Messung der Kopplungskonstanten der starken Wechselwirkung α_s aus differentiellen Jetraten in tiefunelastischer Elektron–Protonstreuung

Dissertation

Zur Erlangung des Doktorgrades
des Fachbereichs Physik
der Universität Hamburg

vorgelegt von

Konrad Flamm

aus Hamburg

Hamburg 1996

Gutachterin / Gutachter der Dissertation: Prof. Dr. Beate Naroska
Dr. Eckhard Elsen

Gutachterin / Gutachter der Disputation: Prof. Dr. Beate Naroska
Prof. Dr. Albrecht Wagner

Leiter der Disputation: Dr. Günter Poelz

Datum der Disputation: 5. August 1996

Sprecher des Fachbereichs Physik und
Vorsitzender des Promotionsausschusses: Prof. Dr. Bernhard Kramer

Kurzfassung

In dieser Arbeit wird eine Messung der Kopplungskonstanten der starken Wechselwirkung α_s über die differentielle $2+1$–Jetrate in tiefunelastischer Elektron–Protonstreuung dargestellt. Die Messung basiert auf einer Selektion von Ereignissen tiefunelastischer Streuung, die 1994 mit dem H1–Detektor bei HERA aufgezeichnet wurden. Die differentielle $2+1$–Jetrate wird mit dem JADE–Jetalgorithmus in Abhängigkeit vom Auflösungsparameter bestimmt. Hadronisations– und Detektoreffekte, die anhand der Simulation auf Basis des Monte–Carlo–Generators LEPTO ermittelt wurden, werden unter Berücksichtigung der Auflösung korrigiert. Der Phasenraum wird durch geeignete Schnitte eingeschränkt, um Unsicherheiten bei der Jetrekonstruktion zu minimieren. Dabei wird insbesondere der Einfluß von Vielfachabstrahlungen, die anhand des Partonschauermodells in LEPTO untersucht werden, berücksichtigt. Die korrigierte differentielle Jetrate wird mit der NLO–Rechnung von PROJET zur α_s–Bestimmung verglichen.

Abstract

In this thesis is described a measurement of the strong coupling constant α_s from the differential $2+1$ jet rate in deep inelastic electron proton scattering. The measurement is based on a sample of deep inelastic scattering events recorded in 1994 with the H1 detector at HERA. Using the JADE jet algorithm the differential $2+1$ jet rate as a function of the jet resolution parameter is measured. The measurement is corrected for hadronisation and detector effects, which are estimated using a simulation based on the Monte Carlo generator LEPTO. The phase space is restricted by applying suitable cuts to minimise uncertainties in the jet reconstruction. In particular the influence of multiple parton radiation in higher orders is taken into account, which is studied using the parton shower model in LEPTO. The corrected jet rate is compared to the next to leading order prediction of PROJET to extract α_s.

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

Die elementaren Bausteine der Natur sind im Standardmodell für den Aufbau der Materie [1, 2] sechs *Quarks* und sechs *Leptonen*. Man unterscheidet drei verschiedene Kräfte, die zwischen diesen elementaren Bausteinen wirken, wobei die Gravitation bisher nicht berücksichtigt ist: Zwischen allen Quarks und Leptonen wirkt die *schwache Wechselwirkung*. Zwischen elektrisch geladenen Teilchen wirkt die *elektromagnetische Wechselwirkung*, wobei die Quarks und einige Leptonen Ladungen tragen. Nur zwischen den Quarks wirkt die *starke Wechselwirkung*. Es ist gelungen, die quantenfeldtheoretische Beschreibung der elektromagnetischen und der schwachen Wechselwirkung zu einer geschlossenen Theorie zu verbinden [3, 4, 5, 6]. Die Wechselwirkung wird dabei durch den Austausch von Photonen, $W^\pm$ und Z^0 vermittelt. Die Vorhersagen dieser *elektroschwachen* Theorie konnten mit sehr hoher Präzision in vielen Experimenten bestätigt werden.

