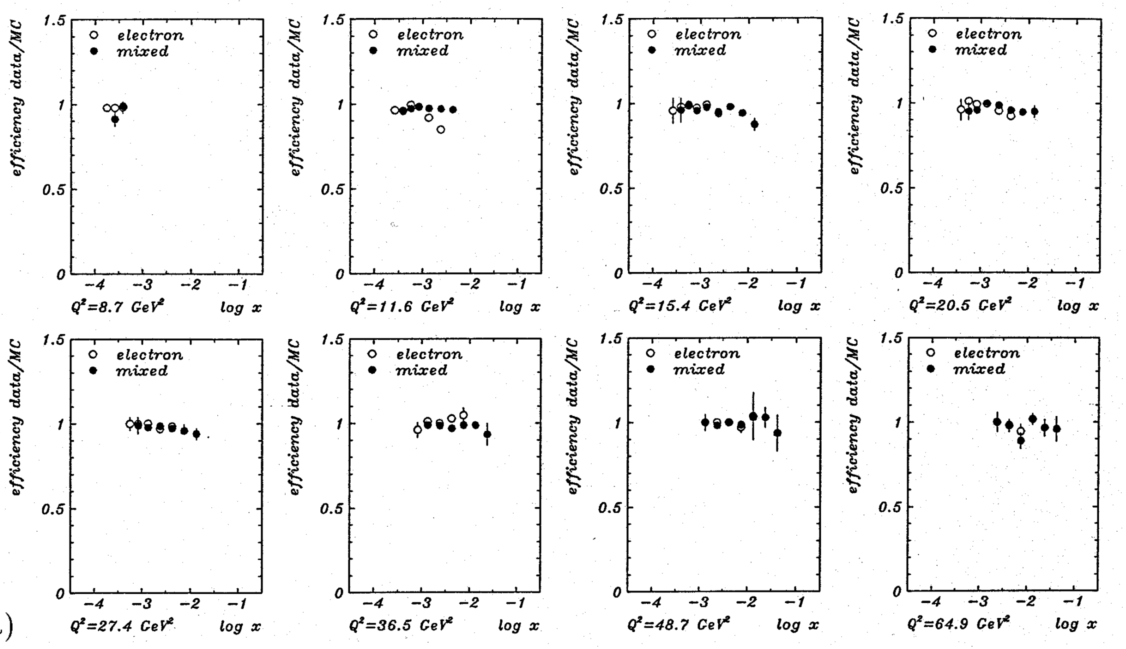
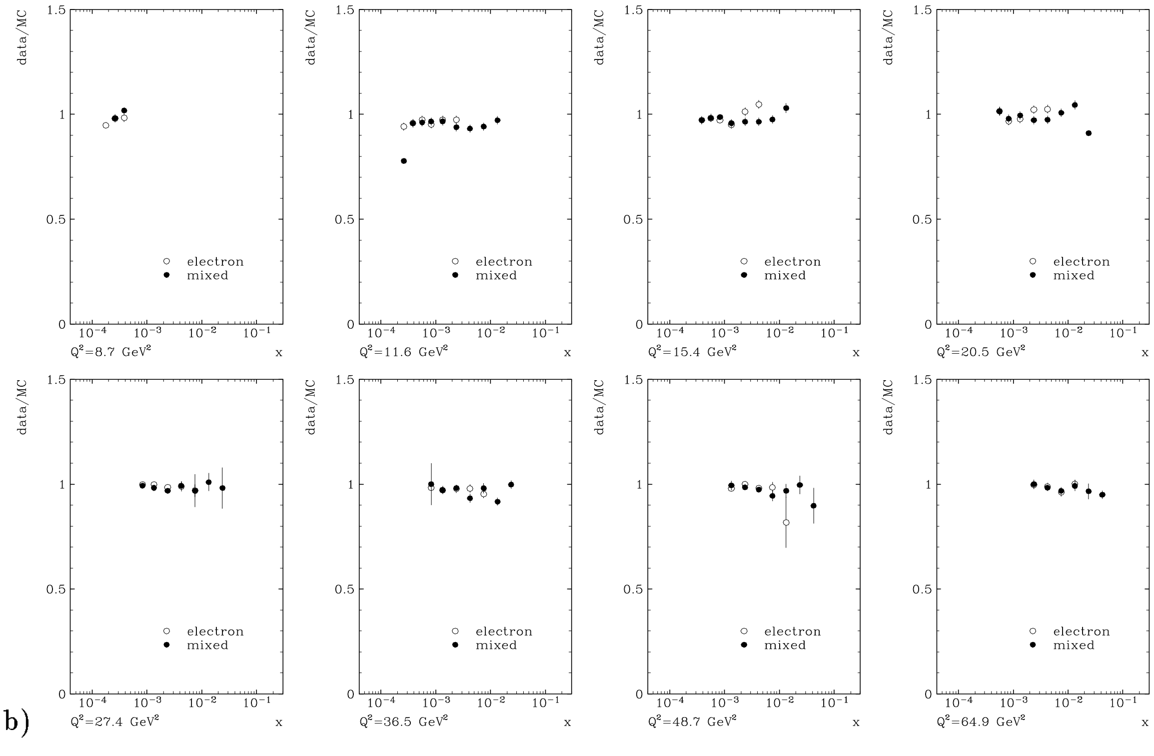


a)



b)

Abbildung 4.15: *Verhältnis der Schnitteffektivitäten berechnet aus den Daten zu denen aus der $\mathcal{MC}$–Simulation für a) die Existenz eines z–Vertex innerhalb $-35 < z < 25$ cm und b) für die Forderung RVFIT $> 1/4$. Die Werte wurden sowohl mit der Elektron–Analyse (electron) als auch der gemischten Methode (mixed) bestimmt. Große Fehlerbalken deuten auf angeschnittene Bins der Elektron– oder der gemischten Methode hin.*

Schnitt	Effektivität (%)	Fehler (%)	Ref.
BEMC–Trigger	100	1	[115]
TOF	99	1	[116]
ECRA	100	1	[117, 118]
DCLBP	98	2	[108, 109, 118]
z–Vertex	98	2	[119, 118]
$-35 < z < 25\ cm$	95	2	[120]
RVFIT	98	2	[118]
total	88	4	

Tabelle 4.2: *Die im Vergleich zu der $\mathcal{MC}$–Simulation aus den Daten erhaltenen globalen Effektivitäten.*

zusammengestellt. Für den totalen Korrekturfaktor ergab sich der Wert

$$\varepsilon_{tot} = 0.88 \pm 0.04. \tag{4.12}$$

Für den Bereich kleinerer Energien des gestreuten Elektrons, $E'_e < 12\ GeV$, verschlechterte sich die Effektivität des BEMC–Triggers in Abhängigkeit vom betrachteten Streuwinkelbereich, siehe Tabelle 4.3 [115]. Für diesen Energiebereich wurden auch die Ausdehnungen

$\theta_e/^o$	$10.6 < E'_e < 12\ GeV$	$E'_e > 12\ GeV$
171.5-172.0	100 ± 1	
172.0-172.5	96 ± 4	99 ± 1
172.5-173.0	90 ± 7	93 ± 1
173.0-173.5	85 ± 5	89 ± 2

Tabelle 4.3: *BEMC–Trigger Effektivitäten für den Bereich $E'_e < 12\ GeV$ und in Abhängigkeit von den betrachteten Winkelintervallen in θ_e.*

der Cluster im BEMC nur noch mit einer Genauigkeit von 98% beschrieben [117]. Die aufgeführten Faktoren wurden als zusätzliche Gewichte für die $\mathcal{MC}$–Ereignisse dieser Energie– und Streuwinkelbereiche angewendet.

Kapitel 5

Messung der Strukturfunktion des Protons

5.1 Die Aufteilung des Phasenraums

Die Messung des tief inelastischen Streuquerschnitts und die Berechnung der Protonstrukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ erfolgte in rechteckigen Elementen des Phasenraums Δx und ΔQ^2, den sogenannten *Bins.* Die Rekonstruktion der Variablen wurde mit der Elektron–, der gemischten und der Doppelwinkel–Methode durchgeführt. Durch die Begrenzung des Phasenraums auf jeweils die Gebiete, in denen die Variablen x und Q^2 mit der entsprechenden Methode jeweils gut gemessen werden können, werden die systematischen Fehler verringert und die Korrekturfaktoren geglättet.

Wahl des Binnings in x, Q^2 Die Binbreiten wurden unter der Berücksichtigung folgender Punkte gewählt:

- Der größte Teil der generierten Ereignisse sollte auch nach der Detektorsimulation und Variablenrekonstruktion im Bin verbleiben.
- Die Binbreiten sollten nicht kleiner als die Auflösung in x, Q^2 sein:

$$\Delta x \simeq \sigma(x) \quad \text{und} \quad \Delta Q^2 \simeq \sigma(Q^2). \tag{5.1}$$

- Die Bingrößen waren der Datenstatistik des Jahres 1993 anzupassen.

Durch die zur Verfügung stehende Vielfalt der Rekonstruktionsmethoden, wurde das x–Binning in zwei Bereiche aufgeteilt, a) $x \leq 10^{-3}$, den Bereich der guten Auflösung der Elektron–Methode bei kleinen x–Werten und b) den Bereich der mittleren Auflösungen der kombinierten Methoden bei größeren x. Die Variation der Auflösung ist eigentlich in y und nicht in x signifikant. Jedoch widersprach ein y–Binning dem Wunsch nach orthogonalen x, Q^2–Bins, die die nachfolgende Interpretation von F_2 erleichterten. Die Bingrenzen ergeben sich dann aus den logaritmisch äquidistant gewählten Abständen in x und Q^2 wie folgt:

i) 6 Bins im Gebiet $10^{-4} \leq x \leq 10^{-3}$ und jeweils 4 Bins pro Dekade für $x \geq 10^{-3}$,

ii) 11 Bins in Q^2 für $5 \leq Q^2 \leq 133.4\ GeV^2$ und 4 Bins für die Analyse hoher Q^2–Werte, $133.4 \leq Q^2 \leq 2113.5\ GeV^2$.

Gemessen an der Auflösung hätte das Q^2–Binning viel feiner sein können, jedoch war dafür die Statistik der Daten zu klein. Das Binning ist zusammen mit den vorselektierten tief inelastischen Daten in der Abbildung 5.1 dargestellt.

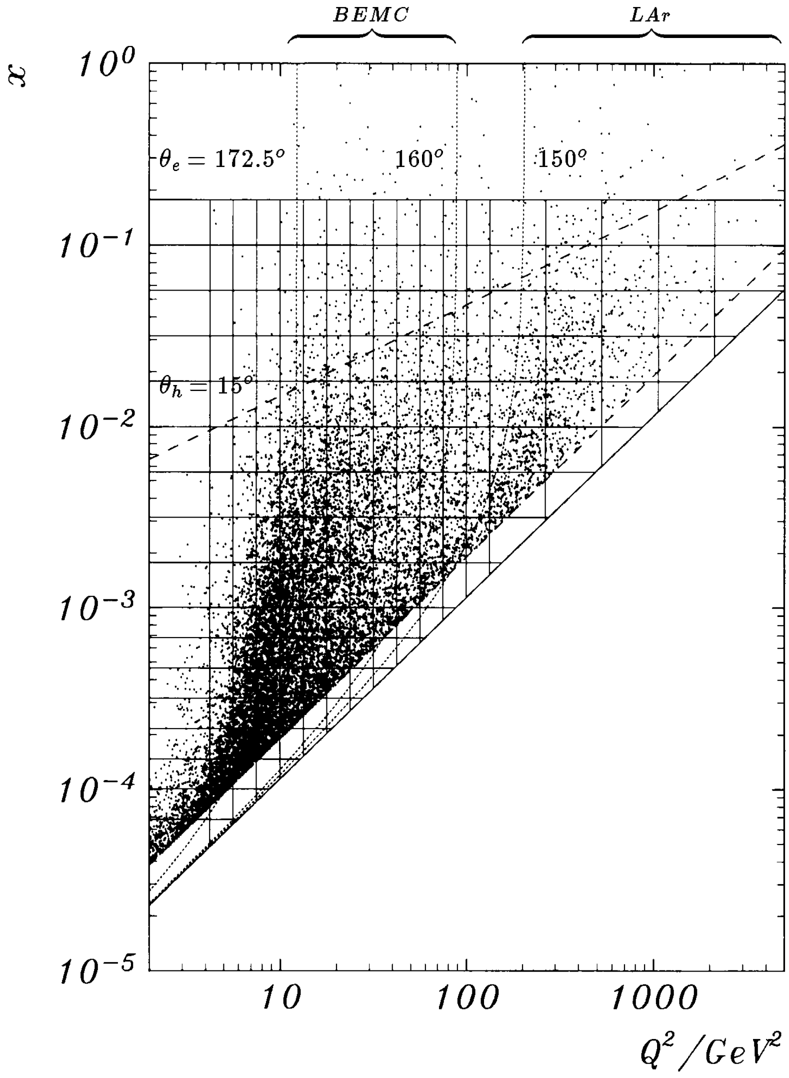


Abbildung 5.1: *Aufteilung des (x, Q^2)–Phasenraums in logarithmisch äquidistante Bins Δx und ΔQ^2. Eingezeichnet sind die Linien $y = 1.0$ (durchgezogen) und $y = 0.6$ (gestrichelt). Das gewählte Binning wurde sowohl der vorhandenen Datenstatistik als auch der Auflösung der Elektron–Methode bei kleinen $x \leq 10^{-3}$ und der der kombinierten Methoden bei größeren x–Werten angepaßt. Für das Akzeptanzgebiet der BEMC–BPC–Region, $173^o < \theta_e < 160^o$, konnte auf Grund der größeren Datenmenge eine feinere Aufteilung in Q^2 im Vergleich zu der Analyse der hohen Q^2–Werte gewählt werden. Die gezeigten Datenpunkte entsprechen ca. 1/4 der Statistik bei kleineren $Q^2 < 100$ GeV^2 (BEMC) und der vollständigen Statistik bei hohen $Q^2 \gtrsim 100$ GeV^2 (LAr).*

Die Bestimmung der Strukturfunktion erfolgt an einem festen Punkt innerhalb des Bins, der im Allgemeinen durch die Werte der Binzentren x_c und Q_c^2 repräsentiert wird. Die für die H1–Analyse fixierten Werte x_c und Q_c^2 sind:

$$\begin{aligned} x_c &= 0.000178,\ 0.000261,\ 0.000383,\ 0.000562,\ 0.000825,\ 0.00133, \\ &\quad\ 0.00237,\ 0.00421,\ 0.00750,\ 0.0133,\ 0.0237,\ 0.0421,\ 0.0750,\ 0.133 \\ Q_c^2\ (GeV^2) &= 8.5,\ 12,\ 15,\ 20,\ 25,\ 35,\ 50,\ 65,\ 80,\ 120,\ 200,\ 400,\ 800,\ 1600. \end{aligned} \tag{5.2}$$

Vergleich der Rekonstruktionsmethoden Für die Untersuchung der Auflösungen unter besonderer Berücksichtigung des H1–Detektors wurden die generierten 144000 $\mathcal{MC}$–Ereignisse, siehe Abschnitt 3.6, einer detaillierten Detektorsimulation unterzogen.

Die Rekonstruktion der kinematischen Variablen erfolgte auf Grund der Kalorimeter- und Spurinformationen in derselben Weise, wie für die Daten des Jahres 1993. Die in der Tabelle 4.1 zusammengefaßten Schnitte für die Elektronidentifikation, der Definition des Wechselwirkungspunkts und der Unterdrückung des Untergrundes wurden ebenso auf die rekonstruierten $\mathcal{MC}$–Ereignisse angewandt. Die nachfolgenden Untersuchungen wurden jedoch mit der Forderung $0.6 > y > 0.001$ durchgeführt und die in der Tabelle 4.1 bereits aufgeführte kinematische Einschränkung des Phasenraums für die kombinierten Methoden wird in diesem Abschnitt begründet.

Die Ergebnisse der $\mathcal{MC}$–Studie für die Rekonstruktion von x und Q^2 nach der Elektron–Methode, der gemischten Methode und der Doppelwinkel–Methode mit der H1–Detektorsimulation des Jahres 1993 sind in den Abbildungen 5.2 a-c dargestellt. Die linken Abbildungen zeigen die Migrationen der rekonstruierten gegenüber den generierten Ereignissen pro Bin in x und Q^2. Die Länge und die Richtung der eingezeichneten Pfeile zeigen die mittlere Verschiebung der Ereignisse im Phasenraum bezüglich der gewählten Zentralwerte, siehe Gl. 5.2, an. In den rechten Abbildungen sind die Auflösungen in Δx und ΔQ^2 eingezeichnet, die das im Abschnitt 3.5 erläuterte Verhalten der kinematischen Variablen illustrieren. Die Angabe der Auflösungen aus dem Monte–Carlo ist nur sinnvoll, wenn die beobachteten Verschiebungen kleiner als die gewählten Binbreiten in x und Q^2 sind. Für diese Studie wurde dabei die Forderung nach einer maximalen Verschiebung von 30% verwendet.

Für die Elektron–Methode sind die Migrationen klein im Bereich großer y–Werte. Die bei kleinen y generierten Variablen werden dagegen stark zu kleinen x–Werten hin verschoben. Dies ist eine Folge des starken Ansteigens des Querschnitts $d\sigma/dxdE_e'$ im Bereich des kinematischen Peaks. Durch einen Schnitt in y_e, $y_e > 0.05$, können diese Gebiete ausgeschlossen werden. Die Auflösung in Q^2 ist über das Meßgebiet sehr gut, wie ebenfalls die x–Auflösungen bei $x < 10^{-3}$. Für die beiden kombinierten Methoden ist die Erweiterung des Phasenraums für die F_2 –Messung zu den kleineren y–Werten hin offensichtlich. Es sind nur leichte Verschiebungen zu kleineren x–Werten beobachtbar, die je durch die Schnitte $y_h > 0.01$ sowie $\theta_h > 40^o$ ausgeschlossen werden können. Die Auflösungen in x und Q^2 sind gut, wobei in dem betrachteten Bereich $Q^2 < 80\ GeV^2$ die Kombination zwischen y_h und Q_e^2 der gemischten Methode das in der Auflösung bessere Verfahren als die Doppelwinkel–Methode ist. Die Messung im Bereich hoher y–Werte ist für die gemischte Methode mit der Einschränkung $y < 0.4$ möglich. Die Rekonstruktion mit der Doppelwinkel–Methode leidet hier an der sehr schlechten Q^2–Auflösung, so daß in dem gewählten Binning dieses Verfahren streng genommen nur im Bereich $x > 10^{-3}$ angewendet werden kann. Die Analyse mit der Doppelwinkel–Methode wurde nur zur systematischen Kontrolle durchgeführt, bei ZEUS jedoch offiziell benutzt [134, 135].

Resultat dieser Untersuchung ist die Einschränkung des Phasenraums auf den für jede Rekonstruktionsmethode günstigsten Bereich. Die definierten Schnitte wurden den aus der Selektion der Daten bestimmten Kriterien, $y < 0.6$ und $\theta_e < 173^o$, für die weitere Analyse hinzugefügt.

5.2 Detektorakzeptanz

Berechnung der Detektorakzeptanzen Mit der Detektorakzeptanz kann der Einfluß der Ereignisselektion und der Migrationsbewegungen quantifiziert werden. Die Akzeptanz A kann für jedes Bin bestimmt werden, wenn die Ereigniszahlen N für die nach allen kinematischen Schnitten gegebene Fläche $\Delta x \cdot \Delta Q^2$ des Bins bekannt sind. Die $\mathcal{MC}$–Ereignisse werden dabei in die generierten, $N(\mathcal{MC},gen)$, und den rekonstruierten, $N(\mathcal{MC},rec)$, Variablen aufgeteilt. Bei einer Wichtung des Monte–Carlo's werden die Ereigniszahlen entsprechend durch die Summe der Gewichte pro Bin ersetzt.

Der für die F_2 –Messung entscheidende totale Korrekturfaktor pro Bin, A, ergibt sich aus dem Produkt der Akzeptanzwerte bezüglich der Selektion, A_{sel}, und der Migration, A_{mig}:

$$A := A_{sel} \cdot A_{mig} \tag{5.3}$$

$$A_{sel} := \frac{N(\mathcal{MC},gen,sel)}{N(\mathcal{MC},gen)} \tag{5.4}$$

$$A_{mig} := \frac{N(\mathcal{MC},rec,sel)}{N(\mathcal{MC},gen,sel)}. \tag{5.5}$$

Die nach Gleichung 5.3 berechneten Akzeptanzen sind in Abbildung 5.3 für die Rekonstruktion von x und Q^2 nach der Elektron–Methode, der gemischten Methode und der Doppelwinkel–Methode dargestellt. Die Einschränkung des Phasenraums entspricht den Annahmen der Abbildung 5.2. Die Größe der Korrekturfaktoren wird dabei für den Bereich mittlerer x–Werte, $x \sim 5 \cdot 10^{-3}$ und $Q^2 \gtrsim 15\ GeV^2$, in denen alle drei Methoden vergleichbare Auflösungen haben, nahezu unabhängig von dem gewählten Rekonstruktionsverfahren. Für sehr kleine x–Werte ist die Elektronanalyse für die F_2 –Messung am günstigsten. Oberhalb von $x > 0.01$ wird dagegen für den betrachteten Q^2–Bereich die Berechnung der Strukturfunktion nur mit einer kombinierten Methode möglich. Deutlich wird auch die Verschlechterung der Detektorakzeptanz für große x–Werte, $x \rightarrow 0.1$, insbesondere durch die stärker werdenden Verluste in der Nähe der Strahlröhre im Vorwärtsbereich des Detektors. Zur Verhinderung zu großer Migrationseffekte sowie Ereignisverluste wurde für die weitere Analyse

$$1.5 > A > 0.5 \tag{5.6}$$

gefordert. Eine Zusammenstellung der Akzeptanzwerte A, der Ereigniszahlen N_{DIS}, und der Beiträge durch die statistische Subtraktion des γp–Untergrundes $N_{\gamma p}/N_{\mathrm{DIS}}$ für die drei betrachteten Rekonstruktionsmethoden für die in dieser Arbeit die Strukturfunktion F_2 berechnet wurden, findet sich in der Tabelle 5.1. Die statistischen Fehler der Korrekturfaktoren betragen für alle drei Verfahren nur wenige Prozent.

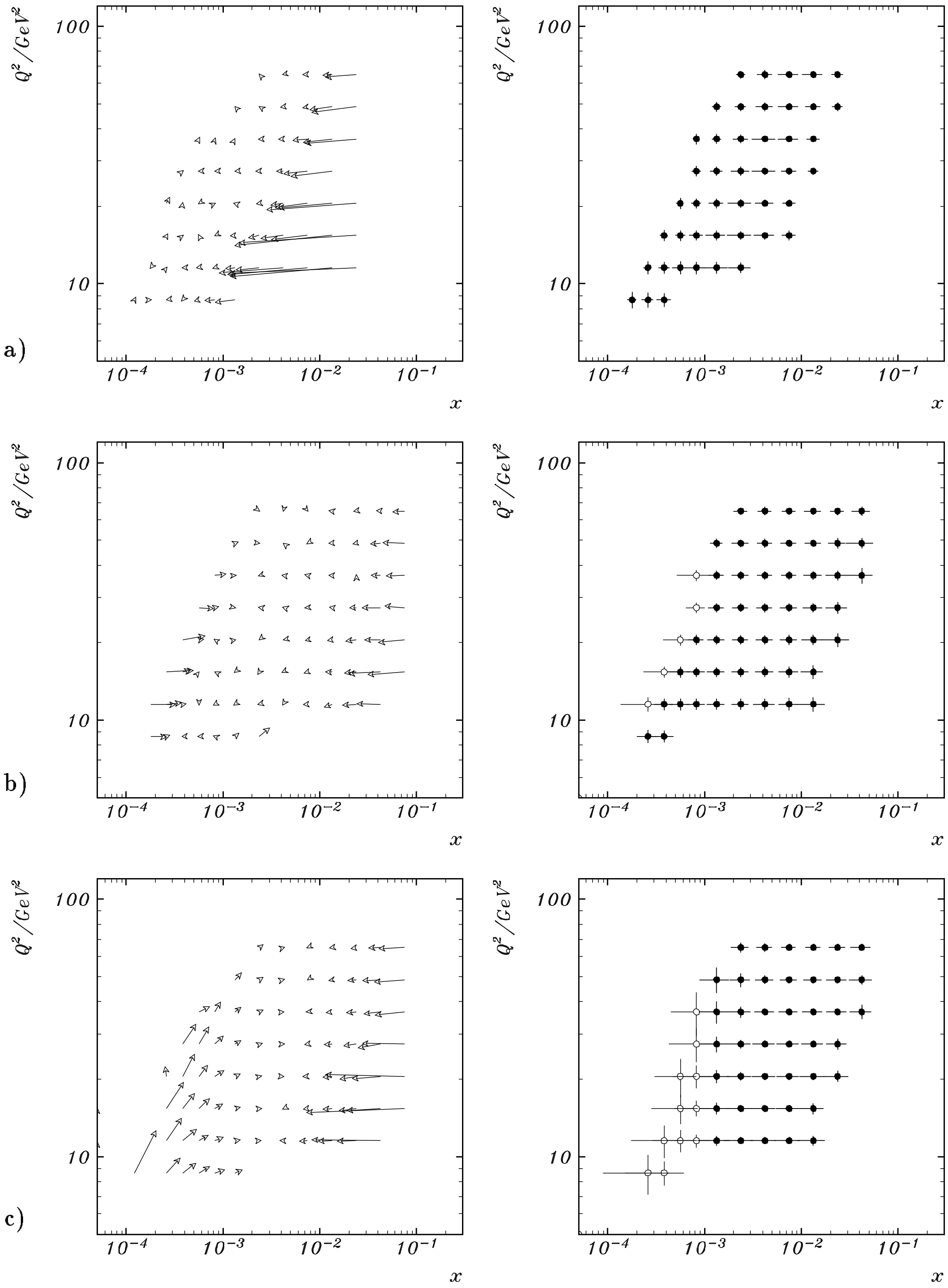


Abbildung 5.2: *Rekonstruktion von x und Q^2 nach der a) Elektron–Methode, der b) gemischten Methode und der c) Doppelwinkel–Methode. Links wird die Verschiebung der rekonstruierten Ereignisse gegenüber den mittleren generierten Werten pro Bin in x und Q^2 (Ursprung der Pfeile) für die H1–Detektorsimulation 1993 gezeigt. In den rechten Abbildungen sind die Auflösungen in Δx und ΔQ^2 eingezeichnet, wenn die Migrationen kleiner als 30%* der *gewählten Binbreiten in x und Q^2 sind. Die Größe der Fehlerbalken entspricht jeweils dem 1σ–Wert, wobei σ dem Zentralwert des Bins zugeordnet wurde. Die schwarzen Punkte zeigen die Bins an, in denen die Bedingung $\sigma < 0.75 \cdot Binbreite$ gilt. Radiative Ereignisse wurden für diese Studie ausgeschlossen.*

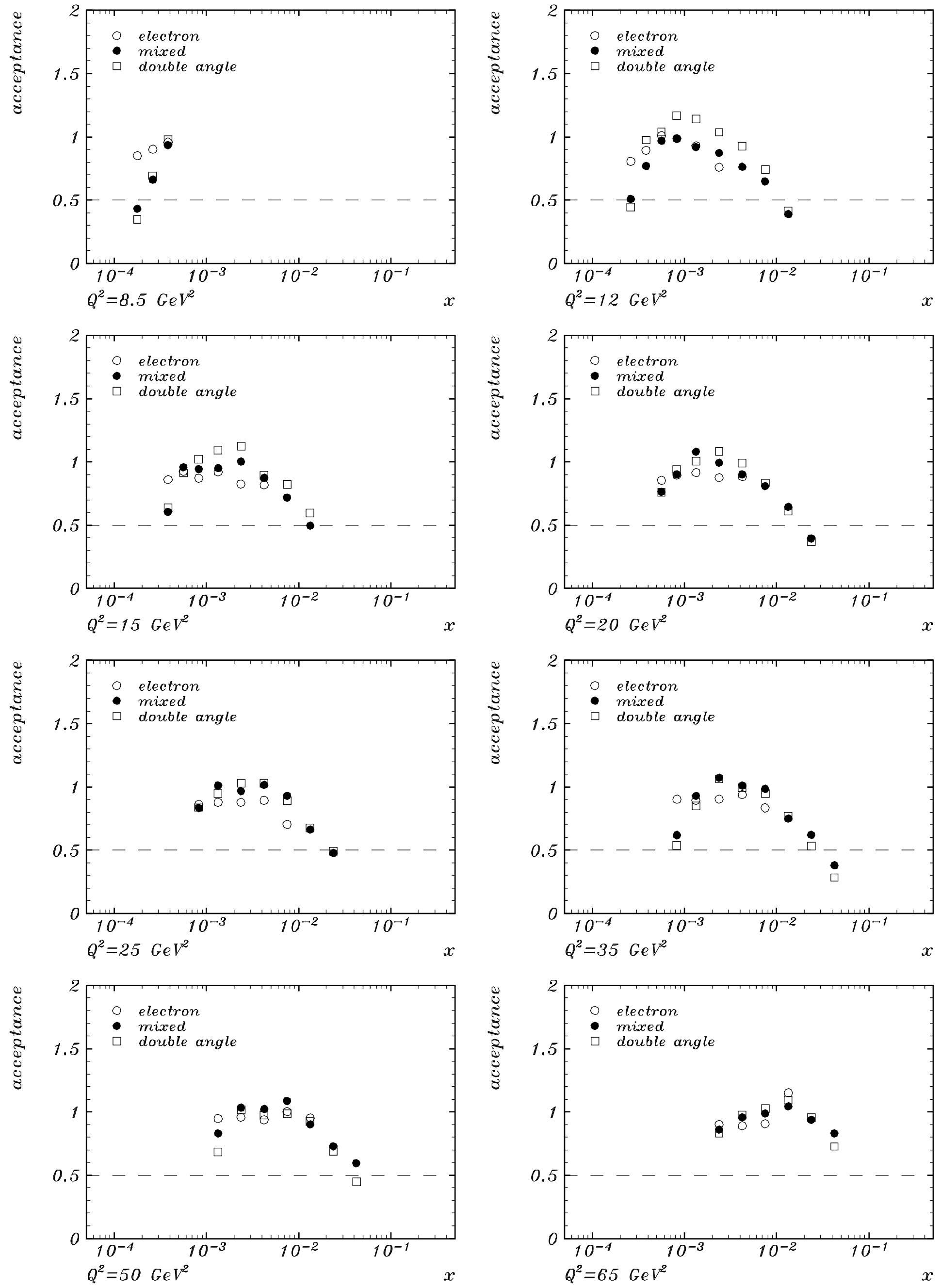


Abbildung 5.3: *Vergleich der Detektorakzeptanzen (acceptance) für die Rekonstruktion von x und Q^2 nach der Elektron–Methode (electron), der gemischten Methode (mixed) und der Doppelwinkel–Methode (double angle), die statistischen Fehler der Korrekturfaktoren betragen für alle drei Verfahren einige Prozent. Mit eingezeichnet wurde die Forderung nach einem minimalen totalen Korrekturfaktor von 50%.*

