} + a_{I\!R}\, s^{\alpha_{I\!R}-1}. \tag{2.71}$$

Der dominante Beitrag bei sehr kleinen $x$ ergibt sich aus dem Austausch eines Pomerons mit dem Interzept $\alpha_{I\!P}(0) = 1.08$, da das Reggeon $I\!R$ an die Valenzquarks koppelt [55]. In dem klassischen Regge–Bild wird demzufolge nur eine schwache $x$–Abhängigkeit der Gluondichte erwartet, $G \sim x^{-0.08} \approx$ konst.

Demgegenüber folgt für die Gluondichte aus der $BFKL$–Gleichung ein steiles Anwachsen mit $\sim x^{-\lambda}$, $\lambda = 12\alpha_s \ln 2/\pi \simeq 0.5$, für kleine $x$–Werte infolge des wesentlich höheren Interzepts von $I\!P_L$, $\alpha_{I\!P}(0) = 1 + \lambda$. Durch die enge Verknüpfung der Gluondichteverteilung mit den Seequarkverteilungen wird daher für das Verhalten der $F_2$ ein ähnliches Ansteigen bei kleinen $x$ erwartet. Diese Vorhersagen entsprechen bisher Störungsrechnungen in führender Ordnung, was bei Vergleichen berücksichtigt werden muß. Der genaue Anwendungsbereich der $BFKL$–Gleichung kann erst bei Vorliegen der nächst höheren Ordnung (*Next–to–Leading Order* (NLO)) spezifiziert werden, die z.Zt. berechnet werden [56].

In dem Bereich, wenn beide Logarithmen $\ln(Q^2/Q_0^2)$ und $\ln(1/x)$ groß sind, kann das Verhalten der Strukturfunktion $\Sigma(x, Q^2)$, $x\Sigma(x, Q^2) \simeq F_2(x, Q^2)$ für kleine $x \leq 10^{-2}$, in der doppelt–logarithmische Approximation (*Double Leading Logarithm Approximation* (DLLA)) berechnet werden. Das asymptotische Verhalten in der DLLA–Näherung wird durch die Aufsummation der Diagramme $\sim (\alpha_s \ln(Q^2/Q_0^2))^N$ und $\sim (\alpha_s \ln(1/x))^N$ erhalten:

$$x\Sigma(x, Q^2) \propto \exp(\sqrt{2\,\xi\, y}) \quad \text{mit } \xi \cong \ln\ln(Q^2/Q_0^2) \text{ und } y = (8N_c/\beta_0)\ln(1/x). \tag{2.72}$$

Der Gültigkeitsbereich erstreckt sich für alle $\xi$, $y \gg 1$ über das Gebiet $\xi < y < \xi \exp(2\xi)$. Die Entwicklung der Partonenkaskaden erfolgt hier über Gluonleitern, deren Gluonen nach ihrer

Energie geordnet sind. In der DLLA–Näherung werden die Gluonkaskaden überschätzt, was ein Anwachsen der Strukturfunktion für $y$–Werte $y < 1/\xi \exp(2\xi)$ über die Unitaritätsgrenze hinaus zur Folge hat [45]. Das Verhalten der Strukturfunktion muß demnach bei sehr kleinen $x$ der Bedingung $x\Sigma(x,Q^2) \leq (1/\alpha_s(Q^2))(Q^2/Q_0^2)$ genügen, da der Streuquerschnitt der Absorption virtueller Photonen nicht die Dimension des Targets $1/Q_0^2$ überschreiten darf. In der Nähe der Unitaritätsgrenze muß es also Mechanismen geben, die das Ansteigen der Gluondichte und damit des Wirkungsquerschnitts dämpfen.

Detaillierte Untersuchungen dieser Region von *Gribov*, *Levin* und *Ryskin* erfolgten unter der Annahme, daß nur die Gluonen die Partonen bei kleinen $x$ sind [57]. Wenn die Anzahl der Partonen $\Sigma(\alpha_i, k_{\perp i})$ im Proton groß ist, wird die Wahrscheinlichkeit der Überlappung von zwei Gluonleitern im transversalen Koordinatenraum trotz der geringen Ausdehnung auf Grund der kleinen Transversalimpulse $1/\sqrt{k_{\perp i}^2}$ ungefähr 1. Für das asymptotische Verhalten des virtuellen Photon–Streuquerschnitts $\sigma^{\gamma p}$ folgt daraus [57]

$$\sigma^{\gamma p} \propto \frac{1}{Q^2}\, G(x,Q^2) \propto \frac{1}{Q^2}\left(\frac{Q^2}{Q_0^2}\right)^{F(\kappa)} . \tag{2.73}$$

Die Funktion $F(\kappa)$, $\kappa = (32N_c/\beta_0)(\ln(1/x)/\ln(Q^2/Q_0^2))$, nimmt Werte zwischen 0 und 1 ein. Die zwei interessanten Grenzfälle liefern die qualitativen Aussagen:
1) $\kappa \to 0$, $F \to 0$ reproduziert das Verhalten bei hohen $x$ , $\sigma^{\gamma p} \to 1/Q^2$.
2) $\kappa \to 1$, $F \to 1$ beschreibt dann die Sättigung der Partondichten bei sehr kleinen $x$ und hohen $Q^2$, $\sigma^{\gamma p} \to 1/Q_0^2$.

Die Größe des Targets kann durch einen phänomenologischen Parameter $R$ repräsentiert werden, wobei üblicherweise der Protonradius, $R_{\mathrm{Proton}} \sim 1/M_{\mathrm{Proton}}$, gewählt wird. Terme $\sim G^2/R^2$ schwächen dann das Anwachsen der $F_2$ ab. Es ist jedoch möglich, daß im Proton sogenannte *Hot Spots* mit einem Radius $R_{\mathrm{Hot\,Spots}} < R_{\mathrm{Proton}}$ existieren, die ein früheres Einsetzen von Saturationseffekten verursachen würden.

Numerische Lösungen der *GLR*–Gleichungen, z.B. [58], erfordern ähnlich wie bei den linearen *DGLAP*–Gleichungen die Kenntnis der Anfangsbedingungen, die nicht berechnet werden können. Daher ist bisher auch eine genaue Festlegung der Untitaritätslinie, siehe Abbildung 2.6, nicht möglich. Vorläufige Rechnungen für HERA zeigten für die Fälle

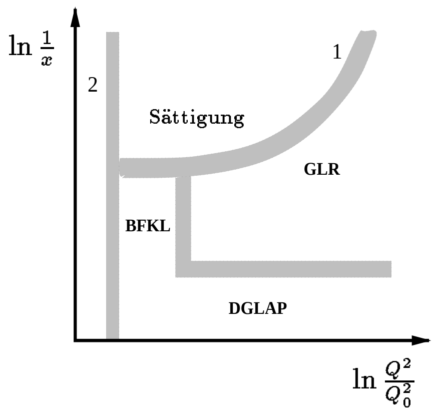



Abbildung 2.6: *Schematischer Überblick über den Gültigkeitsbereich der verschiedenen Entwicklungsgleichungen in der $x, Q^2$–Ebene. Mit eingezeichnet sind die Begrenzungen durch die Unitaritätsbedingung (1) und das nicht–störungstheoretisch zu behandelnde Gebiet (2).*

a) der gleichmäßigen Verteilung der Gluonen im Proton, $R \cong 5\ GeV^{-1}$, und
b) der extremen Konzentration der Gluonen in wenigen Zellen, den Hot Spots, $R \cong 2\ GeV^{-1}$, daß bei $x \sim 10^{-3}$ die $F_2$ –Messung noch zu weit von der Sättigungsgrenze entfernt ist, um eine Unterscheidung an Hand der $F_2$ –Kurvenverläufe zu ermöglichen [59].

Die diskutierten Modelle sind in der $\ln(Q^2/Q_0^2) - \ln(1/x)$ Ebene in der Abbildung 2.6 mit ihren Gültigkeitsbereichen schematisch dargestellt. Typische Werte für $Q_0^2$ sind dabei $Q_0^2 \geq 1\ GeV^2$. Die Theorie kann bisher nicht entscheiden, welches Modell den Bereich der sehr kleinen $x$–Werte am besten beschreibt. Dafür bedarf es des Vergleichs der Vorhersagen mit Messungen.

## 2.4 Elektroschwache Korrekturen

Der direkteste Zugang zu den Verteilungen der Konstituenten im Proton ist mit der experimentellen Bestimmung der Protonstrukturfunktion entsprechend dem im Abschnitt 2.2 hergeleiteten Bornquerschnitt für die tief inelastische *ep*–Wechselwirkung gegeben. Zusatzterme infolge von Beiträgen höherer Ordnungen der elektroschwachen Theorie wurden bisher nicht berücksichtigt. Der hadronische Anteil kann jedoch nur unter Kenntnis der radiativen Korrekturen in Abhängigkeit von dem gewählten Renormierungsschema der *GWS*–Theorie aus den Daten extrahiert werden [13].

Die wichtigsten Beiträge in der Ordnung $\alpha$ zum Streuquerschnitt sind in Abbildung 2.7 dargestellt, und betreffen sowohl die Lepton– als auch die Quarklinie.
a) Die Abstrahlung eines Photons vom einlaufenden Fermion bzw.
b) vom gestreuten Fermion.
c) Virtuelle Korrekturen am Fermionvertex bzw. an den Fermionlinien des einlaufenden sowie gestreuten Fermions.
d) Ein–Schleifendiagramme durch Vakuumpolarization.

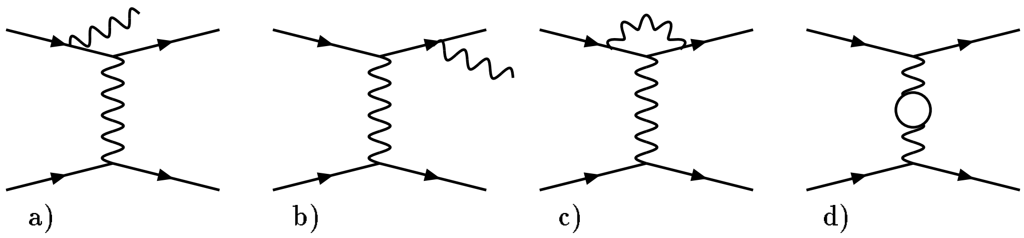



Abbildung 2.7: *Feynmangraphen der wichtigsten elektroschwachen Korrekturen zum inklusiven Lepton–Quark–Streuquerschnitt in der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha)$, die sowohl an der Lepton– als auch der Quarklinie auftreten können.*

Für den tief inelastischen *ep*–Streuprozeß mit $Q^2 \ll M_Z^2$ resultieren die wesentlichsten Korrekturterme aus reinen QED–Beiträgen, die erstmals von *Mo* und *Tsai* (1969) berechnet wurden [60]. Im Ein–Photon–Austauschmodell hängt der inklusive, radiative Streuquerschnitt ebenso wie der nichtradiative Querschnitt von denselben Formfaktoren ab, wenn Interferenzterme zwischen der Elektron– und Hadron– Bremsstrahlung vernachlässigt werden.

Die Korrekturterme der *harten* Bremsstrahlung ergeben sich in der Approximation der führenden Logarithmen in $\alpha$ nach *Weizsäcker* und *Williams* [61], aus dem Integral über das Photonspektrum einer beschleunigten Ladung. Die Integration über spezifische Phasenraumbereiche erlaubt die Trennung in die kollinearen Beiträge,
1) $k_0 \cdot f \to 0$ parallel zum einlaufenden Fermion $f$ (*Initial State Radiation* (ISR)) und,

2) $k_0 \cdot f' \rightarrow 0$ parallel zum gestreuten Fermion $f'$ (*Final State Radiation* (FSR)) mit Termen in der Form [62]:

$$\sim \frac{\alpha}{\pi} \ln \frac{Q^2}{m_f^2}. \tag{2.74}$$

Ein dritter Anteil, der sogenannte *Compton–Beitrag*, ist durch einen fast verschwindenden Impulsübertrag $Q_h^2$ zum hadronischen System charakterisiert mit den Abb. 2.7a,b entsprechenden Signaturen. Der Prozeß kann als Streuung des Elektrons an einem quasi–reellen Photon, das vom Proton emittiert wurde, $e\gamma \rightarrow e\gamma$, betrachtet werden. Der Compton–Beitrag ist nur wichtig, wenn allein leptonische Variablen ($x_e$, $Q_e^2$) betrachtet werden. Die Korrekturterme $\sim \ln(Q_e^2/M_{\text{Proton}}^2)$ ergeben sich aus dem Phasenraumgebiet im Limes $Q_h^2 \rightarrow 0$, der durch die hadronische Massenskala $\sim M_{\text{Proton}}^2$ gegeben ist.

Die Photonemission von der Quarklinie erzeugt QED–Quarkmassesingularitäten, die ein ähnliches Verhalten wie die Gluon–induzierten QCD–Korrekturen aufweisen. Eine sehr elegante Methode ist es daher, die QED–Terme in den Nukleonstrukturfunktionen bei der gleichzeitigen Behandlung von Gluonbremsstrahlungprozessen zu absorbieren. Wird zum kollinearen Photon ein kollineares Gluon abgestrahlt, ist die Endlichkeit des resultierenden Streuquerschnitts durch das Theorem von *Kinoshita*, *Lee* und *Nauenberg* gegeben [64][7]. Die Berechnung des hadronischen Tensors wird demnach nicht von unentdeckten, parallel zueinander laufenden, masselosen Endzustandsteilchen beeinflußt. Die Prozeßunabhängigkeit der Terme (2.74) gestattet es, die QED–Korrekturen der $Q^2$–Evolution der Quarkverteilungsfunktionen über die Definition einer elektromagnetischen Splittingfunktion $P_{qq}^{\gamma} = [(1+z^2)/(1-z)]_+ + 3/2\delta(1-z)$ hinzuzufügen, so daß keine expliziten Abhängigkeiten verbleiben. Numerische Lösungen zeigen, daß die QED bedingten Modifikationen in $\mathcal{O}(\alpha)$ flach in $Q^2$ und $\leq 2\%$ sind [63].

Der gemessene, radiative Streuquerschnitt $\sigma_{exp}$ kann in der Notation nach *Schwinger* auf den Bornquerschnitt $\sigma_{Born}$ normiert werden, wenn bei der Berechnung der Ein–Schleifendiagramme gleichzeitig die Bremsstrahlung von *weichen* Photonen mit Energien $k_0 \leq \Delta E$ betrachtet wird [65],

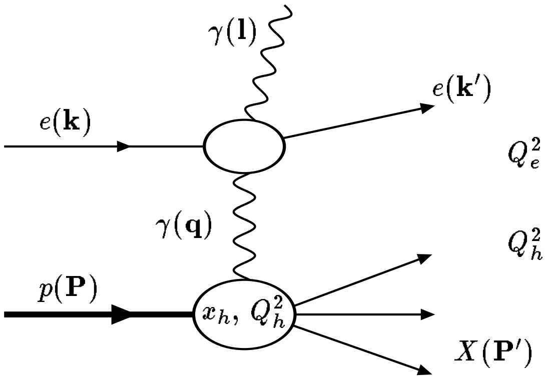
$$\sigma_{exp}(\mathbf{k}, \mathbf{p}; \mathbf{k}') = \sigma_{Born}(\mathbf{k}, \mathbf{p}; \mathbf{k}')\,(1 + \delta_1) + \mathcal{O}(\alpha^2) \tag{2.75}$$

$$\delta_1 = \frac{\alpha}{\pi}\left[\frac{3}{2}\ln\frac{Q^2}{m_e^2} - 2 - \left(\ln\frac{Q^2}{m_e^2} - 1\right)\ln\frac{EE'}{\Delta E^2} + \mathcal{O}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')\right]. \tag{2.76}$$

Die Formel 2.76 berücksichtigt nicht den Fall, wenn der maximale Energieverlust des Elektrons $\Delta E$ verschwindet, $\Delta E \rightarrow 0$, und für $\delta_1$ gilt, $\delta_1 \rightarrow -\infty$, da die Vielfach–Emission weicher Photonen mit Energien $k_0 \rightarrow 0$ vernachlässigt wurde. Daher sollte der IR–divergente Anteil des Faktors $(1 + \delta_1)$ bei der Berücksichtigung von Korrekturen höherer Ordnungen durch den Exponentialfaktor $e^{\delta_1}$, die sogenannte *soft photon exponentation*, ersetzt werden, siehe auch die Berechnungen von [66, 14]. Für die experimentelle Realisierung der Einschränkung des Phasenraums weicher Photonen mit einer Energie $k_0 \leq \Delta E$ unabhängig von der Richtung der Photonemission, liefert $\delta_1$ einschließlich der renormierten Feinstrukturkonstante, $\alpha = \alpha(Q^2)$, eine hinreichende Abschätzung des Hauptanteils der virtuellen und weichen radiativen Korrekturen [67]. Das Hinzufügen der harte Bremsstrahlungsanteile bei der Berechnung des Streuquerschnitts bewirkt dann, daß sich in der Summe der Matrixelemente alle IR–divergenten, $\sim \ln(E/\Delta E)$, Beiträge aufheben.

[7] In Analogie zu dem *Bloch–Nordsieck*–Theorem wird durch das Theorem von *Kinoshita*, *Lee* und *Nauenberg* gezeigt, daß vollständig inklusive Übergangswahrscheinlichkeiten, d.h. nach der Summation über alle entarteten hadronischen Systeme, im Limes $m_l \rightarrow 0$ endlich sind und die mit den Massesingularitäten verbundenen kollinearen IR–divergente Anteile sich aufheben, siehe auch [18].

Die Bremsstrahlungsbeiträge vom geladenen Lepton bilden infolge der geringen physikalischen Leptonmassen $m_l$ die dominante Quelle der radiativen Korrekturen. Auf Grund der Faktorisierungseigenschaft des Querschnitts kann die leptonische Bremsstrahlung in modellunabhängiger Weise semianalytisch behandelt werden [14]. Für die Beschreibung der Strukturfunktionen $\mathcal{F}_{1,2,3}$ ist die Kenntnis der Partonverteilungen erforderlich.




$$Q_e^2 = -(\mathbf{k}-\mathbf{k}')^2 \qquad x_e = \frac{Q_e^2}{2\mathbf{P}(\mathbf{k}-\mathbf{k}')}$$

$$Q_h^2 = -(\mathbf{k}-\mathbf{k}'-\mathbf{l})^2 \qquad x_h = \frac{Q_h^2}{2\mathbf{P}(\mathbf{k}-\mathbf{k}'-\mathbf{l})}$$

Abbildung 2.8: *Notation der inklusiven, radiativen ep–Streuung im Ein–Photon–Austauschmodell, nach [67].*

Die Emission eines energiereichen Photons mit dem Viererimpuls $\mathbf{l}$ von der Leptonlinie verschiebt das Viererimpulsquadrat des intermediären Photons zu kleineren Werten, $Q_h^2 \ll Q_e^2$. Es ist daher notwendig, den Einfluß der Bremsstrahlung von der Leptonlinie in der Notation der kinematischen Variablen in der in Abbildung 2.8 dargestellten Weise zu berücksichtigen.

Die Meßbedingungen der HERA–Experimente gestatten, sowohl die Information vom leptonischen als auch vom hadronischen Vertex zu nutzen, siehe auch Abschnitt 3.5. Der Unterschied zwischen den beiden Sätzen von Variablen $(x,Q^2)_l$ und $(x,Q^2)_h$, $Q_h^2 \leq Q_e^2$ und $x_h \geq x_e$, durch die Photonemission an der Leptonlinie führt insbesondere für die leptonischen Variablen in dem Gebiet $y \to 1$ zu grossen Korrekturen, da der Photonpropagtor $1/Q_h^2$ den zu messenden Streuquerschnitt bestimmt. Die Größe der radiativen Korrekturen hängt daher empfindlich von der Wahl der Variablen ab, in denen die Rekonstruktion der Ereigniskinematik erfolgen soll, und der Schnitte im Phasenraum, die den experimentell zugänglichen Bereich charakterisieren. Numerische Werte für die Bedingungen dieser Analyse werden in dem Abschnitt 5.3 behandelt.

# Kapitel 3

# Das H1–Experiment

## 3.1 Experimente zur tief inelastischen Streuung

Die Messung von Partondichten kann sowohl mit den experimentellen Daten aus Lepton–Hadron– als auch aus Hadron–Hadron–Kollisionen erfolgen. Die genauesten Ergebnisse lassen sich mit tief inelastischen Lepton–Hadron–Experimenten erzielen. Messungen der Produktion von direkten Photonen, z.B. bei WA70 am CERN-SPS, und von Leptonpaaren, z.B. bei E605 in $p\bar{p}$–Kollisionen am Tevatron, werden als alternative Methoden genutzt.

Tief inelastische Lepton–Hadron–Streuexperimente können in Experimente mit neutralen $(\nu_e, \nu_\mu)$– und solche mit geladenen $(e, \mu)$–Leptonstrahlen eingeteilt werden. Alle Experimente vor HERA arbeiteten mit ruhenden hadronischen Targets und wurden in den Laboratorien SLAC, FNAL und CERN durchgeführt. Die wichtigsten Versuche sollen hier kurz vorgestellt werden [68].

Experimente mit $(\nu_\mu, \bar{\nu}_\mu)$–Strahlen waren am CERN CDHS (CERN, Dortmund, Heidelberg, Saclay) [WA001] und CHARM (CERN, Hamburg, Amsterdam, Rome, Moscow) [WA018], die mit Energien bis 260 $GeV$ Targets aus Eisen, Wasserstoff und Deuterium untersuchten (Ende der Datennahme 1984). Ähnliche Experimente wurden auch am FNAL u.a. durch die Kollaboration CCFR (Chicago, Columbia, Fermilab, Rochester) [FNAL-770] mit Strahlenergien $\leq 600\ GeV$ bis 1988 durchgeführt.

Die SLAC–Experimente umfassen die Untersuchungen von Kollisionen hochenergetischer Elektronen (bis 21 $GeV$) mit aus Wasserstoff, Deuterium oder schweren Kernen bestehenden Targets, bei denen zum Teil auch polarisierte Strahlen und/oder polarisierte Targets verwendet wurden. Das SLAC $ep$–Pionierexperiment wurde bereits im Abschnitt 2.2 erwähnt. Am CERN wurde eine Reihe von Versuchen mit Myonstrahlen durchgeführt. BCDMS (Bologna, CERN, Dubna, Munich, Saclay) [NA-004] und EMC (European Muon Collaboration) [NA-002], beide 1975 genehmigt, gehörten zu den ersten großen Experimenten dieser Art. BCDMS untersuchte bis 1985 Myon–Hadron–Kollisionen in dem Energiebereich $100 \leq E_\mu \leq 280\ GeV$. EMC nahm bis zum Jahr 1983 Daten mit 120-280 $GeV$ bzw. 325 $GeV$–Myonenstrahlen ([NA-028]). NMC (New Muon Collaboration) [NA-037] nutzte den modifizierten EMC–Detektor bei Myonstrahlenergien von 90 bis 280 $GeV$ und erweiterte den kinematisch zugänglichen Bereich auf $1 \leq Q^2 \leq 200\ GeV^2$ und $0.005 \leq x \leq 0.75$. NMC beendete die Datennahme 1989.

E665 [FNAL-665], ein FNAL–Experiment, das die am Tevatron mit Energien bis 750 $GeV$ erzeugten Myonen für die Untersuchung von Nukleonstrukturfunktionen nutzte, beendete die Datennahme 1992. Eine vor kurzem veröffentlichte Analyse [69] beschreibt die Messung der Proton– und Deuteronstrukturfunktionen mit Muon–Strahlenergien zwischen 350 und 600 $GeV$ in dem kinematischen Gebiet $0.0008 < x < 0.6$ und $0.2 < Q^2 < 75\ GeV^2$.

Die Streuexperimente mit geladenen Leptonen an Wasserstofftargets messen die Protonstrukturfunktion $F_2^p$. Stehen zusätzlich Daten von Deuterium– oder schweren Targets zur Verfügung, kann daraus die Neutronstrukturfunktion $F_2^n$ bzw. die Nukleonstrukturfunktion $F_2^N$ bestimmt werden. Daten aus Neutrino–Nukleon–Experimenten werden durch die Strukturfunktionen $F_2^{\nu N}$ und $F_3^{\nu N}$ beschrieben, die proportional zur Summe bzw. Differenz der Parton– und Antipartondichten sind. Der Differenzterm entspricht der Valenzquarkdichte, die durch die Funktion $F_3^{\nu N}$ gemessen wird.

Die Schwerpunktenergie $\sqrt{s} = \sqrt{2E_{e,\mu}M_p}$ der Experimente mit ruhendem Target wird durch die Energie des Leptonstrahls $E_{e,\mu}$ begrenzt und beträgt ca. 30 $GeV$. Der maximal verfügbare Impulsübertrag erreicht $Q^2_{max} = s \leq 10^3\ GeV^2$ und stellt die größte Einschränkung des $(x, Q^2)$–Bereichs für die Messung der Protonstrukturfunktion $F_2^p$ dar.