Kurz nach der erfolgreichen Einführung des Quarkmodells für den Aufbau der Hadronen in den sechziger Jahren dieses Jahrhunderts wurde die quantenfeldtheoretische Beschreibung der starken Wechselwirkung formuliert: die *Quantenchromodynamik (QCD)* [7, 8, 9, 10]. Dabei sind die *Gluonen* die Feldquanten der starken Wechselwirkung, die zwischen *Farbladungen* wirkt, wobei sowohl die Quarks als auch die Gluonen Farbladungen tragen.

Das Problem bei Experimenten zur Überprüfung von QCD–Vorhersagen ist, daß man sowohl Quarks als auch Gluonen nicht als freie Teilchen beobachten kann. Die Kopplung zwischen Quarks und Gluonen ist so stark, daß immer nur farbneutrale Hadronen, die aus zwei oder drei Quarks zusammengesetzt sind, als freie Teilchen auftreten. Bei Reaktionen zwischen Teilchen mit sehr hohen Energien verhalten sich Quarks und Gluonen zunächst wie freie Teilchen und bilden dann einen *Jet* von Hadronen in ihre ursprüngliche Flugrichtung. Erst die *asymptotische Freiheit* der Quarks und Gluonen bei hohen Energien erlaubt die direkte experimentelle Prüfung der QCD–Vorhersagen, die dabei mit störungstheoretischen Methoden berechnet werden können.

In den siebziger Jahren wurden am Beschleuniger SPEAR bei der Vernichtung von Elektronen und Positronen erstmals Ereignisse mit zwei Jets beobachtet, die man bei der Erzeugung eines hochenergetischen Quark–Antiquarkpaares erwartet[11]. Der erste Nachweis der Jets von Gluonen, die vom Quark–Antiquarkpaar abgestrahlt werden, gelang Ende der siebziger Jahre den Experimenten am Speicherring PETRA durch die Beobachtung von Ereignissen mit drei Jets [12, 13]. An allen Beschleunigern, die genügend Energie erreichen, werden Jets untersucht und mit QCD–Vorhersagen verglichen. Andererseits lassen sich für viele andere Prozesse, bei denen keine Jets gebildet werden, Korrekturen zu den Wirkungsquerschnitten mit der QCD berechnen. So konnten die Vorhersagen der QCD an einer Vielzahl von Experimenten bestätigt werden. Der Vergleich von Messung und QCD–Vorhersage kann in vielen Fällen zur Bestimmung der Kopplungskonstanten der starken Wechselwirkung α_s verwandt werden, die ein offener Parameter der Theorie ist.

Mit der Schwerpunktsenergie von 300 GeV, die der Beschleuniger HERA zur Verfügung stellt, werden bei der Streuung von Elektronen und Protonen die *Partonen* des Protons, die mit Quarks und Gluonen identifiziert werden, aufgelöst. Im Rahmen des Standardmodells können bei dieser Streuung hochenergetische Quarks und Gluonen auftreten, die nach Abstrahlung weiterer Quarks und Gluonen schließlich zur Bildung mehrerer Jets von Hadronen führen. Mit dem H1–Detektor bei HERA läßt sich der hadronische Endzustand der Elektron–Protonstreuung und damit die Erzeugung von Jets beobachten.

Die vorliegende Arbeit beschreibt eine Analyse der Jets bei Ereignissen aus tiefunelastischer Elektron–Protonstreuung, die mit dem H1–Detektor im Jahre 1994 aufgezeichnet wurden, mit dem Ziel, die Kopplungskonstante α_s zu bestimmen. Es werden Ereignisse untersucht, bei denen neben dem Rest des Protons zwei weitere Jets mit dem *JADE–Jetalgorithmus* [68] rekonstruiert werden. Dabei muß die Auflösung für Jets, das heißt ein Kriterium zur Trennung von Jets, festgelegt werden. Die relative Häufigkeit dieser Ereignisse, die *Jetrate*, hängt von der Wahl der Auflösung ab.