Q^2	x	y	E A	E N_{DIS}	E $\frac{N_{\gamma p}}{N_{\mathrm{DIS}}}$	$Mixed$ A	$Mixed$ N_{DIS}	$Mixed$ $\frac{N_{\gamma p}}{N_{\mathrm{DIS}}}$	DA A	DA N_{DIS}	DA $\frac{N_{\gamma p}}{N_{\mathrm{DIS}}}$
8.5	0.000178	0.545	0.85	530	0.09	0.43	160	0.06	0.35	272	0.02
8.5	0.000261	0.372	0.90	763	0.00	0.66	410	0.06	0.69	615	0.03
8.5	0.000383	0.253	0.96	607	0.00	0.94	460	0.02	0.98	573	0.02
12	0.000261	0.525	0.81	514	0.05	0.51	215	0.06	0.44	294	0.04
12	0.000383	0.358	0.89	617	0.00	0.77	417	0.02	0.97	556	0.03
12	0.000562	0.244	1.01	648	0.00	0.97	540	0.02	1.04	619	0.03
12	0.000825	0.166	0.99	610	0.00	0.99	625	0.01	1.17	639	0.02
12	0.001330	0.103	0.93	877	0.00	0.92	808	0.00	1.14	910	0.00
12	0.002370	0.058	0.76	408	0.00	0.87	659	0.00	1.04	724	0.01
12	0.004210	0.033	0.00	0	0.00	0.76	494	0.00	0.92	497	0.00
12	0.007500	0.018	0.00	0	0.00	0.65	303	0.00	0.74	285	0.00
15	0.000383	0.447	0.86	480	0.03	0.61	239	0.02	0.64	327	0.03
15	0.000562	0.305	0.92	492	0.00	0.96	392	0.03	0.91	450	0.03
15	0.000825	0.208	0.87	476	0.00	0.94	445	0.01	1.02	490	0.01
15	0.001330	0.129	0.92	694	0.00	0.95	707	0.02	1.09	794	0.02
15	0.002370	0.072	0.83	558	0.00	1.00	593	0.01	1.12	642	0.00
15	0.004210	0.041	0.82	79	0.00	0.87	514	0.00	0.90	502	0.00
15	0.007500	0.023	0.00	0	0.00	0.72	336	0.00	0.82	328	0.00
20	0.000562	0.406	0.85	415	0.03	0.76	226	0.04	0.76	302	0.05
20	0.000825	0.277	0.90	338	0.00	0.90	313	0.03	0.94	398	0.03
20	0.001330	0.172	0.91	457	0.00	1.08	524	0.01	1.00	579	0.02
20	0.002370	0.096	0.87	448	0.00	0.99	478	0.00	1.08	530	0.00
20	0.004210	0.054	0.88	243	0.00	0.90	428	0.00	0.99	399	0.00
20	0.007500	0.030	0.00	0	0.00	0.81	313	0.00	0.83	268	0.00
25	0.000825	0.346	0.86	292	0.02	0.83	202	0.03	0.84	250	0.04
25	0.001330	0.215	0.88	409	0.00	1.01	385	0.02	0.95	424	0.03
25	0.002370	0.120	0.88	355	0.00	0.97	428	0.01	1.03	465	0.01
25	0.004210	0.068	0.89	279	0.00	1.02	360	0.01	1.03	363	0.02
25	0.007500	0.038	0.70	36	0.00	0.93	273	0.00	0.89	244	0.00
25	0.013300	0.021	0.00	0	0.00	0.66	166	0.00	0.68	164	0.00
35	0.000825	0.484	0.90	214	0.00	0.62	88	0.00	0.54	152	0.01
35	0.001330	0.300	0.89	298	0.01	0.93	260	0.00	0.85	294	0.03
35	0.002370	0.169	0.90	289	0.00	1.07	350	0.01	1.06	326	0.03
35	0.004210	0.095	0.94	244	0.00	1.01	263	0.02	0.99	284	0.01
35	0.007500	0.053	0.83	148	0.00	0.98	240	0.00	0.95	204	0.00
35	0.013300	0.030	0.00	0	0.00	0.75	167	0.00	0.77	153	0.00
50	0.001330	0.429	0.95	244	0.00	0.83	140	0.00	0.69	225	0.00
50	0.002370	0.241	0.96	213	0.00	1.03	230	0.01	1.02	255	0.01
50	0.004210	0.136	0.94	198	0.00	1.02	212	0.00	0.97	237	0.01
50	0.007500	0.076	1.00	152	0.00	1.09	170	0.00	0.98	162	0.00
50	0.013300	0.043	0.95	16	0.00	0.90	140	0.00	0.93	120	0.00
65	0.002370	0.313	0.90	195	0.00	0.86	160	0.00	0.83	177	0.00
65	0.004210	0.176	0.89	170	0.00	0.96	187	0.00	0.97	175	0.03
65	0.007500	0.099	0.91	145	0.00	0.99	165	0.00	1.03	174	0.00
65	0.013300	0.056	1.15	83	0.00	1.04	142	0.00	1.09	132	0.00

Tabelle 5.1: *Zusammenstellung der Akzeptanzwerte A, der Ereigniszahlen N_{DIS}, und der Beiträge durch die statistische Subtraktion des γp–Untergrundes $N_{\gamma p}/N_{DIS}$ für die drei betrachteten Rekonstruktionsmethoden. Die Q^2–Angaben sind in GeV^2.*

Ereignisse mit großen Rapiditätsgaps Ein Teil der selektierten tief inelastischen Daten von ca. 6-10% zeichnet sich durch fehlende hadronische Energiedepositionen im Vorwärtsbereich des Detektors aus [111, 112]. Abbildung 5.4 zeigt den Unterschied der Signaturen zwischen Ereignissen mit fehlender hadronischer Aktivität im Vorwärtsbereich und dem bisher diskutierten Verhalten. Das Quadrat des Viererimpulses, das am Vektorboson–Hadron–Vertex zur Verfügung steht, reduziert sich auf den Betrag $t = (\mathbf{P} - \mathbf{P}')^2$. Die meßbare invariante Masse der hadronischen Endzustandsteilchen im Detektor entspricht dann der Schwerpunktenergie des $\gamma I\!P$–Systems, die klein ist im Vergleich zu der des Photon–Proton–Systems.

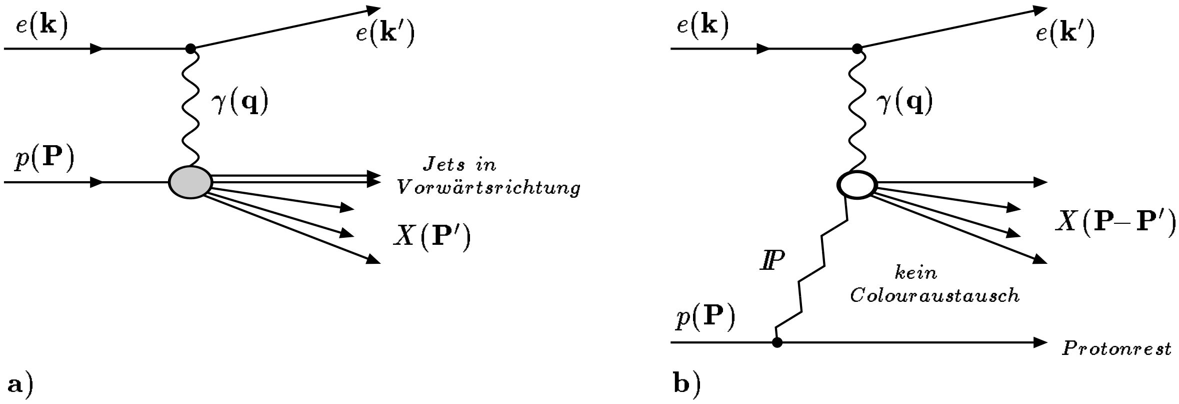


Abbildung 5.4: *Vergleich der Signaturen von Ereignissen a) mit dem bisher diskutierten Verhalten und b) mit großen Rapiditätsgaps, die durch den fehlenden Austausch von Colourquantenzahlen zwischen dem Protonrest und den im Detektor nachgewiesenen hadronischen Endzustandsteilchen charakterisiert werden können. Wechselwirkungen des Vektorbosons mit einem farblosen Teilchen wie dem Pomeron $I\!P$ können solche Rapiditätsgaps erzeugen. $\mathbf{P}'$ ist in dem betrachteten Bild der Viererimpuls des ebenfalls farblosen Protonrestes.*

In der 1993er H1–Detektorkonfiguration konnte der farblose Protonrest nicht nachgewiesen und t demzufolge nicht bestimmt werden. Der Einbau eines Protonspektrometers in Vorwärtsrichtung erfolgte bei H1 1995 [113]. Diese Detektorkomponente soll durch den Nachweis des Protonrestes die Identifizierung der Ereignisse mit großen Rapiditätsgaps und eine tiefere physikalische Interpretation der Produktionsmechanismen ermöglichen.

Die Ereignisse mit fehlender Aktivität im Vorwärtsbereich gehören zu den tief inelastischen Ereignissen und müssen daher bei der Berechnung der Protonstrukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ berücksichtigt werden, sind jedoch nicht in der verwendeten tief inelastischen Monte–Carlo–Simulation enthalten. Ereignisse mit solchen Signaturen können über die Definition der Pseudo–Rapidität, η_{max}, des mit dem Polarwinkel θ am meisten vorwärts gestreuten hadronischen Endzustandteilchens klassifiziert werden:

$$\eta_{max} = -\ln \tan(\theta/2). \tag{5.7}$$

Zusätzlich zu den aufgeführten Selektionskriterien muß demzufolge die Bedingung $\eta_{max} < 3.2$ oder $\theta > 4^o$ für eine minimale hadronische Energie im LAr–Kalorimeter, $E_{min} > 0.4\ GeV$, erfüllt werden. Für die Simulation der Ereignisse wurde ein spezieller $\mathcal{MC}$–Generator RAPGAP genutzt [114]. Der Vergleich der sowohl mit dem tief inelastischen als auch mit dem RAPGAP Monte–Carlo berechneten Detektorakzeptanzen ist für zwei ausgewählte Q^2–Werte in Abbildung 5.5 dargestellt. Auf Grund der guten Übereinstimmung zwischen den beiden Ergebnissen konnten für die F_2 –Analyse die Akzeptanzkorrekturen verwendet werden, die allein auf der DJANGO–Ereignisgeneration basieren.

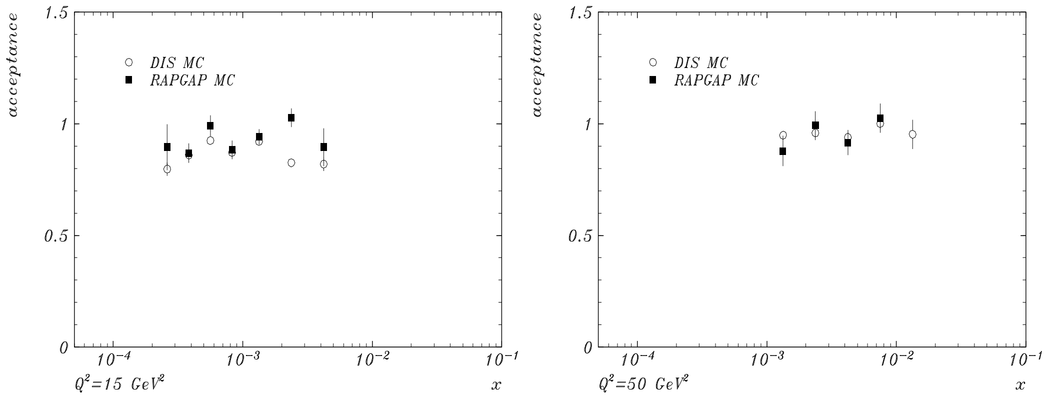


Abbildung 5.5: *Vergleich der Detektorakzeptanzen für tief inelastische Ereignisse (258000 DIS $\mathcal{MC}$) und Prozesse ohne Aktivität in Vorwärtsrichtung (20000 RAPGAP $\mathcal{MC}$), links für $Q^2 = 15\ GeV^2$ und rechts für $Q^2 = 50\ GeV^2$. Die Ereignisselektion erfolgte nach der Elektron–Methode. Die Übereinstimmung zwischen den beiden Monte–Carlo–Berechnungen ist gut, unter Berücksichtigung der geringeren Statistik der RAPGAP Monte–Carlo–Simulation.*

5.3 Formalismus der Berechnung der Strukturfunktion

Die bei kleineren Impulsüberträgen gemessene Protonstrukturfunktion F_2^{exp} ist im Ein–Photon–Austauschmodell an jedem fixierten Punkt x_c, Q_c^2 innerhalb eines Bins der Fläche $\Delta x \cdot \Delta Q^2$ definiert durch

$$F_2^{exp}(x_c, Q_c^2) = \bar{\sigma}_{exp}(\Delta x, \Delta Q^2) \left(\frac{F_2(x_c, Q_c^2)}{\bar{\sigma}(\Delta x, \Delta Q^2)} \right)_{th} . \tag{5.8}$$

Die Strukturfunktion kann demnach direkt durch den Vergleich des mittleren, in einem Bin gemessenen, tief inelastischen Streuquerschnitt, $\bar{\sigma}_{exp}$, mit dem aus der Theorie zu erwartenden Verhalten $(F_2\ /\bar{\sigma})_{th}$ extrahiert werden.

Der experimentelle tief inelastische Streuquerschnitt ergibt sich aus den in den vorangegangenen Abschnitten bestimmten Größen:

$$\bar{\sigma}_{exp}(\Delta x, \Delta Q^2) = \int_{Bin} \frac{d^2\, \sigma_{exp}}{dx\, dQ^2}\, dx dQ^2 = \frac{N}{A \cdot L \cdot \varepsilon} \tag{5.9}$$

- N ist die Anzahl der pro Bin selektierten Ereignisse nach der Subtraktion der Untergrundereignisse, $N = N_{DIS} - N_{\gamma p}$, siehe Tabelle 5.1.
- A ist die nach Gleichung (5.3) berechnete Detektorakzeptanz pro Bin, siehe Tabelle 5.1.
- $L = 271.3 \pm 13.5\ nb^{-1}$, die totale integrierte Luminosität des Jahres 1993, siehe Abschnitt 3.3.

- ε enthält alle Ineffektivitäten von Detektorkomponenten soweit sie nicht in der Monte–Carlo–Simulation implementiert worden sind. ε ergibt sich aus dem totalen globalen Effektivitätswert, ε_{tot}, und dem für die Luminositätsmessung 1993 zu berücksichtigenden Anteil der Satelliten–Bunch–Ereignisse $\varepsilon_L = 1.03$ [80], $\varepsilon = \varepsilon_{tot} \cdot \varepsilon_L$.

Der Ein–Photon–Wechselwirkungsquerschnitt, siehe Kapitel 2, kann unter Ausnutzung der Gleichungen (2.24) und (2.25) in folgender Form dargestellt werden:

$$\begin{aligned} \sigma_{Born} = \frac{d^2\sigma_{Born}}{dx dQ^2} &= \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4 x}(1 - y + \frac{y^2}{2\,(1+R)}) \cdot F_2^{th}(x, Q^2) \\ &= \kappa(R) \cdot F_2{}^{th}(x, Q^2). \end{aligned} \tag{5.10}$$

Die Abhängigkeit von der bei kleinen x und Q^2 bisher noch nicht gemessenen longitudinalen Strukturfunktion F_L wird in dem kinematischen Faktor $\kappa(R)$ zusammengefaßt.

Die Darstellung des radiativen Streuquerschnitts erfolgt nach der Gleichung $\sigma_{th} = \sigma_{Born} \cdot (1 + \delta)$, wobei in δ die zum Born–Querschnitt auftretenden elektroschwachen Korrekturen höherer Ordnungen enthalten sind:

$$\bar{\sigma}_{th}(\Delta x, \Delta Q^2) = \int_{Bin} \sigma_{th} dx\, dQ^2 \tag{5.11}$$

$$\cong (1 + \bar{\delta}) \int_{Bin} \sigma_{Born} dx\, dQ^2. \tag{5.12}$$

Der Einfluß der radiativen Korrekturen kann demnach durch den Faktor $(1 + \bar{\delta}) = \bar{\sigma}_{th}/\bar{\sigma}_{Born}$ quantifiziert werden.

Die Gleichung (5.8) ist dann mit dem in Gl. (5.9) experimentell bestimmten Streuquerschnitt in folgender Weise umformbar:

$$\begin{aligned} F_2{}^{exp}(x_c, Q_c^2) &= \bar{\sigma}_{exp} \frac{\bar{\sigma}_{Born}}{\bar{\sigma}_{th}} \frac{F_2^{th}(x_c, Q_c^2)}{\bar{\sigma}_{Born}} \\ &= \bar{\sigma}_{exp} \frac{1}{(1 + \bar{\delta})} \frac{F_2^{th}(x_c, Q_c^2)}{\bar{\sigma}_{Born}} \\ &= \bar{\sigma}_{exp} \frac{1}{(1 + \bar{\delta})} \frac{\sigma_{Born}(x_c, Q_c^2)}{\bar{\sigma}_{Born}} \frac{1}{\kappa(R)}. \end{aligned} \tag{5.13}$$

Die Messung des radiativen Streuquerschnitts wird so in eine Bestimmung der Protonstrukturfunktion F_2 für einen Faktor R und mittlere radiative Korrekturen der Größe $\bar{\delta}$ transformiert[1]. Der zusätzlich auftretende Terme $\sigma_{Born}/\bar{\sigma}_{Born}$ wird auch als Binzentrumkorrektur bezeichnet, d.h. hier wird die binorientierte Messung des Streuquerschnitts auf einen ausgewählten Punkt (x_c, Q_c^2) umgerechnet. Die Bingrößen werden durch die kinematischen Schnitte eingeschränkt. Bins, deren vorher definierte Zentren außerhalb der verbleibenden Fläche liegen, wurden nicht in der Analyse betrachtet.

Berechnung der radiativen Korrekturen Die Berechnung des Integrals (5.11) kann auf unterschiedliche Weise für eine gegebene Parametrisierung der Protonstrukturfunktion, $F_2^{th} = F_2^{par}$, erfolgen:

1. Die Durchführung einer semianalytischen Integration, wie mit dem Programmpaket TERAD91 [14].

[1] Gl. (5.13) ist eine selbstkonsistente Beschreibung von F_2 aus der F_2^{exp} iterativ bestimmt werden kann.

2. Die analytische Berechnung der $\bar{\delta}$–Terme in der Approximation der führenden Logarithmen [62, 121].

3. Die Integration mittels der Monte–Carlo–Simulation radiativer tief inelastischer Ereignisse, die einer generierten Luminosität von $L(\mathcal{MC}) = N(\mathcal{MC},gen)/\sigma(\mathcal{MC})$ entsprechen,

$$\int_{Bin} \sigma dx\, dQ^2 = \frac{N(\mathcal{MC},gen,sel)}{L(\mathcal{MC})}. \tag{5.14}$$

Eine wichtige Kontrollmöglichkeit der Größe der radiativen Korrekturen und der Implementation der QED–Strahlungsprozesse höherer Ordnungen im Monte–Carlo ist damit durch den Vergleich der analytisch berechneten Ergebnisse mit den $\mathcal{MC}$–Resultaten gegeben:

$$\begin{aligned} \left(\frac{F_2\ (x_c, Q_c^2)}{\bar{\sigma}(\Delta x, \Delta Q^2)}\right)_{ana} &= \left(\frac{F_2\ (x_c, Q_c^2)}{\bar{\sigma}(\Delta x, \Delta Q^2)}\right)_{\mathcal{MC}} \\ \frac{1}{(1+\bar{\delta})}\,\frac{\sigma_{Born}(x_c, Q_c^2)}{\bar{\sigma}_{Born}}\,\frac{1}{\kappa(R)} &= \frac{F_2^{par}(x_c, Q_c^2)}{N(\mathcal{MC},gen,sel)/L(\mathcal{MC})} \end{aligned} \tag{5.15}$$

Für die Konsistenz des Verfahrens ist die Verwendung derselben Parametrisierung der Strukturfunktion erforderlich.

Die Überprüfung der Gültigkeit der Gleichung (5.15) erfolgte für die $\mathcal{MC}$–Integration mit den in der Analyse verwendeten Ereignissen der DJANGO–Generation und für die numerischen Werte berechnet mit dem TERAD91–Programm. Der Vergleich wurde sowohl mit der Elektron– als auch der gemischten Methode durchgeführt, da sich beide Verfahren insbesondere im Bereich großer y–Werte durch die Größe der radiativen Korrekturen stark unterscheiden. Wie in Abbildung 5.6 deutlich wird, können die zu berücksichtigenden Terme infolge von QED–Effekten höherer Ordnungen bei der Elektronanalyse bis zu 40% in der Nähe der gesetzten kinematischen Grenze $y = 0.6$ betragen. Die Vergleichswerte des gemischten Verfahrens liegen bei nur 2%. Die beobachtete Übereinstimmung der mit der Elektron– und der gemischten Methode erhaltenen F_2 –Werte (s. unten) ist daher ein wichtiger Nachweis für die korrekte Behandlung der radiativen Korrekturen. QED–Compton–Ereignisse tragen für diese Rechnungen nicht bei, da durch die sehr kleinen Schwerpunktenergie des $e\gamma$–Systems in den meisten Fällen nicht der für die Selektion geforderte Wechselwirkungspunkt rekonstruiert wird. Die Größe der radiativen Korrekturen für tief inelastische Ereignisse bei hohen $y \geq 0.3$ wurde durch den Vergleich des gemessenen und berechneten Energiespektrums radiativ abgestrahlter Photonen $\delta\sigma/\delta E_\gamma$ über den kinematischen Bereich: $E_e' > 10\ GeV, 160^o \leq \theta_e \leq 172^o, \theta_\gamma' \leq 0.45\ mrad$ auf 25% experimentell kontrolliert [80].

Die mit den Werten $(1+\bar{\delta})$ erhaltenen Ergebnisse für die in Gleichung (5.15) notierte Äquivalenz sind in Abhängigkeit von x und Q^2 in der Abbildung 5.7 dargestellt. Die Übereinstimmung der beiden Berechnungsverfahren ist gut und die auftretenden Abweichungen bewegen sich innerhalb der miteingezeichneten systematischen Fehler der Strukturfunktionsmessung, siehe auch [123].

Die Verwendung der Monte–Carlo–Simulation für den radiativen tief inelastischen Streuquerschnitt führt die F_2 –Bestimmung auf die sehr kompakte Form:

$$F_2^{exp}(x_c, Q_c^2) \simeq \frac{1}{\varepsilon}\frac{N}{N(\mathcal{MC},rec,sel)}\,\frac{L(\mathcal{MC})}{L}\,F_2^{par}(x_c, Q_c^2). \tag{5.16}$$

Vorteil der Gleichung (5.16) ist, daß auch F_2 –Berechnungen mit komplizierteren Schnitten in der kinematischen Ebene bzw. ungewöhnlichen Variablen möglich sind, die in einem analytischen Verfahren nicht oder nur schwer realisiert werden können. Auf Grund ihrer größeren Variabilität wurde für die 1993er F_2 –Analyse die Monte–Carlo–Methode gewählt, siehe Gl. (5.16). Inzwischen wurden die Programme HELIOS und TERAD91 zu einem neuen Programmpaket HECTOR vereinigt, das eine größere Variablenkombination ermöglicht [124].

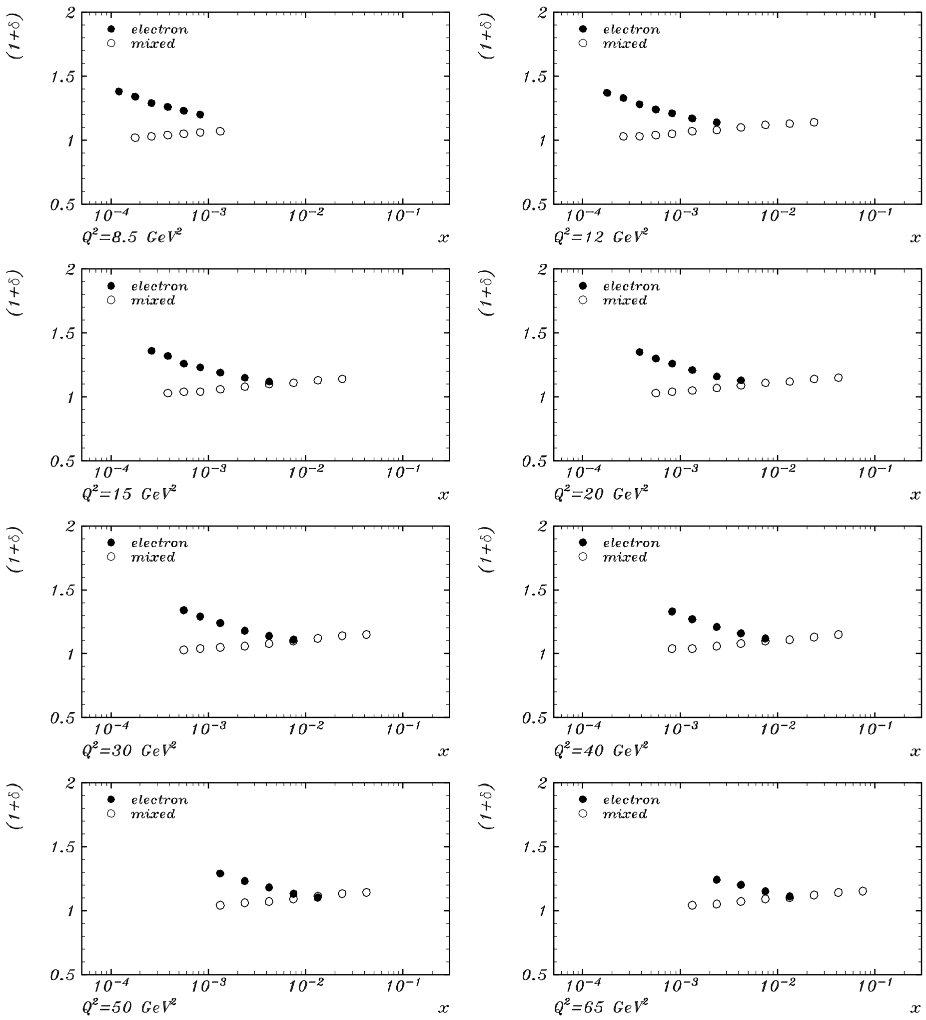


Abbildung 5.6: *Einfluß der radiativen Korrekturen auf die Elektronanalyse und die gemischte Methode. Die Berechnungen erfolgten mit dem TERAD91–Programm [122]. Deutlich sichtbar wird die Größe sowie die y–Abhängigkeit der Korrekturterme, deren Fehler ca. 2% betragen.*

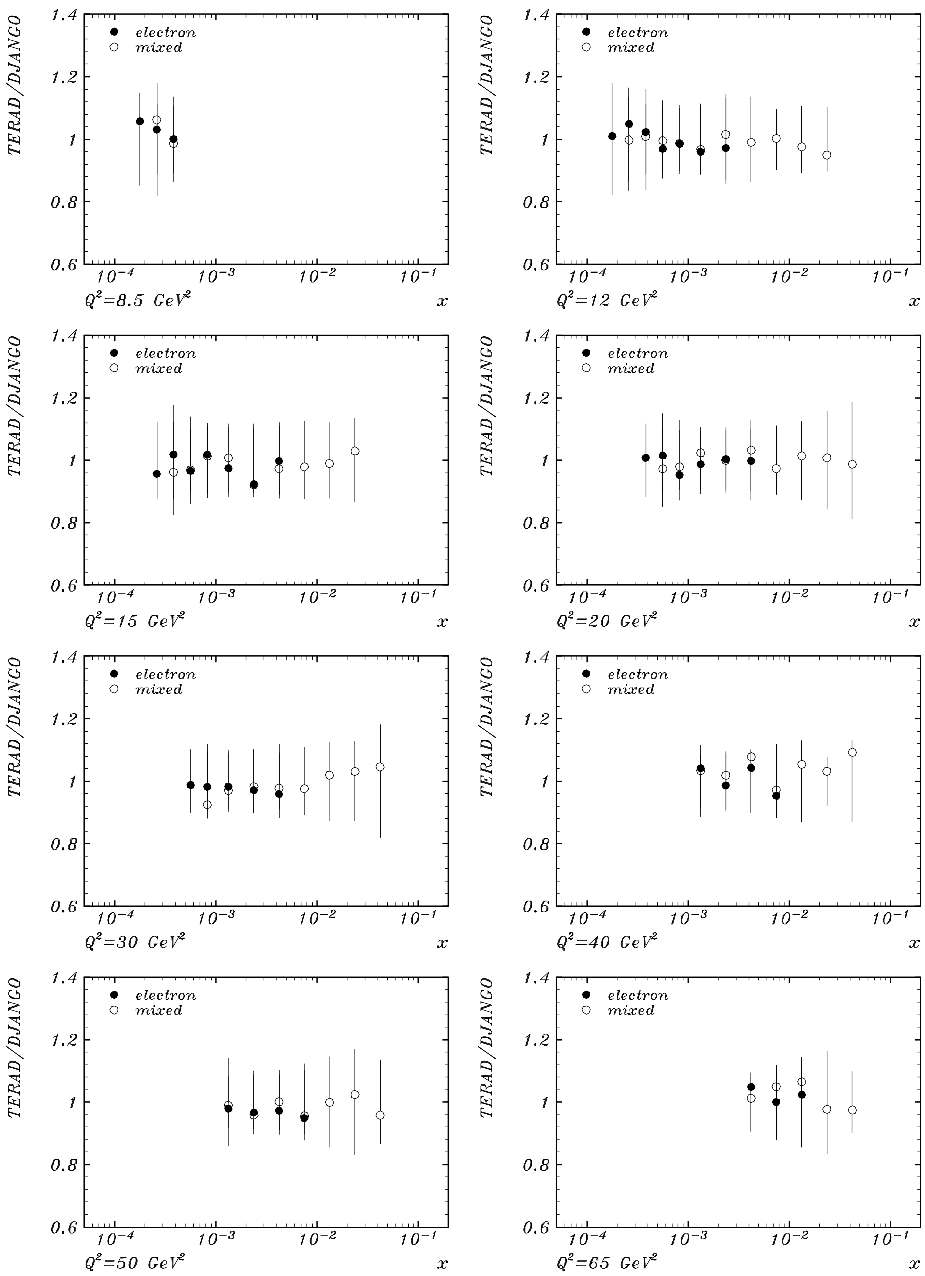


Abbildung 5.7: *Vergleich der Berechnungsmethoden der Strukturfunktion F_2 entsprechend Gleichung (5.15) in einem analytischen Verfahren mit radiativen Korrekturen aus dem TERAD91–Programm sowie der Monte–Carlo–Simulation mit dem DJANGO–Ereignisgenerator. Die Fehlerbalken repräsentieren die systematischen Fehler der Strukturfunktionsmessung, eingezeichnet als $1 \pm Fehler$.*

Einfluß der longitudinalen Strukturfunktion Die Abhängigkeit der F_2 – Messung von der longitudinalen Strukturfunktion wird durch das Verhältnis der Streuquerschnitte $R = \sigma_L/\sigma_T = F_L/2xF_1$ bestimmt. In der QCD wird im Bereich $5 < Q^2 < 100\ GeV^2$ das Verhalten von F_L für gegebene Partonverteilungen in der Ordnung α_s der Störungstheorie mit der *Altarelli–Martinelli*–Gleichung beschrieben [127]:

$$
\begin{aligned}
F_L^{QCD} &= \frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi}\left(\frac{16}{3}\mathcal{I}_F + 8\sum_i Q_i^2 \mathcal{I}_G\right) \\
\mathcal{I}_F &= \int_x^1 \frac{dy}{y}\frac{x^2}{y^2} F_2(y,Q^2) \\
\mathcal{I}_G &= \int_x^1 \frac{dy}{y}\frac{x^2}{y^2}\left(1-\frac{x}{y}\right) yg(y,Q^2).
\end{aligned}
\tag{5.17}
$$

Diese QCD–Vorhersage für F_L ist ebenso im verwendeten Ereignisgenerator DJANGO implementiert. Das Verhältnis R wurde für die Strukturfunktionsanalyse nach der Gleichung (5.17) für die Parton–und Gluonverteilungen der MRSH–Parametrisierung berechnet, siehe Tabelle 5.2 für die numerischen Werte. Eine Variation von R um $\pm R$ entspricht einer maximal 6%igen Änderung der F_2–Werte. Da die R–Werte explizit aufgeführt wurden, wurden für die F_2–Messung mögliche Unsicherheiten von R nicht betrachtet[2].