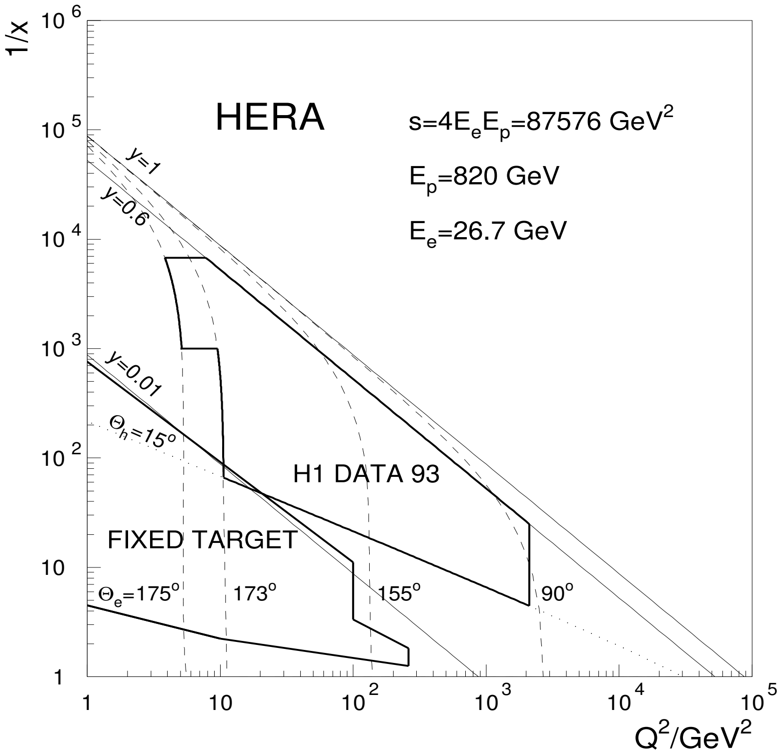



Abbildung 3.1: *Die kinematische Ebene in $1/x$ vs $Q^2$. Schematisch wird der Bereich gezeigt, der 1993 für die Messung der Protonstrukturfunktion $F_2$ durch die Experimente mit ruhendem Target bzw. das H1–Experiment zur Verfügung stand [70].*

Ein neuer experimenteller Zugriff auf die Partonverteilungen wurde durch den Bau der Beschleunigeranlage HERA, s. Abschnitt 3.2, geschaffen, wo durch die Kollision von 820 $GeV$ Protonen mit 26.7 $GeV$ Elektronen eine Schwerpunktenergie von $\sqrt{s} = 2\sqrt{E_e E_p} = 296\ GeV$ zur Verfügung steht. Der Wert für $Q^2_{max}$ erhöht sich um den Faktor $2E_p$ auf $8.75 \cdot 10^4\ GeV^2$. Abbildung 3.1 zeigt die Erweiterung des Meßbereiches um fast zwei Größenordnung sowohl in $x$ als auch in $Q^2$ durch die $ep$–Beschleuniger–Experimente, hier H1, im Vergleich mit den z.Zt. analysierten Experimenten mit ruhendem Target.

Der mit den HERA–Experimenten nutzbare kinematische Bereich wird durch den maximalen Energieübertrag von $y = 1$ begrenzt. Die Verknüpfung von Impulsübertrag, Energietransfer und Bjorken–$x$ durch $Q^2 = sxy$, ermöglicht bei großen $y$–Werten Messungen im tief inelastischen Regime auch bei sehr kleinen $x \simeq 10^{-4}$. Die minimal erreichbaren $Q^2$–Beträge von ca. 5 $GeV^2$ sowie die fehlende Überlappung mit den Daten der Experimente mit ruhendem Target werden durch die mangelnde Detektorakzeptanz im Bereich der Strahlröhre festgelegt und können bei der gegebenen Detektorkonfiguration nur durch eine Verschiebung des nominalen Wechselwirkungspunkts bzw. eine Verringerung der Schwerpunktenergie verändert werden.

## 3.2 Die Beschleunigeranlage HERA

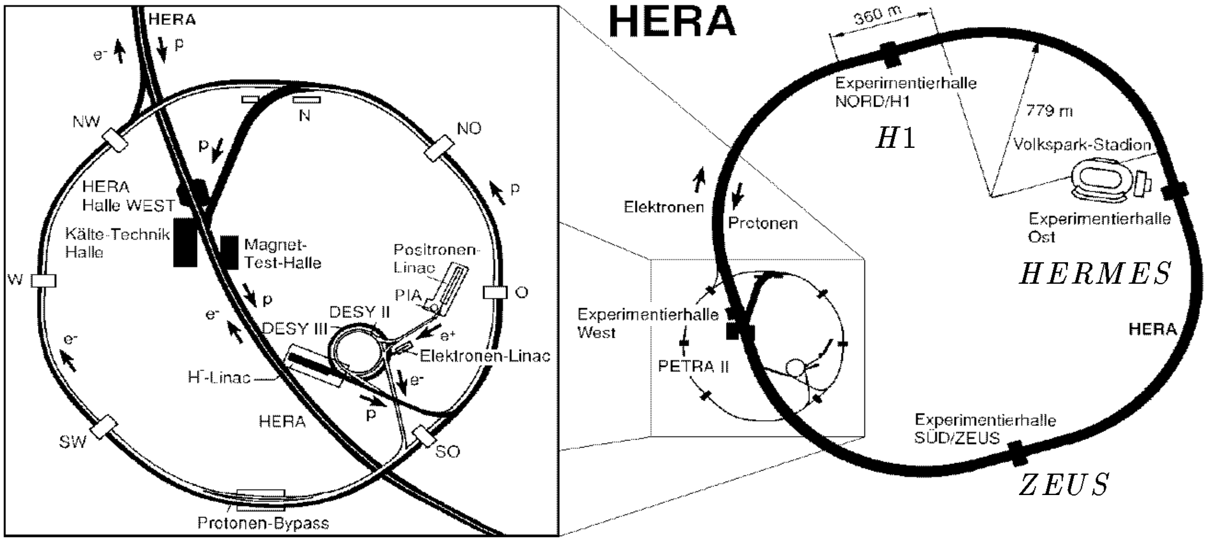



Abbildung 3.2: *Schematischer Aufbau der Proton– und der Elektron–Speicherringe (rechtes Bild) und der Vorbeschleuniger (links vergrößert) von HERA.*

Die **H**adron–**E**lektron–**R**ing–**A**nlage (HERA) am **D**eutschen **E**lektronen–**S**ynchrotron (DESY) in Hamburg ist der bisher einzige Elektron–Proton Beschleuniger der Welt. HERA wurde in einem Zeitraum von 6 Jahren fertiggestellt, von der Genehmigung im April 1984 bis zum Ende der Konstruktion im November 1990 [71].

HERA besteht aus einem Proton– und einem Elektron–Beschleunigerring, deren prinzipieller Aufbau in Abbildung 3.2 gezeigt wird.

Die im Linearbeschleuniger LINAC I auf 500 $MeV$ vorbeschleunigten Elektronen[1] werden in einem kleinen Speicherring gesammelt und dann in DESY II injiziert, von wo aus sie mit 7 $GeV$ in den modifizierten PETRA II–Ring eingespeist werden. Im Gegensatz zum Injektionskomplex der Elektronen mußte für die Vorbeschleunigung der Protonen am DESY ein vollständig neues System mit einem 50 $MeV$ Linearbeschleuniger für negativ geladende Wasserstoff–Ionen als Protonenquelle errichtet werden. Die Elektronenhüllen der $H^-$–Ionen werden während der Injektion in das Synchrotron DESY III abgestreift, wo die Protonen gesammelt, auf 7.5 $GeV$ weiterbeschleunigt und dann in den PETRA II–Ring transferiert

[1] Während der Datennahme 1994 wurde auf Positronen, für die eine längere Lebensdauer erreicht werden konnte, umgestellt. Die Ursache hierfür liegt wahrscheinlich darin, daß der Elektronenstrom durch Interferenzen mit im Ring verbliebenen positiven Ionen stärker begrenzt wird.

| | Design | | Einheit |
|---|---|---|---|
| | $p$–Ring | $e$–Ring | |
| Energie | 820 | 30 | $GeV$ |
| Luminosität | $1.5x10^{31}$ | | $cm^{-2}s^{1}$ |
| integrierte Luminosität | $10^{5}$ | | $nb{-}1/Jahr$ |
| Magnetfeld | 4 | | $T$ |
| Teilchenanzahl/Strahl | 210 | 80 | $10^{11}$ |
| Strom pro Bunch | 760 | 290 | $\mu A$ |
| Anzahl der Bunche | 210 | | |
| Bunchabstand | 96 | | $ns$ |
| Injektionsenergie | 40 | 14 | $GeV$ |
| Füllzeit | 20 | 15 | $min$ |
| $\sigma_x/\sigma_y$ | 0.29/0.07 | 0.26/0.02 | $mm$ |
| $\sigma_z$ | 110 | 8 | $mm$ |
| Energieverlust pro Umlauf | $6.2x10^{-6}$ | 127 | $MeV$ |

Tabelle 3.1: *Zusammenfassung der geplanten Werte der wichtigsten HERA–Parameter [71]. Die Werte $\sigma_{x,y,z}$ beziehen sich auf den nominalen Wechselwirkungspunkt.*

werden. Nach weiteren Akkumulations– und Beschleunigungsphasen in PETRA II werden die Protonen bzw. Elektronen mit 40 bzw. 14 $GeV$ in den HERA–$p$ bzw. –$e$–Ring eingespeist und erreichen dort durch die hohen Feldgradienten von etwa 5 $MV/m$ der supraleitenden Kavitäten ihre nominalen Parameter, siehe Tabelle 3.1. Das HERA–Design sieht 210 kollidierende $e$– und $p$–Teilchenpakete, sogenannte *Bunche*, mit je einem totalem Teilchenstrom von $I_p = 160\ mA$ und $I_e = 60\ mA$ vor.

| Parameter | 1992 | 1993 | 1994 | Design |
|---|---|---|---|---|
| Modus | $e^-p$ | $e^-p$ | $e^+p$ | $e^+$ *oder* $e^-p$ |
| $E_e/GeV$ | 26.7 | 26.7 | 27.6 | 30 |
| Anzahl der $e*p$–Bunche | 9*9 | 84*84 | 153*153 | 210*210 |
| $< I_p > /mA$ | 0.94 | 10.8 | 41.0 | 160.0 |
| $< I_e > /mA$ | 1.33 | 7.7 | 17.0 | 60.0 |
| $\int_{Jahr} L\,dt/nb^{-1}$ [HERA] | 55 | 1000 | 4980 | 50000 |
| $\int_{Jahr} L\,dt/nb^{-1}$ [H1] | 25 | 528 | 3424 | ? |

Tabelle 3.2: *Entwicklung einiger HERA–Parameter über den Zeitraum der letzten drei Jahre. $E_p$ ($E_e$) ist die Energie des einlaufenden Protons (Elektrons $e^-$ bzw. Positrons $e^+$) von 820 GeV (s. Tabellenwerte). Gezeigt werden die von HERA gelieferten bzw. vom H1–Experiment für die Physikanalyse selektierten Luminositätswerte bei der angegebenen Anzahl der e– und p–Teilchenbunche und mittleren Teilchenströme.*

Die gegenläufigen Teilchenbunche können an vier Wechselwirkungspunkten, die äquidistant über den 6336 m langen Umfang verteilt sind, mit einer Frequenz von 10.4 $Mhz$ zur Kollision gebracht werden. Zwei dieser vier Kollisionspunkte werden durch die Experimente ZEUS und H1 genutzt, die beiden anderen dienen mit der zur Verfügung stehenden Infrastruktur den Experimenten HERMES und HERA–B, die mit festen Targets arbeiten. HERA–B befindet sich in der Planungsphase und beginnt mit der Datennahme voraussichtlich 1998.

Nach ca. 25 $min$ sind die Elektronen durch die Synchrotronstrahlung infolge des *Sokolov-*

*Ternov*–Effekts transversal polarisiert (der Spin richtet sich antiparallel zum Magnetfeld aus). 1993 betrug die durchschnittliche Polarisationsrate 60%. Die longitudinale Polarisation der Elektronen wird nur durch den Einbau von Spinrotatoren erreicht, wie beim HERMES–Experiment, das 1995 mit der Datennahme begonnen hat ($\lambda_{||} \lesssim 70\%$) und mittels polarisierter Gastargets spinabhängige Strukturfunktionen untersucht [72].

HERA stellt für die Datenanalyse eine komplizierte Umgebung dar, weil sowohl die Nachteile einer $e^+e^-$–Maschine (Synchrotronstrahlung) als auch die eines $p$–Ringes (hohe Untergrundraten durch Proton–Restgas– bzw. Wand–Streuung) auftreten. Daher gibt es bei HERA sogenannte *Pilot*–Teilchenbunche, das sind Elektronen– bzw. Protonenbunche, die keinen Kollisionspartner haben, und spezielle Untergrundstudien ermöglichen. Im Betriebsjahr 1993 waren 10 bzw. 6 von den 90 kollidierenden $e$– und $p$–Teilchenbunche solche Pilot–Bunche. In der Tabelle 3.2 werden, ohne Angabe der Pilot–Bunche, einige relevante HERA–Parameter in ihrer Entwicklung seit dem Beginn der Datennahme durch ZEUS und H1 im Jahr 1992 verglichen.

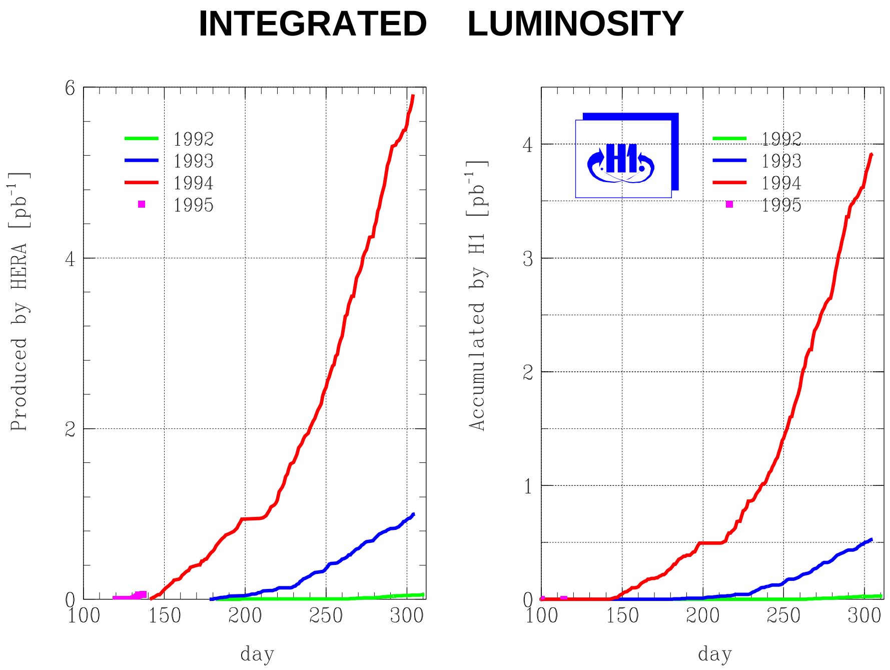



Abbildung 3.3: *Die während des Beschleunigerbetriebs gemessene integrierte Luminosität, die von HERA produziert wurde (links) und die vom H1–Experiment für die Physikanalyse vorselektiert wurde (rechts), für die Jahre 1992-94.*

Für die Luminositätsmessung an der $ep$–Beschleunigeranlage wird der Nachweis von Bremsstrahlungsprozessen $ep \to e\gamma + p$ genutzt, d.h. das Elektron wird im elektromagnetischen Feld des Protons abgebremst und der Energieverlust in ein reelles Photon umgesetzt. Da der Viererimpulsübertrag bei dieser elastischen $ep$–Reaktion sehr klein ist ($-q^2 \ll M^2_{\mathrm{Proton}}$), wird die Bewegung des Protons nicht wesentlich gestört, und es entweicht unentdeckt. Das Elektron bzw. das Photon werden unter sehr kleinen Winkeln bzgl. des einlaufenden Elektrons gestreut und können in geeigneten Detektoren nachgewiesen werden, s. Abschnitt 3.3. Die Energien des gestreuten Elektrons $E'_e$ und des Photons $E_\gamma$ sind durch die Relation $E_e = E'_e + E_\gamma$ begrenzt. Der Streuquerschnitt kann im streng relativistischen Grenzfall und der Annahme sehr kleiner Streuwinkel mit der *Bethe–Heitler*–Formel exakt berechnet werden [73]. Die beobachtete Bremsstrahlungsrate liefert damit einen Luminositätswert, s. Abbildung 3.3.

Die Entwicklung der Luminosität bei HERA über die letzten drei Jahre ist sehr ermutigend, stellen doch die im Vergleich zu den Experimenten mit ruhendem Target geringen Teilchendichten bei den Collider–Experimenten eine große Herausforderung dar, statistisch signifikante Ereignisraten in kurzer Zeit aufzuzeichnen.

## 3.3 Der Detektor H1

Das HERA–Experiment H1 wurde im Jahr 1985 von Wissenschaftlern aus 24 Instituten aus 6 Ländern initiiert [74]. Nach ca. 7–jährigen Planungs–und Bauarbeiten konnten am 31. Mai 1992 die ersten tief inelastischen $ep$–Wechselwirkungen aufgezeichnet werden.

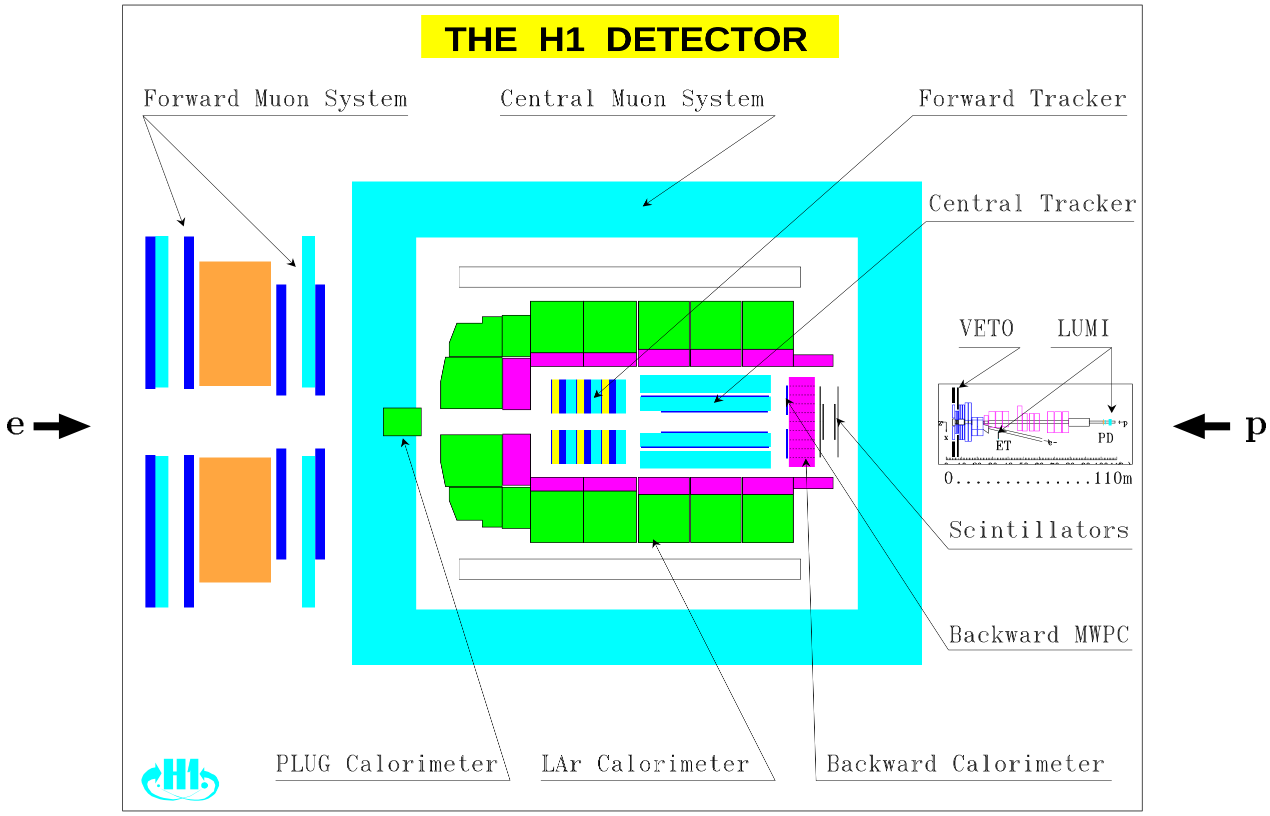



Abbildung 3.4: *Konfiguration des Detektors H1 im Jahr 1993 in der Seitenansicht. Die Detektorkomponenten werden im Text erläutert.*

Der Detektor H1 ist, wie der zweite bei HERA installierte Detektor ZEUS, ein nahezu den ganzen Raumwinkel abdeckendes Nachweisgerät für die in $ep$–Kollisionen entstehenden Elektronen, Myonen und hadronischen Endzustandsteilchen. Abbildung 3.4 zeigt den prinzipiellen Aufbau des Detektors, dessen Gesamtgröße $12 \times 15 \times 10\ m^3$ und dessen Gewicht ca. $2800\,t$ beträgt. Der Detektor besteht im wesentlichen aus Kalorimetern, Drift– und Proportionalkammern und Myondetektoren, die zylindersymmetrisch um die Strahlachse aufgebaut sind, und einem Luminositätsmeßsystem.

Im folgenden Abschnitt werden jene Detektorkomponenten beschrieben, die für die hier beschriebene Analyse tief inelastischer $ep$–Ereignisse besonders wichtig sind. Die Protonstrahl– oder Vorwärtsrichtung definiert hierbei die $+z$–Achse des benutzten Koordinatensystems mit dem nominalen Wechselwirkungspunkt (0,0,0) als Ursprung. Eine detaillierte Beschreibung des Detektors findet sich in [75].

**Messung der Energie der Elektronen** (`Backward and LAr Calorimeter`)
Für die Messung der Energie der tief inelastisch gestreuten Elektronen gibt es in Abhängigkeit vom Polarwinkel $\theta_e$ zwei Hauptkomponenten:

- Rückwärtig, d.h. in einem Winkelbereich von $176^o > \theta_e > 153^o$, gestreute Elektronen werden in einem elektromagnetischen Kalorimeter **BEMC** (**B**ackward–**E**lectro–**M**agnetic–**C**alorimeter) nachgewiesen, das aus 88 Blei/Szintillator–Modulen (*Sampling* von 2.5 $mm$ Blei/4.0 $mm$ Szintillator – Schichten) besteht. Die Tiefe der Module entspricht ca. 22 Strahlungslängen, d.h. elektromagnetische Schauer werden nahezu vollständig eingeschlossen. Die Szintillationssignale werden mit Photodioden ausgelesen, um ca. das 100fache verstärkt und dann aufgezeichnet. Da der Molière–Radius ca. 3.4 $cm$ beträgt [76], genügt es, die über einen Bereich von $3 \times 3$ Zellen (*Modulen*) gemessene Energie zu einem `Cluster` zusammenzufassen, der somit die Energie $E_e'$ des gestreuten Elektrons definiert.

  Die Energieschwellen für die Clustererkennung sowie für die aus der Summe aller Cluster gebildete Energie im BEMC sind die Grundlage des Elektrontriggers, der für die Bedingungen des Jahres 1993 detailliert in [77] beschrieben wurde. Die Energieaufteilung über mehrere Module führt zu der Definition einer oberen Energieschwelle von 2.3 $GeV$, von der an die Clusterbildung einsetzt und entspricht der Bedingung, wonach das Zentrum des Clusters mindestens 30 - 40% der Elektronenergie enthalten möge. Benachbarte Zellen tragen nur dann zu der Gesamtenergie bei, wenn ihre Energie über einer Schwelle von 1.3 $GeV$, d.h. 3-4 $\sigma$ über dem Rauschen, liegt.

  Die Granularität des Kalorimeters wird durch die Abhängigkeit der in den Photodioden gemessenen Lichtausbeute von dem Auftreffpunkt des Teilchens erhöht und gestattet, das Zentrum des elektromagnetischen Schauers mit einer Genauigkeit von 1 bis 2 $cm$ zu rekonstruieren. Die Energieauflösung ergibt sich zu $\sigma(E)/E = 0.39/(E/GeV) \oplus 0.1/\sqrt{(E/GeV)} \oplus 0.017$ und setzt sich aus einem rauschabhängigen Term, einem durch die Samplingbauweise des Kalorimeters bedingten und einem konstanten Term zusammen [76]. Die Kalibrierung und die Bestimmung der Energieauflösung des BEMC wurden mit Teststrahlen am DESY (1-6 $GeV$) und am CERN (5-60 $GeV$) durchgeführt. Während des Runbetriebs erfolgte die Kalibration mit Ereignissen der kinematisch bedingten Singularität bei $x = E_e/E_p$, dem *kinematischen Peak*, im Vergleich mit Monte–Carlo–Modellen, s. Abschnitt 4.5. So erfolgte auch die Bestimmung der Unsicherheit der absoluten Energieskala von 1.7%.