Die Analyse basiert auf der Messung der differentiellen Jetrate in Abhängigkeit von der Auflösung. Anhand der Simulation von Modellen der Streuung und des Detektors werden die Korrelation der rekonstruierten Jets mit den Partonen der Streuung und die dabei auftretenden Unsicherheiten untersucht. Insbesondere die Unsicherheit im Zusammenhang mit der Abstrahlung vieler Quarks und Gluonen von den Partonen der Streuung wird anhand des *Partonschauer*–Modells dargestellt. Unter Berücksichtigung der Korrelation zwischen Jets und Partonen und den damit verbundenen Unsicherheiten wird die gemessene differentielle Jetrate geeignet korrigiert und mit einer QCD–Rechnung auf der Basis von Quarks und Gluonen verglichen und schließlich α_s bestimmt.

Zu Beginn dieser Arbeit werden die theoretischen Voraussetzungen und der experimentelle Aufbau dieser Analyse beschrieben. Das Entfaltungsverfahren, das zur Korrektur der Meßdaten verwandt wurde, wird erläutert. Die Darstellung der Analyse beginnt mit der Beschreibung der Datenselektion und der Untersuchung der Jetstruktur der selektierten Ereignisse. Es wird eine Studie des Einflusses von Partonschauern vorgestellt. Schließlich wird die Messung von α_s erläutert und das Ergebnis der Messung dargestellt.

Kapitel 1

Theoretische Voraussetzungen

In dieser Arbeit wird die Streuung von Elektronen[1] an Protonen untersucht. Betrachtet werden nur Streuereignisse, bei denen das gestreute Elektron im Detektor nachgewiesen werden kann. Bei unelastischer Streuung wird das Proton zerstört und eine Vielzahl von Hadronen gebildet. Ist der Impulsübertrag sehr groß, spricht man von tiefunelastischer Streuung. Der Streuprozeß ist in Abbildung 1.1 schematisch dargestellt. Dabei ist das Elektron mit e, das Proton mit p und der hadronische Endzustand mit X bezeichnet.

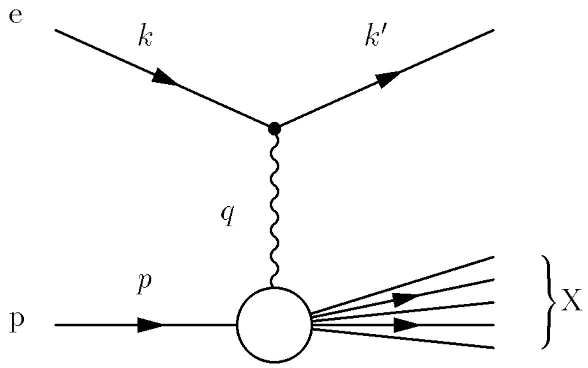

Abbildung 1.1: Schematische Darstellung der ep–Streuung

In diesem Kapitel werden die kinematischen Größen der Streuung definiert. Der Aufbau des Protons und die theoretische Beschreibung der physikalischen Vorgänge bei der Streuung werden vorgestellt. Dabei wird eine kurze Einführung in die Methoden der störungstheoretischen QCD in Zusammenhang mit der Definition der Kopplungskonstanten α_s gegeben. Die Beschreibung der tiefunelastischen Streuung im Rahmen der QCD und die daraus folgende Möglichkeit von α_s–Messungen wird erläutert. Schließlich werden Monte–Carlo–Generatoren vorgestellt, mit denen die Streuung simuliert wird.

---

[1] Tatsächlich wurden bei dieser Analyse Positronen anstelle von Elektronen verwandt. Vernachlässigt man Effekte der schwachen Wechselwirkung und betrachtet nur den Austausch eines Photons, ist die theoretische Beschreibung der Streuung für Elektronen und Positronen identisch.