Die Messung der longitudinalen Strukturfunktion F_L für ein festes x und Q^2 kann nur aus dem Vergleich des tief inelastischen Streuquerschnitts bei verschiedenen Schwerpunktenergien erfolgen. In der Näherung des Ein–Photon–Austauschs führt das zu der Relation:

$$
\frac{\sigma(s_1)}{\sigma(s_2)} = \frac{2(1-y_1)+y_1^2/(1+R)}{2(1-y_2)+y_2^2/(1+R)}. \tag{5.18}
$$

Variationen der Schwerpunktenergien bei HERA sind erreichbar
a) durch eine Veränderung der gelieferten Elektron– oder Protonenergie sowie
b) über die Verringerung der Elektronstrahlenergie durch QED–Bremsstrahlungsprozesse.
Für die erste Methode ergab eine Abschätzung für eine angenommene integrierte Luminosität von $L = 10\ pb^{-1}$ eine Signifikanz der R–Messung in Form einer 6σ–Standardabweichung für $x \sim 5 \cdot 10^{-4}$ und $Q^2 \sim 15\ GeV^2$ [129] und systematischen Fehlern für R kleiner als 20%. Die Messung von F_L nach dem Verfahren b) setzt den Nachweis des vom Elektron abgestrahlten Photons voraus. Eine Berechnung auf der Basis einer integrierten Luminosität von $L = 200\ pb^{-1}$ ergab für die Bestimmung von F_L statistische und systematische Fehler von bis zu 20% [130].

Eine möglichst genaue R–Messung erfordert die Verringerung der Protonstrahlenergie [129]. Die Messung von R gehört zum HERA–Programm der nächsten Jahre. Eine Messung von F_L würde eine direkte Extraktion der Gluondichte gemäß der Gl. (5.17) gestatten, da das Integral über die Gluondichte bei kleinen x dominant wird [131]. Die gleichzeitige experimentelle Bestimmung von F_L und der Skalenverletzungen von F_2 erlaubte eine redundante Berechnung der Gluondichte und wäre daher ein wichtiger Test der QCD–Vorhersagen.

5.4 Iterationsmethoden

Der mit dem HERACLES–Generator erzeugte $\mathcal{MC}$–Datensatz liefert die für die $F_2(x,Q^2)$ – Berechnung notwendigen Detektorakzeptanzen und eine Abschätzung von Verschiebungen

[2] Insbesondere für kleine $Q^2 < 10\ GeV^2$ sind hier auch Beiträge zu R von höheren Twists $\sim (0.24 - 0.4)\ GeV^2/Q^2$ zu erwarten [128].

der Ereignisse in der kinematischen Ebene infolge der endlichen Meßgenauigkeit. Die Rekonstruktion von Ereignissen außerhalb des Ursprungsbins führt zu einer Abhängigkeit der Akzeptanzkorrektur von der für die Simulation des tief inelastischen Streuquerschnitts verwendeten Strukturfunktion. Das betrifft insbesondere das Gebiet der kleinen x–Werte, für das in den ersten HERA–Veröffentlichungen ein starkes Ansteigen der Strukturfunktion F_2 nachgewiesen, aber noch nicht präzise vermessen wurde. Da die im $\mathcal{MC}$ implementierte MRSH–Parametrisierung der Strukturfunktion F_2 [93] bereits an die im Jahr 1993 veröffentlichten ersten Messungen von ZEUS und H1 angepaßt wurde, waren nur kleine Änderungen der Korrekturfaktoren zu erwarten. Letztlich sollte die Monte–Carlo–Funktion jedoch mit der gemessenen Strukturfunktion übereinstimmen, um den durch eine mögliche Diskrepanz erzeugten systematischen Fehler zu minimieren. Die Korrekturterme zu den Detektorakzeptanzen und damit wiederum zu der gemessenen Strukturfunktion können über ein mehrere Schritte umfassendes Iterationsverfahren erhalten werden, das bei H1 erstmalig angewandt wurde.

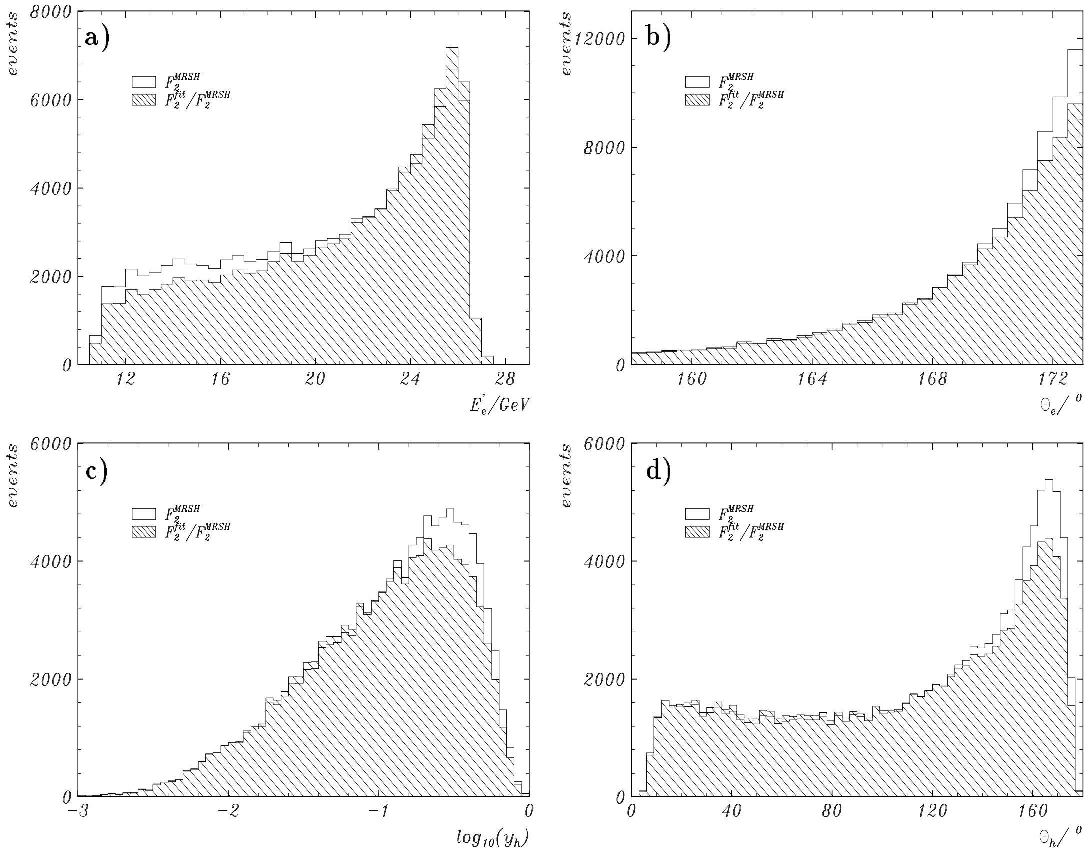


Abbildung 5.8: *Einfluß der Umwichtung der $\mathcal{MC}$–Ereignisse nach der Iteration der Strukturfunktion auf die Verteilungen der Meßgrößen a) E_e', b) θ_e, c) y_h und d) θ_h. Die mit der Funktion $f_1 = F_2^{exp}/F_2^{MRSH}$ umgewichteten Verteilungen wurden als schraffierte Histogramme dargestellt. Wie zu erwarten, treten die größten Änderungen einer Umwichtung des Monte–Carlo's in dem Gebiet kleiner x–Werte auf, d.h. kleiner Streuwinkel θ_e, kleiner Energien E_e', y_h nahe 1 und für große θ_h.*

Der erste Iterationsschritt erfolgte durch eine Umwichtung der mit der MRSH–Funktion erzeugten Monte–Carlo–Ereignisse in den generierten Variablen x und Q^2 mit einer Gewichtsfunktion

$$f_1(x,Q^2) = F_2{}^{exp}/F_2{}^{MRSH}. \tag{5.19}$$

Die bei kleineren $Q^2 \leq 80\ GeV^2$ gemessene Strukturfunktion F_2 wurde mit ihren totalen Fehlern[3] in der Form

$$F_2{}^{fit} = (A + B\ \log(Q^2/Q_0^2))\, x^{C+D\ \log(Q^2/Q_0^2)}\, (1-x)^E \tag{5.20}$$

parametrisiert. Die Parameter A bis D wurden mit dem Programm MINUIT [132] angepaßt und $E = 3$ und $Q_0^2 = 5\ GeV^2$ gesetzt. Die Resultate für die 4 freien Parameter sind: $A = 0.33 \pm 0.05$, $B = -0.068 \pm 0.02$, $C = -0.12 \pm 0.02$ und $D = -0.084 \pm 0.04$ bei einem χ^2–Wert von 29 bei 58 Freiheitsgraden, so daß in guter Näherung $F_2{}^{exp} = F_2{}^{fit}$ gesetzt werden kann.

Die verwendeten Gewichte variieren um 1 mit maximal 20% Abweichungen. In den Abbildungen 5.8 a-d ist die Wirkung der Umwichtung der Strukturfunktion auf die Monte–Carlo–Verteilungen deutlich erkennbar, insbesondere die Änderungen in dem Gebiet kleiner x–Werte, d.h. kleiner Streuwinkel θ_e und Energien E_e' sowie großer Jetwinkel θ_h. Das Iterationsverfahren hat daher einen signifikanten Einfluß auf die Beschreibung der experimentellen Verteilungen durch die $\mathcal{MC}$–Simulation. Die Ergebnisse des Vergleichs der Daten mit dem iterierten Monte–Carlo unter Berücksichtigung der Beiträge durch falsch identifizierte Photoproduktionsprozesse sind für den F_2 –Meßbereich, $Q^2 > 7.5\ GeV^2$, in den Abbildungen 5.9 a-d dargestellt. Für alle vier Meßgrößen beschreibt die Simulation die experimentellen Verteilungen gut. Hierbei ist zu beachten, daß die Monte–Carlo–Verteilungen unter Berücksichtigung des bekannten tief inelastischen Streuquerschnitts absolut auf die H1–Luminosität normiert wurden. Abbildung 5.8 demonstriert, daß ohne Iteration eine solche Übereinstimmung nicht hätte erzielt werden können.

Während die Iteration für die Beschreibung der Verteilungen der Meßgrößen notwendig ist, bleibt jedoch der Einfluß auf die Werte der gemessenen Strukturfunktion kleiner als 5%. Ursache hierfür ist, daß die oben angeführte Abhängigkeit der Strukturfunktionsanalyse von der angenommenen F_2 –Form durch die Verschmierung der Ereignisse in der kinematischen Ebene vermittelt wird, die in dem betrachteten Meßbereich nicht größer als 30% sein durfte.

Das Iterationsverfahren kann mehrfach durchgeführt werden, bis die beobachteten Änderungen in χ^2 kleiner als 1 sind. Die nach dem ersten Iterationsgang erhaltenen F_2 –Werte wurden dabei ebenso mit dem in Gleichung 5.20 beschriebenen funktionalen Zusammenhang angepaßt. Die zweite Anpassung erbrachte bei einem nahezu gleichen χ^2–Wert Variationen der Parameter $A - D$ innerhalb der genannten Fehler. Die neue Gewichtsfunktion ergibt sich dann zu: $f_2(x,Q^2) = F_2{}^{\prime fit}/F_2{}^{MRSH}$. Der Effekt einer zweiten Iterationsprozedur auf die F_2 –Messung ist kleiner als 2%. Für die Analyse der 1993er Daten wurde auf Grund der Dominanz der systematischen Fehler im Vergleich zu dem geringen Einfluß weiterer Iterationen auf die F_2 nur der erste Iterationsgang für die Umwichtung der $\mathcal{MC}$–Verteilungen durchgeführt.

5.5 Systematische Fehler

Die Untersuchung der systematisch bedingten Unsicherheiten der Protonstrukturfunktion wurde an Hand von Monte–Carlo–Studien durchgeführt. Die rekonstruierten Monte–Carlo–Ereignisse wurden dabei jeweils um den entsprechenden positiven bzw. negativen Betrag

[3] Der totale Fehler wurde aus der quadratischen Addition des statistischen und des systematischen Fehlers berechnet.

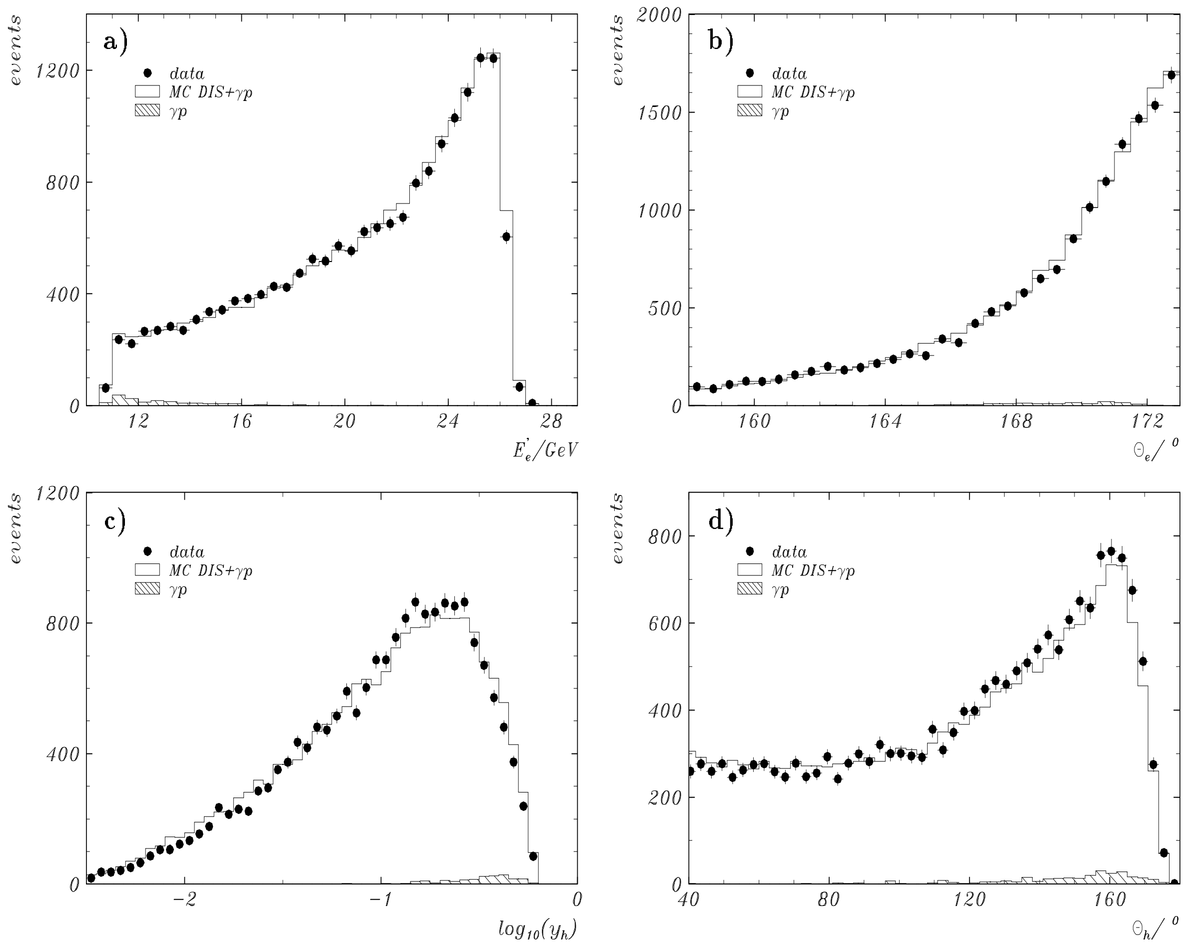


Abbildung 5.9: *Verteilungen der gemessenen Größen a) E'_e, b) θ_e, c) y_h und d) θ_h im Vergleich zu den auf die Luminosität normierten Monte–Carlo– Simulationen für den $F_2(x, Q^2)$ – Meßbereich. Die kleinen Beiträge (schraffiert) von falsch identifizierten Photoproduktionsprozessen wurden in den einzelnen Histogrammen mitberücksichtigt.*

verschoben und neue Ereigniszahlen binweise bestimmt. Das Verhältnis der modifizierten zu den unmodifizierten Ereignissen lieferte dann den gesuchten Wert der F_2 –Variation für jedes Bin, wobei zwischen den Abweichungen in positiver und negativer Richtung gemittelt wurde.

Im einzelnen wurden folgende Fehlerquellen betrachtet:

i) Ein möglicher Kalibrationsfehler der Energieskala des BEMC um 1.7%. Zusätzlich wurde eine Unsicherheit in der Beschreibung der Energieauflösung des BEMC von 2% betrachtet. Die Verschiebung der Energieskala war der dominierende Fehler der Elektron–Methode mit Beiträgen zum F_2 –Fehler von 4-14%, wobei die Werte proportional $1/y$ ansteigen. Ebenso vestärkt sich der Einfluß der Energieauflösung. Insgesamt bleiben die daher resultierenden Unsicherheiten jedoch um 1-3%. Für die gemischte Analyse ergaben sich auf Grund der Skalen– und Auflösungsgenauigkeit des BEMC typische Werte von 3-5% bedingt durch die Verwendung der leptonischen Q^2–Variablen.

ii) Eine Unsicherheit in der Kalibration der hadronischen Energieskala des LAr–Kalorimeters von 6%. Weiterhin wurde eine Verschiebung der Zentralwerte der hadronischen

y–Werte von 3% betrachtet. Die Meßungenauigkeit der hadronischen Energien gehört zu den bestimmenden Fehlerquellen der gemischten und der Doppelwinkel–Methode mit Beiträgen bis zu 14%. Durch die Beschränkung der kombinierten Methoden auf den Bereich $y < 0.4$ wurden Unsicherheiten der hadronischen Energiebestimmung im BEMC nicht betrachtet.

iii) Mögliche Verschiebungen des Polarwinkels des gestreuten Elektrons um 2 *mrad*. Die resultierenden Fehler ergaben für alle drei betrachteten Rekonstruktionsmethoden Werte von 3-5%.

iv) Alle Effektivitäten wurden bis auf den BEMC–Elektrontrigger und das TOF–System durch den Vergleich der Daten mit dem Monte–Carlo erhalten. Die Übereinstimmung mit der Monte–Carlo–Simulation ist für die einzelnen Effektivitäten besser als 2%. Insgesamt wurde der Unsicherheit der $\mathcal{MC}$–Beschreibung der Detektoreffektivitäten ein globaler Fehler von 4% zugeordnet. Die Verschlechterung der Elektronidentifikation zu kleinen Energien, $E'_e < 12\ GeV$, wurde durch eine Vergrößerung des Fehlers berücksichtigt.

v) Die Unsicherheiten auf Grund der Berechnung der radiativen Korrekturen wurden mit Werten bis zu 3% abgeschätzt. Diese resultieren u.a. aus dem Fehlen der Korrekturen zweiter Ordnung und der Beiträge der sogenannten *soft photon exponentation*, s.a. Abschnitt 2.4, im HERACLES–Ereignisgenerator[4]. Die Größe der radiativen Korrekturen wurde wie beschrieben durch den Vergleich der auf dem Monte–Carlo–Verfahren mit der auf dem TERAD91–Programm basierenden Strukturfunktionsberechnung für die Elektron– als auch die gemischte Methode überprüft.

vi) Unsicherheiten bei der Bestimmung der Detektorakzeptanzen und der Berechnung der Korrekturfaktoren auf Binzentrum und –größe bezüglich der im $\mathcal{MC}$ implementierten Strukturfunktion. Die Abhängigkeit von der gewählten Parametrisierung konnte auf Grund der durchgeführten Iteration minimiert werden und die resultierenden Unsicherheiten konnten mit maximal 3% abgeschätzt werden. Die statistischen Fehler der Akzeptanzberechnungen betrugen infolge der verfügbaren hohen $\mathcal{MC}$–Statistik meistens 2-3%, etwa die Hälfte des experimentellen statistischen Fehlers, und wurden quadratisch zum systematischen Fehler addiert.

vii) Die Unsicherheit bezüglich des im $\mathcal{MC}$ implementierten Fragmentationsmodells wurde durch die Veränderung des Partonschauermodells untersucht. Es wurde ein Vergleich zwischen den beiden Varianten der Partonschauerbildung, dem sogenannten MEPS–Modell (*Matrix Elements and Parton Showers*), Generatoren LEPTO und JETSET, und dem CDM–Modell, Generatoren LEPTO, ARIADNE und JETSET, durchgeführt, vgl. auch Abschnitt 3.6. Es wurden für den Bereich $y \lesssim 0.1$ relativ geringe Effekte um 3-4% beobachtet. Für kleine x–Werte traten jedoch Abweichungen bis zu 10% auf. Dieses Verhalten kann dadurch erklärt werden, daß das MEPS–Modell im Gegensatz zum CDM–Modell nur schlecht den bei H1 nachgewiesenen transversalen hadronischen Fluß bei kleinen x–Werten beschreibt [133]. Der Einfluß der Fragmentation auf die Messung der Strukturfunktion wurde daher eher konservativ abgeschätzt.

[4] Die Vernachlässigung dieser Beiträge bewirkt z.B. für die Elektron–Methode eine Erhöhung der radiativen Korrekturen um 1.6% für $Q^2 = 20\ GeV^2$ und $x \simeq 2 \cdot 10^{-3}$ [122].

viii) Für den Fehler auf Grund der statistischen Subtraktion des γp–Untergrunds wurde etwa die Hälfte des angewandten Korrekturwertes angenommen, da die Statistik und Akzeptanzkorrekturen der im Elektrontagger nachgewiesen (*tagged*) Daten eine genauere Normierung nicht zuließen. Das entsprach Werten kleiner als 4% und beeinflußt nur die F_2 –Berechnung bei $y > 0.3$.

Für die Berechnung des totalen systematischen Fehlers wurden alle einzelnen Anteile quadratisch addiert. Insgesamt konnten für die drei betrachteten Rekonstruktionsmethoden systematische Fehler der F_2 –Messung von 7-18% angegeben werden. Die detaillierte, prozentuale Zusammensetzung der systematischen Fehler für die Elektronanalyse und das gemischte Verfahren findet sich in den Tabellen A.1 und A.2 des Anhangs A. Für die QCD–Analyse und die Bestimmung der F_2 –Skalenverletzung mußten alle Anteile einzeln betrachtet werden, da z.B. eine mögliche θ_e–Verschiebung die F_2 –Punkte korreliert beeinflußt.

5.6 Ergebnisse

Die Ergebnisse der $F_2(x, Q^2)$ –Analysen für die Elektron–, die gemischte und die Doppelwinkel–Methode sind in der Tabelle 5.2 mit den absoluten statistischen und systematischen Fehlern zusammengestellt. Erstmalig bei H1 wurden parallel drei vollständige Strukturfunktionsanalysen durchgeführt.

Die Berechnung der F_2 –Werte erfolgte nach Gl. (5.16). Der experimentelle tief inelastische Streuquerschnitt wurde entsprechend Gl. (5.9) unter Berücksichtigung der in der Tabelle 5.1 aufgeführten Ereigniszahlen nach der statistischen Subtraktion der γp–Untergrundereignisse bestimmt. Das angenommene Strukturfunktionsverhältnis R (Gl. (5.17)) beträgt bei kleinen x und Q^2 etwa 0.3 und geht über den kinematischen Faktor $\kappa(R)$ in die F_2 –Messung ein.

In der Abbildung 5.10 werden die Ergebnisse der Strukturfunktionsanalysen der drei betrachteten Rekonstruktionsmethoden in ihren x–Abhängigkeiten für die gewählten Q^2–Werte präsentiert. Die sehr gute Übereinstimmung zwischen den Analysen innerhalb der angegeben Fehler wird überzeugend veranschaulicht. Deutlich werden auch die jeweiligen Vorzüge der verschiedenen Verfahren, insbesondere der Zugang kleinster x–Werte durch die Elektronanalyse und die Erweiterung des F_2 –Meßgebietes zu großen x hin ($y < 0.05$) durch die kombinierten Methoden. Die Anwendung unterschiedlicher Rekonstruktionsmethoden ist eine der wichtigsten Kontrollmöglichkeiten dafür, daß die systematischen Fehler richtig eingeschätzt worden sind. Ein Beispiel dafür ist die Messung bei $Q^2 = 12\ GeV^2$. Hier ist die mit der Doppelwinkel–Methode bestimmte F_2 systematisch kleiner als die mit der Elektronanalyse berechnete. Das hängt mit den Unsicherheiten der Energiekalibration zusammen, die im entsprechenden BEMC–Gebiet zwischen den inneren dreieckigen und den ersten quadratischen Modulen größer sind, was im systematischen Fehler berücksichtigt wurde.

Die in der Tabelle 5.2 markierten Werte der Elektronanalyse sind Bestandteil der $F_2(x, Q^2)$ –Publikation von H1 [1]. Für den Bereich $y < 0.15$ wurde bei H1 die Σ–Methode verwendet, um ein maximales Meßgebiet für die Berechnung der Strukturfunktion F_2 zu erschließen. Die vollständigen Ergebnisse der Doppelwinkel–Methode wurden zur graphischen Veranschaulichung der Konsistenz der Methoden in [1] ebenfalls publiziert, siehe Abbildung 5.11. Die bei konstantem Q^2 gemessene F_2 zeigt für alle Methoden übereinstimmend ein starkes Ansteigen zu kleinen x–Werten hin. Die weitere Diskussion des Verhaltens der Strukturfunktion sowohl in x als auch in Q^2 wird daher im nachfolgenden Abschnitt für die von H1 kombinierte $F_2(x, Q^2)$ durchgeführt.