- Die zentral und vorwärts gestreuten Elektronen ($153^o > \theta_e > 4^o$) werden in der elektromagnetischen Sektion des Flüssig–Argon–Kalorimeters **LAr** (**L**iquid–**Ar**gon–**C**alorimeter) erfaßt. Das LAr–Kalorimeter besteht aus 8 Modulen längs der Strahlachse. Die grundlegende Struktur des elektromagnetischen Teils mit einer Tiefe von ca. 20 Strahlungslängen bilden fein segmentierte Zellen aus 2.4 $mm$ dicken Bleiabsorberplatten, deren 2.35 $mm$ großen Zwischenräume mit flüssigem Argon gefüllt sind, und die abwechselnd als Auslese– oder Hochspannungseinheit konfiguriert sind. Die Energieauflösung beträgt $\sigma(E)/E \simeq 0.12/\sqrt{(E/GeV)} \oplus 0.01$ bei einer absoluten Genauigkeit der Energieskala von 3%.

**Messung der Energie der Hadronen** (`LAr and PLUG Calorimeter`)
Hadronen bzw. hadronische Jets werden in dem hadronischen Teil des LAr–Kalorimeters nachgewiesen, der sich direkt dem elektromagnetischen anschließt. Als hadronische Absorber wurden 19 $mm$ dicke Edelstahlplatten in das flüssige Argon eingebettet. Die bei einem Teilchendurchgang entstehenden Ladungsträger werden ebenso wie im elektromagnetischen Teil in Auslesezellen gesammelt und über Vorverstärker weiterverarbeitet. Insgesamt werden im LAr–Kalorimeter ca. 45000 Kanäle ausgelesen, deren Signale einerseits für einen schnellen Triggerzweig und andererseits für die exakte Ladungsbestimmung aufgeteilt werden. Das LAr–Kalorimeter hat für Hadronen eine Tiefe von 5–8 Wechselwirkungslängen.

Das LAr–Kalorimeter ist nichtkompensierend. Die Reaktion auf Hadronen ist ca. 30% geringer im Vergleich zu der auf Elektronen, was eine Korrektur der hadronischen Energieskala erforderlich macht. Daher wird für die Rekonstruktion der Energien der Umstand ausgenutzt, daß sich die hadronische Schauerentwicklung im wesentlichen auf eine gut lokalisierte elektromagnetische und eine ausgedehnte hadronische Komponente aufteilen läßt. Durch die feine Segmentierung ist die statistische Trennung in den korrekt gemessenen elektromagnetischen und den zu korrigierenden hadronischen Energiebeitrag möglich. Die gegenwärtige Unsicherheit der hadronischen Energieskala ist 6% und wurde durch Studien der Transversalimpuls ($p_\perp$)–Balance tief inelastischer Ereignisse abgeschätzt. Die Auflösungsfunktion der Energie beträgt $\sigma(E)/E \simeq 0.5/\sqrt{(E/GeV)} \oplus 0.02$.

Die hadronische Messung in Vorwärtsrichtung für das Akzeptanzgebiet zwischen dem LAr–Kalorimeter und der Strahlröhre, $4^o > \theta > 0.6^o$, wird durch ein kleines Kalorimeter **PLUG** (PLUG Calorimeter) abgedeckt. Dieses Kalorimeter besteht aus Kupferabsorbern und Silizium–Flächendetektoren, die in 8 Ebenen angeordnet sind. Das PLUG hat für elektromagnetische Teilchen ein Strahlungslänge von ca. $45\,X_0$ und eine hadronische Wechselwirkungslänge von ca. $4\,\lambda$.

Das BEMC stellt für Hadronen (im wesentlichen Pionen) nur ca. eine Wechselwirkungslänge dar und z.B. aufschauernde Pionen von 30 $GeV$ verlieren nur ca. 45% ihrer Energie [78], was eine sinnvolle hadronische Messung im rückwärtigen Bereich sehr erschwert. Eine hadronische Auflösung von $\sigma(E)/E \simeq 0.8/\sqrt{(E/GeV)}$ kann erreicht werden, wenn die im instrumentierten Eisen deponierte hadronische Energie mitberücksichtigt wird.

**Spurkammersystem** (`Forward and Central Tracker, Backward MWPC`)
Die Spurerkennung geladener Teilchen erfolgt durch ein System von Drift– und Proportionalkammern, deren Signale zum Triggern, zur Spurrekonstruktion und Teilchenidentifikation verwendet werden. Es besteht aus einem Spurkammersystem für die Vorwärtsrichtung **FT** (**F**orward **T**racker) und den zentralen Detektorbereich **CT** (**C**entral **T**racker) sowie einer rückwärtigen Proportionalkammer **BPC** (**B**ackward Multi–Wire–**P**roportional–**C**hamber). Das Spurkammersystem und die Kalorimeter befinden sich innerhalb des Magnetfeldes einer supraleitenden Spule, die von einem Eisenjoch umgeben ist.

Der Spurdetektor in Vorwärtsrichtung ist für den hohen Fluß hadronischer Teilchen in Richtung des Protonstrahls konzipiert worden, der auf Grund der Asymmetrie zwischen der Elektron– und Protonenergie zu erwarten ist. Der Vorwärtsdetektor besteht aus drei Modulen, die je aus einer planaren und einer radialen Driftkammer und einer Proportionalkammer aufgebaut sind. Die Hiterkennung erfolgt für den Winkelbereich $25^o > \theta > 7^o$ mit einer Genauigkeit von $\sigma_{r\phi} = 170\ \mu m$ und $\sigma_{xy} = 210\ \mu m$.

Im zentralen Spurdetektor werden geladene Teilchen mit Polarwinkeln von $165^o > \theta > 15^o$ akzeptiert. Grundlage der Spurrekonstruktion bilden die Signale von zwei großen konzentrischen Driftkammern (CJC1, CJC2) mit parallel zum Strahl ausgerichteten Drähten und in radialer Richtung geneigten Driftzellen. Die Neigung der Drahtebenen wird zur auf 1 $ns$ präzisen Bestimmung des Ereignis–Zeitpunkts $t_0$ ausgenutzt. Raumpunkte in der Driftebene $(r, \phi)$ können mit einer Unsicherheit von $\sigma_{r\phi} = 170\ \mu m$ aufgelöst werden. Entlang der Drähte, d.h. in $z$–Richtung, beträgt die Auflösung eines Spurpunkts etwa $\sigma_z \leq 3\ cm$. Darüberhinaus dienen die Signale der Messung der Transversalimpulse $p_\perp$ der Spur mit einer Impulsauflösung von $\sigma_{p_\perp}/{p_\perp}^2 \simeq 10^{-2}\ GeV^{-1}$ sowie der Rekonstruktion des Ionisationsenergieverlustes $dE/dx$ zur Teilchenidentifikation.

Die Messung der Spuren in $z$ werden durch eine unterhalb der CJC1 gelegene innere Driftkammer (CIZ) und eine zwischen CJC1 und CJC2 befindliche äußere Driftkammer (COZ) komplementiert. Die in diesen Kammern rekonstruierten Spurpunkte haben eine Genauigkeit von $\sigma_z \simeq 300\ \mu m$. Durch CIZ und COZ fixierte Spuren führen zu einer Verbesserung der Auflösung des Wechselwirkungspunkts in $z$ von etwa 2 $cm$ auf 2 $mm$ [79].

Mit Hilfe der Proportionalkammern, deren Flächenelemente (*Pads*) schneller als der Bunchabstand von 96 $ns$ ausgelesen werden und ein Triggersignal liefern, kann zwischen Spuren aufeinanderfolgender $ep$–Kollisionen differenziert werden. Die zwischen der Strahlröhre und der CIZ eingebaute innere Proportionalkammer (CIP) und eine äußere, vor der CJC2 befindliche Proportionalkammer (COP) haben eine Zeitauflösung von 21 $ns$ und stellen eine unabhängige Bestimmung des Zeitpunkts $t_0$ der Wechselwirkung für den Trigger zur Verfügung.

Die rückwärtige Vieldraht–Proportionalkammer BPC besteht aus 4 um $45^o$ gegeneinander geneigten Ebenen mit einer Winkelakzeptanz von $174.5^o > \theta > 155.5^o$ bzgl. des nominalen Wechselwirkungspunkts. Die BPC ist direkt am BEMC befestigt und ermöglicht durch die Messung der Koinzidenz mit einer Energiedeposition die Trennung zwischen Photonen und Elektronen und die auf 2 $mm$ genaue Bestimmung des Eintrittsortes geladener Teilchen in das Rückwärtskalorimeter. Die BPC ist neben dem BEMC eines der wichtigsten Detektorelemente für die Analyse tief inelastischer Ereignisse für Werte $Q^2 < 100\ GeV^2$, s. Abschnitt 4.3. Die für Elektronen erreichte $\theta_e$–Auflösung beträgt etwa 2.5 $mrad$.

**Magnete** Das Hauptmagnetsystem des H1–Detektors besteht aus einem supraleitendem Solenoiden und einem das Feld zurückführenden Eisenjoch, wodurch über den Bereich der Spurkammern ein nahezu homogenes, parallel zu der Strahlachse verlaufendes Magnetfeld von 1.15 $T$ erzeugt wird. Die Wirkung der Spule auf den Teilchenstrahl wird durch einen in Rückwärtsrichtung bei ca. $z = -4.4\ m$ installierten supraleitenden Magneten kompensiert.

**Myonenmessung** `(Central and Forward Muon System)`
Bei HERA enstehen hochenergetische Myonen u.a. durch semileptonische Zerfälle von $\pi-$ und $K$–Mesonen, was die Erkennung der Myonen auch innerhalb eines hadronischen Jets interessant macht. Die Identifizierung von Myonen erfolgt im zentralen Bereich $(171^o > \theta > 4^o)$ durch 16 innerhalb des Eisenjochs befindlichen Lagen Streamerröhren. Die Messung der hadronischen Energie mit einer Genauigkeit von $\simeq 1.0/\sqrt{(E/GeV)}$ erfolgt durch das analoge Auslesen von Elektroden, die auf den Streamerkammern aufgebracht wurden. Mit Hilfe des Myonsystems können auch Untergrundereignisse selektiert werden, die durch kosmische bzw. durch Wechselwirkungen des Protonhalos entstandene Myonen ausgelöst wurden. Weiterhin befindet sich in Vorwärtsrichtung, $17^o > \theta > 3^o$, ein Myonenspektrometer (Forward Muon System), das aus mehreren ebenen Driftkammern für die Spurmessung und einem toroidförmigen, normalleitenden Magneten mit radial verlaufenden Feldlinien von (1.5–1.75) $T$ für die Impulsmessung besteht.

**Flugzeitsystem** (`Scintillators, VETO`)
Ein Szintillator–Flugzeitsystem **ToF** (**T**ime **o**f **F**light System) befindet sich hinter dem BEMC, um durch Wechselwirkungen des Protonstrahls mit Restgasmolekülen oder Kollimatormaterial entstehenden Untergrund durch die zeitliche Trennung (ca. 13 $ns$ Abstand) von $ep$–Wechselwirkungssignalen zu unterdrücken. Seine Position ist so gewählt, daß neben der guten Zeitauflösung von 4 $ns$, die maximale Bedeckung des Detektors gewährleistet ist. Das Flugzeitsystem ist ein Hodoskop, das aus 2 Ebenen 3 $cm$ dicker Plastikszintillatoren bei $z = -1.95\ m$ bzw. $-2.25\ m$ besteht, wobei die erste Ebene mit einer Größe von $317 \times 317\ mm^2$ 4 Module des BEMC abdeckt. Die Szintillatoren sind senkrecht zur Strahlröhre montiert und werden durch Photovervielfacher ausgelesen. Die um das 40fache verstärkten Signale der beiden Ebenen werden zeitlich aufgelöst und Zeitfenstern zugeordnet, die durch das HERA–Zeitsignal mit Untergrund– oder $ep$–Ereignissen korreliert sind. Nach dem Verknüpfen der Signale jeder Wand durch ein logisches `ODER`, bilden beide Ebenen in Koinzidenz ein endgültiges ToF–Triggerelement. Der ToF–Untergrundtrigger liefert eines der wichtigsten Kriterien für die Unterdrückung von Untergrundereignissen und wird daher als Vetobedingung von den meisten Subtriggern genutzt, was zum Absenken der Gesamttriggerrate auf etwa 1% führt.

Zusätzlich zu dem Flugzeitsystem wurden zwei Szintillator Vetowände (VETO) bei $z = -6.5\ m$ bzw. $-8.1\ m$ installiert, die mit einer Zeitauflösung von $\pm 3\ ns$ Teilchen aus Untergrundereignissen durch Koinzidenzen zwischen zwei Szintillatoren identifizieren können.

**Luminositätsmeßsystem** (`LUMI`)
Die Photonen und Elektronen des Bremsstrahlungsprozesses $ep \to ep\gamma$ werden im H1–Luminositätssystem nachgewiesen. Photonen, die kollinear zum einlaufenden Elektron abgestrahlt werden, deponieren ihre Energie im $100 \times 100\ mm^2$ großen Photondetektor **PD** (**P**hoton **D**etector), der sich bei $z = -102.9\ m$ befindet. Der Photondetektor wird durch einen Bleifilter und einen Wasser–Čerenkov Zähler gegenüber Synchrotronstrahlung und zu früh auftretende Photonschauer geschützt. Die Geometrie des Detektors erlaubt den Nachweis von Photonen mit Streuwinkeln bis zu 0.45 $mrad$, was einer Akzeptanz von $\sim 98\%$ entspricht. Die Elektronen werden durch die HERA–Strahlmagneten abgelenkt und treffen auf den $154 \times 154\ mm^2$ großen Elektrontagger **ET** (**E**lectron **Tagger**) bei $z = -33.4\ m$, der wie der Photondetektor aus KRS-15 Kristallen (78% TlCl+22%TlBr) besteht. Beide Detektoren haben eine Energieauflösung $\sigma_E/E \simeq 10\%/\sqrt{(E/GeV)} \oplus 1\%$. Im Gegensatz zum Photondetektor ist die Akzeptanz des Elektrontaggers empfindlich gegenüber Änderungen der Strahloptik. Ein Strahlversatz während des Runbetriebes, der typischerweise um 0.1 $mrad$ beträgt, wird daher mittels der im Photondetektor rekonstruierten Photonen mit einer Genauigkeit von 0.01 $mrad$ bestimmt.

Der Elektronentagger des Luminositätssystems dient zudem für den Nachweis eines Teils jener Elektronen, die bei Wechselwirkungen mit sehr kleinen Impulsüberträgen $3 \cdot 10^{-8} < Q^2 < 10^{-2}\ GeV^2$ in dessen Akzeptanzbereich gestreut werden. Durch die geringe Virtualität des Photons bei dieser Reaktion spricht man auch von Kollisionen mit quasireellem Photon oder Photoproduktions ($\gamma p$)–Wechselwirkungen.

**Luminositätsmessung** [80] Für die Berechnung des inklusiven Streuquerschnitts ist die genaue Kenntnis der Luminosität erforderlich und deren Fehler muß als zusätzliche systematische Unsicherheit berücksichtigt werden. Die Bestimmung der Luminosität des Jahres 1993 wird daher ausführlich im nächsten Abschnitt beschrieben.

Die Messung der Bremsstrahlungsereignisrate ($\sim 15\ kHz$ für durchschnittliche Luminositätsraten 1993, $\sim 50\ kHz$ für die Designwerte) durch $e\gamma$–Koinzidenzen ermöglicht das

Monitorieren der Luminosität während des Beschleunigerbetriebs, s. Abbildung 3.5. Das damit verknüpfte Triggersystem liefert totzeitfreie und voneinander unabhängige Entscheidungen, die zur Ereignisklassifikation genutzt werden und verschiedene Selektionsmethoden von Bremsstrahlungsereignissen ermöglichen. Die endgültige Messung der integrierten Luminosität wird in nachfolgenden (*offline*) Analysen durchgeführt und basiert auf drei Kategorien von Bremsstrahlungsereignissen:

- Das Elektron und das Photon werden nachgewiesen mit $E'_e \geq 5\ GeV$, $E_\gamma \geq 5\ GeV$ und $23\ GeV \leq E'_e + E_\gamma \leq 30\ GeV$ ($e\gamma$–Koinzidenzen).

- Nur das Photon wird nachgewiesen mit $E_\gamma \geq 10\ GeV$ (*harte* $\gamma$–Strahlungsrate).

- Eine Stichprobe von zufälligen Koinzidenzen von Bremsstrahlungsereignissen mit tief inelastischen $ep$–Wechselwirkungen ($DIS$) wird ausgewählt, d.h. im zentralen Detektor wird auf einen elektromagnetischen Energieeintrag $E'$ im BEMC $E' \geq 25\ GeV$ getriggert und gleichzeitig eine Photonenergie $E_\gamma \geq 5\ GeV$ nachgewiesen ($DIS$–$\gamma$–Koinzidenz). Diese Stichprobe ist wichtig zur Kontrolle der Effektivitäten der Luminositätstrigger.

Die zusätzlich analysierte Klasse der QED–Compton–Ereignisse, wo sowohl das Elektron als auch das Photon unter großen Winkeln gestreut und daher im zentralen Detektor nachgewie-

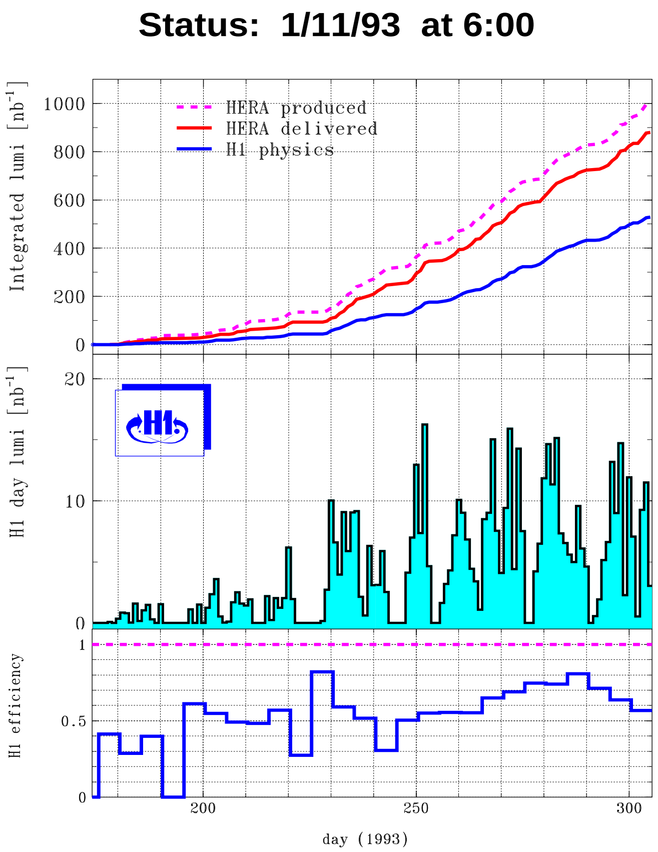



Abbildung 3.5: *Zeitliche Entwicklung der während des Beschleunigerbetriebs gemessenen integrierten Luminosität über das Jahr 1993 mit einer durchschnittlichen Effektivität des H1–Experiments von 60%.*

sen werden, dient der unabhängigen Kontrolle.

Die Berechnung der durschnittlichen Luminosität in einem Zeitintervall $\Delta t$ für die statistisch bedeutsamen ersten beiden Methoden erfolgt dann nach der Formel:

$$L = \frac{N_{data}(\Delta t) - N_{bgr}(\Delta t)}{\sigma_{BH}^{acc}\Delta t}, \tag{3.1}$$

wobei $N_{data}$ die Anzahl der selektierten Ereignisse, $N_{bgr}$ die Anzahl der Untergrundsereignisse und $\sigma_{BH}^{acc}$ der auf die Akzeptanz korrigierte *Bethe–Heitler*–Streuquerschnitt ist. Die zeitabhängige Anzahl der Untergrundereignisse $N_{bgr}$ bedingt durch Bremsstrahlungsreaktionen an Restgasmolekülen innerhalb der Strahlröhre kann mit Hilfe der Bremsstrahlungsrate der $e$–Pilot–Bunche kontrolliert werden. $N_{bgr}$ ergibt sich aus dem Verhältnis des Gesamtstromes der Elektronen $I_{all}$ zu dem Strom der $e$–Pilot–Bunche $I_{pilot}$ und der Anzahl der $e$–Pilot–Bremsstrahlungsereignisse $N_{pilot}$:

$$N_{bgr}(\Delta t) = \frac{I_{all}}{I_{pilot}} N_{pilot}(\Delta t). \tag{3.2}$$

Die Annahme, auf der die Relation basiert, daß der $e$–Pilot– sowie der kollidierende $e$–Strahl die gleiche Untergrundrate pro Stromeinheit aufweisen, gilt hierbei mit einer Genauigkeit von $\leq 1\%$. Insgesamt ergibt sich für die Analysen eine Unsicherheit bei der Subtraktion der Untergrundereignisse von 1.5 %.

Eine der Hauptquellen der systematischen Fehler ist die Berechnung von $\sigma_{BH}^{acc}$, die bei dem Koinzidenzverfahren (3%) durch die Kenntnis der Elektrontaggerakzeptanz bzw. bei der Bestimmung mit der harten $\gamma$–Rate (1.7%) durch die Genauigkeit der absoluten Energiekalibration des Photondetektors dominiert wird. Die Berechnung der Triggereffektivitäten liefern einen Beitrag von 1% ($e\gamma$) bzw. 2% ($\gamma$–Rate). Die Größe der systematischen Fehler wird durch die statistisch kleinen Stichproben der zufälligen Koinzidenzen und der QED–Compton–Ereignisse auf einige Prozent kontrolliert.

Eine zusätzliche Komplikation bei der Bestimmung der Luminosität aus dem Akzeptanzbereich des zentralen Detektors stellen die sogenannten *Satelliten*–Teilchenbunche dar. Diese Satelliten–Bunche können sich während der Vorbeschleunigungsphase bzw. der Injektionsphase des Protonstrahls bilden. Dabei verteilt sich ca. 10% des Protonstroms in Abständen, die ein Vielfaches von $\pm 4.8$ $ns$ betragen, zwischen den hauptsächlichen Protonbunchen und trägt durch Wechselwirkungen außerhalb des zentralen Bereichs zu der Luminositätsmessung bei. Dieser unerwünschte Luminositätszuwachs wurde mittels der Verteilungen der Wechselwirkungpunkte der inelastischen $ep$–Wechselwirkungen ($\gamma p$ und $DIS$) und der QED–Compton–Ereignisse zu $(3.3^{+3.0}_{-0.8})$% für die Bremsstrahlungereignisse bzw. zu $(3.6 \pm 2.5)$% für die Compton–Ereignisse abgeschätzt.

Alle vier Methoden ($e\gamma$–Koinzidenz, $\gamma$–Rate, $DIS$–$\gamma$–Koinzidenz, QED–Compton–Ereignisse) liefern vergleichbare Werte für die totale integrierte Luminosität mit einem systematischen Fehler von 4.5%, der die Korrektur auf die Satelliten–Teilchenbunche einschließt.

**Trigger** Aufgabe des Triggersystems ist das schnelle Konvertieren von Analoginformationen, wie z.B. Energieschwellen der Kalorimeter, in Triggerelemente, die durch hierarchisch angeordnete Kombinationen eine rasche Trennung der interessierenden $ep$–Kollisionen von Untergrundereignissen ermöglichen.

Im Vergleich zum $ep$–Streuquerschnitt, der für die geplanten Luminositätswerte einem zu erwartenden tief inelastischen Ereignis und ca. 200 Photoproduktionsereignissen pro Sekunde entspricht, erreichen die Raten für Wechselwirkungen des Protonstrahls mit Restgasen des Vakuums[2] etwa $10^3$ $Hz$ bzw. die des Protonstrahlhalos mit Elementen der Strahlröhre ca. $5 \cdot 10^4$ $Hz$. Ursache für durch den Elektronenstrahl induzierten Untergrund ist im wesentlichen Synchrotronstrahlung, deren Hauptanteil durch in die Strahlröhre eingebauten Masken (Kollimatoren) vom Detektor ferngehalten wird. Für nominale Betriebsbedingungen werden ungefähr 0.1 durch Synchrotronstrahlung verursachte Treffer pro Kollision in der zentralen Spurkammer erwartet[3].

Das wichtigste Unterscheidungsmerkmal zwischen $ep$– und Untergrundereignissen ist der Ursprungsort der Wechselwirkung, da die erwünschten Kollisionen nur im Bereich des nominalen Wechselwirkungspunkts stattfinden. Für die Rekonstruktion des Wechselwirkungspunkts werden daher folgende Spurinformationen verwendet, die dann die Grundlage für entsprechende Triggerelemente bilden:

- Die im ToF gemessenen Flugzeit zeigt an, ob das Ereignis innerhalb oder außerhalb des Detektors stattgefunden hat (`ToF Trigger`).
- Die in der zentralen Spurkammer gemessenen Spurpunkte werden zu Trackelementen in der $(r, \phi)$–Ebene (senkrecht zur Strahlebene) verbunden und ergeben nach einer globalen Anpassung relativ zur Strahlachse die Orientierung des Ereignisses in dieser Ebene (`Central Jet Chamber Trigger`).
- Die Signale der Zentral– und Vorwärts–Proportionalkammern werden für die erste Abschätzung der $z$–Position des Ereignisses verwendet ($z$`-Vertex Trigger`).

Die Untergrundrate innerhalb des Detektorbereiches kann weiterhin durch Selektionskriterien unterdrückt werden, die an die physikalisch definierte Ereignistopologie gebunden sind und das Zusammenfassen der Ereignisse in Klassen erlauben. Tief inelastische Ereignisse zeichnen sich i.A. durch Elektronen und Jets mit hohen Transversalimpulsen aus und werden durch Triggerelemente klassifiziert, die aufbauend auf den im BEMC– bzw. LAr–Kalorimeter deponierten elektromagnetischen Energien die Elektronidentifikation gestatten.