1.1 Kinematik tiefunelastischer ep–Streuung

Bei der Streuung eines Elektrons mit dem Viererimpuls k an einem Proton mit dem Viererimpuls p wird der Viererimpuls $q = k - k'$ übertragen, wobei k' der Viererimpuls des gestreuten Elektrons ist. Bei elastischer Streuung besteht der Endzustand wieder aus einem Elektron und einem Proton. Das bedeutet, daß das Quadrat der invarianten Masse

$$W^2 = (p+q)^2 \tag{1.1}$$

gleich dem Quadrat der Ruhemasse des Protons $m_p^2 = p^2$ ist. Bei unelastischer Streuung gilt jedoch $(p+q)^2 > p^2$. Diese Ungleichung läßt sich zu

$$\frac{Q^2}{2pq} < 1 \tag{1.2}$$

umformen, wobei

$$Q^2 = -q^2 \tag{1.3}$$

ist. Bei elastischer Streuung wird die Ungleichung 1.2 zu einer Gleichung. Man kann die unelastische Streuung am Proton als elastische Streuung des Elektrons an einem *Parton* des Protons mit dem Impuls $x_{Bj}p$ auffassen, wenn man

$$x_{Bj} = \frac{Q^2}{2pq} \tag{1.4}$$

definiert. Die Größe x_{Bj} gibt also den Bruchteil des Impulses des Protons an, an dem das Elektron elastisch gestreut wird. In bezug auf das gestreute Elektron ist die Kinematik eines Streuereignisses durch die Angabe der lorentzinvarianten Größen x_{Bj} und Q^2 vollständig beschrieben. In dieser Analyse wird auch die Größe

$$y = \frac{pq}{pk} = \frac{Q^2}{x_{Bj}\, s} \tag{1.5}$$

verwandt, wobei $s = (p+k)^2$ das Quadrat der Schwerpunktsenergie der Streuung ist. Die Ruhemassen des Protons und des Elektrons sind in Gleichung 1.5 vernachlässigt. Im Ruhesystem des Protons ist y der relative Energieübertrag des Elektrons auf das Proton.

1.2 Aufbau des Protons

Im Rahmen des *Standardmodells* der Elementarteilchenphysik [1, 2] sind Hadronen, zu denen auch das Proton gehört, aus *Quarks* aufgebaut. Quarks sind elektrisch geladene Fermionen und können vom *Flavor* u, d, c, s, b oder t sein. Sie tragen *Farbladungen* und unterliegen damit der starken Wechselwirkung. Die Eichtheorie der starken Wechselwirkung QCD [10] beschreibt die Kopplung der Quarks an *Gluonen*. Die Gluonen sind die Eichbosonen der starken Wechselwirkung. Aufgrund ihrer *nichtabelschen* Struktur erlaubt die QCD Wechselwirkungen des Gluonenfeldes mit sich selbst. Das bedeutet, daß die Gluonen ebenfalls Farbladungen tragen. Damit verbunden ist die Eigenschaft, daß die Kraft, die zwischen zwei Farbladungen herrscht, mit wachsendem Abstand ansteigt. Bei genügend großem Abstand der Farbladungen enthält das Kraftfeld genügend Energie zur Erzeugung von Quark–Antiquarkpaaren. Diese Eigenschaft führt dazu, daß Quarks nicht als freie Teilchen, sondern nur in farbneutralen Hadronen gebunden auftreten.

Auch die Gluonen des starken Kraftfeldes innerhalb der Hadronen können über sehr kurze Zeiten in Quark–Antiquarkpaare fluktuieren. Man unterscheidet daher beim Aufbau der Hadronen zwischen den reellen *Valenzquarks* und den *Seequarks*, die aus den Fluktuationen hervorgehen. Obwohl man einzelne Quarks nicht aus einem Hadron herauslösen kann, verhalten sich die Quarks innerhalb der Hadronen bei sehr kleinen Abständen bzw. bei sehr großen Impulsüberträgen wie freie Teilchen. Diese Eigenschaft der starken Wechselwirkung wird *asymptotische Freiheit* genannt.

Das Proton besteht aus drei Valenzquarks u, u und d. In dieser Analyse wird davon ausgegangen, daß das Elektron den Impuls q bei der Streuung am Proton nur mit einem Quark bzw. Antiquark austauscht, das sich wie ein freies Teilchen verhält, sofern der Impulsübertrag groß ist. Dieses Quark kann eines der drei Valenzquarks oder ein Seequark sein. Der Streuprozeß wird also als elastische Elektron–Quarkstreuung aufgefaßt. Alle übrigen Bestandteile des Protons sind unbeteiligte Beobachter der Streuung und bewegen sich zunächst in ihre ursprüngliche Bewegungsrichtung weiter. Diese Interpretation des Streuprozesses wird *Quark–Parton–Modell* genannt und ist in Abbildung 1.2 graphisch dargestellt. Das gestreute Quark ist dabei mit q bezeichnet. Der Winkel des gestreuten Quarks Θ_{Quark} gegen die ursprüngliche Flugrichtung des Protons läßt sich anhand des Viererimpulses des gestreuten Elektrons berechnen[2].