			E			Mixed			DA		
Q^2	x	R	F_2	δ_{stat}	δ_{syst}	F_2	δ_{stat}	δ_{syst}	F_2	δ_{stat}	δ_{syst}
* 8.5	0.000178	0.30	1.19	0.05	0.15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
* 8.5	0.000261	0.30	1.20	0.04	0.13	1.02	0.05	0.17	0.00	0.00	0.00
* 8.5	0.000383	0.30	1.11	0.05	0.16	1.14	0.06	0.15	1.13	0.05	0.15
* 12	0.000261	0.29	1.35	0.06	0.14	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
* 12	0.000383	0.29	1.26	0.05	0.13	1.16	0.06	0.17	0.00	0.00	0.00
* 12	0.000562	0.28	1.19	0.05	0.11	1.09	0.05	0.13	1.11	0.05	0.14
* 12	0.000825	0.28	1.08	0.04	0.11	1.21	0.05	0.12	1.00	0.04	0.12
12	0.001330	0.27	1.02	0.05	0.12	1.01	0.05	0.11	0.89	0.03	0.12
12	0.002370	0.26	0.85	0.04	0.14	0.87	0.04	0.11	0.78	0.03	0.12
12	0.004210	0.25	0.00	0.00	0.00	0.78	0.03	0.11	0.69	0.03	0.12
12	0.007500	0.23	0.00	0.00	0.00	0.66	0.04	0.11	0.00	0.00	0.00
* 15	0.000383	0.28	1.40	0.07	0.13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
* 15	0.000562	0.27	1.35	0.06	0.09	1.16	0.06	0.15	1.27	0.07	0.16
* 15	0.000825	0.27	1.17	0.06	0.11	1.18	0.06	0.13	1.16	0.06	0.14
15	0.001330	0.26	1.10	0.05	0.12	1.10	0.05	0.11	1.05	0.05	0.12
15	0.002370	0.25	0.99	0.04	0.12	0.93	0.04	0.08	0.89	0.04	0.09
15	0.004210	0.24	0.00	0.12	0.00	0.82	0.04	0.09	0.78	0.03	0.09
15	0.007500	0.22	0.00	0.00	0.00	0.66	0.04	0.08	0.00	0.00	0.00
* 20	0.000562	0.27	1.52	0.08	0.12	0.00	0.00	0.00	1.29	0.08	0.17
* 20	0.000825	0.26	1.17	0.06	0.08	1.21	0.08	0.15	1.22	0.07	0.15
* 20	0.001330	0.26	1.03	0.05	0.08	1.05	0.05	0.11	1.18	0.05	0.11
20	0.002370	0.24	0.90	0.05	0.09	0.97	0.05	0.08	0.90	0.04	0.08
20	0.004210	0.23	0.82	0.05	0.11	0.81	0.04	0.06	0.72	0.04	0.06
20	0.007500	0.21	0.00	0.00	0.00	0.70	0.04	0.07	0.00	0.00	0.00
* 25	0.000825	0.25	1.47	0.09	0.12	0.00	0.00	0.00	1.48	0.09	0.15
* 25	0.001330	0.24	1.23	0.06	0.10	1.15	0.06	0.10	1.20	0.06	0.10
* 25	0.002370	0.23	1.02	0.05	0.10	1.16	0.06	0.10	1.06	0.06	0.10
25	0.004210	0.22	0.82	0.05	0.11	0.93	0.05	0.07	0.87	0.05	0.07
25	0.007500	0.20	0.00	0.17	0.00	0.70	0.04	0.07	0.64	0.04	0.06
25	0.013300	0.18	0.00	0.00	0.00	0.53	0.04	0.06	0.00	0.00	0.00
* 35	0.000825	0.24	1.71	0.12	0.14	0.00	0.00	0.00	1.53	0.13	0.20
* 35	0.001330	0.23	1.23	0.07	0.11	1.27	0.08	0.13	1.27	0.08	0.12
* 35	0.002370	0.22	1.10	0.06	0.08	1.26	0.07	0.10	1.05	0.07	0.08
35	0.004210	0.21	0.88	0.06	0.08	0.83	0.05	0.07	0.86	0.05	0.08
35	0.007500	0.19	0.82	0.07	0.10	0.84	0.05	0.08	0.66	0.05	0.06
35	0.013300	0.17	0.00	0.00	0.00	0.69	0.06	0.08	0.61	0.05	0.08
* 50	0.001330	0.22	1.46	0.09	0.12	0.00	0.00	0.00	1.51	0.11	0.16
* 50	0.002370	0.21	1.08	0.07	0.09	1.23	0.09	0.11	1.30	0.08	0.12
* 50	0.004210	0.20	1.00	0.07	0.09	0.99	0.07	0.07	0.98	0.06	0.07
50	0.007500	0.18	0.67	0.06	0.08	0.74	0.06	0.07	0.65	0.05	0.05
50	0.013300	0.16	0.00	0.00	0.00	0.64	0.05	0.09	0.48	0.05	0.07
* 65	0.002370	0.20	1.40	0.11	0.11	1.39	0.12	0.13	1.31	0.11	0.14
* 65	0.004210	0.19	1.09	0.09	0.09	1.21	0.09	0.10	1.01	0.09	0.08
* 65	0.007500	0.17	0.95	0.08	0.11	0.95	0.08	0.09	0.88	0.08	0.08
65	0.013300	0.15	0.66	0.08	0.09	0.80	0.07	0.09	0.66	0.06	0.09

Tabelle 5.2: *Protonstrukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ mit statistischen δ_{stat} und systematischen δ_{syst} Fehlern für die Elekton–, gemischte und Doppelwinkel–Methode. Alle Punkte haben eine zusätzliche Skalierungsunsicherheit von 4.5% bedingt durch die Luminositätsmessung. Die Q^2–Angaben sind in GeV^2. Die Werte für R basieren auf QCD–Rechnungen mit der* MRSH*–Parametrisierung der Partonverteilungen, siehe Text. Die mit einem Stern markierten Werte der Elektronanalyse sind Bestandteil der 1995er Publikation der $F_2(x, Q^2)$ von H1 [1]. Die Ergebnisse der Doppelwinkel–Methode wurden ebenfalls in [1] publiziert.*

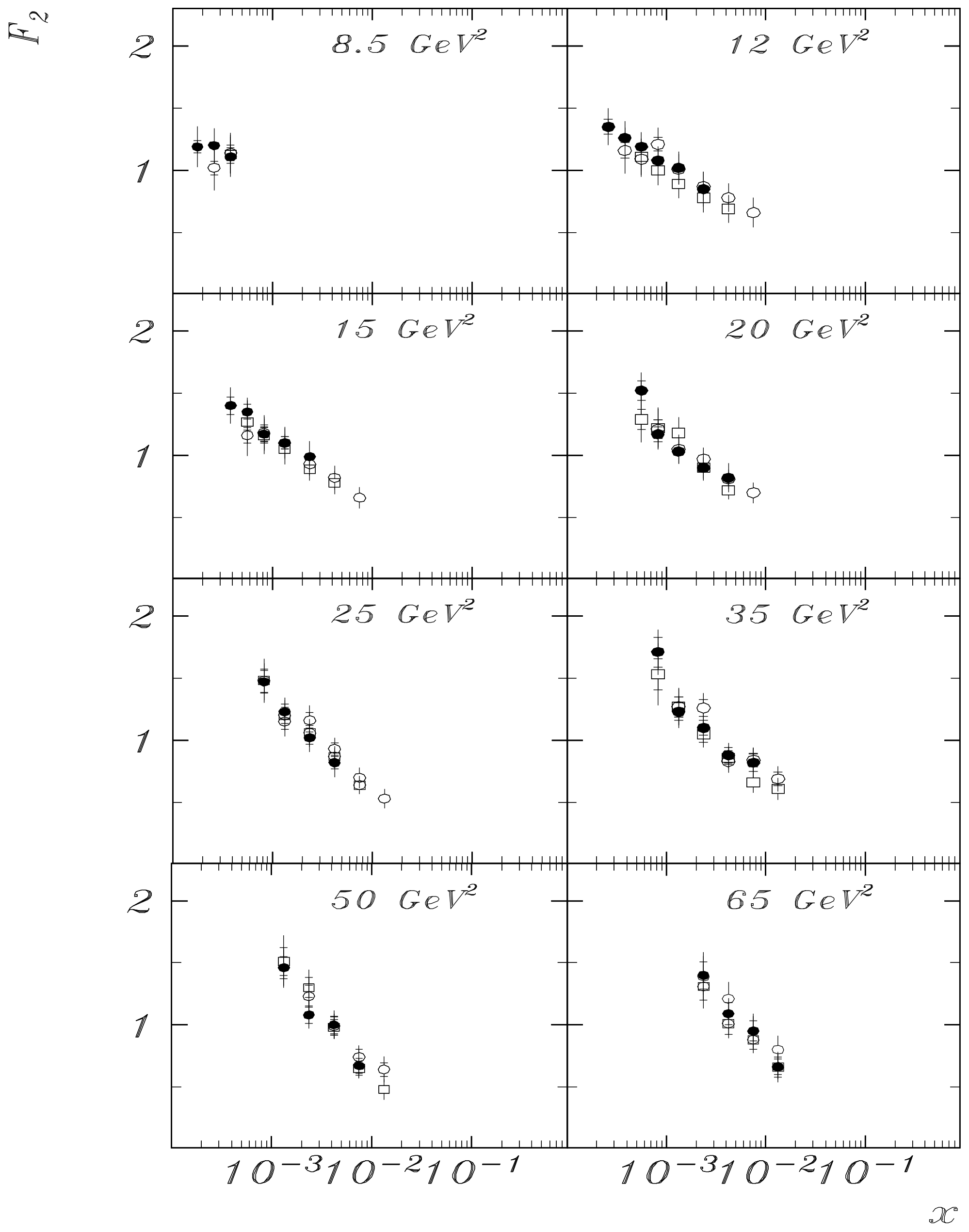


Abbildung 5.10: *Protonstrukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ mit statistischen (innere Fehlerbalken) und totalen Fehlern (äußere Fehlerbalken) für die Rekonstruktion von x und Q^2 nach der Elektron–Methode (volle Kreise), der gemischten Methode (offene Kreise) und der Doppelwinkel–Methode (Vierecke). Der totale Fehler ergab sich aus der quadratischen Addition des statistischen und des systematischen Fehlers. Alle Punkte haben eine zusätzliche Skalierungsunsicherheit von 4.5% bedingt durch die Luminositätsmessung.*

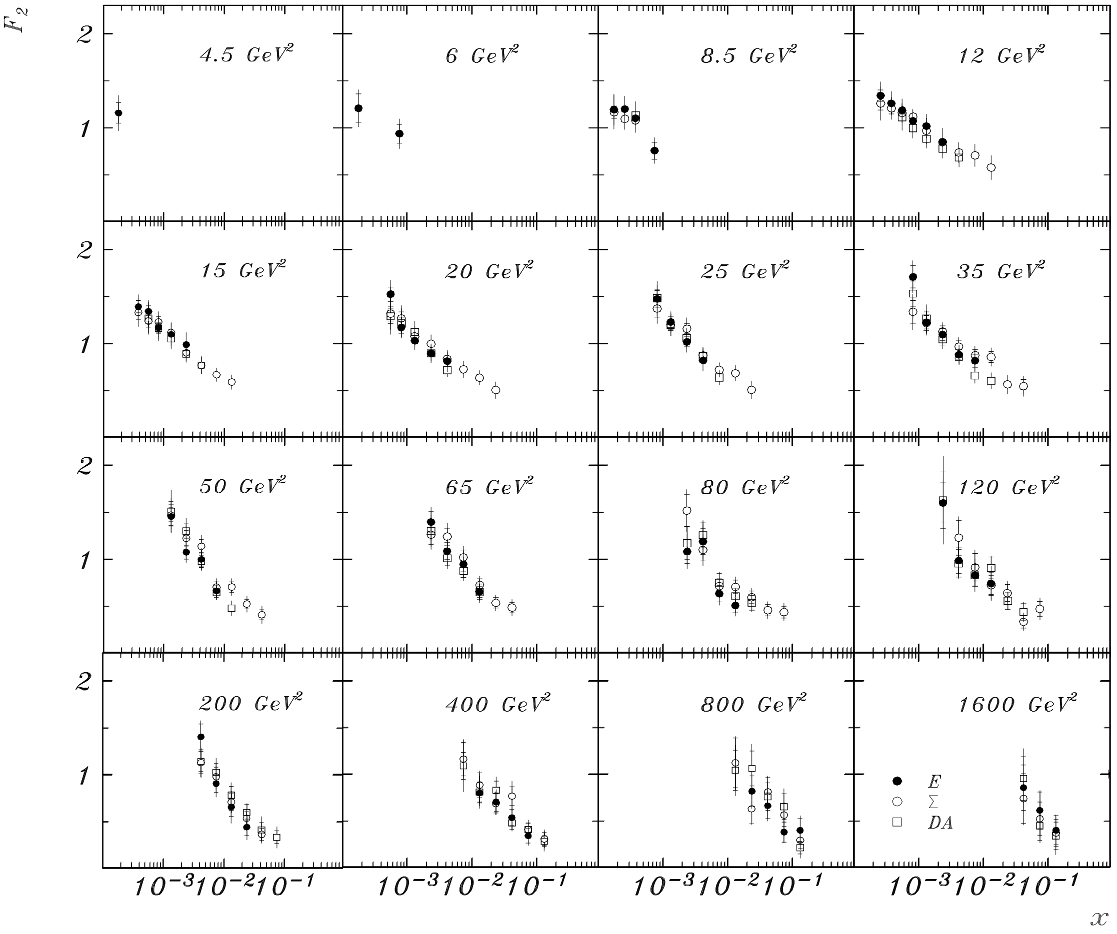


Abbildung 5.11: *Messung der Protonstrukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ mit der Elektron–, der Σ– und der Doppelwinkel–Methode [1]. Eingezeichnet wurden die statistischen (innere Fehlerbalken) und die totalen Fehlern (äußere Fehlerbalken). Der totale Fehler ergab sich aus der quadratischen Addition des statistischen und des systematischen Fehlers. Der zusätzliche systematische Fehler der Luminositätsmessung von 4.5% wird nicht gezeigt. Die Werte der Elektron– und der Doppelwinkelanalyse für das Akzeptanzgebiet des BEMC (Q^2 = 8.5, 12, 15, 20, 25, 35, 50 und 65 GeV^2) sind Resultat der vorliegenden Arbeit.*

5.7 Diskussion

Vergleich mit der ersten Messung der Strukturfunktion durch das H1–Experiment Die auf der Datennahme des Jahres 1993 basierende Veröffentlichung von H1 zur Protonstrukturfunktion [1] bestätigte den bereits 1993 von H1 und ZEUS publizierten starken Anstieg der F_2 zu kleinen x–Werten hin. Im Vergleich zu der ersten Strukturfunktionsanalyse von H1 mit nur $L = 22.5\ nb^{-1}$ [3] konnte nun für das Gebiet $5 < Q^2 < 80\ GeV^2$ etwa die dreifache Anzahl an F_2 –Werten mit ungefähr halb so großen statistischen sowie systematischen Fehlern bestimmt werden. Das wird eindrucksvoll durch die Abbildung 5.12 veranschaulicht, in der alle im Jahr 1993 von H1 veröffentlichten F_2 –Werte gezeigt werden.

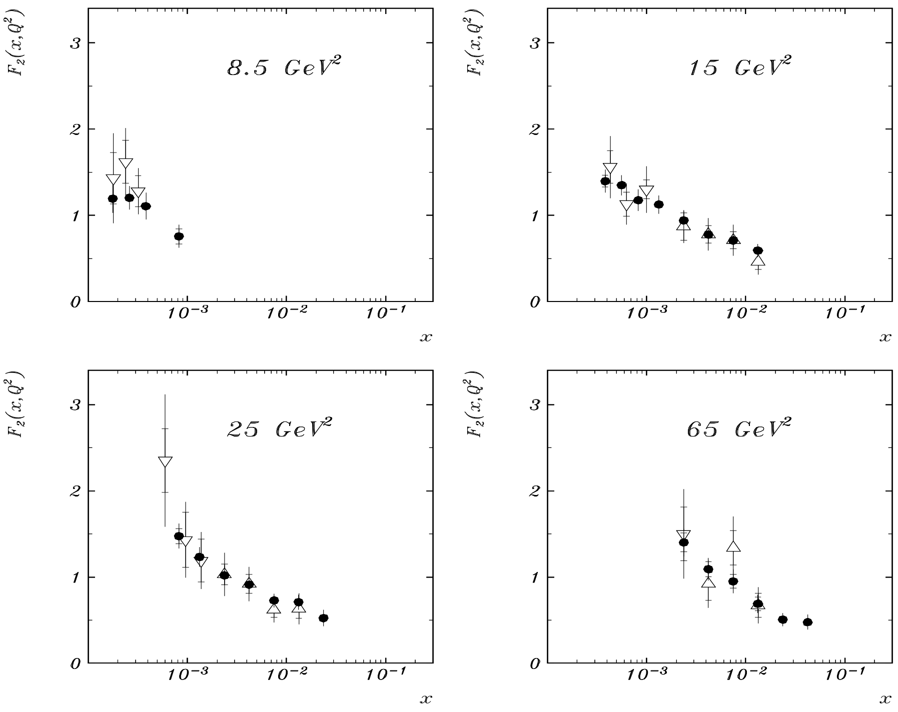


Abbildung 5.12: *Vergleich der von H1 1993 (offene Dreiecke) und 1995 (volle Punkte) publizierten Ergebnisse der Messung der Protonstrukturfunktion. Eingezeichnet wurden die statistischen (innere Fehlerbalken) und die totalen Fehlern (äußere Fehlerbalken). Der globale Normierungsfehler betrug für die 1993 publizierten Werte 8%. Die Q^2–Zentralwerte der ersten Messung waren $Q^2 = 8.5$, 15, 30 und 60 GeV^2. Die Werte der im Jahr 1993 angefertigten gemischten Analyse [5], die Bestandteil der 93er Strukturfunktionsmessung von H1 waren, wurden mit liegenden Dreiecken symbolisiert.*

Die Übereinstimmung zwischen den beiden Publikationen ist sehr gut. Änderungen ergaben sich allerdings im inneren Randgebiet des BEMC bei $Q^2 = 8.5\ GeV^2$ durch ein besseres Verständnis des γp–Untergrundes bei der Berechnung der z–Vertex– und BPC–Effektivitäten [109, 119]. Durch die wesentlich größere Statistik konnten Fluktuationen geglättet werden, was besonders deutlich an dem 65 GeV^2–Bin zu sehen ist.

Phänomenologische Parametrisierung Die quantitative Beschreibung des x– und Q^2–Verhaltens von F_2 konnte durch einen phänomenologischen Ansatz der Form

$$F_2(x, Q^2) = [a \cdot x^b + c \cdot x^d \cdot (1 + e \cdot \sqrt{x}) \cdot (\ln Q^2 + f \ln^2 Q^2)] \cdot (1 - x)^g \tag{5.21}$$

erfolgen. Die in der Parametrisierung auftretenden Abhängigkeiten basieren auf den folgenden Überlegungen:

- Die mit den Experimenten H1, BCDMS [136] und NMC [137] gemessenen Protonstrukturfunktionswerte, die 4 Größenordnungen sowohl in x als auch in Q^2 überstreichen, sollten beschreibbar sein.

- Im Gebiet $x \to 1$ verschwindet F_2 proportional $(1-x)^g$, wobei für den Parameter g durch die Quarksummenregel ein Werte nahe 3 erwartet wurde.

- Auf Grund der Impulserhaltung ist das Integral von F_2 über x nahezu unabhängig von Q^2. Das beobachtete Ansteigen von F_2 als Funktion von Q^2 bei kleinen x–Werten und das bekannte Verhalten bei großen x impliziert die Existenz eines Wertes $x = x_o$, für den F_2 nicht von Q^2 abhängt. Es wurde ein Term in der Art $(1 + e \cdot \sqrt{x})$ gewählt, wobei für einen x_o–Wert, der aus Experimenten mit ruhendem Target ungefähr zu 0.12 bestimmt wurde, der Parameter e etwa -3 ist.

- Für die Abhängigkeit von Q^2 bei konstantem x erwartet man in der QCD einen logarithmischen Verlauf. Für die Beschreibung der Skalenverletzung wurden lineare und quadratische Terme in $\ln Q^2$ angenommen.

- Schließlich wurde in der Gl. (5.21) ein Term eingefügt, der nur von x abhängt und für die Beschreibung des Verhaltens von F_2 in dem Bereich $x \gtrsim 0.1$ wichtig war.

Die Anpassung der Parameter an die Strukturfunktion erfolgte mit dem Programm MINUIT [132]. Neben den 93 F_2 –Werten von H1 [1] wurden Datenpunkte der Experimente mit ruhendem Target NMC [137] und BCDMS [136] berücksichtigt. Die Strukturfunktionswerte der Muon–Wasserstoff–Experimente waren für die Fixierung des Verhaltens der F_2 bei hohen x erforderlich. Änderungen in den Normierungen wurden während der Anpassung nicht betrachtet. Das Ergebnis des Anpassung zusammen mit Datenpunkten der Experimente H1, BCDMS und NMC ist als Funktion von x und Q^2 in den Abbildungen 5.13 und 5.14 dargestellt. Die Kurven entsprechen dem in der Gl. (5.21) gegebenen funktionalen Zusammenhang mit den in der Tabelle 5.3 aufgeführten Parametern.

a	b	c	d	e	f	g
3.07	0.75	0.14	-0.19	-2.93	-0.05	3.65

Tabelle 5.3: *Parameter einer phänomenologischen Anpassung, siehe Gl. (5.21), der Protonstrukturfunktionswerte der Experimente H1, BCDMS und NMC. Die Parametrisierung hat einen Gültigkeitsbereich von* $4\ GeV^2 < Q^2 < 2000\ GeV^2$, $10^{-4} < x < 1$ *und* $Q^2 < x \cdot 10^5\ GeV^2$.

Die Anpassung lieferte eine gültige Parametrisierung der betrachteten Daten mit einem χ^2–Wert von 197 bei 147 Freiheitsgraden. Eine Anpassung allein der H1–Punkte erbrachte einen χ^2–Wert von 73 bei 86 Freiheitsgraden. Die Parameter e und g sind in dem Bereich der erwarteten Werte. Der Betrag von $e = -2.93$ läßt auf einen Vorzeichenwechsel des Anstiegs von F_2 mit $\ln Q^2$ bei $x_o = 1/e^2 = 0.116$ schließen. Eine Vernachlässigung des quadratischen $\ln Q^2$–Terms führt zu einer Verschlechterung der χ^2–Werte auf 229 bei 148 Freiheitsgraden für die globale Anpassung und auf 87 bei 87 Freiheitsgraden für die Anpassung nur an die Strukturfunktionswerte von H1. Infolge des kleinen Betrages von f entspricht das Korrekturen zum linearen Verhalten von 33% für $Q^2 = 1000\ GeV^2$. Ohne den $\ln^2 Q^2$–Beitrag ergab sich auf Grund der Korrelation von f und d eine Verkleinerung des Parameters d von -0.19 auf -0.23. Da der Term $\sim x^d$ das Verhalten bei kleinen x–Werten dominiert, impliziert das einen etwas steileren Anstieg von F_2 . Für den Fall $d = 0$ wäre die Strukturfunktion bei kleinen x konstant, so wie es sich aus *Regge*–Modellen [55] ergibt. Dies brächte eine drastische Erhöhung des χ^2–Wertes auf 583 bei 148 Freiheitsgraden mit sich und ist somit auszuschließen.

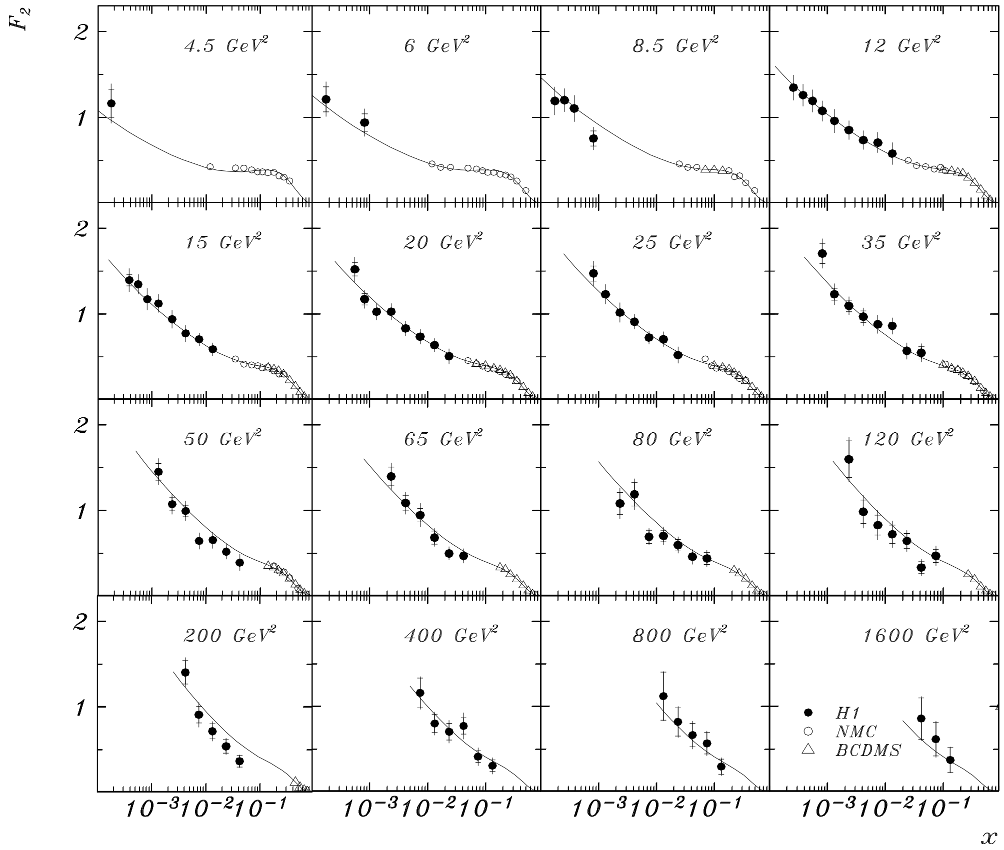


Abbildung 5.13: *Die x–Abhängigkeit der Protonstrukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ mit statistischen (innere Fehlerbalken) und totalen Fehlern (äußere Fehlerbalken). Der totale Fehler ergab sich aus der quadratischen Addition des statistischen und des systematischen Fehlers. Der zusätzliche systematische Fehler der Luminositätsmessung von 4.5% wird nicht gezeigt. Die Kurven entsprechen einer phänomenologischen Beschreibung der Daten von H1, NMC und BCDMS, siehe Text.*

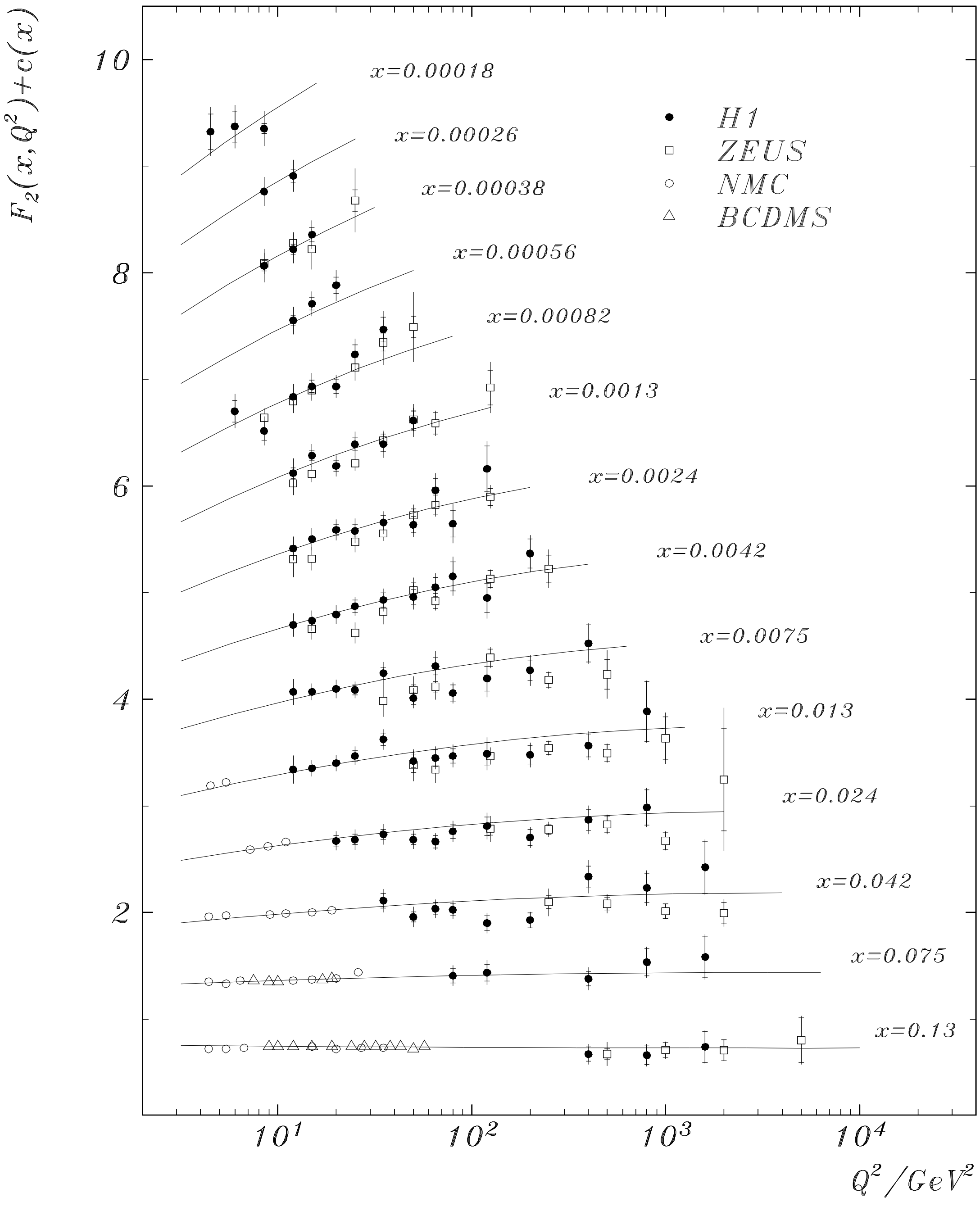


Abbildung 5.14: *Messung der Protonstrukturfunktion $F_2(x,Q^2)$. Die H1–Daten werden zusammen mit den aus demselben Runzeitraum stammenden ZEUS–Daten präsentiert. Die ZEUS–Punkte wurden dabei mit der von ZEUS angegebenen Parametrisierung [135] zu den x–Werten von H1 verschoben. Die von beiden HERA–Experimenten erhaltenen F_2 –Werte sind konsistent. Durch die Kombination der Rekonstruktionsverfahren und die Hinzunahme der Ereignisse mit verschobenem Wechselwirkungspunkt überdecken die H1–Daten einen größeren Bereich sowohl in x als auch in Q^2. Die Kurven zeigen die im Text beschriebene phänomenologische Anpassung, siehe Gl. (5.21). Die F_2 –Werte wurden mit statistischen und totalen Fehlern eingezeichnet, ohne Berücksichtigung zusätzlicher Normierungsunsicherheiten. Für die Darstellung wurden die F_2 –Punkte mittels eines linearen Terms $c(x) = 0.6(i(x) - 0.4)$ skaliert. Hierbei ist $i(x = 0.13) = 1$ im ersten x–Bin usw..*

Vergleiche mit Ergebnissen aus QCD–Analysen Für den Vergleich der bei HERA gemessenen F_2 –Werte mit Vorhersagen der QCD stehen parametrisierte Partondichteverteilungen zur Verfügung, denen verschiedene Modellannahmen insbesondere für das Verhalten der F_2 bei kleinen x–Werten zugrundeliegen und die durch globale Anpassungen der existierenden Daten erhalten werden. Hierbei haben die ersten HERA–Veröffentlichungen schon eine entscheidende Einschränkung bewirkt, da erstmalig das Gebiet $10^{-4} < x < 10^{-2}$ und $Q^2 > 5\ GeV^2$ erschlossen werden konnte, siehe Abbildungen 5.15a und b. Alle in den Abbildungen 5.15a und b präsentierten Kurven basieren auf Lösungen der *DGLAP*–Gleichungen (2.60) und (2.61). Die Entwicklung in Q^2 wird ausgehend von einem Anfangswert Q_0^2 beschrieben.

Die Zeit vor der Verfügbarkeit der HERA–Daten kann durch zwei extreme Annahmen für die Anfangsverteilungen der Seequarks und Gluonen im Grenzfall $x \to 0$ charakterisiert werden, eine flache, *Regge*–inspirierte Abhängigkeit in der Form $\sim x^0$ (MRS$D^{0\prime}$) [93] und eine steile, *Lipatov*–inspirierte Abhängigkeit $\sim x^{-0.5}$ (MRS$D^{-\prime}$), siehe auch Kapitel 2. Für die Seequark– und die Gluonverteilungen wurden dabei jeweils die gleichen Exponenten angenommen. Das für F_2 resultierende Verhalten bei $Q^2 \sim Q_0^2$ ist in Abb. 5.15a im 4.5 GeV^2–Bin veranschaulicht. Durch die Evolution in Q^2 wird jedoch von beiden Parametrisierungen für hohe Q^2–Werte ein starkes Anwachsen von F_2 zu kleinen x hin generiert, wobei die MRS$D^{0\prime}$–Funktion immer etwas kleinere Werte als MRS$D^{-\prime}$ liefert. Der ebenso eingezeichnete CTEQ1–Ansatz [32] ist ein Beispiel dafür, daß eine bei Q_0^2 angenommene steile Verteilung der Gluondichte, vergleichbar mit MRS$D^{-\prime}$, eine flache x–Abhängigkeit der Strukturfunktion erzeugt, wenn keine starke Korrelation zwischen den Verteilungen der Gluonen und der Seequarks gefordert wird.

Bereits durch die ersten Publikationen von ZEUS und H1 konnten zu den MRS$D^{0\prime}$– bzw. CTEQ1–Funktionen führende Modellannahmen ausgeschlossen werden. Das wird durch die folgende Generation von den MRS– und CTEQ–Parametrisierungen belegt, die eine verbesserte Beschreibung der Daten lieferten, siehe Abb. 5.15b. Im Gegensatz zu den genannten Ansätzen wurden die GRV–Strukturfunktionen bereits bei sehr kleinem $Q_0^2 = 0.3\ GeV^2$ beginnend dynamisch berechnet [138]. Für die Partonverteilungen der Seequarks und der Gluonen wurde bei Q_0^2 auch ein Valenzquark–ähnliches Verhalten der Art $\sim x^{\alpha_{S,G}}(1-x)^{\beta_{S,G}}$ ($\alpha_{S,G} > 0$) angenommen. Die Bestimmung der Anfangsparameter erfolgte über eine Anpassung der Daten der Experimente mit ruhendem Target, wobei durch eine rückwärtslaufende QCD–Entwicklung das niedrige Q_0^2 erreicht wird. Eine Anpassung an neue HERA–Punkte sollte demnach nur von sehr geringem Einfluß sein und wurde auch nicht durchgeführt. Die zwischen den beiden Abbildungen 5.15a und b trotzdem sichtbare Veränderung der GRV–Parametrisierung resultiert aus einer verbesserten Behandlung der Charm–Quark–Schwellen[5] in der Evolution, welche vor allem das Gebiet der kleinen Q^2–Werten beeinflußt. Die Übereinstimmung der GRV–Funktion mit den HERA–Daten ist erstaunlich gut.

