Messung der Gluondichte im Proton in der tief-inelastischen Elektron-Proton Streuung mit Multijet-Ereignissen bei *HERA*

DISSERTATION

zur Erlangung des Doktorgrades
des Fachbereichs Physik
der Universität Hamburg

vorgelegt von
Joachim Stier
aus Schenefeld bei Hamburg

Hamburg
1996

Gutachter der Dissertation:	Prof. Dr. V. Blobel Dr. J. Gayler Prof. Dr. E. Lohrmann
Gutachter der Disputation:	Prof. Dr. V. Blobel Prof. Dr. A. Wagner
Leiter der Disputation:	Dr. G. Poelz
Datum der Disputation:	26. März 1996
Sprecher des Fachbereichs Physik und Vorsitzender des Promotionsausschusses:	Prof. Dr. B. Kramer

Kurzfassung

In dieser Arbeit wird eine direkte Messung der Gluondichte des Protons für ein mittleres Q^2 von $30\,\mathrm{GeV}^2$ in dem Bereich $0.0019 < x_g < 0.18$ beschrieben, die auf Multijet-Wirkungsquerschnitten basiert. Diese Messung beruht auf Ereignissen der tief-inelastischen Elektron-Proton Streuung, die in dem Jahr 1993 mit dem H1-Detektor am Speicherring *HERA* aufgezeichnet wurden. Das Ergebnis dieser Messung zeigt einen deutlichen Anstieg der Gluondichte mit abnehmendem Impulsanteil x_g der Gluonen.

Abstract

This thesis describes a direct measurement of the gluon density in the proton for an average Q^2 of $30\,\mathrm{GeV}^2$ in the region $0.0019 < x_g < 0.18$ using multi-jet cross sections. This measurement is based on deep-inelastic electron-proton scattering events recorded with the H1 detector at the storage ring *HERA* in the year 1993. The result of this measurement shows a considerable increase of the gluon density with decreasing fractional momenta of the gluons.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Einleitung

Am Deutschen Elektronen-Synchrotron DESY wurde nach einer Bauzeit von etwa 6 Jahren der weltweit erste Elektron-Proton Speicherring, die Hadron Elektron Ring Anlage *HERA*, gegen Ende des Jahres 1990 für Strahlstudien in Betrieb genommen. Im Frühjahr 1992 konnten die *HERA* Experimente H1 und ZEUS die ersten Elektron-Proton Kollisionen beobachten. Bei *HERA* ist das maximale Quadrat des Impulsübertrags $Q^2 \simeq 10^4\,\mathrm{GeV}^2$, und die maximal erreichbare Schwerpunktsenergie ist $\sqrt{s} \simeq 300\,\mathrm{GeV}$.

Am 31. Mai 1992 wurde von der H1 Kollaboration das erste tief-inelastische Ereignis der Elektron-Proton Streuung aufgezeichnet. Das Quadrat des Impulübertrags dieses Ereignisses beträgt $Q^2 = 18\,\mathrm{GeV}^2$ und ist vergleichbar mit dem Q^2 früherer Experimente mit stationärem Target. Aber der Impulsbruchteil x des an der Wechselwirkung beteiligten Quarks beträgt nur $x = 0.0004$; dies ist ein hundert mal kleinerer Wert als jemals zuvor bei demselben Q^2 erreicht wurde.

Die Kenntnis der Partondichten im Proton liefert mit kleiner werdendem x ein zunehmend tieferes Verständnis der Substruktur des Protons. Außerdem ist das Verhalten von Partondichten (Strukturfunktionen) bei kleinem x eine phänomenologische Grundlage für Voraussagen und Interpretationen der Physik zukünftiger Beschleuniger, z.B. dem LHC (Large Hadron Collider).

Gerade durch die in den Jahren 1992 bis 1994 veröffentlichten Strukturfunktions-Messungen der *HERA*-Experimente H1 und ZEUS konnte die Unsicherheit in der Kenntnis der Quarkdichteverteilungen im Proton bis zu $x \simeq 10^{-4}$ stark verkleinert werden. Jedoch ist die Unsicherheit in der Kenntnis der Gluondichte um fast einen Faktor 5 größer als die der Quarkdichteverteilung im Proton bei $x \simeq 10^{-3}$. Die Gluondichte ist damit, abgesehen von den Quarkdichteverteilungen schwerer Quarks (Charm und Bottom), die am wenigsten bekannte Partondichte im Proton.

Die vorliegende Arbeit beschreibt eine direkte, auf dem gluon-initiierten Photon-Gluon Fusions-Prozeß basierende Messung der Gluondichte in der tief-inelastischen Streuung bei *HERA*. Das Ergebnis dieser Arbeit wurde in [1] veröffentlicht; insofern kann die vorliegende Analyse als eine detaillierte Beschreibung aller durchgeführten Schritte angesehen werden, die zu dem in [1] dargestellten Ergebnis geführt haben.

Die vorliegende Arbeit ist in vier Kapitel gegliedert. In dem ersten Kapitel werden die dieser Messung zugrundeliegenden QCD-Prozesse der tief-inelastische *ep*-Streuung, sowie die Einführung von Wirkungsquerschnitten und Partondichten beschrieben. Das zweite Kapitel zeigt den Speicherring *HERA* und den H1 Detektor, wobei die charakteristischen Größen für die in dieser Analyse verwendeten Detektorkomponenten genannt werden. Die benutzten Selektionskriterien und deren Motivationen werden in dem dritten Kapitel besprochen; es folgt eine Diskussion der Untergrundbeiträge. In dem vierten Kapitel wird die Entfaltung der Gluondichte beschrieben und das Resultat mit anderen Messungen verglichen.

Kapitel 1

Theorie

1.1 Tief-inelastische Lepton-Nukleon Streuung

Die Streuung eines Leptons an einem Nukleon wird in der vorliegenden Analyse im Rahmen des *Parton-Modells* interpretiert. In diesem Modell besteht das Nukleon aus punktförmigen Konstituenten, die mit Quarks und Gluonen identifiziert werden. Inelastische Streuung an dem Nukleon wird als elastische Streuung an den Konstituenten (den Partonen) dieses Objekts gedeutet. Die Wechselwirkung zwischen einem Parton des Nukleons und dem ausgetauschten Boson wird als harter Subprozeß bezeichnet. Ein tief-inelastischer Streuprozeß (DIS, deep inelastic scattering) zwischen einem Lepton l und einem Nukleon N kann symbolisch in der Form

$$l(k) + N(P) \rightarrow l'(k') + X \tag{1.1}$$

geschrieben werden (siehe Abbildung 1.1). Hierbei repräsentiert l ($l = e, \mu, \nu, \dots$) das einlaufende Lepton mit einem Viererimpuls k und l' das gestreute Lepton mit einem Viererimpuls k'. Das Nukleon N ($N = p, n, \dots$) besitzt den Viererimpuls P und der hadronische Endzustand X ist durch den Protonrest (*Remnant*) R und den Endzustand S des harten Subprozesses gegeben. Der Impulsanteil des in den harten Subprozeß einlaufenden Partons am Gesamtimpuls des Nukleons wird mit x bezeichnet; im Fall eines gluon-initiierten Prozesses wird dieser Impulsanteil im folgenden auch x_g genannt. Der Vierervektor des ausgetauschten Bosons (Photons) ist durch q gegeben.

Ist das zwischen Lepton und Proton ausgetauschte Boson ein W^+ (bzw. W^-), spricht man von einem Ereignis des geladenen Stroms (CC, charged current) und das gestreute Lepton ist bei *HERA* ein Neutrino. Ist das ausgetauschte Boson ein virtuelles Photon γ^* oder ein Z^0, spricht von einem Ereignis des neutralen Stroms (NC, neutral current). Die vorliegende Analyse beschränkt sich auf Ereignisse mit $|q^2| < 80\,\mathrm{GeV}^2$, damit gilt $|q^2| \ll m^2_{\mathrm{Z}^0}$ und $|q^2| \ll m^2_{\mathrm{W}^\pm}$, und die Beiträge massiver Vektorbosonen zur ep-Streuung sind vernachlässigbar klein. Prozesse, in denen die partonische Struktur des Photons berücksichtigt werden muß (sogenannte „*resolved photon processes*“), können in der tief-inelastischen Streuung aufgrund der großen Virtualität des ausgetauschten Photons (in

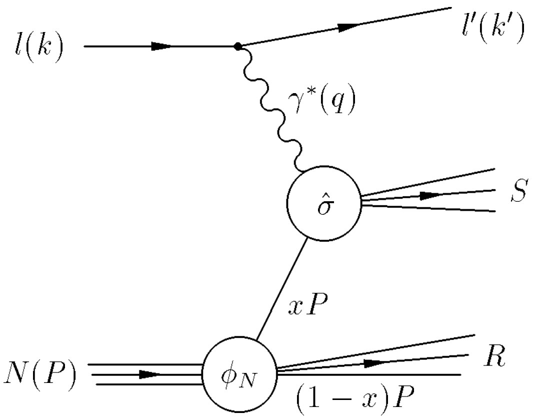

Abbildung 1.1: Interpretation einer tief-inelastischen Lepton-Nukleon Streuung im Parton-Modell unter der Annahme des Austauschs eines Photons. In der kollinearen Näherung besitzt das in den harten Subprozeß ($\hat{\sigma}$) einlaufende Parton den Impulsanteil x und der Proton Restjet den Impulsanteil $(1-x)$ am Gesamtimpuls P des Nukleons N. Die Hierervektor des Photons ist durch q gegeben.

der vorliegenden Analyse wird $|q^2| > 12.5\,\mathrm{GeV}^2$ verlangt) vernachlässigt werden. Diese Prozesse sind in der Photoproduktion ($|q^2| \simeq 0$) wichtig.

Für den in Abbildung 1.1 dargestellten DIS Prozeß können folgende kinematische Variablen in Lorentz-invarianter Notation definiert werden:

- s, das Quadrat der Lepton-Nukleon Schwerpunktsenergie:
$$s = (P+k)^2. \tag{1.2}$$
- Q^2, der Impulsübertrag zwischen Lepton und Nukleon, d.h. die Virtualität des ausgetauschten Photons:
$$Q^2 = -(k-k')^2 = -q^2 \qquad (Q^2 > 0). \tag{1.3}$$
- x_B, die Bjørken Skalenvariable:
$$x_B = \frac{Q^2}{2Pq} \qquad (0 < x_B < 1). \tag{1.4}$$
- y, eine Variable, die sich im Ruhesystem des Nukleons als relativer Energieübertrag des Elektrons interpretieren läßt:
$$y = \frac{Pq}{Pk} \qquad (0 < y < 1). \tag{1.5}$$
- W^2, das Quadrat der invarianten Masse des hadronischen Endzustands, oder äquivalent die Photon-Proton Schwerpunktsenergie:
$$W^2 = (P+q)^2. \tag{1.6}$$

In allen weiteren Betrachtungen werden die Massen des Leptons und des Nukleons vernachlässigt. Durch die Relationen

$$Q^2 = s x_B y \qquad \text{und} \qquad W^2 = Q^2 \frac{1-x_B}{x_B} \tag{1.7}$$

erkennt man, daß es bei gegebenem s ausreicht, zwei der oben genannten kinematischen Variablen zu messen, um alle anderen bestimmen zu können. Das invariante Massenquadrat $\hat{s}$ der auslaufenden Partonen des harten Subsystems S, oder äquivalent das Quadrat der Photon-Parton Schwerpunktsenergie, ist definiert durch

$$\hat{s} = (xP + q)^2 = 2xPq - Q^2. \tag{1.8}$$

Man erhält damit folgende Beziehung zwischen dem Impulsanteil x des einlaufenden Partons, Bjørken-x und Q^2:

$$x = x_B \left(1 + \frac{\hat{s}}{Q^2}\right). \tag{1.9}$$

Tief-inelastische Lepton-Nukleon Streuung (DIS) ist charakterisiert durch große Massen des hadronischen Endzustands im Vergleich zur Protonmasse m_p:

$$W^2 \gg m_p^2. \tag{1.10}$$

und durch große Virtualitäten $|q^2|$ des Photons (in DIS ist das γ^* raumartig):

$$Q^2 = -q^2 \gg m_p^2. \tag{1.11}$$

Der Wirkungsquerschnitt $d\sigma^{eN}$ für die Elektron-Nukleon Streuung kann als eine Faltung des harten Elektron-Parton-Wirkungsquerschnitts $d\hat{\sigma}$ und der Partondichten ϕ_N des Nukleons N geschrieben werden (*Faktorisierungs-Theorem* [2]):

$$d\sigma^{eN} = \sum_{\phi=q,\bar{q},g} \int_0^1 \phi_N(x,\mu_f^2) \cdot d\hat{\sigma}(x,\mu_f^2,\mu_r^2) dx. \tag{1.12}$$

In der pertubativen Quantenchromodynamik (pQCD) sind die Ausdrücke ϕ_N und $d\hat{\sigma}$ abhängig von einer Renormierungsskala μ_r und einer Faktorisierungsskala μ_f (siehe Abschnitt 1.1.2). Die Partondichte $\phi_N(x,\mu_f^2)$ des Nukleons N ist definiert als eine Teilchendichte, wobei die Anzahl Z der Partonen ϕ_N ($\phi = g, u, \bar{u}, \ldots$) in dem Impulsintervall $[x, x+\Delta x]$ durch

$$Z(\phi_N)\Big|_{[x,x+\Delta x]} = \int_x^{x+\Delta x} \phi_N(x,\mu_f^2)\, dx \tag{1.13}$$

gegeben ist. Für kleines Δx wird das Produkt $\phi_N(x)\Delta x$ häufig als Wahrscheinlichkeit interpretiert, das Parton ϕ in dem Impulsintervall $[x, x+\Delta x]$ zu finden. Im Gegensatz zu Wirkungsquerschnitten sind Partondichten „universell“ und damit unabhängig von dem physikalischen Prozeß. Aus der Kenntnis der Partondichten im Proton können Voraussagen über ep, pp und $p\bar{p}$ Streuprozesse gewonnen werden. In der vorliegenden Analyse beziehen sich Partondichten ausschließlich auf das Proton, so daß der Nukleonindex N überflüssig wird; Partondichten werden in den weiteren Betrachtungen mit $g, q, \bar{q}$ $(q = u, d, s, \ldots)$ bezeichnet.

Der Wirkungsquerschnitt $\hat{\sigma}$ kann in der pertubativen QCD als Störungsreihe mit dem Entwicklungsparameter α_s (sofern α_s hinreichend klein ist) als

$$\hat{\sigma} = \hat{\sigma}_0 + \alpha_s(\mu_r^2)\hat{\sigma}_1 + \alpha_s^2(\mu_r^2)\hat{\sigma}_2 + \cdots \tag{1.14}$$

dargestellt werden, wobei es von der Ordnung des betrachteten Prozesses abhängt, mit welchem Term die Störungsreihe beginnt. Die ersten beiden Summanden bilden die Grundlage der vorliegenden Analyse und werden in den folgenden zwei Abschnitten diskutiert.

1.1.1 Quark-Parton-Modell

Im Quark-Parton-Modell (QPM) werden die Konstituenten eines Nukleons mit den Quarks und Antiquarks identifiziert. Die Wechselwirkung zwischen den Partonen wird in diesem Modell vernachlässigt. Bei großen Impulsüberträgen ($Q^2 \gtrsim 5\,\mathrm{GeV}^2$) können die Konstituenten des Nukleons als quasi-freie Teilchen betrachtet werden *(asymptotische Freiheit)*. Formal kann damit das Quark-Parton-Modell als pertubative QCD zur nullten Ordnung in α_s aufgefaßt werden. Abbildung 1.2 zeigt den Feynmangraphen des harten Subprozesses einer ep-Streuung im QPM unter der Annahme des Austauschs eines Photons. Der hadronische Endzustand setzt sich aus dem auslaufenden Quark q' und dem Protonrest R zusammen. Mit $m_{q'}^2 = \hat{s} = 0$ folgt aus Gleichung (1.9) $x = x_B$; der Impulsanteil x des Partons q am Gesamtimpuls des Protons ist damit identisch mit der kinematischen Variablen Bjørken-x. Für Ereignisse mit zwei Partonen im Endzustand (Prozeß zur Ordnung α_s) ist diese Beziehung nicht mehr erfüllt, dann gilt $\hat{s} > 0$ und damit $x > x_B$. Unter Annahme des Austauschs eines Photons berechnet sich der Wirkungsquerschnitt des Elektron-Quark Streuprozesses zu

$$\frac{d\hat{\sigma}^{eq}}{dx_B dQ^2} = \frac{2\pi\alpha^2 e_q^2}{Q^4}\left(1 + (1-y)^2\right)\delta(x_B - x), \tag{1.15}$$

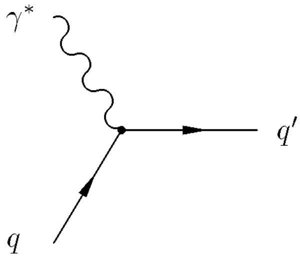

Abbildung 1.2: Feynmangraph des harten Subprozesses einer ep-Streuung im Quark-Parton-Modell unter der Annahme des Austauschs eines Photons, der die mit $\hat{\sigma}$ gekennzeichnete Blase der Abb. 1.1 ersetzt. Einlaufende Teilchen sind das Photon γ^* (Elektronseite) und das Quark q (Protonseite).

wobei e_q die Quarkladungszahl des Quarks q und α die Feinstrukturkonstante darstellt. Die Dichteverteilungen der Konstituenten-Quarks sind im QPM ausschließlich Funktionen der Variablen x_B. Man beachte, daß die Konstituenten-Quark-Verteilungen im QPM nicht mit den Valenz-Quarkverteilungen des nächsten Abschnitts identisch sind.

1.1.2 Pertubative QCD $\mathcal{O}(\alpha_s)$

Die Quantenchromodynamik (QCD) ist die Eichtheorie der starken Wechselwirkung mit der Eichgruppe $SU(3)_C$. Die starke Wechselwirkung zwischen Farbladungsträgern wird in der QCD durch den Austausch von Gluonen (den Eichbosonen der QCD) beschrieben. Im Standard-Modell bilden Gluonen ein Oktett und es wird postuliert, daß sie zu einer Oktett-Darstellung der Eichgruppe $SU(3)_C$ gehören. Die Stärke, mit der Gluonen an Farbladungsträger koppeln, ist durch die Kopplungskonstante α_s gegeben. Um in der störungstheoretischen Beschreibung der QCD (Gleichung (1.14)) quantitative Berechnungen durchführen zu können, muß die QCD renormiert werden [2]. Dadurch werden die Kopplungskonstante α_s und damit auch die Entwicklung von Partondichten und die Vorhersage von Jet-Wirkungsquerschnitten abhängig von einer Renormierungsskala μ_r.

Kopplungskonstante α_s

Die Abhängigkeit der Kopplungskonstante α_s von der Renormierungsskala μ_r ist durch die Renormierungsgruppengleichung

$$\begin{aligned} \mu_r \frac{\partial \alpha_s}{\partial \mu_r} &= -\frac{\beta_0}{2\pi}\alpha_s^2 - \frac{\beta_1}{8\pi^2}\alpha_s^3 - \cdots , \qquad (1.16) \\ \text{mit} \qquad \beta_0 = 11 - \frac{2}{3}n_f & \qquad \text{und} \qquad \beta_1 = 102 - \frac{38}{3}n_f, \end{aligned}$$

für α_s gegeben. Kennt man den Wert für α_s an der Skala μ_r', dann ist α_s an einer beliebigen Stelle μ_r durch die Renormierungsgruppengleichung definiert. Es ist üblich, anstelle von α_s bei einer Referenzskala μ_r' einen Parameter Λ einzuführen, so daß die Lösungen der Gleichung (1.16) als Störungsreihe mit dem Entwicklungsparameter $\ln^{-1}(\mu_r^2/\Lambda^2)$ geschrieben werden können. Dadurch wird Λ zu einem fundamentalen Parameter der QCD, der aus dem Experiment bestimmt werden muß. Die Anzahl der Quarks, deren Masse kleiner als μ_r ist, ist durch n_f gegeben. Man nennt n_f auch die Anzahl der aktiven Flavours des jeweiligen Experiments. In führender Ordnung (LO, leading order) ist α_s durch

$$\alpha_s^{\text{LO}}(\mu_r^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln \frac{\mu_r^2}{\Lambda^2}}. \qquad (1.17)$$

gegeben. Für $\mu_r \to \infty$ verschwindet die Kopplung der starken Wechselwirkung zwischen Teilchen *(asymptotische Freiheit)*, und für $\mu_r \to 0$ wird die Kopplung beliebig groß *(confinement)*. Damit α_s eine stetige Funktion der Renormierungsskala μ_r wird, muß sich Λ

an den Flavour Massenschwellen diskret ändern. Für jeden Bereich von μ_r zwischen zwei Flavour Schwellen gibt es eine effektive Anzahl von masselosen Quarks (n_f), dadurch wird Λ eine Funktion von n_f: $\Lambda \rightarrow \Lambda^{(n_f)}$. Eine kleine Änderung der Renormierungsskala von μ_r nach μ_r' kann durch eine Taylorentwicklung von (1.17) dargestellt werden als

$$\alpha_s^{\mathrm{LO}}(\mu_r'^2) = \alpha_s^{\mathrm{LO}}(\mu_r^2) \cdot \left(1 + \frac{\beta_0}{4\pi} \cdot \ln \frac{\mu_r^2}{\mu_r'^2} \cdot \alpha_s^{\mathrm{LO}}(\mu_r^2) + \mathcal{O}\left(\alpha_s^{\mathrm{LO}^2}\right)\right) . \tag{1.18}$$

Man erkennt, daß die Änderung von α_s^{LO} durch den Term der nächst-höheren Ordnung in $\ln^{-1}(\mu_r^2/\Lambda^2)$ verursacht wird. Aus diesem Grund läßt sich in führender Ordnung (LO) das „Laufen“ der Kopplungskonstante α_s (bzw. die Einführung des Parameters Λ) nicht konsistent formulieren, und α_s-Messungen sollten zumindest die nächst-höhere Ordnung in $\ln^{-1}(\mu_r^2/\Lambda^2)$ berücksichtigen (siehe z.B. Übersicht in [3]).

Wirkungsquerschnitte und Partondichten

Zur Ordnung α_s müssen virtuelle und reelle QCD-Korrekturen in der Berechnung der Wirkungsquerschnitte und der Darstellung von Partondichten berücksichtigt werden. Die Feynmangraphen der in Abbildung 1.3 gezeigten virtuellen Prozesse führen zu demselben Endzustand wie der QPM-Graph der Abb. 1.2. In den Graphen des Boson-Gluon-Fusions- (BGF) und des QCD-Compton- (QCD-C) Prozesses (Abbildung 1.4) besitzt der hadronische Endzustand neben dem Proton-Remnant zwei auslaufende Partonen. Bis zur Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$ liefert die Boson-Gluon-Fusion den einzigen gluon-initiierten Prozeß.

Sind p_1 und p_2 die Viererimpulse der auslaufenden Teilchen des BGF- bzw. QCD-Compton-Graphen, dann läßt sich mit der Einführung der Mandelstam-Variablen

$$\hat{s} = (q + xP)^2, \quad \hat{t} = (q - p_1)^2 \quad \text{und} \quad \hat{u} = (q - p_2)^2 \tag{1.19}$$

das Matrixelement des BGF-Prozesses ausdrücken durch [4]:

$$|\mathcal{M}|^2_{\gamma^* g \rightarrow q\bar{q}} = 32\pi^2 \left(e_q^2 \alpha_s \alpha\right) \frac{1}{2} \left(\frac{\hat{u}}{\hat{t}} + \frac{\hat{t}}{\hat{u}} - \frac{2\hat{s}Q^2}{\hat{t}\hat{u}}\right) . \tag{1.20}$$

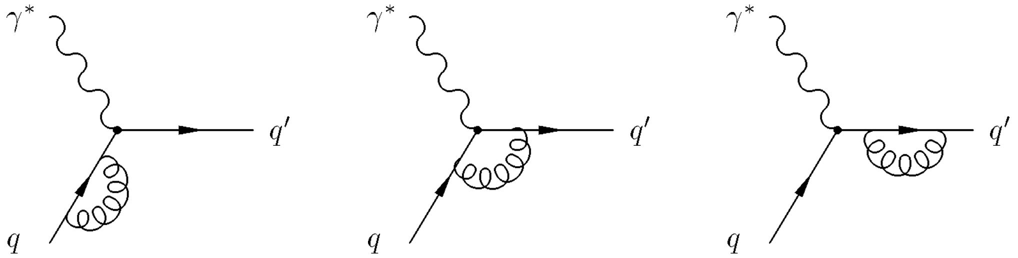

Abbildung 1.3: Virtuelle QCD-Korrekturen der Ordnung α_s zu dem QPM-Prozeß der Abb. 1.2. Korrektur am einlaufenden Quark (links), Vertexkorrektur (Mitte) und Korrektur am auslaufenden Quark (rechts).

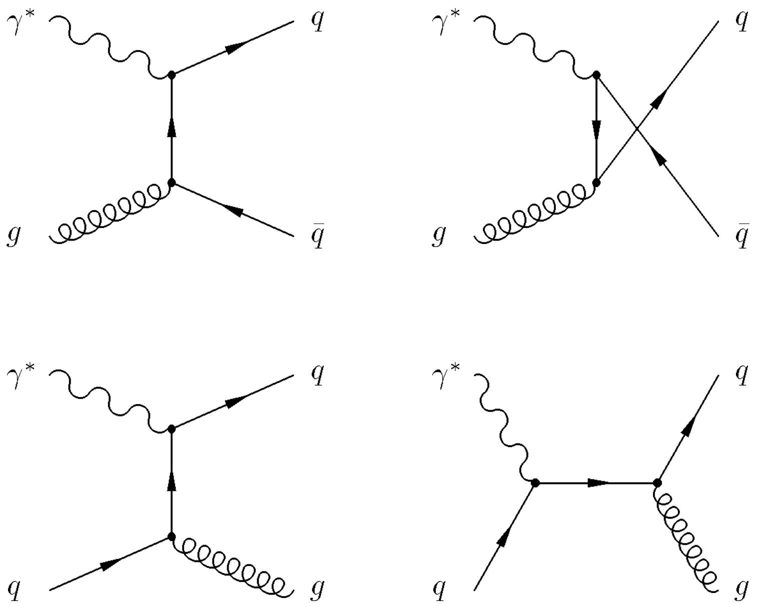

Abbildung 1.4: Feynmangraphen der Ordnung α_s für den Boson-Gluon-Fusions-Prozeß (obere Reihe) und den QCD-Compton-Prozeß (untere Reihe).

Das Matrixelement für den QCD-Compton Prozeß ist durch

$$|\mathcal{M}|^2_{\gamma^* q \to qg} = 32\pi^2 \left(e_q^2 \alpha_s \alpha\right) \frac{4}{3} \left(-\frac{\hat{t}}{\hat{s}} - \frac{\hat{s}}{\hat{t}} + \frac{2\hat{u}Q^2}{\hat{s}\hat{t}}\right) \tag{1.21}$$

gegeben. Werden Gluonen (oder Quarks) kollinear oder niederenergetisch zum korrespondierenden Parton abgestrahlt, werden die Matrixelemente singulär. Kollineare Divergenzen treten nur in einer Theorie mit masselosen Partonen auf, für massive Teilchen ist die Abstrahlung kollinearer Gluonen kinematisch nicht erlaubt.

Die Form der Singularitäten des BGF- und QCD-Compton-Prozesses im Anfangszustand erhält man z.B. durch Betrachten des t-Kanals des QCD-Compton Graphen [5]:

$$\hat{\sigma}(\gamma^* q \to qg) \propto \int_{\mu^2}^{k^2_{T max} \simeq Q^2} \frac{dk_T^2}{k_T^2} \simeq \ln \frac{Q^2}{\mu^2}, \tag{1.22}$$

k_T ist in diesem Fall der Transversalimpuls des Gluons g bezogen auf die Richtung des einlaufenden Quarks q. Der Parameter μ regularisiert die Divergenz für $k_T \to 0$. Das Auftreten dieser Terme wird in der pertubativen QCD durch eine Redefinition der Partondichten vermieden. Dazu führt man eine Faktorisierungsskala μ_f ein, zerlegt die rechte Seite der Gleichung (1.22) in $\ln(Q^2/\mu_f^2) + \ln(\mu_f^2/\mu^2))$ und absorbiert den zweiten Summanden in die Partondichten. Der verbleibende erste Summand liefert eine Unsicherheit bezüglich der Faktorisierungs-Skala und verschwindet für die übliche Wahl $\mu_f^2 = \mu_r^2 = Q^2$; dann werden Partondichten eine Funktion von x und Q^2.

Nach einem Theorem von Kinoshita, Lee und Nauenberg [6, 7] werden in inklusiven Messungen die Divergenzen des BGF- und QCD-Compton-Prozesses im Endzustand durch die Divergenz in dem Graphen der Vertexkorrektur kompensiert. Damit ist der inklusive Wirkungsquerschnitt σ_{tot} zur Ordnung α_s in der pertubativen QCD endlich.

Für den Endzustand mit zwei auslaufenden Partonen kann jedoch kein endlicher Wirkungsquerschnitt σ_{2+1} (der Remnant R wird separat (+1) gezählt) angegeben werden. Indem man die Integration der $\mathcal{O}(\alpha_s)$-Matrixelemente (1.20) und (1.21) über den Zwei-Partonen-Phasenraum auf einen Bereich außerhalb der Singularitäten beschränkt, kann ein sogenanner (2+1) Jet-Phasenraum definiert werden, in dem der Wirkungsquerschnitt σ_{2+1} endlich ist. Entsprechend der Absorption der Divergenzen reeller Prozesse im Anfangszustand in die Partondichten bei der Faktorisierungsskala μ_f, werden hier kollineare und infrarote Singularitäten der auslaufenden Partonen der reellen Diagramme bei einer (willkürlichen) Jet-Auflösungsskala in Jets absorbiert (siehe auch Abschnitt 3.3.1). Der Wirkungsquerschnitt in dem verbleibenden Phasenraumbereich definiert den (1+1) Jet-Wirkungsquerschnitt: $\sigma_{1+1} = \sigma_{tot} - \sigma_{2+1}$.

Zur führenden Ordnung in α_s ist die Beziehung zwischen den Quarkdichten $q(x, Q^2)$, der Gluondichte $g(x, Q^2)$ und dem (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitt durch

$$\frac{d\sigma_{2+1}}{dx dQ^2} = C_g(x, Q^2)\, g(x, Q^2) + \sum_q C_q(x, Q^2)\, q(x, Q^2) \tag{1.23}$$

gegeben. Die Funktionen C_g und C_q können für einen gegebenen Jet-Algorithmus und einer gegebenen Jet-Auflösungsskala in der pertubativen QCD berechnet werden. Für den Jade-Algorithus [8] stehen analytische Ausdrücke für C_g und C_q zur Verfügung [9], während für den in der vorliegenden Analyse verwendeten Cone-Algorithmus numerische Verfahren verwendet werden müssen.

DGLAP-Gleichungen

Die Wahrscheinlichkeiten, daß ein Parton j durch Abstrahlung eines Partons k (mit dem Impulsanteil $1 - z$ von j) in ein Parton i (mit dem Impulsanteil z von j) übergeht (siehe Abbildung 1.5), sind durch die *Splitting-Funktionen* P_{ij} gegeben. Diese Funktionen sind in der pertubativen QCD berechenbar [10]; sie lauten zur führenden Ordnung in α_s:

$$P_{qq}^{\text{LO}} = \frac{4}{3}\left[\frac{1+z^2}{1-z}\right]_+ + 2\delta(1-z), \tag{1.24}$$

$$P_{gq}^{\text{LO}} = \frac{4}{3}\frac{1+(1-z)^2}{z}, \tag{1.25}$$

$$P_{qg}^{\text{LO}} = \frac{1}{2}\left(z^2 + (1-z)^2\right), \tag{1.26}$$

$$P_{gg}^{\text{LO}} = 6\left(\frac{1-z}{z} + z(1-z) + \left[\frac{z}{1-z}\right]_+ + \frac{11}{12}\delta(1-z)\right) - \frac{n_f}{3}\delta(1-z), \tag{1.27}$$

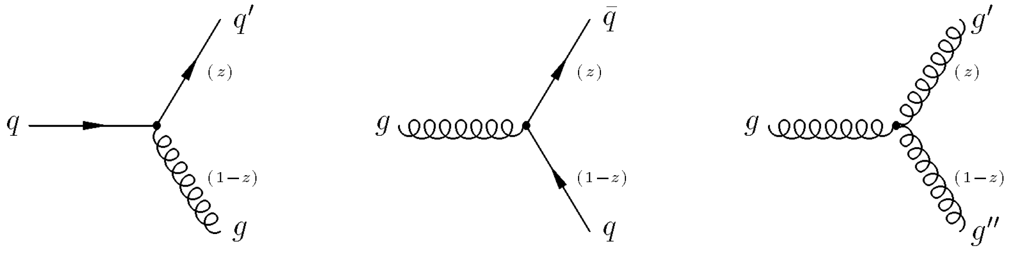

Abbildung 1.5: Feynmangraphen reeller Prozesse zur Ordnung α_s (von links nach rechts) für den Quark-Gluon-Vertex ($P_{qq}^{\text{LO}}, P_{gq}^{\text{LO}}$), den Annihilations-Vertex des Gluons (P_{qg}^{LO}) und den Drei-Gluonen-Vertex (P_{gg}^{LO}). Nicht gezeigte Graphen virtueller Prozesse führen zu den δ-Funktionen in den Ausdrücken für P_{qq}^{LO} und P_{gg}^{LO}.

wobei die Distribution $[f(x)/(1-x)]_+$ wie folgt definiert ist:

$$[f(x)/(1-x)]_+ \equiv \int_0^1 dx \frac{f(x)}{(1-x)_+} = \int_0^1 dx \frac{f(x)-f(1)}{1-x}. \tag{1.28}$$

Quark-Antiquark-Paare, die durch den Prozeß $g \to q\bar{q}$ entstehen, nennt man See-Quarks. Es ist üblich, eine Quarkdichte q in einen See- und einen Valenz-Anteil aufzuspalten: $q = q_{val} + q_{see}$.

Für die u-Quarkverteilung im Proton ist z.B. $u_{val} = u - \bar{u}$ und $u_{see} = \bar{u}$. Die Q^2-Entwicklung von Partondichten ist in der pertubativen QCD durch die DGLAP-Gleichungen gegeben [11, 12, 10]. Es gibt insgesamt $(n_f + 1)$ Entwicklungsgleichungen für die n_f Quarkdichten und die Gluondichte, wobei für die Q^2-Entwicklung der Gluondichte n_f Quarkdichte-Parametrisierungen bekannt sein müssen. Um dieses Differentialgleichungssystem möglichst weit zu entkoppeln, ist es üblich, durch

$$q_{NS} = q - q' \qquad \text{und} \qquad q_S = \sum_{q \in \{u,d,\ldots\}} (q + \bar{q}), \tag{1.29}$$

Singulett (q_S) und Non-Singulett (q_{NS}) Verteilungen einzuführen. Damit lassen sich die DGLAP-Gleichungen zur führenden Ordnung in α_s schreiben als:

$$Q^2 \frac{\partial q_{NS}}{\partial Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} P_{qq}^{\text{LO}} \otimes q_{NS}, \tag{1.30}$$

$$Q^2 \frac{\partial}{\partial Q^2} \begin{pmatrix} q_S \\ g \end{pmatrix} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \begin{pmatrix} P_{qq}^{\text{LO}} & 2n_f P_{qg}^{\text{LO}} \\ P_{gq}^{\text{LO}} & P_{gg}^{\text{LO}} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} q_S \\ g \end{pmatrix}, \tag{1.31}$$

wobei „$\otimes$“ als Abkürzung für das Faltungsintegral

$$P_{ij}^{\text{LO}} \otimes h = \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} h(\xi) P_{ij}^{\text{LO}} \left(\frac{x}{\xi}\right), \quad \text{mit} \quad h \in \{q_S, q_{NS}, g\} \tag{1.32}$$

benutzt wurde. Man erkennt, daß nach der Einführung von q_S und q_{NS} für die Entwicklung der Gluondichte nur noch eine Parametrisierung, die Singulett-Verteilung, bekannt sein muß. Die Singulett-Verteilung wird für kleiner werdendes x immer stärker durch den Seequark-Anteil dominiert. Weiterhin erkennt man, daß die Entwicklung der Valenzquark-Verteilungen durch die separate Entwicklungsgleichung (1.30) für Non-Singulett-Verteilungen von der Gluondichte entkoppelt sind (z.B. ist $u_{val} = u - \bar{u}$ eine Non-Singulett-Verteilung).

Die LO DGLAP-Gleichungen beschreiben eine störungstheoretische Entwicklung der Partondichten nach Potenzen von $\alpha_s \ln(Q^2/\mu^2)$; durch sie wird die Q^2-Entwicklung von LO Partondichten definiert. Die untere Grenze in dem Integral der Gleichung (1.32) ist x, so daß die Parametrisierungen der Partondichten in der Q^2-Entwicklung nur für $\xi > x$ bekannt sein müssen. Ausgehend von einem gegebenen Satz von Parametrisierungen an der Stelle Q_0^2, lassen sich Partondichten an einer beliebigen Stelle Q^2 durch Lösen dieser Integro-Differentialgleichungen berechnen.

In den LO DGLAP-Gleichungen gilt ein strenges Ordnungsschema für den Transversalimpuls p_T suksessiver Partonemissionen ($Q_0^2 \ll p_{T1}^2 \ll p_{T2}^2 \ll \cdots \ll Q_n^2$).

Der Bereich, in dem die Approximation der DGLAP-Gleichungen gültig ist, wird durch

$$\alpha_s(Q^2)\ln(Q^2/Q_0^2) \simeq 1 \tag{1.33}$$

$$\alpha_s(Q^2)\ln(1/x) \ll 1 \tag{1.34}$$

$$\alpha_s(Q^2) \ll 1 \tag{1.35}$$

begrenzt.

Korrekturterme der nächst höheren Ordnung in α_s

In den Korrekturtermen der nächst höheren Ordnung in α_s (NLO, next-to-leading order) treten neben zusätzlichen Feynmangraphen (siehe Abbildung 4.8 auf Seite 82) und singulären Termen der Form (1.22) auch endliche Beiträge aus dem Subprozeß der Ordnung α_s auf. Die Separation dieser endlichen Terme in Partondichten und Splitting-Funktionen ist nicht eindeutig und wird durch das *Faktorisierungsschema* festgelegt; häufig verwendet werden das $\overline{\mathrm{MS}}$- [13] und das DIS [14] Schema. Zu jedem dieser Faktorisierungsschemata gibt es einen korrespondierenden Satz Partondichten und Splitting-Funktionen.

Die Beziehung der Gluondichte zwischen dem $\overline{\mathrm{MS}}$ und DIS Schema ist durch eine Gleichung der Form

$$g^{\mathrm{DIS}} = g^{\overline{\mathrm{MS}}} - \frac{\alpha_s}{2\pi}\left(\sum_q \left[C_q^{\overline{\mathrm{MS}}} \otimes (q+\bar{q})^{\overline{\mathrm{MS}}}\right] + C_g^{\overline{\mathrm{MS}}} \otimes g^{\overline{\mathrm{MS}}}\right) + \mathcal{O}(\alpha_s^2) \tag{1.36}$$

gegeben.

Die NLO DGLAP-Gleichungen erhält man aus den Gleichungen (1.30) und (1.31), indem die LO Splitting-Funktionen durch die entsprechenden NLO Ausdrücke des jeweiligen Faktorisierungsschemas ersetzt werden. Diese Gleichungen beschreiben eine störungstheoretische Entwicklung der Partondichten nach führenden Logarithmen der Form $\alpha_s^n \ln^n(Q^2/\mu^2)$

und $\alpha_{\mathrm{s}}^n \ln^{n-1}(Q^2/\mu^2)$ und definieren die Q^2-Entwicklung von NLO Partondichten. Im Gegensatz zu den LO DGLAP-Gleichungen ist das strenge Ordnungsschema für den Transversalimpuls p_T suksessiver Partonemissionen aufgehoben.

Die NLO-Ausdruck für α_{s} ergibt sich aus Gleichung (1.16) zu:

$$\alpha_{\mathrm{s}}^{\mathrm{NLO}}\left(\mu_r^2, \Lambda_{\overline{\mathrm{MS}}}\right) = \frac{4\pi}{\beta_0 \cdot L}\left(1 - \frac{\beta_1}{\beta_0^2} \cdot \frac{\ln L}{L}\right) \quad \text{mit} \quad L = \ln \frac{\mu_r^2}{\Lambda_{\overline{\mathrm{MS}}}^2}. \tag{1.37}$$

wobei die Definition des Parameters Λ vom Renormierungsschema abhängt. In den NLO Rechnungen dieser Analyse wird das $\overline{\mathrm{MS}}$-Schema verwendet (das $\overline{\mathrm{MS}}$ und das DIS-Schema sind sowohl Renormierungsschema als auch Faktorisierungsschema).

1.2 Qualitative Vorhersagen der Gluondichte für kleines x_g

1.2.1 Die doppelt logarithmische Approximation

Die doppelt logarithmische Approximation (DLLA, double leading log approximation) [5] beschreibt die Entwicklung von Partondichten nach führenden Logarithmen der Form $[\alpha_{\mathrm{s}} \ln(1/x_g) \ln(Q^2)]^n$. Der Gültigkeitsbereich dieser Näherung ist durch

$$\alpha_{\mathrm{s}}(Q^2) \ln(1/x_g) \ln\left(Q^2/Q_0^2\right) \simeq 1 \tag{1.38}$$

$$\alpha_{\mathrm{s}}(Q^2) \ln(1/x_g) \ll 1 \tag{1.39}$$

$$\alpha_{\mathrm{s}}(Q^2) \ln\left(Q^2/Q_0^2\right) \ll 1 \tag{1.40}$$

gegeben. Es wird angenommen, daß das Verhalten der Gluondichte für kleine Impulsbruchteile x_g durch Gluonen allein dominiert wird, und man vernachlässigt die qg-Mischung in den DGLAP-Gleichungen. Weiterhin wird die Splitting-Funktion P_{gg}^{LO} durch $6/z$ approximiert; damit kann Gleichung (1.31) als

$$\frac{\partial x_g g(x_g, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{3\alpha_{\mathrm{s}}}{\pi} \int_{x_g}^{1} \frac{d\xi}{\xi} \left[\xi g(\xi, Q^2)\right] \tag{1.41}$$

geschrieben werden, und man findet folgendes dominierende Verhalten der Gluonverteilung für kleines x_g:

$$x_g g(x_g) \simeq \exp\left(2\left[\frac{12}{\beta_0} \ln\left(\frac{1}{x_g}\right) \ln \frac{\ln(Q^2/\Lambda^2)}{\ln(Q_0^2/\Lambda^2)}\right]^{\frac{1}{2}}\right). \tag{1.42}$$

In der DLL-Approximation steigt die Gluonverteilung für $x_g \to 0$ steiler als jede Potenz von $\ln(1/x_g)$, und zu jedem λ gibt es ein x_g', so daß die DLL-Approximation für $x_g < x_g'$ schwächer steigt als $x_g^{-\lambda}$.

Mit den DGLAP-Gleichungen und der DLL-Approximation kann das Verhalten der Gluondichte für $x_g \rightarrow 0$ nicht bestimmt werden, da mit kleiner werdendem x_g der Term $\ln(1/x_g)$ beliebig groß wird und damit den Gültigkeitsbereich dieser Approximationen verletzt. Unter der Annahme, daß die DGLAP-Gleichungen bis $x \simeq 10^{-3}$ gültig sind, zeigt der Vergleich von LO und NLO Partondichten, daß schon die Berücksichtigung der nächst höheren Ordnung in α_s den Anstieg der Gluondichte im Vergleich zur führenden Ordnung verringert (siehe Abbildung 1.7).