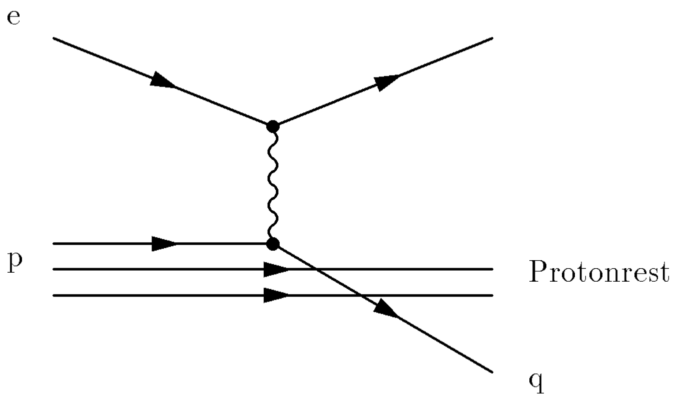

Abbildung 1.2: Quark–Parton–Modell der ep–Streuung

Der Impuls q wird durch die ungeladenen Eichbosonen der elektroschwachen Wechselwirkung γ und Z^0 auf das Quark übertragen. Aufgrund der großen Masse des Z^0–Bosons ist jedoch der Z^0–Austausch unterdrückt. Er wird daher in dieser Analyse vernachlässigt.

---

[2] Siehe dazu Anhang A

Die Wirkungsquerschnitte für die elastische Streuung von punktförmigen, geladenen Fermionen über elektromagnetische Wechselwirkung lassen sich im Rahmen der *Quantenelektrodynamik QED* [14] präzise berechnen. Neben dem Impulsübertrag zwischen den geladenen Fermionen beschreibt die QED bei dieser Streuung auch die Abstrahlung reeller Photonen. Strahlt das Elektron bei der Streuung ein reelles Photon ab, lassen sich die kinematischen Größen der Streuung nicht mehr allein über das gestreute Elektron berechnen. In dieser Analyse wird durch geeignete Schnitte der Einfluß dieser Abstrahlungen unterdrückt. Er wird daher im Folgenden vernachlässigt.

Unter der Voraussetzung, daß das Elektron mit einem punktförmigen geladenen Fermion ein Photon austauscht, kann man den Wirkungsquerschnitt für tiefunelastische Elektron–Protonstreuung durch

$$\frac{d^2\sigma_{ep}}{dx_{Bj}\,dQ^2} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2}{x_{Bj}Q^4}[y^2 x_{Bj}F_1(x_{Bj},Q^2) + (1-y)F_2(x_{Bj},Q^2)] \qquad (1.6)$$

beschreiben, wobei α_{em} die Kopplungskonstante der elektromagnetischen Wechselwirkung ist. Die Impulsverteilung der Quarks im Proton ist in den phänomenologischen Strukturfunktionen F_1 und F_2 enthalten. Bei einer statischen Verteilung der Quarks im Proton wären diese Strukturfunktionen unabhängig von Q^2. Da die Valenzquarks jedoch durch die starke Wechselwirkung im Proton gebunden sind und virtuelle Fluktuationen des starken Kraftfeldes in Quarks und Antiquarks auftreten, ist die Quarkverteilung ein dynamischer Prozeß. Im Rahmen der QCD erwartet man also in Übereinstimmung mit den Messungen, daß die Strukturfunktionen von Q^2 abhängen.