ZEUS [139] und H1 [2] haben eigene QCD–Analysen in zweiter Ordnung der Störungstheorie (*Next–to–Leading Order* (NLO)) durchgeführt, um eine optimale Interpretation ihrer Daten im Rahmen der QCD zu finden und Aussagen über die Gluondichte im Proton zu treffen. Ausgangspunkt der Anpassungen war das durch die *DGLAP*–Gleichungen gegebene System von gekoppelten Integro–Differentialgleichungen für die Gluondichte und den Singulett $\Sigma(x)$– sowie Nicht–Singulett $\Delta(x)$–Teil von F_2 , siehe auch Abschnitt 2.2. Im *DIS*–Schema entspricht das einer Zerlegung von F_2 gemäß $F_2 = 5/18\ x\Sigma(x) + 1/6\ x\Delta(x)$. Die Lösung der

[5] Das Nukleon soll nur aus den drei Flavours (u, d, s) bestehen. Die Charm–Quark–Beiträge werden dann über die Abstrahlung von Gluonen in den Fusions–Prozessen $\gamma g \to c\bar{c}$, $\gamma g \to c\bar{c}g$ erzeugt. Für die Charm–Quark–Masse wurde $m_c = 1.5\ GeV$ angenommen.

Daten	$F_2^p(H1, NMC, BCDMS)$	354 F_2 –Punkte
$x\Sigma(x)$	$a_S x^{b_S}(1-x)^{c_S}(1+d_S x)$	$a_S = 1.15$, $b_S = -0.11$, $c_S = 3.10$, $d_S = 3.12$
$\Delta(x)$	$a_N x^{b_N}(1-x)^{c_N}(1+d_N x)$	$a_N = 1.14$, $b_N = 0.65$, $c_N = 4.66$, $d_N = 8.68$
$xg(x)$	$a_G x^{b_G}(1-x)^{c_G}$	$a_G = 1.86$, $b_G = -0.22$, $c_G = 7.12$

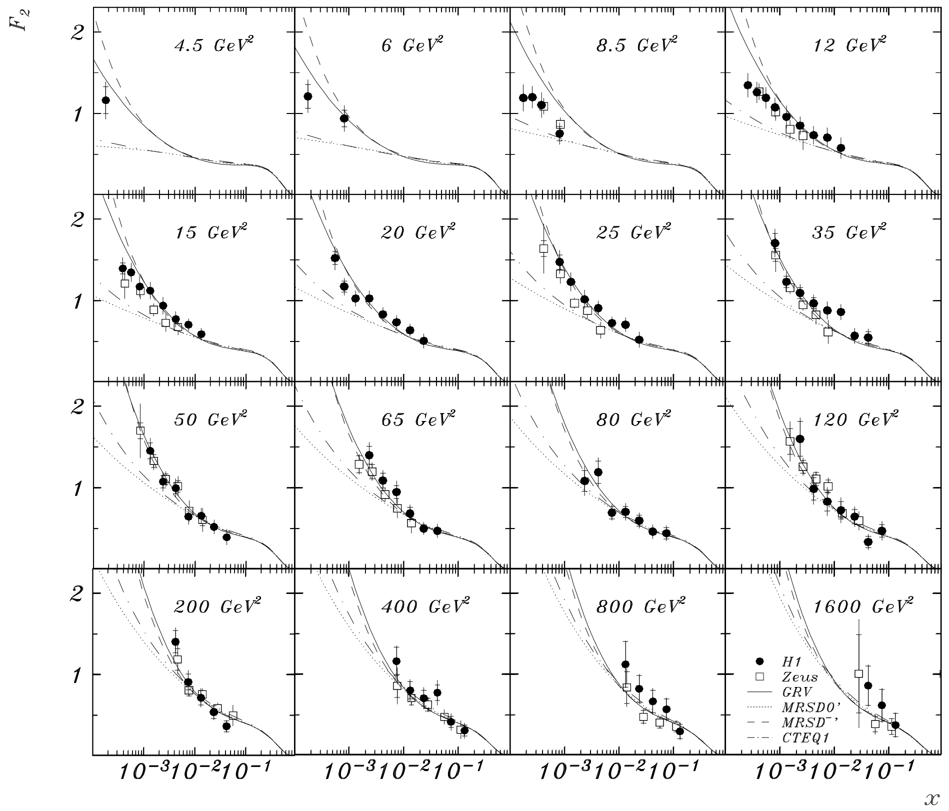
Tabelle 5.4: *Zusammenstellung der Annahmen der H1–QCD–Analyse. Die Normierung des Singulett–Anteils a_S ist mit der Gluondichteverteilung xg über die Impulssummenregel $\int_0^1 [xg(x) + x\Sigma(x)]dx = 1$ gekoppelt mit einer Fixierung des durch die Gluonen getragenen Impulsanteils für $Q_0^2 = 4\ GeV^2$ auf 0.44 [140].*

$DGLAP$–Gleichungen erfolgte von beiden HERA–Experimenten mit unterschiedlichen Annahmen, u.a. über die Form der Partonverteilungen, das Q_0^2 und die Behandlung der Charm–Quark–Beiträge. Die von H1 bei $Q_0^2 = 4\ GeV^2$ gewählten Bedingungen für die QCD–Analyse und die erhaltenen Parameter sind in der Tabelle 5.4 zusammengestellt. Für die $DGLAP$–Gleichungen wurden die drei leichten Quark–Flavours betrachtet mit $\Sigma = u + \bar{u} + d + \bar{d} + s + \bar{s}$ und $\Delta(x) = u + \bar{u} - \Sigma/3$. Charm–Quark–Beiträge wurden dynamisch über die Beschreibung von Photon–Gluon–Fusions–Prozessen, siehe oben, generiert. Die NLO–Berechnungen erfolgten im $\overline{MS}$–Renormierungsschema. Der freie QCD–Skalenparameter $\Lambda_{\overline{MS}}^{(4)}$ für 4 Flavours wurde nicht fixiert und als Parameter in der Anpassung verwendet. Ergebnis der Anpassung ist $\Lambda_{\overline{MS}}^{(4)} = 225\ MeV$, was einen zu anderen Analysen vergleichbaren Wert darstellt [141].

Das Ergebnis der NLO–QCD–Analyse ist in der Abb. 5.16 zusammen mit den gemessenen F_2 –Daten von H1, NMC und BCDMS dargestellt. Die neuesten Ergebnisse der E665–Kollaboration [69] wurden nicht eingezeichnet. Ein derartiger Vergleich wurde jedoch von NMC durchgeführt, der eine gute Übereinstimmung der Protonstrukturfunktionswerte von NMC, BCDMS, SLAC und E665 sowie den Übergang zu den 1995 von ZEUS und H1 publizierten Daten zeigt [142]. Die x–Abhängigkeit der Protonstrukturfunktion kann im Rahmen der durch die $DGLAP$–Gleichungen gegebenen logarithmischen Q^2–Evolution der Partonverteilungen gut beschrieben werden. Mit den H1– sowie mit den ZEUS–Daten des Jahres 1993 konnten keine Hinweise auf Abweichungen vom $DGLAP$–Mechanismus beobachtet werden.

Das Verhalten der Protonstrukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ bei kleinsten x und Q^2 wird gegenwärtig intensiv untersucht. Die für die HERA–Daten des Jahres 1994 von H1 durchgeführte Strukturfunktionsanalyse gestattete die Erweiterung auf den Bereich $5 \cdot 10^{-5} \leq x \leq 0.32$ und $1.5 \leq Q^2 \leq 5000\ GeV^2$ basierend auf einem Datensatz von 2.2 pb^{-1} [143]. Die vorläufigen Ergebnisse bestätigen die beiden ersten Publikationen und stimmen gut mit der in der vorliegenden Arbeit behandelten Messung der Strukturfunktion überein. Durch die höhere verfügbare Statistik konnten zudem sehr detaillierte Untersuchungen der Effektivitäten und der Energiekalibrationen durchgeführt werden, die auf eine Reduktion der systematischen Fehler auf kleiner 10% und der Unsicherheit der Luminositätsmessung auf 1.5% (für $Q^2 > 6.5\ GeV^2$) führten. Ein ebenfalls vorläufige NLO–QCD–Analyse [143], die nur die F_2 –Daten mit $Q^2 > 5\ GeV^2$ einschloß, lieferte überraschenderweise auch eine gute Beschreibung von F_2 bis hin zu $Q^2 = 1.5\ GeV^2$. Die mit den $DGLAP$–Gleichungen erreichte gültige Beschreibung der gemessenen Strukturfunktion auch bis hin zu sehr kleinen x und Q^2 gibt auch für die 94er H1–Daten keine Hinweise auf zusätzlich erforderliche Terme wie sie z.B. der $BFKL$–Gleichung [54] zugrundeliegen.

a)



b)

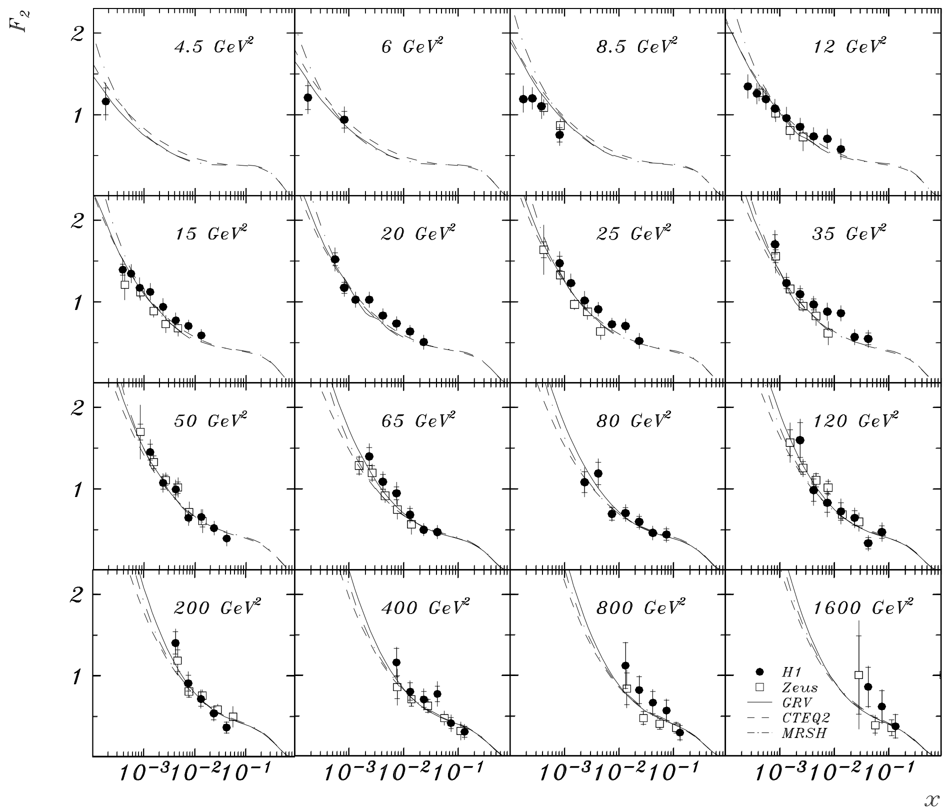


Abbildung 5.15: *Die Protonstrukturfunktionswerte $F_2(x, Q^2)$ von H1 (volle Punkte) und ZEUS (offene Punkte) mit statistischen (innere Fehlerbalken) und totalen Fehlern (äußere Fehlerbalken). Der zusätzliche systematische Fehler der Luminositätsmessung von 4.5% (H1) bzw. 3.5% (ZEUS) wird nicht gezeigt. Die Kurven entsprechen QCD–Anpassungen in a) vor der Verfügbarkeit der HERA–Messungen und b) nach den ersten Veröffentlichungen von ZEUS und H1.*

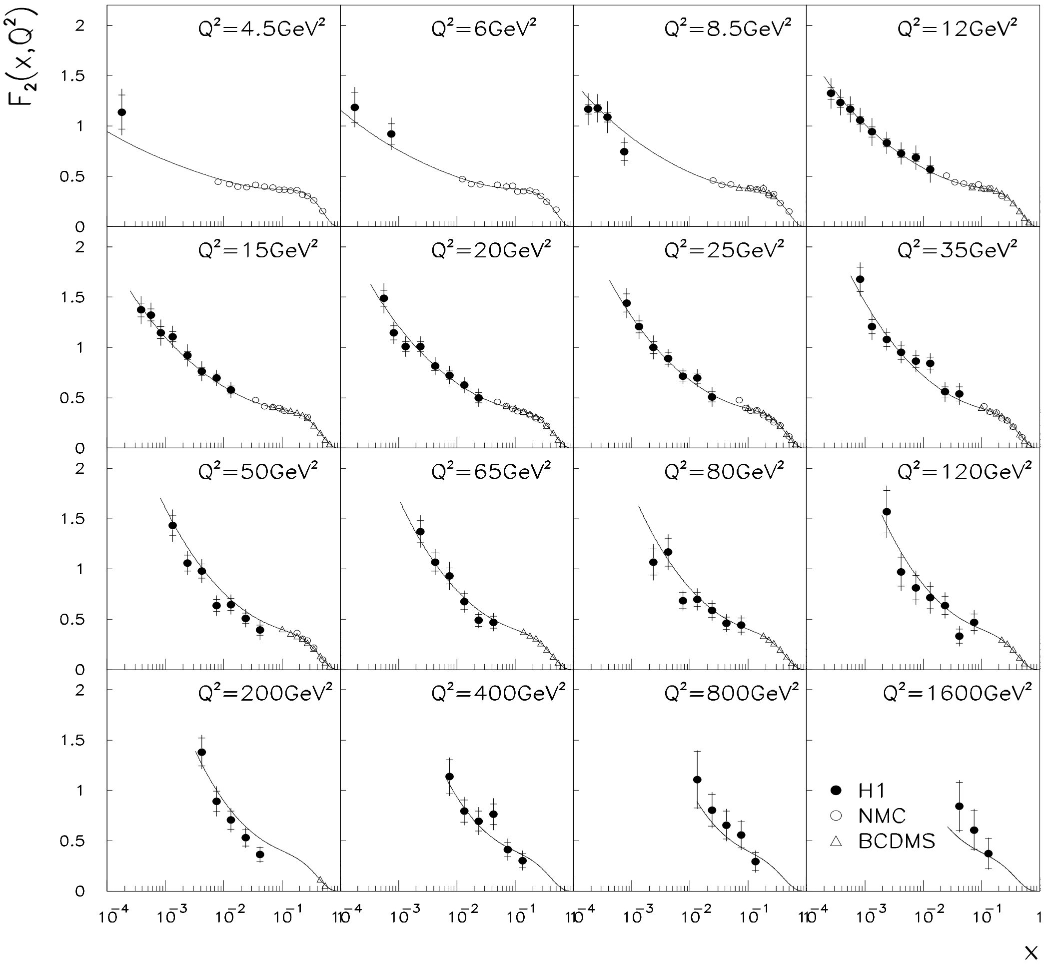


Abbildung 5.16: *Protonstrukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ gemessen von H1 und den Experimenten mit ruhendem Target BCDMS sowie NMC mit statistischen (innere Fehlerbalken) und totalen Fehlern (äußere Fehlerbalken). Zusätzliche Normierungsunsicherheiten wurden nicht berücksichtigt. Die Kurven entsprechen dem Ergebnis der NLO–QCD–Analyse von H1 [2], siehe Text.*

Kapitel 6

Bestimmung der Gluondichte bei kleinen x

6.1 Skalenverletzung und Gluondichte

Die Gluonen tragen etwa die Hälfte des Protonimpulses. Trotzdem ist die Bestimmung der Gluondichte im Proton in tief inelastischen Streuexperimenten kompliziert, da in niedrigster Ordnung der QCD–Störungstheorie das Photon nicht an das Gluon koppelt. Im Quark–Parton–Modell hängt die Strukturfunktion nicht von Q^2 ab, sie ist invariant gegenüber der Impulsskala Q^2 (*Skalenverhalten*). Abweichungen von der Invarianz von F_2 gegenüber Änderungen der Q^2–Skala, die sogenannten *Skalenverletzungen*, werden durch Prozesse höherer Ordnungen der QCD–Störungstheorie verursacht, s. a. Abschnitt 2.3. In der ersten Ordnung (*Leading Order* (LO)) werden durch Gluonbremsstrahlung und Bildung von $q\bar{q}$–Paaren aus Gluonen logarithmische Skalenverletzungen von F_2 erzeugt. Die Anstiege von F_2 mit $\ln Q^2$ weisen eine deutliche x–Abhängigkeit auf: die Skalenverletzungen werden zu kleinen x–Werten hin größer. Für $x \lesssim 0.12$ sind die Skalenverletzungen positiv: mit wachsenden Q^2–Werten wird über die Erzeugung von Quark–Antiquark–Paaren immer mehr Impuls von hohen zu niedrigen x umverteilt und die Strukturfunktion wächst zu kleinen x hin an.

Bei kleinen $x < 10^{-2}$ dominiert die Bildung von Seequark–Paaren aus Gluonen gegenüber Beiträgen aus Gluonbremsstrahlungsprozessen. Eine Analyse der Skalenverletzungen, die durch die Anstiege $dF_2/d\ln Q^2$ quantifiziert werden können, gestattet so einen indirekten Zugriff auf den Gluongehalt des Protons bei konstanten x–Werten. Die Anwendung eines von *Prytz* vorgeschlagenen LO–Näherungsverfahrens [144] durch H1 führte zur ersten Messung einer zu kleinen x hin stark anwachsenden Gluondichte im Proton, die jedoch noch mit großen Fehlern behaftet war [4].

Näherungslösung nach *Prytz* Die Evolution der Partonverteilungsfunktionen in $\ln Q^2$ kann in der QCD–Störungstheorie durch die *DGLAP*–Integro–Differentialgleichungen beschrieben werden, siehe Gl. (2.60) und (2.61). Die Zerlegung von F_2^p in eine Singulett $\Sigma(x, Q^2)$– sowie eine Nicht–Singulett $\Delta(x, Q^2)$–Funktion, $F_2 = 5/18\ x\Sigma + 1/6\ x\Delta$, führt gemäß Gleichung (2.70) zu dem Ausdruck

$$\begin{aligned}\frac{\partial F_2(x,Q^2)}{\partial \ln Q^2} &= \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi}\int_x^1 dy\left(\frac{x}{y}\right)\Big[\left(\frac{5}{18}\Sigma(\frac{x}{y},Q^2)+\frac{1}{6}\Delta(\frac{x}{y},Q^2)\right)P_{qq}(y) \\ &\quad +\frac{5}{18}\,2N_f\,g(\frac{x}{y},Q^2)P_{qG}(y)\Big]. \end{aligned} \tag{6.1}$$

Betrachtet man die in der Abbildung 6.1 dargestellte x–Abhängigkeit der einzelnen Beiträge zur Ableitung $dF_2/d\ln Q^2$ bei $Q^2 = 20\ GeV^2$ in erster Ordnung der QCD–Störungstheorie, erscheint es gerechtfertigt, die Beiträge $\sim P_{qq}(y)$ im Bereich $x < 10^{-2}$ zu vernachlässigen. Der Einfluß der Valenzquarks ist nur für $x > 0.1$ bedeutsam. Die von den Valenzquarks abgestrahlten Gluonen generieren ein Verhalten der Ableitungen von $dF_2/d\ln Q^2 < 0$. Für $x \cong 0.12$ ist $dF_2/d\ln Q^2 = 0$. Die Beiträge auf Grund der Gluonbremsstrahlungsprozesse, die vorrangig durch die Seequarks induziert werden, heben sich mit der Bildung von Seequarkpaaren aus Gluonen auf. Der Anstieg von F_2 mit $\ln Q^2$ wird dann im wesentlichen durch die Gluonen erzeugt. Für $x < 10^{-2}$ führt der Term $\sim P_{qG}$ in Gl. 6.1 zu positiven Skalenverletzungen. Für die in der Abb. 6.1 verwendete LO–Parametrisierung hat der mit Gluonbremsstrahlung verbundene erste Term $\sim P_{qq}$ nur noch Anteile von etwa 6% bei $x = 10^{-4}$ bzw. 11% bei $x = 10^{-2}$. Eine Vernachlässigung dieser Beiträge würde dann die Ableitung $dF_2/d\ln Q^2$ bei

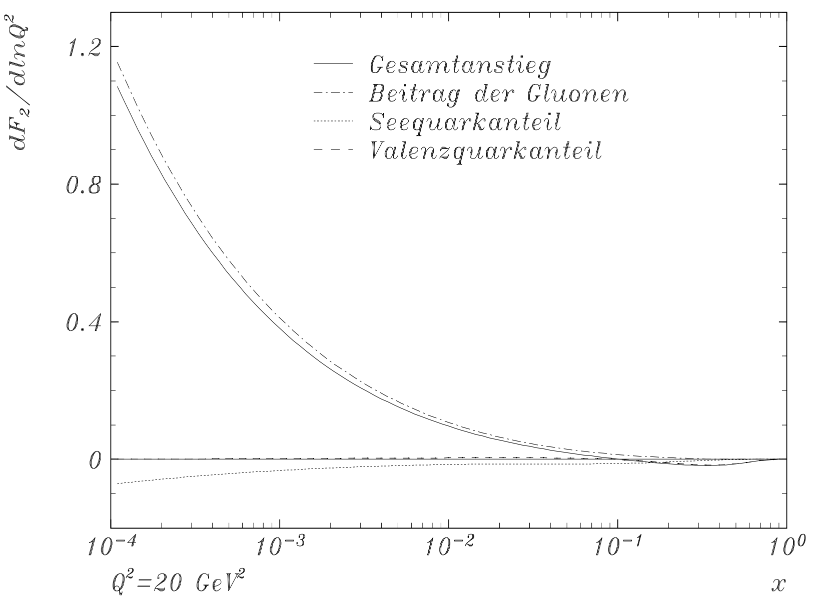


Abbildung 6.1: *Der Anstieg der Protonstrukturfunktion mit* $\ln Q^2$, $dF_2/d\ln Q^2$ *als Funktion von* x. *Gezeigt werden die einzelnen Anteile zum Gesamtanstieg, der sich aus den mit den Valenzquarks sowie Seequarks verbundenen Gluonbremsstrahlungsprozessen und der durch die Gluonen generierten Bildung von* $q\bar{q}$*–Paaren zusammensetzt. Die Berechnung erfolgte mit einer LO–QCD–Parametrisierung von [138] für* $Q^2 = 20\ GeV^2$.

einem festen Q^2–Wert mit der Gluondichte xg im Proton in Relation setzen. Unter dieser Annahme ergibt sich für $N_f = 4$ sich in erster Ordnung der QCD–Störungstheorie

$$\frac{\partial F_2(x,Q^2)}{\partial \ln Q^2} \cong \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi}\frac{20}{9}\int_x^1 dy\ \left(\frac{x}{y}\right)\ g(\frac{x}{y},Q^2)P_{qG}(y) \tag{6.2}$$

mit der im Abschnitt 2.3 eingeführten Splitting–Funktion $P_{qG}(y) = 1/2[(1-y)^2 + y^2]$. Eine Substitution $y = 1 - z$ führt zu einem Umschreiben des Integrals in der Form

$$\frac{\partial F_2(x,Q^2)}{\partial \ln Q^2} \cong \frac{10}{9}\frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi}\int_0^{1-x} dz\ \left(\frac{x}{1-z}\right)\ g(\frac{x}{1-z},Q^2)P_{qG}(1-z). \tag{6.3}$$

Bei kleinen x kann die Gluondichte $G(x) = xg(x)$ um $z = 1/2$ entwickelt werden:

$$G\left(\frac{x}{1-z}\right) \cong G(2x) + (z-1/2)G'(2x) + (z-1/2)^2 G''(2x)/2. \qquad (6.4)$$

Wegen der Symmetrie der Splitting–Funktion P_{qG} um $z = 1/2$ verschwindet der Beitrag $\sim (z-1/2)G'(2x)$ zum Integral für $x \to 0$ und die Anteile nächst höherer Ordnungen werden im Vergleich zum Beitrag von $G(2x)$ vernachlässigt. Für die obere Integrationsgrenze wird für den betrachteten x–Bereich $(1-x) \approx 1$ angenommen. Näherungsweise ergibt sich folglich:

$$\begin{aligned}\frac{\partial F_2(x,Q^2)}{\partial \ln Q^2} &\cong \frac{10}{9}\frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi}\, 2xg(2x,Q^2) \int_0^1 dz P_{qG}(1-z) \\ &= \frac{10}{27}\frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi}\, G(2x,Q^2). \qquad (6.5)\end{aligned}$$

Die Gluondichte $G(2x) = 2xg(2x)$ an der Stelle $2x$ kann demzufolge durch eine Messung des Anstiegs $dF_2(x,Q^2)/d\ln Q^2$ der Protonstrukturfunktion F_2 am Punkt x näherungsweise in der ersten Ordnung der QCD–Störungstheorie für den Bereich $x < 10^{-2}$ berechnet werden [144].

In einer numerischen Untersuchung wurde die nach Gl. (6.5) bestimmte Gluondichte mit den Ergebnissen exakter LO–QCD–Analysen der Skalenverletzungen verglichen. Hierfür wurden zwei aktuelle Parametrisierungen von GRV sowie CTEQ verwendet. Für die beiden gewählten Funktionen lieferte die Näherungslösung nach *Prytz* jeweils eine um etwa 10% konstant zu hohe Gluondichte in dem Bereich $x < 10^{-2}$. Für größere x–Werte treten stärkere Unterschiede auf bzw. ab $x > 10^{-1}$ ist die Methode nicht mehr anwendbar.

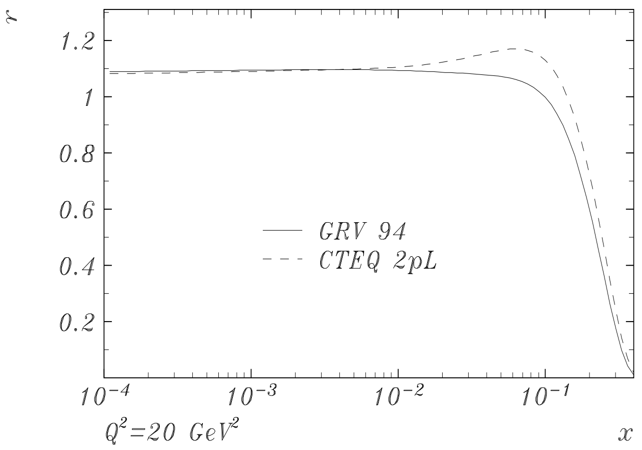


Abbildung 6.2: *Verhältnis* $r = G^{Prytz}/G^{LO}$ *der mit der Näherungslösung nach Prytz bestimmten Gluondichte* G^{Prytz}*, siehe Gl. (6.5), zu den LO–Parametrisierungen* G^{LO} *von* GRV *und* CTEQ *[86] für* $Q^2 = 20$ GeV^2.

In der ersten Ordnung der QCD–Störungstheorie wird somit durch die Näherungslösung nach *Prytz* eine in den Annahmen überschaubare sowie einfach zu handhabende Abschätzung der Gluondichte im Proton auf der Grundlage einer Messung der x–Abhängigkeit der Ableitungen $dF_2/d\ln Q^2$ gegeben. Ein anderes Näherungsverfahren wurde z.B. von *Ellis*, *Kunszt* und *Levin* vorgeschlagen [145], ist jedoch nicht Gegenstand der vorliegenden Arbeit.

6.2 Berechnung der Ableitungen von $F_2(x, Q^2)$

Die Analyse der Skalenverletzungen basierte auf der vom H1–Experiment 1995 veröffentlichten Messung der Strukturfunktion [1]. Für die Bildung der Ableitungen wurden die bei festem Q^2 gemessenen x–Abhängigkeiten von F_2 auf die Form

$$F_2(x, Q^2) = c_1(x) + c_2(x) \ln(Q^2/GeV^2) \qquad x = \text{fixiert} \tag{6.6}$$

gebracht. Die Werte $dF_2/d\ln Q^2 = c_2(x)$ wurden aus Geradenanpassungen bestimmt, wobei die mit den totalen Fehlern gewichteten F_2 –Punkte betrachtet wurden. Die Annahme einer linearen $\ln Q^2$–Abhängigkeit ist gemäß der im Abschnitt 5.7 vorgestellten Parametrisierung für $Q^2 = 20\ GeV^2$ innerhalb von 10% korrekt.

Zum systematischen Fehler von $dF_2/d\ln Q^2$ tragen verschiedene Ursachen bei, die im allgemeinen zu einer nicht unabhängigen Beeinflussung der x–Abhängigkeit der Ableitungen führen. Daher wurden alle, insgesamt 26 Fehlerquellen in ihrer Auswirkung auf $dF_2/d\ln Q^2$ untersucht. Zusätzlich wurde die Abhängigkeit von der noch nicht gemessenen longitudinalen Strukturfunktion F_L betrachtet. Im Gegensatz zu den F_2 –Werten, bei denen der Einfluß von F_L durch einen einfachen Faktor korrigiert werden kann, siehe Gl. 5.10, ist das für die Ableitungen nicht mehr transparent. Für die Abschätzung dieser Unsicherheit wurde ein Fehler für R von $\delta R = \pm R$, siehe Abschnitt 5.3, angenommen. Für die F_2 bedeutet das Veränderungen von maximal 6% für hohe y–Werte, die zu Änderungen von bis zu 10% der Ableitungen führen können, siehe Anhang B.2.

Fehlerquelle	zu variierende Methode/n bzw. Detektorkomponente/n
Messung der Elektronenergie E'_e	BEMC, BBE, LAr
Messung des Elektronstreuwinkels θ_e	BEMC, BBE, LAr
Messung der Energie der Hadronen E_{LAr}	LAr
Abschätzung der Untergrundereigniszahlen	BEMC, BBE, LAr
Abhängigkeit vom Fragmentationsmodell	Σ–Methode, Elektron–Methode im BBE
Berechnung der radiativen Korrekturen	je Elektron– und Σ–Methode
Einfluß zusätzlicher Ineffektivitäten	jede Methode extra
Berechnung der globalen Ineffektivitäten	je Elektron– und Σ–Methode
Berechnung der Binzentrumkorrekturen	alle Punkte
Abhängigkeit von der Strukturfunktion	alle Punkte
Berechnung der Akzeptanzkorrekturen	alle Punkte

Tabelle 6.1: *Zusammenstellung der Fehlerquellen für die Ableitungen $dF_2/d\ln Q^2$. Die letzten drei systematischen Fehlerquellen betreffen unabhängig von der gewählten Methode alle F_2 –Werte. Der in die Akzeptanzberechnungen eingehende statistische $\mathcal{MC}$–Fehler wurde wie eine zusätzlich auftretende statistische Unsicherheit betrachtet.*

Die große Anzahl verschiedener Fehlerquellen ergibt sich aus der für H1 spezifischen Kombination von Detektorkomponenten (BEMC–,BBE– und LAr–Kalorimeter), Rekonstruktionsmethoden (Elektron– und Σ–Methode) sowie Datensätzen (nominaler und verschobener Wechselwirkunkspunkt), siehe Tabelle 6.1. Eine vollständige Angabe der einzelnen Beiträge δ der F_2 –Messung von H1 unter Berücksichtigung der Vorzeichen enthält Anhang B.1. Die Berechnung der um δ systematisch verschobenen F_2 –Werte erfolgte dann entsprechend der

Formel:

$$F_2' = \frac{1}{1+\delta} \cdot F_2 \ . \tag{6.7}$$

Die resultierenden positiven oder negativen Verschiebungen der Ableitungen ergaben sich aus der Differenz der mittleren Anstiegswerte aus Geradenanpassungen, die nur die statistischen F_2 –Fehler berücksichtigten. Die einzelnen Beiträge wurden gemäß diesem Vorzeichen in positive und negative Fehler unterschieden, die, wenn mehrere Anteile vorlagen, wie z.B. BEMC–, BBE– und LAr–Anteile an der Messung der Elektronenergie $\delta E_e'$, jeweils quadratisch addiert wurden. Korrelationen zwischen einzelnen Fehlerquellen, z.B. einer Unsicherheit von θ_e und E_e', wurden vernachlässigt. Die relativen Anteile zum systematischen Fehler der Ableitungen $dF_2/d\ln Q^2$ infolge der Unsicherheiten der F_2 –Messung gemäß Tab. 6.1 sind im Anhang B.2 zusammengestellt.