1.2.2 BFKL-Gleichung

Die Gleichung von Balitsky, Fadin, Kurajev und Lipatov [15, 16] beschreibt eine störungstheoretische Entwicklung der Partondichten nach Potenzen der Form $(\alpha_s \ln 1/x_g)^n$. Durch sie wird das qualitative, asymptotische LO Verhalten von Partondichten bei sehr kleinem x vermittelt. Im Gegensatz zu den DGLAP-Gleichungen, die (wie die Ausdrücke für α_s) aus einer Renormierungsgruppen-Gleichung abgeleitet werden können, ist es aus der Theorie nicht ersichtlich, welche Diagramme die führenden Beiträge zur BFKL-Gleichung liefern. Der Gültigkeitsbereich der BFKL-Gleichung liegt in der xQ^2-Ebene orthogonal zu dem der DGLAP-Gleichungen:

$$\alpha_s(Q_0^2)\ln(Q^2/Q_0^2) \ll 1 \tag{1.43}$$

$$\alpha_s(Q_0^2)\ln(1/x_g) \simeq 1 \tag{1.44}$$

$$\alpha_s(Q_0^2) \ll 1 \tag{1.45}$$

Die BFKL-Gleichung kann nur unter der Annahme einer konstanten Kopplungskonstanten α_s abgeleitet werden. Mit der Definition

$$\Phi(x_g, k_T^2) = \left.\frac{\partial x_g g(x_g, Q^2)}{\partial \ln Q^2}\right|_{Q^2 = k_T^2} \tag{1.46}$$

kann die BFKL-Gleichung geschrieben werden als [17]

$$\frac{\partial \Phi(x_g)}{\partial \ln(1/x_g)} = \mathcal{K} \otimes \Phi(x_g) = \lambda \Phi(x_g), \tag{1.47}$$

hierbei ist $\mathcal{K}$ der Lipatov-Kern. Für kleines x_g wird das Verhalten von Φ durch den größten Eigenwert λ^{max} dieser Eigenwertgleichung bestimmt. Aus $\Phi(x_g) \propto \exp(\lambda \ln(1/x_g)) = x_g^{-\lambda}$ folgt mit (1.47)

$$x_g g(x_g) \propto x_g^{-\lambda^{max}}. \tag{1.48}$$

Eine Abschätzung für den Eigenwert λ^{max} ergibt sich für das fixierte $\alpha_s(k_T^2)$ zu [5]

$$3.6\frac{\alpha_s(k_T^2)}{\pi} \le \lambda_{max} \le 12\ln 2\frac{\alpha_s(k_T^2)}{\pi}. \tag{1.49}$$

Damit erhält man

$$0.5 \lesssim \lambda_{max} \lesssim 1.2 \quad \text{für} \quad (k_T^2 = 1\,\mathrm{GeV}^2) \tag{1.50}$$

$$0.3 \lesssim \lambda_{max} \lesssim 0.7 \quad \text{für} \quad (k_T^2 = 10\,\mathrm{GeV}^2). \tag{1.51}$$

Für $x_g \to 0$ wird durch die BFKL-Gleichung ein steiles Ansteigen der Gluonverteilung $x_g g(x_g)$ der Form $x_g^{-\lambda^{max}}$ mit einem „typischen“ Exponenten $\lambda^{max} \simeq 0.5$ vorhergesagt. Die BFKL-Gleichung läßt viele Fragen, wie die Berücksichtigung der Q^2-Abhängigkeit der Kopplungskonstanten α_s sowie die Formulierung dieser Gleichung in NLO unbeantwortet.

1.2.3 GLR-Gleichung

In den diskutierten Approximationen für $x_g g(x_g)$ steigt die Wahrscheinlichkeit, ein Gluon mit dem Impulsanteil x_g im Proton zu finden, mit kleiner werdendem x_g stark an. Mit zunehmender Dichte der Gluonen muß aber auch die Wahrscheinlichkeit für die Rekombination von Gluonen ansteigen, dieser Effekt darf bei der Vorhersage von Partondichten für $x_g \to 0$ nicht vernachlässigt werden. Die Gleichung von Gribov, Lipatov und Ryskin [18, 19] basiert auf der Idee, daß ab einer kritischen Dichte der Gluonen im Proton ein Sättigungpunkt erreicht wird, bei dem Gluonemissionen und Gluonrekombinationen einen Gleichgewichtszustand bilden, und damit ein weiteres Ansteigen der Gluondichte verhindert wird. Die DGLAP-Form der GLR-Gleichung lautet:

$$\frac{\partial(x_g g(x_g, Q^2))}{\partial \ln Q^2} = [P_{gg} \otimes g + P_{gq} \otimes q] - \frac{81\alpha_s^2}{16R_s^2 Q^2} \int_{x_g}^{1} \frac{d\xi}{\xi} \left(\xi g(\xi, Q^2)\right)^2 . \qquad (1.52)$$

Der DGLAP-Kern (eckige Klammern) erzeugt den schon diskutierten Anstieg der Gluondichte für kleiner werdendes x_g, während der Integralausdruck die dämpfend wirkenden Gluonrekombinationen berücksichtigt. In dieser Vorstellung spielt der Radius R_s eine entscheidende Rolle, er bestimmt den Gleichgewichtszustand der GLR-Gleichung. Durch seine Messung kann eine Aussage über die Konzentration der Gluonen im Proton gewonnen werden. Ist $R_s \simeq 5\,\mathrm{GeV}^{-1}$ kann angenommen werden, daß die Gluonen gleichförmig im Proton verteilt sind, während sich für $R_s \simeq 2\,\mathrm{GeV}^{-1}$ Gluonen in sogenannten „hot-spots“ konzentrieren [20] und Sättigungseffekte damit schon bei Radien $R_s \ll R_p$ (R_p ist der Protonradius) einsetzen. Wann sich die Vorhersage der GLR-Gleichung für die Verletzung des Skalenverhaltens von F_2 in dem für *HERA* relevanten kinematischen Bereich von den Vorhersagen der DGLAP- und BFKL-Gleichungen unterscheidet, ist in [21, 22] untersucht worden. Neuere Untersuchungen [23] zeigen, daß Rekombinationseffekte in diesem Bereich als sehr klein angenommen werden können.

1.3 Partondichte-Parametrisierungen

Bis heute gibt es kein theoretisch konsistentes Verfahren, wie Partondichten in x zu entwickeln sind. Aus diesem Grund wird konventionell ein *(ad hoc)* Ansatz $\phi(x, Q_0^2)$ der Partondichte ϕ unter Verwendung der DGLAP-Gleichungen bei der Skala Q^2 an experimentelle Daten für $x > x^{exp}$ angepaßt. Hierbei bezeichnet x^{exp} den minimalen Impulsanteil x, den das jeweilige Experiment noch zu messen vermag. Extrapolationen in den

Bereich $x < x^{exp}$ sind von der speziell gewählten Form des Ansatzes abhängig und damit willkürlich.

In dem Zeitraum von 1977 bis 1993 wurden sehr viele verschiedene Sätze von Partondichte-Parametrisierungen entwickelt, die zum Teil in den Programm-Bibliotheken PDFLIB [24] und PAKPDF [25] zur Verfügung stehen. Partonverteilungen konnten durch Fixed-Target Experimente wie NMC nur bis zu $x \simeq 10^{-1}$ gemessen werden. Erst in den Jahren 1992 und 1993, als bei *HERA* die ersten Ergebnisse der Strukturfunktion F_2 veröffentlicht wurden, konnte dieser Bereich auf $x \simeq 10^{-4}$ erweitert werden. Ein großer Teil der Parametrisierungen, wie der Satz MRS D_0 [26], in dem ein „flacher" Anstieg der Gluonverteilung $x_g g(x_g)$ angenomen wurde, waren damit veraltet.

In der Form des Ansatzes für die Parametrisierungen der Quarkdichten und der Gluondichte, sowie der Referenzskala Q_0^2 unterscheiden sich verschiedene Sätze (bzw. Modelle) von Partondichte-Parametrisierungen. In den QCD-Fits der MRS- [27] und CTEQ-Gruppe [28] wird der Parameter Q_0^2 in einem Bereich gewählt, in dem die pertubative QCD anwendbar ist, CTEQ: $Q_0^2 = 2.56\,\mathrm{GeV}^2$ und MRS: $Q_0^2 = 4\,\mathrm{GeV}^2$. Im Gegensatz hierzu wird in dem GRV-Modell [29] angenommen, daß die DGLAP-Gleichungen bis zu der kleinen Skala $Q_0^2 = 0.23\,\mathrm{GeV}^2$ gültig sind, und daß die Gluon- und die Seequark-Verteilungen bei diesem Q_0^2 eine den Valenzquark-Verteilungen ähnliche funktionale Gestalt besitzen. Abgesehen von Korrekturtermen ist das dominierende Verhalten der Gluondichte in den genannten Parametrisierungen durch den Ausdruck

$$x_g g(x_g, Q_0^2) = A_g x_g^{B_g} (1 - x_g)^{C_g} \tag{1.53}$$

gegeben. Ein direkter Vergleich der Parameter des GRV-Modells mit denen der MRS- und CTEQ-Parametrisierungen verbietet sich aufgrund der unterschiedlichen Referenzskala Q_0^2.

Der Term $(1 - x_g)^{C_g}$ dominiert das Verhalten der Gluondichte für große x_g. Die Kenntnis des Exponenten C_g beruht fast ausschließlich auf Ergebnissen der direkten Photon Erzeugung (siehe Abbildung 1.6) in Proton-Proton Streuexperimenten mit stationärem Target (z.B. WA70 [30]). Für die bei Experimenten mit stationärem Target typisch hohen

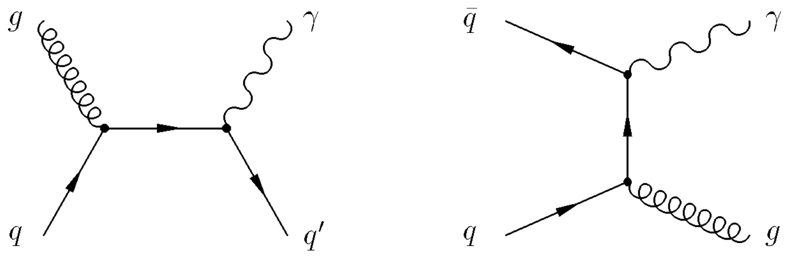

Abbildung 1.6: Generische Feynmangraphen für die Erzeugung direkter Photon. Antiquark-Verteilungen kommen im Proton ausschließlich als Seequark-Verteilungen vor, so daß der rechte Graph in der pp-Streuung im Gegensatz zur $p\bar{p}$-Streuung unterdrückt ist. Der dominierende Graph für die Erzeugung direkter Photonen in der pp-Streuung ist damit gluon-initiiert.

x-Werte ($x \gtrsim 0.3$) sind die Quarkdichte-Verteilungen im Proton durch Strukturfunktionsmessungen sehr genau bekannt, und es kann durch die hauptsächlich gluon-initiierte Erzeugung prompter Photonen in der pp-Streuung direkt auf die Gluondichte geschlossen werden. Aus der Impuls-Summenregel

$$\int_0^1 x \left\{ \sum_{q=u,d,\ldots} \left[q(x,Q^2) + \bar{q}(x,Q^2) \right] + g(x,Q^2) \right\} dx = 1. \tag{1.54}$$

kann die absolute Normierung der Gluondichte bestimmt werden.

Abbildung 1.7 zeigt die Gluon- und Quarkverteilungen der genannten Parametrisierungen für den in dieser Analyse relevanten x-Bereich ($2 \cdot 10^{-3} \lesssim x \lesssim 2 \cdot 10^{-1}$). Durch die in den Jahren 1993 und 1994 von den Experimenten H1 und ZEUS veröffentlichten Strukturfunktions-Messungen sind die Unsicherheiten in der Kenntnis der Quarkdichte-Verteilungen stark verkleinert worden, die Differenz zwischen den gezeigten Parametrisierungen ist kleiner als 20% für $x = 10^{-3}$, während die maximale Abweichung der Gluondichte-Parametrisierungen bei demselben x fast einen Faktor zwei beträgt. Dies zeigt, daß die Gluondichte in dem dieser Analyse zugrundeliegenden Bereich nicht wesentlich durch die Impuls-Summenregel (1.54) beschränkt wird.

Die Zusammensetzung des (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitts aus quark- und gluon-initiierten Prozessen ist als Funktion der kinematischen Variablen Q^2 in Abbildung 1.8 gezeigt. Diese Analyse beschränkt sich auf Q^2-Werte zwischen $12.5\,\mathrm{GeV}^2$ und $80\,\mathrm{GeV}^2$. Man erkennt, daß der (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitt in diesem Bereich durch den BGF-Prozeß dominiert wird. Erst für $Q^2 \simeq 300\,\mathrm{GeV}^2$ erreicht der quark-initiierte Anteil etwa 50%.

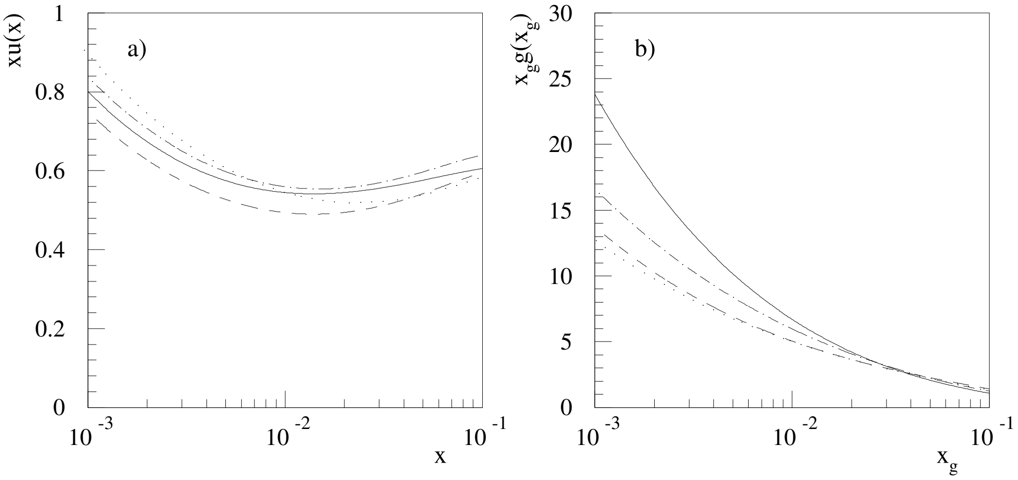

Abbildung 1.7: Vergleich der LO GRV'94 (——), NLO GRV'94 (– · – ·), LO CTEQ3L (– – –) und NLO MRS H (· · · · · ·) Partondichte-Parametrisierungen als Funktion von x für $\mu_f^2 = Q^2 = 30\,\mathrm{GeV}^2$. **a)** Für die u-Quarkdichte-Verteilung im Proton und **b)** die Gluonverteilung.

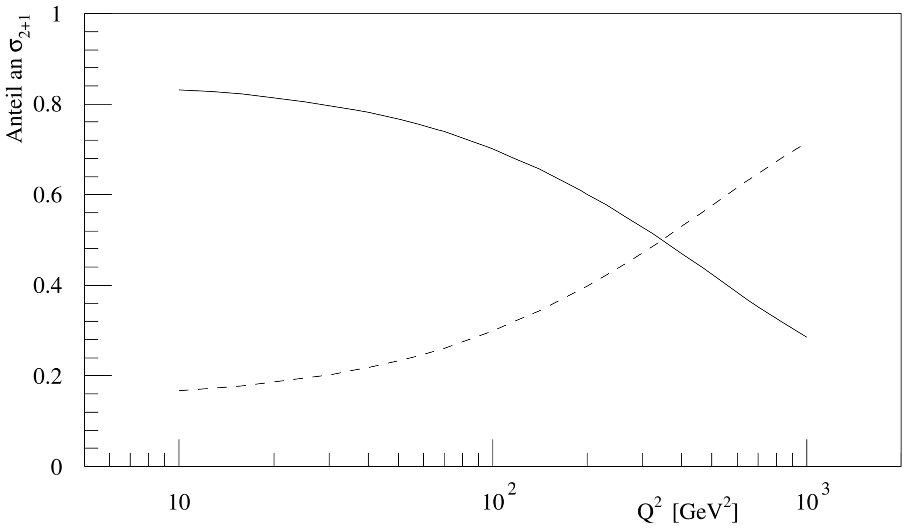

Abbildung 1.8: Anteil von quark- (– – –) und gluon-initiierten (——) Prozessen am (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitt σ_{2+1} als Funktion von Q^2 in dem kinematischen Bereich der vorliegenden Analyse für die LO GRV'94 Parametrisierung.

1.4 Monte Carlo Programme

1.4.1 Überblick

Monte Carlo Programme lassen sich aufgrund ihrer unterschiedlichen Ziele in *Wirkungsquerschnitt-Integratoren* (Projet [31] und Disjet [32]) und *Ereignis-Generatoren* (ARIADNE [33, 34], HERWIG [35, 36], LEPTO [37]) unterteilen.

Wirkungsquerschnitt-Integratoren ermöglichen die Berechnung von Jet-Wirkungsquerschnitten in fester Ordnung α_s auf der Partonebene für einen gegebenen Jet-Algorithmus in Abhängigkeit einer kleinen Anzahl freier Parameter, die im wesentlichen durch Λ und einem Satz von Partondichten gegeben sind. In typischen Anwendungen wird aus dem Vergleich zwischen gemessenen Jet-Wirkungsquerschnitten und den Vorhersagen dieser Programme in einem gegebenen kinematischen Bereich auf fundamentale Parameter der QCD (vergl. z.B. [38]) und Partondichten geschlossen.

In Ereignis-Generatoren werden Partonen, basierend auf den QCD-Matrixelementen oder (und) Approximationen der Störungsreihe der pertubativen QCD (Partonschauer- [39, 40], Farbdipol-Modell [41, 42]), typisch in einem sehr viel größeren kinematischen Bereich als dem der experimentellen Messung erzeugt. Nach dem QCD-Prozeß werden aus den generierten Partonen durch ein phänomenologisches Fragmentationsmodell (String- [43, 44], Cluster-Fragmentation [45]) Hadronen erzeugt. Mit Hilfe eines Simulationsprogramms werden die Wechselwirkungen der Teilchen mit dem Detektormaterial und die daraus resultierende Detektorantwort simuliert, so daß simulierte Ereignisse direkt mit denen der gemessenen Daten verglichen werden können. Zu jedem dieser Monte Carlo Modelle gibt es einen (im Vergleich zu den Wirkungsquerschnitt-Integratoren sehr viel größeren) Satz Parameter, der es erlaubt, Verteilungen simulierter Ereignisse an die der experimentellen Daten anzupassen.

Zur Vorhersage von Jet-Wirkungsquerschnitten und zur Entfaltung der Gluondichte wird in der vorliegenden Arbeit ein mit dem LEPTO-Generator generierter Datensatz benutzt; dieser Generator beschreibt im Vergleich zu den anderen genannten Modellen die Eigenschaften von Multijet-Ereignissen am besten. Im folgenden werden der LEPTO-Generator und die verwendeten Optionen kurz erläutert.

1.4.2 LEPTO

Behandlung des QCD-Subprozesses

In dem LEPTO-Generator wurden die $\mathcal{O}(\alpha_s)$-Matrixelemente für den QCD-Compton- und den BGF-Prozeß verwendet (siehe Gleichungen (1.20) und (1.21) und Abbildung 1.4). Für die Abstrahlung kollinearer oder niederenergetischer Partonen werden die Matrixelemente singulär. In LEPTO wird das Auftreten dieser Singularitäten durch die Bedingung vermieden, daß die Quadrate der invarianten Massenkombinationen m_{ij}^2 zwischen allen Paaren des hadronischen Endzustands einschließlich des Proton-Remnants einen bestimmten Wert m_{min}^2 nicht unterschreiten dürfen. Durch Integration der Matrixelemente über den durch $m_{ij}^2 > m_{min}^2$ definierten Zwei-Partonen-Phasenraum werden in einem gegebenem kinematischen Bereich Wahrscheinlichkeiten (P_{QCD-C} und P_{BGF}) berechnet, QCD-Compton- und BGF-Ereignisse zu generieren. Die verbleibende Wahrscheinlichkeit, ein QPM-Ereignis zu generieren, ist durch $1 - P_{BGF} - P_{QCD-C}$ gegeben.

QCD-Korrekturen höherer Ordnung in α_s werden in LEPTO approximativ durch das *Partonschauermodell* berücksichtigt, indem durch iterative Partonemissionen, basierend auf den durch die Splitting-Funktionen (1.24–1.27) gegebenen Wahrscheinlichkeiten, eine Partonkaskade generiert wird. Die maximale Virtualität für die Abstrahlung von Partonen in dem Partonschauer ist auf Werte $m_{ij}^2 < m_{min}^2$ beschränkt, da die erste Abstrahlung eines Partons durch die $\mathcal{O}(\alpha_s)$ Matrixelemente berücksichtigt wird. In $\mathcal{O}(\alpha_s)$-Prozessen ist damit die härteste Partonemission durch die Matrixelemente gegeben, und Partonschauer können nur noch weichere Abstahlungen erzeugen. Man unterscheidet den Bereich vor *(Anfangszustand)* und nach *(Endzustand)* der Photon-Parton-Wechselwirkung, wobei in dem Partonschauer des Anfangszustands, beginnend bei der harten Wechselwirkung, eine Rückwärtsentwicklung der Partonkaskade durchgeführt werden muß. Diese Unterscheidung bedeutet, daß Interferenzterme zwischen diesen Zuständen nicht berücksichtigt werden; aus diesem Grund ist das Partonschauermodell nicht eichinvariant.

Der kinematische Bereich dieser Analyse

Die vorliegende Analyse basiert auf dem Vergleich zwischen gemessenen und theoretisch vorhergesagten (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitten. Hieraus ergibt sich die Forderung, daß der generierte kinematische Bereich möglichst vollständig durch die QCD-Matrixelemente (exakte pertubative QCD zur Ordnung α_s) und nur geringfügig durch die Partonschauer-Approximation abgedeckt werden sollte. Abbildung 1.9 zeigt die Verteilung generierter $\mathcal{O}(\alpha_s)$-Ereignisse des LEPTO-Generators in der $\sqrt{\hat{s}}$-W-Ebene. Man erkennt, daß die invariante Masse $\sqrt{\hat{s}}$ des harten Subsystems und die Masse W des gesamten hadronischen Systems nicht korreliert sind.

In der Standard-Implementation des LEPTO-Generators wird der Parameter m^2_{min} auf Werte oberhalb $y_c W^2$ beschränkt, wobei der Parameter y_c einen (willkürlichen) Jet-Auflösungsparameter darstellt. Aus Abbildung 1.9 ist ersichtlich, daß hierdurch der kinematische Bereich in der $\sqrt{\hat{s}}$-W-Ebene in zwei Bereiche aufgeteilt wird, wobei in dem Bereich mit $\hat{s} < y_c \cdot W^2$ die Abstrahlung von Partonen nicht durch die QCD-Matrixelemente, sondern durch die Partonschauer-Approximation bestimmt wird. Aus $x_g = x_B + (1 - x_B)\hat{s}/W^2$ und $\hat{s} > y_c W^2$ folgt $x_g > y_c$, so daß der Wert für y_c niedrig gewählt werden muß, damit

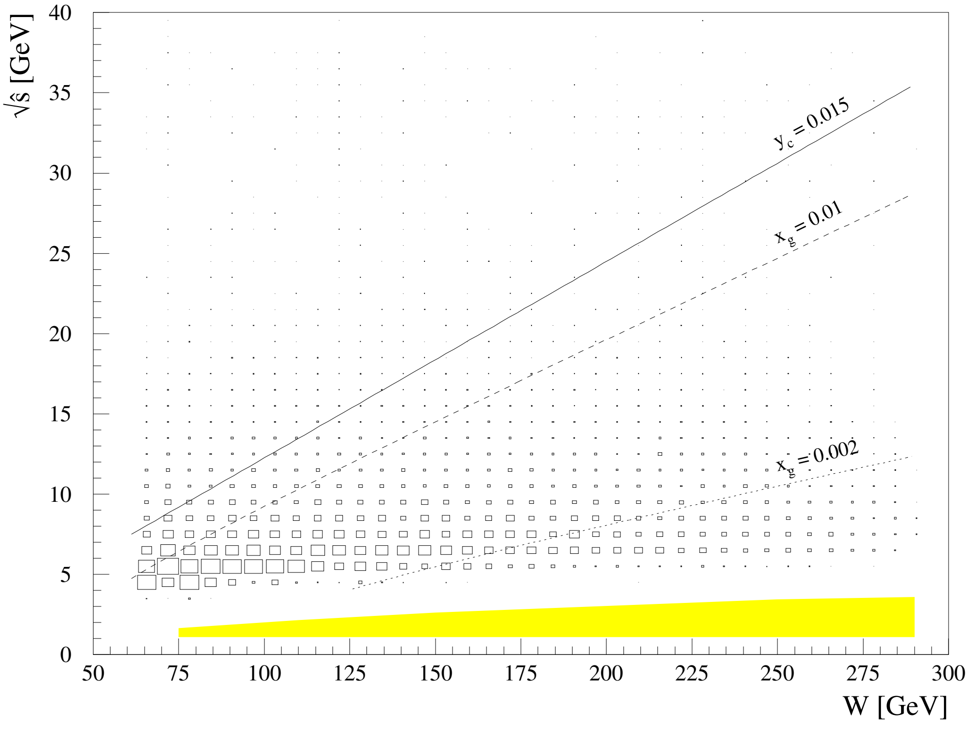

Abbildung 1.9: Verteilung generierter $\mathcal{O}(\alpha_s)$ Ereignisse des LEPTO Monte Carlo Datensatzes dieser Analyse in der $\sqrt{\hat{s}}$-W-Ebene. Die durchgezogene Gerade entpricht der Funktion $\hat{s} = y_c W^2$ mit $y_c = 0.015$. Eingezeichnet wurden Linien für konstantes x_g für das mittlere Q^2 der selektierten Ereignisse dieser Analyse von $<Q^2>= 30\,\mathrm{GeV}^2$ entprechend der Beziehung $x_g = (\hat{s} + Q^2)/(W^2 + Q^2)$. Der schraffierte Bereich repräsentiert den Bereich, in dem die pertubative QCD nicht mehr angewendet werden kann, und der (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitt größer als der totale Wirkungsquerschnitt σ_{tot} ist.

Ereignisse mit kleinem x_g durch die $\mathcal{O}(\alpha_s)$-Matrixelemente generiert werden (diese Option wurde in den Analysen [46, 47] verwendet). In bestimmten kinematischen Bereichen (kleine W^2) kann die Berechnung von Wirkungsquerschnitten in der pertubativen QCD $\mathcal{O}(\alpha_s)$ für kleine y_c ($y_c \simeq 10^{-3}$) zu unphysikalischen Ergebnissen führen ($\sigma_{2+1} > \sigma_{tot}$). Dies wird in LEPTO verhindert, indem der Jet-Auflösungsparameter y_c auf einen unkritischen Wert erhöht wird. Wegen $x_g > y_c$ ist hierdurch die untere Grenze für das generierte x_g nicht wohl definiert.

Um dieses Problem und die nicht notwendige Beschränkung des kinematischen Bereichs für $\mathcal{O}(\alpha_s)$-Ereignisse durch die Skala W^2 zu vermeiden, wurde der minimale Wert m_{min} für die invarianten Massenkombinationen m_{ij} als Funktion von W^2 derart parametrisiert, so daß m_{min} stets 2 GeV oberhalb des Wertes gesetzt wird, bei dem der (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitt den totalen Wirkungsquerschnitt überschreitet. Hierdurch wird sichergestellt, daß in LEPTO Ereignisse in einem Bereich generiert werden, in dem die pertubative QCD angewendet werden kann, und ein möglichst großer x_g-Bereich durch die QCD-Matrixelemente abgedeckt wird (siehe Abbildung 1.9). Generiert wurden auch QPM-Ereignisse mit QCD-Korrekturen höherer Ordnung (Partonschauer), die den Bereich kleiner $\sqrt{\hat{s}}$ ($\sqrt{\hat{s}} \lesssim 5\,\mathrm{GeV}$) abdecken (diese sind in Abbildung 1.9 nicht eingezeichnet), so daß auch Migrationen dieses Ereignistyps in dem (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitt berücksichtigt werden. In der Ereignisselektion wird verlangt, daß das rekonstruierte $\sqrt{\hat{s}}$ größer als 10 GeV ist (siehe Abschnitt 3.4.2).

Schwere Quarks

In der Quantenelektrodynamik (QED) ist die Kopplung der Quarks an das Photon proportional zum Quadrat der Quarkladungen. Man erhält damit folgende Verhältnisse für die Erzeugung verschiedener Flavour in dem BGF-Prozeß:

$$u : d : s : c : b = 4 : 1 : 1 : 4 : 1. \tag{1.55}$$

Der aus der QED erwartete Anteil schwerer Quarks am BGF-Wirkungsquerschnitt für fünf Flavours beträgt damit $4/11 = 36.4\%$ für *Charm* und $1/11 = 9.1\%$ für *Bottom*.

In den QCD-Matrixelementen der genannten Monte Carlo Generatoren werden die Massen der Quarks vernachlässigt. Es können jedoch nur diejenigen $q\bar{q}$-Paare erzeugt werden, deren Masse $2m_q$ kleiner als das gewürfelte $\sqrt{\hat{s}}$ des Ereignisses ist. In der vorliegenden Analyse ist die Masse $2m_b$ in derselben Größenordnung wie der Analyseschnitt $\sqrt{\hat{s}} > 10\,\mathrm{GeV}$ der steil abfallenden $\sqrt{\hat{s}}$-Verteilung, so daß ein großer Teil der zur Verfügung stehenden Energie zur Bildung eines $b\bar{b}$-Paares für die Erzeugung der Quarkmassen aufgebraucht wird. Durch die Massen der Quarks wird der Phasenraum für die Erzeugung eines $q\bar{q}$-Paares verkleinert, so daß man einen kleineren Anteil für $\sigma_{b\bar{b}}$ (und auch für $\sigma_{c\bar{c}}$) am gesamten BGF-Wirkungsquerschnitt als die genannten 9.1% (bzw. 36.4%) erwartet.

In LEPTO wird dieser Effekt durch eine Schwellenfunktion approximiert (siehe Abbildung 1.10), deren funktionale Form auf der Berechnung des Prozesses $\gamma^* \to q\bar{q}$ mit und

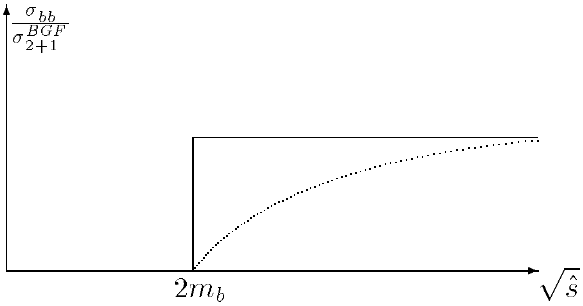

Abbildung 1.10: Schematische Darstellung der Schwellenfunktion des LEPTO-Generators (······) und des Projet Programms (———) für die Berücksichtigung der Masse des Bottom-Quarks.

ohne Berücksichtigung der Quarkmassen basiert. In Tabelle 1.1 ist der Anteil der BGF-Wirkungsquerschnitte $\sigma_{2+1}^{c\bar{c}}$ und $\sigma_{2+1}^{b\bar{b}}$ des LEPTO-Generators relativ zu den aus der QED erwarteten Wirkungsquerschnitten für die Erzeugung von Charm und Bottom in den fünf x_g-Bins dieser Analyse (siehe Tabelle 4.3) gezeigt. Mit zunehmendem x_g steigt das mittlere $\hat{s}$ in den x_g-Bins, und der Einfluß der Masse schwerer Quarks auf σ_{2+1}^{BGF} nimmt ab. Man erkennt, daß in den beiden untersten x_g-Bins der vorliegenden Analyse die $b\bar{b}$-Produktion weniger als 3% zum BGF-Wirkungsquerschnitt beiträgt.

Bin	1	2	3	4	5
$\sigma_{c\bar{c}}^{LEPTO}/\sigma_{c\bar{c}}^{QED}$ [%]	70.0	84.4	98.2	100	100
$\sigma_{b\bar{b}}^{LEPTO}/\sigma_{b\bar{b}}^{QED}$ [%]	17.4	26.3	36.7	53.7	73.4

Tabelle 1.1: Anteile der Wirkungsquerschnitte $\sigma_{c\bar{c}}$ und $\sigma_{b\bar{b}}$ des LEPTO-Generators relativ zu den aus der QED erwarteten Wirkungsquerschnitten in den fünf x_g-Bins dieser Analyse unter Verwendung des LEPTO-Generators.

Fragmentation

Erreicht die Virtualität eines abgestrahlten Partons in dem Partonschauer den Wert 1 GeV^2, wird in LEPTO die Partonschauerentwicklung abgebrochen und die Fragmentation der generierten Partonen in Hadronen durch das *String-Fragmentationsmodell* [43, 44] durchgeführt. In diesem Modell wird das Feld zwischen Farbladungsträgern, den Partonen, als Farbflußröhre (String) ohne transversalen Freiheitsgrad aufgefaßt, deren Energie proportional zur Länge des Strings ist. Der Zerfall eines $q\bar{q}$-Paares im String-Modell kann folgendermaßen dargestellt werden: Während Quark und Antiquark in entgegengesetzte Richtung auseinanderlaufen, nimmt die Energie der Farbflußröhre mit größer werdendem Abstand bis zu einem kritischen Wert zu, an dem genügend Energie zur Verfügung steht, ein weiteres $q\bar{q}$-Paar zu bilden, und der String wird in zwei Farbsingulett-Systeme aufgespalten. Gluonen werden in diesem Modell als Anregung für den Zerfall in weitere $q\bar{q}$-Paare aufgefaßt und als ein, die Energie und den Impuls des Gluons symbolisierender Knick in einem String dargestellt. Ist die Energie des Gluons hinreichend groß, bricht der String an der Knickstelle auf, und die entstehenden Stringbruchstücke, die sich relativ zum ursprünglichen $q\bar{q}g$-System bewegen, fragmentieren unabhängig in ihren eigenen Schwerpunktsystemen. Dies führt zu einer asymmetrischen Teichendichte zwischen $q\bar{q}$- und qg-Jets *(String-Effekt)*. An jeder Verzweigung des Fragmentationsprozesses ist die

Energie- und Impulserhaltung erfüllt, so daß die Fragmentation im String-Modell Lorentz-invariant ist.

1.4.3 Andere Monte Carlo Modelle

Die Monte Carlo Modelle ARIADNE 4.03 und HERWIG 5.7 werden in Abschnitt 3.4.3 für Vergleiche mit gemessenen Verteilungen und Studien auf der Hadronebene verwendet.

Der Ereignis-Generator ARIADNE basiert auf dem Farbdipolmodell [41, 42]. In diesem Modell wird eine Gluonemission als Abstrahlung von einem Farbdipol zwischen zwei Farbladungsträgern (Partonen, Proton-Remnant) beschrieben. Dieser Ansatz unterscheidet sich von dem in LEPTO implementierten Partonschauermodell individueller Partonemissionen. Im Farbdipolmodell läßt sich der BGF-Prozeß nur unzureichend formulieren, so daß in der verwendeten ARIADNE-Version der Generator LEPTO benutzt wird, um diesen Prozeß zu generieren. In ARIADNE gibt es keine Möglichkeit, in quark-initiierten Ereignissen den zugrundeliegenden QCD-Prozeß (QPM oder QCD-Compton) zu identifizieren. Für die Hadronisierung wird wie bei LEPTO das String-Fragmentationsmodell verwendet.

Im Gegensatz zu LEPTO und ARIADNE werden in HERWIG die in den BGF- und QCD-Compton-Prozessen bei kollinearer oder niederenergetischer Partonabstrahlung auftretenden Divergenzen durch einen Schnitt auf die Transversalimpulse der auslaufenden Partonen vermieden. Für die Hadronisierung wird in HERWIG das Cluster-Fragmentationsmodell [45] verwendet. In der verwendeten Version konnten entweder QPM-Ereignisse oder $\mathcal{O}(\alpha_s)$ Matrixelement-Ereignisse jeweils in Verbindung mit Partonschauern generiert werden.

Kapitel 2

Die Hadron Elektron Ring Anlage *HERA*

2.1 *HERA* und das H1-Experiment

Die Hadron Elektron Ring Anlage *HERA* ist der weltweit erste Speicherring, in dem Elektronen und Protonen zur Kollision gebracht werden. Nach einer Bauzeit von ca. 6 Jahren wurde *HERA* im Jahr 1990 fertiggestellt. Im Herbst 1991 konnten die ersten *ep*-Kollisionen beobachtet werden, und im Frühling 1992 begannen die *HERA*-Experimente H1 und ZEUS mit ihrem Experimentierprogramm. Einige *HERA*-Parameter werden in der Tabelle 2.1 für die Datennahmeperiode der vorliegenden Analyse mit den Designparametern verglichen.

In dem Speicherring *HERA* werden in zwei getrennten Strahlführungssystemen auf einem Umfang von ca. 6.3 km Elektronen auf eine Endenergie von 30 GeV (26.7 GeV) und Protonen auf eine Endenergie von 820 GeV beschleunigt. Der Teilchenstrom besteht aus Teilchenpaketen, die alle 96ns an vier Orten zur Kollision gebracht werden können. An

	Design		1993		Einheit
	p-Ring	e-Ring	p-Ring	e-Ring	
Strahlenergie	820	30	820	26.7	GeV
Injektionsenegie	40	14	40	12	GeV
Typische Füllzeit	20	15	60	30	min
Teilchenpakete	210	210	90	90	
Teilchenstrom	160	60	20	25	mA
Maximale Luminosität	$1.5 \cdot 10^{31}$		$1.3 \cdot 10^{30}$		$\mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$
Integrierte Luminosität	10^5		600		nb^{-1}
Schwerpunktsenergie	314		296		GeV

Tabelle 2.1: Einige Parameter von *HERA*.

zwei dieser Wechselwirkungspunkte wurden Detektoren gebaut, die zu den Experimenten H1 in der Nordhalle und ZEUS in der Südhalle gehören. Abbildung 2.1 skizziert den Speicherring *HERA* mit seinen Vorbeschleunigern.

Die Verfahren zur Beschleunigung der Elektronen und Protonen auf ihre Endenergie ist kompliziert und benötigt mehrere Vorbeschleuniger. Elektronen werden von dem Linearbeschleuniger LINAC II mit einer Energie von 450 MeV in DESY II eingespeist und dort auf 7 GeV beschleunigt. Mit dieser Energie werden sie in den Ring PETRA II injiziert, dort auf 12 GeV weiterbeschleunigt und dann in den Speicherring *HERA* eingespeist, wo sie auf die Endenergie von 30 GeV (26.7 GeV) beschleunigt werden.

Die Erzeugung und Beschleunigung von Protonen wird folgendermaßen durchgeführt. Negativ geladene Wasserstoffionen werden in dem Linearbeschleuniger LINAC III auf 50 MeV beschleunigt und in DESY III injiziert, wobei die Elektronhülle abgestreift wird. Die Protonen werden auf eine Energie von 7 GeV weiterbeschleunigt und in PETRA II eingespeist. Nach einer Beschleunigung der Protonen auf 40 GeV werden sie in *HERA* eingespeist und auf die Endenergie von 820 GeV gebracht. Die Beschleunigung der Elektronen und Protonen in den Speicherringen erfolgt mittels Hochfrequenz-Beschleunigungsstrecken, so daß die Teilchen nicht als ein kontinuierlicher Strom, sondern in der Form von Teichenpaketen *(bunches)* umlaufen. Um die Protonen auf einer nahzu kreisförmigen Umlaufbahn zu halten, werden supraleitende Dipolmagnete mit einer Feldstärke von 4.7 T benutzt, die mit flüssigem Helium auf eine Temperatur von $4.5^\circ\ K$ gekühlt werden. Die fokussierenden Quadrupolmagnete sind ebenfalls supraleitend.

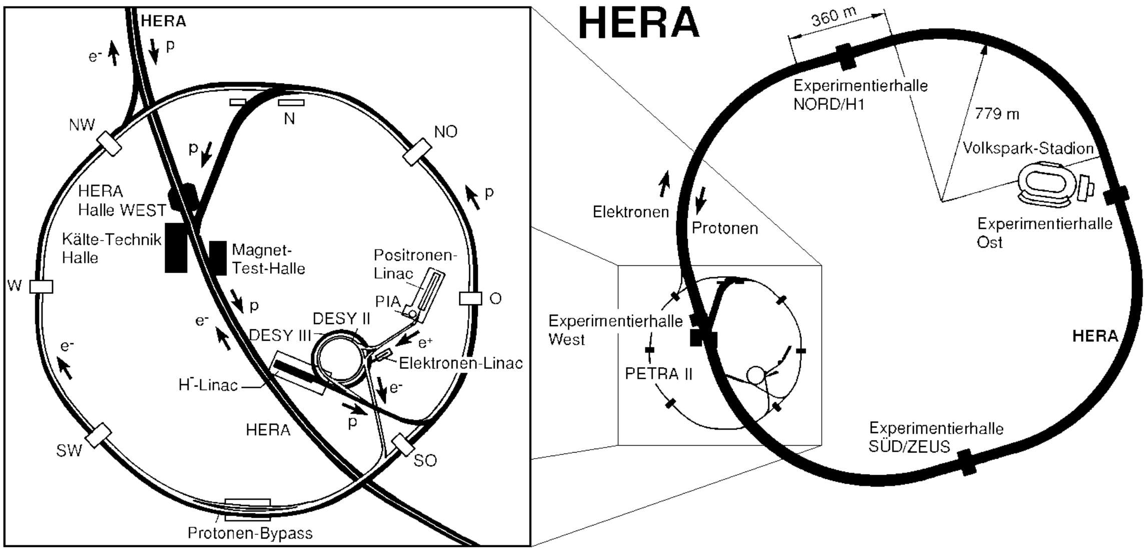

Abbildung 2.1: Der Speicherring *HERA* und die Vorbeschleuniger am Deutschen Elektronen-Synchrotron (DESY) in Hamburg.

2.2 Der H1-Detektor

2.2.1 Übersicht

Abbildung 2.2 zeigt eine schematische Darstellung des H1-Detektors. Die sich stark unterscheidenden Strahlenergien der Elektronen und Protonen in *HERA* bewirken, daß *ep*-Wechselwirkungsprodukte bevorzugt in Richtung des Protonstahls erzeugt werden. Dieser Aspekt wird durch eine feinere Auflösung und Granularität und einer Häufung der Komponenten des H1-Detektors im Vorwärtsbereich berücksichtigt.

Im Inneren des Detektors befinden sich die zentralen $\boxed{2}$ und vorderen $\boxed{3}$ Spurenkammern, die das Strahlrohr $\boxed{1}$ umschließen. Die Spurenkammern werden von dem Kryostaten $\boxed{15}$ des Flüssig-Argon-Kalorimeters umgeben. Dieses Kalorimeter ist in einen elektromagnetischen $\boxed{4}$ und hadronischen Teil $\boxed{5}$ unerteilt. Die Spurenkammern und das Flüssig-Argon-Kalorimeter werden von einer supraleitenden Spule ummantelt, die ein parallel zu Strahlachse ausgerichtetets Magnetfeld mit einer Stärke von $\sim 1.15\,\mathrm{T}$ (im Bereich der Spurenkammern) erzeugt. Das mit Streamerrohrkammern instrumentierte Eisenjoch $\boxed{10}$ dient der Rückführung des von der Spule erzeugten magnetischen Flusses und kann in Verbindung mit den Myonkammern $\boxed{9}$ zur Identifikation und Spurmessung von Myonen verwendet werden. Außerdem dient das Eisenjoch zur Energiemessung von hadronischen Schauerausläufern hinter dem Flüssig-Argon-Kalorimeter. Der Detektor wird im Rückwärtsbereich durch durch ein elektromagnetisches Blei-Szintillator-Kalorimeter (BEMC) $\boxed{12}$ und im Vorwärtsbereich durch ein Silizium-Kupfer-Kalorimeter $\boxed{13}$ abgeschlossen. Hinter dem BEMC befindet sich ein aus zwei Szintillatorebenen bestehendes Flugzeitzählersystem (ToF). Eine ausführliche Beschreibung der Komponenten des H1-Detektors ist in [48] zu finden.