1.3 Störungstheoretische QCD

Bei genügend hohen Impulsüberträgen erlaubt die QCD, Wirkungsquerschnitte für die Kopplung von Gluonen und Quarks störungstheoretisch zu berechnen [10]. Für die Abstrahlung eines Gluons von einem Quark ist in Abbildung 1.3 ein Feynmandiagramm zur 1. Ordnung in der Kopplungskonstanten der starken Wechselwirkung α_s dargestellt. Dabei ist die Quarklinie mit q und die Gluonlinie mit g bezeichnet. In höheren Ordnungen kommen Diagramme mit weiteren reellen Gluonabstrahlungen und mit virtuellen Quarks und Gluonen hinzu. Beispiele dazu sind in Abbildung 1.4 gezeigt. Ein reelles Quark kann

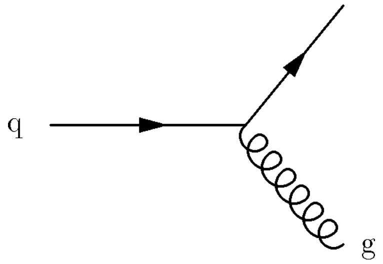

Abbildung 1.3: QCD–Prozeß zur 1. Ordnung α_s

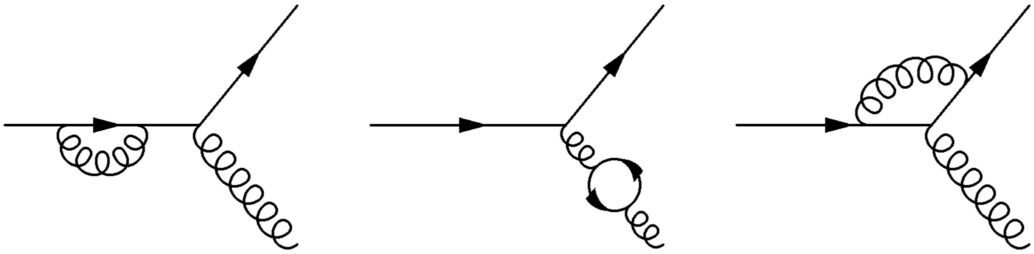

Abbildung 1.4: Feynmandiagramme mit virtuellen Korrekturen

für kurze Zeit in ein virtuelles Quark und ein virtuelles Gluon fluktuieren und ein reelles Gluon in ein virtuelles Quark–Antiquarkpaar oder ein Gluonpaar.

Die Feynmandiagramme stellen symbolisch die Beiträge zur quantenmechanischen Amplitude für einen Prozeß dar. Jeder Quark–Gluon– oder Drei–Gluonvertex trägt mit einem Faktor $\sqrt{\alpha_s}$ bei. Für die Berechnung des Wirkungsquerschnittes wird das Betragsquadrat der Summe der Amplituden gebildet und das Resultat mit einem Phasenraumfaktor multipliziert. Das Ergebnis ist die *Störungsreihe* in Potenzen von α_s. Zu jeder Ordnung können also nicht nur die Quadrate der Amplituden einzelner Feynmandiagramme beitragen, sondern auch die *Interferenzterme*, die jeweils aus dem Produkt zweier verschiedener Feynmandiagramme zum selben Endzustand entstehen. So bilden die Interferenzterme aus dem Produkt des Feynmandiagramms in Abbildung 1.3 mit jeweils einem aus Abbildung 1.4 die Beiträge zur Ordnung α_s^2.

Zur Berechnung des Wirkungsquerschnittes wird über den ganzen Phasenraum der virtuellen Quarks und Gluonen integriert. Diese Integrale sind jedoch divergent. Um trotzdem Vorhersagen machen zu können, wird nach einem festzulegenden Schema der divergente Teil der Integration weggelassen. Dieses Verfahren wird *Regularisierung* der Divergenzen genannt. Der berechnete Wirkungsquerschnitt wird abhängig von der Regularisierung und von einer willkürlichen Energieskala μ_R, die man zur Regularisierung einführen muß. Diese unphysikalische Eigenschaft des Ergebnisses wird durch *Renormierung* der Kopplungskonstanten α_s und der Massen kompensiert. Dazu werden alle Beiträge von Feynmandiagrammen mit virtuellen Quarks und Gluonen durch die Definition einer effektiven Kopplungskonstanten absorbiert. Das Schema zur Regularisierung der Divergenzen wird mit *Renormierungsschema* und die Energieskala μ_R mit *Renormierungsskala* bezeichnet. Bei den Rechnungen, die in dieser Analyse verwandt werden, wird das $\overline{\text{MS}}$–Schema [15] angewandt, bei dem die Dimensionen des Phasenraumes um einen kleinen Wert ϵ verringert werden.