Das endgültige Ergebnis der Analyse der logarithmischen Ableitungen $dF_2/d\ln Q^2$ findet sich in der Tabelle 6.2 mit den statistischen und den gemittelten systematischen Fehlern bzw. ist in Abb. 6.3 dargestellt. Die aufgeführten Werte spiegeln das in der Abbildung 5.14 beobachtete Ansteigen der F_2 mit $\ln Q^2$ für konstante x sowie die x–Abhängigkeit der Ableitungen $dF_2/d\ln Q^2$ wider und bestätigen mit wesentlich verbesserten statistischen und systematischen Fehlern das von H1 erstmalig 1993 publizierte Q^2–Verhalten von F_2 in dem Bereich $3 \cdot 10^{-4} \leq x \leq 10^{-2}$ und $8.5 \leq Q^2 \leq 60\ GeV^2$ [4].

Die analysierten Anstiege $dF_2/d\ln Q^2$ sind zusammen mit den vom ZEUS–Experiment auf der Basis der 1993er Daten veröffentlichten Werten in der Abb. 6.3 dargestellt. Die ebenfalls eingezeichneten NMC–Datenpunkte wurden aus den jüngst publizierten F_2 –Werten der NMC–Kollaboration [142] mit dem oben beschriebenen Verfahren gewonnen, vgl. Gl. (6.6).

Abbildung 6.3 zeigt die bedeutende Erweiterung des Meßbereichs durch die HERA–Experimente gegenüber NMC. Sowohl von H1 als auch ZEUS werden starke Skalenverletzungen für $x < 10^{-2}$ beobachtet. Die sehr gute Übereinstimmung zwischen beiden Experimenten in diesem von Normierungsfehlern freien Vergleich bedeutet, daß beide Experimente dieselbe

x	$\frac{dF_2}{d\ln(Q^2)}$	σ_{stat}	σ_{syst}	*Zahl der Punkte*
0.000383	0.51	0.14	0.09	3
0.000562	0.65	0.18	0.10	3
0.000825	0.46	0.06	0.06	7
0.001330	0.28	0.06	0.11	6
0.002370	0.21	0.03	0.06	9
0.004210	0.20	0.03	0.03	10
0.007500	0.08	0.02	0.03	11
0.013300	0.06	0.02	0.02	12
0.023700	0.06	0.02	0.02	10
0.042100	0.06	0.03	0.02	9
0.075000	0.04	0.04	0.04	5
0.133000	0.04	0.11	0.03	3

Tabelle 6.2: *Die logarithmischen Ableitungen $dF_2/d\ln Q^2$ mit statistischen und gemittelten systematischen Fehlern sowie die Zahl der angepaßten Datenpunkte. Die Werte für $3.8 \cdot 10^{-4} \leq x \leq 1.33 \cdot 10^{-2}$ wurden in [2] veröffentlicht.*

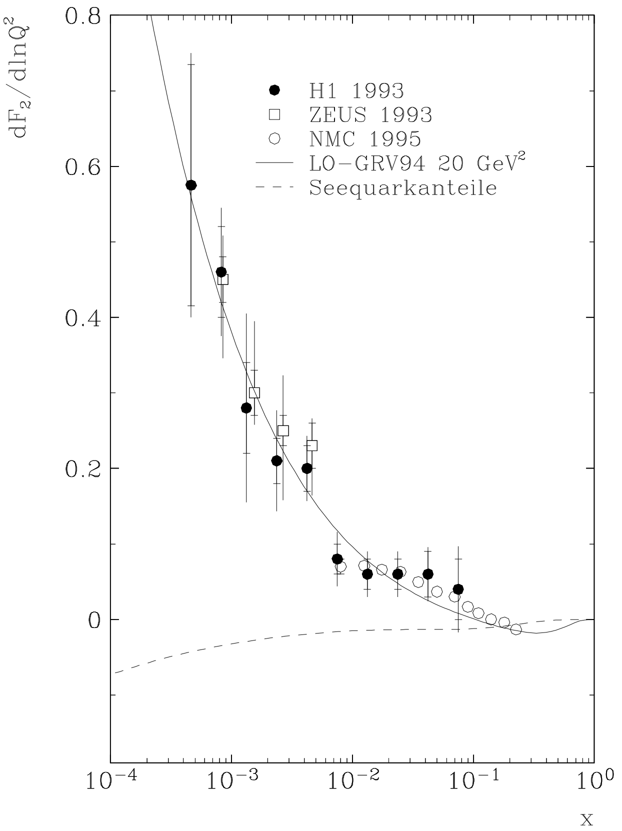


Abbildung 6.3: *Die Anstiege $dF_2/d\ln Q^2$ aus den Strukturfunktionsmessungen der Experimente H1 sowie von ZEUS [139] basierend auf den Daten des Jahres 1993 und der NMC–Kollaboration des Jahres 1995 [142]. Die durchgezogene Kurve entspricht den mit der* GRV–*Parametrisierung berechneten Werten $dF_2/d\ln Q^2$ bei $Q^2 = 20\ GeV^2$ in erster (LO) Ordnung der Störungstheorie. Die experimentellen Werte werden mit statistischen (innere Fehlerbalken) und totalen Fehlern gezeigt. Die geringen, von den Seequarks erzeugten Beiträge zum Anstieg wurden ebenfalls eingezeichnet.*

Q^2–Abhängigkeit von F_2 gemessen haben. Diese Aussage gilt auch für die aus den H1–Daten bestimmten Ableitungen in dem Bereich $10^{-2} < x < 10^{-1}$ und die NMC–Punkte. Bereits ab etwa $x \sim 6 \cdot 10^{-2}$ kann ein signifikantes Abweichen vom Skalenverhalten festgestellt werden, so daß für kleine x eine hohe Gluondichte im Proton erwartet werden kann. In der Abb. 6.3 wird ferner ein Vergleich der experimentell mittels linearer Näherungen gebildeter Anstiege mit einer Vorhersage gezeigt, die gemäß Gl. (6.1) aus den *DGLAP*–Gleichungen unter Verwendung der GRV–Parametrisierung erhalten wurde. Bei kleinen x–Werten werden die HERA–Daten gut durch die für $Q^2 = 20\ GeV^2$ berechnete GRV–Kurve beschrieben.

Neben den Ableitungen von F_2 nach $\ln Q^2$ wurden auch die logarithmischen Ableitungen $d\ln F_2/d\ln Q^2$ und $d\ln F_2/d\ln(1/x)$ bestimmt. Die Ableitung $d\ln F_2/d\ln Q^2$ ist bei großen x (> 0.2) eine geeignete Größe zum Test der QCD und zur Bestimmung von α_s, da in diesem x–Bereich Gluonbeiträge vernachlässigbar sind [146]. Für $F_2 \sim x^{-\alpha}$ gilt $d\ln F_2/d\ln(1/x) = \alpha$ und die logarithmischen Ableitungen bestimmen direkt den Exponenten der x–Abhängigkeit. Sie waren von Bedeutung für die näherungsweise Berechnung der Gluondichte nach *Ellis*, *Kunszt* und *Levin* [145], die in dieser Arbeit jedoch nicht vorgestellt wird und auch nicht von H1 publiziert wurde. Die Analyse aller Ableitungen wurde nach dem oben angegebenen Verfahren durchgeführt. Eine Zusammenstellung der Resultate findet sich in der Tabelle 6.3.

x	$\frac{d\ln F_2}{d\ln Q^2}$	σ_{stat}	σ_{syst}
0.000383	0.41	0.11	0.09
0.000562	0.47	0.13	0.09
0.000825	0.41	0.05	0.05
0.001330	0.24	0.05	0.08
0.002370	0.21	0.03	0.05
0.004210	0.21	0.03	0.04
0.007500	0.11	0.03	0.03
0.013300	0.08	0.03	0.03
0.023700	0.11	0.04	0.07
0.042100	0.15	0.05	0.08
0.075000	0.09	0.08	0.13
0.133000	0.13	0.31	0.36

$Q^2/\ GeV^2$	$\frac{d\ln F_2}{d\ln(1/x)}$	σ_{stat}	σ_{syst}
8.5	0.19	0.07	0.06
12	0.21	0.02	0.08
15	0.25	0.02	0.07
20	0.25	0.02	0.05
25	0.28	0.02	0.07
35	0.26	0.02	0.06
50	0.36	0.03	0.10
65	0.40	0.04	0.10

Tabelle 6.3: *Zusammenstellung der Ableitungen $d\ln F_2/d\ln Q^2$ und $d\ln F_2/d\ln(1/x)$ mit statistischen und systematischen Fehlern. Die Werte von $d\ln F_2/d\ln Q^2$ für $3.8\cdot 10^{-4} \leq x \leq 1.33\cdot 10^{-2}$ wurden in [2] veröffentlicht.*

6.3 Bestimmung der Gluondichte

Die Gluondichte im Proton kann durch eine QCD–Analyse der Skalenverletzungen exakt bestimmt werden. Bei kleinen $x < 10^{-2}$ werden diese vorrangig durch die Splittingprozesse der Gluonen verursacht, so daß im Sinne der Näherung nach *Prytz* (s. Abschnitt 6.1) von der Größe der Abweichungen vom Skalenverhalten auf die Größe der Gluondichte im Proton geschlossen werden kann.

Die Berechnung der Gluondichte für $10^{-4} < x < 10^{-2}$ erfolgte gemäß der in Gl. (6.5) gegebenen Näherung, die die Skalenverletzungen der Protonstrukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ direkt mit $\alpha_s(Q^2)\cdot G(2x, Q^2)$ in Beziehung setzt. Aus kinematischen Gründen entsprechen die steigenden x–Werte, für die die Ableitungen $dF_2(x, Q^2)/d\ln Q^2$ gebildet wurden, anwachsenden mittleren Q^2–Werten. Im Rahmen der hier verwendeten linearen Näherung ist die Ableitung $dF_2/d\ln Q^2$ nur noch eine Funktion von x, woraus $\alpha_s(Q^2)\cdot G(x, Q^2) = c(x)$ folgt. Gemäß Gl. (6.5) wird somit die Q^2–Abhängigkeit der Gluondichte über die Festlegung von $\alpha_s(Q^2)$ fixiert. Die Gültigkeit der Beziehung $\alpha_s(Q^2)\cdot G(x, Q^2) = c(x)$ wurde an Hand von verschiedenen LO–Parametrisierungen verifiziert und ist bei $x \sim 10^{-3}$ besser als 10% erfüllt. Das hat die bemerkenswerte Konsequenz, daß die bei 20 GeV^2 steil erscheinende Gluondichte bei kleineren Q^2–Werten flach ist.

Die bei $Q^2 = 20\ GeV^2$ berechnete Gluondichte $xg(x, Q^2)$ wird in der Abb. 6.4b gezeigt und mit dem Resultat der LO–QCD–Analyse von H1 verglichen. Die einfache Interpretation des Anstiegs von F_2 mit $\ln Q^2$ als ein Maß für die Gluondichte geht in höherer Ordnung der Störungstheorie verloren bzw. erfordert die Hinzunahme von numerischen Korrekturen, die von der Form der Strukturfunktion selbst abhängen. Daher wurde die Bestimmung der Gluondichte aus den Skalenverletzungen in einem Näherungsverfahren auf die erste Ordnung beschränkt und nicht die ebenfalls von *Prytz* vorgeschlagene NLO–Methode [144] angewandt.

Die Extraktion der Gluondichte in NLO erfolgte bei H1 ausschließlich mittels einer QCD–Analyse, die im Abschnitt 5.7 beschrieben wurde. Das Ergebnis der NLO–QCD–Anpassung von H1 ist in Abb. 6.4a dargestellt. Die Fehlerbehandlung innerhalb der vollständigen QCD–Analyse basierte auf den hier diskutierten einzelnen Beiträgen zum systematischen Fehler der Strukturfunktionsmessung. Bei der näherungsweisen Berechnung von xg wurde der Wert $\Lambda = 185\ MeV$ verwendet, der sich aus der LO–QCD–Analyse von H1 ergab. Eine Variation von Λ um $\pm 80\ MeV$ führt zu einer Änderung der Näherungswerte von xg von etwa 10%. Die Übereinstimmung der nach dem *Prytz*–Verfahren erhaltenen Gluondichte mit dem Resultat der vollständigen QCD–Analyse ist gut. Berücksichtigt man allerdings die bisher vernachlässigten Korrekturen von -10%, siehe Abbildung 6.2, ergibt sich aus der Analyse der Ableitungen, die frei von Normierungsunsicherheiten sind, eine im Vergleich zur globalen QCD–Anpassung etwas flachere Gluondichte.

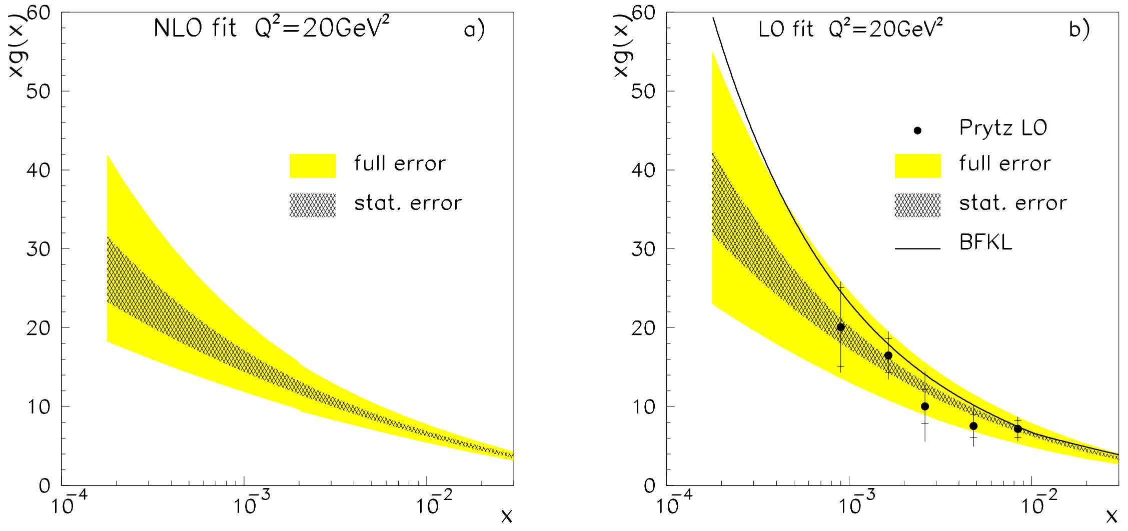


Abbildung 6.4: *Die Gluondichte $xg(x)$ bei $Q^2 = 20\ GeV^2$ bestimmt a) durch eine im $\overline{MS}$–Faktorisierungsschema durchgeführte NLO–QCD–Analyse von H1 und b) durch eine LO–QCD–Analyse (schattierte Fläche) sowie eine kombinierten LO–$BFKL$ – $DGLAP$–Analyse (durchgezogene Kurve) von H1 und den aus der vorliegenden Arbeit hervorgegangen, näherungsweise berechneteten Werten, die mit statistischen und totalen Fehlern gezeigt werden. Die Abbildungen wurden aus [2] entnommen.*

Bei sehr kleinen x–Werten wird die Gluondichte möglicherweise nicht mehr durch die $DGLAP$–Gleichungen, sondern durch die BFKL–Gleichung, siehe Abschnitt 2.3, beschrieben. Die Abb. 6.4b enthält das Resultat einer QCD–Analyse von H1, in der die Entwicklung von xg für $Q^2 < 50\ GeV^2$ und $x < 10^{-2}$ gemäß der $BFKL$–Gleichung implementiert wurde. Die aus dieser kombinierten Anpassung erhaltene Gluondichte ist bei $Q^2 = 20\ GeV^2$ steiler als das konventionelle Resultat. Die Strukturfunktion selbst wurde in beiden Zugängen gleichwertig gut beschrieben.

Eine Zusammenfassung der mit verschiedenen Methoden und Experimenten erhaltenen Gluondichte wird in der Abb. 6.5 gegeben und zeigt übereinstimmend das Ansteigen von

$xg(x, Q^2)$ zu kleinen x–Werten hin. Die aus der vorliegenden Arbeit resultierende Gluondichte stimmt gut mit den Ergebnissen aus der LO–Analyse von Photon–Gluon–Fusions–Ereignissen überein, die vor kurzem von H1 publiziert wurde [147].

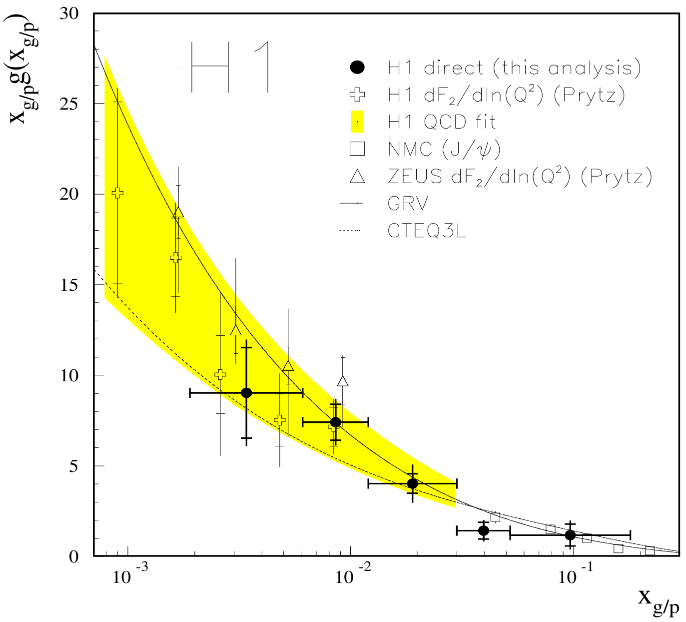


Abbildung 6.5: *Vergleich der in erster Ordnung von α_s bestimmten Gluondichten der Experimente H1, NMC und ZEUS mit Ergebnissen aus QCD–Analysen. Die für H1 angegebenen Werte nach dem Prytz–Verfahren stammen aus der vorliegenden Arbeit. Das Bild wurde aus [147] entnommen.*

Kapitel 7

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit beschreibt die Messung der Strukturfunktion des Protons in tief inelastischen Elektron–Proton–Reaktionen, die 1993 mit dem H1–Experiment bei HERA aufgezeichnet wurden.

Die theoretischen Grundlagen der Lepton–Nukleon–Streuung werden ausgehend von kinematischen Überlegungen zu den Ideen des Quark–Parton–Modells und der Quantenchromodynamik (QCD) geführt. Die Vorstellungen über die Struktur des Protons unter den Annahmen der störungstheoretischen QCD werden ausführlich erläutert.

Die Bedeutung der HERA–Beschleunigeranlage für die Erweiterung des Meßbereichs der Protonstrukturfunktion F_2 in x und Q^2 wird im Vergleich zu ausgewählten Experimenten mit ruhendem Target dargestellt. Die Besonderheit der HERA–Experimente, sowohl den leptonischen als auch den hadronischen Endzustand nachweisen zu können, ermöglicht die redundante Messung der Ereigniskinematik. Das wird an Hand der Rekonstruktion tief inelastischer Ereignisse mit der Elektron–, der gemischten und der Doppelwinkel–Methode gezeigt. Für alle drei betrachteten Verfahren wurden die Auflösungen sowie die Detektorakzeptanzen berechnet, die die Bestimmung der Protonstrukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ mit allen drei Methoden ermöglichte.

Die Bestimmung von F_2 erfordert die Korrektur elektroschwacher Beiträge höherer Ordnungen. In der Arbeit werden daher zwei Berechnungsmethoden der Strukturfunktion F_2 verglichen. Die erhaltene gute Übereinstimmung sowohl für den mit der Elektron– als auch den mit der gemischten Analyse durchgeführten Vergleich belegt die korrekte Behandlung der radiativen Korrekturen, da sich diese beiden Verfahren stark durch die Größe der Korrekturfaktoren unterscheiden.

Erstmalig bei H1 ist bei der Berechnung von F_2 ein Iterationsverfahren durchgeführt worden. Während der Einfluß dieses Verfahrens auf die F_2 –Werte selbst kleiner als 5% blieb, erwies sich die Durchführung des ersten Iterationschrittes für die Beschreibung der Verteilungen der Meßgrößen durch die Monte–Carlo–Simulation als unbedingt erforderlich.

Die vollständige Analyse der systematischen Fehlerquellen lieferte in dem Gebiet $8.5 \leq Q^2 \leq 65\ GeV^2$ und $1.8 \cdot 10^{-4} \leq x \leq 1.33 \cdot 10^{-2}$ für die mit den drei betrachteten Rekonstruktionsverfahren berechnete Strukturfunktion systematische Unsicherheiten von 10-20% bei statistischen Fehlern von etwa 4%. Im Vergleich zu der ersten F_2 –Publikation von H1 im Jahr 1993 ist die Protonstrukturfunktion F_2 basierend auf einer Luminosität von $L = 271\ nb^{-1}$ mit etwa halb so großen statistischen und systematischen Fehlern bestimmt worden.

Die Kombination der in der vorliegenden Arbeit mit der Elektronanalyse berechneten F_2 –Werte für $y > 0.15$ und $8.5 \leq Q^2 \leq 65\ GeV^2$ mit den Ergebnissen einer auf dem Σ–Verfahren beruhenden Analyse führte zu der 1995 publizierten Protonstrukturfunktion von

H1. Die sehr gute Übereinstimmung zwischen den verschiedenen Rekonstruktionsmethoden stellt eine wichtige Kontrolle der systematischen Fehler dar. Aus diesem Grund wurde die in dieser Arbeit mit der Doppelwinkel–Methode erhaltene F_2 1995 von H1 mitveröffentlicht.

Die Messung der Protonstrukturfunktion mit den H1–Daten des Jahres 1993 bestätigt die Resultate des ersten Betriebjahres von HERA. Der komplizierte Verlauf der Strukturfunktion in x als auch die logarithmische Abhängigkeit in Q^2 konnten einschließlich der Datenpunkte der Experimente NMC und BCDMS durch eine erstmals bei H1 durchgeführte phänomenologische Parametrisierung über 4 Größenordnungen sowohl in x als auch in Q^2 beschrieben werden.

Die Abhängigkeit der Strukturfunktion von Q^2 bei konstanten x–Werten kann durch von $\ln Q^2$ abhängende Anstiege $dF_2/d\ln Q^2$ beschrieben werden. Für die Analyse der x–Abhängigkeit der Skalenverletzungen wurden für die Ableitungen $dF_2/d\ln Q^2$ Geradennäherungen verwendet. Für die Bestimmung der systematischen Unsicherheit der Ableitungen erfolgte eine vollständige Analyse der einzelnen Fehlerquellen der Strukturfunktionsmessung unter Berücksichtigung der Fehlerkorrelationen zwischen benachbarten F_2 –Punkten. Die in der Arbeit diskutierten einzelnen Beiträge zum systematischen Fehler der Strukturfunktionsmessung waren die Grundlage der Fehlerbehandlung der von H1 durchgeführten vollständigen QCD–Analyse.

In einem Vergleich, der frei vom Einfluß der relativen Normierung ist, zeigt sich, daß die vom ZEUS–Experiment gemessenen Skalenverletzungen und die in dem Bereich $10^{-2} < x < 10^{-1}$ für die jüngsten NMC–Resultate berechneten Ableitungen mit der von H1 beobachten Q^2–Abhängigkeit der Strukturfunktion sehr gut übereinstimmen. Die bedeutende Meßbereichserweiterung durch die HERA–Experimente im Vergleich zum NMC–Experiment zu kleinen x–Werten wird veranschaulicht.

Die beobachteten Abweichungen von der Invarianz der Strukturfunktion gegenüber Änderungen der Q^2–Skala liefern im Rahmen der ersten Ordnung α_s der QCD–Störungstheorie in einem Näherungsverfahren eine Bestimmung der Gluondichte im Proton bei kleinen $x < 10^{-2}$. Die für $Q^2 = 20\ GeV^2$ näherungsweise berechnete Gluondichte $xg(x, Q^2)$ stimmt gut mit den in derselben Ordnung erhaltenen Ergebnissen einer von H1 durchgeführten QCD–Analyse der Skalenverletzungen und der Analyse von Photon–Gluon–Fusions–Ereignissen überein. Die in dieser Arbeit berechneten Ableitungen der Protonstrukturfunktion und die Gluondichte sind Bestandteil der entsprechenden H1–Publikation.

Die Resultate der vorliegenden Arbeit werden durch vorläufige, präzisere Ergebnisse der Analyse der im Jahr 1994 aufgezeichneten Datenmenge von $L = 2.2\ pb^{-1}$ bestätigt. Die 1995 veröffentlichten und die vorläufigen F_2 –Daten von H1 werden durch die mit den $DGLAP$–Gleichungen gegebene $\ln Q^2$–Evolution über 4 Größenordnungen sowohl in x als auch in Q^2 gut beschrieben. Es gibt bisher keine Hinweise auf zusätzlich erforderliche Terme bzw. andere dynamische Mechanismen, wie sie etwa der $BFKL$–Gleichung zugrundeliegen. Für die Verifizierung bestehender Modellvorstellungen ist daher ein noch präziserer experimenteller Zugang zum Bereich sehr kleiner Werte $x < 10^{-4}$ sowie kleiner $Q^2 < 10\ GeV^2$ erforderlich.

Bereits die 1993 gemessene Strukturfunktion wurde jedoch durch die systematischen Fehler dominiert. Zur Erweiterung des Meßbereichs und Verkleinerung der systematischen Fehler wurden daher beginnend mit dem Jahr 1995 einige Detektorkomponenten ausgetauscht, die insbesondere dieses kinematische Gebiet betreffen: Das rückwärtige elektromagnetische Kalorimeter BEMC wurde durch ein Blei–Glasfaser–Kalorimeter ersetzt, das sowohl einen elektromagnetischen als auch einen hadronischen Teil enthält. Die rückwärtige Vieldraht–Proportionalkammer BPC wurde durch eine Driftkammer ersetzt. Neu eingebaut wurde ein Silizium–Detektor–Teleskop im rückwärtigen Bereich, das in seiner Endphase für den nominalen Wechselwirkungspunkt eine Spurmessung bis $\theta_e \sim 176^o$ ermöglicht. Mit den neuen Detektoren werden vor allem im rückwärtigen Bereich eine verbesserte Elektronidentifikation und Meßgenauigkeit erwartet, die für die kommenden Strukturfunktionsanalysen einschließlich der bevorstehenden Messung der longitudinalen Strukturfunktion wichtig sind.

Danksagung

Mein Dank gilt Herrn Prof. Paul Söding für die Möglichkeit, diese Dissertation am DESY Institut für Hochenergiephysik Zeuthen anfertigen und am internationalen wissenschaftlichen Leben teilnehmen zu können. In diesem Zusammenhang möchte ich mich ebenfalls für die wohlwollende Unterstützung innerhalb der H1–Kollaboration durch Herrn Prof. Joël Feltesse, Herrn Prof. John Dainton und Herrn Dr. Albert DeRoeck bedanken.

Die vorliegende Arbeit ist wesentlich durch die freundliche und offene Aufnahme in der Zeuthener H1–Gruppe um Herrn Dr. Max Klein gefördert worden, die sich durch eine fachlich sehr anregende und eine durch kritische Nachdenklichkeit geprägte Arbeitsatmosphäre auszeichnet. Mein besonderer Dank gilt daher allen Kollegen, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Vor allem möchte ich mich hier herzlich bei Herrn Dr. Thomas Naumann und Herrn Dr. Max Klein bedanken, die es mir durch eine hervorragende Betreuung und zahllose Diskussionen, die die Schwierigkeiten einer so komplexen Analyse zeigten, erst ermöglichten, eine Arbeit auf dem mir noch vor drei Jahren fremden Gebiet der Elementarteilchenphysik anzufertigen. Herzlicher Dank gilt auch Herrn Dr. Peter Kostka für seine unermüdliche Hilfsbereitschaft, mich nicht nur mit fachlich ausgewogenem Rat zu unterstützen.

Bedanken möchte ich mich auch bei Herrn Dr. Gregorio Bernardi, Frau Dr. Ursula Bassler, Frau Dr. Gaby Rädel, Herrn Dr. Christian Leverenz, Herrn Dr. Hans–Peter Wellisch, Herrn Dr. Erich Peppel und allen anderen Mitgliedern der ELAN–Arbeitsgruppe des H1–Experiments für die gute Zusammenarbeit in den letzten Jahren. Bei Herrn Dr. Arif Akhundov möchte ich mich für die sorgfältige Berechnung der radiativen Korrekturen bedanken.

Anhang A

Systematische Fehler der Strukturfunktion

Zusammenstellung der Unsicherheiten der F_2 –Messung für die Elektron–Methode und die gemischte Methode, wobei zwischen den Verschiebungen in positiver und negativer Richtung gemittelt wurde. Die Angaben erfolgen in Prozent für die aufgelisteten Fehlerquellen und den gegebenen Zentralwerten pro Bin (Q^2, x und y):

- ER: Der totale systematische Fehler pro Bin, der sich aus n einzelnen Fehlern δ_i zusammensetzt, $ER = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \delta_i^2}$.
- IN: Für dieses x–Bin wurde (1) bzw. wurde nicht (0) die F_2 gemessen.
- OV: Unsicherheit der globalen Effektivitätskorrektur.
- FR: Unsicherheit bezüglich des im $\mathcal{MC}$ implementierten Fragmentationsmodells.
- SF: Unsicherheit der Akzeptanzberechnung bezüglich der im $\mathcal{MC}$ implementierten Strukturfunktion.
- BG: Unsicherheit auf Grund der statistischen Subtraktion des γp–Untergrunds.
- BS: Abhängigkeit von der Korrektur auf Binzentrum und –größe.
- RC: Unsicherheit auf Grund der Berechnung der radiativen Korrekturen.
- EN: Unsicherheit der Kalibration der Energieskala des BEMC von 1.7%.
- TH: Mögliche Verschiebungen des Polarwinkels des gestreuten Elektrons um 2 $mrad$.
- LA: Unsicherheit der Kalibration der hadronischen Energieskala des LAr–Kalorimeters von 6%.
- YS: Unsicherheit der Reproduktion der hadronischen y–Werte von 3%.
- EF: Berücksichtigung der Ineffektivitäten der Elektronidentifikation bei kleinen Energien $E_e' < 12\ GeV$.
- ES: Unsicherheit der Beschreibung der Energieauflösung des BEMC von 2%.