Die Synchronisation des Auslesens der Subdetektoren mit dem Zeitpunkt der Kollision, wobei der Abstand der Bunche von 96 $ns$ = 1 $BC$ (*Bunch Crossing*) als Zeiteinheit dient, erlaubt den Aufbau eines mehrstufigen Gesamttriggersystems. Durch die unterschiedlichen Auslesezeiten, z.B. 13 $BC$ beim LAr–Kalorimeter bedingt durch die Integrationszeiten der Vorverstärker bzw. 11 $BC$ gegeben durch die längst mögliche Driftzeit von 1 $\mu s$ für die zentralen Driftkammern, ist ein Zwischenspeichern der Information in sogenannten *Pipelines* erforderlich.

Die Triggerentscheidung der ersten Stufe **L1** (**Level–1**) steht nach ca. 24 $BC$ zur Verfügung, wobei bis zu 128 Subtrigger durch ein logisches `ODER` verknüpft werden. Die nachfolgende Rückkopplung zu den in den Pipelines gespeicherten Informationen der Subdetektoren erhöht die benötigte Zeit auf 27–35 $BC$ und kann nur auf Grund der geringen durchschnittlichen Wechselwirkungsrate von 50–100 $kHz$ realisiert werden. Der L1–Trigger arbeitet totzeitfrei[4] und reduziert die Rate der registierten Ereignisse auf ca. 1 $kHz$.

Zwei weitere, parallel startende Triggerstufen **L2** und **L3** mit Auswertezeiten von $\simeq 20$ $\mu s$ bzw. $100 - 800$ $\mu s$ sollen die Raten weiter unter Berücksichtigung komplexer Korrelationen zwischen den Subdetektoren verringern, führen jedoch durch das Unterbrechen der

[2] Bei $1 - 2 \cdot 10^{-9}$ $mbar$ beträgt der Sticksoff–Proton–Streuquerschnitt ca. 200 $mb$.

[3] Dieser Untergrund reduziert sich mit kleineren Teilchenströmen und kann effektiv durch einen Spurtrigger bzw. durch BPC–BEMC Koinzidenzen für kleine Streuwinkel unterdrückt werden.

[4] Durch das Pipeline–Verfahren beginnt die Totzeit erst mit dem vollständigen Auslesen aller Subdetektorinformationen, wenn das Ereignis aufgezeichnet werden soll.

Datennahme während ihrer Aktivierung zu einer Erhöhung der Totzeit. 1993 waren diese beiden Triggerebenen noch nicht implementiert.

Asynchron zu den Stufen 2 und 3 verarbeitet ein Software–Trigger **L4** auf der Grundlage schneller Prozessoren die L1–Triggerentscheidungen. Nach einer ersten, während des Beschleunigerbetriebs durchgeführten Rekonstruktion u.a. des Wechselwirkungspunkts, der Teilchenspuren und der in den Kalorimetern deponierten Energien müssen die gesamten Rohdaten eines Ereignisses in je einem der Prozessoren Filter passieren. Daher wird diese Stufe auch L4–Filter Farm genannt. Die Entscheidungsfindung der Farm basiert auf dem logischen Verknüpfen von numerischen oder logischen Werten, wobei ca. 1% der nicht akzeptierten Ereignisse zur Kontrolle mitaufgezeichnet werden. Vorrangig das Ausnutzen der im Vergleich zur ersten Stufe detaillierteren Spurinformationen bewirkt eine Reduktion des Untergrundes und der damit endgültig zu registrierenden Ereignisrate auf ca. 5 *Hz*. Die auf Magnetbändern, den sogenannten **POT**'s (**P**hysics **O**utput **T**ape), gespeicherten Rohdaten werden in Ereignisklassen geordnet.

## 3.4 Die Kinematik bei HERA

Die Messung der Lorentz–invarianten Variablen $x$, $y$ und $Q^2$ der tief inelastischen $ep$–Streuung kann bei HERA über den Nachweis des leptonischen sowie des hadronischen Endzustandes erfolgen. Die daraus resultierende Redundanz der Messung erlaubt die Größe der systematischen Fehler zu kontrollieren und die Rekonstruktion des Streuquerschnitts in der $(x, Q^2)$–Ebene optimal zu gestalten.

Die Vierervektoren des ein– und auslaufenden Elektrons, $\mathbf{k}$ und $\mathbf{k}'$, sowie des einlaufenden Protons, $\mathbf{P}$, und der Summe der hadronischen Endzustandsteilchen, $\mathbf{P}'$, können in Abhängigkeit von den im Laborsystem gemessenen Energien und Streuwinkeln geschrieben werden, siehe Darstellung 3.6:

$$\mathbf{k} = \begin{pmatrix} E_e \\ 0 \\ 0 \\ -E_e \end{pmatrix}, \quad \mathbf{k}' = \begin{pmatrix} E_e' \\ E_e' \sin\theta_e \, \cos\phi \\ E_e' \sin\theta_e \, \sin\phi \\ E_e' \cos\theta_e \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P} = \begin{pmatrix} E_p \\ 0 \\ 0 \\ E_p \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}' = \begin{pmatrix} E_h \\ p_{x\,h} \\ p_{y\,h} \\ p_{z\,h} \end{pmatrix}. \tag{3.3}$$

| | |
|---|---|
| $E_e$ | Energie des einlaufenden Elektrons |
| $E_p$ | Energie des einlaufenden Protons |
| $E_e'$ | Energie des gestreuten Elektrons |
| $E_{\rm jet}$ | Energie des gestreuten Quarks |
| $\theta_e$ | Polarer Streuwinkel des Elektrons |
| $\theta_h$ | Polarer Streuwinkel des Quarks |

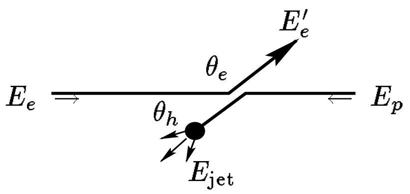



Abbildung 3.6: *Definition der Variablen* $E_e'$, $E_{\rm jet}$, $\theta_e$ *und* $\theta_h$.

Für eine modellunabhängige Beschreibung der inklusiven $ep$–Streuung sollten die Variablen folgenden Bedingungen genügen:
1) Die gewählten Variablen sollten insensitiv gegenüber Teilchenverlusten in der Strahlröhre sein, $5^o \leq \theta_h$ und $\theta_e \leq 175^o$.
2) Die extrahierten Variablen sollten unabhängig vom Fragmentationsmodell sein.
Es ist offensichtlich, daß rein leptonische Variablen diese Kriterien erfüllen und der Streuquer-

schnitt über diese herkömmliche Methode der Messung der Laborenergien und Streuwinkel des Elektrons bestimmbar ist.

Interessant ist die Rekonstruktion von hadronischen Variablen, die die Modellunabhängigkeit sichern, da die Produktion der massiven hadronischen Endzustandsteilchen aus der Fragmentation der Partonen und Gluonabstrahlung erfolgt. Unter der Annahme, daß die gemessene Verteilung der Hadronen der Richtung des gestreuten Quarks entspricht, kann der Fall der Erzeugung masseloser Endzustandsteilchen durch ein Parton $x$ mit dem massiver Teilchen durch ein Parton $\xi$ durch kinematische Überlegungen verknüpft werden. Die Viererimpulserhaltung am hadronischen Vertex führt zu den Relationen:

$$\left.\begin{array}{r}(\mathbf{q}+x\mathbf{P})^2=(\mathbf{P}')^2=0\\(\mathbf{q}+\xi\mathbf{P})^2=(\mathbf{P}'_\mathbf{M})^2=M_h^2\end{array}\right\}\rightarrow\xi=x\left(1+\frac{M_h^2}{Q^2}\right). \tag{3.4}$$

Die Anwendung der Impuls– und Energieerhaltung

$$\left.\begin{array}{r}\mathbf{q}+x\mathbf{P}=\mathbf{P}'\\\mathbf{q}+\xi\mathbf{P}=\mathbf{P}'_\mathbf{M}\end{array}\right\}\begin{array}{l}E_M=E_h+\frac{M_h^2}{Q^2}\,xE_p\\p_{z\,M}=p_{z\,h}+\frac{M_h^2}{Q^2}\,xE_p\end{array}\quad\text{und}\quad p_{\perp\,M}=p_{\perp\,h} \tag{3.5}$$

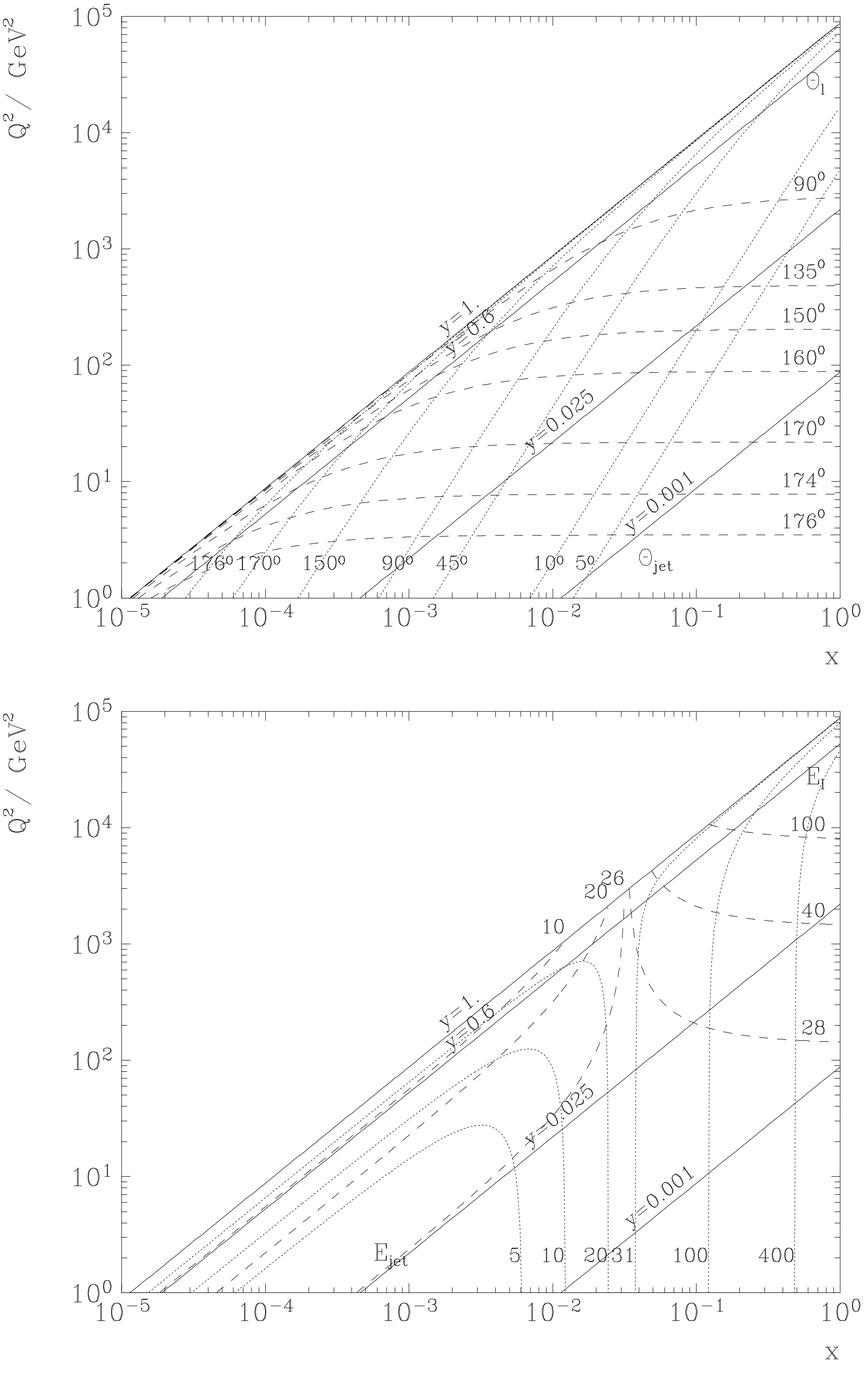
liefert die Größen, die unabhängig von der produzierten hadronischen Masse $M_h^2$ sind:
- der Transversalimpuls der erzeugten Hadronen, $p_{\perp\,h}$, und
- die Kombination $(E-p_z)_h$.

Diese beiden Variablen sind zusätzlich unempfindlich gegenüber Verlusten in der Strahlröhre in Vorwärtsrichtung, da für kleine Streuwinkel sowohl der Transversalimpuls, $p_{\perp\,h}\cong 0$, als auch $(E-p_z)_h$, $E_h\cong p_{z\,h}$, verschwinden. Die aus der Summe über alle Hadronen $h$ gebildeten Größen $p_{\perp\,h}$ und $(E-p_z)_h$ eignen sich somit für eine Parametrisierung des Stromjets, der dem fragmentierten Quark des Parton–Modells entspricht. Die Energie $E_{\text{jet}}$ und der Streuwinkel $\theta_h$ eines *masselosen* Objektes erlauben den hadronischen Fluß zu beschreiben:

$$\begin{aligned}E_{\text{jet}}&\equiv\frac{p_{\perp\,h}^2+(E-p_z)_h^2}{2(E-p_z)_h}=E_h-(1-x)E_p\\\cos\theta_h&\equiv\frac{p_{\perp\,h}^2-(E-p_z)_h^2}{p_{\perp\,h}^2+(E-p_z)_h^2}=\frac{1}{E_{\text{jet}}}\left(p_{z\,h}-(1-x)E_p\right).\end{aligned} \tag{3.6}$$

Die Definitionen von $E_{\text{jet}}$ und $\theta_h$ entsprechen somit im einfachen Quark–Parton–Modell der Energie und dem Winkel des gestreuten Quarks. Diese Interpretation ist unter Einbeziehung möglicher Gluonabstrahlung nicht mehr gültig, die Beschreibung der Kinematik der inklusiven $ep$–Streuung durch die obengenannten Gleichungen bleibt jedoch exakt.

**Isolinien** Die inklusive $ep$–Kinematik in der $(x,\,Q^2)$–Ebene und der den HERA–Experimenten zur Verfügung stehende Meßbereich wird in den Abbildungen 3.7a und b veranschaulicht. Die in den Abbildungen eingezeichneten Linien entsprechen den Bedingungen des Jahres 1993 mit den Parametern $E_e=26.7\;GeV$, $E_p=820\;GeV$ und einer Schwerpunktenergie von $\sqrt{s}=296\;GeV$. Die Genauigkeit der Variablenrekonstruktion für nicht–radiative $ep$–Ereignisse wird durch die Meßfehler von $[E'_e,\,\theta_e,\,E_{\text{jet}},\,\theta_h]$ bestimmt, deren Propagation in den $(x,Q^2)$–Phasenraum an Hand der Isolinien gut überblickt werden kann. In Gebieten, in denen die äquidistante Änderung der Eingangsgröße einen weiten Abstand der Isolinien in der $(x,Q^2)$–Ebene erzeugt, beeinträchtigen schon kleine Unsicherheiten der Meßgrößen die Auflösung in $x$ und $Q^2$. Im Gegensatz dazu, weisen Bereiche dichter Folgen von Isolinien auf stabile Regionen hin, in denen präzise Messungen möglich sind.




a)

b)

Abbildung 3.7: *Isolinien der Energien und der Streuwinkel in der* $(x,\ Q^2)$*–Ebene für die ep–Kinematik für* $E_e = 26.7$ *GeV und* $E_p = 820$ *GeV. Gezeigt werden die rekonstruierten Größen a) des Winkels des gestreuten Elektrons,* $\Theta_l = \theta_e$*, und des gestreuten Quarks (im QPM),* $\Theta_{\rm jet} = \theta_h$*, sowie b) die Energie des leptonischen,* $E_l = E_e'$*, und des hadronischen Endzustandes,* $E_{\rm jet} = E_h - (1-x)E_p$*.*

Die Linien konstanter Streuwinkel, $\theta_e$ und $\theta_h$, berechnen sich zu [81]

$$\begin{aligned} Q^2(x,\theta_e) &= sx/[1+xE_p\tan^2(\theta_e/2)/E_e], \\ Q^2(x,\theta_h) &= sx/[1+E_e\cot^2(\theta_h/2)/(xE_p)], \end{aligned} \tag{3.7}$$

siehe Abbildung 3.7a. Ebenso können Relationen für die Energien $E_e'$ und $E_{\rm jet}$ hergeleitet werden:

$$\begin{aligned} Q^2(x,E_e') &= sx(1-E_e'/E_e)/[1-xE_p/E_e] \\ Q^2(x,E_{\rm jet}) &= sx(1-E_{\rm jet}/(xE_p))/[1-E_e/(xE_p)]. \end{aligned} \tag{3.8}$$

Eine bemerkenswerte Konsequenz der Gleichungen (3.8) ist das Auftreten einer kinematisch bedingten Singularität bei $x_0 = E_e/E_p$ für die Energie des gestreuten Elektrons. Diese Singularität rührt von einem großen Phasenraumfaktor in den gewählten Variablen $x$ und $E_e'$ her, wenn die Quarkenergie gleich der Elektronstrahlenergie sowie $E_e' = E_e$ ist. Dies bewirkt die Trennung des Phasenraums in die Bereiche $x < x_0$ für Energien $[E_e', E_{\rm jet}] < E_e$ und $x > x_0$ für Energien $[E_e', E_{\rm jet}] > E_e$. Der größte Teil des Phasenraums in der $(x_e, Q_e^2)$–Ebene, siehe Abbildung 3.7b, wird durch den Energiebereich um den Wert $E_e' \cong E_e$ bestimmt und macht für die $(x, Q^2)$–Rekonstruktion eine sehr präzise Energiemessung erforderlich. Die begrenzte Energieauflösung des Detektors verursacht eine Verschmierung der Singularität zum sogenannten *kinematischen Peak*, vgl. auch Abb. 4.2a. Der größte Teil der inklusiven Daten wird durch das rückwärtige Kalorimeter BEMC, $176^o > \theta_e > 153^o$, erfaßt. Die Linien konstanten Elektronstreuwinkels $\theta_e$ verlaufen für nicht allzu kleine $x$–Werte nahezu senkrecht zur $Q^2$–Achse. Daher beschränkt sich eine Analyse der BEMC–Daten bei nominaler Vertex–Position auf die Werte $Q^2 < 100\ GeV^2$, während der Bereich hoher $Q^2 > 100\ GeV^2$ durch das Flüssig–Argon–Kalorimeter abgedeckt wird. Die Linien konstanter Energieüberträge zum Proton, d.h. konstanter $y$–Werte, sind für das Akzeptanzgebiet des BEMC nahezu parallel zu den Isoenergielinien in dem Bereich $E_e' < E_e$.

Für die Kinematik des hadronischen Flusses bzw. des gestreuten Quarks wird in der Abbildung 3.7a deutlich, daß die Ereignisse im Bereich des kinematischen Peaks mit Jets in Vorwärtsrichtung, $\theta_h \lesssim 90^o$, verbunden sind. Rückwärtig gestreute Quarkjets werden erst bei kleinen $x$–Werten, $x < 10^{-3}$, bedeutsam und erst ab $x \lesssim 10^{-4}$ geht der hadronische Schauer direkt in das BEMC. Aus Abbildung 3.7a folgt weiterhin, daß für eine hadronische $Q^2$–Bestimmung keine ausgezeichnete Meßgröße vorliegt. Insbesondere niederenergetische Quarkjets schränken den bei kleinen $x$ verfügbaren Phasenraum stark ein. Bei großen $x$–Werten, $x \gtrsim 10^{-2}$, werden die Isolinien der Jetenergie zunehmend parallel zu der $Q^2$–Achse und ermöglichen so eine gute Trennung der $x$–Werte in diesem Bereich.

## 3.5 Rekonstruktion der kinematischen Variablen

Die kinematischen Variablen $x$, $y$ und $Q^2$ sind über die Messung von $E_e'$ und $\theta_e$ bzw. $p_{\perp h}$ und $(E-p_z)_h$ sowie derer Kombinationen für ein gegebenes Quadrat der Schwerpunktenergie $s \cong 4\,E_eE_p$ rekonstruierbar. Die Skalenvariable $x$ ergibt sich aus der Relation $x = Q^2/sy$. Im folgenden Abschnitt werden die in dieser Arbeit verwendeten bzw. in Vergleichen zitierten Rekonstruktionsmethoden aufgeführt, weitere Methoden sind nachzulesen z.B. in [82].

1. Die **Elektron–Methode** *("E")* basiert auf der alleinigen Messung der Laborgrößen des Elektrons, $E_e'$ und $\theta_e$, und folgt direkt aus den im Kapitel 2 hergeleiteten kinematischen

Relationen:

$$y_e = 1 - \frac{E'_e}{E_e} \sin^2 \frac{\theta_e}{2} \qquad\qquad Q^2_e = \frac{E'^2_e \sin^2\, \theta_e}{1 - y_e}. \tag{3.9}$$

Die Abhängigkeit der rekonstruierten Elektronvariablen von den gemessenen Laborgrößen $E'_e$ und $\theta_e$ können analytisch durch die Partialableitungen berechnet werden. Die relativen Fehler für $x = x_e$ und $Q^2 = Q^2_e$ nehmen die Gestalt an ($x_0 = E_e/E_p$):

$$\begin{array}{llll} \frac{\partial Q^2}{Q^2}\Big|_{E'_e} & = \frac{dE'_e}{E'_e} & \frac{\partial Q^2}{Q^2}\Big|_{\theta_e} & = -\tan(\theta_e/2)\, d\theta_e \\ \frac{\partial x}{x}\Big|_{E'_e} & = \frac{1}{y}\frac{dE'_e}{E'_e} & \frac{\partial x}{x}\Big|_{\theta_e} & = \left[\frac{x}{x_0} - 1\right] \tan(\theta_e/2)\, d\theta_e. \end{array} \tag{3.10}$$

Aus den Gleichungen folgt sofort die sehr gute Auflösung in $Q^2_e$, mit der Einschränkung sehr kleiner Streuwinkel, $\theta_e \rightarrow 180^o$, wo die Winkelauflösung dominiert. Dagegen ist die Auflösung in $x$ stark von dem betrachteten $y$–Bereich in der Form $\sim 1/y_e$ abhängig. Der mit der Elektron–Methode zugängliche Phasenraum wird dadurch im wesentlichen auf das Gebiet $y_e > 0.05$ begrenzt.

2. Die **Jacquet-Blondel–Methode** *("JB")* geht auf einen Vorschlag von *Jacquet* und *Blondel* zurück [83] und nutzt die durch $p_{\perp\, h}$ und $(E - p_z)_h$ gegebenen Informationen am hadronischen Vertex:

$$y_{JB} = \frac{1}{2E_e} \sum_{\substack{i=1 \\ \text{h Hadronen}}}^{h} (E - p_z)_i \qquad\qquad Q^2_{JB} = \frac{p_{\perp\, h}}{1 - y_{JB}}. \tag{3.11}$$

Der Transversalimpuls $p_{\perp\, h}$ ergibt sich aus der Summe, $p_{\perp\, h} = (\sum_i^h p_{x\, i})^2 + (\sum_i^h p_{y\, i})^2$. Diese rein hadronische Beschreibung der Kinematik ist durch die Unbeobachtbarkeit der Neutrinos wesentlich für die Rekonstruktion von Ereignissen mit geladenen Strömen. Die Definitionen (3.6) gestatten das Umschreiben der *Jacquet–Blondel*–Variablen in Analogie zu den Elektronvariablen (Gl. (3.9):

$$y_{JB} = \frac{E_{\rm jet}}{2E_e}(1 - \cos\, \theta_h) \qquad\qquad Q^2_{JB} = \frac{E^2_{\rm jet} \sin^2\, \theta_h}{1 - y_{JB}}. \tag{3.12}$$

Die Auflösung in $(x, Q^2)$ ergibt sich aus der Fehlerfortpflanzung der hadronischen Meßgrößen:

$$\begin{array}{llll} \frac{\partial Q^2}{Q^2}\Big|_{E_{\rm jet}} & = \frac{2-y}{1-y}\frac{dE_{\rm jet}}{E_{\rm jet}} & \frac{\partial Q^2}{Q^2}\Big|_{\theta_h} & = -\frac{x}{x_0}\left(\frac{y}{1-y}\right)\, d\theta_h \\ \frac{\partial x}{x}\Big|_{E_{\rm jet}} & = \frac{1}{1-y}\frac{dE_{\rm jet}}{E_{\rm jet}} & \frac{\partial x}{x}\Big|_{\theta_h} & = \left[\frac{x}{x_0}\left(\frac{y}{1-y}\right) - 1\right] \tan(\theta_h/2)\, d\theta_h. \end{array} \tag{3.13}$$

Die Auflösungen in $Q^2_{JB}$ und $x_{JB}$ sind auf Grund des Faktors $\sim 1/(1-y)$ im Bereich $y \rightarrow 1$ vergleichsweise schlechter als die der leptonisch bestimmten Größen. Bei kleinen $y$–Werten wird die $Q^2$–Auflösung besser und hängt im wesentlichen von der $y$–Auflösung, $\sim dE_{\rm jet}/E_{\rm jet}$, ab bzw. wird bei sehr kleinen Werten durch die $\theta_h$–Auflösung beeinflußt. Ebenfalls bei kleinen $y$–Werten degradiert die Rekonstruktion in $x$ infolge der $\theta_h$–Abhängigkeit. Aus den genannten Gründen gehört die *Jacquet-Blondel*–Methode nicht zu den favorisierten Verfahren bei inklusiven Messungen.