2.2.2 Das Flüssig-Argon-Kalorimeter

Abbildung 2.3 zeigt einen Schnitt entlang der Strahlachse durch die acht Räder des Flüssig-Argon-Kalorimeters. Während IF und der äußere Ring von OF eine Halbschalenform besitzen, bestehen die anderen Räder aus jeweils acht Oktanden. Das Flüssig-Argon-Kalorimeter ist ein nicht kompensierendes Sampling-Kalorimeter mit abwechselnden Schichten aus flüssigem Argon und Absorbermaterial und deckt den Polarwinkelbereich $4° < \theta < 153°$ ab. Bis auf den elektromagnetischen Kalorimeterring BBE und den hadronischen Kalorimeterring OF sind alle anderen Räder in einen hadronischen und einen elektromagnetischen Teil untergliedert (die elektromagnetischen Module erkennt man an der feineren Segmentierung in Abbildung 2.3). Diese Module bestehen wiederum aus Auslesezellen, deren Oberfläche in Segmente *(Pads)* aufgeteilt wurde. An diese Pads wird eine Hochspannung von $1500\,\mathrm{V}$ angelegt, die ein elektrisches Feld von ca. $625\,\mathrm{V/mm}$ in dem mit flüssigem Argon gefüllten Spalt erzeugt. Die Auslesezellen der elektromagnetischen Module bestehen aus $2.4\,\mathrm{mm}$ dicken Bleiplatten als Absorbermaterial und $2.35\,\mathrm{mm}$ sensitiven Schichten flüssigem Argon. Die Größe der Pads variiert von $3 \times 3\,\mathrm{cm}^2$ im vorderen

Abbildung 2.2: Schematische Darstellung des H1-Detektors.

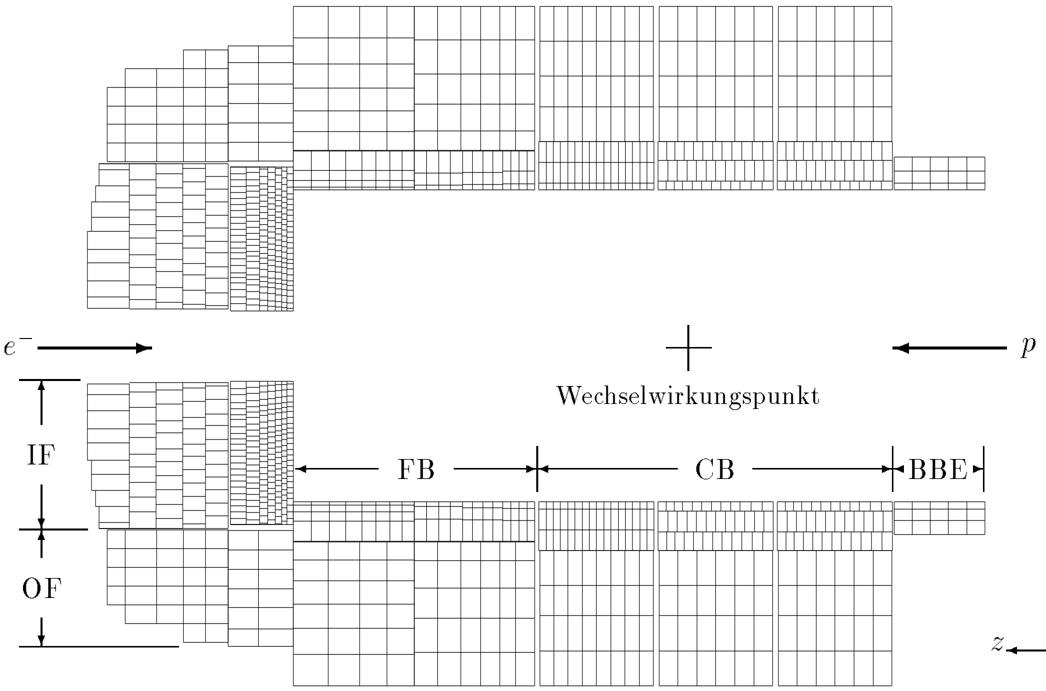

Abbildung 2.3: Schematischer Blick auf die Rad- und Zell-Struktur des H1 Flüssig-Argon-Kalorimeters mit den inneren (IF) und äußeren (OF) Rädern des Vorwärtsbereichs, den vorderen (FB) und zentralen (CB) Rädern des Barrel-Bereichs und dem rückwärtigen elektromagnetischem Rad (BBE).

bis zu $5 \times 5\,\mathrm{cm}^2$ im hinteren Teil der elektromagnetischen Kalorimetermodule, d.h. die laterale Ausdehnung der Pads entspricht in etwa zwei Molière Radien. Die Auslesezellen der hadronischen Module bestehen aus 16 mm dicken Edelstahlplatten als Absorbermaterial und zwei 2.4 mm dicken sensitiven Schichten flüssigem Argon. Die Größe der Pads variiert von $8 \times 8\,\mathrm{cm}^2$ im vorderen bis zu $13 \times 13\,\mathrm{cm}^2$ im hinteren Teil der hadronischen Kalorimetermodule. In den elektromagnetischen und hadronischen Modulen werden mehrere Zellen elektronisch zusammengefaßt, so daß das gesamte Flüssig-Argon-Kalorimeter eine Anzahl von ca. 45000 elektronischen Auslesekanälen besitzt. Für Polarwinkel θ kleiner als 120° weisen das elektromagnetische und das hadronische Kalorimeter zusammen eine hadronische Wechselwirkungslänge zwischen $4.5\,\lambda$ und $8\,\lambda$ auf, der elektromagnetische Teil besitzt eine Dicke zwischen 20 und 30 Strahlungslängen $X_\circ$.

Die Energieauflösung des Flüssig-Argon-Kalorimeters wurde für Pionen zu $\sigma(E)/E \simeq 0.5/\sqrt{E[\,\mathrm{GeV}]} \oplus 0.02$ bestimmt [49]. Die Genauigkeit der Energie-Kalibration für hadronische Schauer wurde aus der Balance des Transversalimpulses in das BEMC gestreuter Elektronen und dem Transversalimpuls des im Flüssig-Argon-Kalorimeter gemessenen hadronischen Endzustands bestimmt. Für die Datennahme des Jahres 1993 ergab sich diese Genauigkeit zu 5%.

Für elektromagnetische Schauer besitzt das Flüssig-Argon-Kalorimeter eine Energieauflösung von $\sigma(E)/E \simeq 0.11/\sqrt{E[\,\mathrm{GeV}]} \oplus 0.01$ [50]. Die Genauigkeit der Energie-Kalibration für elektromagnetische Schauer konnte durch folgendes Verfahren bestimmt werden [51]: Aus der kosmischen Strahlung stammende Myonen können beim Durchqueren des Detektors sogenannte δ-Elektronen aus den Hüllen der Atome herausschlagen, die unter günstigen Umständen die zentrale Spurenkammer durchqueren und in dem elektromagnetischen Teil des Flüssig-Argon-Kalorimeters aufschauern. Die Energie dieser Elektronen beträgt nur wenige GeV und kann in der Spurenkammer mit einem gegenüber der Energieauflösung des Kalorimeters vernachlässigbaren kleinen Fehler bestimmt werden. Aus dem Vergleich der in der Spurenkammer gemessenen Energien der δ-Elektronen mit den im elektromagnetischen Kalorimeter gemessenen, kann die Genauigkeit der Energie-Kalibration des Flüssig-Argon-Kalorimeters für elektromagnetische Schauer bestimmt werden. Für die Datennahme des Jahres 1993 ergab sich diese Genauigkeit zu 3%. Die Überprüfung der Kalibration bei höheren Elektronenergien erfolgte mit QED-Compton-Ereignissen und mit Hilfe der sogenannten Doppelwinkel-Methode (vergl. Abschnitt 3.2.3).

Das Flüssig-Argon-Kalorimeter wird in der vorliegenden Analyse verwendet, um den hadronischen Endzustand in Ereignissen der tief-inelastischen Streuung zu rekonstruieren.

2.2.3 Das rückwärtige elektromagnetische Kalorimeter

Abbildung 2.4 zeigt einen radialen Schnitt durch das rückwärtige elektromagnetische Kalorimeter (BEMC). Das BEMC ist ein Blei-Szintillator Sandwich-Kalorimeter und besteht aus 88 Modulen, von denen 56 einen quadratischen Querschnitt der Größe $15.9 \times 15.9\,\mathrm{cm}^2$ besitzen. Zur besseren Anpassung der anderen Module an die geometrischen Verhältnisse des Strahlrohrs und der äußeren Begrenzung weisen diese dreieckige oder trapezförmige Querschnitte auf. Das BEMC liegt 144 cm in Richtung des Elektronstrahls von dem nominalen Wechselwirkungspunkt entfernt und besitzt eine Strahlungslänge von $21.6\,X_0$ und eine hadronische Wechselwirkungslänge von $1\,\lambda$. Dieses Kalorimeter ist daher für die Messung des hadronischen Energieflusses nicht geeignet. Vom Wechselwirkungspunkt aus gesehen überdeckt das BEMC einen Winkelbereich von $151.4^\circ < \theta < 176.5^\circ$. Durch die Auslese jedes einzelnen BEMC-Moduls über mehrere Wellenlängenschieber wird eine Ortsauflösung in der Größenordnung von $\sim 1\,cm$ erreicht. Die Energieauflösung dieses Kalorimeters ist durch $\sigma(E)/E \simeq 0.1/\sqrt{E[\,\mathrm{GeV}]} \oplus 0.42/E[\,\mathrm{GeV}] \oplus 0.03$ gegeben. Die Energie-Kalibrationskonstanten des BEMC wurden für die Datennahme 1993 durch anpassen des Energiespektrums in das BEMC gestreuter Elektronen an den erwarteten „kinematischen Peak“ bei der Strahlenergie von $E_e = 26.7\,\mathrm{GeV}$ bestimmt. Für die Datennahme des Jahres 1993 ergab sich daraus eine Unsicherheit von 1.7% [52]. Das BEMC wird in der vorliegenden Analyse zur Identifikation und Energie-Bestimmung gestreuter Elektronen tief-inelastischer Prozesse bei kleinem Q^2 ($Q^2 < 80\,\mathrm{GeV}^2$) verwendet.

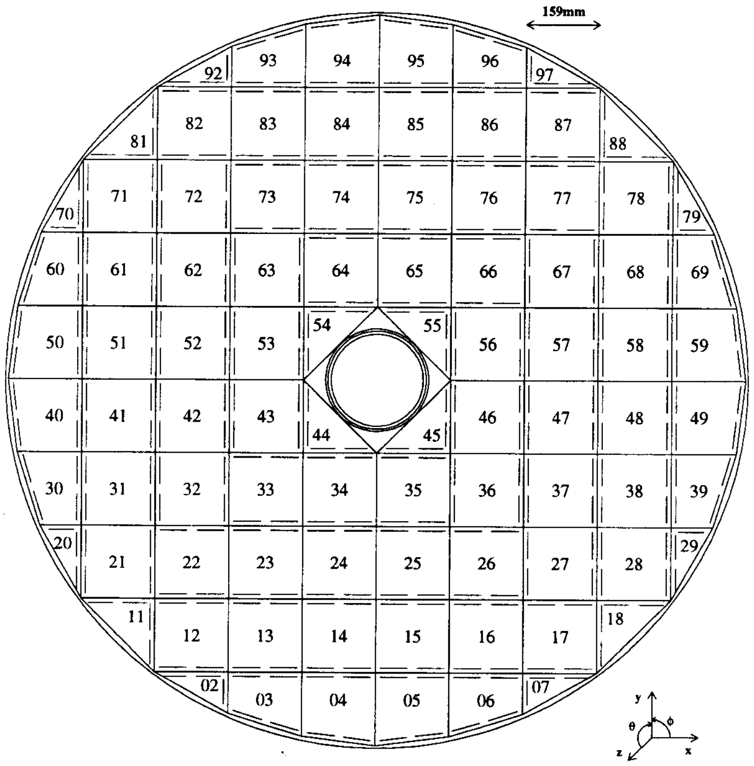

Abbildung 2.4: Radialer Schnitt durch das BEMC-Kalorimeter.

2.2.4 Die Spurenkammern

Abbildung 2.5 zeigt einen Schnitt entlang der Strahlachse durch die inneren Spurenkammern des H1-Detektors. Durch das vordere Spurenkammersystem wird der Polarwinkelbereich $7° < \theta < 25°$ abgedeckt. Es besteht aus sechs identisch aufgebauten Modulen, die jeweils aus einer radialen Driftkammer und drei gegeneinander verdrehten planaren Driftkammern bestehen. Zwischen den radialen und planaren Driftkammern befinden sich Übergangsstrahlungsmodule zur Teilchenidentifikation und Vieldraht-Proportionalkammern, deren Signale in der ersten Triggerstufe verwendet werden.

Das zentrale Spurenkammersystem deckt den Polarwinkelbereich $25° < \theta < 155°$ ab. Mit den Jet-Kammern CJC1 und CJC2 können Teilchenpimpulse mit einer Auflösung von $\sigma_p/p^2 \simeq 0.009\,\mathrm{GeV}^{-1}$ bestimmt werden. Die Ortsauflösung beträgt $\sigma_{r\phi} = 170\,\mu\mathrm{m}$ in der xy-Ebene und $\sigma_z = 22\,\mathrm{mm}$ entlang der Strahlachse. Die Jetkammern werden durch die Driftkammern CIZ und COZ ergänzt, die eine sehr gute Ortsauflösung von $\sigma_z \simeq 300\,\mu\mathrm{m}$ entlang der z-Achse ermöglichen. Die innere CIP und äußere COP Vieldraht-Proportionalkammer werden hauptsächlich für Spurtrigger verwendet. Die rückwärtige Vieldraht-Proportionalkammer BPC ist unmittelbar vor dem rückwärtigen Kalorimeter montiert und ermöglicht die Bestimmung des Auftreffpunktes geladener Teilchen in das BEMC. In der vorliegenden Analyse wird das zentrale Spurenkammersystem zur Unter-

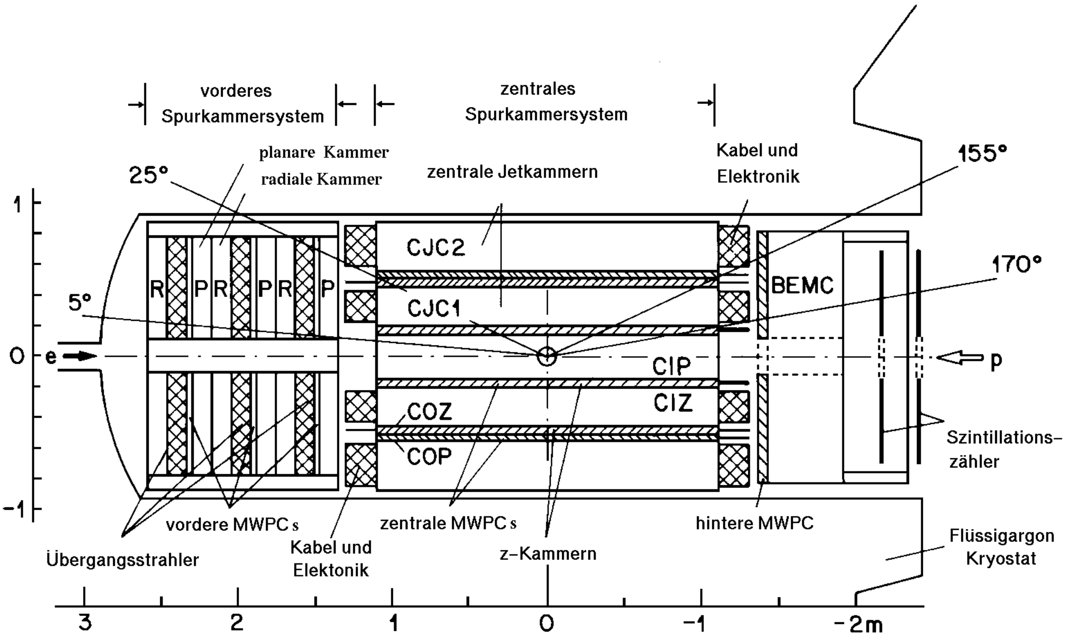

Abbildung 2.5: Seitenansicht der inneren Spurenkammern.

grundunterdrückung (es muß mindestens eine Spur auf den rekonstruierten Ereignisvertex zeigen) und zur Bestimmung der z-Position des Ereignisvertex verwendet. Aus dem Auftreffpunkt in der BPC wird der Polar- und Azimutalwinkel des gestreuten Elektrons rekonstruiert.

2.2.5 Das ToF-System und die Vetowand

Hinter dem BEMC, ca. 2 m vom Wechselwirkungspunkt entfernt, befindet sich ein aus zwei Szintillatorwänden bestehendes Hodoskop (ToF, *Time of Flight*). Aufgrund der hohen Zeitauflösung von 2 ns für die einzelnen Elemente des Hodoskops, bzw. 4 ns für das gesamte Hodoskop, können Proton induzierte Untergrundereignisse, die einen Vertex hinter dem ToF-System besitzen, von ep-Ereignissen anhand des Laufzeitunterschieds von ca. 13 ns schon auf der Trigger-Ebene verworfen werden. Die Vetowand besteht aus zwei Szintillatorebenen, die sich in einer Entfernung von $\sim$ 6.5 m und $\sim$ 8.1 m hinter den Wechselwirkungspunkt befinden und durch eine Betonwand getrennt sind. Das ToF-System und die Vetowand werden in der vorliegenden Analyse zur Untergrund-Unterdrückung verwendet.

2.2.6 Das Luminositätssystem

Zur Messung der Luminosität werden zwei total absorbierende Čerenkov-Kalorimeter benutzt (21.5 Strahlungslängen X_0), der Elektron-Tagger und der Photon-Tagger, die in einer Entfernung von 33 m bzw. 103 m in Richtung des Elektronenstrahls vom Wechselwirkungspunkt entfernt im *HERA*-Tunnel stehen. Sie dienen dem Nachweis des Bethe-Heitler-Prozesses $ep \to ep\gamma$, der einen großen und im Rahmen der QED berechenbaren Wirkungsquerschnitt aufweist. Die Energieauflösung dieser Kalorimeter für elektromagnetische Schauer beträgt $\sigma(E)/E \simeq 0.1/\sqrt{E[\mathrm{GeV}]}$. Die Unsicherheit in der Luminositätsbestimmung beträgt für die Datennahme des Jahres 1993 ca. 4.5%.

2.2.7 Weitere Komponenten

Die zwei folgenden Komponenten decken den extremen Vorwärtsbereich des H1-Detektors ab. In der vorliegenden Analyse werden diese Komponenten zur Selektion diffraktiver Ereignisse verwendet (siehe Abschnitt 3.6).

Das vordere Kalorimeter

Das vordere Kalorimeter *(PLUG)* ist ein Sampling-Kalorimeter mit abwechselnden Schichten 8 cm dicker Kupferplatten und Siliziumdetektoren. Das PLUG-Kalorimeter besitzt eine hadronische Wechselwirkungslänge von ca. $4.3\,\lambda$ und eine Strahlungslänge von ca. $44.5\,X_\circ$. Durch das PLUG-Kalorimeter wird der Polarwinkelbereich $0.7^\circ < \theta < 4^\circ$ abgedeckt. Die Energieauflösung dieses Kalorimeters ist $\sigma(E)/E \simeq 1.5/\sqrt{E[\mathrm{GeV}]}$, wobei diese Auflösung das bis zu 4λ dicke Material vor dem PLUG nicht berücksichtigt.

Das vordere Myonsystem

Das vordere Myonsystem besteht aus jeweils drei Driftkammer-Ebenen, die auf jeder Seite des Toroid-Magneten, der ein Magnetfeld der Stärke $\sim 1.6\,\mathrm{T}$ erzeugt, angeordnet wurden. Vier der sechs Ebenen werden benutzt, um den Polarwinkel und den Impuls der das Myonsystem durchquerenden Myonen zu bestimmen, während die beiden anderen Ebenen zur Rekonstruktion des dazugehörenden Azimutalwinkels ϕ verwendet werden. Durch dieses System wird der Polarwinkelbereich $3^\circ < \theta < 17^\circ$ abgedeckt.

Kapitel 3

Datenselektion und Rekonstruktion

3.1 Datennahme

Der Abstand zwischen zwei Strahlkreuzungen bei *HERA* beträgt 96 ns, entsprechend einer Frequenz von 10.4 MHz. Die Ereignisrate wird hierbei durch Untergrundereignisse mit einer Frequenz von 50 bis 100 kHz dominiert, wobei die wichtigsten Untergrundprozesse durch Wechselwirkungen der Protonen mit dem Restgas im Strahlrohr und der Strahlrohrwand gegeben sind. Der dominierende ep-Kollisionsprozeß ist die Photoproduktion mit einer Wechselwirkungsrate von einigen hundert Hertz, während die Wechselwirkungsrate von Ereignissen der tief-inelastischen ep-Streuung nur einige Hertz beträgt. Die maximale Rate, mit der Ereignisse auf Datenträgern gespeichert werden können, betrug 5 Hz.

Die Aufgabe, interessante ep-Ereignisse von Untergrundereignissen zu trennen, wird durch ein Triggersystem gelöst, das aus den Signalen der einzelnen Subdetektoren in möglichst kurzer Zeit entscheiden muß, welche Ereignisse aufgezeichnet werden sollen. Das H1-Triggersystem wurde in vier Stufen (L1 bis L4) konzipiert, wobei die Komplexität und damit auch der Zeitaufwand einer Triggerentscheidung mit der Stufe zunimmt. In der Datennahmeperiode 1993 fehlten die Triggerstufen L2 und L3; diese Stufen werden erst bei einer deutlich höheren Luminosität als der im Jahr 1993 erreichten wichtig.

In der ersten Triggerstufe (L1) liegt nach einer Zeitspanne von ca. $2.4\,\mu s$, entsprechend einer Verzögerung von 25 Strahlkreuzungen, die Entscheidung vor, ob ein Ereignis akzeptiert oder verworfen wird. Für jeden Subdetektor existiert eine zentral synchronisierte *Pipeline*, in der die Detektorinformation bis zur Triggerentscheidung zwischengespeichert wird; hierdurch entsteht in der ersten Triggerstufe keine Totzeit. Akzeptiert der L1-Trigger ein Ereignis, wird die Pipeline gestoppt und die Detektorinformation ausgelesen. Während dieser Zeitspanne *(Totzeit)* können keine weiteren Ereignisse aufgezeichnet werden.

Während die ersten drei Triggerstufen nur auf einen Teil der Detektorinformation eines Ereignisses zugreifen können und synchron arbeiten, steht für die vierte Triggerstufe (L4) bereits die volle Information aller Subdetektoren zur Verfügung. Durch ein Prozessorsystem *(Filterfarm)*, auf dem eine vereinfachte Version des H1-Rekonstruktionsprogramms und schnelle Filteralgorithmen laufen, wird eine weitere Unterdrückung von Untergrundereignissen erzielt. Außerdem werden Kalibrationsdaten für einige Detektorkomponenten bereitgestellt. Die von der Triggerstufe L4 akzeptierten Ereignisse werden auf einem Datenträger abgespeichert und mit dem H1 Rekonstruktionsprogramm weiterverarbeitet (siehe Abschnitt 3.2).

ToF-Trigger

Mit den Signalen des aus zwei Szintillatorwänden bestehenden ToF-Systems (siehe Abschnitt 2.2.5) können innerhalb einer Zeitauflösung von 4 ns Teilchen, die aus dem Wechselwirkungsbereich stammen und Teilchen, die vor dem H1-Detektor entstehen, voneinander unterschieden werden. Dazu werden die Signale der beiden ToF-Ebenen in Zeitfenster für Untergrundereignisse und ep-Ereignisse eingeteilt. Dieses Triggerelement wird hauptsächlich zur Unterdrückung von Untergrundereignissen, deren Ereignisvertex außerhalb der Wechselwirkungszone liegt, verwendet.

BSET-Trigger

Die vorliegende Analyse beschränkt sich ausschließlich auf Ereigniskandidaten der tiefinelastischen Streuung mit kleinen Q^2 ($Q^2 < 80\,\mathrm{GeV}^2$), in denen das gestreute Elektron im BEMC nachgewiesen werden kann. Diese Elektronen werden mit dem BEMC-Single-Electron-Trigger (BSET) identifiziert. In diesem Trigger werden die Energien einzelner BEMC-Module addiert, die zu Trigger-Clustern zusammengefaßt sind. Der Schwellenwert des BSET-CL2-Triggers für die Cluster-Energie wurde in der 1993 Datennahme auf 4 GeV gesetzt. Die L1-Triggersignale des BSET werden an die zentrale Triggerlogik weitergeleitet und mit den Triggersignalen anderer Detektorkomponenten verknüpft. In der Trigger-Selektion der vorliegenden Analyse wurde verlangt, daß der BSET-CL2-Trigger angesprochen hatte und zusätzlich kein Triggersignal des ToF-Systems innerhalb des Untergrundfensters des ToF-Triggerelements aufgetreten ist. Für Elektron-Energien zwischen 5 GeV und dem in der DIS-Selektion dieser Analyse verlangten Wert von 10 GeV steigt die Effizienz des BEMC-Single-Electron-Triggers von 90% auf 99% [53].

3.2 Signalrekonstruktion

Im folgenden wird eine kurze Beschreibung des Rekonstruktionsverfahrens der Signale für die in dieser Analyse wichtigsten Detektorkomponenten gegeben. Das Flüssig-Argon-Kalorimeter wird verwendet, um in den selektierten Ereignissen den hadronischen Endzustand zu rekonstruieren, während mit dem BEMC-Kalorimeter die Kinematik des gestreuten Elektrons bestimmt wird.

3.2.1 Rekonstruktion der Signale im Flüssig-Argon-Kalorimeter

Während der Datennahme wird in regelmäßigen Abständen eine elektronische Kalibration und Pedestalkorrektur der ca. 45000 Kanäle des Flüssig-Argon-Kalorimeters durchgeführt. Diese Kalibrationskonstanten stellen das Verhältnis zwischen der in einer Kalorimeterzelle deponierten Ladung und der digitalen Signalantwort des betreffenden Signalprozessors dar. Für jeden Kanal i wird weiterhin die Rauschverteilung, die angenähert einer Gaußverteilung folgt, gemessen und die Rauschbreite σ_{iR} bestimmt. Diese Breiten variieren abhängig vom betrachteten Kanal und der Detektorregion zwischen 10 MeV und 30 MeV.

Während der Rekonstruktionsphase werden die gemessenen Ladungen mittels Kalibrationskonstanten, die anhand von Testmessungen mit Elektronen am CERN ermittelt wurden, in Energien konvertiert. Das im Flüssig-Argon-Kalorimeter auftretende Rauschen wird in einem mehrstufigen Verfahren unterdrückt: Während der Datennahme werden nur diejenigen Kalorimeterzellen ausgelesen, deren Signal größer als die Rauschbreite $2\sigma_{iR}$ (Central Barrel), $2.5\sigma_{iR}$ (Forward Barrel) und $3\sigma_{iR}$ (Inner Forward, Outer Forward) des betrachteten Kanals i ist. Weiterhin werden in der Rekonstruktionsphase Zellen, deren Signal größer als $4\sigma_{iR}$ ist, als Initiatorzellen bezeichnet. Zur weiteren Verarbeitung werden nur diese Initiatorzellen und deren geometrisch direkt benachbarten Zellen verwendet. Durch die zusätzliche Berücksichtigung von negativen Signalen mit den entsprechend symmetrischen Schnitten wird im Mittel eine Kompensation von negativen und positiven Rauschsignalen erzielt. Nach Anwendung dieses Verfahrens besitzt die Rauschbreite der gesamten im Kalorimeter rekonstruierten Energie in zufällig aufgezeichneten Ereignissen (random trigger events) Werte zwischen 100 und 500 MeV.

Die verbleibenden Kalorimeterzellen werden zu lokal begrenzten Gruppen zusammengefaßt, die als *Cluster* bezeichnet werden [54]. Diese Cluster besitzen eine starke Korrelation zu den in das Kalorimeter gestreuten Teilchen. Das H1 Flüssig-Argon-Kalorimeter ist ein nicht kompensierendes Kalorimeter; dies führt dazu, daß das mittlere von Hadronen erzeugte Signal typisch um ca. 30% kleiner als das von Elektronen gleicher Energie ist. Um die von Hadronen mit Hilfe der elektromagnetischen Kalibrationskonstanten bestimmten Cluster-Energien für diesen Effekt zu korrigieren, wird ein Gewichtungsverfahren verwendet, indem die Energien der Kandidaten für hadronische Cluster mit einem entsprechenden Gewichtungsfaktor versehen werden. Hierbei wird ausgenutzt, daß elektromagnetische Schauer räumlich kompakter als hadronische Schauer sind.

Studien zur p_T-Balance in ep-Ereignissen der tief-inelastischen Streuung bei kleinem Q^2 ($Q^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$) ergaben eine Korrektur der hadronischen Energien um 4%. Diese Korrektur wurde berücksichtigt, indem die Cluster-Energien des Flüssig-Argon-Kalorimeters mit dem Faktor 1.04 multipliziert wurden.

Simulierten Ereignissen wird während der Rekonstruktionsphase das Rauschsignal von gemessenen, zufällig aufgezeichneten Ereignissen (random trigger events) auf der Zellebene hinzuaddiert. Um eine möglichst realistische Rauschverteilung im Kalorimeter zu simulieren, wurden diese zufälligen Ereignisse aufgezeichnet, während Elektronen und Protonen in *HERA* gespeichert waren.

3.2.2 Rekonstruktion der Signale im BEMC

Entsprechend der Signalauslese des Flüssig-Argon-Kalorimeters wird während der Datennahme eine elektronische Kalibration und Pedestalkorrektur der Kanäle des BEMC durchgeführt. Die Signale einzelner BEMC-Module werden in der Rekonstruktionsphase zu lokalen BEMC-Clustern zusammengefaßt. Die inneren dreieckigen Module dieses Kalorimeters hatten in der 1993 Datennahme ein schlechtes Signal/Rausch-Verhältnis und wurden in der vorliegenden Analyse nicht verwendet. Es wurde kein weiteres Verfahren zur Unterdrückung des Rauschens angewendet.

Elektronidentifikation

Das BEMC-Cluster mit der höchsten Energie wird dem gestreuten Elektron zugeordnet, wobei zusätzlich ein diesem Cluster räumlich zugeordneter BPC-Treffer verlangt wird (siehe Abschnitt 3.4.1). Aufgrund der wesentlich genaueren Ortsauflösung der BPC im Vergleich zur Ortsauflösung des BEMC-Cluster-Schwerpunkts werden aus der Position des BPC-Treffers der Polarwinkel θ_e und der Azimutalwinkel ϕ_e des gestreuten Elektrons bestimmt.

3.2.3 Bestimmung kinematischer Variablen

In Abschnitt 1.1 wurden die kinematischen Variablen x_B, y, Q^2 und W^2 definiert, und es wurde gezeigt, daß es ausreicht, zwei dieser Variablen zu messen, um alle anderen bestimmen zu können. Im folgenden werden drei häufig benutzte Methoden, bezüglich der Auflösung dieser Variablen, in dem kinematischen Bereich der vorliegenden Analyse untersucht.

Die Elektron-Methode

Die Rekonstruktion der kinematischen Variablen aus dem Endzustand des gestreuten Elektrons erfolgt über den Polarwinkel θ_e (relativ zur Flugrichtung des Protonstrahls) und die Energie E_e' des gestreuten Elektrons. Unter Vernachlässigung der Elektronmasse erhält man im Laborsystem

$$Q_e^2 = 4E_e'E_e \cos^2\frac{\theta_e}{2}, \tag{3.1}$$

$$y_e = 1 - \frac{E_e'}{E_e}\sin^2\frac{\theta_e}{2}. \tag{3.2}$$

Dabei ist E_e die Energie des einlaufenden Elektrons. Die Genauigkeiten, mit denen die kinematischen Variablen Q_e^2 und y_e aufgrund experimentell bedingter Meßfehler in der

Energie und dem Winkel des gestreuten Elektrons bestimmt werden können, berechnen sich zu

$$\frac{dQ_e^2}{Q_e^2} = \frac{dE}{E} \oplus \tan\frac{\theta_e}{2} \cdot d\theta_e, \tag{3.3}$$

$$\frac{dy_e}{y_e} = \left(1 - \frac{1}{y_e}\right)\frac{dE}{E} \oplus \left(\frac{1}{y_e} - 1\right)\cot\frac{\theta_e}{2} \cdot d\theta_e, \tag{3.4}$$

wobei mit dem Operator $\oplus$ die quadratische Addition der Operanden gemeint ist. Der Winkel θ_e kann mit Hilfe der rückwärtigen Proportionalkammer *(BPC)* und der rekonstruierten z-Komponente des Ereignisvertex mit einer Genauigkeit von weniger als 5 mrad bestimmt werden, wobei θ_e in dieser Analyse auf $\theta_e < 172.5°$ beschränkt ist. Der Term dE/E ist durch die Energieauflösung des BEMC gegeben, die Genauigkeit der Energiekalibration dieses Kalorimeters ist besser als 1.7% für die Datennahme des Jahres 1993. In dem kinematischen Bereich der vorliegenden Analyse (kleines y, siehe Abbildung 3.7), wird der Fehler in der Bestimmung von Bjørken-x und y aufgrund der bei kleinem y dominierenden $1/y$-Terme von der Unsicherheit in der Energiekalibration des *BEMC* dominiert.

Die Methode von Jacquet und Blondel

Die Methode von Jacquet und Blondel [55, 56] ermöglicht eine Bestimmung der kinematischen Variablen aus dem hadronischen Endzustand, ohne daß eine Annahme über den zugrundeliegenden QCD-Prozeß vorausgesetzt werden muß. Für Ereignisse des geladenen Stroms stellt diese Methode sogar die einzige Möglichkeit dar, die Ereigniskinematik zu rekonstruieren, da das auslaufende Lepton (Neutrino) im Detektor nicht beobachtet werden kann. In [57] wurde gezeigt, daß durch eine Aufteilung des hadronischen Systems in Jets keine besseren Ergebnisse erzielt werden können als mit der Methode von Jacquet und Blondel. Die Beziehungen dieser Methode lauten

$$Q_{JB}^2 = \frac{\left(\sum_i p_{xi}\right)^2 + \left(\sum_i p_{yi}\right)^2}{1 - y_{JB}}, \tag{3.5}$$

$$y_{JB} = \frac{\sum_i (E_i - p_{zi})}{2E_e}, \tag{3.6}$$

wobei die Summen über alle Teilchen des hadronischen Endzustands laufen. In der praktischen Durchführung erfolgt die Summation über die Zellen des Flüssig-Argon-Kalorimetes. E_i ist die Energie des i-ten Teilchens, während p_{xi}, p_{yi} und p_{zi} die Projektionen von E_i bezüglich der Raumkoordinaten darstellen. Ein Vorteil dieser Methode ist, daß nur gering ausgelenkte Teilchen ($p_{zi} \simeq E_i$), die in den experimentell problematischen Bereich nahe des Strahlrohrs gestreut werden, nicht signifikant in den Summen zu Q^2 und y beitragen. Die Genauigkeit dieser Methode ist abhängig von der Unsicherheit der hadronischen Energiekalibration des Flüssig-Argon-Kalorimeters (5% für die Datennahme des Jahres 1993).

Die Doppelwinkel-Methode

Die Doppelwinkelmethode [56] benutzt zur Bestimmung der kinematischen Variablen den Polarwinkel θ_e des gestreuten Elektrons und einen dem hadronischen Endzustand zugeordneten Polarwinkel γ. Unter der Annahme, daß ein QPM-Ereignis rekonstruiert wird, ist γ identisch mit der Richtung des gestreuten Quarks. Man erhält diesen Winkel aus dem hadronischen Endzustand unter Verwendung der Jacquet-Blondel Variablen zu

$$\cos\gamma = \frac{Q^2_{JB}(1 - y_{JB}) - 4E_e^2 y^2_{JB}}{Q^2_{JB}(1 - y_{JB}) + 4E_e^2 y^2_{JB}}. \tag{3.8}$$

Es ergeben sich damit folgende Abhängigkeiten der kinematischen Variablen von θ_e und γ:

$$Q^2_{\theta\gamma} = 4E_e^2 \frac{\sin\gamma(1+\cos\gamma)}{\sin\gamma + \sin\theta - \sin(\gamma+\theta)}, \tag{3.9}$$

$$y_{\theta\gamma} = \frac{\sin\theta(1-\cos\gamma)}{\sin\gamma + \sin\theta - \sin(\gamma+\theta)}, \tag{3.10}$$

Die Doppelwinkel-Methode ist unabhängig von der Unsicherheit der globalen Energie-Kalibrationskonstanten der Kalorimeter die zur Berechnung der Winkel θ und γ benutzt werden.

Vergleich der diskutierten Methoden

Abbildung 3.1 zeigt die relativen Auflösungen der kinematischen Variablen Q^2, y und x_B für die drei genannten Methoden in dem kinematischen Bereich dieser Analyse (siehe Abschnitt 3.4). Die vorliegende Messung beschränkt sich auf kleine Q^2-Werte ($Q^2 <$

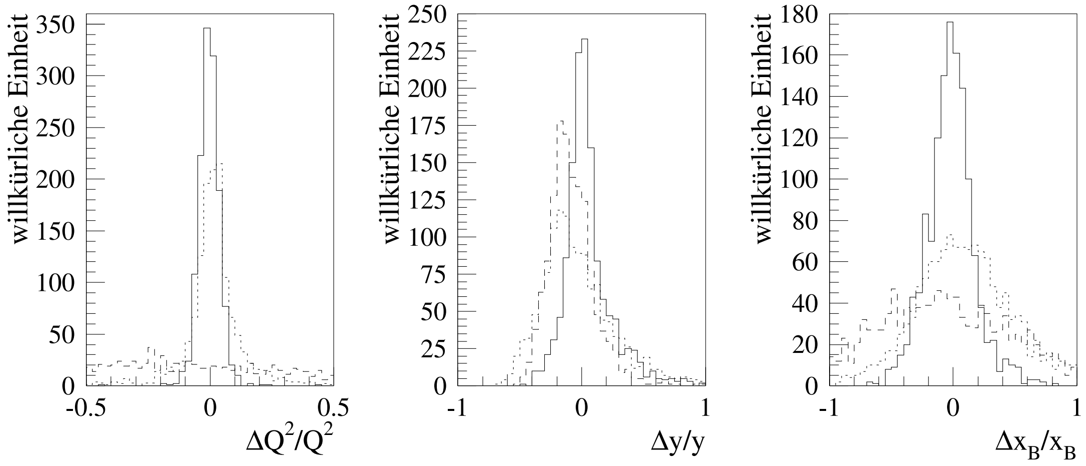

Abbildung 3.1: Vergleich der Auflösung der kinematischen Variablen Q^2, y und Bjørken-x für die Elektron-Methode (——), die Methode von Jacquet und Blondel (— — —) und die Doppelwinkel-Methode (⋯⋯).

80 GeV^2), und folglich gilt $W^2 \simeq sy$. Damit entspricht die relative y-Auflösung der relativen W^2-Auflösung; letztere ist in Abbildung 3.1 nicht gezeigt. Man erkennt, daß die Elektron-Methode in allen Fällen das beste Ergebnis bezüglich der relativen Auflösung der kinematischen Variablen liefert, und wird daher in der vorliegenden Analyse verwendet, um die kinematischen Variablen Q^2, x_B, y und W^2 zu rekonstruieren. Der in Abbildung 3.1 gezeigte Vergleich beruht auf dem LEPTO Modell, d.h. QED-Korrekturen an den Elektron- und Quark-Linien wurden vernachlässigt. Der Einfluß dieser Korrekturen auf die vorliegende Messung der Gluondichte wird in Abschnitt 4.2.1 diskutiert.

3.3 Jet-Rekonstruktion

Jets werden in der pertubativen QCD auf der Partonebene eingeführt, um bei der Integration der QCD-Matrixelemente über den Zwei-Partonen-Phasenraum endliche Wirkungsquerschnitte (σ_{2+1}) für zwei auslaufende Partonen im Endzustand berechnen zu können (siehe Abschnitt 1.1.2). Hierbei werden kollineare und niederenergetische Partonemissionen im Endzustand (entprechend den singulären Bereichen der QCD-Matrixelemente) für eine gegebene Jet-Definition bei einer gegebenen Jet-Auflösungsskala in Jets absorbiert. Makroskopisch stellt ein Jet ein kollimiertes Teilchenbündel dar, das in einem Detektor nachgewiesen werden kann.

Um den Impulsanteil x des in den QCD-Prozeß einlaufenden Partons zu rekonstruieren, muß die invariante Masse $\hat{s}$ der Jets des QCD-Subsystems bestimmt werden (siehe Gleichung (1.9)). Es ist daher das Ziel, mit dem Jet-Algorithmus und den Jet-Selektionskriterien eine möglichst gute $\hat{s}$-Auflösung zu erreichen. Es kommt hierbei nicht darauf an, daß möglichst viele generierte (2+1) Jet-Ereignisse auch als solche rekonstruiert werden, sondern darauf, daß durch den Jet-Algorithmus eine gute Trennung der aus dem harten QCD-Prozeß auslaufenden Jets von den Teilchen aus der Fragmentation des Proton-Remnants erreicht wird.

Die $\hat{s}$-Auflösung ist von der Energie und der Richtung abhängig, mit der die beiden Jets in den Detektor gestreut werden. Jets können mit Kalorimetern (in der vorliegenden Analyse wird ausschließlich das Flüssig-Argon-Kalorimeter zur Rekonstruktion des hadronischen Endzustands verwendet) umso besser gemessen werden, je größer die Energien der Jets sind. Je weiter die beiden Jets in den Zentralbereich des Detektors gestreut werden, umso weniger werden sie von der vorderen Region des Detektors beeinflußt, die durch Fragmentationsprodukte des Proton-Remnants und QCD-Korrekturen höherer Ordnung (Partonschauer) dominiert wird.