A.1 Systematische Fehler der Elektron–Methode

$Q^2 = 8.5\ GeV^2$

x	y	ER	IN	OV	FR	SF	BG	BS	RC	EN	TH	LA	YS	EF	ES
0.0002	0.5453	13.	1	4.	0.	3.	4.	2.	3.	9.	5.	0.	0.	3.	1.
0.0003	0.3719	11.	1	4.	0.	2.	1.	2.	2.	8.	4.	0.	0.	2.	1.
0.0004	0.2534	13.	1	4.	0.	2.	0.	2.	2.	11.	5.	0.	0.	0.	2.

$Q^2 = 12\ GeV^2$

x	y	ER	IN	OV	FR	SF	BG	BS	RC	EN	TH	LA	YS	EF	ES
0.0003	0.5250	10.	1	4.	0.	2.	3.	2.	3.	4.	5.	0.	0.	3.	2.
0.0004	0.3578	9.	1	4.	0.	2.	1.	2.	3.	4.	5.	0.	0.	2.	2.
0.0006	0.2438	9.	1	4.	0.	2.	0.	2.	2.	6.	4.	0.	0.	0.	3.
0.0008	0.1661	10.	1	4.	0.	2.	0.	1.	2.	8.	3.	0.	0.	0.	3.
0.0013	0.1030	12.	1	4.	0.	2.	0.	1.	2.	10.	3.	0.	0.	0.	4.
0.0024	0.0578	16.	1	4.	0.	1.	0.	1.	2.	14.	4.	0.	0.	0.	5.

$Q^2 = 15\ GeV^2$

x	y	ER	IN	OV	FR	SF	BG	BS	RC	EN	TH	LA	YS	EF	ES
0.0004	0.4472	8.	1	4.	0.	2.	2.	2.	3.	3.	4.	0.	0.	2.	1.
0.0006	0.3048	8.	1	4.	0.	2.	0.	2.	3.	4.	3.	0.	0.	1.	1.
0.0008	0.2076	9.	1	4.	0.	2.	0.	1.	2.	6.	5.	0.	0.	0.	2.
0.0013	0.1288	11.	1	4.	0.	2.	0.	1.	2.	8.	5.	0.	0.	0.	2.
0.0024	0.0723	12.	1	4.	0.	1.	0.	1.	2.	10.	5.	0.	0.	0.	2.
0.0042	0.0407	14.	0	4.	0.	1.	0.	1.	2.	12.	5.	0.	0.	0.	2.

$Q^2 = 20\ GeV^2$

x	y	ER	IN	OV	FR	SF	BG	BS	RC	EN	TH	LA	YS	EF	ES
0.0006	0.4064	8.	1	4.	0.	2.	2.	2.	3.	3.	3.	0.	0.	2.	3.
0.0008	0.2768	8.	1	4.	0.	2.	0.	1.	3.	3.	4.	0.	0.	1.	1.
0.0013	0.1717	8.	1	4.	0.	2.	0.	1.	2.	5.	4.	0.	0.	0.	1.
0.0024	0.0964	10.	1	4.	0.	1.	0.	1.	2.	8.	4.	0.	0.	0.	2.
0.0042	0.0542	13.	1	4.	0.	1.	0.	1.	2.	11.	4.	0.	0.	0.	2.

$Q^2 = 25\ GeV^2$

x	y	ER	IN	OV	FR	SF	BG	BS	RC	EN	TH	LA	YS	EF	ES
0.0008	0.3460	8.	1	4.	0.	2.	0.	1.	2.	5.	3.	0.	0.	0.	1.
0.0013	0.2146	8.	1	4.	0.	2.	0.	1.	2.	5.	3.	0.	0.	0.	1.
0.0024	0.1204	10.	1	4.	0.	1.	0.	1.	2.	8.	3.	0.	0.	0.	1.
0.0042	0.0678	13.	1	4.	0.	1.	0.	1.	2.	11.	3.	0.	0.	0.	3.
0.0075	0.0381	18.	0	4.	0.	1.	0.	1.	2.	15.	6.	0.	0.	0.	7.

$Q^2 = 35\ GeV^2$

x	y	ER	IN	OV	FR	SF	BG	BS	RC	EN	TH	LA	YS	EF	ES
0.0008	0.4844	7.	1	4.	0.	2.	0.	1.	3.	2.	4.	0.	0.	0.	2.
0.0013	0.3005	8.	1	4.	0.	2.	0.	1.	3.	4.	3.	0.	0.	0.	3.
0.0024	0.1686	8.	1	4.	0.	1.	0.	1.	2.	5.	3.	0.	0.	0.	1.
0.0042	0.0949	10.	1	4.	0.	1.	0.	1.	2.	8.	2.	0.	0.	0.	1.
0.0075	0.0533	12.	1	4.	0.	1.	0.	1.	2.	10.	3.	0.	0.	0.	2.
0.0133	0.0300	6.	0	4.	0.	1.	0.	1.	2.	0.	0.	0.	0.	0.	4.

$Q^2 = 50\ GeV^2$

x	y	ER	IN	OV	FR	SF	BG	BS	RC	EN	TH	LA	YS	EF	ES
0.0013	0.4293	9.	1	4.	0.	2.	0.	1.	3.	2.	4.	0.	0.	0.	5.
0.0024	0.2409	8.	1	4.	0.	1.	0.	1.	3.	4.	3.	0.	0.	0.	3.
0.0042	0.1356	9.	1	4.	0.	1.	0.	1.	2.	7.	3.	0.	0.	0.	2.
0.0075	0.0761	12.	1	4.	0.	1.	0.	1.	2.	11.	1.	0.	0.	0.	3.
0.0133	0.0429	17.	0	4.	0.	1.	0.	1.	2.	15.	3.	0.	0.	0.	7.

$Q^2 = 65\ GeV^2$

x	y	ER	IN	OV	FR	SF	BG	BS	RC	EN	TH	LA	YS	EF	ES
0.0023	0.1763	8.	1	4.	0.	1.	0.	1.	2.	6.	1.	0.	0.	0.	3.
0.0042	0.1763	8.	1	4.	0.	1.	0.	1.	2.	6.	1.	0.	0.	0.	3.
0.0075	0.0990	12.	1	4.	0.	1.	0.	1.	2.	8.	5.	0.	0.	0.	3.
0.0133	0.0558	14.	0	4.	0.	1.	0.	1.	2.	12.	4.	0.	0.	0.	2.

A.2 Systematische Fehler der gemischten Methode

$Q^2 = 8.5\ GeV^2$

x	y	ER	IN	OV	FR	SF	BG	BS	RC	EN	TH	LA	YS	EF	ES
0.0003	0.3719	17.	1	4.	10.	2.	2.	2.	2.	3.	7.	6.	7.	2.	1.
0.0004	0.2534	13.	1	4.	9.	2.	1.	2.	2.	3.	3.	5.	4.	0.	2.

$Q^2 = 12\ GeV^2$

x	y	ER	IN	OV	FR	SF	BG	BS	RC	EN	TH	LA	YS	EF	ES
0.0004	0.3578	15.	1	4.	9.	2.	1.	2.	2.	5.	4.	5.	7.	2.	2.
0.0006	0.2438	12.	1	4.	7.	2.	1.	2.	2.	4.	3.	3.	5.	0.	3.
0.0008	0.1661	10.	1	4.	6.	2.	0.	2.	2.	4.	3.	2.	3.	0.	2.
0.0013	0.1030	11.	1	4.	5.	2.	0.	1.	2.	4.	3.	2.	6.	0.	2.
0.0024	0.0578	13.	1	4.	5.	1.	0.	1.	2.	4.	3.	2.	9.	0.	2.
0.0042	0.0325	14.	1	4.	4.	1.	0.	1.	2.	6.	3.	4.	10.	0.	2.
0.0075	0.0183	17.	1	4.	3.	1.	0.	1.	2.	4.	5.	3.	14.	0.	2.

$Q^2 = 15\ GeV^2$

x	y	ER	IN	OV	FR	SF	BG	BS	RC	EN	TH	LA	YS	EF	ES
0.0004	0.4472	16.	0	4.	9.	2.	1.	2.	2.	2.	3.	8.	7.	2.	3.
0.0006	0.3048	13.	1	4.	7.	2.	1.	2.	2.	3.	5.	3.	6.	1.	2.
0.0008	0.2076	11.	1	4.	6.	2.	0.	2.	2.	2.	3.	3.	5.	0.	2.
0.0013	0.1288	10.	1	4.	5.	2.	0.	1.	2.	2.	5.	2.	2.	0.	2.
0.0024	0.0723	9.	1	4.	5.	1.	0.	1.	2.	2.	4.	2.	3.	0.	2.
0.0042	0.0407	11.	1	4.	4.	1.	0.	1.	2.	2.	5.	2.	7.	0.	3.
0.0075	0.0228	12.	1	4.	3.	1.	0.	1.	2.	2.	5.	2.	8.	0.	4.
0.0133	0.0129	13.	0	4.	3.	1.	0.	1.	2.	2.	3.	1.	10.	0.	6.

$Q^2 = 20\ GeV^2$

x	y	ER	IN	OV	FR	SF	BG	BS	RC	EN	TH	LA	YS	EF	ES
0.0006	0.4064	13.	0	4.	7.	2.	1.	2.	2.	4.	5.	5.	5.	2.	3.
0.0008	0.2768	12.	1	4.	6.	2.	1.	2.	2.	2.	3.	5.	5.	1.	2.
0.0013	0.1717	10.	1	4.	5.	2.	0.	1.	2.	2.	4.	2.	4.	0.	1.
0.0024	0.0964	8.	1	4.	5.	1.	0.	1.	2.	2.	3.	1.	2.	0.	1.
0.0042	0.0542	8.	1	4.	4.	1.	0.	1.	2.	2.	4.	1.	3.	0.	2.
0.0075	0.0304	10.	1	4.	3.	1.	0.	1.	2.	2.	3.	1.	7.	0.	2.
0.0133	0.0172	12.	0	4.	3.	1.	0.	1.	2.	2.	4.	2.	9.	0.	3.

$Q^2 = 25\ GeV^2$

x	y	ER	IN	OV	FR	SF	BG	BS	RC	EN	TH	LA	YS	EF	ES
0.0008	0.3460	10.	0	4.	6.	2.	0.	2.	2.	2.	3.	4.	4.	0.	1.
0.0013	0.2146	9.	1	4.	5.	2.	0.	1.	2.	2.	1.	3.	3.	0.	1.
0.0024	0.1204	9.	1	4.	5.	1.	0.	1.	2.	3.	3.	2.	2.	0.	1.
0.0042	0.0678	8.	1	4.	4.	1.	0.	1.	2.	2.	2.	1.	3.	0.	2.
0.0075	0.0381	10.	1	4.	3.	1.	0.	1.	2.	2.	2.	2.	7.	0.	2.
0.0133	0.0215	12.	1	4.	3.	1.	0.	1.	2.	3.	4.	1.	9.	0.	2.

$Q^2 = 35\ GeV^2$

x	y	ER	IN	OV	FR	SF	BG	BS	RC	EN	TH	LA	YS	EF	ES
0.0008	0.4844	15.	0	4.	6.	2.	0.	2.	2.	7.	7.	5.	5.	0.	1.
0.0013	0.3005	10.	1	4.	5.	2.	0.	1.	2.	2.	2.	5.	5.	0.	1.
0.0024	0.1686	8.	1	4.	5.	1.	0.	1.	2.	2.	3.	1.	2.	0.	1.
0.0042	0.0949	9.	1	4.	4.	1.	0.	1.	2.	3.	3.	1.	4.	0.	1.
0.0075	0.0533	10.	1	4.	3.	1.	0.	1.	2.	3.	4.	2.	7.	0.	1.
0.0133	0.0300	12.	1	4.	3.	1.	0.	1.	2.	2.	2.	3.	10.	0.	2.
0.0237	0.0169	14.	0	4.	3.	1.	0.	1.	2.	2.	1.	1.	13.	0.	2.

$Q^2 = 50\ GeV^2$

x	y	ER	IN	OV	FR	SF	BG	BS	RC	EN	TH	LA	YS	EF	ES
0.0013	0.4293	13.	0	4.	5.	2.	0.	1.	2.	6.	4.	6.	6.	0.	2.
0.0024	0.2409	9.	1	4.	5.	1.	0.	1.	2.	2.	2.	2.	4.	0.	1.
0.0042	0.1356	7.	1	4.	4.	1.	0.	1.	2.	2.	2.	1.	2.	0.	1.
0.0075	0.0761	9.	1	4.	3.	1.	0.	1.	2.	2.	1.	2.	6.	0.	1.
0.0133	0.0429	14.	1	4.	3.	1.	0.	1.	2.	2.	2.	2.	12.	0.	2.
0.0237	0.0241	17.	0	4.	3.	1.	0.	1.	2.	2.	2.	1.	15.	0.	3.

$Q^2 = 65\ GeV^2$

x	y	ER	IN	OV	FR	SF	BG	BS	RC	EN	TH	LA	YS	EF	ES
0.0023	0.1763	9.	1	4.	5.	1.	0.	1.	2.	4.	1.	2.	3.	0.	3.
0.0042	0.1763	8.	1	4.	4.	1.	0.	1.	2.	3.	1.	2.	3.	0.	2.
0.0075	0.0990	9.	1	4.	3.	1.	0.	1.	2.	3.	4.	2.	4.	0.	2.
0.0133	0.0558	11.	1	4.	3.	1.	0.	1.	2.	3.	2.	2.	8.	0.	2.
0.0237	0.0313	14.	1	4.	3.	1.	0.	1.	2.	3.	3.	2.	12.	0.	2.
0.0421	0.0176	18.	0	4.	5.	1.	0.	1.	2.	4.	1.	3.	15.	0.	3.

Anhang B

Systematische Fehler der Skalenverletzungen

B.1 Systematische Fehler der von H1 publizierten F_2

Zusammenstellung der dominanten Unsicherheiten der Messung der Strukturfunktion F_2 für die von H1 1995 publizierten Werte [148]. Die Angaben beziehen sich auf 1 normierte F_2 – Werte und erfolgen unter Berücksichtigung der Vorzeichen der Verschiebungen.

- $\pm\delta\,E$: Unsicherheit der Kalibration der elektromagnetischen Energieskala des BEMC von $\pm 1.7\%$, des BBE von $\pm 5\%$ und des LAr–Kalorimeters von $\pm 3\%$.
- $\delta\,A$: Statistischer Fehler der Akzeptanzberechnungen.
- $\pm\delta\,\theta_e$: Mögliche Verschiebungen des Polarwinkels des gestreuten Elektrons um $\pm 2\ mrad$ im Akzeptanzgebiet des BEMC und um $\pm 5\ mrad$ im Bereich des LAr–Kalorimeters.
- $\delta\,FR$: Unsicherheit bezüglich des im $\mathcal{MC}$ implementierten Fragmentationsmodells.
- $\delta\,SF$: Unsicherheit bezüglich der im $\mathcal{MC}$ implementierten Strukturfunktion.
- $\delta\,BG$: Unsicherheit auf Grund der statistischen Subtraktion des γp–Untergrunds.
- $\delta\,RC$: Unsicherheit auf Grund der Berechnung der radiativen Korrekturen.
- $\delta\,BS$: Abhängigkeit von der Korrektur auf Binzentrum und –größe.
- $\delta\,EF$: Berücksichtigung spezieller Ineffektivitäten der einzelnen Analyseverfahren.
- $\delta\,OV$: Unsicherheit der globalen Effektivitätskorrektur.
- $\pm\delta\,E_{LAr}$: Unsicherheit der Kalibration der hadronischen Energieskala des LAr–Kalorimeters von $\pm 6\%$.

x	Q^2	$+\delta E$	$-\delta E$	δA	δFR	$+\delta\theta_e$	$-\delta\theta_e$	δSF	δBG	δRC	δBS	δEF	δOV	$+\delta E_{LAr}$	$-\delta E_{LAr}$
.000178	4.5	-0.02	0.02	0.02	0.00	-0.04	0.04	0.05	0.06	0.05	0.03	0.07	0.04	0.00	0.00
.000178	6.0	-0.06	0.06	0.03	0.00	-0.04	0.04	0.03	0.06	0.05	0.02	0.10	0.04	0.00	0.00
.000750	6.0	-0.10	0.10	0.02	0.00	-0.03	0.03	0.03	0.03	0.05	0.02	0.10	0.04	0.00	0.00
.000750	8.5	-0.09	0.09	0.02	0.00	-0.03	0.03	0.03	0.04	0.05	0.02	0.07	0.04	0.00	0.00
.000178	8.5	-0.05	0.03	0.02	0.00	-0.05	0.05	0.03	0.04	0.03	0.02	0.02	0.04	0.00	0.00
.000261	8.5	-0.04	0.04	0.02	0.00	-0.04	0.04	0.02	0.01	0.02	0.02	0.00	0.04	0.00	0.00
.000383	8.5	-0.03	0.05	0.03	0.00	-0.05	0.05	0.02	0.00	0.02	0.02	0.00	0.04	0.00	0.00
.000261	12.0	-0.03	0.02	0.02	0.00	-0.05	0.05	0.02	0.03	0.03	0.02	0.02	0.04	0.00	0.00
.000383	12.0	-0.04	0.03	0.03	0.00	-0.05	0.05	0.02	0.01	0.03	0.02	0.00	0.04	0.00	0.00
.000562	12.0	-0.05	0.04	0.03	0.00	-0.04	0.04	0.02	0.00	0.02	0.02	0.00	0.04	0.00	0.00
.000825	12.0	-0.02	0.02	0.03	0.00	-0.03	0.03	0.02	0.00	0.02	0.02	0.00	0.04	0.00	0.00
.001330	12.0	-0.03	-0.04	0.03	0.03	-0.02	-0.01	0.03	0.00	0.03	0.01	0.01	0.04	0.00	0.00
.002370	12.0	-0.10	0.03	0.03	0.03	0.02	-0.04	0.03	0.00	0.03	0.01	0.01	0.03	0.00	0.00
.004210	12.0	-0.15	0.07	0.03	0.03	0.03	-0.07	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.03	-0.01	0.02
.007500	12.0	-0.17	0.07	0.04	0.03	0.04	-0.08	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.04	-0.02	0.00
.013300	12.0	-0.17	0.07	0.04	0.03	0.05	-0.08	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.04	-0.02	-0.01
.000383	15.0	-0.03	0.02	0.03	0.00	-0.04	0.04	0.02	0.02	0.03	0.02	0.01	0.04	0.00	0.00
.000562	15.0	-0.04	0.04	0.03	0.00	-0.03	0.03	0.02	0.00	0.03	0.02	0.00	0.04	0.00	0.00
.000825	15.0	-0.05	0.08	0.03	0.00	-0.05	0.05	0.02	0.00	0.02	0.01	0.00	0.04	0.00	0.00
.001330	15.0	0.07	-0.08	0.03	0.03	-0.05	0.05	0.03	0.00	0.03	0.01	0.01	0.04	0.00	-0.01
.002370	15.0	0.09	-0.09	0.03	0.03	-0.04	0.05	0.03	0.00	0.03	0.01	0.01	0.04	0.00	0.00
.004210	15.0	0.09	-0.10	0.03	0.03	-0.05	0.06	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.04	0.00	-0.01
.007500	15.0	0.08	-0.07	0.03	0.03	-0.03	0.05	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.03	0.00	0.00
.013300	15.0	0.07	-0.10	0.04	0.03	-0.05	0.05	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.04	-0.01	0.01
.000562	20.0	-0.03	0.02	0.03	0.00	-0.03	0.03	0.02	0.02	0.03	0.02	0.01	0.04	0.00	0.00
.000825	20.0	-0.05	0.02	0.03	0.00	-0.04	0.04	0.02	0.00	0.03	0.01	0.00	0.04	0.00	0.00
.001330	20.0	-0.07	0.08	0.03	0.00	-0.04	0.04	0.02	0.00	0.02	0.01	0.00	0.04	0.00	0.00
.002370	20.0	0.09	-0.08	0.03	0.03	-0.05	0.05	0.03	0.00	0.03	0.01	0.01	0.04	0.00	-0.01
.004210	20.0	0.08	-0.07	0.03	0.03	-0.04	0.04	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.03	0.00	0.00
.007500	20.0	0.08	-0.09	0.03	0.03	-0.06	0.06	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.03	0.00	0.00
.013300	20.0	0.07	-0.07	0.04	0.03	-0.03	0.02	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.04	0.00	0.01
.023700	20.0	0.07	-0.07	0.04	0.03	-0.03	0.03	0.01	0.00	0.03	0.01	0.01	0.04	0.00	0.01

x	Q^2	$+\delta\,E$	$-\delta\,E$	$\delta\,A$	$\delta\,FR$	$+\delta\,\theta_e$	$-\delta\,\theta_e$	$\delta\,SF$	$\delta\,BG$	$\delta\,RC$	$\delta\,BS$	$\delta\,EF$	$\delta\,OV$	$+\delta\,E_{LAr}$	$-\delta\,E_{LAr}$
.000825	25.0	-0.03	0.02	0.03	0.00	-0.03	0.03	0.02	0.00	0.02	0.01	0.00	0.04	0.00	0.00
.001330	25.0	-0.03	0.04	0.03	0.00	-0.03	0.03	0.02	0.00	0.02	0.02	0.00	0.04	0.00	0.00
.002370	25.0	-0.03	0.05	0.03	0.00	-0.03	0.03	0.01	0.00	0.02	0.01	0.00	0.04	0.00	0.00
.004210	25.0	0.10	-0.05	0.03	0.03	-0.03	0.04	0.03	0.00	0.03	0.01	0.01	0.03	0.01	0.00
.007500	25.0	0.10	-0.10	0.04	0.03	-0.03	0.02	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.03	0.02	-0.02
.013300	25.0	0.10	-0.09	0.04	0.03	-0.04	0.05	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.04	-0.03	0.02
.023700	25.0	0.08	-0.08	0.04	0.03	-0.02	0.02	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.07	-0.01	0.02
.000825	35.0	-0.05	0.02	0.03	0.00	-0.04	0.04	0.02	0.00	0.02	0.01	0.00	0.04	0.00	0.00
.001330	35.0	-0.05	0.04	0.03	0.00	-0.03	0.03	0.02	0.00	0.02	0.01	0.00	0.04	0.00	0.00
.002370	35.0	-0.05	0.05	0.03	0.00	-0.03	0.03	0.01	0.00	0.02	0.01	0.00	0.04	0.00	0.00
.004210	35.0	0.09	-0.11	0.04	0.03	-0.03	0.03	0.03	0.00	0.03	0.01	0.01	0.04	0.00	-0.01
.007500	35.0	0.09	-0.06	0.04	0.03	-0.04	0.04	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.03	-0.01	0.00
.013300	35.0	0.05	-0.04	0.04	0.03	-0.02	0.03	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.04	0.00	0.00
.023700	35.0	0.08	-0.11	0.04	0.03	-0.04	0.02	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.06	0.01	0.01
.042100	35.0	0.10	-0.11	0.05	0.03	-0.04	0.03	0.01	0.00	0.03	0.01	0.01	0.06	-0.02	0.01
.001330	50.0	-0.02	0.01	0.03	0.00	-0.04	0.04	0.02	0.00	0.02	0.01	0.00	0.04	0.00	0.00
.002370	50.0	-0.05	0.02	0.04	0.00	-0.03	0.03	0.01	0.00	0.02	0.01	0.00	0.04	0.00	0.00
.004210	50.0	-0.09	0.03	0.04	0.00	-0.03	0.03	0.01	0.00	0.02	0.01	0.00	0.04	0.00	0.00
.007500	50.0	0.09	-0.12	0.05	0.03	-0.03	0.01	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.03	-0.01	0.00
.013300	50.0	0.08	-0.14	0.05	0.03	-0.04	0.04	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.04	0.00	-0.01
.023700	50.0	0.08	-0.06	0.05	0.03	-0.02	0.02	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.06	0.02	-0.02
.042200	50.0	0.09	-0.11	0.05	0.03	-0.04	0.01	0.01	0.00	0.03	0.01	0.01	0.06	-0.06	0.05
.002370	65.0	-0.05	0.06	0.04	0.00	-0.01	0.01	0.01	0.00	0.02	0.01	0.00	0.04	0.00	0.00
.004210	65.0	-0.04	0.07	0.05	0.00	-0.05	0.05	0.01	0.00	0.02	0.01	0.00	0.04	0.00	0.00
.007500	65.0	-0.03	0.08	0.05	0.00	-0.04	0.04	0.01	0.00	0.02	0.01	0.00	0.04	0.00	0.00
.13300	65.0	0.05	-0.10	0.06	0.03	-0.01	0.02	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.03	0.01	0.00
.023700	65.0	0.08	-0.03	0.06	0.03	0.00	0.02	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.04	0.01	0.02
.042100	65.0	0.06	-0.04	0.07	0.03	0.01	-0.01	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.05	-0.01	0.00

x	Q^2	$+\delta\,E$	$-\delta\,E$	$\delta\,A$	$\delta\,FR$	$+\delta\,\theta_e$	$-\delta\,\theta_e$	$\delta\,SF$	$\delta\,BG$	$\delta\,RC$	$\delta\,BS$	$\delta\,EF$	$\delta\,OV$	$+\delta\,E_{LAr}$	$-\delta\,E_{LAr}$
.002370	80.0	0.03	-0.04	0.04	0.00	-0.02	0.01	0.03	0.02	0.02	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00
.004210	80.0	0.09	-0.08	0.05	0.00	-0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00
.007500	80.0	0.15	-0.12	0.06	0.03	-0.01	0.03	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.02	0.02	0.00
.013300	80.0	0.09	-0.15	0.07	0.03	-0.05	0.02	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.02	0.01	-0.05
.023700	80.0	0.09	-0.14	0.07	0.03	-0.04	0.00	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.03	0.00	-0.01
.042100	80.0	0.13	-0.12	0.07	0.03	-0.04	0.05	0.01	0.00	0.03	0.01	0.01	0.04	-0.02	0.01
.075000	80.0	0.12	-0.06	0.07	0.03	0.01	0.02	0.01	0.00	0.03	0.01	0.01	0.06	-0.01	0.01
.002370	120.0	0.04	0.02	0.04	0.00	-0.02	0.02	0.04	0.02	0.02	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00
.004210	120.0	0.09	0.02	0.04	0.00	-0.01	0.01	0.03	0.02	0.02	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00
.007500	120.0	0.10	-0.02	0.05	0.00	-0.01	0.03	0.02	0.02	0.02	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
.013300	120.0	0.09	-0.16	0.06	0.03	-0.03	0.03	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.02	0.02	-0.00
.023700	120.0	0.17	-0.16	0.07	0.03	-0.03	0.03	0.01	0.00	0.03	0.01	0.01	0.02	0.04	-0.00
.042100	120.0	0.19	-0.25	0.08	0.03	-0.03	0.05	0.01	0.00	0.03	0.01	0.01	0.02	0.01	0.00
.075000	120.0	0.12	-0.19	0.08	0.03	-0.03	0.03	0.01	0.00	0.03	0.01	0.01	0.03	-0.04	0.00
.004210	200.0	0.02	-0.03	0.03	0.00	-0.02	-0.03	0.03	0.02	0.02	0.03	0.01	0.00	-0.02	-0.03
.007500	200.0	0.06	-0.10	0.03	0.00	-0.02	0.02	0.03	0.02	0.02	0.03	0.01	0.00	-0.02	0.00
.013300	200.0	-0.01	0.06	0.05	0.03	0.02	0.01	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.02	0.01	0.00
.023700	200.0	-0.03	0.03	0.05	0.03	0.01	0.00	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.02	0.00	0.01
.042100	200.0	-0.04	-0.01	0.05	0.03	-0.01	0.01	0.01	0.00	0.03	0.01	0.01	0.02	-0.01	0.02
.013300	400.0	0.08	-0.04	0.03	0.00	0.02	0.00	0.03	0.02	0.02	0.03	0.04	0.00	0.01	0.03
.023700	400.0	0.16	-0.14	0.04	0.00	0.01	-0.05	0.02	0.02	0.02	0.03	0.01	0.00	-0.05	0.03
.007500	400.0	0.03	-0.01	0.03	0.03	-0.01	0.02	0.03	0.00	0.03	0.01	0.01	0.02	0.04	-0.04
.042100	400.0	0.18	-0.14	0.04	0.03	-0.02	0.04	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.02	0.01	-0.01
.075000	400.0	0.18	-0.15	0.04	0.03	-0.03	0.04	0.01	0.00	0.03	0.03	0.01	0.02	-0.02	0.02
.133000	400.0	0.20	-0.19	0.04	0.03	0.00	0.00	0.01	0.00	0.03	0.03	0.01	0.01	-0.02	0.02
.023700	800.0	0.08	-0.08	0.05	0.00	0.04	-0.03	0.02	0.02	0.02	0.03	0.02	0.00	0.00	0.00
.042100	800.0	0.11	-0.04	0.06	0.00	0.04	-0.01	0.02	0.02	0.02	0.03	0.05	0.00	-0.02	0.00
.013300	800.0	0.02	-0.04	0.05	0.03	-0.02	0.01	0.03	0.00	0.03	0.01	0.01	0.02	0.06	-0.09
.075000	800.0	0.12	-0.08	0.06	0.03	-0.02	0.01	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.02	-0.01	-0.02
.133000	800.0	0.13	-0.13	0.06	0.03	-0.02	0.02	0.01	0.00	0.03	0.03	0.01	0.01	-0.02	0.04
.042100	1600.0	0.02	-0.01	0.08	0.00	0.00	-0.04	0.02	0.02	0.02	0.03	0.06	0.00	0.04	0.08
.075000	1600.0	0.01	-0.08	0.08	0.00	0.10	0.01	0.01	0.02	0.02	0.03	0.04	0.00	-0.04	0.05
.133000	1600.0	0.10	-0.19	0.09	0.03	0.00	0.02	0.01	0.00	0.03	0.01	0.01	0.01	-0.02	0.00

B.2 Systematische Fehler der Ableitungen $dF_2/d\ln Q^2$

Zusammenstellung der relativen Anteile zum systematischen Fehler der auf 1 normierten Ableitungen $dF_2/d\ln Q^2$. Hierbei wurden alle im Anhang B.1 aufgelisteten Unsicherheiten berücksichtigt. Eine 20%ige Variation der im BEMC gemessenen Hadronen führte für die Σ–Methode in einem Bin zu einem 2% Effekt bzw. blieb in einigen Bins kleiner als 1% und wurde daher hier nicht weiter betrachtet. Die Fehler aus den Analysen mit verschobenen Wechselwirkungspunkt gingen entsprechend ihrem statistischen Anteil ein, 2/3 Satellit–Bunch–Ereignisse und 1/3 aus der entsprechenden speziellen Runperiode. Die Abhängigkeit von der noch nicht gemessenen longitudinalen Strukturfunktion wurde mit einem angenommen Fehler für R von $\delta R = \pm R(QCD; MRSH)$ zusätzlich betrachtet. Die einzelnen Beiträge, die entsprechend der im Abschnitt 6.2 beschriebenen Prozedur erhalten wurden, wurden in positive und negative Fehler unterschieden, die in der Tabelle als der erste bzw. der zweite Eintrag pro x–Wert angegeben werden.