Kombinationen von leptonischen und hadronischen Variablen sind durch die Energie– und Impulserhaltung am Lepton–Quark–Vertex möglich, wobei die Summe über die Energien der hadronischen Endzustandsteilchen im weiteren mit $\Sigma$ symbolisiert werden soll:

$$\Sigma = \sum_{\substack{i=1 \\ \text{h Hadronen}}}^{h} (E - p_z)_i \tag{3.14}$$

$$2E_e = \Sigma + E_e'(1 - \cos\theta_e). \tag{3.15}$$

Die verschiedenen Methoden der Variablenrekonstruktion erlauben es dann, die Auflösung in der $(x, Q^2)$–Ebene zu optimieren.

3. Die **gemischte Methode** *(mixed - "M")* nutzt die Redundanz über die direkte Verbindung der gut gemessenen *Jacquet–Blondel*–Variable $y_{JB}$, $dy_{JB}/y_{JB} = dE_{\text{jet}}/E_{\text{jet}}$ für fixierte $\theta_h$–Werte, mit der leptonischen Größe $Q_e^2$ [84]:

$$y_m = y_{JB} \qquad\qquad Q_m^2 = Q_e^2. \tag{3.16}$$

Durch die Wahl der leptonischen $Q^2$–Rekonstruktion wird auch die Bestimmung der Skalenvariable $x$ unabhängig von der Messung der Transversalimpulse des hadronischen Flusses. Die relativen Fehler können dann wie folgt notiert werden:

$$\begin{aligned} \left.\frac{\partial x}{x}\right|_{E_e'} &= \frac{dE_e'}{E_e'} & \left.\frac{\partial x}{x}\right|_{\theta_e} &= -\tan(\theta_e/2)\, d\theta_e \\ \left.\frac{\partial x}{x}\right|_{E_{\text{jet}}} &= -\frac{dE_{\text{jet}}}{E_{\text{jet}}} & \left.\frac{\partial x}{x}\right|_{\theta_h} &= \tan(\theta_h/2)\, d\theta_h. \end{aligned} \tag{3.17}$$

Für die $Q^2$–Auflösung gelten die bereits in den Gleichungen 3.10 genannten günstigen Bedingungen. Die Relationen zeigen für die Auflösung in $x$ die bemerkenswerte Konsequenz, daß hier Faktoren $\sim 1/y$ (Elektron–Methode) oder $\sim 1/(1-y)$ (*Jacquet-Blondel*–Methode) nicht auftreten. Damit können mit Hilfe dieses Rekonstruktionsverfahrens im Vergleich zu der Elektron–Methode die Gebiete kleiner $y$–Werte erschlossen werden. Diese Methode gehört daher zu einer der attraktivsten Möglichkeiten für die Rekonstruktion der Kinematik für den Meßbereich $Q^2 < 100\ GeV^2$.

4. Die **Doppelwinkel–Methode** *(Double Angle - "DA")* basiert auf der Messung der Winkel $\theta_e$ und $\theta_h$:

$$y_{DA} = \frac{\tan(\theta_h/2)}{\tan(\theta_e/2) + \tan(\theta_h/2)} \qquad Q_{DA}^2 = 4E_e^2 \frac{\cot(\theta_e/2)}{\tan(\theta_e/2) + \tan(\theta_h/2)}. \tag{3.18}$$

Diese Variablen sind relativ unempfindlich gegenüber der Energiekalibration der Kalorimeter. Auf Grund dieser Eigenschaft ist die Doppelwinkel–Methode zur Kontrolle der Energiemessung geeignet.

Für die relativen Fehler dieser Rekonstruktionsmethode in $x$ und $Q^2$ gelten folgende Beziehungen:

$$\begin{aligned} \left.\frac{\partial Q^2}{Q^2}\right|_{\theta_e} &= \frac{y-2}{\sin\theta_e}\, d\theta_e & \left.\frac{\partial Q^2}{Q^2}\right|_{\theta_h} &= \frac{-y}{\sin\theta_h}\, d\theta_h \\ \left.\frac{\partial x}{x}\right|_{\theta_e} &= \frac{-1}{\sin\theta_e}\, d\theta_e & \left.\frac{\partial x}{x}\right|_{\theta_h} &= \frac{-1}{\sin\theta_h}\, d\theta_h. \end{aligned} \tag{3.19}$$

Für die beiden Grenzfälle $\theta_{e,h} \rightarrow 0^o$ sowie $\theta_{e,h} \rightarrow 180^o$ verschlechtern sich die Auflösungen sowohl in $x$ als auch in $Q^2$. Da kleine Laborstreuwinkel des Elektrons dem Gebiet der kleineren $Q^2$–Beträge entsprechen und dem großer Jetwinkel dem Bereich kleiner $x$–Werte, ist hier eine Begrenzung der Anwendbarkeit der Methode auf $x \geq 0.001$ zu erwarten. Mit steigendem $Q^2$ werden infolge der größeren Streuwinkel die Auflösungen in beiden Variablen besser und die Doppelwinkel–Methode eignet sich insbesondere für die Beschreibung dieses Teils des Phasenraums.

5. Die $\Sigma$–**Methode** *("$\Sigma$")* kombiniert über die Relation (3.15) die leptonischen und hadronischen Endzustände [85]. Durch diese Konstruktion werden $y_\Sigma$ und $Q^2_\Sigma$ unabhängig von der Energie $E_e$ des einlaufenden Elektrons:

$$y_\Sigma = \frac{\Sigma}{\Sigma + E'_e(1-\cos\theta_e)} \qquad\qquad Q^2_\Sigma = \frac{E_e^{'2}\sin^2\theta_e}{1-y_\Sigma}. \tag{3.20}$$

In Abhängigkeit von den bereits eingeführten reinen leptonischen und hadronischen $y$–Variablen kann für $y_\Sigma$ geschrieben werden:

$$y_\Sigma = \frac{y_{JB}}{1 + y_{JB} - y_e} \tag{3.21}$$

Für nichtradiative Ereignisse sowie bei kleinen $y$–Werten entspricht $y_\Sigma$ dem nach *Jacquet-Blondel* rekonstruierten $y$. Die $\Sigma$–Methode erhält ihre Bedeutung vorrangig durch die Verbesserung des zugänglichen Bereiches bei sehr kleinen $x \leq 0.001$. Durch das Auftreten der Summe der gemessenen Energien der leptonischen und hadronischen Endzustände im Nenner der Gleichungen 3.20, wird die $y$–Messung gegenüber der rein hadronischen Bestimmung verbessert. Die explizite Unabhängigkeit von der einlaufenden Elektronenergie verringert zudem die radiativen Korrekturen auf Werte von einigen Prozent.

Für die Auflösung der mit der $\Sigma$–Methode rekonstruierten Variablen nehmen die Abhängigkeiten von $E'_e$ und $\theta_e$ die Gestalt an:

$$\begin{aligned} \left.\frac{\partial Q^2_\Sigma}{Q^2_\Sigma}\right|_{E'_e} &= 2\left.\frac{\partial Q^2_e}{Q^2_e}\right|_{E'_e} & \left.\frac{\partial Q^2_\Sigma}{Q^2_\Sigma}\right|_{\theta_e\rightarrow\pi} &= (1-y)\left.\frac{\partial Q^2_e}{Q^2_e}\right|_{\theta_e} \\ \left.\frac{\partial x_\Sigma}{x_\Sigma}\right|_{E'_e} &= (2-y)y\left.\frac{\partial x_e}{x_e}\right|_{E'_e} & \left.\frac{\partial x_\Sigma}{x_\Sigma}\right|_{\theta_e\rightarrow\pi} &= \frac{1+y}{1-y}\,y\left.\frac{\partial x_e}{x_e}\right|_{\theta_e}. \end{aligned} \tag{3.22}$$

Die $Q^2$–Auflösung als Funktion der Energie ist demnach um den Faktor 2 schlechter im Vergleich zu der Elektron–Methode und kann mit ca. 8% angegeben werden. Die Bestimmung von $x$ verbessert sich bei kleinen $y$–Werten, da die Auflösung frei von der $1/y$–Divergenz wird und die dahingehende Beschränkung des Meßbereichs wie bei der Elektron–Methode entfällt. Bei der $\Sigma$–Methode treten zudem für die Auflösungen der Variablen zusätzliche Terme der Form $\sim \partial y_{JB}/y_{JB}$ auf. Diese werden hier nicht explizit aufgeführt, verursachen jedoch im wesentlichen die größere Unsicherheit im Gebiet hoher $y$–Werte der $\Sigma$–Rekonstruktion gegenüber der der rein leptonischen Variablen. Daher wurde bei H1 bisher stets die Elektron–($y > 0.15$) und eine hadronische Methode (Mixed oder $\Sigma$) kombiniert, um den verfügbaren $(x, Q^2)$–Bereich mit maximaler Präzision zu erfassen.

Neben der Erweiterung des meßbaren Teils des Phasenraums, bietet die Verwendung verschiedener Rekonstruktionsmethoden eine wichtige Möglichkeit, die systematischen Fehler zu kontrollieren und zu minimieren. Die vorliegende Arbeit stützt sich dabei auf die Elektron-, die gemischte und die Doppel–Winkel–Methoden. Für alle drei Methoden wurde die Protonstrukturfunktion $F_2$ extrahiert, die mit der Elektron–Methode gewonnenen $F_2$ –Werte wurden von H1 tabellarisch und die DA–Werte zur Kontrolle veröffentlicht. Eine Analyse mit der $\Sigma$–Methode lieferte einen Teil der vom H1–Experiment veröffentlichten $F_2$ –Werte [1], auf die im Zusammenhang mit der phänomenologischen Parametrisierung und der Gluonanalyse zurückgegriffen wird.

## 3.6 Ereignisgeneration und Detektorsimulation

Die Extraktion der Partonverteilungen aus dem gemessenen Streuquerschnitt erfordert eine möglichst genaue Kenntnis des theoretisch zu erwartenden Streuquerschnitts. Dieser kann u.a. durch eine Simulation der physikalisch relevanten Beiträge unter Berücksichtigung der Akzeptanz und Auflösung des Detektors berechnet werden.

Die Generation von $ep$–Ereignissen in niedrigster sowie höherer Ordnung der elektroschwachen und starken Wechselwirkung erfolgt bei HERA mittels Monte–Carlo–Techniken ($\mathcal{MC}$), die eine adäquate Beschreibung des Detektors und der erforderlichen Selektionsschnitte ermöglichen. Grundlage der Ereignisgeneration ist die Faktorisierung des tief inelastischen Streuquerschnitts in einen kurzreichweitigen, harten und einen langreichweitigen, weichen Subprozeß. Die Matrixelemente der hart gestreuten Partonen werden im Rahmen der störungstheoretischen QCD berechnet. Die Partonverteilungsfunktionen sind z.B. durch FORTRAN–Bibliotheken [86] verfügbar. Die Simulation der Hadronisierung der Partonen erfolgt in zwei Stufen. In einem ersten Schritt können sich Partonen mit hoher Virtualität in Anlehnung an die Entwicklungsgleichungen der QCD kaskadenartig verzweigen, bis ein unterer Grenzwert der Virtualität (typischerweise 1 $GeV^2$) erreicht ist. In dem zweiten Schritt wird durch phänomenologische Modelle die Fragmenation der Partonen in Hadronen und der Zerfall instabiler Hadronen simuliert.

LEPTO [87] ist ein Generator von $ep$–Wechselwirkungen, der die Vierervektoren der Quark–Lepton–Streuung auf dem Partonniveau $V^*q \to q$ ($V^* = \gamma, Z^0, W^\pm$) berechnet. QCD–Prozesse höherer Ordnungen sind durch die Entwicklung von Partonschauern implementiert worden. Optional können Matrixelemente der QCD–Prozesse erster Ordnung, wie die Abstrahlung eines Gluons $V^*q \to qg$ und die Boson–Gluon–Fusion $V^*g \to q\bar{q}$, mitberücksichtigt werden. In dem Programm sind elektroschwache Korrekturen nicht eingeschlossen. Weiterhin benötigt LEPTO ein verbindendes Programm zu JETSET, das die Hadronisierung beschreibt.

HERACLES [88] ist ein $ep$–Ereignisgenerator auf dem Partonniveau, der jedoch radiative Korrekturen in erster Ordnung einschließt. Zusätzlich zu den Born–Ereignissen werden die virtuellen Ein–Schleifendiagramme, die Abstrahlung eines Photons vom ein– oder auslaufenden Lepton sowie Beiträge aus der inelastischen Compton–Streuung simuliert.

ARIADNE [89] ist ein Programm, das QCD–Kaskaden oder Partonschauer auf der Basis eines Farbdipol–Modells (*Colour Dipole Model* (CDM)) simuliert. In diesem Modell wirkt der Farbdipol, der sich zwischen dem gestreuten Quark und dem Protonrest bildet, als Antenne, die weitere Gluonen mit kleiner werdenen Impulsen emittiert. Im Gegensatz zu der konventionellen QCD–Entwicklung der Partonschauer, durch die die emittierten Partonen nach ihrer Virtualität geordnet werden, kann die Verzweigung der Gluonen als eine Reihe in $p_T^2$ angesehen werden.

JETSET [90] ist die Implementation des LUND–Stringmodells, in dem die Kräfte zwischen zwei Farbladungen durch Strings, die sich aus vielen Gluonen bilden, repräsentiert werden. Diese Strings und nicht die einzelnen Partonen fragmentieren dann in Hadronen.

Dieses Programm enthält eine Vielzahl von Parametern, die an die experimentell beobachteten hadronischen Endzustandsteilchen angepaßt wurden.

HERWIG [91] ist ein QCD–Generator, der insbesondere für die Bedingungen an $e^+e^-$– und $p\bar{p}$–Beschleunigern entwickelt wurde. Nach der konventionellen Generation der Partonen, wobei die Grenzen für die Emission von Gluonen in dem Partonschauer dynamisch gesetzt werden, entwickelt sich die Kaskade der Partonen ausgehend von einem maximalen Öffnungswinkel der ersten Verzweigung. Kombinationen aus den Partonen und Gluonen bilden dann farblose Cluster, die in Hadronen zerfallen.

Die genannten Programme können auf verschiedene Weisen miteinander verknüpft werden, um die Ereignisgeneration für die jeweiligen experimentellen Gegebenheiten zu optimieren. Hierzu gehört das Programm DJANGO [92], das eine Erweiterung von HERACLES darstellt und durch das Einbinden des Programms LEPTO QCD–Effekte höherer Ordnung berücksichtigt.

DJANGO, das an LEPTO anschließende Programm ARIADNE und JETSET bilden die Standardversion der Ereignisgeneration, die in der vorliegenden Arbeit verwendet wurde. Die Beschreibung der Quarkverteilungen erfolgte durch die Parametrisierung MRSH [93], die an die ersten Strukturfunktionsanalysen der HERA–Experimente ZEUS und H1 angepaßt wurde. Andere Kombinationen von Programmen bzw. Parametrisierungen wurden für die Untersuchung systematischer Fehler genutzt.

Insgesamt sind mit der $\mathcal{MC}$-Version DJANGO 2.1 (HERACLES 4.2, ARIADNE 4.0, JET SET 7.3) 144075 *wahre* Ereignisse in dem auf den tief inelastischen Bereich kinematisch eingeschränkten Phasenraum $\theta_e > 174^o$, $Q_e^2 > 5\ GeV^2$ und $W^2 > 4\ GeV^2$ generiert worden. Durch die Wichtung der Ereignisse mit $Q^2 < 25\ GeV^2$ proportional zu dem dominierenden Propagatorterm $1/Q^2$ haben für $\mathcal{MC}$–Studien die Summe der Gewichte von 258513 zur Verfügung gestanden, die einem generierten Streuquerschnitt von $\sigma_{\mathcal{MC}} = 210\ nb$ entsprechen. Alle generierten Ereignisse erfahren weitere Modifikationen durch die Wechselwirkungen in den einzelnen Komponenten des H1–Detektors, deren detaillierte Beschreibung mit dem Programmpaket GEANT [94] erfolgt.

# Kapitel 4

# Datenanalyse

## 4.1 Ereignisdefinition

Die Messung der Protonstrukturfunktion basiert auf dem inklusiven, tief inelastischen Streuquerschnitt. Die Auswahl der Ereignisse beruht auf dem Nachweis des gestreuten Elektrons. Auf Grund der Impulserhaltung am hadronischen Vertex besteht zwischen dem aus dem ge-

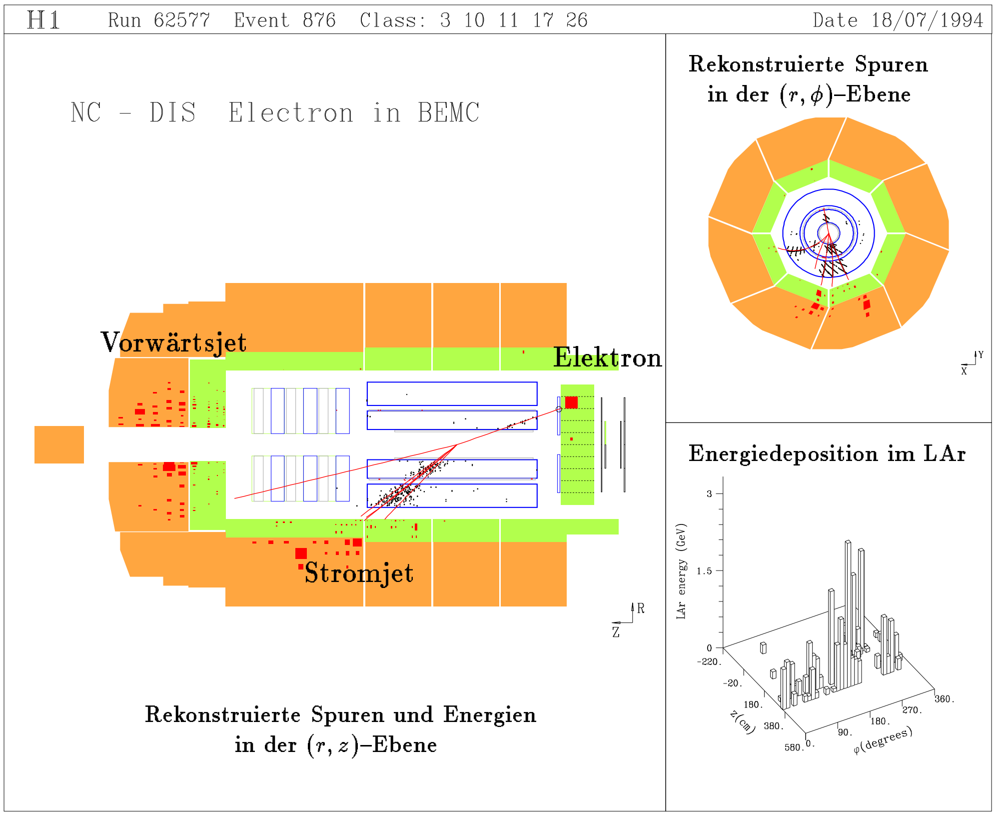



Abbildung 4.1: *Tief inelastisches Ereignis für Werte $Q^2 < 100\ GeV^2$ mit der 'typischen' Ereignissignatur: dem im BEMC nachgewiesenen Elektron, dem in Richtung des getroffenen Quarks sich bildenden Stromjet und dem hadronischen Fluß der Protonreste in Vorwärtsrichtung (Vorwärtsjet).*

troffenen Quark sich bildenden Stromjet (im QPM) und dem Elektron Gleichgewicht der Transversalimpulse, d.h. in der $(r, \phi)$–Ebene zeigen die rekonstruierten Spuren in entgegengesetzte Richtungen. Die meisten Ereignisse mit $Q^2 < 100\ GeV^2$, d.h. bezüglich des HERA–Meßbereichs kleineren $Q^2$–Werten, werden auf Grund der kinematischen Relation $\theta_e/2 = \arccos \sqrt{Q^2/(4EE')}$ zwischen dem Streuwinkel des Elektrons und dem Impulsübertrag ausschließlich im BEMC nachgewiesen. Die Analyse dieser Ereignisse ist die Grundlage der vorliegenden $F_2$ –Messung.

Abbildung 4.1 zeigt ein typisches tief inelastisches Ereignis im H1–Detektor mit der beschriebenen Signatur und einem Energieeintrag im BEMC. Für die Vorselektion des Ereignisses war die richtige Flugzeitmessung mit dem im Rückwärtsbereich befindlichen TOF–System Voraussetzung, die den strahlinduzierten Untergrund um drei Größenordnungen unterdrückt. Der in der Abbildung 4.1 gut sichtbare elektromagnetische Cluster im rückwärtigen Kalorimeter ist korreliert mit einem Signal in der am BEMC befestigten Proportionalkammer BPC. Für die Elektronfindung konnten demzufolge die charakteristischen Größen definiert werden:

- Die Ausdehnung des Clusters in lateraler Richtung, ECRA (*Energy weighted Cluster Radius*).
- Der Abstand zwischen dem Schauerschwerpunkt und dem BPC–Treffer in der $(x, y)$–Ebene, DCLBP (*Distance Cluster–BPC*).

Die zentralen Spurkammern CJC1 und CJC2 bestimmen die Koordinaten des Wechselwirkungpunkts erst in der $(r, \phi)$– und dann unter der Zuhilfenahme der Driftkammern CIZ und COZ in der $(r, z)$–Ebene. Die Kombination des $z$–Vertex mit dem rekonstruierten Raumpunkt in der BPC liefert den Elektronstreuwinkel $\theta_e$. Mit der Messung der Energie und des Winkels des gestreuten Elektrons ist die Kinematik des tief inelastischen Ereignisses eindeutig bestimmt. Der Nachweis der hadronischen Energiedepositionen im LAr–Kalorimeter sowie der Spuren der Hadronen, siehe Abb. 4.1, ermöglicht die redundante Bestimmung der Reaktionskinematik bei H1.

Die aus der Abbildung 4.1 abgeleiteten Kriterien, nach denen sich die tief inelastischen Ereignisse selektieren lassen, können demnach wie folgt zusammengefaßt werden:
i) die Elektronidentifikation,
ii) die Bestimmung des Wechselwirkungspunkts,
iii) die Unterdrückung des Untergrundes und
iv) die Begrenzung des Phasenraums durch kinematische Schnitte. Die Festlegung der endgültigen kinematischen Grenzen kann erst im Zusammenhang mit der Einschätzung der Größe der systematischen Fehler und der Auflösung der kinematischen Variablen erfolgen, siehe Abschnitt 5.1.
Die detaillierten Ausführungen der genannten Punkte ist der Gegenstand der nachfolgenden Abschnitte.

## 4.2 Datenreduktion

Die modulare Bauweise des H1–Experiments, siehe Abschnitt 3.3, führt zu einer Unterscheidung der Rohdaten (POT's) bezüglich der das Elektron nachweisenden Detektorkomponenten in folgende Klassen:

| | | |
|---|---|---|
| **Klasse 9** | : | Elektron im LAr–Kalorimeter. |
| **Klasse 10** | : | Elektron im BEMC und Vertex in $z$. |
| **Klasse 11** | : | Elektron im BEMC und Signal in der BPC. |

Alle Klassen setzen eine korrekte Flugzeitmessung voraus (*TOF–Veto*).

Die hier diskutierte Messung der Strukturfunktion $F_2$ beruht auf der Ereignisklasse 11, die wie folgt definiert ist [95]:
1) Im BEMC wird eine Clusterenergie $E_{\mathrm{BCLR}} \geq 6\ GeV$ rekonstruiert.
2) Clusterzentren in den inneren dreieckigen Module des BEMC, die der Strahlröhre am nächsten sind, werden ausgeschlossen, da für diese 1993 keine definierte Kalibrierung und Triggerbedingungen vorlagen. Das entspricht einem Schnitt in den lateralen Größen $x$ und $y$ des BEMC, $|x|$ oder $|y| \leq 13\ cm$.
und
3) Der Abstand von dem BPC–Treffer zum Schauerschwerpunkt genügt der Bedingung DCLBP $\leq 10\ cm$.
oder
4) Der Clusterradius ECRA ist kleiner als 8 $cm$.

Die so selektierten Elektronkandidaten schließen falsch identifizierte hadronische Teilchen ein, da die Nachweisempfindlichkeit des BEMC auf Hadronen auf ca. eine Wechselwirkungslänge begrenzt ist. Hadronen, die Elektronen vortäuschen können, werden bei HERA vor allem durch Photoproduktionsereignisse, die sich durch quasireelle Impusüberträge $Q^2 \sim 0$ und Elektronstreuwinkel $\theta_e \rightarrow 180^o$ auszeichnen, hervorgerufen. Die deponierten Energien der hadronischen Teilchen sind jedoch klein, so daß diese Art von Untergrund sich vor allem in einem Zuwachs des Streuquerschnitts in dem kinematischen Gebiet großer $y$–Werte äußert. Der $\gamma p$–Untergrund kann daher mit einem unteren Energieschnitt schon recht effektiv begrenzt werden, eine detailliertere Beschreibung ist Gegenstand des Abschnitts 4.4.