Die renormierte Kopplungskonstante ist über das Renormierungsschema definiert und von der Renormierungsskala abhängig. Die Forderung, daß die Wirkungsquerschnitte nicht von dieser willkürlichen Skala μ_R abhängen, führt zu einer Differentialgleichung für α_s, der *Renormierungsgruppengleichung*. Diese beschreibt die Abhängigkeit der renormierten Kopplungskonstanten α_s von der Skala μ_R. Die Lösung hängt von der Ordnung in α_s ab, bis zu der die Störungsreihe berechnet wurde. Rechnet man zur Ordnung α_s^2, erhält man:

$$\frac{\alpha_s(\mu_R)}{4\pi} = \frac{1}{\beta_0 \ln(\mu_R^2/\Lambda^2)} - \frac{\beta_1 \ln(\ln(\mu_R^2/\Lambda^2))}{\beta_0^3 \ln^2(\mu_R^2/\Lambda^2)} \tag{1.7}$$

wobei $\beta_0 = 11 - 2n_f/3$, $\beta_1 = 102 - 38n_f/3$ und n_f die Anzahl der beteiligten *Flavors* ist. Der Parameter Λ ist abhängig vom Renormierungsschema. Er läßt sich nicht aus der QCD selbst bestimmen und stellt die Stärke der Kopplung dar, die es per Experiment zu bestimmen gilt. Wenn alle Korrekturen höherer Ordnung vernachlässigt werden können, ist Λ universell für alle Wirkungsquerschnitte, die man zur gleichen Ordnung und mit demselben Renormierungsschema berechnet. Damit $\alpha_s(\mu)$ eine stetige Funktion ist, definiert man Λ in Abhängigkeit von n_f. Im Folgenden wird Λ immer für vier Flavor angegeben und mit Λ^4 bezeichnet.

1.4 QCD und tiefunelastische Streuung

Im Rahmen der störungstheoretischen QCD kann ein Quark aus dem Proton bei der Streuung mit dem Elektron reelle oder virtuelle Gluonen abstrahlen. Prozesse, bei denen reelle Gluonen abgestrahlt werden, bezeichnet man als *QCD–Comptonstreuung*. Außerdem können Gluonen im Proton an ein Quark–Antiquarkpaar koppeln. Das Elektron streut dann elastisch an einem dieser Quarks. Dieser Prozeß wird mit *Boson–Gluon–Fusion* bezeichnet.