In Abbildung 3.2 sind die Korrelation der Winkel θ_{jet1} und θ_{jet2} der Parton-Jets im Laborsystem für generierte $\mathcal{O}(\alpha_s)$-Ereignisse ohne Partonschauer bei niedrigem und hohem W^2 dargestellt. Die Beziehung zwischen diesen Winkeln und der kinematischen Variablen W^2 ist für kleine Q^2 durch die Gleichung

$$\frac{W^2}{2 \cdot E_p} \simeq p_{T1} \tan \frac{\theta_{jet1}}{2} + p_{T2} \tan \frac{\theta_{jet2}}{2} \tag{3.12}$$

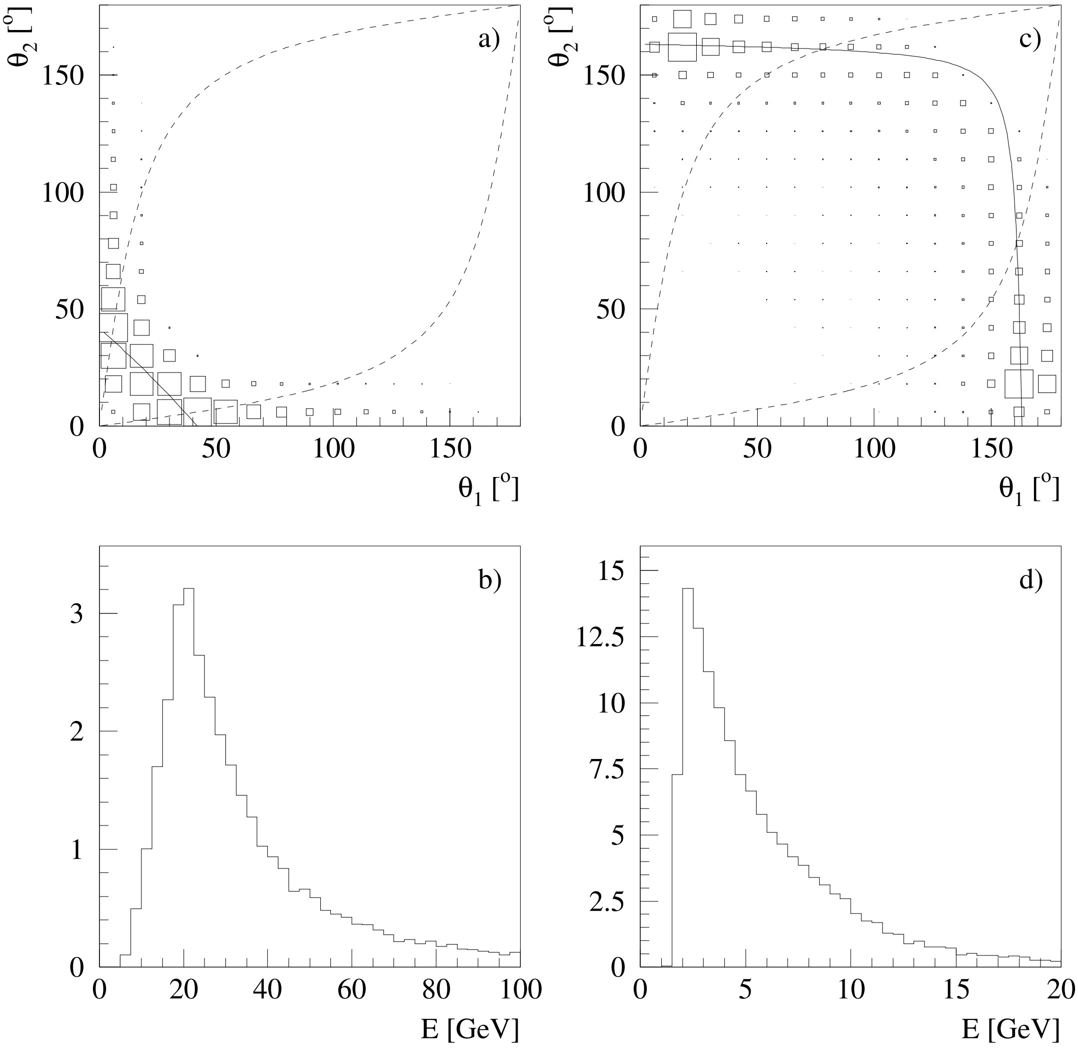

Abbildung 3.2: Winkelkorrelationen der Parton-Jets für generierte $\mathcal{O}(\alpha_s)$-Ereignisse ohne Partonschauer und die dazugehörenden Verteilungen der Jet-Energie für den am dichtesten am Proton-Remnant liegenden Jet sind in **a,b)** für $W^2 = 5000\,\mathrm{GeV}^2$ und **c,d)** für $W^2 = 50000\,\mathrm{GeV}^2$ dargestellt. Die in den Abbildungen **a)** und **b)** eingezeichneten Korrelationskurven entsprechen der Gleichung (3.12) für die zu **a)** $p_{T1} = p_{T2} = 8\,\mathrm{GeV}$ und **b)** $p_{T1} = p_{T2} = 4.5\,\mathrm{GeV}$ angenommenen Transversalimpulse der Jets im Laborsystem. Die in **a)** und **c)** eingezeichneten gestrichelten Kurven entsprechen der Beziehung $|\eta_{jet1} - \eta_{jet2}| = 2$ zwischen den Pseudorapiditäten der Parton-Jets (siehe Erläuterungen im Text).

gegeben, wobei p_{T1} und p_{T2} die dazugehörenden Jet-Transversalimpulse im Laborsystem darstellen. Man erkennt, daß mit zunehmendem W^2 der Winkelabstand zwischen den Jets des harten Subsystems größer wird, und daß bei großem W^2 häufig ein Jet mit einer im Vergleich zur Energie des Proton-Remnants von ca. 820 GeV relativ kleinen Energie von nur wenigen GeV in die vordere Region des Detektors gestreut wird. Dies führt dazu, daß bei hohem W^2 schon niederenergetische Streuprodukte aus der Fragmentation des Proton-Remnants ausreichen, um die $\hat{s}$-Messung zu verfälschen. Aus diesem Grund kann, nahezu unabhängig vom verwendeten Jet-Algorithmus, $\hat{s}$ bei kleineren Werten von W^2 besser rekonstruiert werden als bei großen W^2. Dieses Problem der $\hat{s}$-Messung bei hohen W^2

kann zum größten Teil beseitigt werden, indem in der Jet-Selektion (siehe Abschnitt 3.4.2) verlangt wird, daß die Differenz $|\Delta\eta_{jets}| = |\eta_{jet1} - \eta_{jet2}|$ der Jet-Pseudorapiditäten kleiner als 2 ist. Hierdurch beschränkt sich der Winkelbereich der Jets auf die Region zwischen die in Abb. 3.2a und Abb. 3.2c dargestellten gestrichelten Linien. In Abb. 3.2 nicht eingezeichnet ist der Analyseschnitt $\theta_{jet} > 10°$, der für kleine W^2 fast immer härter als $|\Delta\eta_{jets}| < 2$ ist.

Der Impulsanteil x des in den harten QCD-Prozeß einlaufenden Partons ist in dem kinematischen Bereich dieser Analyse näherungsweise durch $x \simeq \hat{s}/W^2$ gegeben. Damit entsprechen die in Abbildung 3.2 gezeigten Verteilungen bei großem W^2 niedrigen Impulsanteilen ($x \simeq 2 \cdot 10^{-3}$) und bei kleinem W^2 hohen Impulsanteilen ($x \simeq 2 \cdot 10^{-2}$). Man erkennt, daß sich durch den Schnitt $|\Delta\eta_{jets}| < 2$ die beiden selektierten Jets für großes x in dem vorderen und für kleines x in dem zentralen Bereich des H1 Detektors befinden.

In (2+1) Jet-Ereignissen kann das Massenquadrat W^2 des gesamten hadronischen Systems in drei Komponenten aufgeteilt werden

$$W^2 = m_{1R}^2 + m_{2R}^2 + \hat{s}, \tag{3.13}$$

wobei das invariante Massenquadrat m_{iR}^2 zwischen dem i-ten Jet und dem Proton-Remnant R aufgrund der großen Energie des Proton-Remnants typisch einige tausend GeV^2 beträgt. Im Vergleich hierzu beträgt das Massenquadrat $\hat{s}$ der Jets des harten QCD-Subsystems typisch nur einige hundert GeV^2. Das bedeutet, daß der zur Verfügung stehende Phasenraum für die Jet-Produktion in dem harten QCD-Prozeß der tief-inelastischen ep-Streuung bei *HERA* nicht durch die kinematische Variable W^2 gegeben ist, sondern durch $\hat{s}$ ($\hat{s} \simeq xW^2$). In diesem Punkt unterscheidet sich die Physik bei *HERA* von der e^+e^--Physik, bei der der Phasenraum für die QCD Jet-Produktion direkt durch die Schwerpunktsenergie $s = W^2 = Q^2$ gegeben ist.

3.3.1 Jet-Algorithmen

Ein Jet-Algorithmus ist eine Vorschrift, wie aus einer gegebenen Menge von Teilchen (bzw. Vierervektoren) Jets gebildet werden. In der praktischen Durchführung wurden als „Teilchen“ die Cluster des Flüssig-Argon-Kalorimeters verwendet. Im folgenden werden zwei vom Prinzip der Jet-Definition völlig unterschiedliche Jet-Algorithmen beschrieben, mit denen unabhängig voneinander die vorliegende Analyse durchgeführt wurde. Von mehreren in Bezug auf die Anzahl selektierter (2+1) Jet-Ereignisse und die $\hat{s}$-Auflösung getesteten Jet-Algorithmen lieferte der *Cone-Algorithmus* das beste Ergebnis. Er wird daher in der Jet-Selektion dieser Analyse benutzt. Der *Jade-Algorithmus* ist der am häufigsten verwendete Vertreter aus der Gruppe von Cluster-Algorithmen, und wird benutzt, um eine Abschätzung für die Unsicherheit der vorliegenden Messung der Gluondichte bezüglich der speziellen Wahl des Cone-Algorithmus zu erhalten.

Der Cone-Algorithmus

Die Definition von Jets mit Cone-Algorithmen basiert auf der Summe der Transversalimpulse aller Teilchen, die sich innerhalb eines Konus mit dem Radius $\Delta R = \sqrt{(\Delta\eta)^2 + (\Delta\phi)^2}$ in der durch die Pseudorapidität $\eta = -\ln\tan(\theta/2)$ und dem Azimutalwinkel ϕ aufgespannten $\eta\phi$-Ebene befinden.

In der tief-inelastischen ep-Streuung muß der gesamte hadronische Endzustand im Laborsystem den Transversalimpuls $p_T = \sqrt{Q^2(1-y)}$ des gestreuten Elektrons kompensieren. Die gemessenen Jet-Transversalimpulse im Laborsystem enthalten folglich außer den Transversalimpulsen der aus dem QCD-Prozeß stammenden Partonen eine rein kinematische Komponente. Es ist daher sinnvoll, Cone-Algorithmen in DIS in einem Bezugssystem anzuwenden, in dem der hadronische Endzustand nicht durch den Transversalimpuls des gestreuten Elektrons beeinflußt wird; in dieser Analyse wird das hadronische Schwerpunktsystem verwendet (siehe Anhang A).

In der vorliegenden Analyse wird die CDF-Variante des Cone-Algorithmus verwendet [58]. Die Jetsuche beginnt damit, Teilchen zu selektieren, deren Transversalimpuls p_T^* im hadronischen Schwerpunktsystem größer als 1 GeV ist. Diese Teilchen bilden die sogenannten Protojets. Für jeden dieser Protojets wird eine neue p_T^*-gewichtete Position (η', ϕ') der Summe aller Objekte innerhalb eines Konus mit dem Radius $\Delta R = 1$ um die (η, ϕ)-Position des betrachteten Protojets berechnet und diesem zugeordnet. Dieser iterative Prozeß der fortlaufenden Berechnung von Protojet-Positionen wird abgebrochen, wenn sich die Positionen aller Protojets in der $\eta\phi$-Ebene nicht mehr ändern. Abschließend werden die Protojets in Jets konvertiert, indem die Teilchen, die mehr als einem Protojet angehören, dem in der $\eta\phi$-Ebene am dichtesten liegenden Protojet zugeordnet werden. In der vorliegenden Analyse werden ausschließlich Ereignisse selektiert, die zwei Jets besitzen und deren Transversalimpulse im hadronischen Schwerpunktsystem größer als 3.5 GeV sind.

Der CDF Cone-Algorithmus besitzt gegenüber dem häufiger verwendeten, ursprünglich von der UA1-Kollaboration entwickelten UA1 Cone-Algorithmus [59] folgende Vorteile: Der CDF Cone-Algorithmus benötigt keine Aufteilung der $\eta\phi$-Ebene in Zellen und besitzt eine bessere Behandlung überlappender Jetkoni. Der CDF Cone-Algorithmus ist „infrarot-stabil“, d.h. die mit diesem Algorithmus gefundenen Jetpositionen sind stabil gegenüber niederenergetischen Partonemissionen im Endzustand.

In Cone-Algorithmen werden im Gegensatz zu Cluster-Algorithmen (z.B. dem Jade-Algorithmus) im allgemeinen nicht alle Teilchen eines Ereignisses in Jets absorbiert.

Der Jade-Algorithmus

Der Jade-Algorithmus [8] basiert auf der Idee, daß das einen Jet initiierende Parton eine kleine Masse besitzt, und deshalb die Masse des korrespondierenden Jets ebenfalls möglichst klein sein sollte. Die Jetsuche beginnt beim Jade-Algorithmus damit, in der betrachteten Menge von Teilchen die Kombinationen

$$m_{ij}^2 = 2E_iE_j(1-\cos\theta_{ij}) \tag{3.14}$$

zu berechnen, wobei E_i und E_j die Energien und θ_{ij} der eingeschlosene Winkel zwischen den Teilchen i und j darstellt. Damit ist m_{ij} die invariante Masse der Teilchen i und j unter Vernachlässigung der Teilchenmassen. Dasjenige Paar mit dem kleinsten Wert für m_{ij}^2 wird durch Addition der Vierervektoren der dazugehörenden Teilchen zu einem Cluster kombiniert. Dieses Kombinationsverfahren wird solange fortgeführt, bis alle verbleibenden Cluster-Paare eine Masse besitzen, die einen bestimmten Wert überschreitet. Häufig wird $m_{ij}^2 > y_c \cdot M^2$ verlangt, wobei der Parameter y_c den (willkürlichen) Jet-Auflösungsparameter und M^2 die (willkürliche) Massenskala darstellt (in vielen Jetanalysen wird $M^2 = W^2$ gesetzt).

Im Gegensatz zur e^+e^--Physik tritt bei *HERA* ein hochenergetischer Proton-Remnant auf, der weitgehend unbeobachet im Strahlrohr verschwindet. In den Detektor gestreute Teilchen aus der Fragmentation des Proton-Remnants werden mit dem Jade-Algorithmus häufig separaten Jets oder fälschlich anderen Jets des betrachteten Ereignisses zugeordnet. Dieses Problem kann durch die Einführung eines *Pseudoteilchens* in dem beschriebenen Cluster-Verfahren vermieden werden, dem man den fehlenden longitudinalen Impuls des gemessenen Ereignisses und die Richtung des Protonstrahls zuordnet.

Diese häufig verwendete Form des Jade-Algorithmus wurde in [60] mit mehreren anderen Jet-Algorithmen bezüglich der $\hat{s}$-Auflösung verglichen. Es zeigte sich, daß der Jade-Algorithmus die mit Abstand schlechteste $\hat{s}$-Auflösung unter den untersuchten Algorithmen aufweist. Dies ist darauf zurückzuführen, daß durch die ungünstig gewählte Massenskala $M^2 = W^2$ QCD-Prozesse mit kleinem $\hat{s}$ nur dann als (2+1) Jet-Ereignisse aufgelöst werden können, wenn bei gegebenem y_c die Masse W^2 hinreichend klein ist. Bei dieser häufig verwendeten Form des Jade-Algorithmus wird nicht beachtet, daß W^2 in der e^+e^--Physik und der tief-inelastischen ep-Streuung eine andere Bedeutung besitzt (siehe obige Diskussion) und W^2 in DIS nicht geeignet ist, die Härte des zugrundeliegeden QCD-Prozesses zu messen. Große invariante Massen $\hat{s}$ des harten QCD-Prozesses entsprechen im allgemeinen nicht großen invarianten Massen des gesamten hadronischen Systems (siehe auch Abbildung 1.9).

Dieses Problem kann behoben werden, indem eine andere ohnehin willkürliche untere Grenze für die Kombinationen m_{ij}^2 gewählt wird. In der vorliegenden Analyse wurde $m_{ij}^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$ verlangt. Dadurch weist der Jade-Algorithmus eine ähnlich gute $\hat{s}$-Auflösung wie der oben beschriebene Cone-Algorithmus auf.

3.3.2 Rekonstruktion des Impulsanteils x und der Masse $\sqrt{\hat{s}}$

Es gibt sowohl experimentelle als auch physikalische Effekte, die zu einer Verfälschung der $\hat{s}$-Messung auf der Detektorebene führen können und aufgrund der Beziehung (1.9) zwischen dem gemessenen $\hat{s}$ und dem zu rekonstruierenden Impulsanteil x auch eine

Verfälschung in der x-Bestimmung bewirken: Durch die notwendige Rauschunterdrückung im Flüssig-Argon-Kalorimeter geht auch ein Teil der zu messenden Jet-Energie verloren, wodurch das rekonstruierte $\hat{s}$ zu klein bestimmt wird. Jets, die einen größeren Öffnungswinkel als den Cone-Radius $\Delta R = 1$ besitzen, und Ereignisse, in denen ein Teil der Hadronen in das Strahlrohr oder in den nicht mit einem hadronischen Kalorimeter bestückten rückwärtigen Bereich ($\theta \gtrsim 150°$) des Detektors gestreut werden, führen ebenfalls zu einem zu klein rekonstruierten $\hat{s}$. Teilchen, die aus der Fragmentation des Proton-Remnants stammen und fälschlich den Jets des harten QCD-Prozesses zugeordnet werden, sowie Streuprodukte aus Wechselwirkungen von Hadronen des Proton-Remnants mit dem Material nahe dem Strahlrohr, die bis in den Zentralbereich des Detektors gestreut werden können, führen zu einem zu groß rekonstruierten $\hat{s}$. Schon auf der Hadronebene können die mittleren relativen Abweichungen zwischen generiertem und rekonstruiertem $\hat{s}$ (bzw. x) 40% betragen (siehe auch [46]).

Der in der vorliegenden Analyse verwendete rekonstruierte Impulsanteil x^{rek} basiert auf einer Kombination von zwei Methoden, wobei in der Ereignisselektion verlangt wird, daß sich die rekonstruierte Massen $\sqrt{\hat{s}}$ beider Methoden um nicht mehr als 10 GeV unterscheiden (siehe unten). Da die eben genannten Effekte unterschiedliche Verschiebungen zwischen dem generierten und rekonstruierten $\hat{s}$ (bzw. x) in den beiden Methoden bewirken, wurde folgendes Korrekturverfahren verwendet, um das rekonstruierte $\hat{s}$ beider Methoden miteinander vergleichen zu können: Der gemessene Impulsanteil x^{gem} wurde mit einem von der Methode abhängenden Faktor f_M multipliziert, um den korrigierten Impulsanteil x^{korr} zu erhalten. Das dazugehörende Massenquadrat $\hat{s}$ ergibt sich aus Gleichung (1.9). Die Faktoren f_M wurden aus der LEPTO Simulation derart ermittelt, daß die Verteilungen der relativen Abweichungen $\Delta x/x = (x^{korr} - x)/x$ zwischen dem korrigierten (x^{korr}) und generiertem (x) Impulsanteil den wahrscheinlichsten Wert Null besitzen (siehe Abbildung 3.3 und 3.4). Man beachte, daß in der Ereignisselektion $\hat{s}$ als Selektionskriterium verwendet wird, so daß sich durch dieses Korrekturverfahren auch die Anzahl selektierter Ereignisse ändert.

Die Energie-Methode

In der Energie-Methode wird das Massenquadrat $\hat{s}$ aus den Vierervektoren p_i der Cluster des Flüssig-Argon-Kalorimeters bestimmt, die den zwei selektierten Jets zugeordnet wurden:

$$\hat{s}^E = \left(\sum_i p_i\right)^2 \tag{3.15}$$

Hierbei wird der Vierervektor p_i aus der gemessenen Energie E_i des Clusters i und den Projektionen von E_i auf die Koordinatenachsen berechnet (Kalorimeter-Cluster werden als masselos angenommen). Der mit dieser Methode rekonstruierte Impulsanteil x^E des in den QCD-Prozeß einlaufenden Partons ergibt sich aus der Gleichung $x^E = x_B(1 + \hat{s}^E/Q^2)$. Die Eigenschaften der Energie-Methode können durch folgende Punkte charakterisiert werden: Der Fehler in der $\sqrt{\hat{s}}$-Bestimmung ist proportional zum Meßfehler der Cluster-Energien;

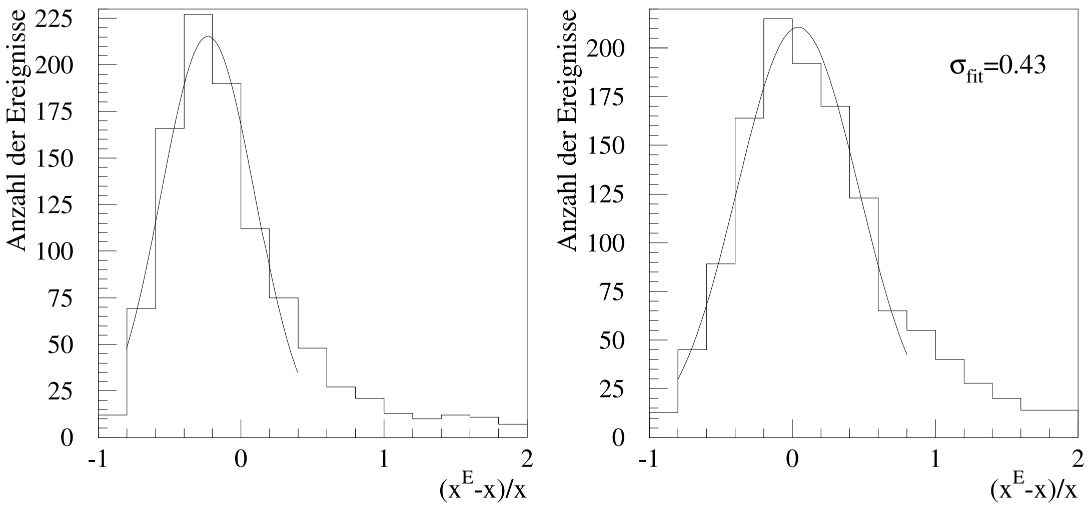

Abbildung 3.3: Relative Auflösung $(x^E - x)/x$ des mit der Energie-Methode rekonstruierten Impulsanteils x^E vor (links) und nach (rechts) der Korrektur für die diskutierten Effekte; x ist der generierte Impulsanteil. Die eingezeichneten Kurven entsprechen einer iterativen Anpassung einer Gaußverteilung an das betrachtete Histogramm innerhalb von $\pm 1.5\sigma$ um den in jedem Iterationsschritt bestimmten Erwartungswert der Gaußverteilung. Die Iteration wurde solange wiederholt, bis sich der Erwartungswert nicht mehr änderte.

letzterer wiederum ist proportinal zu der Unsicherheit in der Kenntnis der Energie-Kalibrationskonstanten des Flüssig-Argon-Kalorimeters. In obiger Summe kommt es nicht darauf an, welchem Jet das Cluster i zugeordnet wurde. Damit ist die Energie-Methode unempfindlich auf falsche Zuordnung der Teilchen zwischen den Jets, und es kann eine gute $\hat{s}$-Bestimmung erreicht werden, ohne daß eine starke Energie- oder Winkel-Korrelation zwischen Partonen und Jets vorliegt. In der Energie-Methode kommt es lediglich darauf an, daß durch den Jet-Algorithmus eine gute Trennung der Teilchen aus dem QCD-Prozeß von denjenigen aus der Fragmentation des Proton-Remnants erzielt wird. In Abbildung 3.3 ist die aus der LEPTO Simulation ermittelte x^E-Auflösung vor und nach dem besprochenen Korrekturverfahren gezeigt. Man erkennt, daß die Verteilungen lange Ausläufer in Richtung zu groß rekonstruierter Impulsanteile x^E besitzen, entsprechend einer zu groß rekonstruierten Masse $\sqrt{\hat{s}}$. Die Ursache für die Verfälschung von $\hat{s}$ (bzw. x) sind vor allem Streuprodukte aus der Fragmentation des Proton-Remnants und Partonschauer in der vorderen Detektorregion, die fälschlich den Jets des harten QCD-Subsystems zugeordnet werden.

Die Rapiditäts-Methode

In der Rapiditäts-Methode wird $\hat{s}$ aus den Pseudorapiditäten der beiden selektierten Jets im hadronischen Schwerpunktsystem und dem invarianten Massenquadrat W^2 des gesamten hadronischen Systems berechnet (siehe Anhang A).

$$\hat{s}^{\eta} = W^2 e^{-\left(\eta_1^* + \eta_2^*\right)} \tag{3.16}$$

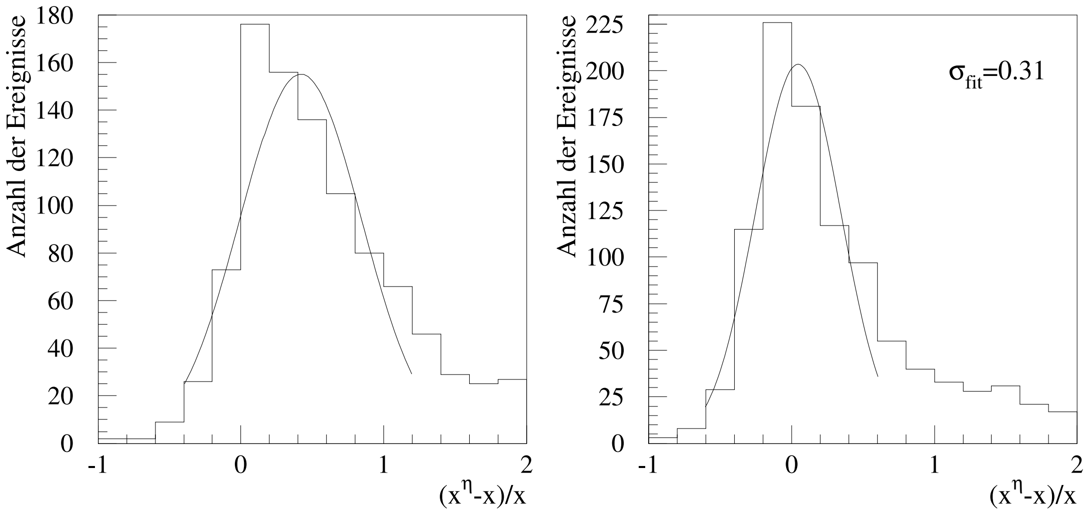

Abbildung 3.4: Relative Auflösung $(x^\eta - x)/x$ des mit der Rapiditäts-Methode rekonstruierten Impulsanteils x^η vor (links) und nach (rechts) der Korrektur für die diskutierten Effekte; x ist der generierte Impulsanteil. Die eingezeichneten Kurven sind in Abbildung 3.3 besprochen worden.

Der mit dieser Methode rekonstruierte Impulsanteil x^η des in den QCD-Prozeß einlaufenden Partons ergibt sich aus der Gleichung $x^\eta = x_B(1 + \hat{s}^\eta/Q^2)$. Die Eigenschaften der Rapiditäts-Methode können durch folgende Punkte charakterisiert werden: Die kinematischen Variablen W^2 und Q^2 werden in der vorliegenden Analyse aus dem Endzustand des gestreuten Elektrons rekonstruiert; damit ist die Rapiditäts-Methode im Gegensatz zur Energie-Methode nahezu unempfindlich auf den Kalibrationsfehler des Flüssig-Argon-Kalorimeters. Voraussetzung für eine gute $\hat{s}$-Rekonstrution ist folglich eine gute Übereinstimmung der Jet-Pseudorapiditäten mit den Pseudorapiditäten der auslaufenden Partonen des QCD-Prozesses. Im Gegensatz zur Energie-Methode werden in der Rapiditäts-Methode die Massen der Jets vernachlässigt. In Abbildung 3.4 ist die aus der LEPTO Simulation ermittelte x^η-Auflösung vor und nach dem besprochenen Korrekturverfahren gezeigt. Die Ausläufer in Richtung zu groß rekonstruierter x^η können wie bei der Energie-Methode auf Streuprodukte aus der Fragmentation des Proton-Remnants und Partonschauer in der vorderen Detektorregion zurückgeführt werden.

Kombination der Energie- und Rapiditäts-Methode

Mathematisch sind die Energie- und die Rapiditäts-Methode äquivalent und führen auf der Partonebene zu dem gleichen Resultat für $\hat{s}$ (bzw. x). Wird ein (2+1) Jet-Ereignis in dem H1 Detektor gut gemessen, und die $\hat{s}$-Messung nur wenig durch die genannten Effekte verfälscht, dann sollte die Differenz $|\Delta\sqrt{\hat{s}}| = |\sqrt{\hat{s}}^E - \sqrt{\hat{s}}^\eta|$ der rekonstruieren Massen $\sqrt{\hat{s}}$ der auf unabhängigen Observablen basierenden Energie- und Rapiditäts-Methode klein sein. Abbildung 3.5 zeigt, daß dies für einen großen Teil der Ereignisse erfüllt ist und daß sich in den Ereignissen mit großem $|\Delta\sqrt{\hat{s}}|$ häufig ein Jet in der problematischen vorderen Detektorregion befindet.

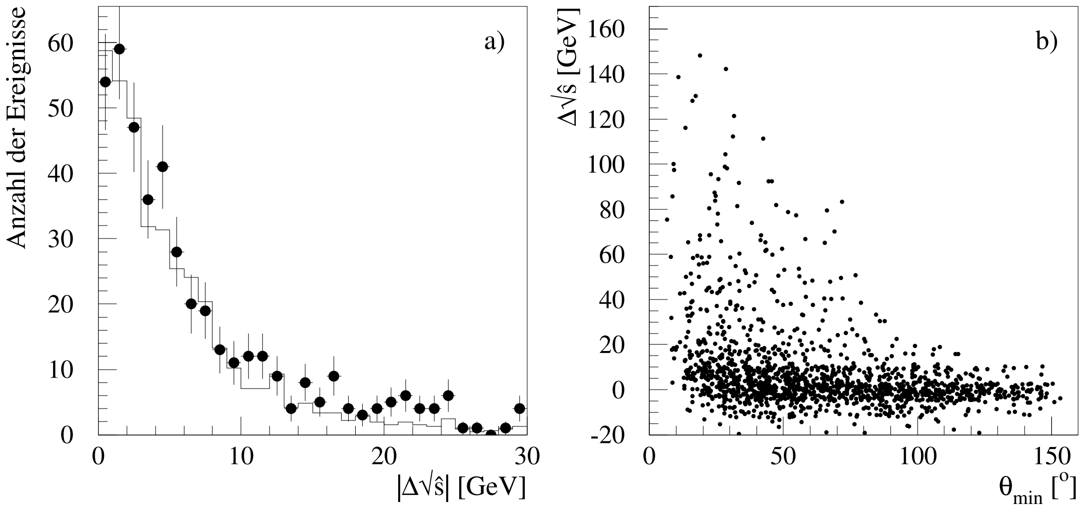

Abbildung 3.5: **a)** Verteilung selektierter Ereignisse als Funktion der Differenz $|\Delta\sqrt{\hat{s}}| = |\sqrt{\hat{s}}^E - \sqrt{\hat{s}}^\eta|$ der rekonstruierten Massen $\sqrt{\hat{s}}$ der Energie- und Rapiditäts-Methode für gemessene (•) und simulierte Ereignisse (——) ohne den $|\Delta\sqrt{\hat{s}}|$-Schnitt der Gleichung (3.17). **b)** Korrelation von $|\Delta\sqrt{\hat{s}}|$ und dem Winkel θ_{min} des am weitesten in die vordere Detektorregion gestreuten Jets. Die Verteilung simulierter Ereignisse wurde auf die integrierte Luminosität der gemessenen Daten normiert.

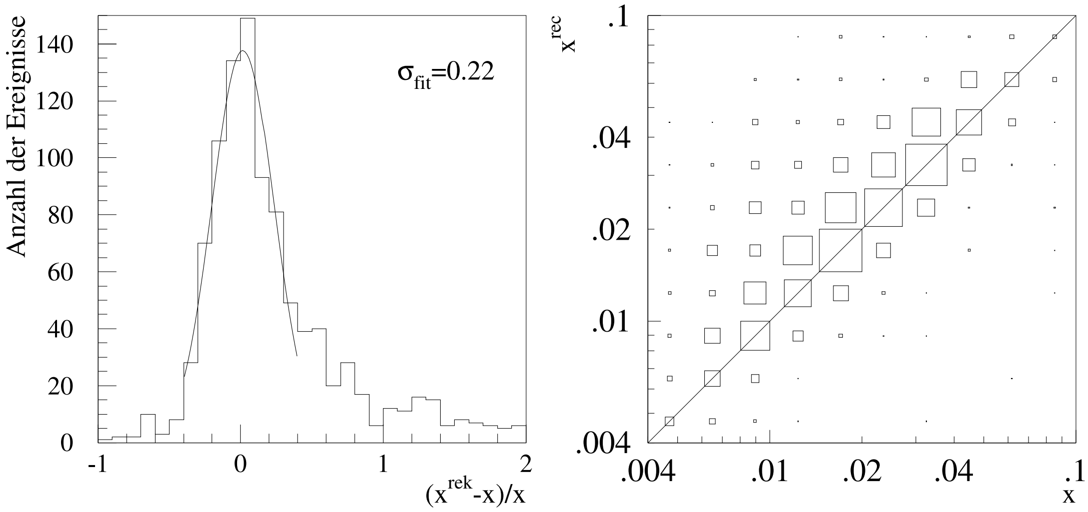

Abbildung 3.6: Relative Auflösung $(x^{rek} - x)/x$ des mit der kombinierten Methode rekonstruierten Impulsanteils x^{rek} (links) und die Korrelation zwischen rekonstruiertem (x^{rek}) und generiertem (x) Impulsanteil (rechts).

In der Selektion von (2+1) Jet-Ereignissen wird verlangt, daß sich die invarianten Massen $\sqrt{\hat{s}}$ der Energie- und Rapiditäts-Methode um weniger als 10 GeV unterscheiden:

$$\left|\sqrt{\hat{s}}^E - \sqrt{\hat{s}}^\eta\right| < 10\,\mathrm{GeV} \tag{3.17}$$

Dieser Schnitt ist eine Konsistenzprüfung für das mit der Energie- und der Rapiditäts-Methode rekonstruierte $\sqrt{\hat{s}}$. Ereignisse, in denen entweder die Winkel oder die Energien der Jets nicht gut gemessen werden konnten, werden hierdurch zum größten Teil verworfen. Die Anzahl der durch diesen Schnitt verworfenen Ereignisse beträgt ca. 20%. Der in dieser Analyse verwendete rekonstruierte Impulsanteil x^{rek} des in den harten QCD-Prozeß einlaufenden Partons wird aus dem Mittelwert

$$x^{rek} = \frac{x^E + x^\eta}{2} \tag{3.18}$$

berechnet. Abbildung 3.6 zeigt, daß durch dieses Verfahren die Auflösung des rekonstruierten Impulsanteils x^{rek} deutlich verbessert wird. Die Kombination der Energie- und Rapiditäts-Methode wurde mit anderen Verfahren als (3.17) und (3.18) versucht, die jedoch zu keiner besseren Auflösung des Impulsanteils x^{rek} führten, ohne daß damit ein gleichzeitiger großer Verlust an Ereignissen verbunden war.

3.4 Selektionskriterien

Die Selektion der vorliegenden Analyse hat das Ziel, einen Datensatz tief-inelastischer *ep*-Ereignisse mit einem möglichst hohen Anteil an gluon-initiierten Prozessen mit zwei harten Jets im Endzustand zu erhalten, aus denen der Impulsanteil x_g des in den QCD-Prozeß einlaufenden Gluons bestimmt werden kann. Bis zur Ordnung α_s ist die Boson-Gluon-Fusion der einzige gluon-initiierte Prozeß, dessen hadronischer Endzustand zwei (harte) auslaufende Partonen $(q\bar{q})$ besitzt. Der kinematische Bereich der vorliegenden Analyse ist auf den Bereich kleiner Q^2-Werte beschränkt, damit der (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitt von dem BGF-Prozeß dominiert wird (siehe Abbildung 1.8). Da für Ereignisse mit kleinem Q^2 das einlaufende Elektron hauptsächlich in den rückwärtigen Teil des H1-Detektors gestreut wird, beschränkt sich die folgende Selektion ausschließlich auf Ereignisse, in denen das gestreute Elektron in dem rückwärtigen elektromagnetischen Kalorimeter (BEMC) nachgewiesen werden kann. In der Vorselektion von DIS-Kandidaten wird auf der Triggerebene eine lokale Energiedeposition von mehr als 4 GeV im BEMC verlangt. Für diese Triggerentscheidung wurden ausschließlich BEMC-Signale verwendet, so daß diese Vorselektion unabhängig vom hadronischen Endzustand und damit auch vom zugrundeliegenden QCD-Prozeß ist.

Die folgende Selektion bezieht sich auf die im Jahr 1993 aufgezeichneten Daten mit Magnetfeld in dem Zeitraum vom 18.9.1993 bis zum 1.11.1993 entsprechend den Run-Nummern von 62575 bis 66609. Runs, in denen für diese Analyse wichtige Detektorkomponenten fehlerhaft arbeiteten, sowie Ereignisse, die kohärentes Rauschen im Flüssig-Argon-Kalorimeter zeigten, wurden nicht verwendet. Ausgangspunkt für die folgende Selektion ist ein Datensatz mit 31488 Ereignissen mit einer korrespondierenden integrierten Luminosität von $\mathcal{L}$=242.2 nb^{-1}.

3.4.1 DIS-Selektion

Es wurden folgende Selektionskriterien benutzt, um einen Datensatz möglichst reiner DIS-Ereignisse zu erhalten:

- Es wird verlangt, daß die Energie des BEMC-Clusters, das dem gestreuten Elektron zugeordnet wurde, größer als 10 GeV ist. Dieses Selektionskriterium ist äquivalent zu einem Schnitt in der kinematischen Variablen y von $y \lesssim 0.625$ (siehe Gleichung (3.2)). Hierdurch wird der größte Teil des Photoproduktionsuntergrunds verworfen (siehe Abschnitt 3.5.1).

- Der laterale Schauerradius r_{EC} des Elektron-Clusters muß kleiner als 4 cm sein. Dieser Radius ist durch die Gleichung

  $$r_{EC} = \frac{1}{E_{clu}} \sum_i E_i \, |r_i - r_{cog}| \tag{3.19}$$

  definiert, wobei die Summe über alle Kalorimeterzellen des Elektron-Clusters läuft und E_{clu} die Energie dieses Clusters darstellt. Der energiegewichtete Cluster-Schwerpunkt ist durch den Ortsvektor r_{cog} gegeben, und r_i bezeichnet den Ortsvektor der i-ten Kalorimeterzelle. Durch diesen Schnitt werden hauptsächlich Pionen verworfen, die aus dem hadronischen Endzustand von Photoproduktionsprozessen in das BEMC gestreut und fälschlich als gestreutes Elektron eines DIS-Prozesses identifiziert werden. Hierbei wird ausgenutzt, daß die laterale Ausdehnung eines Elektronschauers gegenüber der eines hadronischen Schauers klein ist. Zusätzlich wird verlangt, daß sich ein dem Elektron-Cluster assoziierter Treffer in der rückwärtigen Proportionalkammer (BPC) innerhalb eines radialen Abstands von 4 cm befindet.

- Es wird verlangt, daß die mit der Elektron-Methode rekonstruierte kinematische Variable Q^2 innerhalb des Intervalls $12.5\,\mathrm{GeV}^2 < Q^2 < 80\,\mathrm{GeV}^2$ liegen muß.

- Die kinematische Variable y wurde auf Werte $y > 0.05$ beschränkt, da die Elektron-Methode für kleiner werdendes y eine zunehmend schlechtere y-Auflösung liefert (siehe Abschnitt 3.2.3). Wegen $W^2 \simeq ys$ entspricht dieses Selektionskriterium einem Schnitt auf die Masse W des gesamten hadronischen Systems von $W^2 \gtrsim 4400\,\mathrm{GeV}^2$.

- Um die z-Koordinate des Ereignisvertex rekonstruieren zu können wird verlangt, daß der hadronische Endzustand mindestens eine geladene Spur besitzt, die in der z-Richtung näher als 30 cm an der nominalen Position des ep-Vertex liegt. Hierdurch wird eine weitere Unterdrückung des Proton induzierten Untergrunds erzielt.

Die Verhältnisse der Effizienzen der verwendeten Tigger und Schnitte für gemessene Daten zu denen der Monte Carlo Simulation sind in der Tabelle 3.1 zusammengefaßt. Das resultierende Effizienz-Verhältnis $\varepsilon_{Daten}/\varepsilon_{MC} = 0.92$ wurde sowohl in der Entfaltung der Gluondichte als auch bei der absoluten Normierung der Verteilungen simulierter Ereignisse auf die intergierte Luminosität der gemessenen Daten in den Abbildungen der vorliegenden Analyse berücksichtigt. Abbildung 3.7 zeigt die Verteilung selektierter Ereignisse als Funktion der kinematischen Variablen Q^2, y, W^2 und x_B. Man erkennt eine gute Übereinstimmung der gemessenen Verteilungen mit denen der LEPTO-Simulation.

System / Schnitt	$\varepsilon_{\text{Daten}}/\varepsilon_{\text{MC}}$
BSET-Trigger	1.00 ± 0.02
Time of Flight	0.98 ± 0.02
Satelliten Bunche	0.97 ± 0.01
BPC	0.99 ± 0.02
Cluster Radius	1.00 ± 0.02
Spurkriterium	0.98 ± 0.02
Produkt	0.92 ± 0.05

Tabelle 3.1: Verhältnisse der Effizienzen der verwendeten Trigger und Schnitte für gemessene Daten zu denen der Monte Carlo Simulation für die Datennahme des Jahres 1993.

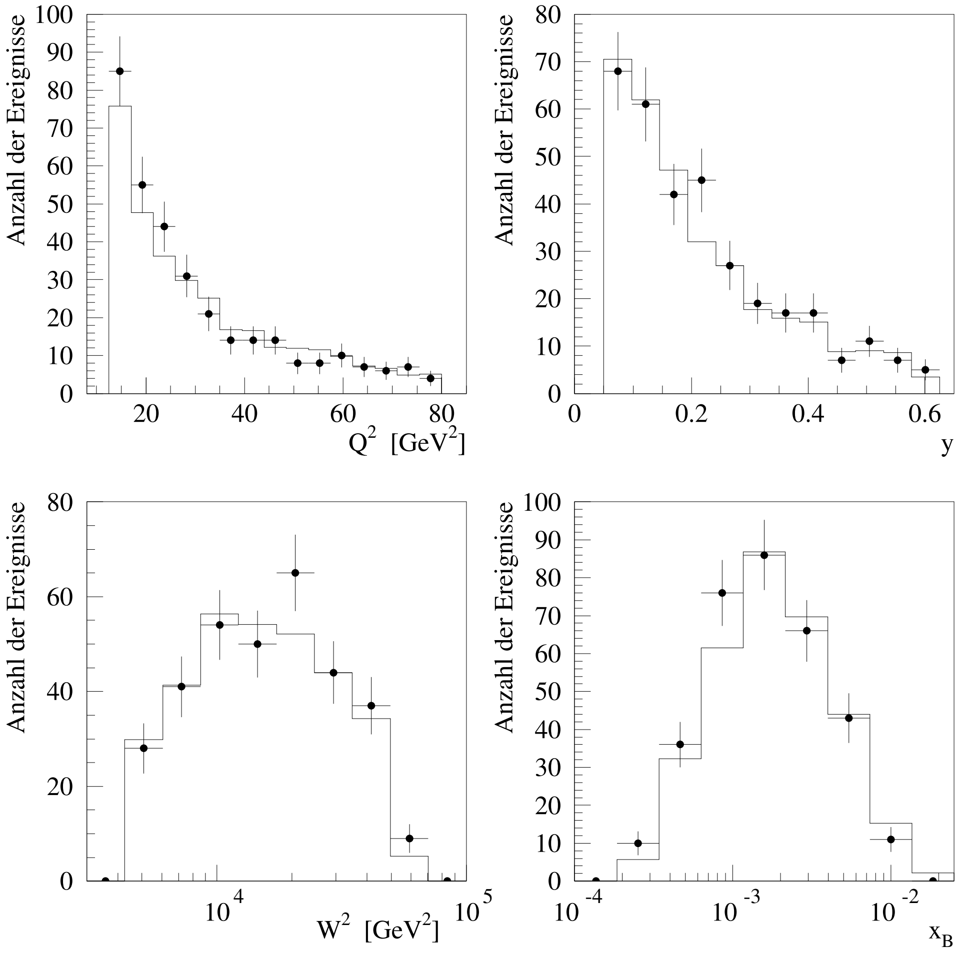

Abbildung 3.7: Verteilung selektierter Ereignisse als Funktion der kinematischen Variablen Q^2, y, W^2 und x_B für gemessene (●) und simulierte (——) Daten. Die Verteilung simulierter Ereignisse wurde auf die integrierte Luminosität der gemessenen Daten normiert.

3.4.2 Jet-Selektion

Die Definition von Jets basiert auf dem in Abschnitt 3.3.1 beschriebenen Cone-Algorithmus im hadronischen Schwerpunktsystem. Es wurden folgende Anforderungen an die Jet-Selektion gestellt:

- Es wird verlangt, daß in den Ereignissen genau zwei Jets mit einem Transversalimpuls von $p_T^* > 3.5\,\mathrm{GeV}$ gefunden werden.