x	δA	δE	δE_{LAr}	$\delta\theta_e$	δBG	δFR	δRC	δOV	δBS	δEF	δSF	δR
0.000383	0.050	0.088	0.000	0.012	0.091	0.000	0.077	0.040	0.020	0.035	0.020	0.078
0.000383	0.050	0.000	0.000	0.014	0.088	0.000	0.071	0.037	0.019	0.035	0.019	0.115
0.000562	0.047	0.039	0.000	0.009	0.084	0.000	0.075	0.042	0.021	0.042	0.021	0.060
0.000562	0.047	0.048	0.000	0.013	0.082	0.000	0.069	0.039	0.020	0.041	0.020	0.087
0.000825	0.018	0.038	0.000	0.054	0.036	0.000	0.001	0.040	0.008	0.083	0.009	0.034
0.000825	0.018	0.000	0.000	0.049	0.036	0.000	0.002	0.037	0.009	0.084	0.009	0.050
0.001330	0.034	0.192	0.000	0.047	0.000	0.101	0.136	0.229	0.019	0.034	0.014	0.041
0.001330	0.034	0.315	0.012	0.105	0.000	0.106	0.137	0.220	0.019	0.035	0.017	0.059
0.002370	0.033	0.085	0.000	0.077	0.021	0.090	0.123	0.160	0.032	0.031	0.026	0.032
0.002370	0.033	0.165	0.008	0.090	0.022	0.096	0.125	0.161	0.031	0.031	0.030	0.044
0.004210	0.030	0.020	0.037	0.061	0.020	0.051	0.076	0.077	0.038	0.018	0.022	0.023
0.004210	0.030	0.081	0.002	0.086	0.020	0.056	0.078	0.082	0.037	0.019	0.022	0.030
0.00750	0.072	0.207	0.011	0.085	0.028	0.045	0.068	0.088	0.035	0.037	0.029	0.025
0.00750	0.072	0.349	0.048	0.105	0.028	0.053	0.074	0.098	0.033	0.037	0.028	0.032
0.01330	0.082	0.255	0.053	0.082	0.025	0.002	0.025	0.068	0.037	0.063	0.038	0.017
0.01330	0.082	0.270	0.132	0.114	0.025	0.005	0.025	0.082	0.035	0.065	0.035	0.022
0.02370	0.095	0.317	0.024	0.121	0.036	0.026	0.045	0.130	0.047	0.045	0.031	0.007
0.02370	0.095	0.422	0.000	0.125	0.036	0.031	0.048	0.151	0.045	0.047	0.029	0.009
0.04210	0.133	0.324	0.041	0.039	0.025	0.005	0.025	0.120	0.036	0.075	0.025	0.004
0.04210	0.133	0.392	0.125	0.104	0.025	0.009	0.027	0.138	0.036	0.079	0.025	0.005
0.07500	0.375	1.122	0.028	0.139	0.022	0.014	0.028	0.189	0.108	0.094	0.025	0.003
0.07500	0.375	1.036	0.025	0.178	0.025	0.019	0.031	0.214	0.103	0.097	0.025	0.003
0.13300	0.807	0.380	0.016	0.078	0.000	0.026	0.026	0.008	0.055	0.008	0.008	0.003
0.13300	0.807	0.161	0.013	0.156	0.000	0.023	0.023	0.008	0.062	0.008	0.008	0.003

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Literaturverzeichnis

[1] H1 Collaboration, T. Ahmed et al., *A Measurement of the Proton Structure Function $F_2(x, Q^2)$*, Nucl. Phys. **B 439** (1995) 471

[2] H1 Collaboration, S. Aid et al., *The Gluon Density of the Proton at Low x from a QCD Analysis of F_2*, Phys. Lett. **B354** (1995) 494

[3] H1 Collaboration, I. Abt et al., *Measurement of the proton structure function $F_2(x, Q^2)$ in the low-x region at HERA*, Nucl. Phys. **B407** (1993) 515

[4] H1 Collaboration, I. Abt et al., *Scaling violations of the proton structure function F_2 at small x*, Phys. Lett. **B321** (1994) 161

[5] A. DeRoeck, M. Klein, Th. Naumann, E. Peppel, U. Stößlein, N. Wulff, *Analysis II of the Data of the Structure Function $F_2(x, Q^2)$* , H1–Note 12/93–332 (1993)

[6] S. L. Glashow, Nucl. Phys. **22** (1961) 579;
A. Salam, *Proceedings of 8th Nobel Symposium*, edited by N. Svartholm, Stockholm (1968);
S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19** (1967) 1264

[7] Für einen Überblick der elektroschwachen Theorie des Standardmodells, siehe z.B
C. Quigg, *Gauge Theories of the Strong, Weak and Electromagnetic Interactions*, Addison–Wesley Publishing Company, Massachusetts (1983)

[8] J.D. Bjorken, *Asymptotic Sum Rules at Infinite Momentum*, Phys. Rev. **179** (1969) 1547

[9] J. D. Bjorken in *Lepton–Hadron Processes at High Energy, Proceedings of the 11th Session of the Scottish Universities Summer School in Physics 1970*, J. Cumming, H. Osborn (eds.), Academic Press London (1971) 473

[10] E. Derman, *Tests for a Weak Neutral Current in $l^{\pm} + N \rightarrow l^{\pm}$ + Anything at High Energy*, Phys. Rev. **D7** (1973) 2755

[11] *Proceedings of the HERA Workshop, Hamburg, October 12–14, 1987*, ed. R. D. Peccei (1988)

[12] *Physics at HERA, Proceedings of the Workshop Hamburg, October 29–30, 1991*, eds. W. Buchmüller and G. Ingelman (1992)

[13] W. Hollik, *Radiative Corrections in Deep Inelastic Scattering - Essentials for HERA Processes*, in [11], vol.2 , 579

[14] A. Akhundov et al., *Model Independent QED corrections to the Process $ep \rightarrow eX$*, DESY 94–115 (1994), CERN–TH 7339/94 (1994)

[15] J. Kuti, V. F. Weisskopf, *Inelastic Lepton–Nucleon Scattering and Pair Production in the Relativistic Quark–Parton Model*, Phys. Rev. **D4** (1971) 3418

[16] F. Halzen, A. D. Martin, *Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics*, John Wiley & Sons, New York (1984)

[17] Eine interessante Zusammenstellung von Originalschriften findet sich z.B. in: R. N. Cahn and G. Goldhaber, *The Experimental Foundation of Particle Physics*, Cambridge University Press 1989

[18] Ta-Pei Cheng and Ling-Fong Li, *Gauge theory of elementary particle physics*, Clarendon Press, Oxford (1984)

[19] R. W. McAllister and R. Hofstadter, Phys. Rev. **102** (1956) 851

[20] M. Breidenbach et al., *Observed Behaviour of Highly Inelastic Electron–Proton Scattering*, Phys. Rev. Lett. **23** (1969) 935

[21] M. Gell-Mann, *A Schematic Model of Baryons and Mesons*, Phys. Lett. **8** (1964) 214;
G. Zweig, CERN preprint 8182/TH 401 (1964)

[22] R. P. Feynman, *Very High–Energy Collisions of Hadrons*, Phys. Rev. Lett. **23** (1969) 1415;
siehe auch in R. P. Feynman, *Photon - Hadron Interactions*, W. A. Benjamin, Inc., Advanced Book Program, Massachusetts (1972)

[23] J. D. Bjorken and E. A. Paschos, *Inelastic Electron–Proton and γ–Proton Scattering and the Structure of the Nucleon*, Phys. Rev. **185** (1969) 1975;
J. D. Bjorken and E. A. Paschos, *High–Energy Inelastic Neutrino–Nucleon Interactions*, Phys. Rev. **D1** (1970) 3151

[24] Das am SLAC gemessene Verhältnis $2xF_1/F_2$ ist zu finden in: D. H. Perkins, *Introduction to High Energy Physics*, Addison–Wesley Publishing Company, Massachusetts (1987)

[25] Die Messung von Neutrino–Nukleon–Streuungen lieferte als Ergebnis $\sigma_L/\sigma_T = 0.10 \pm 0.07$ für $\nu = 50\ GeV$: H. Abramowicz et al., Phys. Lett. **107B** (1981) 141;
In Experimenten mit hochenergetischen Muonstrahlen mit $60 < \nu < 160\ GeV$ wurde $\sigma_L/\sigma_T = 0.0 \pm 0.1$ gemessen: J. J. Aubert et al., Phys. Lett. **121B** (1983) 87

[26] C. G. Callan and D. Gross, *High–Energy Electroproduction and the Constitution of the Electric Current*, Phys. Rev. Lett. **22** (1969) 156

[27] TASSO Collaboration, R. Brandelik et al., *Evidence for planar events in e^+e^- annihilation at high energies*, Phys. Lett. **B86** (1979) 243

[28] S. L. Glashow, J. Iliopoulos, and L. Maiani, *Weak Interactions with Lepton–Hadron Symmetry*, Phys. Rev. **D2** (1970) 1285

[29] A. J. Buras, *Asymptotic freedom in deep inelastic processes in the leading order and beyond*, Rev. Mod. Phys. **52** (1980) 199

[30] Hier ist insbesondere die Entdeckung des *top*–Quarks Anfang 1995 durch die FERMILAB–Experimente D0 (Fermilab Preprint: Fermilab-Pub-95/028-E) und CDF (Fermilab Preprint: Fermilab-Pub-95/022-E) zu erwähnen, dessen Existenz bisher aus Konsistenzgründen in dem Standard–Modell gefordert wurde.

[31] M. Klein, T. Riemann, *Electroweak Interactions Probing the Nucleon Structure*, Z. Phys. **C24** (1984) 151

[32] CTEQ Collaboration, R. Brock et al., *Handbook of Perturbative QCD*, (1993)

[33] S. L. Adler, Phys. Lett. **143** (1966) 1144

[34] D. Gross and C. Llewellyn-Smith, Nucl. Phys. **14** (1969) 337

[35] K. Gottfried, Phys. Lett. **18** (1967) 1154

[36] Ein Überblick neuerer Ergebnisse findet sich z.B. in: J. Feltesse, DAPNIA-SSP-94-35 (1994), Invited talk at *27. International Conference on High Energy Physics, Glasgow, Scotland, 1994*; *Review on Nucleon Structure Functions*, talk given at *XXV International Symposium on Multiparticle Dynamics 1995 Stara Lesnia, Slovakia, September 1995* (1995);
F. Eisele, *Deep Inelastic Scattering*, Invited talk at *International Europhysics Conference on High Energy Physics, Brussels, 1995* (1995)

[37] Eine sehr schöne Darstellung der Entwicklung der Theorie der starken Wechselwirkung findet sich in: Y. Nambu, *Quarks*, Frontiers in Elementary Particle Physics, World Scientific, Philadelphia (1985)

[38] Das Originalschrifttum über den Zeitraum 1961-64 im Zusammenhang mit *Gell-Mann's* Theorie ist zusammengestellt in: M. Gell-Mann, Y. Ne'eman, *The Eightfold Way*, W. A. Benjamin, Inc., New York (1964)

[39] O. W. Greenberg, Phys. Rev. Lett. **13** (1964) 598;
M. Han, Y. Nambu, Phys. Rev. **139B** (1965) 1006

[40] G. t'Hooft, Nucl. Phys. **B33** (1971) 173; Nucl. Phys. **B35** (1971) 167;
G. t'Hooft and M. Veltman, *An Example of a Gauge Field Theory* in *Proceedings of Colloquium on Renormalization of Yang-Mills Fields and Applications to Particle Physics, Marseille, 1972* (1972);
D. Gross and F. Wilzcek, Phys. Rev. Lett. **30** (1973) 1343;
H. D. Politzer, Phys. Rev. Lett. **30** (1973) 1346

[41] H. Fritzsch, M. Gell-Mann, H. Leutweyler, Phys. Lett. **47B** (1973) 365;
S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **31** (1973) 494;
S. Weinberg, Phys. Rev. **D8** (1973) 605

[42] F. Bloch, A. Nordsieck, Phys. Rev. **52** (1937) 54

[43] I. Antoniadis, L. Baulieu, C. Kounnas, *A Proof of the Factorization of Mass Singularities in the Bjorken Limit*, Nucl. Phys. **B168** (1980) 394

[44] J. Kogut and L. Susskind, Phys. Rev. **D9** (1974) 697, 706, 3391

[45] Yu. L. Dokshitzer, V. A. Khoze, A. H. Müller and S. I. Troyan, *Basics of Perturbative QCD*, Edition Frontières, Gif-sur-Yvette Cedex, 1991

[46] V. N. Gribov and L. N. Lipatov, Sov. Journ. Nucl. Phys. **15** (1972) 438 and 675;
G. Altarelli and G. Parisi, Nucl. Phys. **B126** (1977) 298;
Yu. L. Dokshitzer, Sov. Phys. JETP **46** (1977) 641

[47] H1 Collaboration, T. Ahmed et al., *Determination of the strong coupling constant from jet rates in deep inelastic scattering*, Phys. Lett. **B346** (1995) 415

[48] D. Gross and F. Wilzcek, Phys. Rev. **D9** (1974) 980;
H. Georgi and H. D. Politzer, Phys. Rev. **D9** (1974) 416
Die 'Twist'-Definition wurde eingeführt von: D. J. Gross and S. B. Treiman, *Light-Cone Structure of Current Commutators in the Gluon-Quark-Model*, Phys. Rev. **D4** (1971) 1059

[49] K. G. Wilson, *Non-Lagrangian Models of Current Algebra*, Phys. Rev. **179** (1969) 1499

[50] A. De Rújula, S. L. Glashow, H. D. Politzer, S. B. Treiman, F. Wilzcek, and A. Zee, *Possible non-Regge behavior of electroproduction structure functions*, Phys. Rev. **D10** (1974) 1649

[51] A. De Rújula, H. Georgi, and H. D. Politzer, *Demythification of Electroproduction Local Duality and Precocious Scaling*, Ann. Phys. **103** (1977) 315

[52] L. V. Gribov, *Gauge-Independent Approach to Hard Processes in QCD*, Nucl. Phys. **B168** (1980) 429

[53] Für aktuelle Überblicke siehe z.B. in
J. Bartels, J. Feltesse, *QCD at Low x: Summary*, in [12], vol.1, 131;
International Workshop on Deep Inelastic Scattering and Related Subjects, Eilat, Israel 6 - 11 February 1994 ed. A. Levy, World Scientific, Singapore (1994)

[54] E.A. Kuraev, L.N. Lipatov and V.S. Fadin, Sov. Phys. JETP **45** (1977) 199;
Y.Y. Balitsky and L.N. Lipatov, Sov. J. Nucl. Phys. **28** (1978) 822

[55] A. Donnachie, P. Landshoff, Phys. Lett. **B236** (1992) 227; Z. Phys. **C61** (1994) 139

[56] V. Fadin, *Next–to–Leading Order Corrections to the BFKL equation*, Seminarvortrag am 8. 12. 1995, IfH DESY/Zeuthen (1995)

[57] L. V. Gribov, E. M. Levin and M. G. Ryskin, *Singlet Structure Function at Small x: Unitarization of Gluon Ladders*, Nucl. Phys. **B188** (1981) 555;
V. N. Gribov, E. M. Levin and M. G. Ryskin, Phys. Rep. **100** (1983) 1

[58] J. Bartels, J. Blümlein, G. Schuler, Z. Phys. **C50** (1991) 91

[59] A. J. Askew, J. Kwiecinski, A. D. Martin, and P. Sutton, *QCD predictions for deep–inelastic structure functions at the DESY ep collider HERA*, Phys. Rev. **D 47** (1993) 3775

[60] L. W. Mo, Y. S. Tsai, *Radiative Corrections to Elastic and Inelastic ep and νp Scattering*, Rev. Mod. Phys. **41** (1969) 205

[61] C. F. Weizsäcker, Z. Phys. **88** (1934) 612; E. J. Williams, Phys. Rev. **45** (1934) 729

[62] J. Blümlein, *Leading log radiative corrections to deep inelastic neutral and charged current scattering at HERA*. Z. Phys. **C47** (1990) 89; *$O(\alpha^2 L^2)$ Radiative Corrections to Deep Inelastic ep Scattering for Different Kinematical Variables*, DESY 94-044 (1994)

[63] J. Kripfganz, H. Perlt, *Elektroweak radiative corrections and quark mass singularities*, in [11], vol.2 , 645

[64] T. Kinoshita, J. Math. Phys. **3** (1962) 650;
T. D. Lee, M. Nauenberg, *Degenerate Systems and Mass Singularities*, Phys. Rev. **133B** (1964) 1549

[65] J. Schwinger, *Quantum Electrodynamics. III. The Electromagnetic Properties of the Electron—Radiative Corrections to Scattering*, Phys. Rev. **76** (1949) 790

[66] D. R. Yennie, S. C. Frautschi, H. Suura, *The IR Divergence Phenomena and High-Energy Processes*, Ann. Phys. **13** (1961) 379

[67] H. Spiesberger et al., *Radiative Corrections at HERA*, in [12], vol.2, 798

[68] Weitere Details bzw. Experimente sind nachzulesen in: Particle Data Group, *Current Experiments in Elementary Particle Physics*, available on `SPIRES` database

[69] A. V. Kotwal for E665 Collaboration, *Proton and Deuteron Structure Functions in Muon Scattering at 470 GeV*, to be published in *Proceedings of the XXXth Rencontres de Moriond, QCD and High Energy Interactions, Les Arcs, France, March 19-26, 1995*, FERMILAB-Conf-95/046-E (1995)

[70] U. Stößlein, *Structure Function Measurements at HERA*, to be published in *Proceedings of QUARKS AND COLLIDERS, 19-25 February 1995, Lake Louise, Alberta Canada*, H1–Note 05/95-442 (1995)

[71] B. H. Wiik, in [12], vol.1 , 1

[72] M. Düren, *The HERMES Experiment: From the Design to the First Results*, DESY HERMES-95-02 (1995)

[73] H. Bethe, W. Heitler, Proc. Roy. Soc. **A146** (1934) 83

[74] H1 Collaboration, *Letter of intent for an Experiment at HERA*, preprint, June 28, 1985

[75] H1 Collaboration, I. Abt et al., *The H1 Detector at HERA*, DESY 93-103 (1993)

[76] J. Bán et al., *The H1 Backward Calorimeter BEMC and its Inclusive Electron Trigger*, DESY 95-177 (1995), submitted to Nucl. Ins. and Meth. **A**

[77] T. Kurča, *The H1 Trigger for Neutral Current Deep Inelastic Scattering Events at Low Q^2*, Dissertation, Universität Hamburg (1993)

[78] E.Peppel, *Messung der Protonstrukturfunktion F_2 unter besonderer Berücksichtigung des H1 - Rückwärtskalorimeters*, Dissertation, Universität Hamburg (1994)

[79] J. Haack, *Kalibration der äußeren z–Driftkammer des HERA–Experimentes H1*, Dissertation, Humboldt–Universität zu Berlin (1994)

[80] H1 Collaboration, T. Ahmed et al., *Experimental Study of Hard Photon Radiation Processes at HERA*, DESY 95-024 (1995), Z. Phys. **C66** (1995) 529

[81] M. Klein, *On the Q^2, x Range at HERA*, in [12], 71

[82] S. Bentvelsen, J. Engelen, P. Kooijman, *Reconstruction of (x, Q^2) and extraction of structure functions in neutral current scattering*, in [12], 23

[83] F. Jacquet and A. Blondel, *Detectors for charged current events* in *An ep facility for Europe*, ed. U. Amaldi (1979) 393

[84] J. Blümlein, M. Klein, in *Proceedings Snowmass Workshop The physics of the next decade, August 1990*, PHE 90-17 (1990)

[85] U. Bassler and G. Bernardi, DESY 94–231 (1994), Nucl. Instrum. Methods **A361** (1995) 197

[86] H. Plothow-Besch, *PDFLIB: a library of all available parton density functions of the nucleon, the pion and the photon and the corresponding alpha(s) calculations*, Comp. Phys. Comm. **75** (1993) 396

[87] G. Ingelman, *LEPTO6.1 - The Lund Monte Carlo for deep inelastic lepton–nucleon scattering*, in [12], vol.3 , 1366

[88] A. Kwiatkowski, H. Spiesberger and H.-J. Möhring, Computer Phys. Comm. **69** (1992) 155;
A. Kwiatkowski, H. Spiesberger and H.-J. Möhring, *HERACLES. An Event Generator for ep Interactions at HERA Including Radiative Processes*, in [12], vol.3 , 1294

[89] L. Lönnblad, *ARIADNE version 4*, in [12], vol.3 , 1440

[90] T. Sjöstrand, PYTHIA *5.7 and* JETSET *7.4 Physics and Manual*, CERN-TH.7112/93 (1993);
T. Sjöstrand, Comp. Phys. Comm. **39** (1986) 347;
T. Sjöstrand and M. Bengtsson, Comp. Phys. Comm. **43** (1987) 367

[91] B. R. Webber, *HERWIG 5.4; HERWIG at HERA*, in [12], vol.3 , 1354

[92] G. A. Schuler and H. Spiesberger, *DJANGO 1.0 - The interface for the event generators HERACLES and LEPTO*, in [12], vol.3 , 1419

[93] A. D. Martin, W. J. Stirling and R. G. Roberts: MRS($D^{0\prime}$, $D^{-\prime}$): Phys. Lett. **B306** (1993) 145; MRSH: Rutherford Appleton Lab. RAL–93/077, Univ. Durham DTP/93/86 (1993); MRSA: Phys. Rev. **D50** (1994) 6734

[94] R. Brun et al., *GEANT3 User's Guide*, CERN–DD/EE 84–1, Geneva (1987)

[95] F. Charles et al., *Deep Inelastic low and medium Q^2 for 1993 data*, H1–Note 05/94–357 (1994)

[96] J. F. Laporte, Berichte an die ELAN–Arbeitsgruppe des H1–Experiments 1993;
U. Bassler et al., *Run selection for the H1 1993 F_2 analysis*, H1–Note 02/95–428 (1995)

[97] G. Rädel, A. DeRoeck, M. Klein, U. Stößlein, *$F_2(x, Q^2)$ at low x_{Bj}, low Q^2 from vertex-shifted data*, H1–06/94-363 (1994)

[98] R.Beyer, P. Biddulph, U. Straumann, H1–07/94–370 (1994)

[99] ELAN/Analysis I, U. Bassler et al., *A Global DIS Event Selection for the 1993 Structure Function Measurement*, H1–Note 02/95–429 (1995)

[100] J. Heatherington et al. *A log likelihood method of combining individual ToF counter FTDC data for trigger independent background rejection*, H1-Note 03/94–349 (1994)

[101] H1 Collaboration, S. Aid, *Measurement of the Total Photon Proton Cross Section and its Decomposition at 200 GeV Centre of Mass Energy*, DESY 95-162 (1995), Z. Phys. **C69** (1995) 27

[102] H1 Collaboration, T. Ahmed et al, *Observation of Deep Inelastic Scattering at Low-x*, Phys. Lett. **B299** (1993) 385

[103] N. H. Brook, A. DeRoeck and A. T. Doyle, *RAYPHOTON 2.0*, in [12], vol.3 , 1453

[104] F. Charles, S. Reinshagen and P. Van Esch, *Photoproduction as background in deep inelastic scattering*, H1–Note 09/94–380 (1994)

[105] H1 BEMC Group, C. Brune et al., *BEMC Calibration 1993*, H1–Note 04/94–352 (1994)

[106] S. Reinshagen, Berichte an die ELAN–Arbeitsgruppe des H1–Experiments 1994;
Messung der Strukturfunktion F2 bei kleinen Impulsüberträgen am H1-Experiment bei HERA, Dissertation, Universität Hamburg (1995)

[107] M. Goldberg, Bericht an die ELAN–Arbeitsgruppe des H1–Experiments 1994

[108] T. Naumann, Bericht an die ELAN–Arbeitsgruppe des H1–Experiments 1994

[109] K. Müller, *Measurement of the proton structure function F_2 at low Bjorken x at the H1 experiment*, Dissertation, Universität Zürich (1994)

[110] U. Bassler and G. Bernardi, *H1KINE : Reconstruction of kinematic variables inside H1REC: User's Guide*, H1–Software Note 51-06/95 (1995)

[111] H1 Collaboration, T. Ahmed et al., Nucl. Phys. **B429** (1994) 477

[112] ZEUS Collaboration, M. Derrick et al., Phys. Lett. **B315** (1993) 481; **B332** (1994) 228; **B338** (1994) 483

[113] H1 FPS Group, *Proposal for a Forward Proton Spectrometer for H1* , H1–Note 10/94–381 (1994)

[114] H. Jung, *The Monte Carlo Generator RAPGAP*, DESY 93-182 (1993), submitted to Comp. Phys. Comm.

[115] T. Kurča, Bericht an die ELAN–Arbeitsgruppe des H1–Experiments 1994

[116] J. F. Laporte, E. Evrard, Berichte an die ELAN–Arbeitsgruppe des H1–Experiments 1994

[117] U. Bassler, Berichte an die ELAN–Arbeitsgruppe des H1–Experiments 1994

[118] U. Stößlein, Berichte an die ELAN–Arbeitsgruppe des H1–Experiments 1994

[119] A. Panitch, *Vertex reconstruction and BPC efficiency determinations for the 1993 structure function analysis*, H1–Note 08/94–373 (1994)

[120] A. DeRoeck, Bericht an die ELAN–Arbeitsgruppe des H1–Experiments 1994

[121] N. Wulff, *Tiefinelastische Elektron–Proton–Streuung bei kleinen x–Bjorken*, Dissertation, Universität Hamburg (1994)

[122] A. Akhundov, persönliche Mitteilung 1994

[123] U. Obrock, *Experimentelle Untersuchungen der Strahlungskorrekturen in der tief-inelastischen Elektron-Proton-Streuung bei HERA Energien*, Dissertation, Universität Dortmund (1994)

[124] A. Arbuzov, D. Bardin, J. Blümlein, L. Kalinovskaya, T. Riemann, *HECTOR v.1.00 A program for calculation of QED, QCD and electroweak corrections to ep and* $l^{\pm}N$ *deep inelastic neutral and charged scattering*, DESY 95-185, hep-ph/9511434 (1995)

[125] J. P. Phillips, Dissertation, University of Manchester (1995), in litt.

[126] H1 Collaboration, T. Ahmed et al., *First Measurement of the Deep–Inelastic Structure of the Proton Diffraction*, Phys. Lett. **B348** (1995) 681; Nucl. Phys. **B 439** (1995) 471

[127] G. Altarelli and G. Martinelli, *Transverse Momentum of Jets in Electroproduction from Quantum Chromodynamics*, Phys. Lett. **76B** (1978) 89

[128] J. L. Miramontes, M. A. Miramontes, and J. Sánchez Guillén, *Evidence for higher twist from* $R = \sigma_L/\sigma_T$ *data in deep–inelastic electron scattering*, Phys. Rev. **D40** (1989) 2184

[129] M. Klein, *On the First Measurement of* F_L *at HERA*, H1–Note 08/94–374 (1994)

[130] M. W. Krasny, W. Placzek, H. Spiesberger, *Determination of the Longitudinal Structure Function at HERA from Radiative Events*, in [12], vol.1 , 171

[131] A. M. Cooper–Sarkar, G. Ingelman, K. R. Long, R. G. Roberts, D. H. Saxon, *Measurement of the longitudinal structure function and the small x gluon density of the proton*, Z. Phys. **C39** (1988) 281;
A. M. Cooper–Sarkar, R. C. E. Devenish, M. Lancaster, *Measurement of* $F_L(x, Q^2)$ *at low-x and extraction of the gluon distributuion*, in [12], vol.1 , 155

[132] CERN Program Library Long Writeup D506, CERN, Geneva 1993

[133] H1 Collaboration, S. Aid, *Transverse Energy and Forward Jet Production in the Low x Regime at HERA*, DESY 95-108 (1995)

[134] ZEUS Collaboration, M. Derrick et al., Phys. Lett. **B316** (1993) 412

[135] ZEUS Collaboration, M. Derrick et al., *Measurement of the Proton Structure Function* F_2 *from the 1993 HERA Data*, Z. Phys. **C65** (1995) 379

[136] BCDMS Collaboration, A.C. Benvenuti et al., *A High Statistic Measurement of the Proton Structure Functions* $F_2(x, Q^2)$ *and R from Deep Inelastic Muon Scattering at High* Q^2, Phys. Lett. **B223** (1989) 485

[137] New Muon Collaboration, P. Amaudruz et al., *Proton and deuteron F_2 structure functions in deep inelastic muon scattering*, Phys. Lett. **B295** (1992) 159

[138] M. Glück, E. Reya and A. Vogt, Z. Phys. **C53** (1992) 127; Phys. Lett. **B306** (1993) 391; *Dynamical Parton Distributions of the Proton and Small–x Physics*, DESY 94-206, DO-TH 94/24 (1994)

[139] ZEUS Collaboration, M. Derrick et al., *Extraction of the gluon density of the proton at x*, Phys. Lett. **B345** (1995) 576

[140] New Muon Collaboration, M. Arneodo et al., *Quark and gluon distributions and α_s from nucleon structure functions at low x* , Phys. Lett. **B309** (1993) 222

[141] Particle Data Group, Phys. Rev. **D50** (1994) 1173

[142] New Muon Collaboration, M. Arneodo et al., *Measurement of the proton and the deuteron structure functions, F_2^p and F_2^d*, CERN-PPE/95-138 (1995), Phys. Lett. **B364** (1995) 107

[143] H1 Collaboration, S. Aid et al., *Measurement of the Proton Structure Function $F_2(x, Q^2)$ at HERA*, EPS-0470 (1995), H1 results presented at *International Europhysics Conference on High Energy Physics, Brussels, Belgium, July 1995*

[144] K. Prytz, *Approximate determination of the gluon density at low x from the F_2 scaling violations*, Phys. Lett. **B311** (1993) 286; *An Next–to–Leading Order Relation between the Low x from the F_2 scaling violations and the Gluon Density*, **B332** (1994) 393

[145] R.K. Ellis, Z. Kunszt and E.M. Levin, *The evolution of parton distributions at small x*, Nucl. Phys. **B420** (1994) 517

[146] BCDMS Collaboration, A.C. Benvenuti et al., *Test of QCD and a Measurement of Λ from Scaling Violations in the Proton Structure Function $F_2(x, Q^2)$ at High Q^2*, Phys. Lett. **B223** (1989) 490

[147] H1 Collaboration, S. Aid et al., *A direct determination of the gluon density in the proton at low x*, Nucl. Phys. **B449** (1995) 3

[148] Elektronanalyse $Q^2 \geq 80\ GeV^2$: persönliche Mitteilungen von C. Leverenz und H.-P. Wellisch;
Σ–Analyse: persönliche Mitteilung von U. Bassler;
Für die Daten mit verschobenen Vertex wurden die Werte aus [97] entnommen;
Für die Analyse der Satellit–Bunch–Ereignisse wurde zurückgegriffen auf: P. Marage, A. Panitch, F. Zomer, *F2 measurement at x-values around 10^{-4}, using the satellite bunch*, H1—Note 07/94-369 (1994)