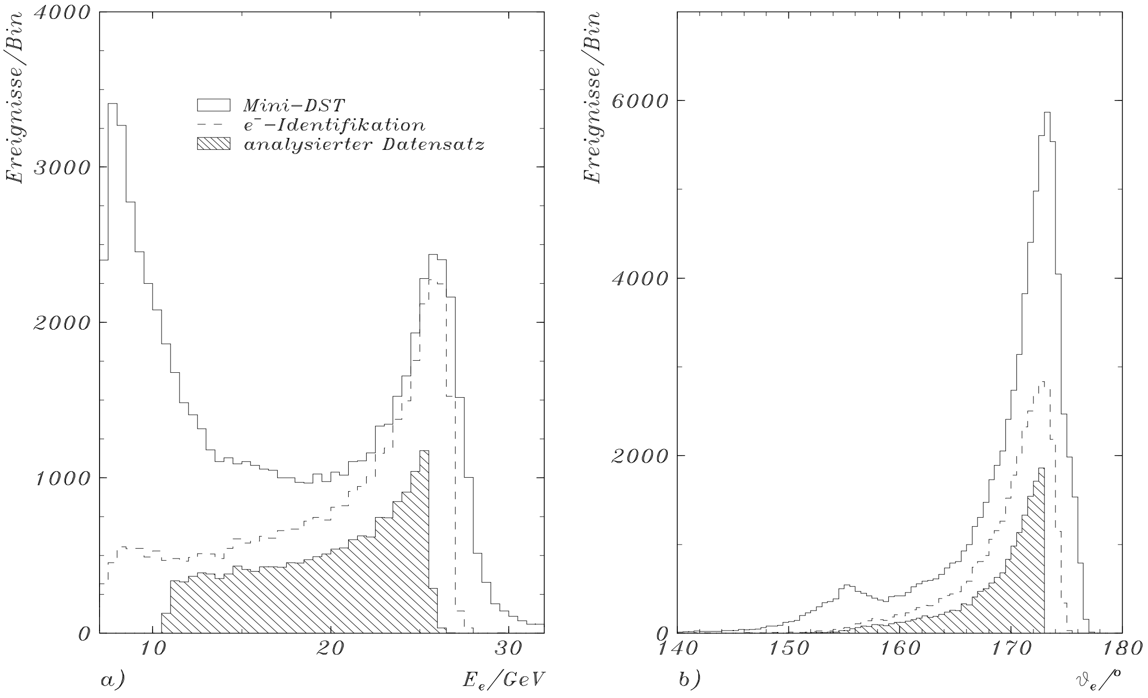



Abbildung 4.2: *Verteilungen a) der Energie $E_e'$ und b) des Winkels $\theta_e$ des gestreuten Elektrons für die selektierten Kandidaten des Mini–DST's (volle Linie), die strengeren Selektionskriterien der Elektronidentifikation (Strichlinie) und für den endgültigen Datensatz, deren Form im besonderen durch die kinematischen Schnitte bestimmt wird.*

Nach einer Verschärfung des Energieschnitts, $E_{\mathrm{BCLR}} \geq 8\ GeV$, werden dann sogenannte **DST** (**D**ata **S**ummary **T**ape) geschrieben, die für die Berechnung von Schnitteffektivitäten wichtig sind. Die DST's stellen eine erste Verringerung der Datenmenge dar (1993 auf ca. 50%). Weitere Reduktionen erfolgen durch strenger formulierte Schnitte, insbesondere durch die Forderung der Existenz eines Vertex in $z$, beim Übergang zu Mini–DST's (1993 auf ca. 1/3 des DST's). Abbildung 4.2 zeigt die Verteilungen der Energie und des Winkels der selektierten Elektronkandidaten des Mini–DST's, den Einfluß der mit (4.2) gewählten Schnitte der weiteren Elektronidentifikation und die nach der kinematischen Einschränkung des Phasenraums bzw. Unterdrückung des Untergrundes erhaltenen Verteilungen.

**Runselektion** [96] Die totale integrierte Luminosität von 568 $nb^{-1}$ des Jahres 1993 setzt sich aus 3134 Runs zusammen, die sich durch ihre Luminosität, die Untergrundrate und den Status der Subdetektoren bzw. der HERA–Strahlbedingungen unterscheiden. Dementsprechend wird die Qualität der Runs mit den Kategorien `gut`, `mittel` und `schlecht` bewertet. Für diese Analyse wurden alle `schlechten`, mit dem Fehlen wichtiger Komponenten behafteten Runs ausgeschlossen. Es wurden nur Runs zugelassen, in denen das LAr– und das BEMC–Kalorimeter, die CJC und die BPC eingeschaltet waren. Zudem sollte die Verteilung der $z$–Vertizes der nominalen Breite von $\sigma_z = 10\ cm$ entsprechen. Insbesondere wurden Runperioden ausgeschlossen, die
— keine oder unregelmäßige Informationen über den Hochspannungszustand von Subdetektoren enthielten,
— einen unkontinuierlich arbeitenden $z$–Vertex–Trigger aufwiesen,
— Probleme mit der Auslese des LAr–Kalorimeters hatten.
— in der Zeit registriert wurden, in der die Hauptspule des Detektors nicht arbeitete und kein Magnetfeld für die Spurerkennung zur Verfügung stand ($\simeq 0.15\ pb^{-1}$),
— die Nominalposition des Wechselwirkungspunktes auf $+z = 75\ cm$ verschoben wurde (*shifted vertex*), um die Akzeptanz für den Bereich $Q^2 < 15\ GeV^2$ zu erhöhen. Diese Datenmenge von 2.4 $nb^{-1}$ durchlief eine gesonderte Analyse [97].

Weiterhin unterteilt sich die Datennahme bei H1 während eines Runs in bis zu 4 Phasen [98], von denen nur die Phasen 3 und 4 akzeptablen Untergrundbedingungen entsprechen und akzeptiert wurden.

In einem letzten Schritt wurde für jeden Run die Anzahl der selektierten Ereignisse pro Luminosität mit dem nach mehreren Iterationen erhaltenen gewichteten Mittel verglichen und Runs außerhalb von 4 $\sigma$ verworfen, was einen statistischen Verlust von weniger als 0.01% guter Daten ergab.

Insgesamt führte die Runselektion auf eine verwendete integrierte Luminosität für das Betriebsjahr 1993 von

$$L = (271.3 \pm 13.5)\ nb^{-1} \qquad \text{(1139 Runs)},$$

die den verfügbaren Datensatz für die Analyse tief inelastischer Ereignisse festlegt.

## 4.3 Ereignisselektion

**Elektronidentifikation** Die analysierten tief inelastischen Ereignisse mit $Q^2 < 100\ GeV^2$ werden ausschließlich über die Identifikation des gestreuten Elektrons mit dem energiereichsten elektromagnetischen Cluster im rückwärtigen elektromagnetischen Kalorimeter BEMC definiert.

Die laterale Schauerentwicklung im BEMC kann über den Molière–Radius beschrieben werden. Innerhalb des Molière–Radius' von ca. 3.4 $cm$ sind 90% des Schauers enthalten, d.h.

auf Grund der Dimension der Module von $16 \times 16\ cm^2$ wird der elektromagnetische Schauer häufig vollständig in einem Modul absorbiert [76, 78]. Die Rekonstruktion der Energie in einem Modul erfolgt über die Analyse der Lichtausbeute von vier Photodioden, die an den Seiten jedes Szintillatormoduls angebracht sind. Die Definition des Schauerradius' ECRA erfolgt über den auf die Clusterenergie $E_{Cluster}$ bezogenen Mittelwert der Energiedepositionen $E_i$ in jedem Modul $i$,

$$\mathrm{ECRA} = \frac{1}{E_{Cluster}} \sum_{i=1}^{n} E_i \times |r_i - r_{Cluster}| \tag{4.1}$$

mit den Zentren $r_i$ und dem Clustermittelpunkt $r_{Cluster}$ in der $(x, y)$–Ebene. Für Elektronen ergibt sich eine laterale Ortsauflösung von ca. 1.5 $cm$ [76].

Die Elektronidentifikation im BEMC wird vervollständigt durch die Zuordnung des Treffers in der BPC im kleinsten, parallaxkorrigierten transversalen Abstand DCLBP.

Das Verhalten der Selektionsvariablen ECRA und DCLBP ist in Abb. 4.3 für den endgültigen Datensatz dargestellt. In beiden Verteilungen ist eine Verschiebung zwischen den Daten und der $\mathcal{MC}$–Rekonstruktion sichtbar, die teilweise auf die verwendete schnelle BEMC–Simulation, H1-FAST, zurückgeführt werden kann, die einen schmaleren elektromagnetischen Schauer im Vergleich zu der zeitaufwendigeren, kompletten Simulation erzeugt [99]. Das beeinflußt jedoch nicht wesentlich die Ereignisselektion, da die Bedingungen für die Elektronidentifikation mit

$$\mathrm{ECRA} < 4\ cm \text{ und } \mathrm{DCLBP} < 4\ cm \tag{4.2}$$

festgelegt wurden, siehe Abb. 4.3.

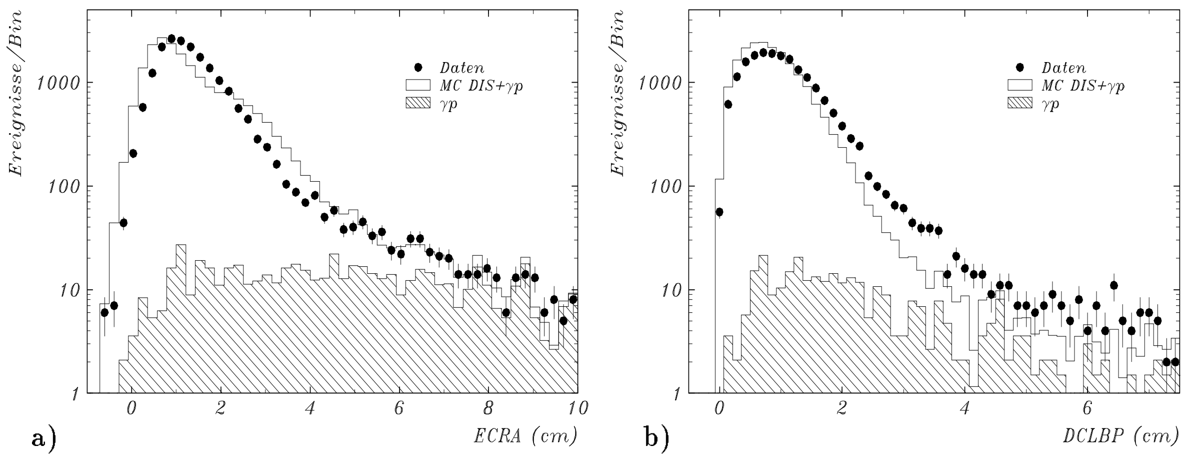



Abbildung 4.3: *Verteilungen der Selektionsvariablen a) ECRA (ohne DCLBP–Schnitt) und b) DCLBP (ohne ECRA–Schnitt) für den endgültigen Datensatz. Die $\mathcal{MC}$-Verteilungen sind auf die Luminosität 1993 normiert.*

**Wechselwirkungspunkt** Die Bestimmung des Wechselwirkungspunktes in $x$, $y$ und $z$ ist für die präzise Rekonstruktion der Ereigniskinematik erforderlich. Die mittlere Vertexposition in der $(x,\ y)$–Ebene ist sehr stabil je Elektronenfüllung. Eine Anpassung der guten Spuren aller zu einer Elektronenfüllung gehörenden Runs bestimmt daher die $(x,\ y)$–Position des $ep$–Vertex für den betreffenden Zeitraum. Gute Spuren haben mindestens 5 Hits in den Driftkammern und weniger als 5 $cm$ (10 $cm$) Abstand zum $(x,\ y)$–Vertex für die CT (FT)–Spuren sowie einen Fehler $\delta_z < 10\ cm$ für die FT–Spuren. Für die $z$–Vertexbestimmung ist mindestens eine mit dem zentralen Spurdetektor oder mit dem Vorwärtsspurkammersystem gut gemessene Spur erforderlich. Die Genauigkeit der $z$–Vertex–Messung beträgt für die meisten, durch die CJC bestimmten Ereignisse ca. 1 $cm$.

Die Verteilung der $z$–Vertexpositionen der selektierten tief inelastischen Ereignisse wird in Abb. 4.4 gezeigt. Die Analyse der $ep$–Ereignisse bei nominaler Vertexlage wurde auf den $z$–Bereich

$$z = (-5 \pm 30)\ cm \tag{4.3}$$

eingeschränkt, die Breite der Vertexverteilung ist etwa $\sigma_z \cong 10\ cm$. Die logarithmische Darstellung Abbildung 4.4 b läßt bei etwa $+60\ cm$ ein zweites Maximum erkennen, das durch die Proton–Satellitbunche verursacht und durch den Schnitt (4.3) ausgeschlossen wurde. Indirekt können die Satellitereignisse über die $z$–Vertex–Effektivität sowie über die Normierung durch die Luminositätsmessung Anteile liefern, die zu berücksichtigen sind.

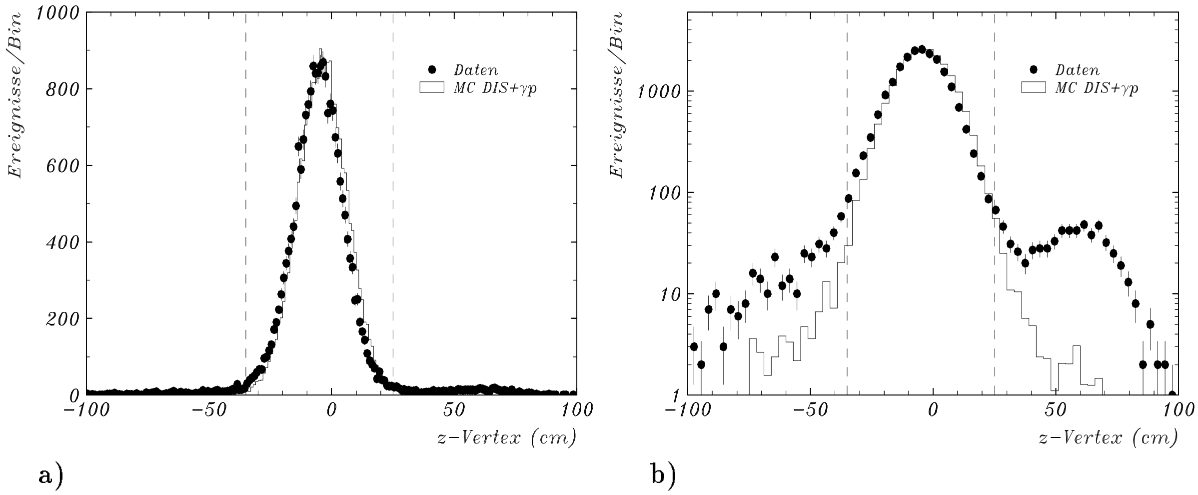



Abbildung 4.4: *Verteilung der Wechselwirkungspunkte in $z$ (normiert auf die Luminosität), die mit Spurinformationen aus dem zentralen Detektor (CT) oder dem Vorwärtsdetektor (FT) rekonstruiert wurden. Die Darstellung in zwei verschiedenen Skalen zeigt in a) den Hauptanteil der Daten um den mittleren nominalen Wechselwirkungspunkt und in b) insbesondere die Beiträge durch die Satellit–Bunche in dem $+z$–Bereich von 40 bis 80 cm.*

In Abbildung 4.4 ist eine Verschiebung der nominalen Vertexpositionen zwischen den Daten und der $\mathcal{MC}$–Beschreibung sichtbar,

$$\Delta z = \langle z \rangle_{Daten} - \langle z \rangle_{\mathcal{MC}} \cong -(4.9 - 3.6)\ cm = -1.3\ cm. \tag{4.4}$$

Wegen der über das Gebiet von $+40$ bis $-40\ cm$ nahezu konstanten Akzeptanz bedeutet das einen vernachlässigbaren Effekt für die $F_2$ –Berechnung im Rahmen der in dieser Analyse gewählten kinematischen Schnitte und der erzielten Genauigkeit von 10-15%. Abbildung 4.5 zeigt die $z$–Vertex–Verteilung der nach der Elektron–Methode (Abb. 4.5a) und der Mixed–Methode (Abb. 4.5b) ausgewählten Ereignisse unter Berücksichtigung der Verschiebung $\Delta z$.

Wie zu erwarten, sind die z–Vertex–Verteilungen nahezu unabhängig von der Rekonstruktionsmethode. Durch die unterschiedlichen kinematischen Schnitte repräsentieren sie jedoch verschiedene Phasenraumgebiete. Die Elektron–Methode bezieht sich fast ausschließlich auf die mit dem zentralen Detektor gemessenen Wechselwirkungspunkte (1.6% FT–Vertizes) und den Bereich sehr kleiner $x$, $\langle x \rangle \sim 10^{-3}$. Im Gegensatz dazu werden durch die gemischte Analyse die Bereiche höherer $x$–Werte zugänglich, $\langle x \rangle \sim 5 \cdot 10^{-3}$, die zunehmend dem Akzeptanzgebiet des Spurdetektors in Vorwärtsrichtung entsprechen. Der Anteil der FT–Vertizes wird auf ca. 6% erhöht, siehe den schraffierten Bereich in Abb. 4.5b.

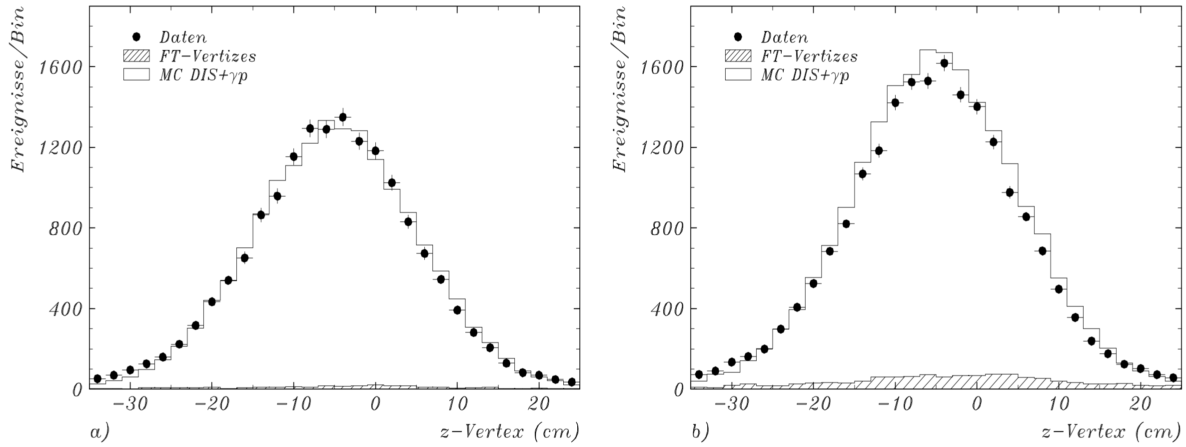



Abbildung 4.5: *Die z–Vertex–Verteilungen der endgültigen Datensätze selektiert nach der a) Elektron–Methode und der b) Mixed–Methode, die verschiedene Akzeptanzbereiche des Detektors H1 repräsentieren. Die Normierung der Verteilungen entspricht der Datenluminosität.*

## 4.4 Untergrund

**Strahlinduzierter Untergrund** Wechselwirkungen des Proton– oder Elektronstrahls mit der Strahlröhre bzw. mit Restgasmolekülen sind im Bereich $Q^2 < 100\ GeV^2$ die Hauptquelle für Untergrundereignisse, die nicht durch *ep*–Kollisionen hervorgerufen werden. Dies ist der strahlinduzierte Untergrund. Der größte Anteil solcher Ereignisse kann mit dem im Abschnitt 3.3 beschriebenen Flugzeitsystem TOF wirksam unterdrückt werden. Die Selektion tief inelastischer Daten mit der genannten Elektronidentifikation und der Existenz eines Wechselwirkungspunkts führt für den in der Analyse betrachteten Phasenraum, $E'_e > 10.6\ GeV$ und $\theta_e < 173^o$, zu einer wirksamen Begrenzung dieses Untergrundes. Die Signaturen der Untergrundereignisse unterscheiden sich häufig deutlich von denen der eigentlichen *ep*–Ereignisse, zum einem durch den fehlenden oder nur entfernt von der Nominalposition rekonstruierten $z$–Vertex und zum anderen durch das Nichtpassieren der BEMC–Triggerbedingungen und der Energieschnitte auf Grund der oft nur geringen Schwerpunktenergien.

Die detaillierte Untersuchung der Reinheit des endgültigen Datensatzes kann durch visuelle Inspektion (*scannen*) eines Teils der Ereignisse und Studien der Pilot–Bunch–Ereignisse erfolgen. Pilot–Bunche, d.h. Elektron– und Proton–Teilchenbunche ohne Kollisionspartner, bieten die Möglichkeit für systematische Studien der Effektivität von Schnitten zur Unterdrückung des Untergrundes.

1993 lief HERA mit 10 Elektron– und 6 Proton–Pilot–Bunchen, die auf dem Mini–DST (Klasse 11) einen Anteil von ca. 3.3% (2600 Ereignisse) hatten. Die Abschätzung der Untergrundzahlen in der $(x, Q^2)$–Ebene erfolgte nach der Gleichung 3.2, wobei das Verhältnis $I_{all}/Ipilot$ des Gesamtstromes der Elektronen bzw. der Protonen $I_{all}$ zu dem Strom der $e$–bzw. $p$–Pilot–Bunche $I_{pilot}$ durch folgende Skalierungsfaktoren ersetzt wurde [100]:

- Proton–Pilot Bunche : 18
- Elektron–Pilot Bunche : 8.

In der Abbildung 4.6 werden die verbleibenden Pilot–Bunch–Ereignisse in dem gewählten Binning gezeigt, was für den endgültigen Datensatz einen totalen Anteil von 3-4% an strahlinduziertem Untergrund bedeuten würde. Die Verteilung des Untergrundes in der $(x, Q^2)$–

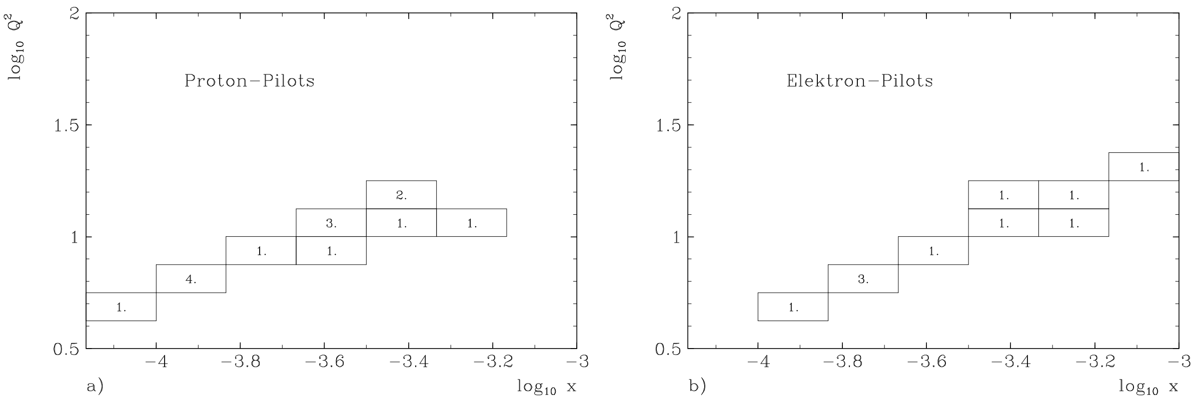



Abbildung 4.6: *Verteilung der Pilot–Bunch–Ereignisse in der $(x, Q^2)$–Ebene. Die Selektion erfolgte über den Nachweis des gestreuten Elektrons (Elektron–Methode), ohne einen speziellen Schnitt gegen den strahlinduzierten Untergrund zu verwenden. Gezeigt werden die verbleibenden Ereignisse in a) die durch den Protonstrahl sowie b) durch den Elektronstrahl induziert wurden. Die Ereigniszahlen müssen noch um die im Text angegebenen Skalierungsfaktoren erhöht werden.*

Ebene ist nicht gleichmäßig. Insbesondere die Gebiete kleiner $x$– und großer $y$–Werte sind stark belastet, und einzelne Bins weisen bis zu 10% Untergrundereignisse auf. Daher wurde in der Analyse des Jahres 1993 auf ein für die erste H1–Analyse entwickeltes Kriterium zurückgegriffen, das die Information des zentralen Spurdetektors nutzt [5]. Dieser Schnitt bezieht sich auf die relative Anzahl der Spuren, die zum Vertex angepaßt wurden, zu der Anzahl aller Spuren, die ihren Ausgangspunkt in der inneren zentralen Spurkammer CJC1 hatten, und wird als RVFIT (*Ratio Vertex Fitted Tracks*) bezeichnet:

$$\mathrm{RVFIT} = \frac{N_{\text{Spuren mit Vertex}}}{N_{\text{Alle Spuren beginnend in der CJC1}}} > \frac{1}{4}. \tag{4.5}$$

Im betrachteten kinematischen Bereich werden mit dem RVFIT–Kriterium alle Pilot–Bunch–Ereignisse unterdrückt. Die durch diesen Schnitt bedingten Verluste an guten tief inelastischen Ereignissen wurden mit Hilfe der gescannten Ereignisse auf 3% abgeschätzt. Sie werden gut durch die $\mathcal{MC}$–Simulation beschrieben, siehe auch Abbildung 4.15b.