- Der Absolutbetrag der Differenz zwischen der rekonstruierten und korrigierten Masse $\sqrt{\hat{s}}$ der Energie- und der Rapiditäts-Methode darf den Wert von 10 GeV nicht überschreiten (das Korrekturverfahren für $\hat{s}$ (und x) wurde in Abschnitt 3.3.2 beschrieben).

- Die mit der kombinierten Methode bestimmte invariante Masse $\sqrt{\hat{s}}$ der beiden Jets muß die Bedingung $\hat{s} > 100\,\mathrm{GeV}^2$ erfüllen.

- Es wird verlangt, daß die beiden vom hadronischen Schwerpunktystem in das Laborsystem Lorentz-transformierten Jets in dem Winkelbereich $10° < \theta_{jet} < 150°$ liegen. Der rückwärtige Bereich des H1-Detektors ist nicht für hadronische Energiemessungen ausgelegt, während die vordere Region des Detektors durch QCD-Effekte höherer Ordnung (Partonschauer) und Streuprodukte aus der Fragmentation des Proton-Remants dominiert wird.

- Die Differenz der Pseudorapiditäten η_{jet1} und η_{jet2} der beiden Jets im Laborsystem muß die Bedingung $|\Delta\eta_{jets}| = |\eta_{jet1} - \eta_{jet2}| < 2$ erfüllen. Durch diesen Schnitt wird die Qualität der $\hat{s}$-Rekonstruktion verbessert (siehe Abbildung 3.8 und Diskussion zur Abbildung 3.2). Dieses Selektionskriterium entspricht im Photon-Parton Schwerpunktsystem (unter Vernachlässigung des transversalen Beitrags in der Lorentz-Transformation durch das ausgetauschte Photon) einem Schnitt in der Pseudorapidität von $\hat{\eta} > 1$ oder entsprechend einem Winkelbereich von $40° < \hat{\theta} < 140°$. In Verbindung mit dem Selektionskriterium $\hat{s} > 100\,\mathrm{GeV}^2$ entpricht der Schnitt $|\Delta\eta_{jets}| < 2$ damit einem minimalen Transversalimpuls der Jets im Photon-Parton bzw. hadronischen Schwerpunktsystem von 3.2 GeV.

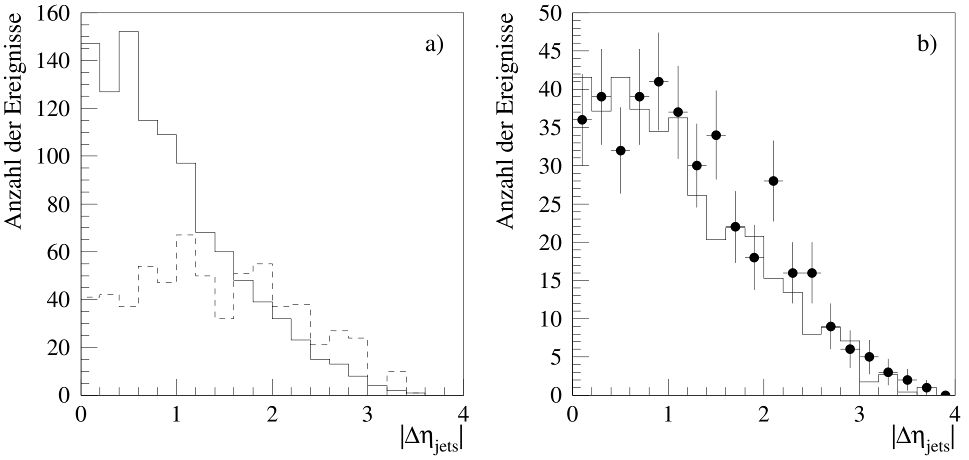

Abbildung 3.8: a) Verteilung simulierter Ereignisse als Funktion von $|\Delta\eta_{jets}| = |\eta_{jet1} - \eta_{jet2}|$ ohne den Selektionsschnitt $|\Delta\eta_{jets}| < 2$ für $(\hat{s}^{rek} - \hat{s})/\hat{s} \geq 0.5$ (——) und $(\hat{s}^{rek} - \hat{s})/\hat{s} < 0.5$ (– – –). **b)** Verteilung selektierter Ereignisse als Funktion von $|\Delta\eta_{jets}|$ für gemessene (•) und simulierte (——) Daten ohne den Schnitt $|\Delta\eta_{jets}| < 2$. Die Verteilung simulierter Ereignisse wurden auf die integrierte Luminosität der Daten normiert.

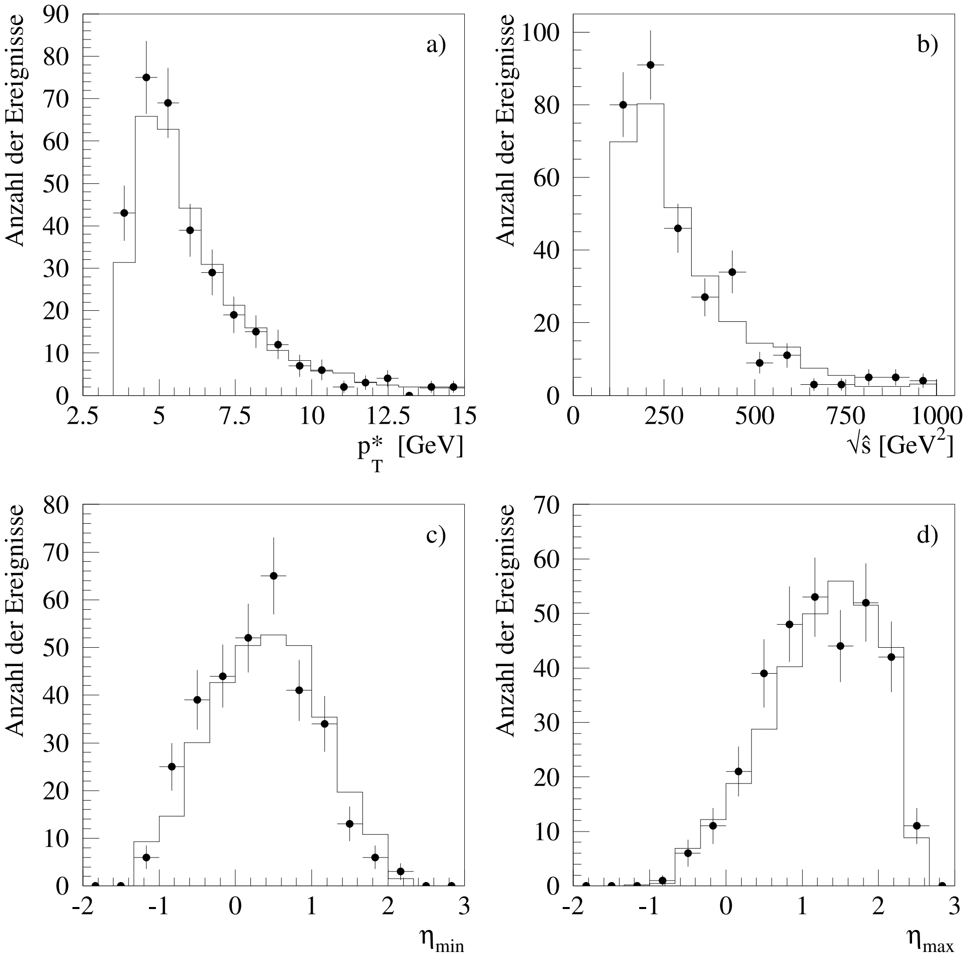

Abbildung 3.9: Verteilungen selektierter Ereignisse als Funktion **a)** des Transversalimpuses p_T^* der Jets im hadronischen Schwerpunktsystem, **b)** des invarianten Massenquadrats $\hat{s}$ der beiden Jets, **c)** der Pseudorapidität η_{min} für den nach hinten gestreuten Jet, **d)** der Pseudorapidität η_{max} für den nach vorne gestreuten Jet. Die Verteilungen simulierter Ereignisse wurden auf die integrierte Luminosität der Daten normiert.

Der endgültige Datensatz, dessen Ereignisse sowohl die DIS- als auch die Jet-Selektionskriterien erfüllen, besteht aus 328 Ereignissen. In Abbildung 3.9 sind einige Kontrollverteilungen dargestellt. Man erkennt eine gute Übereinstimmung zwischen den gemessenen und simulierten Verteilungen. Ein typisches selektiertes Ereignis ist in Abbildung 3.10 gezeigt.

Abbildung 3.11 zeigt den transversalen Energiefluß im Laborsystem um die mit dem Cone-Algorithmus bestimmten Jetachsen als Funktion von $\Delta\eta$ und $\Delta\phi$; $\Delta\eta$ und $\Delta\phi$ bezeichnen den Abstand zur betrachteten Jetachse in der Pseudorapidität η und dem Azimutalwinkel ϕ. Bei kleinen Q^2 ist der Transversalimpuls der einlaufenden Teilchen vor der ep-Kollision klein gegenüber den Jet-Transversalimpulsen im Endzustand. Man erwartet daher, daß die Jetachsen im Laborsystem nahezu in entgegengesetzte ϕ-Richtungen zeigen, wie dies in Abb. 3.11a und Abb. 3.11c zu sehen ist. Der Umlaufssinn von ϕ ist so definiert, daß der Azimutalwinkel des gestreuten Elektrons um mindestens π größer ist als der des

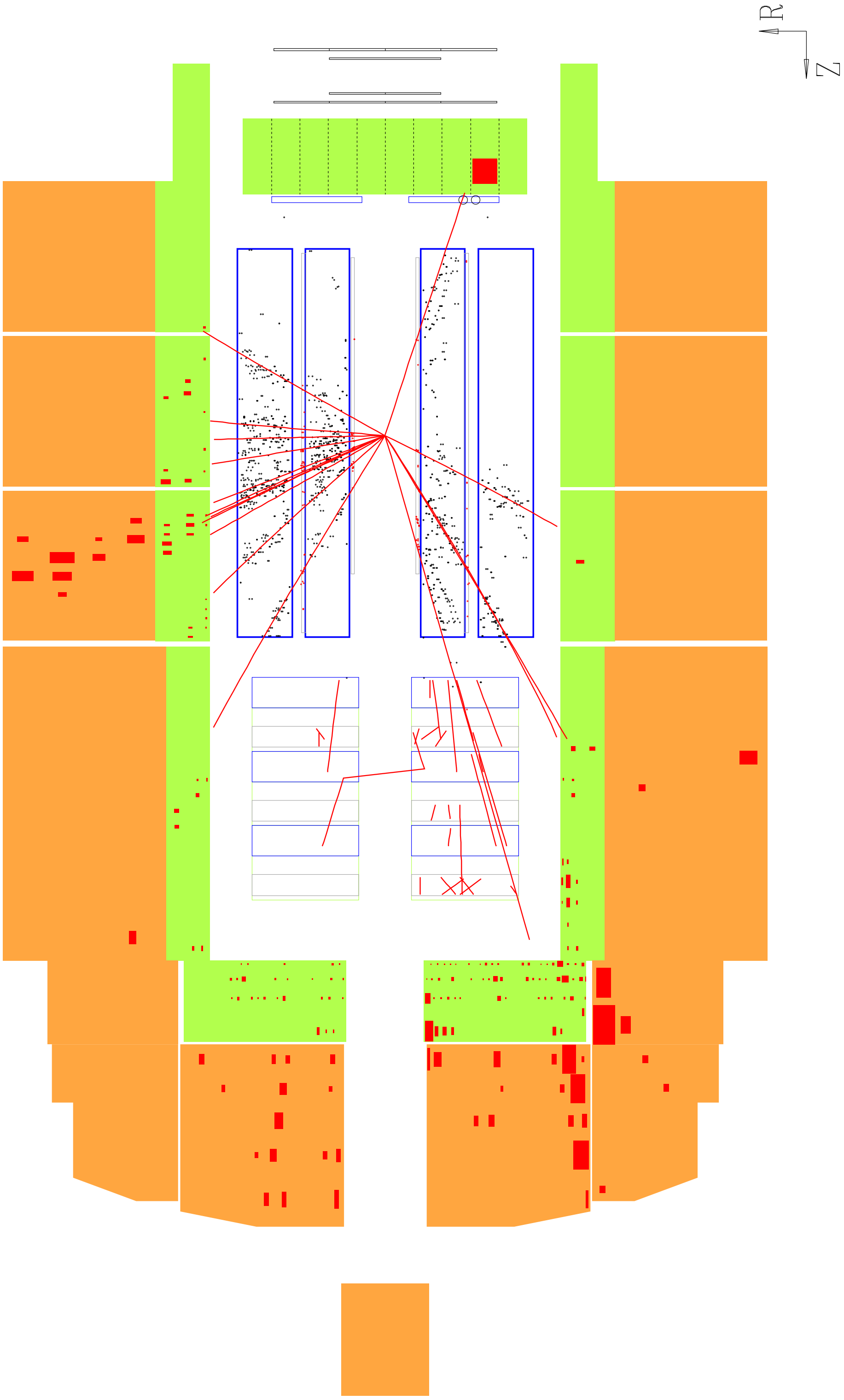

Abbildung 3.10: Ein selektiertes (2+1) Jet-Ereignis der tief-inelastischen *ep*-Streuung, das am 18.9.1993 mit dem H1-Detektor aufgezeichnet wurde (Run-Nummer: 62587, Ereignis-Nummer: 26271).

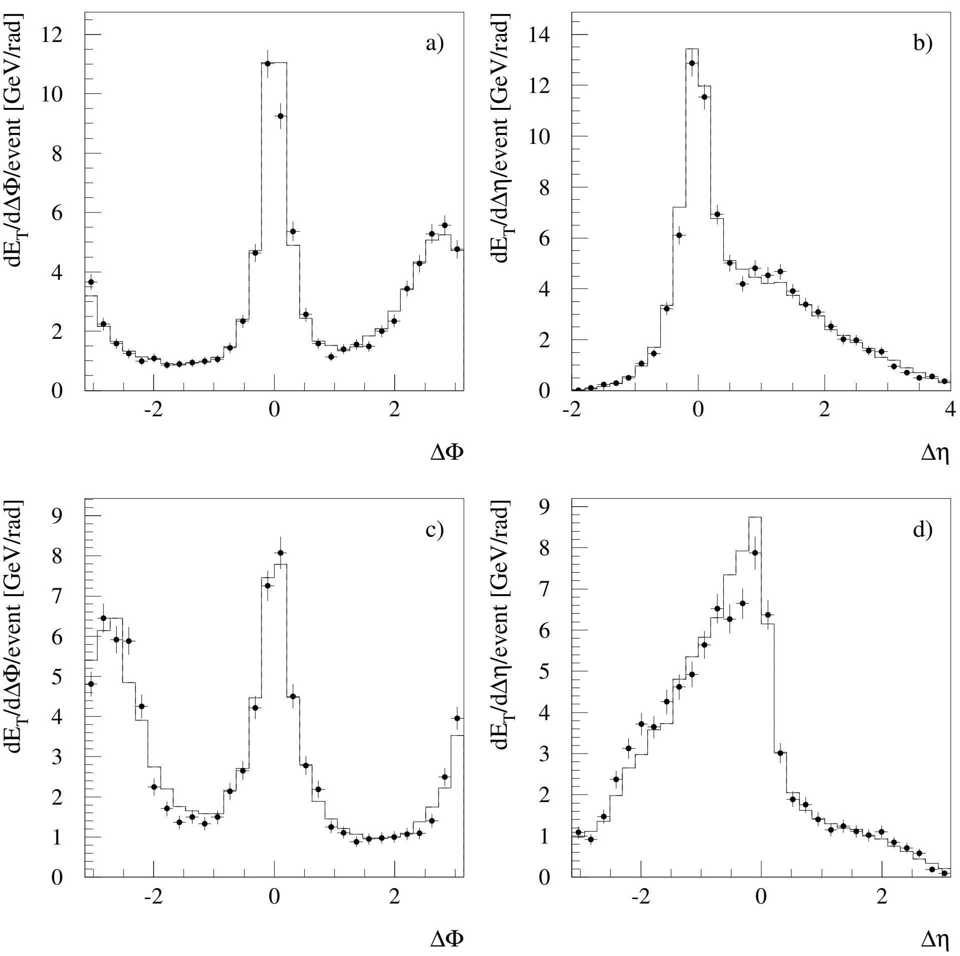

Abbildung 3.11: Transversaler Energiefluß im Laborsystem **a,b)** für den rückwärtigen und **c,d)** für den vorderen Jet als Funktion von $\Delta\eta$ und $\Delta\phi$ relativ zur betrachteten Jetachse. Gezeigt sind die Verteilungen für gemessene (•) und mit dem LEPTO-Modell simulierte (——) Ereignisse.

Jets mit der kleinsten Pseudorapidität. Hierdurch werden die Verteilungen Abb. 3.11a und Abb. 3.11c asymmetrisch bezüglich $\Delta\phi$ (siehe auch [61]). Man erkennt deutliche Jetstrukturen und eine ausgezeichnete Beschreibung der Jetprofile in Form und Höhe durch das LEPTO Monte Carlo Modell.

In [62] wurde basierend auf der 1992 Datennahme dargestellt, daß der gemessene Energiefluß in der vorderen Region des H1-Detektors durch das LEPTO-Modell unterschätzt wird. Mit der größeren Statistik der 1993 Datennahme konnte gezeigt werden, daß die Qualität der Übereinstimmung zwischen den vorhergesagten Energiefluß-Verteilungen des LEPTO-Modells und den gemessenen Verteilungen eine starke x_B-Abhängigkeit besitzt, wobei die Energiefluß-Verteilungen umso besser durch das LEPTO-Modell beschrieben werden, je größer x_B ist [63]. Entsprechende Verteilungen sind für den Datensatz der vorliegenden Analyse für die vordere Region des Flüssig-Argon-Kalorimeters ($2 < \eta < 3$) in Abbildung 3.12 gezeigt. Man erkennt eine gute Beschreibung der gemessenen vorderen Energieflüsse durch das LEPTO-Modell.

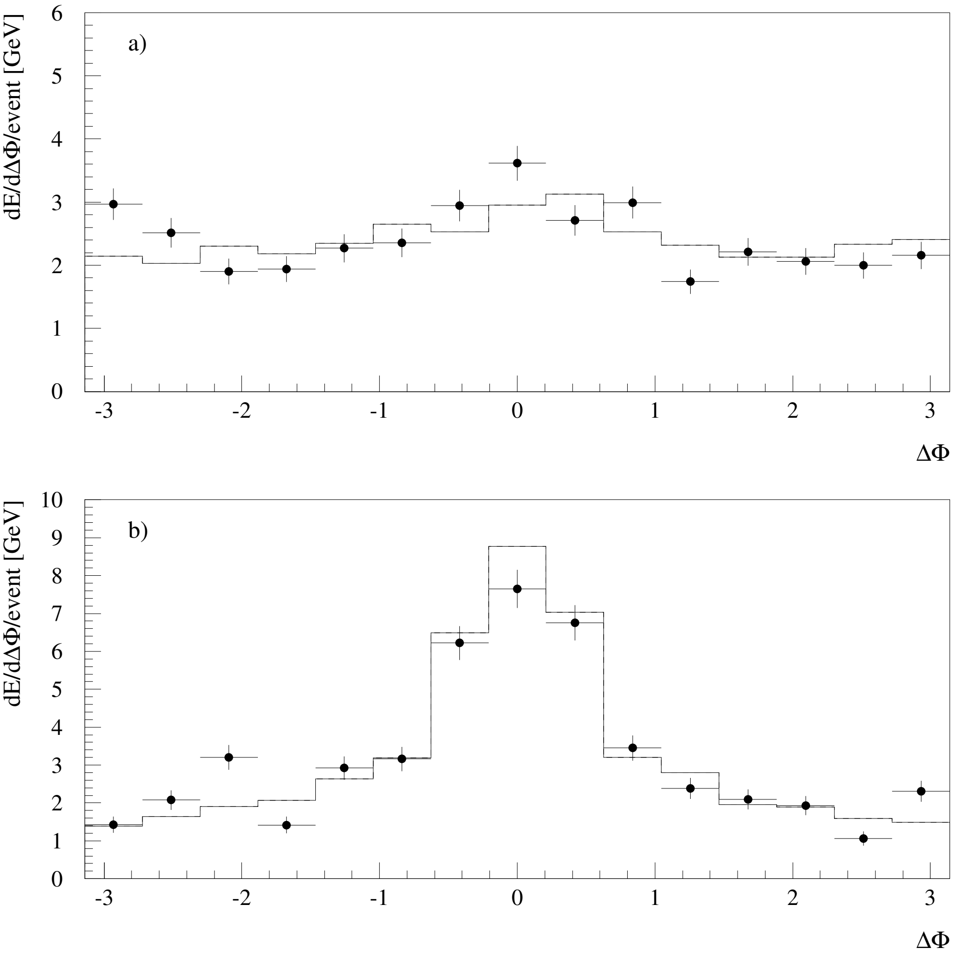

Abbildung 3.12: Energiefluß in der vorderen Region ($2 < \eta < 3$) des H1-Detektors für gemessene (•) und mit dem LEPTO-Modell simulierte (——) Ereignisse als Funktion von $\Delta\phi$ ($\Delta\phi$ entspricht der Definition aus Abbildung 3.11). Es wurden folgende Bedingungen an die Jet-Pseudorapiditäten gestellt **a)** $\eta_{jet1} < 2$ und $\eta_{jet2} < 2$ und **b)** $2 < \eta_{jet1} < 3$ und $\eta_{jet2} < 2$. In Abbildung **(a)** befinden sich beide Jets außerhalb der Region $2 < \eta < 3$, und man erwartet eine flache Energiefluß-Verteilung, während sich in Abbildung **(b)** ein Jet in der Region $2 < \eta < 3$ befindet und ein erhöhter Energiefluß bei $\Delta\phi = 0$ erwartet wird.

Es zeigt sich, daß die Energiefluß-Verteilungen der in der vorliegenden Analyse selektierten harten (2+1) Jet-Ereignisse nicht direkt mit denen des in [62, 63] verwendeten inklusiven Datensatzes, von denen die Jet-Ereignisse nur eine kleine Untermenge darstellen, verglichen werden können. Außerdem entspricht der Impulsanteil x des in den harten QCD-Prozeß einlaufenden Partons in dem Datensatz dieser Analyse nicht Bjørken-x, sondern es ist $x \gg x_B$. Demnach müssen die Verteilungen der Abbildung 3.12 mit den entsprechenden Verteilungen der inklusiven Messungen [63] bei höheren x_B verglichen werden, in denen das LEPTO-Modell ebenfalls eine gute Beschreibung der gemessenen Energiefluß-Verteilungen gibt.

3.4.3 Vergleich mit anderen Monte Carlo Modellen

In Abbildung 3.13 wird der gemessene (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitt als Funktion von Q^2 mit den Vorhersagen der Monte Carlo Modelle ARIADNE [33, 34] und LEPTO [37] verglichen. Man erkennt, daß die Vorhersage des ARIADNE-Modells bei kleinen Q^2 zu groß und bei großen Q^2 zu klein ist. Dieser Effekt wurde schon in dem Vergleich zwischen der gemessenen (2+1) Jetrate als Funktion von Q^2 und der Vorhersage des ARIADNE-Modells unter Verwendung der Daten des Jahres 1992 beobachtet [61]. Neben der Q^2-Abhängigkeit werden auch die Verteilungen anderer Größen ($x_B, y, \eta_{jet}, \dots$) nicht gut durch das ARIADNE-Modell beschrieben. Der BGF-Prozeß wird in ARIADNE durch LEPTO generiert (siehe Abschnitt 1.4.3), so daß es nicht verwundert, daß der BGF-Anteil am (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitt innerhalb von 12% zwischen den Vorhersagen von LEPTO und ARIADNE übereinstimmt. Die Ursache für den verbleibenden Unterschied von 12% ist die unterschiedliche Behandlung der QCD-Korrekturen höherer Ordnung in den Generatoren; ARIADNE verwendet das Farbdipolmodell und LEPTO das Partonschauermodell. Die in Abbildung 3.13 beobachtete Differenz zwischen dem gemessenen und von dem ARIADNE-Modell vorhergesagten (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitt ist folglich auf nicht gluon-initiierte Prozesse (QPM, QCD-Compton) zurückzuführen.

In der zur Verfügung stehenden Version des HERWIG-Generators [35, 36] ist es nicht möglich gewesen, QPM-Ereignisse gemeinsam mit $\mathcal{O}(\alpha_s)$ Matrixelement-Ereignissen zu generieren, so daß in diesem Modell der Migrationsanteil des quark-initiierten QPM-Untergrunds am (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitt nicht berücksichtigt werden konnte.

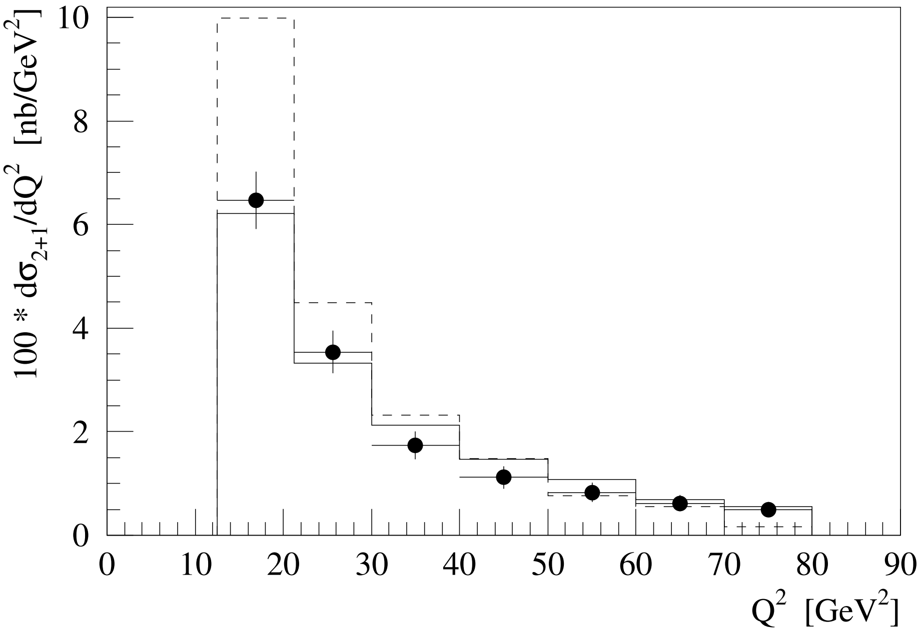

Abbildung 3.13: Der (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitt $d\sigma_{2+1}/dQ^2$ als Funktion von Q^2 für gemessene Daten (●), denen der LEPTO- (——) und der ARIADNE-Simulation (– – –).

Die auf der Hadronebene ermittelte Modellabhängigkeit der mit der Faktor-Methode (siehe Abschnitt 4.1.1) berechneten Akzeptanzen für BGF-Prozesse ergab sich zu $\lesssim 15\%$ für die drei untersuchten Modelle ARIADNE, HERWIG und LEPTO. Ein Vergleich zwischen HERWIG und LEPTO zeigte, daß die Modellabhängigkeit dieser Akzeptanzen für den QCD-Compton Prozeß ebenfalls kleiner als 15% ist.

3.5 Untergrund

Der dominiernde Untergrund in der vorliegenden Analyse ist durch den quark-initiierten QCD-Compton Prozeß gegeben. In dem selektierten Datensatz simulierter Ereignisse des LEPTO Monte Carlo Modells beträgt dieser Anteil ca. 27% und ist nahezu unabhängig vom Impulsanteil x des in den QCD-Prozeß einlaufenden Partons. Die Unsicherheit in der Kenntnis dieses Untergundbeitrags ist hauptsächlich durch die Unsicherheit in der Kenntnis der Quarkdichte-Verteilungen in dem Intervall $0.0019 < x < 0.18$ dieser Messung gegeben (siehe Diskussion zur Abbildung 1.7) und wird in Abschnitt 4.2.1 als ein systematischer Fehlerbeitrag zu der vorliegenden Messung der Gluondichte berücksichtigt.

Trotz der erwarteten unterschiedlichen Fragmentationseigenschaften für BGF- und QCD-Compton Ereignisse ist die Topologie der Endzustände beider Prozesse sehr ähnlich, und es konnte keine geeignete Methode gefunden werden, diese Ereignistypen voneinander zu trennen.

3.5.1 Photoproduktionsuntergrund

Die ep-Streuung bei *HERA* wird durch den Photoproduktionsprozeß, d.h. durch den Austausch quasi-reeller Photonen ($Q^2 \simeq 0$) dominiert. In Photoproduktionsereignissen werden die einlaufenden Elektronen hauptsächlich unter kleinen Winkeln relativ zur Strahlrichtung gestreut und verschwinden zum größten Teil unbeobachtet im Strahlrohr. Konversionsprodukte von Photonen aus π^0-Zerfällen in dem Material vor dem BEMC oder auch niederenergetisch geladene Pionen aus dem hadronischen Endzustand eines Photoproduktionsprozesses können ein gestreutes Elektron eines DIS-Prozesses in dem BEMC vortäuschen. Aufgrund des großen Wirkungsquerschnitts von Photoproduktionsprozessen im Vergleich zu denen der tief-inelastischen Streuung stellt die Photoproduktion häufig einen nicht vernachlässigbaren Untergrundbeitrag dar.

Die aus Photoproduktionsprozessen vorgetäuschten DIS-Elektronen besitzen ein steil abfallendes Energiespektrum und häufen sich bei kleinen Energien, so daß das mit der Elektron-Methode rekonstruierte y_e hauptsächlich einen Wert nahe bei 1 besitzt. Das mit der Jacquet-Blondel Methode berechnete y_{JB} benutzt dagegen nicht die falsche Information über ein gestreutes Elektron aus einem DIS-Prozeß, und man erhält im allgemeinen einen sehr viel kleineren Wert für das rekonstruierte y. Man erwartet daher, daß der verbleibende Untergrund an Photoproduktionsereignissen in dem selektierten Datensatz der

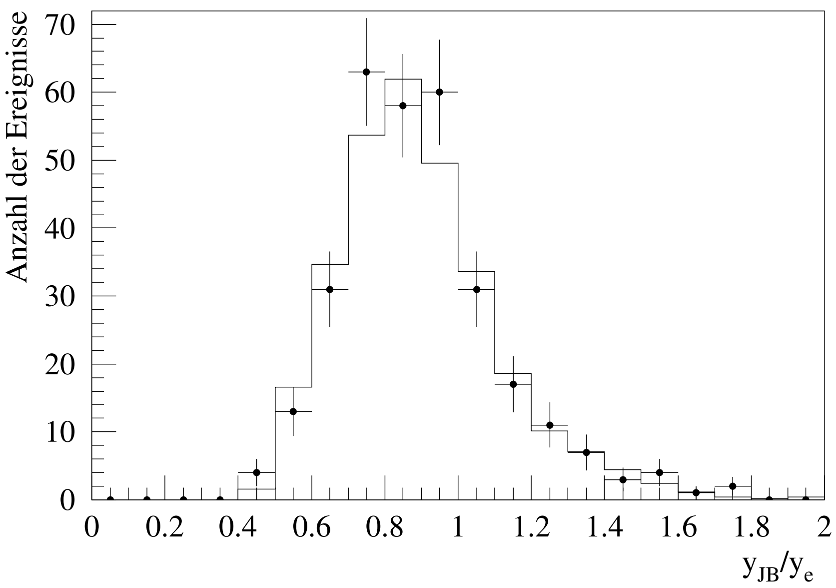

Abbildung 3.14: Verteilung gemessener (•) und simulierter (——) selektierter Ereignisse als Funktion des Verhältnisses y_{JB}/y_e. Die Verteilung simulierter Ereignisse wurde auf die integrierte Luminosität der gemessenen Daten normiert.

vorliegenden Analyse eine Häufung von Ereignissen in der y_{JB}/y_e-Verteilung bei kleinen Werten für y_{JB}/y_e verursachen wird, die in der Vorhersage des reinen DIS LEPTO Monte Carlos nicht zu sehen ist. Abbildung 3.14 zeigt den Vergleich der y_{JB}/y_e-Verteilung für die gemessenen und simulierten Ereignisse des LEPTO Generators. Man erkennt eine gute Übereinstimmung zwischen beiden Verteilungen auch für kleine Werte von y_{JB}/y_e, so daß sich aus diesen Verteilungen kein Hinweis auf einen verbleibenden Anteil an Photoproduktionsereignissen in dem selektierten Datensatz der vorliegenden Analyse erkennen läßt.

Eine weitere Abschätzung für die Anzahl an Photoproduktionsereignissen, die die Selekionskriterien der vorliegenden Analyse erfüllen, basiert auf der Simulation von Photoproduktionsprozessen, wobei die integrierte Luminosität der verwendeten Datensätze vergleichbar mit der benutzten Luminosität der 1993 Daten ist (siehe Tabelle 3.2). Bis heute ist es nicht gelungen, eine einheitliche Beschreibung aller Transversalimpulsbereiche der erzeugten Partonen in Photoproduktionsprozessen zu finden [64], und es wurde eine Aufteilung in folgende Komponenten vorgenommen:

- Für den Bereich kleiner Transversalimpulse ($p_T < 1\,\mathrm{GeV}$) wurde der Generator RayVDM 2.0 [65] verwendet, der Ereignisse basierend auf dem phänomenologischen *Vektor-Dominanz-Modell* generiert. In diesem Modell fluktuiert das Photon in einen gebundenen, virtuellen $q\bar{q}$-Zustand ($\rho^\circ, \omega, \phi, \ldots$), der mit dem Proton wechselwirkt.
- Die *direkte Komponente* der Photoproduktion, die aufgrund der großen Transversalimpulse ($p_T \gtrsim 2\,\mathrm{GeV}$) mit Hilfe der pertubativen QCD berechnet werden kann, wurde mit dem Generator Pythia [66] generiert. In diesem Fall wechselwirkt das

Photon als punktförmiges, quasi-reelles Teilchen mit dem Proton. In dem Photon-Gluon Fusionsprozeß wurde die Erzeugung leichter und schwerer Quarks getrennt behandelt.

- Die harte *„resolved" Komponente* der Photoproduktion, in der das Photon in ein ungebundenes $q\bar{q}$-Paar fluktuiert, bevor es zu einer Wechselwirkung mit dem Proton kommt, wurde ebenfalls mit dem Pythia-Generator generiert. Zur Beschreibung der partonischen Struktur des Photons müssen hier zusätzlich zu den Partondichten im Proton auch die Partondichten im Photon bekannt sein.

Es zeigte sich, daß keines der simulierten Ereignisse der betrachteten Photoproduktionsdatensätze alle genannten Selektionsschnitte erfüllte. Hierbei wurde der größte Teil der Photoproduktionsereignisse durch die Schnitte auf die Energie des (vorgetäuschten) Elektrons und den lateralen Elektron-Schauerradius verworfen. Im folgenden wird aus diesem Grund der Anteil an Photoproduktionsereignissen in dem Datensatz der vorliegenden Analyse zu Null angenommen.

Monte Carlo Generator	Ereignisse	σ_{tot} [nb]	$\mathcal{L}$ [nb^{-1}]
RayVDM	$1.8 \cdot 10^6$	5820	309
Pythia (direkt)	$1.6 \cdot 10^5$	450	356
Pythia (schwere Quarks)	$0.8 \cdot 10^5$	54	1481
Pythia (resolved)	$7.2 \cdot 10^5$	4440	162

Tabelle 3.2: Einige Parameter der verwendeten Photoproduktionsdatensätze.

3.5.2 Weiterer Untergrund

Sowohl Myonen aus der kosmischen Strahlung als auch Strahl-Halo-Myonen, die aus der Wechselwirkung verlorengegangener Protonen mit dem umgebenden Material (Strahlrohr, Strahlführungsmagnete) stammen, können durch die Produktion von δ-Elektronen elektromagnetische Schauer in dem Flüssig-Argon-Kalorimeter und dem BEMC auslösen. Da es unwahrscheinlich ist, daß durch diese Prozesse zwei harte Jets im Flüssig-Argon-Kalorimeter und ein Elektron im BEMC vorgetäuscht werden, kann erwartet werden, daß dieser Anteil in dem selektierten Datensatz sehr klein ist.

Ereignisse aus Wechselwirkungsprozessen des Protonstrahls mit den Restgasmolekülen im Strahlrohr bzw. mit dem Strahlrohr selbst, werden auf der Triggerebene unter Benutzung des ToF-Systems und der VETO-Wand zum größten Teil verworfen. Durch das Selektionskriterium, daß mindestens eine Spur innerhalb von 30 cm in z-Richtung auf den nominalen H1 Vertex zeigen muß, wird dieser Untergrundbeitrag weiter reduziert. Eine Studie von Wechselwirkungsprozessen dieses Untergrundtyps von Proton(Elektron)-Paketen ohne dazugehörenden Wechselwirkungspartner (sogenannte Pilot-Bunches) zeigte, daß keines dieser Ereignisse alle Selektionskriterien dieser Analyse erfüllte.

Eine visuelle Durchmusterung der selektierten 328 Ereignisse ergab keinen Hinweis auf einen verbleibenden Anteil auf die eben genannten Untergrundbeiträge. Aus diesem Grund wird der Anteil dieser Beiträge in dem Datensatz der vorliegenden Analyse zu Null angenommen.

3.6 Diffraktiver Anteil

In den bisher diskutierten Prozessen der tief-inelastischen ep-Streuung wird ein virtuelles Boson (Photon) an einem Farbladungsträger (dem Parton) im Proton gestreut (siehe Abbildung 3.15a). Aufgrund des Farb-Strings zwischen den auslaufenden Partonen des harten QCD-Prozesses und dem Proton-Remnant erwartet man Fragmentationsprodukte in der vorderen Detektorregion.

Bei *HERA* wurde sowohl in der tief-inelastischen Streuung als auch in der Photoproduktion eine weitere Klasse von Ereignissen beobachtet, die keinen Energiefluß in einem Bereich nahe der Protonstrahlrichtung aufweisen [67, 68] (man spricht von einer Rapiditätslücke) und die nicht durch standard DIS Monte Carlo Modelle wie LEPTO 6.1 [37] beschrieben werden können. Viele Verteilungen dieser Ereignisse werden jedoch durch Monte Carlo Modelle beschrieben, die auf einer diffraktiven Photon-Proton Wechselwirkung basieren [69, 70]. In dieser Vorstellung wird das virtuelle Photon an einem farbneutralen Objekt (dem Pomeron) im Proton gestreut, wobei Energie und Impuls, aber keine Quantenzahlen ausgetauscht werden (siehe Abbildung 3.15b-c). Aufgrund der fehlenden Farbladungsverbindung zwischen dem Proton-Remnant und den auslaufenden Partonen des QCD-Prozesses, wird in diffraktiven Prozessen nahe der Protonstrahlrichtung eine Rapiditätslücke erzeugt. Im folgenden wird angenommen, daß Ereignissen mit Rapiditätslücken ein diffraktiver Prozeß zugrunde liegt.

In der Photoproduktion wurden harte Prozesse in der Form von Ereignissen mit Rapiditätslücken und zwei zusätzlichen harten Jets mit Transversalimpulsen von mehr als 4 GeV beobachtet [71]. Im folgenden wird der Anteil diffraktiver Ereignisse mit zwei harten Jets in der tief-inelastischen Streuung unter Verwendung des Datensatzes der vorliegenden Analyse bestimmt.

Die Identifikation diffraktiver Ereignisse beruht auf den vorderen Detektorkomponenten. Es wurden folgende Anforderungen an die Selektion dieses Ereignistyps gestellt:

- Die im Plug-Kalorimeter deponierte Energie ist kleiner als 1 GeV.
- Die Anzahl der Treffer in den vorderen Myon-Kammern ist kleiner als zwei.
- Alle in den vorangehenden Punkten genannten Detektorkomponenten waren während der Datennahme voll funktionsfähig.

Das Rapiditätsgap dieser Ereignisse erstreckt sich damit vom Anfang des PLUG-Kalorimeters ($\eta \simeq 5.1$) bis mindestens zum Anfang des Flüssig-Argon-Kalorimeters ($\eta \simeq 3.3$).

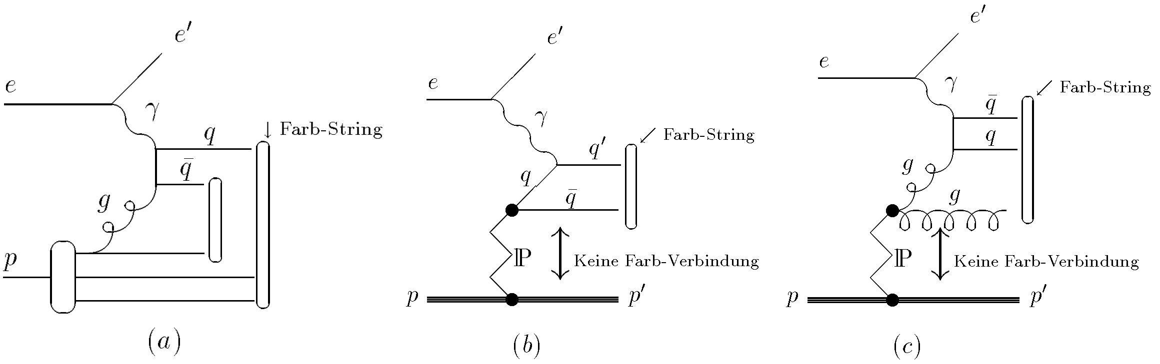

Abbildung 3.15: **a)** In Boson-Gluon-Fusionsprozessen hinterläßt das in den QCD-Prozeß einlaufende Gluon die drei Valenzquarks des Protons in einem Farboktett-Zustand, und es entsteht eine Farbladungsverbindung zwischen den auslaufenden Partonen des QCD-Prozesses und dem Proten-Remnant. **b,c)** Gezeigt sind Prozesse der inelastischen Lepto-Pomeron Streuung für den Prozeß niedrigster Ordnung (b) und die Photon-Gluon-Fusion (c). Da das Pomeron keine Farbladung besitzt, gibt es keine Farbladungsverbindung zwischen dem Proton-Remnant und den auslaufenden Partonen des QCD-Prozesses. Die in dem Graphen (b) erzeugten Transversalimpulse der auslaufenden Partonen des harten QCD-Prozesses sind klein gegenüber denen des Graphen (c), so daß der dominierende Beitrag diffraktiver Prozesse zu dem gemessenen (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitt dieser Analyse durch den generischen Graphen (c) gegeben ist.

Die zu ermittelnde Effizienz ε_{diff} dieser Kriterien, diffraktive Ereignisse zu selektieren, basiert auf einer Simulation diffraktiver Prozesse in dem H1 Detektor, wobei das Monte Carlo Modell RAPGAP [72] verwendet wurde. In diesem Modell wird angenommen, daß das stark wechselwirkende Pomeron als partonisches System betrachtet werden kann. Da die partonische Struktur des Pomerons nicht bekannt ist, wurden zwei Datensätze verwendet, wobei das Pomeron in dem ersten Datensatz als Zwei-Gluonen-System dargestellt wurde und in dem zweiten Datensatz aus einer farblosen Mischung aus Quarks und Gluonen besteht. Aus diesen Datensätzen ergab sich eine mittlere Effizienz $\varepsilon_{diff} = 0.8$.

Tabelle 3.3 zeigt sowohl den für diese Effizienz korrigierten Anteil diffraktiver Ereignisse in dem selektierten (2+1) Jet-Datensatz, als auch den aus der LEPTO-Simulation als diffraktiv klassifizierten Untergrund an DIS-Ereignissen in den fünf x_g-Bins dieser Analyse (siehe Tabelle 4.3 und Abbildung 4.10). Die ermittelten diffraktiven Anteile sind verträglich mit einer flachen x_g-Abhängigkeit. Der Fit einer Konstanten an diese Werte

	Bin 1	Bin 2	Bin 3	Bin 4	Bin 5
Daten	13.6 ± 7.3	9.8 ± 3.8	6.5 ± 2.0	7.8 ± 3.4	7.4 ± 5.0
LEPTO	1.1 ± 1.1	2.2 ± 1.0	1.5 ± 0.5	0.6 ± 0.4	0 ± 0
Daten (korr.)	15.6 ± 9.2	9.5 ± 4.9	6.3 ± 2.6	9.0 ± 4.3	9.3 ± 6.3

Tabelle 3.3: Gemessener prozentualer Anteil diffraktiver Ereignisse in dem verwendeten Datensatz dieser Analyse (erste Zeile). Prozentualer Anteil an als diffraktiv klassifizierter DIS-Ereignisse in dem Datensatz simulierter LEPTO-Ereignisse (zweite Zeile). Für den DIS-Untergrund (zweite Zeile) und die Effizienz $\varepsilon_{diff} = 0.8$ korrigierter prozentualer Anteil diffraktiver Ereignisse in dem verwendeten Datensatz dieser Analyse (dritte Zeile).

ergab einen mittleren Anteil von $(8 \pm 2)\%$ als diffraktiv klassifizierter Ereignisse in dem verwendeten Datensatz der vorliegenden Analyse.

Die Messung von Strukturfunktionen, aus denen die meisten Bestimmungen von Partondichte-Parametrisierungen stammen, ist inklusiv und enthält damit auch einen bestimmten Anteil an diffraktiven Ereignissen. Aus diesem Grund werden diffraktive Ereignisse in der vorliegenden Messung der Gluondichte nicht als ein Untergrundbeitrag betrachtet.

Kapitel 4

Bestimmung der Gluondichte im Proton

4.1 Das Entfaltungsproblem

Das Entfaltungsproblem dieser Analyse besteht darin, eine Funktion $g(x)$ (die Gluondichte) der Variablen x aus einer gemessenen Verteilung $h(x^{rek})$ (dem (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitt) der verschmierten Variablen x^{rek} zu rekonstruieren. Die Transformation zwischen der Funktion g und der auf Detektorebene erwarteten Funktion h kann hier durch eine Fredholm Integralgleichung der ersten Art ausgedrückt werden:

$$h(x^{rek}) = \int_{x^{min}}^{x^{max}} M(x^{rek}, x) g(x) dx + b(x^{rek}), \tag{4.1}$$

wobei sich die Funktion h aus einem durch die Systemantwort M verschmierten Signal g und einem als bekannt vorausgesetzten Untergrund b zusammensetzt. Durch M wird sowohl die Verschmierung der Variablen x als auch die Transformation der „wahren“ Verteilung g in die auf der Detektorebene gemessene Verteilung beschrieben. Die Funktion M ist unabhängig von g; durch die Kenntnis von M kann zu beliebigem g die Verteilung h berechnet werden. Die Rekonstruktion von g aus einer gemessenen Verteilung $\hat{h}$ nennt man *Entfaltung*.

In Experimenten der Hochenergiephysik besitzt die gemessene Verteilung $\hat{h}$ im allgemeinen einen nicht vernachlässigbaren statistischen Fehler, so daß g analytisch nicht entfaltet werden kann. Man behilft sich in diesen Fällen numerischer Näherungsverfahren und bestimmt g durch einen Fit der Funktion h an die gemessene Verteilung $\hat{h}$. Jede numerische Lösung der Integralgleichung (4.1) erfordert eine Approximation der auftretenden Funktionen durch endlich viele Terme *(Diskretisierung)*.

Außerdem ist es für Experimente der Hochenergiephysik typisch, daß sich die Systemantwort M nicht aus einem bekannten Eingangssignal g extrahieren läßt. Sicher kann man viele Eigenschaften des Detektors in einem Teilchen-Teststrahl ermitteln, jedoch müßten für diese Analyse DIS-Prozesse mit bekannter Kinematik in dem Detektor erzeugt werden. Da dies nicht möglich ist, wird die Systemantwort aus einer Monte Carlo Simulation ermittelt, in der die Eigenschaften des Meßprozesses in dem Detektor durch ein Simulationsprogramm modelliert werden. Durch die Simulation hinreichend vieler Ereignisse läßt sich der statistische Fehler von M beliebig verkleinern, dennoch verbleibt eine systematische Unsicherheit in der Kenntnis von M dadurch, daß das Simulationsprogramm nur eine Approximation der wahren Detektoreigenschaften widerspiegeln kann.

Die Systemantwort M enthält unvermeidbare Effekte der Meßapparatur, die unterschieden werden können in den begrenzten *Akzeptanzbereich* und die begrenzte *Auflösung* des Meßprozesses. Die Einschränkung der Akzeptanz ist bei dieser Messung vor allem durch die geometrisch begrenzte Akzeptanz des H1 Detektors gegeben. Dies führt zu einem Verlust von Ereignissen mit einem Jet in dem nicht mit einem hadronischen Kalorimeter bestückten Bereich $\theta \gtrsim 150°$ und zu einem Verlust von Ereignissen im Strahlrohr. Weitere starke Einschränkungen des Akzeptanzbereichs sind durch physikalisch motivierte Schnitte wie $\theta_{jet} > 10°$ gegeben. Die x_g-Auflösung wird hauptsächlich durch die Genauigkeit begrenzt, mit der die Jet-Energien und Jet-Winkel mit dem Detektor gemessen werden können.

In der vorliegenden Analyse sind in M zusätzliche Unsicherheiten durch das verwendete Monte Carlo Modell LEPTO enthalten. In LEPTO werden, ausgehend von einem gegebenen Satz von Partondichten und Parametern, unter Verwendung der QCD-Matrixelemente zur Ordnung α_s und von zusätzlichen durch das Partonschauer-Modell approximierten QCD-Korrekturen höherer Ordnung, Partonen generiert. Für den Übergang von Partonen in Hadronen wird das String-Fragmentationsmodell verwendet. Diese Modellannahmen liefern eine zusätzliche (systematische) Unsicherheit in der Kenntnis von M.

4.1.1 Numerische Lösungsverfahren

Die numerische Lösung der Integralgleichung (4.1) erfordert eine Diskretisierung der in ihr auftretenden Funktionen; sie kann erreicht werden, in dem $g(x)$ durch eine Superposition aus m Basisfunktionen $p_j(x)$ dargestellt wird

$$g(x) = \sum_{j=1}^{m} a_j p_j(x), \tag{4.2}$$

und man die Funktionen h und b durch Histogramme mit den Bin-Grenzen $x^{rek}_{(i)}, i = 1, \ldots, n+1$ approximiert. Dann läßt sich mit den Abkürzungen

$$h_i = \int_{x^{rek}_{(i)}}^{x^{rek}_{(i+1)}} h(x^{rek})dx^{rek}, \quad M_{ij} = \int_{x^{rek}_{(i)}}^{x^{rek}_{(i+1)}} dx^{rek} \int_{x^{min}}^{x^{max}} M(x^{rek}, x)p_j(x)dx, \quad b_i = \int_{x^{rek}_{(i)}}^{x^{rek}_{(i+1)}} b(x^{rek})dx^{rek}, \tag{4.3}$$

Gleichung (4.1) schreiben als

$$h = Ma + b. \tag{4.4}$$

Die n Komponenten der Vektoren h und b entsprechen demnach den Bin-Inhalten der korrespondierenden Histogramme. Der Vektor a hat die Komponenten $a_j, j = 1, \ldots, m$, und damit ist M eine $(m \times n)$-Matrix. Gleichung (4.4) ist eine diskrete Approximation der Entfaltungsgleichung (4.1). Die Elemente M_{ij} ($M_{ij} \geq 0$) der Matrix M sind proportional zur Wahrscheinlichkeit, ein im j-ten Bin von g generiertes Ereignis in dem i-ten Bin von h wiederzufinden. Die j-te Spalte von M ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Verschmierung der j-ten Komponente von g in dem Histogramm h.

Die Anzahl n der Komponenten der Vektoren h und b und die Anzahl m der Basisfunktionen $p_j(x)$ muß der vorhandenen Statistik und der Auflösung des Meßprozesses angepaßt werden. Je besser die Auflösung der Meßapparatur ist, desto größer kann m gewählt werden, da mit der zunehmenden Anzahl von Basisfunktionen feinere Strukturen in dem entfalteten Resultat $\hat{g}$ aufgelöst werden können. Mit zu klein gewähltem m wird die vorhandene Auflösung nicht genutzt. Der Wert für n wird durch die zur Verfügung stehende Monte Carlo Statistik begrenzt. Wird n zu groß gewählt, können die Elemente der Matrix M aus der Simulation nur mit einem unzureichend großen statistischen Fehler bestimmt werden. Wählt man n zu klein, wird wiederum die vorhandene Auflösung nicht genutzt. Aus diesem Grund muß die Anzahl der Ereignisse in der Monte Carlo Simulation wesentlich größer sein als die der gemessenen Daten. Damit sowohl begrenzte Auflösung als auch endliche Monte Carlo Statistik berücksichtigt werden, sollte $m < n$ gewählt werden. In den folgenden Ableitungen wird angenommen, daß der relative statistische Fehler der Elemente von M und der Komponenten von b vernachlässigbar klein gegenüber denen der gemessenen Verteilung $\hat{h}$ ist.

Konventionelle Lösungen

Die denkbar einfachste Form der Basisfunktionen ist

$$p_j(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } x_{(j)} < x < x_{(j+1)}, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad , \quad j = 1, \ldots, m. \tag{4.5}$$

In diesem Fall repräsentieren die Komponenten a_j in Gleichung (4.2) direkt ein Histogramm der Lösung $g(x)$. Wurde eine Verteilung $\hat{h}$ gemessen, so ergibt sich der Lösungsvektor $\hat{a}$ aus einem Fit des linearen Ausdrucks $Ma + b$ an $\hat{h}$. Unter Vernachlässigung der Korrelationen zwischen den Bins des Histogramms $\hat{h}$ und der Annahme, daß alle Bins den gleichen statistischen Fehler besitzen (d.h. die Kovarianzmatrix $V(\hat{h})$ ist proportional zur Einheitmatrix), liefert die Methode der kleinsten Quadrate für den zu minimierenden Ausdruck $S(a) = (h - (Ma + b))^T (h - (Ma + b))$ die Lösung

$$\hat{a} = \left(M^T M\right)^{-1} M^T (\hat{h} - b), \tag{4.6}$$

vorausgesetzt $M^T M$ ist invertierbar. Für den Fall, daß die Matrix M quadratisch ($m = n$) und invertierbar ist, kann $S(a) = 0$ erreicht werden, und die Lösung läßt sich direkt schreiben als

$$\hat{a} = M^{-1} (\hat{h} - b). \tag{4.7}$$

Diese Gleichung nennt man die *Inversions-Methode*. Ist der Effekt der begrenzten Auflösung klein gegenüber dem der Akzeptanz, können die Nebendiagonalelemente in M (und damit auch die Migrationen zwischen den Bins) vernachlässigt werden, und man erhält die *Faktor-Methode*:

$$\hat{a}_i = \frac{\hat{h}_i - b_i}{h_i - b_i} \cdot a_i \quad \text{für} \quad i = 1, \ldots, m. \tag{4.8}$$

Dieses Verfahren der ausschließlichen Korrektur für Akzeptanzverluste wurde in einer Zwischenstufe dieser Analyse verwendet [73]. Der Abbildung 3.6 entnimmt man jedoch, daß Auflösungseffekte und Ausläufer in der x-Bestimmung nicht vernachlässigbar klein sind, und damit die Migrationen zwischen den Bins berücksichtigt werden müssen. Die Lösungen der Inversions-Methode und Gleichung (4.6) führen häufig zu Oszillationen in dem entfalteten Resultat, weswegen sie nur selten praktisch angewendet werden. Eine quantitative Analyse für deren Ursache und Verfahren zur Vermeidung dieser Oszillationen ist das Thema der nächsten beiden Abschnitte.

Entfalten ohne Regularisierung

Aufgrund ihrer Integrationseigenschaften und der einfachen Form der resultierenden Ausdrücke, ist es im folgenden vorteilhaft, als Basisfunktionen $p_j(x)$ kubische B-Splines [74] mit äquidistanten Knoten zu wählen. Die m Parameter $\hat{a}_j$ müssen aus den Daten ermittelt werden, die in der Form eines Histogramms mit den Bin-Inhalten $\hat{h}_i, i = 1, \ldots, n$ vorliegen. Man erhält die Parameter $\hat{a}_j$ durch einen Fit des linearen Ausdrucks $Ma + b$ an das Histogramms $\hat{h}$. Unter der Annahme, daß die Einträge h_i in dem Histogramm $h = Ma + b$ poissonverteilt sind, ist die Wahrscheinlichkeit $P(\hat{h}_i|h_i)$, im i-ten Bin den Wert $\hat{h}_i$ zu beobachten, wenn der Mittelwert (Erwartungswert) h_i ist, durch

$$P(\hat{h}_i|h_i) = e^{-h_i} \frac{h_i^{\hat{h}_i}}{\hat{h}_i!} \tag{4.9}$$

gegeben. Entsprechend der Maximum Likelihood Methode [75] erhält man die optimale Lösung $\hat{a}$ durch Minimieren des negativen Logarithmus der Likelihood-Funktion:

$$S(a) = \sum_{i=1}^{n} h_i - \sum_{i=1}^{n} \hat{h}_i \ln h_i. \tag{4.10}$$

Für die Minimierung nicht relevante konstante Terme wurden in dieser Gleichung weggelassen. Das Minimum von $S(a)$ kann iterativ durch Auffinden des Minimums der quadratischen Approximation von $S(a)$ bestimmt werden. Es sei $\hat{a}$ die Lösung dieses Minimierungsproblems, und $V(\hat{a})$ die Kovarianzmatrix des Vektors $\hat{a}$, dann gibt es eine unitäre Matrix U, so daß $V^{-1}(\hat{a})$ durch $D = U^T V^{-1}(\hat{a}) U$ in eine Diagonalmatrix D (mit den Eigenwerten D_{ii}) transformiert wird. Mit Hilfe der durch die Komponenten $D_{ii}^{1/2} = \sqrt{D_{ii}}$ definierten Diagonalmatrix $D^{1/2}$ läßt sich durch die Hauptachsentransformation

$$\hat{a}_1 = D^{\frac{1}{2}} U^T \hat{a} \tag{4.11}$$

ein Vektor $\hat{a}_1$ einführen, dessen Kovarianzmatrix aufgrund seiner Konstruktion der Einheitsmatrix entspricht ($V(\hat{a}_1) = I_{mm}$); seine Komponten sind damit voneinander statistisch unabhängig und angenähert gauß-verteilt, und die Quadrate $(\hat{a}_1)_i^2$ folgen angenähert einer einer χ^2-Verteilung mit einem Freiheitsgrad. Die Beziehung zwischen dem Lösungsvektor $\hat{a}$ und den Komponenten $(\hat{a}_1)_j$ ist folglich durch

$$\hat{a} = \sum_{j=1}^{m} \frac{1}{\sqrt{D_{jj}}} (\hat{a}_1)_j \, u_j \tag{4.12}$$

gegeben, wobei u_j den j-ten Spaltenvektor der Matrix U darstellt. Durch den Faktor $1/\sqrt{D_{jj}}$ können weniger signifikante Komponenten ein großes Gewicht in der Lösung $\hat{a}$ erhalten. Es zeigt sich, daß die Ursache für Oszillationen in dem entfalteten Resultat $\hat{g}$ auf diesen Effekt zurückzuführen ist.

Um Oszillationen zu vermeiden, bietet sich folgendes naheliegende Verfahren an: Benutzt man ein Konfidenzniveau von 95%, dann ist die j-te Komponente von $\hat{a}_1$ statistisch mit Null verträglich, falls $(\hat{a}_1)_j^2 < 3.84$ erfüllt ist. Statistisch gesehen ist es damit ausreichend, die Lösung ausschließlich durch die signifikanten Komponenten mit $(\hat{a}_1)_j^2 \geq 3.84$ zu repräsentieren. Leider können bei diesem scharfen Schitt in $(\hat{a}_1)_j$ ebenfalls Oszillationen auftreten, die in der Theorie der Fourier-Analyse als *Gibbs-Phänomen* bekannt sind. Vermeiden kann man sie durch *Regularisierungsverfahren* [76, 77], in denen die Komponenten $(\hat{a}_1)_j$ kontinuierlich umso stärker unterdrückt werden, je weniger signifikant sie sind. In dieser Anlayse wird das in [76] beschriebene Verfahren benutzt.

Entfalten mit Regularisierung

Ein Maß für die Stärke der Oszillationen in der entfalteten Lösung ist durch die totale Krümmung r der Funktion g gegeben:

$$r(a) = \int_{x^{min}}^{x^{max}} \left[g''(x)\right]^2 dx. \tag{4.13}$$

Dieser *Regularisierungsterm* kann im Entfalten berücksichtigt werden, indem man ihn mit einem Gewichtungsfaktor τ (dem *Regularisierungsparameter*) zur negativen Likelihood-Funktion addiert:

$$R(a) = S(a) + \frac{\tau}{2} \cdot r(a). \tag{4.14}$$

Regularisierung kann damit interpretiert werden, als das Benutzen von *a priori* Information über den Grad der Glattheit der wahren Lösung g. Durch die Wahl von kubischen B-Splines als Basisfunktionen $p_j(x)$ in Gleichung (4.2) hat der Regularisierungsterm die einfache Gestalt $r(a) = a^T C a$ mit einer symmetrischen, positiv semidefiniten Matrix C. Bei bekanntem τ ergibt sich der Lösungsvektor $\hat{a}$, entsprechend der Entfaltung ohne Regularisierung, durch Minimieren des Ausdrucks $R(a)$, wobei der Regularisierungsterm $r(a)$

aufgrund der Eigenschaften der Matrix C leicht in der Minimierung berücksichtigt werden kann.

Der Zusammenhang zwischen der unregularisierten Lösung $\hat{a}_j$ (hier wird $\tau = 0$ gesetzt) und der regularisierten Lösung $\breve{a}$ ist durch

$$(\breve{a}_1)_j = \frac{1}{1 + \tau S_{jj}} (\hat{a}_1)_j, \quad j = 1, \ldots, m \tag{4.15}$$

gegeben, wobei S_{jj} die Eigenwerte einer der Diagonalmatrix D entsprechenden Matrix S darstellen (siehe Gleichung (4.11)). Die Eigenwerte S_{jj} sind derart geordnet, so daß $S_{jj} < S_{j+1j+1}$ erfüllt ist. Die Komponenten der regularisierten Lösung ergeben sich damit aus den Komponenten der unregularisierten Lösung durch Gewichtung mit dem Abschwächungsfaktor $1/(1 + \tau S_{jj})$; d.h. die Komponenten $(\hat{a}_1)_j$ werden umso stärker unterdrückt, je weniger signifikant sie sind.

Für $\tau \rightarrow 0$ verschwindet der Effekt der Regularisierung, und für $\tau \rightarrow \infty$ wird die Lösung $\breve{a}$ eine lineare Funktion von $r(a)$. Da durch die Einführung von τ eine systematische Verschiebung des entfalteten Resultats verursacht werden kann, muß τ derart gewählt werden, daß dieser Effekt klein ist gegenüber dem statistischen Fehler der regularisierten Lösung $\breve{g}$. Dies kann durch die Definitionsgleichung

$$m_0 = \sum_{j=1}^{m} \frac{1}{1 + \tau S_{jj}}. \tag{4.16}$$

für τ erreicht werden, in der der Parameter m_0 als effektive Anzahl unabhängiger Beiträge zur Lösung $\hat{g}$ betrachtet werden kann. Er muß groß genug gewählt werden, so daß signifikante Komponenten der zu entfaltenden Lösung nicht verfälscht werden.

4.2 Praktische Durchführung der Entfaltung der Gluondichte im Proton

Die vorliegende Messung der Gluondichte im Proton basiert auf dem Vergleich zwischen gemessenen (σ_{2+1}^{Daten}) und vorhergesagten (σ_{2+1}^{MC}) (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitten (siehe Abbildung 4.1). Der (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitt wird interpretiert als Summe aus einem gluon-initiierten Signal- und einem aus dem MEPS-Modell bekannten quark-initiierten Untergrund-Anteil entsprechend der Entfaltungsgleichung:

$$\sigma_{2+1}(x^{rek}) = \int\limits_{\log_{10}(x_g^{min})}^{\log_{10}(x_g^{max})} M(x_g^{rek}, x_g)\,[x_g g(x_g)]\, d(\log_{10}(x_g)) \;+\; \sigma_{2+1}^{QCD-C}(x^{rek}) + \sigma_{2+1}^{QPM}(x^{rek}). \tag{4.17}$$

Der gluon-initiierte Anteil (σ_{2+1}^{BGF}) wird durch den Integralausdruck der Gleichung (4.17) dargestellt. Der quark-initiierte Untergrund wird aus QCD-Compton- und QPM-Ereignissen gebildet, wobei in den QPM-Ereignissen neben dem auslaufenden Quark-Jet

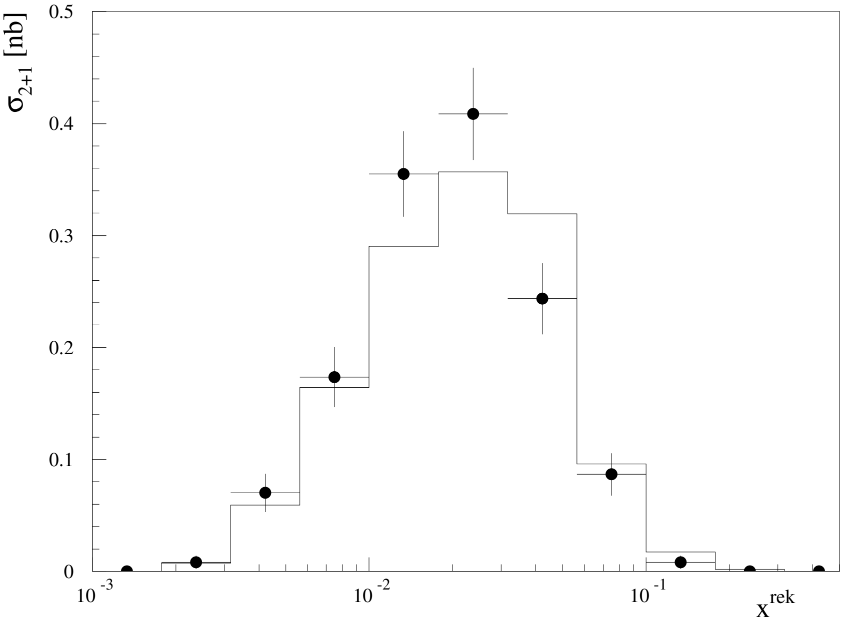

Abbildung 4.1: Der (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitt als Funktion des rekonstruierten Impulsanteils x^{rek} des in den harten QCD-Subprozeß einlaufenden Partons für gemessene (•) und simulierte (——) Ereignisse in der Akzeptanz des Detektors.

durch einen weiteren Migrations-Jet aus dem Partonschauer die Selektionsschnitte des Abschnitts 3.4.2 erfüllt wurden. Die Anzahl selektierter und für die Entfaltung verwendeter (2+1) Jet-Ereignisse sind für das Monte Carlo Modell LEPTO und die H1 Daten in der Tabelle 4.1 aufgeführt. Die Monte Carlo Ereignisse wurden mit dem MEPS-Modell und den MRSH Partondichte-Parametrisierungen generiert. Der Tabelle 4.1 entnimmt man ein vorhergesagtes Verhältnis von Signal zu Untergrund von fast 3:1. Der erwartete Anteil des quark-initiierten Untergrunds in den selektierten H1 Daten ist ca. 27%. Die Anzahl der für die Entfaltung zur Verfügung stehenden Monte Carlo Ereignisse ist damit mehr als vier mal so groß wie die der Daten-Ereignisse. Die Antwortfunktion M enthält sowohl Effekte des Meßprozesses als auch physikalische Prozesse wie das Fragmentations- und das Partonschauer-Modell des LEPTO-Programms (siehe Abschnitt 4.1).

Die Anzahl der Spline-Funktionen in dem durch die Gleichungen (4.2–4.4) definierten Diskretisierungsprozeß wurde auf $m = 19$ gesetzt, und die Anzahl der Bins in den Fit-

Monte Carlo			H1 Daten
BGF	QCD-Compton	QPM	
1052	356	30	328

Tabelle 4.1: Anzahl selektierter und für die Entfaltung benutzter (2+1) Jet-Ereignisse der LEPTO-Simulation und der gemessenen H1 Daten. Die gemessenen Ereignisse basieren auf einer integrierten Luminosität von $\mathcal{L}_{Daten} = 242.2\,\mathrm{nb}^{-1}$, und die simulierten Ereignisse basieren auf einer integrierten Luminosität von $\mathcal{L}_{MC} = 1008\,\mathrm{nb}^{-1}$. Die quark-initiierten Ereignisse (QPM und QCD-Compton) stellen den Untergrund zu dieser Messung dar.

Verteilungen ist auf $n = 25$ festgelegt worden. Diese Wahl von m und n ergab sich aus einem Kompromiß zwischen vorhandener MC-Statistik, der Auflösung der x_g-Rekonstruktion und möglichst hoher angestrebter Auflösung der zu entfaltenden Gluonverteilung. Die Anzahl unabhängiger Beiträge zum entfalteten Resultat wurde auf $m_0 = 5$ gesetzt.

Die Koeffizienten $(\breve{a}_1)_j$ der regularisierten Lösung $x_g\breve{g}(x_g)$ sind in Abb. 4.2a dargestellt. Man erkennt, daß nur die ersten beiden Koeffizienten signifikant zur Lösung beitragen, alle anderen sind statistisch innerhalb eines Konfidenzniveaus von 95% mit Null verträglich. Dies bedeutet, daß die Monte Carlo Verteilung σ_{2+1}^{MC} der Datenverteilung σ_{2+1}^{Daten} bereits sehr ähnlich ist. Abb. 4.2b zeigt den Faktor $1/(1 + \tau S_{jj})$ der Gleichung (4.15), der die Abschwächung der regularisierten Komponenten $(\breve{a}_1)_j$ bezüglich der Komponenten $(\hat{a}_1)_j$ der unregularisierten Lösung ($\tau = 0$) widerspiegelt. Für die Komponente $j = 5$ ist der Eigenwert $S_{jj} \simeq 1/\tau$, und der Abschwächungsfaktor hat einen Wert von ca. 0.5. Nach der durch $S_{jj} = 1/\tau$ definierten Übergangsregion fällt dieser Faktor schnell auf Null ab. Durch die kontinuierlich größer werdende Abschwächung insignifikanter Komponenten wird das erwähnte Gibbs-Phänomen vermieden.

Für die Darstellung des Resultats muß die entfaltete Gluonverteilung in N Datenpunkte d_i konvertiert werden. Dies geschieht durch Integration von $x_g\breve{g}(x_g)$ (d.h. der Gleichung (4.2)) über benachbarte Bingrenzen $x_g^{(i)}, i = 1, \ldots, N+1$. Die Wahl der Bingrenzen $x_g^{(i)}$ und die Zahl N der Bins hat einen starken Einfluß auf den statistischen Fehler der Datenpunkte sowie die Korrelation zwischen diesen. In der Fehlerfortpflanzung für den

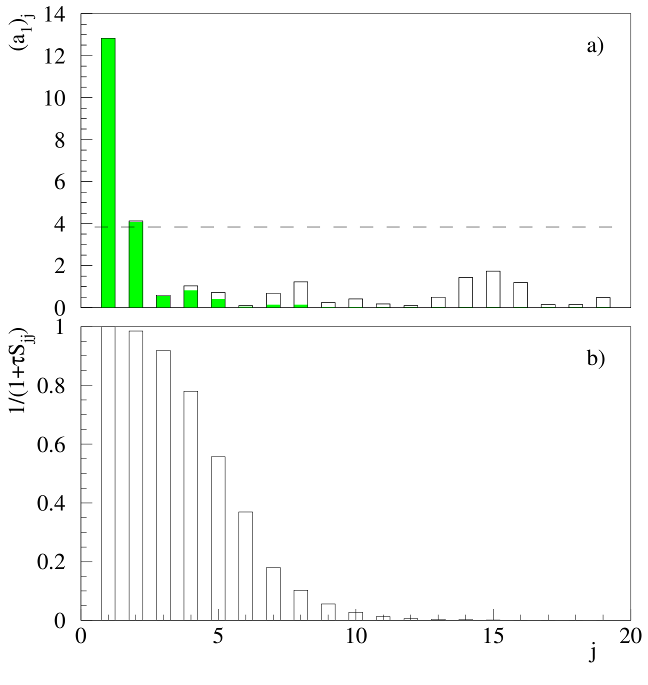

Abbildung 4.2: a) Graphische Darstellung der Koeffizienten $(\hat{a}_1)_j$ der unregularisierten Lösung $x_g\hat{g}(x_g)$ und schattiert die korrespondierenden Koeffizienten $(\breve{a}_1)_j$ der regularisierten Lösung $x_g\breve{g}(x_g)$. Die gestrichelte Linie trennt den Bereich der signifikanten Komponenten von den mit Null verträglichen innerhalb eines Konfidenzniveaus von 95%. **b)** Der Abschwächungsfaktor $1/(1 + \tau S_{jj})$.

statistischen Fehler wird die begrenzte x_g-Auflösung berücksichtigt und der statistische Fehler eines Datenpunkts steigt mit kleiner werdender Bingröße steil (exponentiell) an. Im folgenden wird gezeigt, daß die Auflösung des Meßprozesses ausreichend ist, um die entfaltete Gluonverteilung trotz der geringen Statistik in fünf Bins ($N = 5$) darzustellen.

Während der Bestimmung systematischer Fehler wurden große statistische Fluktuationen in den Randbins der entfalteten Lösung beobachtet. Die Ursache hierfür war die unzureichende Kenntnis der Migrationen aus den Bereichen außerhalb der Randbins $[x_g^{(1)}, x_g^{(2)}]$ und $[x_g^{(5)}, x_g^{(6)}]$. Als naheliegende Lösung dieses Problems wurden zusätzlich zwei äußere Pseudo-Bins $[x_g^{(0)}, x_g^{(1)}]$ und $[x_g^{(6)}, x_g^{(7)}]$ eingeführt, so daß die Gluonverteilung in insgesamt sieben Bins entfaltet wird, von denen nur die inneren fünf das Resultat dieser Analyse repräsentieren. Obwohl die Korrelation zwischen den Pseudo-Bins und den ihnen direkt benachbarten Bins ca. 90% beträgt, wird durch dieses Verfahren die Stabilität des entfalteten Resultats gegenüber den auftretenden statistischen Fluktuationen systematischer Verschiebungen erhöht.

Es gibt verschiedene geeignete Verfahren, Bingrenzen für die N Datenpunkte d_i zu bestimmen. Die in [76] vorgeschlagene Lösung nutzt aus, daß die Basisisfunktion $p_{m_0+1}(x)$ gerade m_0 Extrema besitzt und definiert die Bins zwischen diesen. In der vorliegenden Arbeit ist die effektive Anzahl der Freiheitsgrade ($m_0 = 5$) kleiner als die Anzahl der Bins ($N = 7$, d.h. 5 Daten-Bins + 2 Pseudo-Bins), und es wäre angemessen, hier die Extrema der (N+1)-ten Basisfunktion zu verwenden. Dennoch wurde ein anderes Verfahren benutzt, dem die Idee zugrunde liegt, daß die fünf Datenpunkte des Resultats untereinander möglichst unabhängig sein sollten. Bezeichnet ρ_{ij} die Korrelation zwischen dem i-ten und j-ten Bin, dann kann die Summe

$$\rho^2(x_g^{(k)}) = \sum_{i=2}^{5} \sum_{j<i} \rho_{ij}^2 \tag{4.18}$$

als ein Maß für die Größe der „Gesamtkorrelation" des Resultats interpretiert werden. Durch denjenigen Satz von $x_g^{(k)}$-Werten, für die der Funktionswert von $\rho^2(x_g^{(k)})$ minimal ist, wurden die Bin-Grenzen festgelegt. Es wäre denkbar gewesen, dieses Verfahren zu erweitern, indem auch die statistischen Fehler der fünf Datenpunkte (d.h. die Hauptdiagonalelemente der Kovarianzmatrix der entfalteten Lösung) mit geeigneten Gewichtungsfaktoren in der Summe (4.18) berücksichtigt werden. Dies hätte den offensichtlichen Vorteil kleinerer statistischer Fehler der resultierenden Datenpunkte d_i, aber den Nachteil größerer Korrelationen zwischen diesen.

Das Ergebnis der entfalteten Gluondichte im Proton ist einschließlich der äußeren Pseudo-Bins in Abbildung 4.3 gezeigt (siehe auch Tabelle 4.3 auf Seite 85). Die Korrelationen der Pseudo-Bins sind in der Bestimmung der Bingrenzen nicht berücksichtigt worden, so daß die dazugehörenden Binbreiten sehr schmal ausfallen.

Die Kovarianzmatrix des statistischen Fehlers für die fünf inneren Datenpunkte d_i des Lösungsvektors $d = (d_1, d_2, \dots, d_5)^T$ lautet (Elemente der symmetrischen Matrix oberhalb

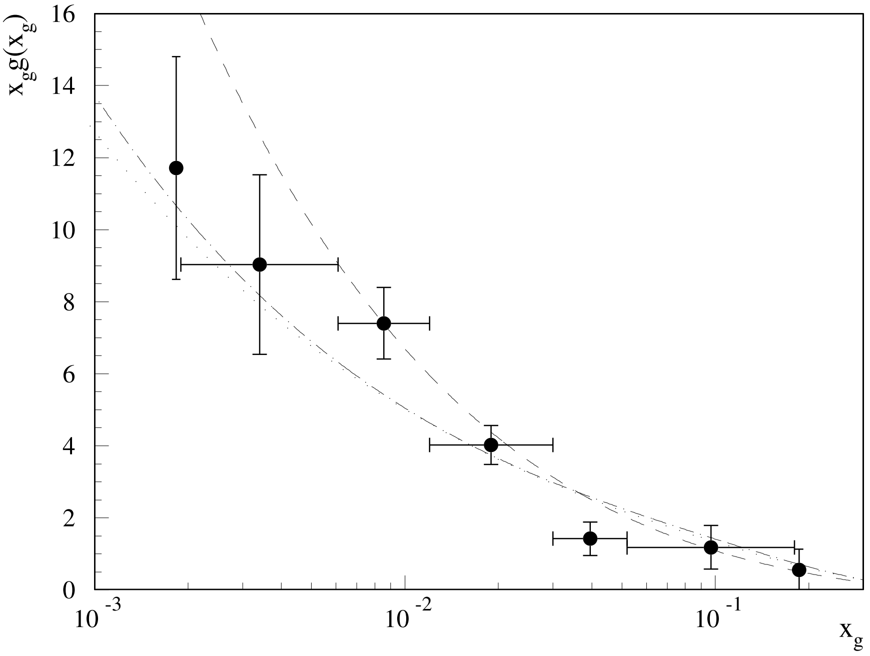

Abbildung 4.3: Entfaltete Gluonverteilung $x_g g(x_g)$ einschließlich der Pseudo-Bins (außen). Das Resultat wird durch die fünf inneren Punkte repräsentiert. Die Fehlerbalken entsprechen den statistischen Fehlern. Eingezeichnet sind die LO GRV'94 (— — —), LO CTEQ3L (— · —·) und NLO MRSH (······) Parametrisierungen der Gluonverteilung. Die zuletzt genannte Parametrisierung wurde in der LEPTO-Simulation verwendet.

der Diagonalen sind weggelassen):

$$C_{stat} = \begin{pmatrix} 6.220 & & & & \dots \\ 0.087 & 0.978 & & & \\ -0.257 & -0.064 & 0.293 & & \\ 0.033 & -0.065 & -0.017 & 0.214 & \\ 0.032 & 0.013 & -0.049 & 0.003 & 0.366 \end{pmatrix} \tag{4.19}$$

Die in Abbildung 4.3 angegebenen statistischen Fehler der Datenpunkte entsprechen den Quadratwurzeln der Hauptdiagonalelemente σ_{ii} dieser Matrix. Um die Qualität des Ergebnisses besser diskutieren zu können, ist es üblich, die Kovarianzmatrix C durch $\rho_{ij} = \sigma_{ij}/\sqrt{\sigma_{ii}\sigma_{jj}}$ in eine Korrelationsmatrix K mit den Elementen ρ_{ij} $(-1 < \rho_{ij} < 1)$ zu transformieren. Die Korrelationsmatrix des statistischen Fehlers ergibt sich damit zu:

$$K_{stat} = \begin{pmatrix} 1.0 & & & & \dots \\ 0.035 & 1.0 & & & \\ -0.190 & -0.119 & 1.0 & & \\ 0.028 & -0.143 & -0.068 & 1.0 & \\ 0.021 & 0.021 & -0.150 & 0.012 & 1.0 \end{pmatrix} \tag{4.20}$$

Man unterscheidet zwischen positiven $(\rho_{ij} > 0)$ und negativen $(\rho_{ij} < 0)$ Korrelationen. Z.B. ist die Korrelation zwischen dem ersten und dritten Bin -19%. Dies bedeutet, daß eine Verschiebung des ersten Datenpunkts um die Standardabweichung $\sqrt{\sigma_{11}}$ eine Verschiebung des dritten Datenpunkts um 19% von $\sqrt{\sigma_{33}}$ in die entgegengesetzte Richtung bewirkt. Alle statistischen Korrelationen dieses Resultats sind kleiner als 20% und können damit als klein betrachtet werden. Sehr große negative Korrelationen würden auf Oszillationen in dem entfalteten Resultat hinweisen, und benachbarte Bins mit $|\rho_{ij}| > 90\%$ könnten zu einem Bin zusammengefaßt werden, da sie so gut wie keine getrennte Information beinhalten.

Die eingezeichneten Linien in Abbildung 4.3 entsprechen den LO GRV'94, LO CTEQ3L und NLO MRSH Gluondichte-Parametrisierungen. Ein direkter Vergleich dieser Parametrisierungen mit den Datenpunkten und ihren Fehlerbalken ist wegen der kleinen Korrelationen möglich.

In Abbildung 4.4 werden Kontrollverteilungen zwischen den selektierten Daten und den, entsprechend der entfalteten Gluonverteilung, umgewichteten Monte Carlo Ereignissen

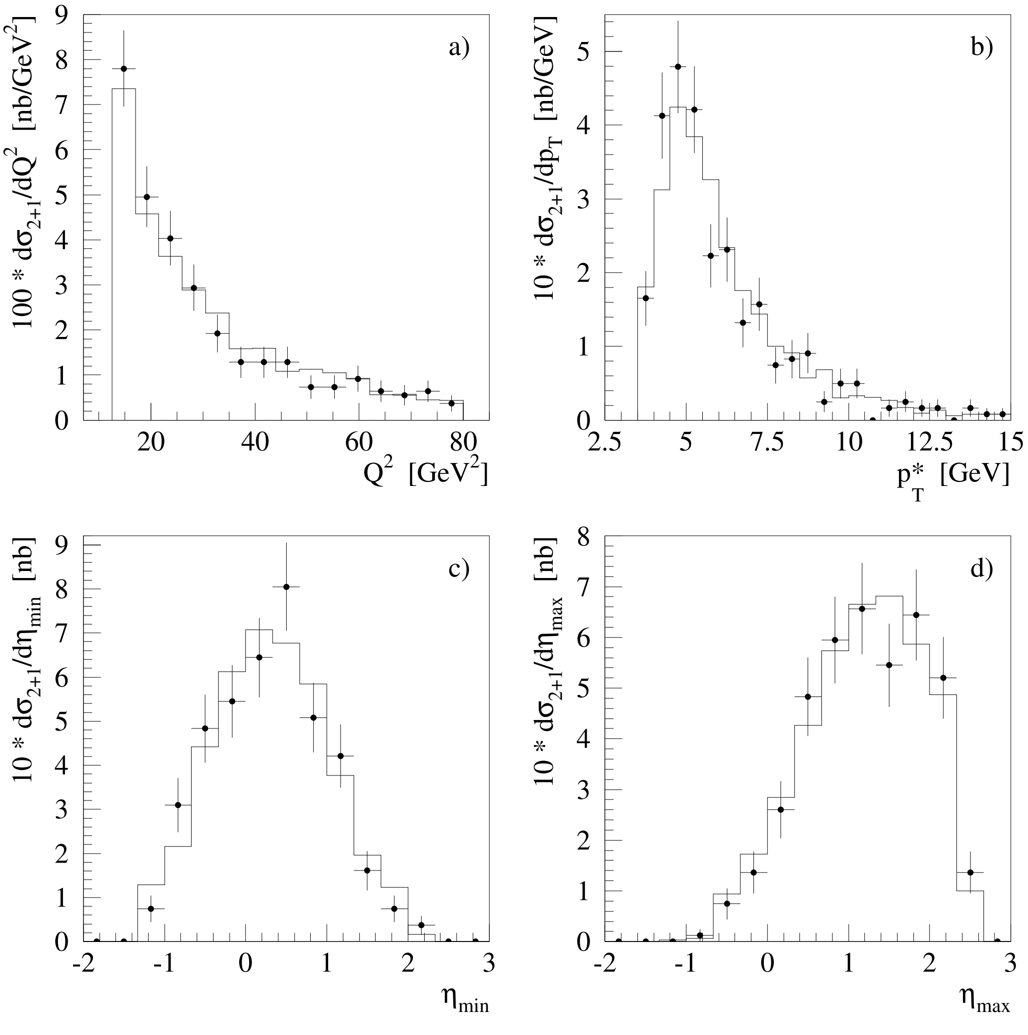

Abbildung 4.4: Gemessene (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitte (●) im Vergleich mit den, entsprechend der entfalteten Gluonverteilung, umgewichteten Wirkungsquerschnitten der Monte Carlo Simulation (——) als Funktion **a)** von Q^2, **b)** des Transversalimpulses p_T^* der Jets im hadronischen Schwerpunktsystems, **c)** der Pseudorapidität des vorderen, **d)** und des rückwärtigen Jets im Laborsystem.

gezeigt. Nimmt man an, daß die Gluondichte die einzige Unbekannte in dem Meßprozeß darstellt, und sowohl die harten ep-Streuprozesse als auch die Detektoreigenschaften durch die Simulation beschrieben werden, müssen die Kontrollverteilungen der Daten mit denen der Simulation innerhalb der statistischen Fehler konsistent sein; erst dann kann das entfaltete Resultat als physikalisch sinnvoll betrachtet werden. Da das LEPTO-Modell schon in den „rohen“ Verteilungen (Abbildungen 3.5a, 3.7, 3.8b, 3.9, 3.11, 3.12 und 3.14) eine gute Beschreibung der Daten aufweist und das entfaltete Resultat für die Gluonverteilung innerhalb der statistischen Fehler mit der angenommenen MRSH-Gluonverteilung des Monte Carlo Generators übereinstimmt, überrascht es nicht, daß auch diese Kontrollverteilungen gut beschrieben werden.

4.2.1 Diskussion systematischer Fehler

Berechnung der Kovarianzmatrizen systematischer Fehler

Systematische Fehler werden bestimmt, indem die Selektion und die Entfaltung für veränderte Werte des betrachteten Parameters (Kalibrationskonstante, Selektionsschnitt,...) durchgeführt wird. Die Berechnung der Kovarianzmatrizen systematischer Fehler soll hier am Beispiel der Kalibrationskonstanten e_0 des Flüssig-Argon-Kalorimeters mit dem Kalibrationsfehler σ_{e_0} dargestellt werden. Die Kovarianzmatrix $V(d)$ des in die N Datenpunkte d_i (i ist der Index des Bins) konvertierten Resultats für die entfaltete Gluondichte kann geschrieben werden als

$$V(d) = \sigma_{e_0}^2 r r^T \tag{4.21}$$

mit den durch $r_i = (\partial d_i / \partial e)|_{e=e_0}$ gegebenen Komponenten des Vektors r. Die Elemente V_{ij} der symmetrischen Matrix V sind demnach durch $V_{ij} = \sigma_{e_0}^2 r_i r_j$ gegeben. Die Komponenten r_i können z.B. durch

$$r_i = \frac{d_i(e_0 + \varepsilon) - d_i(e_0 - \varepsilon)}{2\,\varepsilon}, \tag{4.22}$$

mit $\varepsilon = \sigma_{e_0}$ approximiert werden. Dies bedeutet, daß die Selektion und Entfaltung mit den Kalibrationskonstanten $(e_0 - \varepsilon)$ und $(e_0 + \varepsilon)$ durchgeführt werden muß, um die $2N$ Datenpunkte $d_i(e_0 - \varepsilon)$ und $d_i(e_0 + \varepsilon)$ zu erhalten. Häufig werden die Korrelationen zwischen den Datenpunkten nicht beachtet (d.h. die Nebendiagonalelemente der symmetrischen Rang-1 Matrix $\sigma_{e_0}^2 r r^T$ werden auf Null gesetzt); dann erhält man die konventionelle Methode zur Berechnung des Fehlervektors σ_d der Lösung $d(e_0)$:

$$\sigma_d = \frac{d(e_0 + \sigma_{e_0}) - d(e_0 - \sigma_{e_0})}{2}, \tag{4.23}$$

die in einer Zwischenstufe dieser Analyse verwendet wurde [73].