**Photoproduktions–Untergrund** Ursache für Untergrundereignisse aus Elektron–Proton–Kollisionen sind Photoproduktionsprozesse, in denen das gestreute Elektron ohne Nachweis den H1–Detektor verläßt ($Q^2 \ll M^2_{\mathrm{Proton}}$) und Sekundärteilchen im BEMC ein DIS–Elektron vortäuschen. Die Bedeutung dieser Ereignisklasse ergibt sich aus dem hohen Streuquerschnitt[1] [101],

$$\sigma^{\mathrm{tot}}_{\gamma p} = 165 \pm 2\ (\mathrm{stat.}) \pm 11\ (\mathrm{syst.})\ \mu b, \tag{4.6}$$

im Vergleich zum tief inelastischen Streuquerschnitt ($Q^2 > 5\ GeV^2$) [102]

$$\sigma^{\mathrm{tot}}_{\mathrm{DIS}} = 92 \pm 11\ (\mathrm{stat.}) \pm 12\ (\mathrm{syst.})\ nb. \tag{4.7}$$

Hadronische Endzustandsteilchen sind die dominante Quelle der falsch identifizierten elektromagnetischen Schauer im BEMC. Diese entstehen durch:

(i) Zerfälle neutraler Pionen, $\pi^0 \to \gamma\gamma$: Neutrale Pionen zerfallen bereits in dem Bereich der Wechselwirkungszone infolge ihrer sehr kurzen Lebensdauer, $\tau = 0.87 \cdot 10^{-16}\ s$. Die entstehenden Photonen können ihrerseits wieder in den Kammermaterialen (Endflansch, Kabel usw.) zu Elektronen und Positronen konvertieren, die Spurpunkte in der BPC und einen elektromagnetischen Schauer im BEMC erzeugen. Diese Prozesse liefern den Hauptanteil falsch identifizierter Elektronen.

(ii) Beiträge von Photonen: Durch die Kalorimetermessungen nicht unterscheidbare Energieeinträge werden auch durch reine Photonenschauer verursacht. Die Forderungen nach einem zugehörigen Treffer in der BPC sowie nach Spuren in der zentralen Kammer unterdrücken diese Beiträge sehr effektiv.

(iii) Wechselwirkungen geladener Pionen $\pi^{\pm}$: Geladene Pionen deponieren nur etwa 50% ihrer Energie im BEMC, tragen also dominant bei kleinen Energien bei. Die Unterdrückung erfolgt vorrangig über einen unteren Energieschnitt.

(iv) Überlappungen von geladenen Pionen und Photonen: Geladene Pionen in der räumlichen Nähe von Photonen bilden einen nur schwer identifizierbaren Untergrund. Das Photon erzeugt einen BEMC–Cluster, und das geladene Pion täuscht eine dazugehörige Spur sowie einen BPC–Treffer vor.

Allen $\gamma p$–Untergrundprozessen ist gemeinsam, daß sie selten hohe Energien ($> 10\ GeV$) im BEMC deponieren können.

Ungefähr 10% der Photoproduktionsereignisse können über den Nachweis des gestreuten Elektrons im Elektrontagger, $E_{\mathrm{ET}} > 4\ GeV$, identifiziert werden. Auftretende Überlappungen zwischen wahren tief inelastischen Ereignissen mit Bethe-Heitler-Prozessen werden dabei mit einem Schnitt in $(E - p_z)_h < 40\ GeV$ aus der weiteren Analyse ausgeschlossen. Die strengen Selektionskriterien zur Elektronidentifikation durch die ECRA– und DCLBP–Schnitte führen bereits zu einer wesentlichen Unterdrückung der Beiträge aus Photoproduktionsprozessen, siehe Abb. 4.2. Für eine quantitative Abschätzung der Kontamination der tief inelastischen Daten ist jedoch die Simulation von Photoproduktionsereignissen erforderlich. Bei der Simulation wurden folgende Anteile berücksichtigt:

[1] Die Angabe bezieht sich auf eine mittlere Schwerpunktenergie des $\gamma p$–Systems $\langle W_{\gamma p} \rangle = 200\ GeV$.

– Vektormesonerzeugung: Ereignisgenerator RAYVDM [103]:
  $L_{\mathrm{VDM}} \cong 300\ nb^{-1}$ entsprechend dem Streuquerschnitt von $\sigma_{\mathrm{VDM}} \cong 5820\ nb$ und

– *harte* Beiträge hoher $p_\perp$: Ereignisgenerator PHYTIA [90]. Mit PHYTIA sind sowohl die direkten als auch die aufgelösten (*resolved*) Prozesse simuliert worden:
  $L_{\mathrm{Dir}} \cong 415\ nb^{-1}$ entsprechend dem Streuquerschnitt von $\sigma_{\mathrm{Dir}} \cong 450\ nb$ und $L_{\mathrm{Res}} \cong 160\ nb^{-1}$ entsprechend dem Streuquerschnitt von $\sigma_{\mathrm{Res}} \cong 4400\ nb$ .

Für die Bedingungen des Jahres 1993 wurden Datensätze äquivalent zu den angebenen Luminositäten simuliert [104]. Die relativen Anteile der einzelnen Beiträge wurden an die

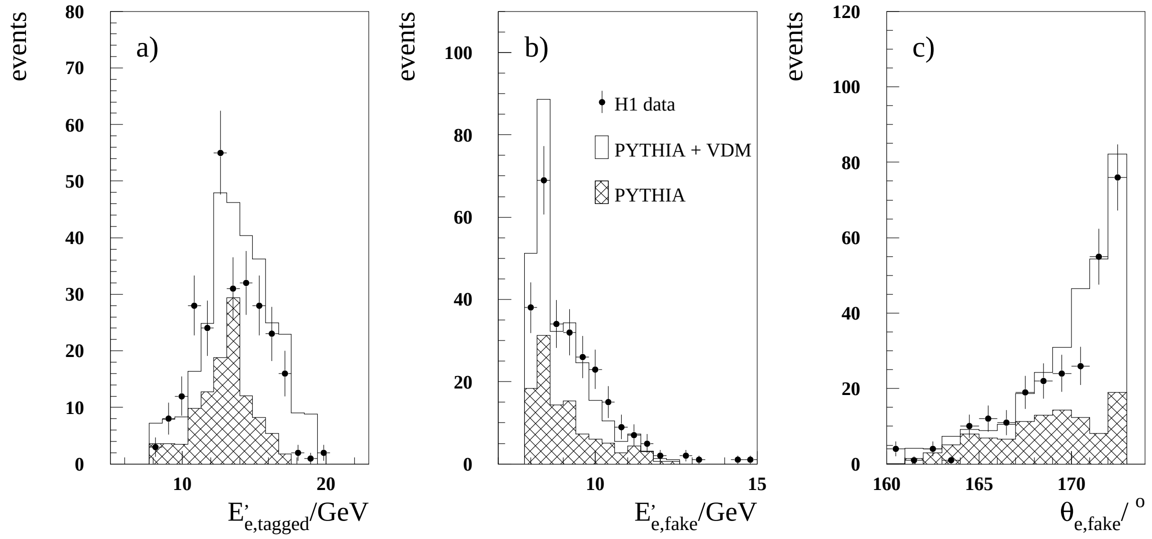



Abbildung 4.7: *Verteilungen der mit dem Elektrontagger identifizierten Photoproduktionsereignisse: a) die Energieverteilung $E'_{e,tagged}$ des gestreuten Elektrons im Elektrontagger, b) und c) die Energie– und Winkelverteilungen der im BEMC falsch identifizierten (faked) tief inelastischen Elektronkandidaten. Bei dem Vergleich mit den $\mathcal{MC}$–Simulationen ist zu beachten, daß der statistische Fehler des Monte–Carlo's ungefähr dem des Datensatzes entspricht [1].*

Ergebnisse der H1–Analyse des totalen Photoproduktionsquerschnitts angepaßt [101]. Abbildung 4.7a zeigt die Verteilung der im Elektrontagger (ET) gemessenen Energien der gestreuten Elektronen, die identifizierter (*tagged*) Photoproduktionsereignisse. Die Abbildungen 4.7b und c veranschaulichen die Energie– und Winkelverteilungen der im BEMC vorgetäuschten Elektronen. Die Übereinstimmung zwischen den $\mathcal{MC}$–Simulationen und den Datenverteilungen sowohl in der Beschreibung der Form als auch in der Normierung bildet die Grundlage für die statistische Subtraktion des $\gamma p$–Untergrundes von den selektierten Daten in jedem $(x, Q^2)$–Bin. Der Fehler der Normierung des Untergrundes wurde dabei mit 50% angenommen. Die Erhöhung des Energieschnitts in $E'_e$ von 8 $GeV$ auf 10.6 $GeV$ ($y_e > 0.6$) bewirkt eine Reduktion der höchsten Kontamination in einem Bin von 15% auf 9%, und auf 1-3% in nur drei weiteren Bins.

## 4.5 Messung von Energie und Streuwinkel

**Energiekalibration** Die Kalibration des BEMC erfolgt mit dem selektierten Datensatz tief inelastisch gestreuter Elektronen durch zwei Verfahren:

- Die Messung des *kinematischen Peaks*, siehe Abschnitt 3.4. Der Bereich des kinematischen Peaks entspricht dem Gebiet großer $x$–Werte, d.h. einem Gebiet, in dem die Protonstrukturfunktion durch die Präzisionsmessungen der Experimente mit ruhendem Target sehr gut bekannt ist. Die gemessene hochenergetische Flanke wird mit $\mathcal{MC}$–Simulationen verglichen und die Kalibration durch Skalierungen gegebenenfalls korrigiert.

- Die Kalibration mit der Doppelwinkel–Methode, siehe Abschnitt 3.5. Die im BEMC gemessene Energie wird aus den Messungen der Winkel $\theta_e$ und $\theta_h$ bestimmt:

$$E'_e = E_e \frac{\tan(\theta_e/2) + \cot(\theta_e/2)}{\tan(\theta_e/2) + \tan(\theta_h/2)}. \tag{4.8}$$

  Die mit der Doppelwinkel–Methode betrachteten Daten setzen einen rekonstruierten $z$–Vertex voraus. Daher und wegen der Sensitivität der Jetwinkelbestimmung infolge von Verlusten im Bereich der Strahlröhre, ist die Anwendbarkeit der Methode auf den Bereich $\theta_h \geq 25^o$ beschränkt.

Eine erste Energiekalibration wurde für jene quadratischen 32 BEMC–Module durchgeführt, die der Strahlröhre am nächsten sind und dem Akzeptanzgebiet der BPC entsprechen, $\theta_e < 173^o$ [105]. Ein oberer Winkelschnitt, $\theta_e > 161^o$, beschränkte die Analyse auf das Gebiet der kalibrierten BEMC–Module. Die inneren dreieckigen Module wurden durch einen Schnitt auf die minimale Position des Clusterzentrums ausgeschlossen, siehe Abschnitt 4.2. Für die relativen Energieverluste in den Übergangsgebieten zwischen den Modulen (*Cracks*) wurden die Clusterenergien mit Hilfe von tabellierten Werten zu den endgültigen Energien korrigiert, was zu einem stärker herausgebildeten kinematischen Peak führt [106].

Eine auf wenige Prozent genaue Kalibration der Energieskala ist abhängig von den Selektionskriterien der Ereignisse und des betrachteten BEMC–Bereichs. Die Energiekalibration mußte daher endgültig im Rahmen dieser Analyse durchgeführt werden, wozu der kinematische Peak verwendet wurde. Das Verfahren wurde mit allen Elektronkandidaten des DST's durchgeführt, wobei kein $z$–Vertex gefordert wurde. Dadurch konnte die zur Verfügung stehende Datenmenge des untersuchten Flankenbereiches, $25 < E'_e < 30\ GeV$, erhöht werden, und eine mögliche Verfälschung durch die $z$–Vertex–Forderung wurde vermieden. Für den Vergleich zwischen der $\mathcal{MC}$–Simulation, siehe Abschnitt 3.6, und den Daten wurde eine $\chi^2$–Test–Methode entwickelt:

$$\chi^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{\substack{i=1 \\ \text{über alle n Bins}}}^{n} \frac{\left(N^i_{Daten} - N^i_{\mathcal{MC}}\right)^2}{N^i_{Daten}}, \tag{4.9}$$

wobei mit $N$ jeweils die Anzahl der rekonstruierten Ereignisse bezeichnet wird.

Da die Crack–Regionen und Unterschiede in der Kalibration der einzelnen Module nicht nur die Zentralwerte, sondern auch die der Energieauflösung beeinflussen, wurden in der Monte–Carlo–Simulation gaußförmige Verschmierungen der Energiemessungen von $(0.0 - 3.0)\%$ in Schritten von 0.5% betrachtet. Zusätzlich wurde in den Datensätzen des Jahres 1993 drei Hauptrunperioden unterschieden, die sich für den betrachteten Energiebereich in statistischen Verhältnissen wie ca. 1:2:4 befinden. Gegenüber der ersten Kalibration mussten die Energien um einen Betrag $\langle \Delta E \rangle$ verschoben werden. Die Ergebnisse für i) keine, bzw. ii) eine zusätzliche Verschmierung der rekonstruierten Energie im Monte–Carlo von 1.5% sind:

| $\langle \Delta E \rangle / E$ | Run< 59528 | Run< 64090 | Run> 64090 |
|---|---|---|---|
| i) | -1.8% | -1.7% | -0.9% |
| ii) | -1.7% | -1.6% | -0.8% |

Der Fehler des Verfahrens wurde zu $\pm 0.4\%$ aus der Erhöhung des $\chi^2$–Werts um 1 abgeschätzt. Das entspricht den mit der Variation der Auflösungen beobachteten Änderungen. Die Abhängigkeit von der implementierten Strukturfunktion wurde zu $\pm 0.2\%$ bestimmt. In

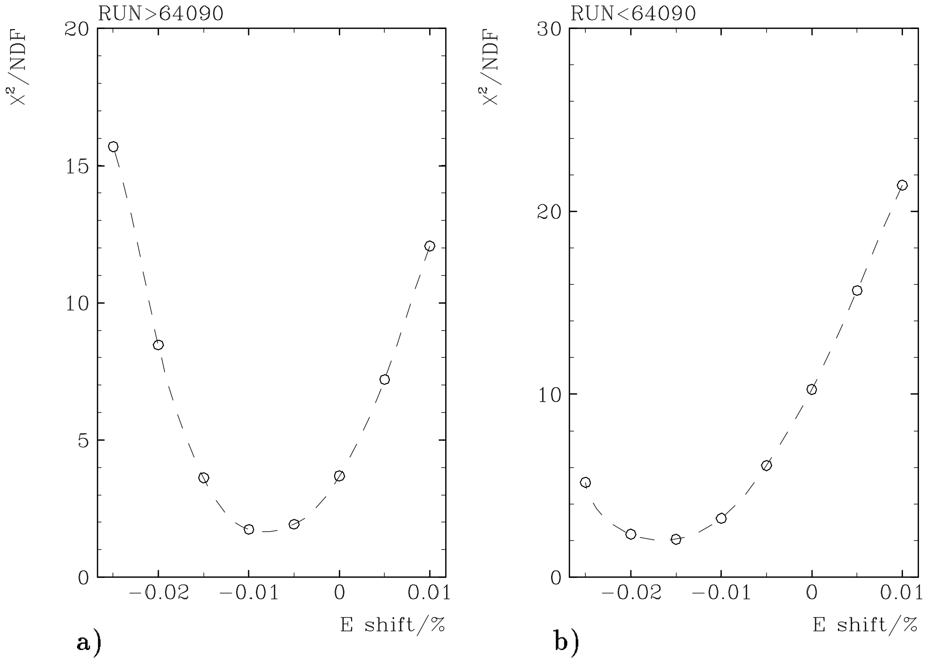



Abbildung 4.8: *Die $\chi^2$–Test–Ergebnisse, wobei $\chi^2/NDF$ der Definition nach Gleichung 4.9 entspricht, für die beiden größeren Runperioden des Jahres 1993. Die Minima wurden für die Bestimmung der Skalierungsfaktoren der gemessenen im Vergleich zu der simulierten BEMC–Energie herangezogen.*

den Abbildungen 4.8 sind die $\chi^2$–Test Ergebnisse für die beiden größeren Runperioden dargestellt, aus denen die mittleren Verschiebungen $\langle \Delta E \rangle / E$ der gemessenen Energie der gestreuten Elektronen hergeleitet wurden. Die Doppelwinkel–Methode wurde als Kontrollverfahren verwendet [107]. Die Ergebnisse beider Verfahren stimmten innerhalb der genannten Fehler miteinander überein.

Mit der unter i) genannten Kalibration ergibt sich eine sehr gute Beschreibung der Energieverteilung, siehe Abbildung 5.9a im Abschnitt 5.4. Die Breite des kinematischen Peaks ist ein Maß für die Auflösung der Energiemessung. Sie wird gut durch die Monte–Carlo–Simulation ohne zusätzliche Verschmierungen reproduziert. Die Unsicherheit der Energieauflösung im Monte–Carlo wurde durch einen 2%igen systematischen Fehler berücksichtigt.

Die Systematik der absoluten Energiekalibration wird dominiert durch die Unsicherheit der Beschreibung des insensitiven Materials, das sich vor dem Kalorimeter befindet, die Variationen der Kalibration der einzelnen BEMC–Module und der Energieverluste zwischen den Modulen. Die beschränkte Statistik verhinderte die weitergehende Untersuchung lokaler Effekte. Für das Jahr 1993 konnte der systematische Fehler der BEMC–Kalibration bei einer statistischen Genauigkeit von 1% mit 1.7% angegeben werden [105]. Dies ist der dominierende

Fehler der Strukturfunktionsmessung mit der Elektron–Methode.

**Winkel des gestreuten Elektrons** Die Winkelmessung der rückwärts gestreuten Elektronen erfolgt über die Kombination der rekonstruierten $z$–Vertex–Position mit einem rekonstruierten Spurpunkt in der BPC. Die Korrelation der BPC–Treffer mit dem im BEMC rekonstruierten Clusterzentrum ermöglicht durch die Auswahl des am dichtestem zum Schauerschwerpunkt liegenden BPC–Teffers eine sichere $\theta_e$–Bestimmung. Die Messung des Polarwinkels mittels der im zentralen Detektor rekonstruierten Spuren ist für den hier betrachteten rückwärtigen Bereich des H1–Detektors nicht möglich, da eine gute Winkelauflösung nur für große Streuwinkel, $\theta_e < 162^o$, erreicht werden kann.

Die Auflösung der mit dem $z$–Vertex und einem BPC–Treffer erfolgenden Winkelmessung hängt von der Genauigkeit der BPC–Rekonstruktion, dem Anteil der aufgeschauerten Teilchen sowie der $z$–Vertex–Auflösung ab. Die mit der $\mathcal{MC}$–Simulation erreichbare $\theta_e$–Auflösung von 1.5 $mrad$ ist in der Abbildung 4.9 dargestellt. Zu beachten ist, daß der Zentralwert präzise reproduziert wird.

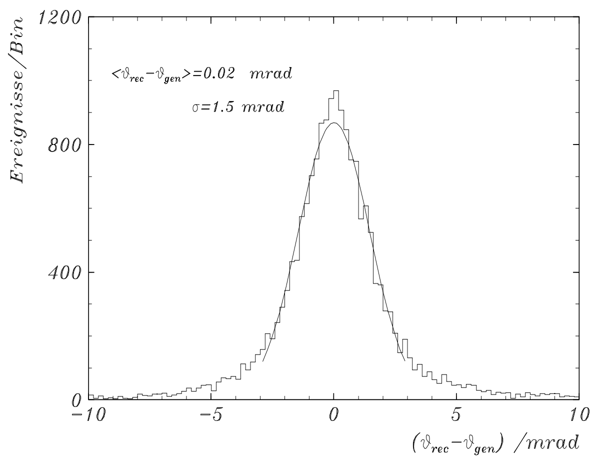



Abbildung 4.9: *Bestimmung der $\theta_e$–Auflösung in einer $\mathcal{MC}$–Studie durch den Vergleich der rekonstruierten mit den generierten Elektronstreuwinkeln für alle selektierten Ereignisse. Die durchgezogene Kurve repräsentiert die Anpassung einer Gaußkurve an die Daten.*

Die verbleibende Unsicherheit bei der Simulation von Prozessen mit vielfach gestreuten geladenen Teilchen und der $z$–Vertex–Auflösung wurde durch die Bestimmung der Winkelauflösung an Hand der tief inelastischen Daten mit verschiedenen Meßmethoden abgeschätzt [108, 109]. Neben der genannten Kombination BPC - $z$–Vertex wurden die Winkelmessung mit dem BEMC–Clusterzentrum sowie der inneren Proportionalkammer (CIP) und dem Wechselwirkungspunkt analysisert. Die aus den Daten gewonnenen durchschnittlichen $\theta_e$–Auflösungen sind [109]:

| | BPC - $z$–Vertex | CIP - $z$–Vertex | BEMC–Cluster - $z$–Vertex |
|---|---|---|---|
| $\sigma\theta_e$ $(mrad)$ | $2.5 \pm 0.3$ | $4.8 \pm 0.6$ | $5.8 \pm 0.3$ |

Die in der Strukturfunktionsanalyse verwendete BPC - $z$–Vertex–Winkelmessung stellt mit einer Auflösung von 2.5 $mrad$ das genaueste Verfahren zur Bestimmung des Streuwinkels dar. Mögliche Verschiebungen bei der Messung von $\theta_e$ sind dabei kleiner als 2 $mrad$ [108].

## 4.6 Hadronische Meßgrößen

Die Standardefinitionen der am hadronischen Vertex bestimmten Variablen $y_h = y_{JB}$ und $\theta_h$ folgen aus den im Abschnitt 3.4 und 3.5 gegebenen Formeln:

$$y_h = \frac{\Sigma}{2E_e} \qquad \text{und} \qquad \tan\frac{\theta_h}{2} = \frac{\Sigma}{p_\perp^h}, \tag{4.10}$$

mit $\Sigma = \sum_{i=1}^{\text{Hadronen}}(E - p_z)_i$. Die Summation über die hadronischen Endzustandsteilchen entspricht dabei der Summation der hadronischen Energiedepositionen in den Zellen des LAr– sowie des rückwärtigen BEMC–Kalorimeters. Die im instrumentierten Eisen registrierten Energien wurden nicht verwendet, da die Auflösung im rückwärtigen Bereich dadurch nicht verbessert wurde und geringe Energiebeiträge bei der Rekonstruktion kleiner $y$–Werte zu unerwünschten Verschiebungen der Ereignisse zu größeren $y$ hin führten [110]. Aus dem letztgenannten Grund wurden ebenfalls BEMC–Energien kleiner als 1.5 $GeV$ ausgeschlossen.

Im Akzeptanzbereich des zentralen Spurdetektors kann die kalorimetrische Messung geladener hadronischer Teilchen mit niedrigen Impulsen, $p_\perp^h > 100\ MeV/c$, durch die präzisere Impulsbestimmung der Spurkammern (CJC) ersetzt werden [110]. Der Einfluß auf die kinematische Variable $y_h$ wurde an Hand des Verhältnisses der rekonstruierten zu den generierten Werten, $(y_h - y_{gen})/y_{gen}$, in einer $\mathcal{MC}$–Simulation untersucht. Die Resultate für eine rein kalorimetrische Rekonstruktion werden in Abbildung 4.10, $y_h = YJCC$, die für die aus Zellenergien und Spurinformationen kombinierte $y$–Bestimmung in Abbildung 4.11, $y_h = YJCT$, für verschiedene $y$–Intervalle gezeigt. Die mittleren Auflösungen der beiden Varianten in dem betrachteten $y$–Gebiet, $0.4 > y_{gen} > 0.01$, sind vergleichbar und betragen etwa 20%. Eine sichtliche Verbesserung wird jedoch mit $YJCT$ in der Rekonstruktion der Zentralwerte erzielt. Die bei beiden Verfahren auftretenden Dezentrierungen der betrachteten Verteilungen im Bereich hoher $y$, d.h. rückwärtig gestreuter Jets, verschwinden zu den kleineren $y$–Beträgen hin. Im Vergleich zum rein kalorimetrischen Verfahren kann mit der $YJCT$–Methode eine genauere Widergabe der generierten Beträge erreicht werden. Die hadronische Messung der Inelastizitätsvariablen $y = YJCT$ ist für $y < 0.2$ frei von Verschiebungen. Insbesondere in dem Bereich kleiner $y < 0.05$ in dem die Auflösung der leptonisch bestimmten $y_e$–Variable sich bereits auf 35% (für $0.05 > y > 0.03$) verschlechtert, manifestiert sich der Vorteil der Rekonstruktion der Ereigniskinematik mittels hadronischer Informationen. Für die in der vorliegenden Arbeit analysierte gemischte Methode wurde daher das aus Zellenergien und Spurinformationen kombinierte Verfahren der Summation der hadronischen Endzustandsteilchen für die $y$–Bestimmung gewählt.