Da sich mit einer Verschiebung der Kalibrationskonstanten im allgemeinen auch die Anzahl selektierter (2+1) Jet-Ereignisse ändert, und die Anzahl zur Verfügung stehender

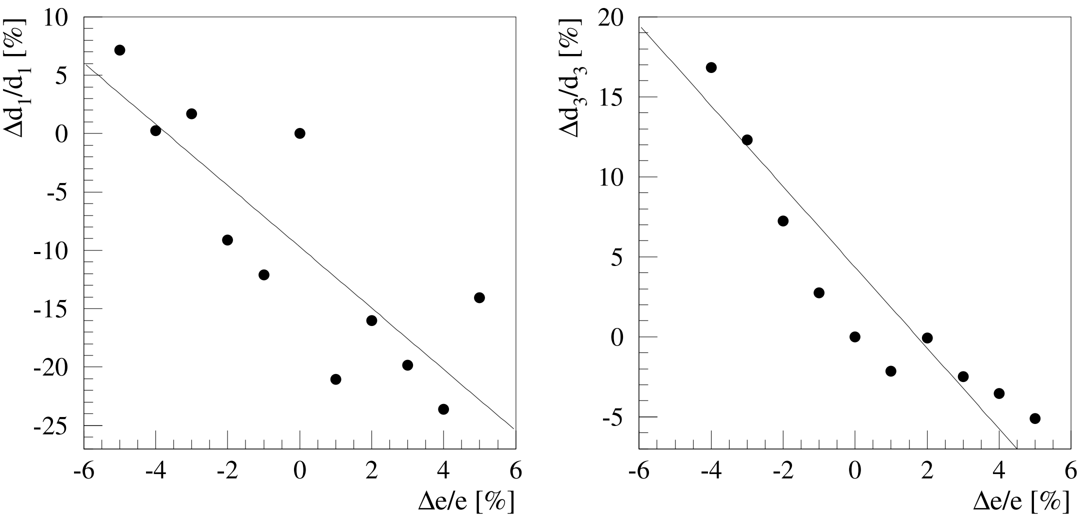

Abbildung 4.5: Gezeigt ist die relative Änderung der entfalteten Datenpunkte d_1 (geringe Statistik) und d_3 (hohe Statistik) als Funktion der relativen Änderung der Kalibrationskonstanten e des Flüssig-Argon-Kalorimeters innerhalb des Fehlerintervalls von $\pm 1\sigma$ (entsprechend ±5%). Die in der Berechnung der korrespondierenden Kovarianzmatrix verwendeten Steigungen werden durch die eingezeichneten Regressionsgeraden dargestellt.

selektierter Ereignisse klein ist, besitzt die Kovarianzmatrix $V(d)$ der systematischen Effekte eine (große) statistische Komponente. Um diesen Effekt zu verkleinern, wird der Ableitungsvektor r aus einer großen Anzahl von Selektionen und Entfaltungen in dem Intervall $[e_0 - \sigma_{e_0}, e_0 + \sigma_{e_0}]$ bestimmt: Die Steigungen r_i werden aus einem Fit einer Geraden an die resultierenden Datenpunkte ohne Berücksichtigung deren Fehler berechnet. Abbildung 4.5 zeigt zwei dieser Geraden für den Kalibrationsfehler des Flüssig-Argon-Kalorimeters als Beispiel für ein Bin mit hoher und einem Bin mit niedriger Statistik. Da alle Punkte in dem Fehlerintervall $[e_0 - \sigma_{e_0}, e_0 + \sigma_{e_0}]$ gleichberechtigt sind, ist es weder sinnvoll, die Regressionsgeraden an dem Punkt $d(e_0)$ zu fixieren, noch den Punkten $d(e_i)$ verschiedene Gewichte zuzuordnen. Zur Berechnung der Kovarianzmatrix ΔC_{LAR} (siehe Anhang B) dieses systematischen Fehlers wurde demnach die Selektion einschließlich der Jet-Rekonstruktion und der Entfaltung mit zehn veränderten Werten der Kalibrationskonstanten e_0 durchgeführt.

Beiträge zum systematischen Fehler

In der Kovarianzmatrix des systematischen Fehlers der entfalteten Gluondichte sind folgende Beiträge berücksichtigt worden:

- Die Unsicherheit der hadronischen Energie-Kalibrationskonstanten des Flüssig-Argon-Kalorimeters wurde für die 1993 Datennahme zu 5% ermittelt. Diese Konstante beeinflußt hauptsächlich die p_T^* und $\hat{s}$-Messung. Für die Approximation der korrespondierenden Kovarianzmatrix ΔC_{LAR} wurden 11 äquidistant verteilte Werte in dem durch ±5% gegebenen Fehlerintervall berücksichtigt. Der über die x_g-Bins gemittelte Fehlerbeitrag ist 11.2%.

- Der Fehler der elektromagnetische Kalibrationskonstante des BEMC ist für die 1993 Datennahme kleiner als 1.7%. Diese Konstante beeinflußt hauptsächlich die aus dem Endzustand des gestreuten Elektrons rekonstruierten kinematischen Variablen. Die Approximation der korrespondierenden Kovarianzmatrix ΔC_{BEMC} erfolgte unter Berücksichtigung 11 äqudistant verteilter Werte in dem durch ±1.7% gegebenen Fehlerintervall. Der über die x_g-Bins gemittelte Fehlerbeitrag ist 6.5%.

- Der für die Jetdefinition mit dem Cone-Algorithmus verlangte minimale transversale Impuls im hadronischen Schwerpuktsysten wurde auf $p_T^* = 3.5\,\mathrm{GeV}$ gesetzt. Die Unsicherheit des entfalteten Resultats bezüglich dieser speziell gewählten Schwelle wurde abgeschätzt, indem die Approximation der Kovarianzmatrix $\Delta C_{p_T^*}$ fünf äquidistant verteilte Werte in dem Bereich $3\,\mathrm{GeV} \leq p_T^* \leq 4\,\mathrm{GeV}$ berücksichtigt. Die Bestimmung dieses Fehlers ist nicht so offensichtlich wie im Fall der Kalibrationskonstanten, da es mehrere zulässige Möglichkeiten für die p_T^*-Schwelle gibt. Damit die QCD-Korrekturen höherer Ordnungen in α_s möglichst klein sind, sollte p_T^* aus theoretischer Sicht möglichst groß gewählt werden, experimentell nimmt jedoch die Anzahl zur Verfügung stehender Ereignisse schnell mit zunehmendem p_T^* ab. Die genannten Grenzen ergaben sich aus der Beobachtung, daß in der vorliegenden Analyse für $p_T^* < 3\,\mathrm{GeV}$ Jetstrukturen nicht mehr deutlich zu erkennen sind, und für $p_T^* > 4\,\mathrm{GeV}$ die Anzahl selektierter (2+1) Jet-Ereignisse in dem niedrigsten x_g-Bin schnell den Wert Null annimmt. Der über die x_g-Bins gemittelte Fehlerbeitrag ist 8.0%.

- Der dem Selektionsschnitt $|\Delta\sqrt{\hat{s}}| < 10\,\mathrm{GeV}$ zugeordnete Fehler wurde abgeschätzt, indem die Approximation der korrespondierenden Kovarianzmatrix $\Delta C_{|\Delta\hat{s}|}$ neun äquidistant verteilte Werte innerhalb des Intervalls $7\,\mathrm{GeV} < |\Delta\sqrt{\hat{s}}| < 15\,\mathrm{GeV}$ berücksichtigt. Die Wahl der unteren Grenze von 7 GeV ist nicht kritisch, da die Kontrollverteilungen zwischen der LEPTO-Simulation und den gemessen Daten umso besser beschrieben werden, je kleiner der Schnitt in $|\Delta\sqrt{\hat{s}}|$ gewählt wird. Bis zu der oberen Grenze von 15 GeV liefert LEPTO eine gute Beschreibung der steil abfallenden $|\Delta\sqrt{\hat{s}}|$-Verteilung. Die wenigen Ereignisse der Region $|\Delta\sqrt{\hat{s}}| > 15\,\mathrm{GeV}$, in denen die Simulation eine nicht zufriedenstellende Beschreibung der Daten gibt, beeinflussen hauptsächlich die oberen beiden x_g-Bins, in denen häufig ein Jet in der vorderen Region des H1 Detektors liegt. Der über die x_g-Bins gemittelte Fehlerbeitrag ist 11.2%.

- Die dem Fehler des Selektionsschnitts $|\Delta\eta_{jets}| < 2$ zugeordnete Kovarianzmatrix $C_{|\Delta\eta|}$ wurde durch Berücksichtigung von 11 äquidistant verteilten Stellen innerhalb des Intervalls $1.5 \leq |\Delta\eta_{jets}| \leq 2.5$ approximiert. Der Schnitt $|\Delta\eta_{jets}| < 2$ ist (außer dem höchsten x_g-Bin) fast zu 100% mit dem Schnitt $\theta_{jet} > 10^\circ$ korreliert. Der über die x_g-Bins gemittelte Fehlerbeitrag ist 3.3%.

- Der Fehler des quark-initiierten Wirkungsquerschnitts in Gleichung (4.17) setzt sich aus den Unsicherheiten bezüglich der Quarkdichte-Verteilungen des Protons, der

Faktorisierungsskala μ_f und dem Partonschauer- und Fragmentations-Modell der LEPTO-Simulation zusammen. Ein Vergleich der NLO MRS H, LO GRV'94 und LO CTEQ3L Quarkdichte-Verteilungen in Abbildung 1.7 zeigt, daß der Unterschied dieser Parametrisierungen in dem kinematischen Bereich $2 \cdot 10^{-3} < x_q < 2 \cdot 10^{-1}$ kleiner als 15% ist. Aufgrund der genannten zusätzlichen Unsicherheiten bezüglich der Modellabhängigkeiten und der gewählten Faktorisierungsskala $\mu_f^2 = <Q^2>$, wurde dem Wirkungsquerschnitt für den quark-initiierten Untergund ein systematischer Fehler von ±25% zugeordnet. Da eine Multiplikation des quark-initiierten Wirkungsquerschnitts mit einem Faktor keine statistischen Fluktuationen in dem entfalteten Resultat erzeugt, ist es ausreichend, in der Approximation der korrespondierenden Kovarianzmatrix ΔC_{quark} nur drei Werte in dem durch ±25% gegebenen Fehlerintervall zu berücksichtigen. Der über die x_g-Bins gemittelte Fehlerbeitrag ist 10.1%.

Die gesamte Kovarianzmatrix der systematischen Fehler C_{sys} ist die Summe der Kovarianzmatrizen der individuellen Fehlerbeiträge (siehe Anhang B). Der relative systematische Fehler variiert von 17% im niedrigsten x_g-Bin (verursacht durch den Kalibrationsfehler des LAR-Kalorimeters) bis zu 35% im höchsten Bin (verursacht durch die Variation des $|\Delta\sqrt{\hat{s}}|$ Schnitts).

Man erkennt, daß sowohl der statistische als auch der systematische Fehler in dem höchsten x_g-Bin den größten Wert annimmt. Dies ist darauf zurückzuführen, daß mit größer werdendem x_g die Jets des harten Subsystems zunehmend stärker in die vordere Detektorregion gestreut werden. Das höchste x_g-Bin ist damit am stärksten von QCD-Korrekturen höherer Ordnung (Partonschauer) und Migrationen aus dem problematischen Bereich $\theta_{jet} < 10^\circ$ betroffen (siehe Diskussion in Abschnitt 3.3.2).

Zusätzlich gibt es noch eine Unsicherheit von 11% in der absoluten Normierung der Gluonverteilung $x_g g(x_g)$, die sich aus folgenden Beiträgen zusammensetzt: Einem Fehler von 4.5% in der Luminositätsmessung [78] und einem Fehler von 5% bezüglich der in Tabelle 3.1 genannten Selektions-Effizienzen. Der Fehler für $\alpha_s(Q^2 = m_{Z^0}^2)$ ist in [79] mit 4.3% angegeben; dies führt zu einem Fehler von 9% für $\alpha_s(Q^2 = 30\,\mathrm{GeV}^2)$.

Weitere Untersuchung systematischer Effekte

Die im folgenden aufgeführten systematischen Effekte wurden in den Kovarianzmatrizen der systematischen Fehlerbeiträge dieser Messung nicht berücksichtigt.

Um die Abhängigkeit der entfalteten Gluondichte bezüglich der frei wählbaren Parameter in dem Entfaltungsprogramm zu bestimmen, wurde die Anzahl m der Spline-Funktionen zwischen 9 und 29, die Anzahl m_0 der Freiheitsgrade zwischen 3 und 7 und die Anzahl n der Bins in den Fit-Verteilungen zwischen 20 und 30 varriert. Die Abweichungen von dem Resultat der Gluondichte mit den Referenzwerten $m = 19$, $m_0 = 5$ und $n = 20$ blieben stets wesentlich kleiner als der statistische Fehler dieser Messung.

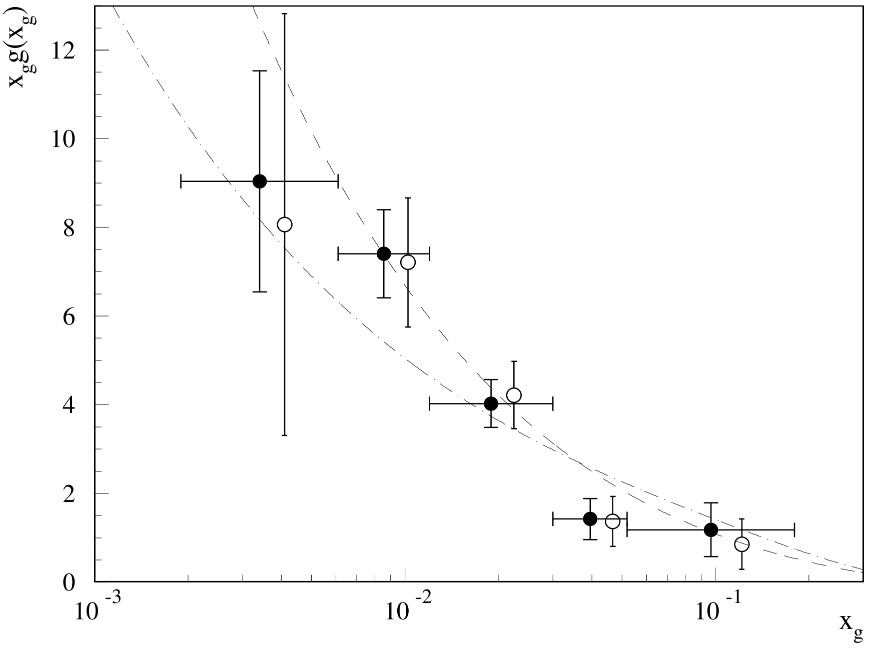

Abbildung 4.6: Entfaltete Gluonverteilung für $\hat{s} > 200\,\mathrm{GeV}^2$ (∘) im Vergleich zu der Referenz (•) der Abb. 4.3. Zur Übersichtlichkeit wurden die mit dem Schnitt $\hat{s} > 200\,\mathrm{GeV}^2$ entfalteten Punkte nach rechts verschoben; die Fehlerbalken repräsentieren die statistischen Fehler. Die Kurven sind die LO GRV'94 (– – –) und LO CTEQ3L (– · –·) Parametrisierungen der Gluonverteilung.

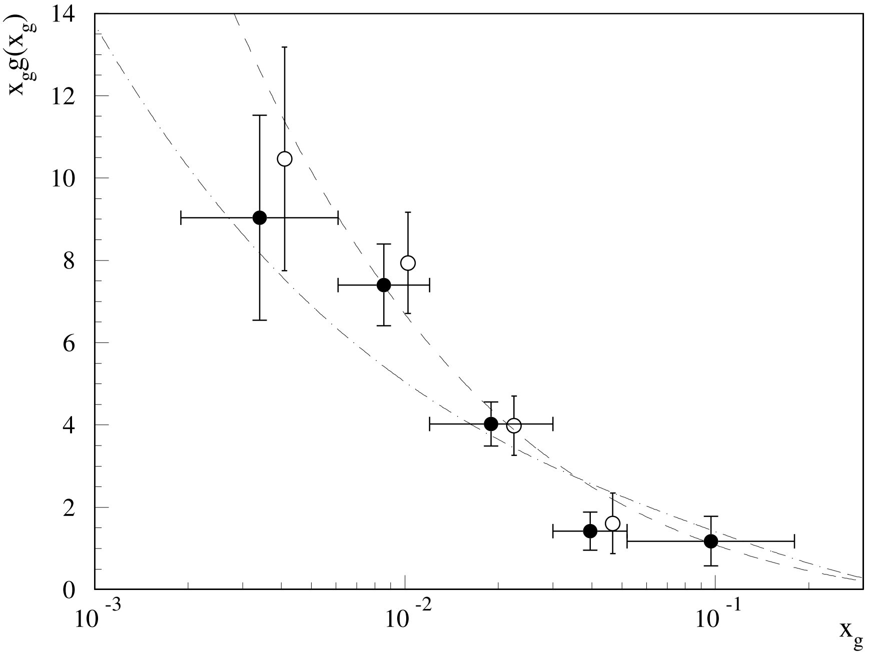

Abbildung 4.7: Entfaltete Gluonverteilung unter Verwendung des Jade-Algorithmus (∘) im Vergleich zu der Referenz (•) der Abb. 4.3. Zur Übersichtlichkeit wurden die Jade-Punkte nach rechts verschoben; die Fehlerbalken repräsentieren die statistischen Fehler. Die Kurven sind die LO GRV'94 (– – –) und LO CTEQ3L (– · –·) Parametrisierungen der Gluonverteilung.

Die Analyse wurde mit einem auf $\hat{s} > 200\,\mathrm{GeV}^2$ erhöhten Schnitt in dem invarianten Massenquadrat des harten Subsystems wiederholt. Trotz des Verlustes an statistischer Genauigkeit (insbesondere im niedrigsten x_g-Bin) zeigt Abbildung 4.6, daß die Entfaltungen für die Schnitte $\hat{s} > 100\,\mathrm{GeV}^2$ und $\hat{s} > 200\,\mathrm{GeV}^2$ fast gleiche Ergebnisse liefern.

Das Analyseverfahren wurde unter Verwendung des Jade-Algorithmus mit $m_{ij}^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$ (siehe Abschnitt 3.3.1) wiederholt. Trotz des grundlegend unterschiedlichen Prinzips der Jet-Definition zwischen dem CDF Cone- und dem Jade Cluster-Algorithmus, der unterschiedlichen x_g-Akzeptanz (die zu einem Verlust des höchsten x_g-Bins beim Jade-Algorithmus führt), einer um 30% geringeren Anzahl selektierter (2+1) Jet-Ereignisse und einem Überlapp von weniger als 50% zwischen den selektierten Datensätzen beider Jet-Algorithmen, zeigt der Vergleich der entfalteten Gluondichte in Abbildung 4.7 eine gute Übereinstimmung innerhalb der (korrelierten) statistischen Fehler. Die Abweichungen beider Ergebnisse sind außerdem deutlich kleiner als der den Datenpunkten zugeordnete systematische Fehler.

Der Wert des Jet-Auflösungsparameters (m_{ij}^2) für das Matrixelement des LEPTO-Generators wurde um $\pm 1\,\mathrm{GeV}$ variiert. Der resultierende Unterschied selektierter QPM-, QCD-Compton- und BGF-Ereignisse auf der Hadronebene ist kleiner als 5% in allen x_g-Bins.

Der Einfluß der QED-Korrekturen durch Abstrahlung eines Photons an der Elektron-Linie auf die entfaltete Gluondichte wurde mit Hilfe des Monte Carlo Generators DJANGO 2.1 [80] auf der Hadronebene ermittelt. Um die begrenzte Teilchenauflösung des BEMC in der Berechnung der kinematischen Variablen zu berücksichtigen, wurde der Vierervektor eines unter einem kleineren Öffnungswinkel als 4^o relativ zum auslaufenden Elektron abgestrahlten Photons zu dem Vierervektor des Elektrons addiert. Die mit DJANGO generierten Hadronen wurden in der Entfaltung der Gluondichte als zu entfaltende Daten benutzt. Die Abweichungen der Ergebnisse zwischen DJANGO Datensätzen mit und ohne Berücksichtigung von Strahlungskorrekturen waren stets kleiner als der statistische Fehler in den Bins der generierten Datensätze ($< 2\%$ in dem niedrigsten x_g-Bin).

4.2.2 Diskussion der NLO Korrekturen

Für die Berechnung von Jet-Wirkungsquerschnitten mit Cone-Algorithmen stehen Korrekturen der nächst höheren Ordnung in α_s (NLO, next-to-leading order) in der tiefinelastischen ep-Streuung nicht zur Verfügung. In der Photoproduktion wurden NLO-Korrekturen mit Cone-Algorithmen, für ein dieser Analyse ähnliches mittleres $<p_T^*>$ der Jet-Transversalimpulse, zu 25% abgeschätzt [81]. Obwohl neben den „direkten" BGF und QCD-Compton Prozessen in der Photoproduktion sogenannte „resolved" Prozesse auftreten, werden NLO-Korrekturen für die direkten Prozesse in dieser Größenordnung erwartet [82]. Da die Größe der NLO-Korrekturen durch die Härte des QCD Subprozesses bestimmt werden, dürfen aufgrund der vergleichbaren Jet-Transversalimpulse in den Berechnungen des BGF Prozesses in der Photoproduktion und den gemessenen Jet-Transversalimpulsen dieser Analyse ähnliche NLO-Korrekturen für die vorliegende Messung der Gluondichte erwartet werden.

Jedoch können in der tief-inelastischen ep-Streuung NLO-Korrekturen mit dem Jet-Wirkungsquerschnitt-Generator Projet [31] für den Jade-Algorithmus numerisch berechnet werden. In dem vorangehenden Abschnitt wurde gezeigt, daß sich das Resultat für die entfaltete Gluondichte nicht wesentlich ändert, wenn man anstatt des Cone- den Jade-Algorithmus mit $m_{ij}^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$ verwendet. Es ist jedoch nicht möglich, mit dem Programm Projet in dem kinematischen Bereich der vorliegenden Arbeit NLO-Korrekturen zu berechnen. Im folgenden werden die Ursachen hierfür erklärt und eine obere Grenze für die NLO Korrekturen in einem dieser Analyse ähnlichen kinematischen Bereich abgeschätzt, in dem das Programm Projet angewendet werden kann.

Ein Vergleich der mit Projet berecheten LO und NLO (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitte für den Jade-Algorithmus mit $m_{ij}^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$ in dem durch die kinematischen Schnitte dieser Analyse definierten kinematischen Bereich zeigt folgendes Verhalten: Bei gleichbleibendem p_T^*-Schnitt steigen die NLO-Korrekturen mit zunehmendem W^2 (d.h. fallendem x_g) schnell an. Sogar eine Erhöhung des p_T^*-Schnitts auf $p_T^* > 5\,\mathrm{GeV}$ führt zu keiner Verkleinerung dieser Korrekturen. Das bedeutet, daß die mit Projet berechneten NLO-Korrekturen in dem kinematischen Bereich dieser Analyse durch W^2 und damit durch die Energie des Proton-Remnants und nicht, wie erwartet, durch die Härte des QCD-Subprozesses d.h. dem p_T^* der auslaufenden Partonen bestimmt werden (siehe auch Abschnitt 3.3).

Die Ursache für dieses Verhalten kann beispielhaft an den QCD-Compton Feynmangraphen der Abbildung 4.8 erklärt werden. Die in den NLO-Korrekturtermen zum (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitt auftretenden kollinearen Singularitäten im Anfangszustand werden bei der Faktorisierungsskala μ_f in die Partondichten absorbiert, und die infraroten Singularitäten werden teilweise durch die Singularitäten der virtuellen Diagramme kompensiert; je größer diese Kompensation ist (d.h. je größer der zur Verfügung stehende Bereich in m_{gq} ist), desto kleiner werden die NLO-Korrekturen. Allgemein gilt

$$m_{gq}^2 = m_{gR}^2 \frac{E_q}{E_R} \simeq \frac{\hat{s} \cdot m_{gR}^2}{W^2}, \tag{4.24}$$

und man erkennt, daß der zur Verfügung stehende Bereich für m_{gq}^2 mit größer werdendem W^2 abnimmt und daß als Folge der fehlenden Kompensation mit den virtuellen Diagrammen die NLO-Korrekturen ansteigen. D.h. die Größe der NLO-Korrekturen wird bei gegebenem x ($x \simeq \hat{s}/W^2$) für den Jade-Algorithmus durch die invariante Masse m_{gR} des Gluons g zum Remnant bestimmt.

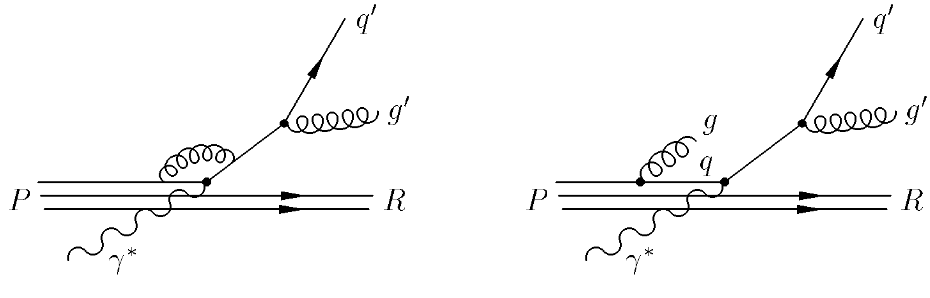

Abbildung 4.8: Generische Feynmandiagramme für den QCD-Compton Prozeß.

Projet nimmt an, daß der rechte Graph in Abbildung 4.8 nur für $m^2_{gR} < 100\,\mathrm{GeV}^2$ (dem in dieser Analyse gewählten Jet-Auflösungsparameter) einen NLO-Beitrag zum (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitt liefert und damit ist $m_{gq} < 1\,\mathrm{GeV}$ in den niedrigsten zwei x_g-Bins, so daß die pertubative QCD nicht angewendet werden kann, und die mit Projet berechneten NLO-Korrekturen werden unvernünftig groß. Projet berücksichtigt nicht, daß in dem kinematischen Bereich dieser Analyse sogar die Abstrahlung eines Gluons mit $m_{gR} = 1000\,\mathrm{GeV}^2$ in dem Winkelbereich $\theta_g < 10°$ einen Beitrag zum NLO-Wirkungsquerschnitt liefert. Damit steht ein wesentlich größerer Bereich in m_{gq} zur Kompensation der in Abbildung 4.8 gezeigten Graphen zur Verfügung, als in Projet angenommen wird. Aus diesem Grund kann Projet in dem kinematischen Bereich der vorliegenden Messung nicht zur Vorhersage von NLO-Korrekturen verwendet werden.

Um dennoch einen Anhaltspunkt für die Größenordnung dieser Korrekturen zu erhalten, wurden mit Projet NLO-Korrekturen für den Jade-Algorithmus mit $m^2_{ij} > 200\,\mathrm{GeV}^2$ in dem kinematischen Bereich dieser Analyse in den obersten drei x_g-Bins berechnet (siehe auch Abb. 4.6). In diesen Bins ist damit zumindest sichergestellt, daß Projet den Wert für m_{qg} von 1.5 GeV nicht unterschreitet. In Tabelle 4.2 sind die berechneten (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitte in LO und NLO in den obersten drei x_g-Bins dieser Analyse (siehe Tabelle 4.3) dargestellt. Weiterhin muß berücksichtigt werden, daß (3+1) Jet-Ereignisse, in denen nur zwei Jets in den Winkel-Akzeptanzbereich $10° < \theta_{jet} < 150°$ der Selektionsschnitte gestreut werden, einen NLO-Beitrag zum (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitt liefern; dieser Beitrag wird mit σ'_{3+1} bezeichnet. Die NLO-Korrektur zum LO (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitt $\sigma^{\mathrm{LO}}_{2+1}$ ergibt sich damit zu $1-(\sigma^{NLO}_{2+1}+\sigma'_{3+1})/\sigma^{LO}_{2+1}$; sie ist in Tabelle 4.2 prozentual angegeben. Da diese Korrekturen durch die Selektionsschnitte $p^*_T > 3.5\,\mathrm{GeV}$ und $\theta_{jet} > 10°$ (die sich in Projet nicht konsistent berücksichtigen lassen) nur noch verkleinert werden können, stellen die angegebenen Werte eine obere Grenze für die „wahren“ NLO-Korrekturen dar. Der mittlere Transversalimpuls $< p^*_T > \simeq 6\,\mathrm{GeV}$ der Jets in den untersten drei x_g-Bins variiert in dem entfalteten Resultat für den Schnitt $\hat{s} > 200\,\mathrm{GeV}^2$ (siehe Abbildung 4.6) um weniger als 11%, so daß auch in diesen Bins NLO-Korrekturen in der angegebenen Größenordnung erwartet werden dürfen.

x_g-Bin	$\sigma^{\mathrm{LO}}_{2+1}$ [pb]	$\sigma^{\mathrm{NLO}}_{2+1}$ [pb]	σ'_{3+1} [pb]	c^{NLO} [%]
3	694	390	63	−35
4	268	183	27	−22
5	150	92	16	−28

Tabelle 4.2: Mit Projet 4.1 berechnete (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitte und NLO-Korrekturen für den Jade-Algorithmus mit $m^2_{ij} > 200\,\mathrm{GeV}^2$ in dem kinematischen Bereich dieser Analyse. σ'_{3+1} ist der Beitrag der (3+1) Jet-Ereignisse, mit nur zwei Jets in dem Winkelbereich $10° < \theta_{jet} < 150°$.

4.3 Resultate

Das Resultat für die Gluonverteilung $x_g g(x_g)$ ist in Abbildung 4.9 dargestellt. Einige kinematische Größen dieses Resultats sind in der Tabelle 4.3 aufgeführt. Die totale Kovarianzmatrix C_{tot} ergibt sich aus der Summe der Kovarianzmatrizen der statistischen und der genannten systematischen Fehlerbeiträge (siehe auch Anhang B) zu

$$C_{tot} = \begin{pmatrix} 8.670 & & & & \dots \\ 0.858 & 1.632 & & & \\ 0.976 & 0.584 & 1.117 & & \\ 0.243 & 0.038 & 0.050 & 0.354 & \\ -0.407 & 0.108 & -0.162 & 0.044 & 0.642 \end{pmatrix} \tag{4.25}$$

mit der korrespondierenden Korrelationsmatrix

$$K_{tot} = \begin{pmatrix} 1.0 & & & & \dots \\ 0.228 & 1.0 & & & \\ 0.314 & 0.432 & 1.0 & & \\ 0.139 & 0.050 & 0.080 & 1.0 & \\ -0.173 & 0.106 & -0.191 & 0.092 & 1.0 \end{pmatrix} \tag{4.26}$$

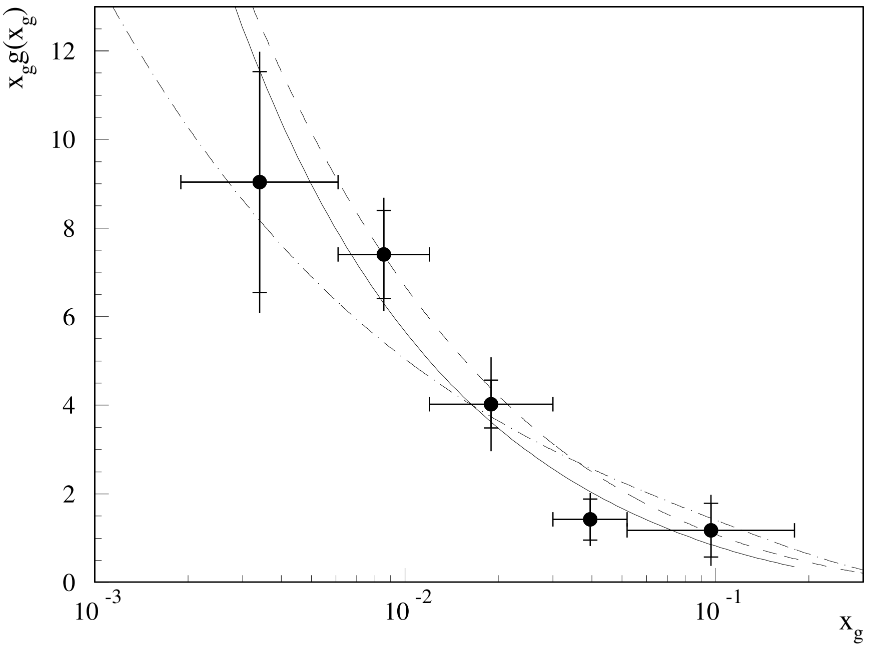

Abbildung 4.9: Das Resultat der entfalteten Gluonverteilung für $<Q^2>= 30\,\mathrm{GeV}^2$. Die statistischen Fehler werden durch die inneren Fehlerbalken und die totalen Fehler durch die gesamten Fehlerbalken repräsentiert. In diesen Fehlern ist die Unsicherheit von 11% bezüglich der absoluten Normierung nicht enthalten. Dargestellt ist ein Fit (——) der Parametrisierung $x_g g(x_g) = A_g x_g^{B_g}(1-x_g)^5$ an die gemessenen Punkte. Die anderen Kurven sind die LO GRV'94 (– – –) und LO CTEQ3L (– · – ·) Parametrisierungen der Gluonverteilung.

Bin-Nummer	x_g-Binbereich	$<x_g g(x_g)>$	$<Q^2>$ [GeV^2]	$<p_T^*>$ [GeV]
1	$0.0019 - 0.0061$	9.04 ± 2.95	23	5.0
2	$0.0061 - 0.0120$	7.40 ± 1.28	29	5.4
3	$0.0120 - 0.0300$	4.03 ± 1.06	30	6.0
4	$0.0300 - 0.0520$	1.42 ± 0.60	35	6.6
5	$0.0520 - 0.1800$	1.18 ± 0.80	36	9.8

Tabelle 4.3: Einige kinematische Größen der gemessenen Gluonverteilung. Die angegebenen Fehler für $<x_g g(x_g)>$ entsprechen den totalen Fehlern (stat. und syst. Fehler).

Die inneren Fehlerbalken der fünf Datenpunkte der Abbildung 4.9 repräsentieren den statistischen Fehler und die äußeren Fehlerbalken den totalen Fehler des jeweiligen Bins; sie entsprechen den Quadratwurzeln der Hauptdiagonalelemente der Kovarianzmatrizen C_{stat} bzw. C_{tot}. Die Addition der statistischen und systematischen Kovarianzmatrizen entpricht der quadratischen Addition der statistischen und systematischen Fehler in den Bins. Ein Vergleich der Korrelationsmatrix K_{stat} mit K_{tot} zeigt, daß durch die systematischen Unsicherheiten positive Korrelationen zwischen den Datenpunkten eingeführt werden. Sieben der 10 Korrelations-Koeffizienten sind kleiner als 20%, die größte Korrelation ist ca. 43%. Insgesamt können die Korrelationen damit als hinreichend klein betrachtet werden, so daß das Ergebnis für die Gluonverteilung durch die fünf gezeigten Punkte und deren Fehler repräsentiert werden kann. In diesen Fehlern ist die Unsicherheit von 11% bezüglich der absoluten Normierung nicht enthalten.

Das Resultat wird für die Faktorisierungsskala $\mu_f^2 = 30\,\mathrm{GeV}^2$ angegeben, entsprechend dem mittleren Q^2 der selektierten Daten. Eine andere mögliche Wahl für μ_f wäre der Transversalimpuls p_T^* der Jets im hadronischen Schwerpunktsystem. Der mittlere Transversalimpuls liegt bei $<p_T^{*2}>= 40\,\mathrm{GeV}^2$ und ist damit dem mittleren Q^2 sehr ähnlich. Ein Vergleich der GRV Gluondichte-Parametrisierung für Q^2-Werte von $30\,\mathrm{GeV}^2$ und $40\,\mathrm{GeV}^2$ ergibt, daß dieser Unterschied maximal 5% in dem x_g-Bereich dieser Analyse beträgt.

Die durchgezogene Linie in Abbildung 4.9 entspricht einem Fit der in Abschnitt 1.3 diskutierten Parametrisierung

$$x_g g(x_g) = A_g x_g^{B_g}(1-x_g)^{C_g} \tag{4.27}$$

an die fünf Datenpunkte dieser Messung. Aufgrund der kleinen x_g-Werte ist der Fit nicht sensitiv auf den Term $(1-x_g)^{C_g}$, und der Parameter C_g wurde mit 5 fixiert. Da die Höhe eines Datenpunktes den Mittelwert der entfalteten Gluondichte innerhalb gegebener Bin-Grenzen darstellt, wurde das zu minimierende χ^2 durch

$$\chi^2 = (\Delta f)^T C_{tot}^{-1} \Delta f \quad \text{mit} \quad (\Delta f)_i = d_i - \frac{1}{x_g^{(i+1)} - x_g^{(i)}} \int_{x_g^{(i)}}^{x_g^{(i+1)}} f(x_g)dx_g, \quad i = 1,\ldots,5 \tag{4.28}$$

berechnet; hierdurch werden sowohl die Korrelationen zwischen den Datenpunkten als auch die Bin-Größen berücksichtigt.

A_g	B_g	$\rho_{(A_gB_g)}$	χ^2/n_f
0.33 ± 0.16	-0.63 ± 0.12	0.94	0.99

Tabelle 4.4: Parameter einer Anpassung der Parametrisierung $x_g g(x_g) = A_g x_g^{B_g}(1 - x_g)^5$ an die fünf entfalteten Datenpunkte der Gluonverteilung.

Die Fit-Parameter sind in der Tabelle 4.4 zusammengefaßt worden. Da die beiden Parameter A_g und B_g die Steigung der Gluondichte für $x_g \to 0$ bestimmen, erwartet man eine große Korrelation $\rho_{(A_gB_g)}$ zwischen diesen. Für Werte $C_g < 9$, bleiben die Änderungen der Parameter A_g und B_g innerhalb der angegebenen Fehler. Die in Abbildung 4.9 dargestellte Parametrisierung stellt ein weiteres Ergebnis für die Gluonverteilung dieser Analyse, mit von fünf auf drei reduzierten Freiheitsgraden dar.

Weiterhin ist zu erkennen, daß die Parametrisierungen der CTEQ- und der GRV-Gruppe mit dieser Messung konsistent sind. Ein direkter Vergleich der Parameter A_g und B_g mit den entsprechenden Koeffizienten der GRV, CTEQ oder H1 [83] Gluondichte-Parametrisierungen verbietet sich aufgrund des wesentlich höheren Q^2-Bereichs dieser Analyse.

Mit Hilfe der angegebenen Parametrisierung kann die gemessene Gluonverteilung unter Verwendung der LO DGLAP-Gleichungen (1.30–1.31) auf ein anderes Q^2 transformiert werden. Es ist damit möglich, die gemessene Gluonverteilung der vorliegenden Analyse, mit der einer anderen Messung bei deutlich unterschiedlichem Q^2 zu vergleichen (siehe Abschnitt 4.4.1).

Als ein weiteres Ergebnis des Abschnitts 3.6 wird festgehalten, daß der diffraktive Anteil am gemessenen, bezüglich der Selektions-Effizienzen korrigierten, (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitt $(8 \pm 2)\%$ beträgt und konsistent mit einer flachen x_g-Abhängigkeit ist (siehe Abbildung 4.10).

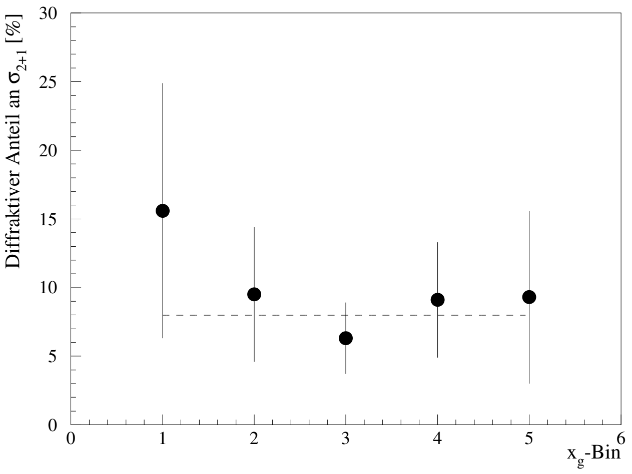

Abbildung 4.10: Diffraktiver Anteil am gemessenen, für die Selektions-Effizienzen korrigierten, (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitt. Die gestrichelte Linie stellt den Fit einer Konstanten an die fünf gezeigten Punkte dar.

4.4 Der Kontext mit anderen Messungen

In den folgenden zwei Abschnitten wird die Gluondichte dieser Analyse mit neueren Resultaten anderer Experimente verglichen. Hierbei wird zwischen direkten Messungen, die auf gluon-initiierten Prozessen basieren und indirekten Messungen, die auf der Q^2-Abhängigkeit der Strukturfunktion F_2 basieren unterschieden. In den hier genannten indirekten Bestimmungen der Gluondichte wird angenommen, daß die DGLAP-Gleichungen bis zu $x \simeq 10^{-3}$ gültig sind, so daß aus dem Vergleich zwischen direkten und indirekten Messungen eine Aussage über den Gültigkeitsbereich der DGLAP-Gleichungen bei kleinem x gewonnen werden kann.

4.4.1 Vergleich mit direkten Messungen

In Abbildung 4.11 ist ein vorläufiges Resultat für die Gluondichte im Proton der ZEUS-Kollaboration [47] für $<Q^2>= 30\,\mathrm{GeV}^2$ basierend auf der 1993 Datennahme dargestellt, deren Analyse-Verfahren (bis auf Details) der vorliegenden Analyse äquivalent ist. Man erkennt eine gute Übereinstimmung beider Resultate innerhalb der angegebenen Fehler.

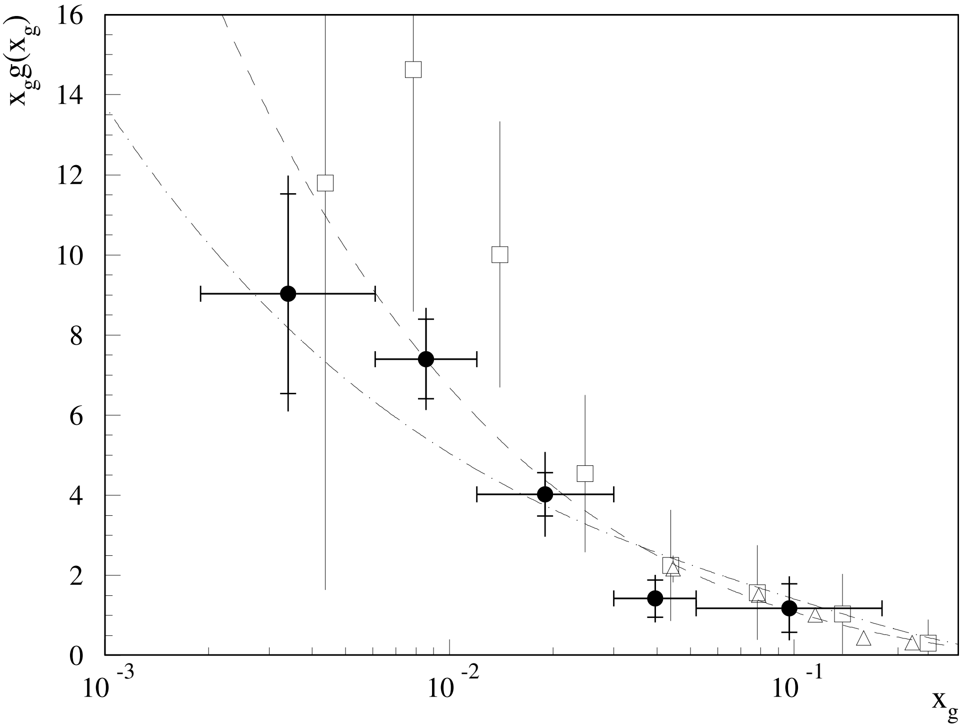

Abbildung 4.11: Vergleich der Gluonverteilung der vorliegenden Analyse (●) mit einer vorläufigen Messung der ZEUS Kollaboration (□) und einer mit den DGLAP-Gleichungen auf $< Q^2 >= 30\,\mathrm{GeV}^2$ transformierten Messung der NMC Kollaboration (△). Die Kurven sind die LO GRV'94 (– – –) und LO CTEQ3L (– · –·) Parametrisierungen der Gluonverteilung.

Außerdem ist in Abbildung 4.11 ein mit den DGLAP-Gleichungen auf $<Q^2>= 30\,\mathrm{GeV}^2$ transformiertes Resultat der inelastischen J/ψ-Produktion in der Muon-Deuteron Streuung der NMC-Kollaboration [84] gezeigt. Im Gegensatz zu der vorliegenden Analyse konnte der globale Normierungsfaktor in der NMC-Messung nicht aus dem verwendeten CS-Modell (colour singlet model) [85] gewonnen werden, sondern wurde durch die Impuls-Summenregel (1.54) bestimmt. Das mittlere Q^2 der NMC-Messung ist $<Q^2>= 1.5\,\mathrm{GeV}^2$, so daß das in [84] angegebene Resultat nicht direkt mit dem dieser Analyse verglichen werden kann. Die in der Referenz [84] angegebene Parametrisierung

$$x_g g(x_g) = \frac{1}{2}(\eta + 1)(1 - x_g)^\eta \quad \text{mit} \quad \eta = 5.1 \pm 0.9 \tag{4.29}$$

wurde benutzt, um eine Entwicklung der NMC-Datenpunkte von $Q^2 = 1.5\,\mathrm{GeV}^2$ auf $Q^2 = 30\,\mathrm{GeV}^2$ mit Hilfe der LO DGLAP-Gleichungen (1.30–1.31) durchzuführen. Man erkennt eine gute Übereinstimmung zwischen der NMC-Messung und der Gluonverteilung der vorliegenden Analyse innerhalb der angegebenen Fehler.

Die UA2-Kollaboration hatte 1993 eine direkte Messung der Gluondichte in dem Bereich $0.05 \lesssim x_g \lesssim 0.2$ veröffentlicht [86], die auf der Produktion direkter Photonen in der $p\bar{p}$-Streuung basiert (siehe auch Abbildung 1.6). In der UA2-Messung variiert das mittlere Q^2 in dem genannten x_g-Bereich um mehr als einen Faktor 10, so daß keine DGLAP-Entwicklung durchgeführt werden konnte, um das UA2-Resultat mit dem der vorliegenden Analyse zu vergleichen.

4.4.2 Vergleich mit indirekten Messungen

Abbildung 4.12 zeigt Extraktionen der Gluondichte der H1- [83] und ZEUS-Kollaboration [87] für $<Q^2>= 20\,\mathrm{GeV}^2$, die auf der Q^2-Abhängigkeit der Strukturfunktion F_2 beruhen, wobei die Approximation von Prytz [88] verwendet wurde. Ein Vergleich der GRV Gluondichte-Parametrisierung für Q^2-Werte von $20\,\mathrm{GeV}^2$ und $30\,\mathrm{GeV}^2$ zeigt, daß die durch das unterschiedliche Q^2 beider Messungen erwartete Differenz in der Gluonverteilung in dem x_g-Bereich der vorliegenden Analyse kleiner als 5% ist.

Man sieht, daß sich der x_g-Bereich zwischen indirekten und direkten Messungen des selben Experiments deutlich unterscheidet. Dies ist darauf zurückzuführen, daß die indirekten Methoden auf inklusiven Messungen beruhen, in denen der dominierende Anteil der Ereignisse (1+1) Jet-Ereignisse sind, für die wegen $x_g = x_B(1 + \hat{s}/Q^2)$ und $\hat{s} = 0$ der Impulsanteil x_g gleich Bjørken-x ist. Die vorliegende Analyse bezieht sich auf (2+1) Jet-Ereignisse mit $\hat{s} > 100$, d.h. es ist $x_g > x_B$.

Die gute Übereinstimmung im Überlappbereich zwischen den indirekten H1- und ZEUS-Ergebnissen mit dem Ergebnis der vorliegenden Analyse spricht dafür, daß die DGLAP-Gleichungen bis zu $x_g \simeq 0.002$ angewendet werden können.

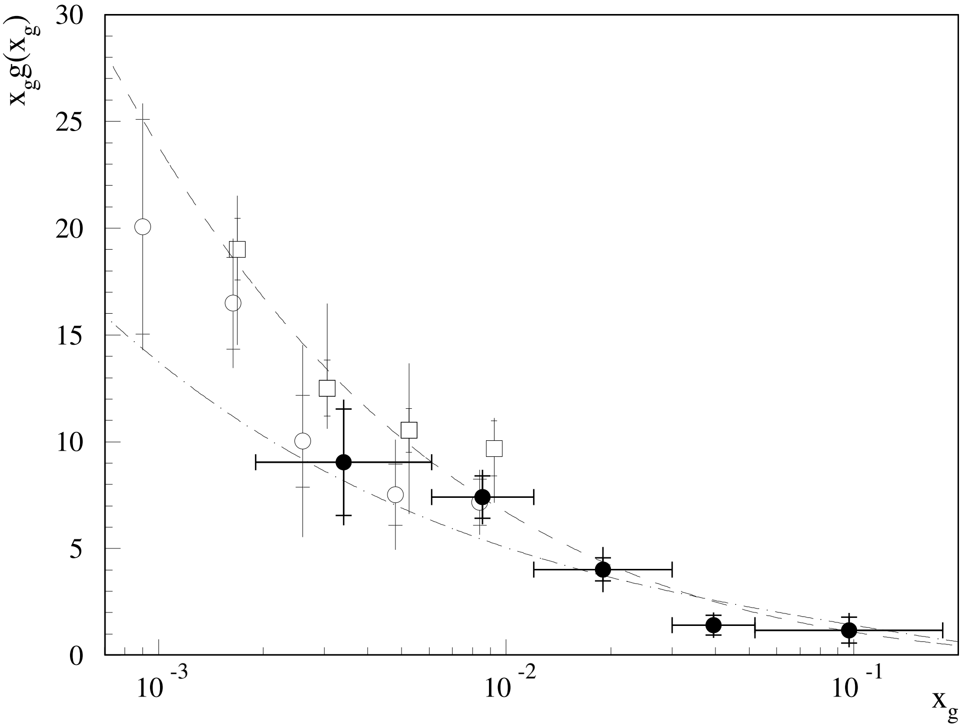

Abbildung 4.12: Vergleich der Gluonverteilung der vorliegenden Analyse (●) mit der aus der Q^2-Abhängigkeit der Strukturfunktion F_2 bestimmten Gluonverteilung der H1- (○) und ZEUS-Kollaboration (□), wobei die Approximation von Prytz verwendet wurde. Die Kurven sind die LO GRV'94 (– – –) und LO CTEQ3L (– · –·) Parametrisierungen der Gluonverteilung.

4.4.3 Abschließende Bemerkungen

In der Entfaltungsgleichung (4.17) können anstelle der (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitte auch die entsprechenden (2+1) Jetraten ($R_{2+1} = \sigma_{2+1}/\sigma_{tot}$) als Ausgangsgrößen für die Entfaltung benutzt werden. Jetraten besitzen den Vorteil, daß sich die Luminosität sowie die Elektron-Trigger- und Detektor-Effizienzen in den Ausdrücken für R_{2+1} zum größten Teil kürzen, aber den Nachteil, daß σ_{tot} stark durch Ereignisse mit $x < 2 \cdot 10^{-3}$ beeinflußt wird, einem Bereich, in dem die Unsicherheit in der Kenntnis der Quarkdichte-Verteilungen relativ groß ist. Außerdem werden die Kontrollverteilungen des LEPTO Monte Carlos für inklusive Verteilungen schlechter beschrieben als die des Kapitels 3 für selektierte (2+1) Jet-Ereignisse (siehe z.B. [63]). Aus diesem Grund wurden in dieser Analyse (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitte als Ausgangsgrößen für die Entfaltung verwendet.

Aus folgenden Gründen wurde in der vorliegenden Analyse direkt die Gluondichte und nicht, als Zwischenschritt, der (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitt entfaltet: Im Gegensatz zu den vom QCD-Prozeß, dem verwendeten Jet-Algorithmus und dem Jet-Auflösungsparameter abhängenden Jet-Wirkungsquerschnitten stellen Partondichten die universelleren Größen dar. Jet-Wirkungsquerschnitte können unter Verwendung der Matrixelemente (1.20–1.21) und einem gegebenen Satz von Partondichte-Parametrisierungen analytisch berechnet werden (siehe z.B. [46]). Mit der in Abschnitt 4.3 angegebenen Parametrisierung für $x_g g(x_g)$ kann damit der Wirkungsquerschnitt σ_{2+1}^{BGF}, in einem nicht auf die Selektionskriterien der vorliegenden Analyse beschränkten kinematischen Bereich, berechnet werden.

4.5 Ausblick

Die von der H1-Kollaboration aufgezeichnete Datenmenge des Jahres 1994 ist ca. 10 mal größer als die des Jahres 1993. Durch die höhere Statistik wird es möglich, härtere Analyseschnitte wie z.B. $p_T^* > 5\,\mathrm{GeV}$ statt $p_T^* > 3.5\,\mathrm{GeV}$ zu verlangen, wodurch die NLO-Korrekturen weiter reduziert werden können, und andere Selektionskriterien wie der Schnitt auf die Größe $\hat{s}$ überflüssig werden. Außerdem wird sich der statistische Fehler um einen Faktor drei reduzieren lassen, wodurch gleichzeitig eine Verkleinerung der statistischen Komponente des systematischen Fehlers erzielt wird.

Gegen Ende des Jahres 1995 wird ein NLO Monte Carlo Ereignis-Generator für die tiefinelastischen ep-Streuung zur Verfügung stehen, der es ermöglicht, einen beliebigen Jet-Algorithmus und beliebige zusätzliche Selektions-Schnitte in den NLO-Korrekturen für (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitte zu berücksichtigen [89]. Dies war mit den Wirkungsquerschnitt-Generatoren Projet und Disjet nicht möglich. Hierdurch können exakte NLO-Korrekturen in dem kinematischen Bereich dieser Analyse berechnet werden, und das hier beschriebene Analyseverfahren auf eine NLO-Messung der Gluondichte erweitert werden.

In den nächsten Jahren, wenn sowohl die theoretischen als auch die experimentellen Unsicherheiten zunehmend besser verstanden sind, kann das Analyseverfahren der vorliegenden Arbeit zu einer Präzisionsmessung der Gluondichte ausgebaut werden. Durch einen Vergleich mit indirekten Bestimmungen der Gluondichte kann dann der Gültigkeitsbereich der DGLAP-Gleichungen überprüft werden.

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird eine direkte Messung der Gluondichte des Protons für ein mittleres Q^2 von $30\,\mathrm{GeV}^2$ in dem Bereich $0.0019 < x_g < 0.18$ beschrieben, die auf (2+1) Jet-Ereignissen (zwei in der Akzeptanz des Detektors beobachtete Jets und der Proton-Remnant) der tief-inelastischen ep-Streuung bei *HERA* basiert. Die verwendeten Daten wurden mit dem H1-Detektor im Jahr 1993 aufgezeichnet und entsprechen einer integrierten Luminosität von $\mathcal{L}$=242.2 nb^{-1}.

Für kleines Q^2 ($Q^2 < 80\,\mathrm{GeV}^2$) wird der (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitt durch den gluon-initiierten Photon-Gluon Fusions-Prozeß dominiert; der quark-initiierte Anteil beträgt nur ca. 27% in dem kinematischen Bereich dieser Analyse. Aus dem (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitt für gluon-initiierte Prozesse kann direkt auf die Gluondichte des Protons geschlossen werden. Mit Hilfe der Gleichung $x_g = x_B(1 + \hat{s}/Q^2)$ wird aus der invarianten Masse $\sqrt{\hat{s}}$ der beiden Jets der Impulsanteil x_g des in den harten QCD-Prozeß einlaufenden Gluons berechnet. Um in einem Ereignis $\hat{s}$ und x_g zu rekonstruieren werden zwei Methoden verwendet, die auf der Messung der Energie und der Winkel der Jets basieren. Durch eine Kombination dieser Methoden kann die Auflösung des rekonstruierten Impulsanteils x_g deutlich verbessert und schlecht gemessene Ereignisse können verworfen werden.

Außer den erwarteten quark-initiierten Prozessen wurde in dem selektierten Datensatz der vorliegenden Analyse kein Hinweis auf einen Anteil verbleibender Untergundereignisse gefunden. Der Anteil diffraktiver Ereignisse mit harter Jet-Produktion in der tief-inelastischen Streuung ergibt sich unter Verwendung der selektierten (2+1) Jet-Ereignisse zu $(8 \pm 2)\%$. Die einzelnen diffraktiven Anteile in den fünf x_g-Bins dieser Analyse sind konsistent mit einer flachen x_g-Abhängigkeit.

Das Monte Carlo Modell (LEPTO) wird verwendet, um den quark-initiierten Untergrund zu bestimmen und um die Verschmierungen des Meßprozesses und die Akzeptanz des H1-Detektors zu simulieren. Das LEPTO-Modell liefert eine gute Beschreibung sowohl der globalen, als auch der Jet-spezifischen Verteilungen gemessener Daten. Die mit dem LEPTO-Modell vorhergesagten (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitte werden verwendet, um eine Entfaltung der Gluondichte im Proton durchzuführen. Die Bingrenzen ergeben sich innerhalb $0.0019 < x_g < 0.18$ aus der Forderung, möglichst kleine Korrelationen zwischen den entfalteten Datenpunkten zu erhalten. Die Korrelationen zwischen den Datenpunkten der gemessenen Gluondichte im Proton sind klein.

Das Ergebnis dieser Messung zeigt einen signifikanten Anstieg der Gluonverteilung $x_g g(x_g)$ mit abnehmendem Impulsanteil x_g der Gluonen. Es wurde die Parametrisierung $x_g g(x_g) = A_g x_g^{B_g}(1 - x_g)^{C_g}$ an die entfalteten Datenpunkte angepaßt.

Das Ergebnis für die Gluonverteilung wird mit neueren Ergebnissen anderer Experimente verglichen. Es gibt eine direkte Messung der Gluonverteilung der NMC-Kollaboration [84] aus der J/ψ-Erzeugung in der Muon-Deuteron Streuung, sowie ein vorläufiges Resultat der ZEUS-Kollaboration [47] das auf einem dieser Arbeit äquivalenten Analyseverfahren beruht. Die Ergebnisse stimmen innerhalb der angegebenen Fehler überein. Weiterhin gibt es indirekte Bestimmungen der Gluonverteilung der H1- [83] und ZEUS-Kollaboration [87] die auf der Q^2-Abhängigkeit der Strukturfunktion F_2 beruhen, wobei die Approximation von Prytz verwendet wurde. Hierbei wird angenommen, daß die DGLAP-Gleichungen bis zu $x \simeq 0.001$ gültig sind, so daß aus dem Vergleich zwischen direkten und indirekten Messungen eine Aussage über den Gültigkeitsbereich der DGLAP-Gleichungen bei kleinem x gewonnen werden kann. Die Übereinstimmung der indirekten H1- und ZEUS-Ergebnisse mit dem Ergebnis der vorliegenden Analyse spricht dafür, daß die DGLAP-Gleichungen bis zu $x_g \simeq 0.002$ angewendet werden können.

Anhang A

HERA-Kinematik im Labor- und hadronischen Schwerpunktsystem

In diesem Anhang werden die zur Transformation in das hadronische Schwerpunktsystem benutzten Vierervektoren dargestellt und die im Abschnitt 3.3.2 verwendete Rapiditäts-Methode hergeleitet.

Kinematik im Laborsystem

Die Flugrichtung der Strahl-Protonen in dem H1-Detektor definiert die $+z$-Richtung im Laborsystem (H1-Konvention). In der praktischen Berechnung der folgenden Ausdrücke wurden ausschließlich die kinematischen Variablen der Elektron-Methode benutzt (siehe Abschnitt 3.2.3).

Die Vierervektoren der in *HERA* gespeicherten Teilchen (Proton: P und Elektron: k) ergeben sich im Laborsystem (unter Vernachlässigung der Ruhemassen der Teilchen) zu:

$$P = \begin{pmatrix} E_p \\ 0 \\ 0 \\ E_p \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad k = \begin{pmatrix} E_e \\ 0 \\ 0 \\ -E_e \end{pmatrix}$$

In dem Jahr 1993 betrug die Energie der Strahl-Protonen $E_p = 820\,\text{GeV}$ und die Energie der Strahl-Elektronen $E_e = 26.7\,\text{GeV}$.

Für die Vierervektoren der in den harten QCD-Prozeß einlaufenden Teilchen (Photon: q und Parton p_i) erhält man:

$$p_i = x \begin{pmatrix} E_p \\ 0 \\ 0 \\ E_p \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad q = \begin{pmatrix} yE_e - \dfrac{Q^2}{4E_e} \\ -\sqrt{Q^2(1-y)}\cos\phi_e \\ \sqrt{Q^2(1-y)}\sin\phi_e \\ -yE_e - \dfrac{Q^2}{4E_e} \end{pmatrix}$$

Die Beziehung zwischen dem Impulsanteil x des in den harten QCD-Prozeß einlaufenden Partons und der invarianten Masse $\hat{s}$ der auslaufenden Partonen in einem BGF- bzw. QCD-Compton-Prozeß wurde in Abschnitt 1.1 zu

$$x = x_B \left(1 + \frac{\hat{s}}{Q^2}\right)$$

abgeleitet. Diese Gleichung ist in jedem aus dem Laborsystem durch eine Lorentz-Transformation hervorgehenden Bezugssystem gültig, da zur Berechnung von x ausschließlich Lorentz-Invarianten verwendet werden.

Kinematik im hadronischen Schwerpunktsystem

Variablen im hadronischen Schwerpunktsystem werden durch einen „Stern" gekennzeichnet. Das hadronische Schwerpunktsystem ist durch den Ruhevektor $(P+q)^*$ definiert. Das Proton und das ausgetauschte Photon besitzen in diesem System folglich gleich große und entgegengesetzt gerichtete z-Komponenten. Die $+z$-Richtung im hadronischen Schwerpunktsystem ist entgegengesetzt zur Flugrichtung des Protonstrahls definiert.

Für die Kollision zweier Teilchen mit den Massen m_1 und m_2 und gleich großen aber entgegengesetzt gerichteten p_z-Komponenten gilt allgemein für die Energie des ersten Teilchens:

$$E_1 = \frac{1}{2m_{12}} \left(m_{12}^2 + m_1^2 - m_2^2\right) .$$

Daraus ergeben sich die Vierervektoren des Protons und des Photons im hadronischen Schwerpunktsystem zu:

$$P^* = \frac{1}{2W} \begin{pmatrix} W^2 + Q^2 \\ 0 \\ 0 \\ -(W^2 + Q^2) \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad q^* = \frac{1}{2W} \begin{pmatrix} W^2 - Q^2 \\ 0 \\ 0 \\ (W^2 + Q^2) \end{pmatrix}$$

Die Pseudorapiditäten der auslaufenden Partonen eines BGF- oder QCD-Compton Prozesses im hadronischen Schwerpunktsystem seien η_1^* und η_2^*. Dann ergeben sich die entsprechenden Pseudorapiditäten η_1' und η_2' im Photon-Parton Schwerpunktsystem zu

$$\eta_1' = \eta_1^* - \Delta\eta' \quad \text{und} \quad \eta_2' = \eta_2^* - \Delta\eta',$$

da unter Vernachlässigung der Teilchenmassen die Pseudorapidität der Rapidität entspricht und damit bis auf eine konstante Verschiebung ($\Delta\eta'$) invariant unter longitudinalen Lorentz-Transformationen ist. Im Photon-Parton Schwerpunktsystem ist $\eta'_1 = -\eta'_2$ und man erhält

$$\Delta\eta' = \frac{\eta_1^* + \eta_2^*}{2}.$$

Das γg-Schwerpunktsystem ist durch den Ruhevektor $(xP + q)^*$ definiert; damit ergibt sich aus Definitionsgleichung der Rapidität und den Komponenten der Vektoren P^* und q^*:

$$\begin{aligned}\Delta\eta' &= \frac{1}{2}\ln\left(\frac{\left(xE_p^* + E_\gamma^*\right) + \left(-xE_p^* + E_p^*\right)}{\left(xE_p^* + E_\gamma^*\right) - \left(-xE_p^* + E_p^*\right)}\right)\\ &= \frac{1}{2}\ln\left(\frac{W^2}{x\left(W^2 + Q^2\right) - Q^2}\right).\end{aligned}$$

Hieraus folgt

$$x = \frac{W^2}{W^2 + Q^2}\left(\frac{Q^2}{W^2} + e^{-\left(\eta_1^* + \eta_2^*\right)}\right)$$

und mit Hilfe der Gleichung $x = (\hat{s} + Q^2)/(W^2 + Q^2)$ erhält man

$$\hat{s} = W^2 e^{-\left(\eta_1^* + \eta_2^*\right)}$$

Die entsprechenden Audrücke im Laborsystem besitzen eine wesentlich kompliziertere Form, da das Laborsystem nicht aus einer longitudinalen Lorentz-Transformation aus dem hadronischen Schwerpunktsystem bzw. dem Photon-Parton Schwerpunktsystem hervorgeht.

Das hadronische Schwerpunktsystem und alle aus diesem durch eine longitudinale Lorentz-Transformation hervorgehenden Bezugssysteme, wie das Photon-Parton Schwerpunktsystem oder das Breit-System, zeichnen sich durch eine einfache Interpretierbarkeit physikalischer Prozesse aus; z.B. entsprechen die Transversalimpulse der auslaufenden Jets denen der im QCD-Prozeß erzeugten. Im Gegensatz hierzu muß der gesamte hadronische Endzustand im Laborsystem den Transversalimpuls $p_T = \sqrt{(1-y)Q^2}$ des gestreuten Elektrons balancieren, und die Interpretation der Transversalimpulse der Jets ist in diesem System wesentlich schwieriger.

Anhang B

Kovarianzmatrizen systematischer Fehlerbeiträge

Die Berechnung der Kovarianzmatrizen systematischer Fehlerbeiträge erfolgt durch eine wiederholte Selektion und Entfaltung für veränderte Werte des betrachteten Parameters (Kalibrationskonstante, Selektionsschnitt,...), siehe Diskussion in Abschnitt 4.2.1. Die Kovarianzmatrix ΔC_{sys} aller systematischen Fehlerbeiträge ist die Summe der Kovarianzmatrizen der einzelnen Fehlerbeiträge:

$$\Delta C_{sys} = \Delta C_{\mathrm{LAR}} + \Delta C_{\mathrm{BEMC}} + \Delta C_{p_T^*} + \Delta C_{|\Delta \hat{s}|} + \Delta C_{|\Delta \eta|} + \Delta C_{\mathrm{quark}}$$

$$= \begin{pmatrix} 2.450 & & & & \dots \\ 0.771 & 0.654 & & & \\ 1.233 & 0.647 & 0.824 & & \\ 0.211 & 0.103 & 0.067 & 0.140 & \\ -0.439 & 0.095 & -0.113 & 0.041 & 0.276 \end{pmatrix}$$

Im folgenden sind die berechneten Kovarianzmatrizen der genannten Fehlerbeiträge aufgelistet:

Die dem Fehler der hadronischen Energie-Kalibrationskonstanten des Flüssig-Argon-Kalorimeters zugeordnete Kovarianzmatrix lautet:

$$\Delta C_{\mathrm{LAR}} = \begin{pmatrix} 1.405 & & & & \dots \\ 0.389 & 0.108 & & & \\ 0.602 & 0.167 & 0.258 & & \\ 0.256 & 0.071 & 0.110 & 0.047 & \\ -0.150 & -0.041 & -0.064 & -0.027 & 0.016 \end{pmatrix}$$

Die dem Fehler der Energie-Kalibrationskonstanten des BEMC zugeordnete Kovarianzmatrix lautet:

$$\Delta C_{\mathrm{BEMC}} = \begin{pmatrix} 0.000 & & & & \dots \\ -0.002 & 0.168 & & & \\ -0.001 & 0.096 & 0.055 & & \\ 0.000 & -0.007 & -0.004 & 0.000 & \\ -0.001 & 0.096 & 0.055 & -0.004 & 0.055 \end{pmatrix}$$

Die der p_T-Schwelle des Cone-Algorithmus zugeordnete Kovarianzmatrix lautet:

$$\Delta C_{p_T^*} = \begin{pmatrix} 0.338 & & & & \dots \\ 0.189 & 0.106 & & & \\ 0.290 & 0.162 & 0.250 & & \\ -0.097 & -0.054 & -0.083 & 0.028 & \\ -0.035 & -0.019 & -0.030 & 0.010 & 0.004 \end{pmatrix}$$

Die dem $|\Delta\sqrt{\hat{s}}|$-Schnitt zugeordnete Kovarianzmatrix lautet:

$$\Delta C_{|\Delta \hat{s}|} = \begin{pmatrix} 0.580 & & & & \dots \\ 0.056 & 0.005 & & & \\ 0.254 & 0.024 & 0.111 & & \\ -0.038 & -0.004 & -0.017 & 0.002 & \\ -0.313 & -0.030 & -0.137 & 0.020 & 0.169 \end{pmatrix}$$

Die dem $|\Delta\eta|$-Schnitt zugeordnete Kovarianzmatrix lautet:

$$\Delta C_{|\Delta\eta|} = \begin{pmatrix} 0.011 & & & & \dots \\ -0.022 & 0.044 & & & \\ -0.022 & 0.045 & 0.046 & & \\ 0.008 & -0.015 & -0.016 & 0.005 & \\ -0.002 & 0.005 & 0.005 & -0.002 & 0.001 \end{pmatrix}$$

Die dem quark-initiierten Untergrund zugeordnete Kovarianzmatrix lautet:

$$\Delta C_{\mathrm{quark}} = \begin{pmatrix} 0.117 & & & & \dots \\ 0.161 & 0.223 & & & \\ 0.110 & 0.152 & 0.104 & & \\ 0.082 & 0.113 & 0.077 & 0.057 & \\ 0.062 & 0.086 & 0.059 & 0.043 & 0.033 \end{pmatrix}$$

Literaturverzeichnis

[1] H1 Collaboration, S. Aid et al., A Direct Determination of the Gluon Density in the Proton at Low x, Nucl. Phys. **B449** (1995) 3.

[2] CTEQ Collaboration, R. Brock et al., Handbook of Perturbative QCD: Version 1.0, Rev. Mod. Phys. **67** (1995) 157.

[3] S. Bethke, Hadronic Physics in Electron–Positron Annihilation, Univ. Heidelberg, HD-PY 93-07, 1993.

[4] F. Halzen und A. D. Martin, Quarks and Leptons, John Wiley and Sons, 1984.

[5] E. Reya, Parton Distributions, Low x Physics and the Spin Structure of the Proton, DO-TH 91/9, May 1991. E. Reya, Gluon Densities in ep and γp Interactions, Academic Training Lectures, DESY, June 1994.

[6] T. Kinoshita, J. Mth. Phys. **3** (1962) 650.

[7] T. D. Lee und M. Nauenberg, Degenerate Systems and Mass Singularities, Phys. Rev. **B133** (1964) 1549.

[8] JADE Collaboration, W. Bartel et al., Experimental Studies on Multi-Jet Production in e^+e^- Annihilation at PETRA Energies, Z. Phys. **C33** (1986) 23.

[9] J. G. Körner, E. Mirkes und G. A. Schuler, QCD Jets at *HERA*. First Order α_s Radiative Corrections to Electroweak Cross-Sections and Jet Rates, Int. J. Mod. Phys. **A4** (1989) 1781.

[10] G. Altarelli und G. Parisi, Asymptotic Freedom in Parton Language, Nucl. Phys. **B126** (1977) 298.

[11] Yu. L. Dokshitzer, Calculation of Structure Functions of Deep-Inelastic Scattering and e^+e^- Annihilation by Pertubation Theorie in Quantum Chromodynamics, JETP **46** (1977) 641.

[12] V. N. Gribov und L. N. Lipatov, Sovj. J. Nucl. Phys. **15** (1972) 78.

[13] J. C. Collins and D. E. Soper, Parton Distribution and Decay Functions, Nucl. Phys. **B194** (1982) 445.

[14] G. Altarelli, R. K. Ellis and G. Martinelli, Large Perturbative Corrections to the Drell-Yan Process in QCD, Nucl. Phys. **B157** (1979) 461.

[15] Y. Y. Balitsky and L. N. Lipatov, The Pomeranchuk Singularity in Quantum Chromodynamics, Sov. J. Nucl. Phys. **28** (1978) 822.

[16] E. A. Kuraev , L. N. Lipatov and V. S. Fadin, The Pomeranchuk Singularity in Nonabelian Gauge Theories, Sov. Phys. JETP **45** (1977) 199.

[17] A. D. Martin, QCD and Structure Functions, Academic Training Lectures, DESY, October 1993.

[18] L. V. Gribov et al., Singlet Structure Function at Small x: Unitarization of Gluon Ladders, Nucl. Phys. **B188** (1981) 555.

[19] L. V. Gribov et al., Semihard Processes in QCD, Phys. Rep. **100** (1983) 1.

[20] A.H. Müller, Hard Processes in QCD, Nucl. Phys. **B282** (1987) 727.

[21] J. Bartels et al., $F_2(x, Q^2)$ Scaling Violations at Very Small x, in Proc. of the Workshop 'Physics at *HERA*', Hamburg 1991, Vol. 1, p. 193.

[22] J. Bartels et al., Measurements of Hot Spots at *HERA*, in Proc. of the Workshop 'Physics at *HERA*', Hamburg 1991, Vol. 1, p. 203.

[23] A. J. Askew et al., QCD Predictions for Deep Inelastic Structure Functions at *HERA*, Phys. Rev. **D47** (1993) 3775.

[24] H. Plothow-Besch, PDFLIB: A Library of all Available Parton Density Functions of the Nucleon, the Pion and the Photon and the Corresponding α_s Calculations, Comput. Phys. Commun. **75** (1993) 396.

[25] K. Charchula, The Package PAKPDF Version 1.1 of Parametrizations of Parton Distribution Functions in the Proton, Comput. Phys. Commun. **69** (1992) 360.

[26] A. D. Martin, W. J. Stirling and R. G. Roberts, Parton Distributions Updated, Phys. Lett. **B306** (1993) 145.

[27] A. D. Martin, W. J. Stirling and R. G. Roberts, Parton Distributions of the Proton, Phys. Rev. **D50** (1994) 6743.

[28] CTEQ Collaboration, H. L. Lai et al., Global QCD Analysis and the CTEQ Parton Distributions, Phys. Rev. **D51** (1995) 4763.

[29] M. Glück, E. Reya and A. Vogt, Dynamical Parton Distributions of the Proton and Small-x Physics, Z. Phys. **C67** (1995) 433.

[30] WA70 Collaboration, M. Bonesini et al., Production of High Transverse Momentum Prompt Photons and Neutral Pions in Proton-Proton Interactions at 280 GeV/c, Z. Phys. **C38** (1988) 371.

[31] D. Graudenz, Jet Cross Sections in Deeply Inelastic Electron Proton Scattering Version 4.1, CERN-TH 7420/94, 1994.

[32] T. Brodkorb and E. Mirkes, DISJET Program Manual, MAD/PH/821, 1994.

[33] L. Lönnblad, ARIADNE Version 4: A Program for Simulation of QCD Cascades Implementing the Color Dipole Model, Comput. Phys. Comm. 71 (1992) 15.

[34] L. Lönnblad, ARIADNE Version 4, in Proc. of the Workshop 'Physics at *HERA*', Hamburg 1991, Vol. 3, p. 1440.

[35] G. Marchesini et al., Herwig: A Monte Carlo Event Generator for Simulating Hadron Emission Reactions with Interfering Gluons. Version 5.1, Comput. Phys. Commun. 67 (1992) 465.

[36] B. R. Webber, HERWIG at *HERA*, in Proc. of the Workshop 'Physics at *HERA*', Hamburg 1991, Vol. 3, p. 1354.

[37] G. Ingelman, LEPTO Version 6.1 – The Lund Monte Carlo for Deep Inelastic Lepton–Nucleon Scattering, in Proc. of the Workshop 'Physics at *HERA*', Hamburg 1991, Vol. 3, p. 1366.

[38] H1 Collaboration, T. Ahmed et al., Determination of the Strong Coupling Constant from Jet Rates in Deep Inelastic Scattering, Phys. Lett. **B346** (1995) 415.

[39] T. Sjöstrand, A Model for Initial State Parton Showers, Phys. Lett. **B157** (1985) 321.

[40] M. Bengtsson, T. Sjöstrand and M. van Zijl, Initial State Radiation Effects on $W^{\pm}$ and Jet Production, Z. Phys. **C32** (1986) 67.

[41] B. Andersson et al., Coherence Effects in Deep Inelastic Scattering, Z. Phys. **C43** (1989) 625.

[42] G. Gustafson, Dual Description of a Confined Color Field, Phys. Lett. **B175** (1986) 453.

[43] B. Andersson et al., Parton Fragmentation and String Dynamics, Phys. Rep. (1983) 31.

[44] T. Sjöstrand and M. Bengtsson, The Lund Monte Carlo for Jet Fragmentation and e^+e^- Physics: Jetset Version 6.3: An Update, Comput. Phys. Commun. 43 (1987) 367.

[45] G. C. Fox and S. Wolfram, A Model for Parton Showers in QCD, Nucl. Phys. **B168** (1980) 285.

[46] A. Edin, The Gluon Density of the Proton from 3-Jet Events in ep Collisions at *HERA*, Uppsala Report TSL-ISV-93-0087, August 1993.

[47] G. Grindhammer, The Determination of the Strong Coupling and of the Gluon Density using Deep Inelastic (2+1) Jet Events at *HERA*, in Proc. of the workshop 'Deep Inelastic scattering and QCD', Paris, April 1995.

[48] H1 Collaboration, I. Abt et al., The H1-Detector at *HERA*, DESY 93-103, July 1993.

[49] H1 Calorimeter Group, B. Andrieu et al., The H1 Liquid Argon Calorimeter System, Nucl. Instr. Meth. **A336** (1993) 499.

[50] H1 Calorimeter Group, B. Andrieu, et al., Beam Tests and Calibration of the H1 Liquid Argon Calorimeter with Electrons, Nucl. Instrum. Meth. **A350** (1994) 57.

[51] J. Gayler, Performance of the H1 Liquid Argon Calorimeter, Contribution to the 3rd International Conference on Calorimetry in High Energy Physics, Corpus Christi, Texas 1992.

[52] H1 Collaboration, T. Ahmed et al., A Measurement of the Proton Structure Function $F2$, Nucl. Phys. **B493** (1995) 471.

[53] T. Kurča, The H1 Trigger for Neutral Current Deep Inelastic Scattering Events at Low Q^2, Dissertation, Universität Hamburg (1993).

[54] L. Goerlich and H. P. Wellisch, Documentation of the LAr Clustering, H1 Internal Report H1-12/91-204 (1991).

[55] F. Jacquet and A. Blondel, Detectors for Charged Current Events, Proceedings of the Study of an *ep* Facility for Europe, ed. U. Amaldi, DESY, Hamburg 1979.

[56] S. Bentvelsen, J. Engelen and P. Kooijman, Reconstruction of (x, Q^2) and Extraction of Structure Functions in Neutral Current Scattering at *HERA*, in Proc. of the Workshop 'Physics at *HERA*', Hamburg 1991, Vol. 1, p. 23.

[57] K. C. Hoeger, Measurement of x, y, Q^2 in Neutral Current Events, in Proc. of the Workshop 'Physics at *HERA*', Hamburg 1991, Vol. 1, p. 43.

[58] CDF Collaboration, F. Abe et al., The Topology of Three Jet Events in $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.8\,\mathrm{TeV}$, Phys. Rev. **D45** (1992) 1448.

[59] G. Arnison et al., Hadronic Jet Production at the CERN $p\bar{p}$ Collider, Phys. Lett. **132B** (1983) 214.

[60] V. Hedberg et al., Study of Jet Reconstruction Algorithms for Deep-Inelastic Events at *HERA*, Z. Phys. **C63** (1994) 49.

[61] H1 Collaboration, I. Abt et al., A Measurement of Multi-Jet Rates in Deep-Inelastic Scattering at *HERA*, Z. Phys. **C61** (1994) 59.

[62] H1 Collaboration, I. Abt et al., Energy Flow and Charged Particle Spectrum in Deep Inelastic Scattering at *HERA*, Z. Phys. **C63** (1994) 377.

[63] H1 Collaboration, I. Abt et al., Transverse Energy and Forward Jet Production in the Low x Regime at *HERA*, Phys. Lett. **B356** (1995) 118.

[64] G. A. Schuler und T. Sjöstrand, The Hadronic Properties of the Photon in γp Interactions, Phys. Lett. **B300** (1993) 169.

[65] N.H. Brook, A. De Röck and A.T. Doyle, Rayphoton 2.0, in Proc. of the Workshop 'Physics at *HERA*', Hamburg 1991, Vol. 3, p. 1453.

[66] T. Sjöstrand, PYTHIA 5.6 and JETSET 7.3, Physics and Manual, CERN-TH 6488/92, May 1992.

[67] H1 Collaboration, T. Ahmed et al., Deep Inelastic Scattering Events with a Large Rapidity Gap at *HERA*, Nucl. Phys. **B429** (1994) 477.

[68] ZEUS Collaboration, M. Derrik et al., Observation of Events with a Large Rapidity Gap in Deep Inelastic Scattering at *HERA*, Phys. Lett. **B315** (1993) 481.

[69] H1 Collaboration, T. Ahmed et al., Deep Inelastic Scattering Events with a Large Rapidity Gap at *HERA*, Nucl. Phys. **B** (1994) 477.

[70] H1 Collaboration, T. Ahmed et al., First Measurement of the Deep-Inelastic Structure of Proton Diffraction, Phys. Lett. **B348** (1995) 681.

[71] H1 Collaboration, T. Ahmed et al., Observation of Hard Processes in Rapidity Gap Events in γp Interactions at *HERA*, Nucl. Phys. **B435** (1995) 3.

[72] H. Jung, Hard Diffractive Scattering in High Energy *ep* Collisions and the Monte Carlo Generator RAPGAP, Comput. Phys. Comm. 86 (1995) 147.

[73] J. Stier, Hadronic Final State Studies in Deep Inelastic Scattering at *HERA*, in Proc. of the 5th Conference on the Intersections of Particle and Nuclear Physics, Florida 1994, p. 660. L. Jönsson, H. Küster, M. Nyberg und J. Stier, A Measurement of the Gluon Density in the Proton at Low x, H1 Internal Report H1-11/94-411 (1994).

[74] J. Stör and R. Burlisch, Introduction to Numerical Analysis, Sringer-Verlag, New-York, Heidelberg, Berlin, 1980.

[75] W. T. Eadie, D. Drijard, F. E. James, M. Roos and B. Sadoulet, Statistical Methods in Experimental Physics, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, London, 1971.

[76] V. Blobel, Unfolding Methods in High-Energy Physics Experiments, DESY 84-118 (1984) and Proceedings of the 1984 CERN School of Computing, Aiguablava (Spain), CERN 1985.

[77] M. Schmelling, The Method of Reduced Cross Entropy: A General Approach to Unfold Probability Distributions, Nucl. Instr. **A340** (1994) 400.

[78] H1 Collaboration, T. Ahmed et al., Total Photoproduction Cross-Section Measurement at *HERA* Energies, Phys. Lett. **B299** (1993) 374.

[79] Particle Data Group, L. Montanet et al., Review of Particle Properties, Phys. Rev. **D50** (1994) 1173.

[80] G.A. Schuler and H. Spiesberger, DJANGO: The Interface for the Event Generators HERACLES and LEPTO, in Proc. of the Workshop 'Physics at *HERA*', Hamburg 1991, Vol. 3, p. 1419.

[81] H1 Collaboration, T. Ahmed et al., Inclusive Parton Cross-Sections in Photoproduction and Photon Structure, Nucl. Phys. **B445** (1995) 195.

[82] L. E. Gordon and J. K. Storrow, The Single Jet Inclusive Cross-Section at *HERA* in Next-To-Leading Order QCD, Phys. Lett. **B291** (1992) 320.

[83] H1 Collaboration, S. Aid et al., The Gluon Density of the Proton at Low x from a QCD Analysis of F_2, DESY 95-081, May 1995. Submitted to Phys. Lett.

[84] New Muon Collaboration, D. Allasia et al., Inelastic J/ψ Production in Deep Inelastic Scattering from Hydrogen and Deuterium and the Gluon Distribution of Free Nucleons, Phys. Lett. **B258** (1991) 493.

[85] E. L. Berger and D. Jones, Inelastic Photoproduction of J/ψ and Upsilon by Gluons, Phys. Rev. **D23** (1981) 1521.

[86] UA2 Collaboration, J. Alitti et al., Measurement of the Gluon Structure Function from Direct Photon Data at the CERN $p\bar{p}$-Collider, Phys. Lett. **B299** (1993) 174.

[87] ZEUS Collaboration, M. Derrick et al., Extraction of the Gluon Density of the Proton at Small x, Phys. Lett. **B345** (1995) 576.

[88] K. Prytz, Approximate Determination of the Gluon Density at Low x from the $F2$ Scaling Violations, Phys. Lett. **B311** (1993) 286.

[89] E. Mirkes, persönliche Mitteilungen, Juli 1995.

Danksagung

Ohne die Zusammenarbeit aller Mitglieder der H1-Kollaboration bei der Datennahme und der Datenauswertung hätte diese Arbeit nicht entstehen können. Deshalb gilt ihnen allen mein Dank.

Ich danke Herrn Dr. Friedhelm Brasse und Herrn Dr. Jörg Gayler für die Aufgabenstellung und die Betreuung meiner Arbeit, sowie für ihre erfahrene Unterstützung.

Außerdem danke ich Herrn Prof. Dr. Erich Lohrmann für die Begutachtung dieser Arbeit.

Ein besonderer Dank gebührt Herrn Prof. Dr. Volker Blobel für die zahlreichen Anregungen, Diskussionen und Hilfen, die meine Analyse in eine entscheidende Richtung gelenkt haben.

Dr. Hermann Küster danke ich für viele wichtige Hinweise und sein stetiges Interesse am Fortschreiten meiner Arbeit. Ohne seine Hilfen wären wesentliche Fragen ungeklärt geblieben.

Auch Herrn Dr. Morten Nyberg-Werther und Herrn Dr. Leif Jönsson danke ich für viele aufschlußreiche Diskussionen.

Meinen (ehemaligen) Zimmerkollegen Robert Buchholz, Konrad Flamm, Dr. Christian Leverenz und Dr. Thomas R. Merz danke ich für viele interessante Gespräche mit und ohne physikalischen Inhalt. Ohne sie wäre der Arbeitsalltag um einiges trister gewesen.

Besonderer Dank gebührt auch meinen Eltern für ihre seelische und finanzielle Unterstützung, die mir die Arbeit in den vergangenen Jahren sehr erleichtert hat.