Die analogen $\mathcal{MC}$–Untersuchung für die Rekonstruktion von $y$ mit der Doppelwinkel–Methode ist in der Abbildung 4.12 für das Gebiet $0.6 > y_{gen} > 0.01$ dargestellt. Die mit der Doppelwinkel–Methode erreichbare $y$–Auflösung beträgt ebenfalls ca. 20%. Die Rekonstruktion von $y$ über die Messung des Winkels des gestreuten Elektrons sowie eines parametrisierten Stromjets ist mit dem favorisierten $YJCT$–Verfahren vergleichbar und ermöglicht die $F_2$ – Messung mit dieser Methode.

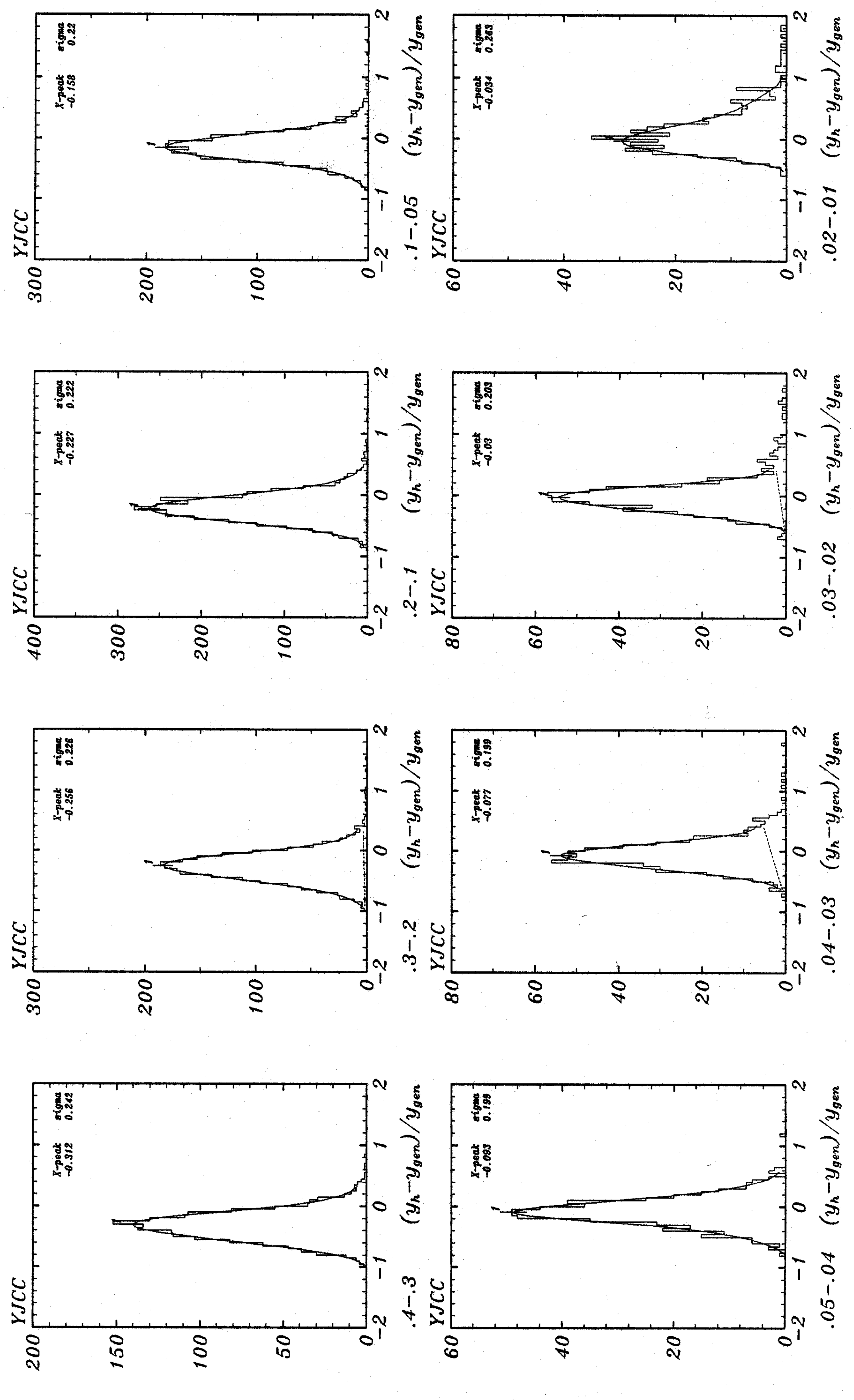



Abbildung 4.10: *Auflösung der auf Grund der Zellenergien bestimmten Größe $y_h$ für die $y$–Intervalle (von links nach rechts fortlaufend): 0.4-0.3, 0.3-0.2, 0.2-0.1, 0.1-0.05 (oben) sowie 0.05-0.04, 0.04-0.03, 0.03-0.02, 0.02-0.01 (unten).*

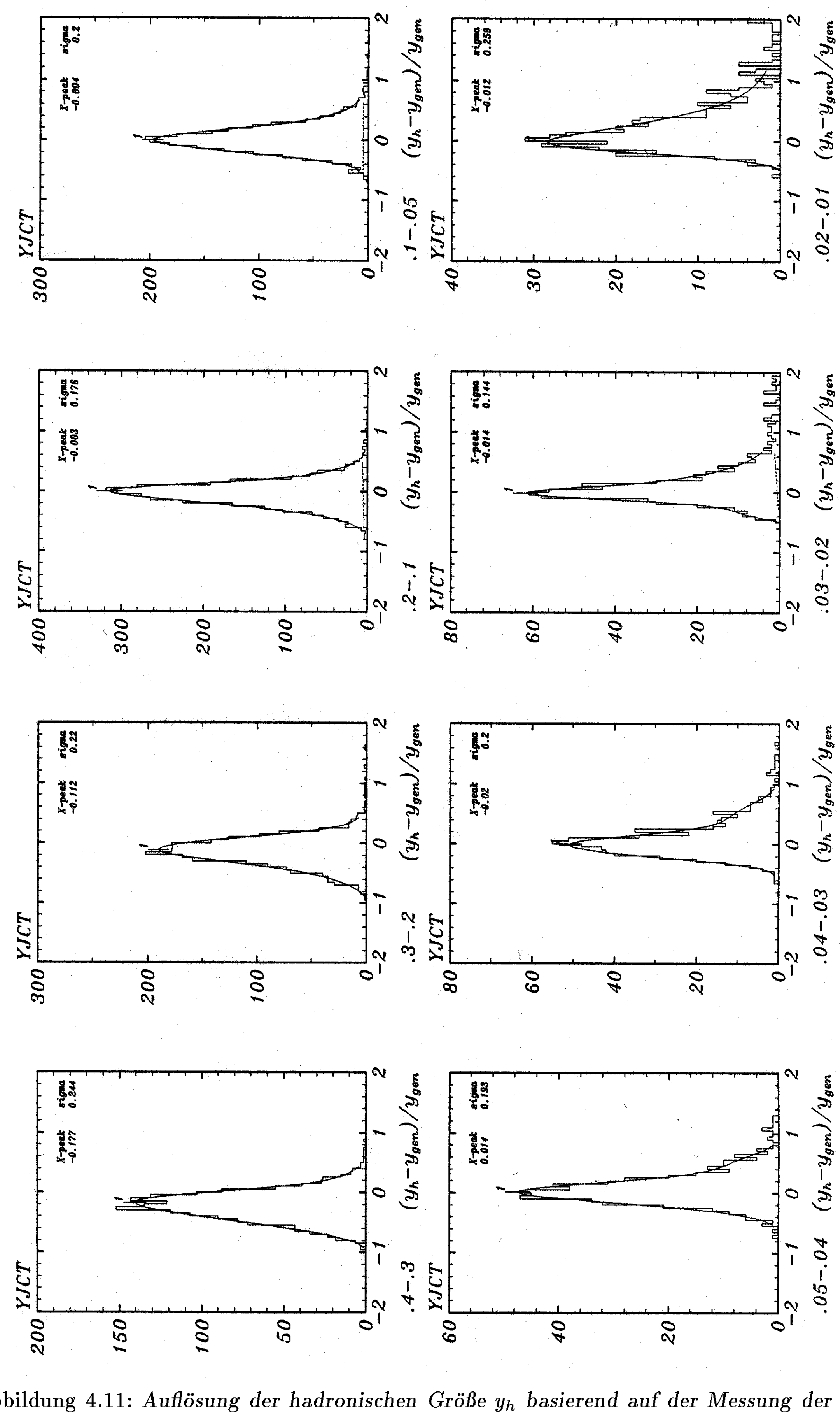



Abbildung 4.11: *Auflösung der hadronischen Größe $y_h$ basierend auf der Messung der Zellenergien und der im zentralen Detektor gemessenen Spurinformationen geladener Hadronen für die in Abb. 4.10 angegebenen y–Intervalle. Im Vergleich zu der in Abb. 4.10 dargestellten Methode sind die Verteilungen für $y < 0.2$ zentriert, d.h. die y–Rekonstruktion entspricht mit einem mittlerem $\sigma$ von 20% den generierten Werten.*

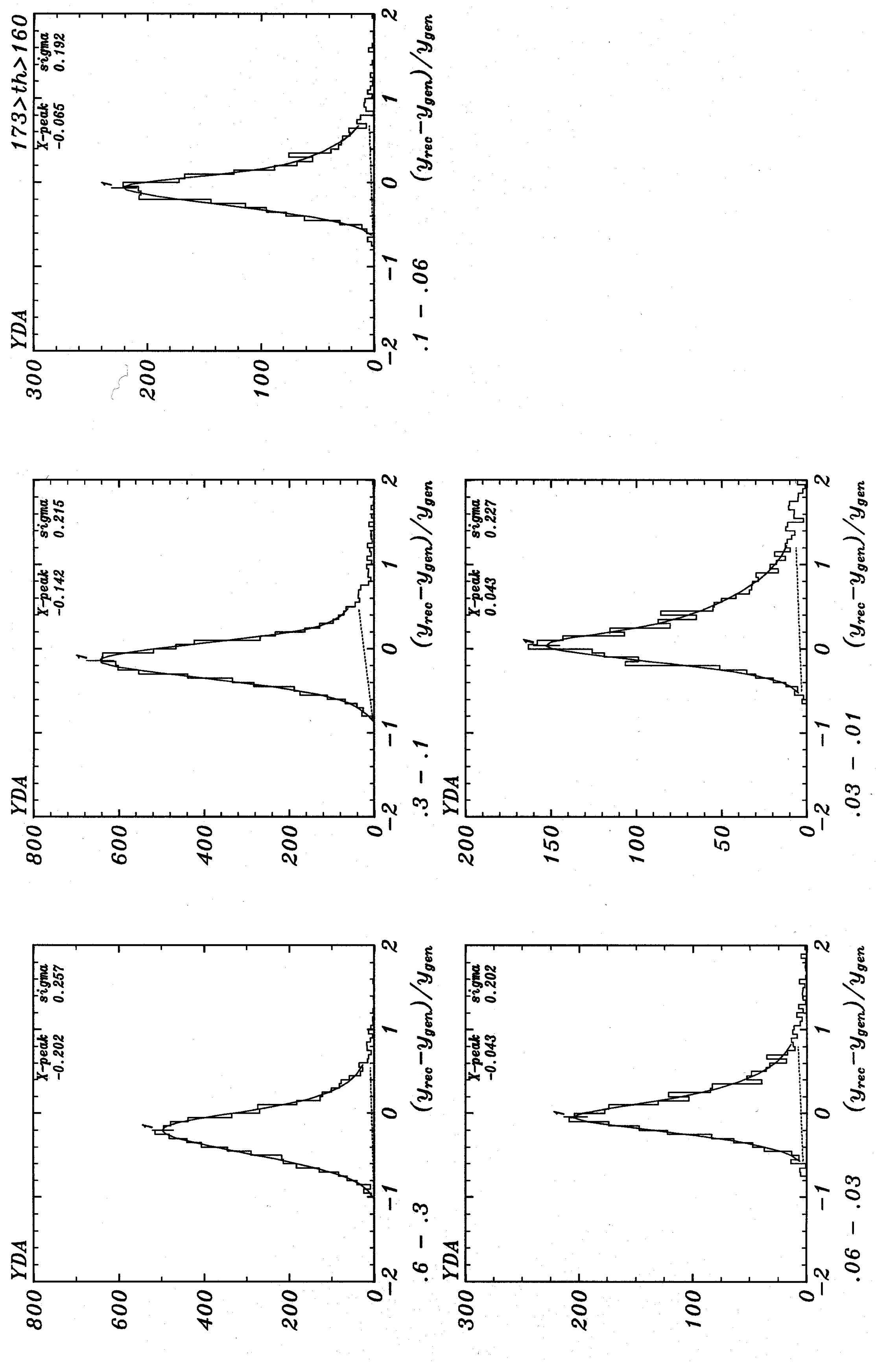



Abbildung 4.12: *Auflösung der Skalenvariable $y$ rekonstruiert mit der Doppelwinkel–Methode in den $y$–Intervallen (von links nach rechts fortlaufend): 0.6-0.3, 0.3-0.1, 0.1-0.06, 0.06-0.03, 0.03-0.01. Die $y$–Rekonstruktion mit der Doppelwinkel–Methode ist vergleichbar mit der favorisierten $YJCT$–Methode, siehe Abb. 4.11.*

Für die Überprüfung der hadronischen $y$–Rekonstruktion wurde ein Vergleich der $y_h/y_e$–Verteilungen der Daten mit der $\mathcal{MC}$–Simulation durchgeführt. In der Abbildung 4.13 wird das Resultat in dem für die $y_e$–Messung sinnvollen Bereich $0.6 > y_e > 0.03$ gezeigt. Die Daten werden in allen vier gewählten Intervallen sowohl in der Form als auch in der Normierung gut durch $\mathcal{MC}$–Simulation beschrieben. Erkennbare Abweichungen für den Bereich höherer $y$–Werte wurden im systematischen Fehler der $F_2$ –Messung mit der Mixed–Methode berücksichtigt. Bei diesem Vergleich ist zu beachten, daß hier nicht nur die durch den Detektor bedingten Auflösungeffekte untersucht werden, sondern auch der Einfluß der radiativen Ereignisse wesentlich wird. Das erklärt insbesondere die Verschiebung der Zentralwerte der $y_h/y_e$–Verteilungen zu Werten $\lesssim 1$.

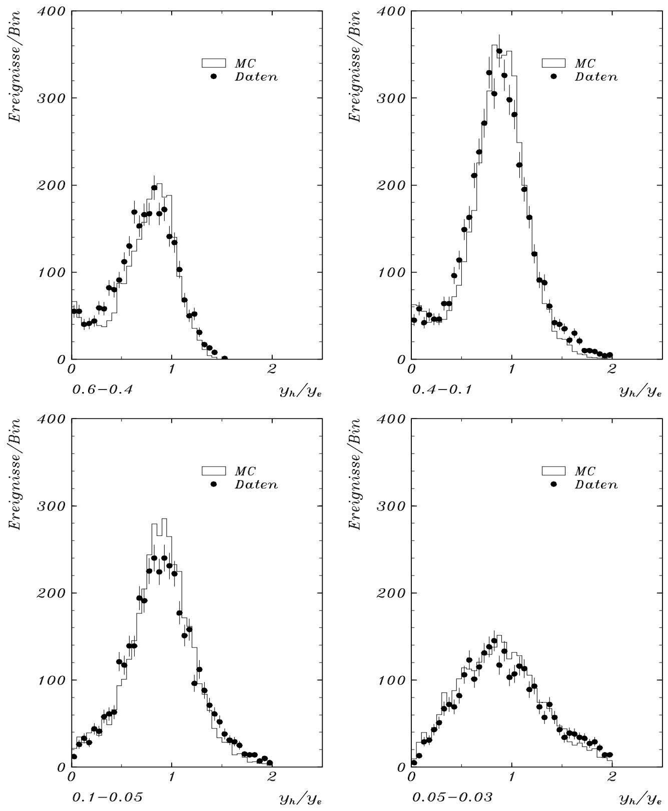



Abbildung 4.13: *$y_h/y_e$–Verteilungen für die Daten im Vergleich mit der $\mathcal{MC}$–Simulation für die angegebenen $y_e$–Intervalle: 0.6-0.4, 0.4-0.1, 0.1-0.05, 0.05-0.03. Dieser Vergleich verbindet durch den Detektor bedingte Auflösungseffekte mit der Beschreibung des Anteils der radiativen Ereignisse. Die auf die experimentelle Luminosität normierten $\mathcal{MC}$–Verteilungen geben sowohl die Breite als auch die Zentralwerte der Daten gut wieder.*

## 4.7 Schnitteffektivitäten

Die im Kapitel begründeten Selektionskriterien tief inelastischer Ereignisse und die durch die Auflösungen sowie Detektorakzeptanzen abgeleiteten Einschränkungen des $(x, Q^2)$–Phasenraums, siehe Abschnitt 5.1, werden in der Tabelle 4.1 für die drei Rekonstruktionsverfahren zusammengefaßt.

| | Elektron–Methode | gemischte Methode | Doppelwinkel–Methode |
|---|---|---|---|
| $\theta_e$ ($^o$) | $< 173$ | $< 173$ | $< 173$ |
| $\theta_h$ ($^o$) | – | – | $> 40$ |
| $E'_e$ ($GeV$) | $> 10.6$ | $> 10.6$ | $> 10.6$ |
| ECRA ($cm$) | $< 4$ | $< 4$ | $< 4$ |
| DCLBP ($cm$) | $< 4$ | $< 4$ | $< 4$ |
| $z$–Vertex (cm) | $-5\pm$ 30 | $-5\pm$ 30 | $-5\pm$ 30 |
| RVFIT | $> 0.25$ | $> 0.25$ | $> 0.25$ |
| $y$–Gebiet | $0.6 > y > 0.05$ | $0.4 > y > 0.01$ | $0.4 > y > 0.01$ |
| Selektierte Ereignisse | 15672 | 18104 | 19718 |

Tabelle 4.1: *Zusammenfassung der Selektionskriterien tief inelastischer Ereignisse für Werte* $Q^2 < 100\ GeV^2$.

Die Berechnung der Schnitteffektivitäten, $\varepsilon_i\,(i = 1...m)$, erfolgte an Hand der selektierten Daten aus dem Verhältnis der Ereigniszahlen nach allen $m$ Schnitten, $N_m$, zu der ohne den betrachteten Schnitt $s$, $N_{m-s}$:

$$\varepsilon = \frac{N_m}{N_{m-s}}. \tag{4.11}$$

Die Effektivitäten der Schnitte für die Eletronidentifikation, ECRA und DCLBP, sowie der Untergrundunterdrückung, RVFIT, wurden auf dem Niveau des Mini–DST's durchgeführt. Für die Bestimmung der $z$–Vertex–Effektivität war die Analyse von DST–Daten erforderlich, wobei der zum Vertex korrelierte RVFIT–Schnitt aus der Selektion ausgenommen wurde. Bei der Berechnung der Wahrscheinlichkeit der Existenz eines Vertex innerhalb des Bereiches $-35 < z < 25\ cm$ mußte zudem bei der Bestimmung des in Gleichung (4.11) auftretenden Nenners der Beitrag der Ereignisse aus den Satelliten–Bunchen beachtet werden, für die kein Vertex in $z$ rekonstruiert werden konnte. Daher wurde eine Korrektur des ca. 3%igen Satelliten–Bunchanteils, siehe auch Abschnitt 3.3, unter Berücksichtigung der Wichtung $\sim 1/xQ^4$ des tief inelastischen Streuquerschnitts durchgeführt [5].

Die aus den Daten bestimmten Effektivitäten wurden mit den aus der $\mathcal{MC}$–Simulation erhaltenen Werten verglichen. Das Verhältnis $\varepsilon_i^{Daten}/\varepsilon_i^{\mathrm{MC}}$ lieferte dann die für die weitere Analyse benötigten Korrekturfaktoren. In den Abbildungen 4.14 und 4.15 sind die Ergebnisse in Abhängigkeit von $x$ und $Q^2$ für die Schnitte ECRA, DCLBP, $z$–Vertex und RVFIT dargestellt. Die Analysen wurden dabei sowohl mit den Ereignissen, die mit der Elektron–Methode rekonstruiert wurden, als auch denen des gemischten Verfahrens durchgeführt. Die Selektionsschnitte sind im Allgemeinen gut beschrieben und die erhaltenen Faktoren sind nahe 1. Für die Korrektur der Daten wurden gemittelte, globale Faktoren bestimmt, da bis auf Ausnahmen ( z.B. Triggereffektivität bei kleinen Energien) keine systematischen Abweichungen der Simulation von den Daten erkennbar waren (Abbildungen 4.14 und 4.15). Die Bestimmung der Korrekturfaktoren erwies sich ferner als innerhalb der Fehler unabhängig von der gewählten Rekonstruktionsmethode, so daß für die drei betrachteten Varianten dieselben Effektivitäten angenommen werden konnten.

Die Korrekturfaktoren für die Messung der Strukturfunktion wurden nach der Kontrolle durch mehrere Analysen erhalten. Eine unabhängige Analyse der $z$–Vertex–Effektivität basierte z.B. auf den Informationen der inneren Proportionalkammer CIP [119]. In der Tabelle 4.2 sind die aus dem Vergleich zu der $\mathcal{MC}$–Simulation resultierenden globalen Effektivitäten

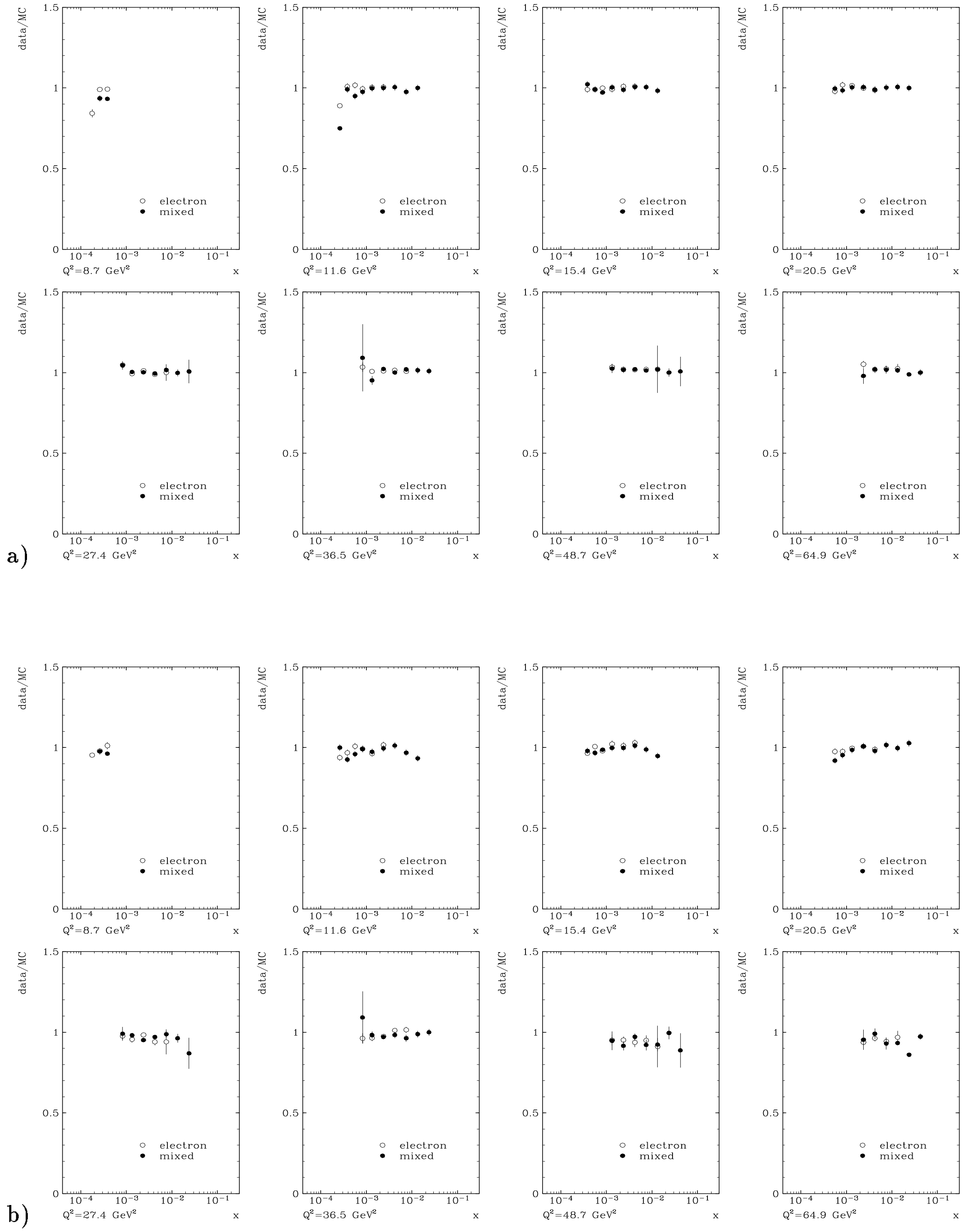



Abbildung 4.14: *Verhältnis der Schnitteffektivitäten berechnet aus den Daten zu denen aus der $\mathcal{MC}$–Simulation für a) ECRA< 4 cm und b) DCLBP< 4 cm. Die Werte wurden sowohl mit der Elektron–Analyse (electron) als auch der gemischten Methode (mixed) bestimmt. Große Fehlerbalken deuten auf angeschnittene Bins der Elektron– oder der gemischten Methode hin.*