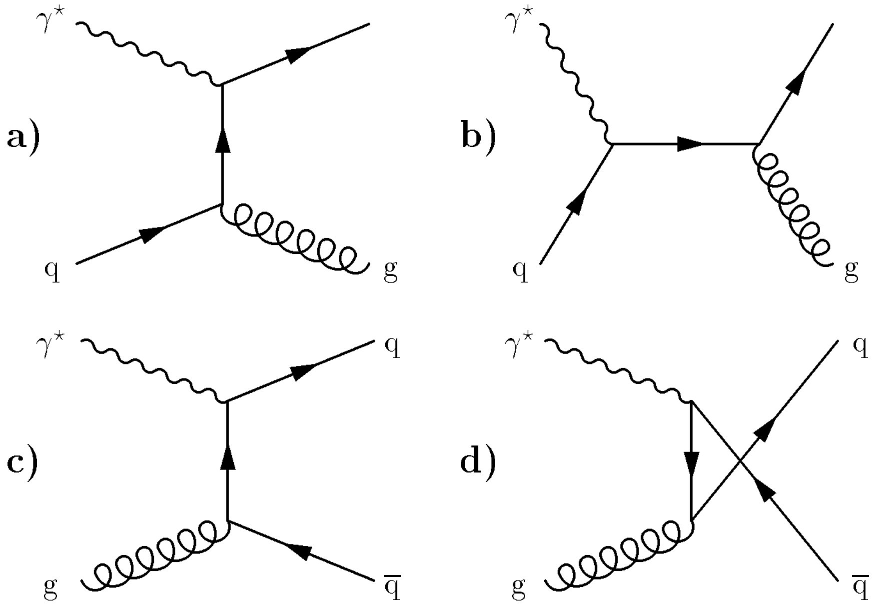

Abbildung 1.5: Feynmandiagramme, die mit $\sqrt{\alpha_{em}\alpha_s}$ zur QCD–Comptonstreuung (**a** und **b**) und zur Boson–Gluon–Fusion (**c** und **d**) beitragen

In Abbildung 1.5 sind die Feynmandiagramme zur 1. Ordnung in α_s für QCD–Comptonstreuung und Boson–Gluon–Fusion gezeigt. Der unbeteiligte Protonrest ist in den Diagrammen nicht dargestellt. Das virtuelle Photon, das mit dem Elektron ausgetauscht wird, ist mit $\gamma^\star$, die Gluonen mit g und die Quarks mit q bezeichnet. Zur Ordnung α_s^2 [16, 17] kommen Prozesse, bei denen ein weiteres reelles Gluon abgestrahlt wird, hinzu. Außerdem sind in höheren Ordnungen Feynmandiagramme mit virtuellen Quarks und Gluonen beteiligt. Beispiele dazu sind in Abbildung 1.6 dargestellt.

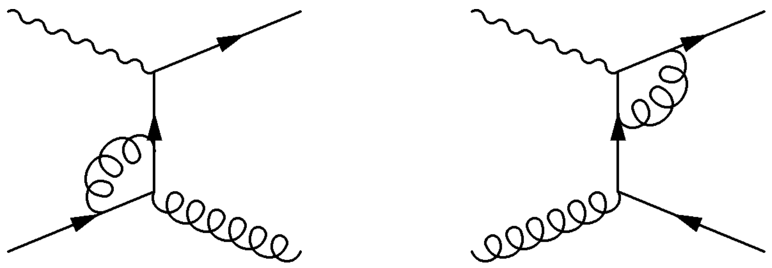

Abbildung 1.6: Feynmandiagramme, die zu den Termen proportional zu $\alpha_{em}\alpha_s^2$ und $\alpha_{em}\alpha_s^3$ der Störungsreihe beitragen

Die Vorhersagen der störungstheoretischen QCD ergänzen also das oben dargestellte Modell der Elektron–Quarkstreuung. So sind Endzustände möglich, bei denen neben dem unbeteiligten Protonrest mehrere Quarks und Gluonen auftreten. Die Störungsrechnungen gelten jedoch nur bei genügend großen Energien der beteiligten Quarks und Gluonen. Daher lassen sich die dynamischen Abläufe im Proton nicht vollständig störungstheoretisch berechnen. Die störungstheoretischen Rechnungen enthalten Divergenzen für kollinear abgestrahlte Gluonen und für Quarks oder Antiquarks bei Boson–Gluon–Fusion, die sich kollinear zum einlaufenden Gluon bewegen. Außerdem treten Divergenzen bei der Abstrahlung von Gluonen auf, deren Energie gegen Null geht. Diese werden als *Infrarotdivergenzen* bezeichnet.

Um die innere Struktur des Protons über die Grenzen der Störungstheorie hinaus beschreiben zu können, werden zur Berechnung von Wirkungsquerschnitten die *Partondichten* $\phi_i(\xi)$ eingeführt. Sie beschreiben die Wahrscheinlichkeit, ein Gluon, ein Quark oder Antiquark der verschiedenen Flavor mit einem Impulsanteil ξ zu finden. Für die Streuung dieser *Partonen* mit dem Elektron kann man dann den Wirkungsquerschnitt störungstheoretisch berechnen.

Ein einlaufendes Quark mit dem Impulsanteil ξ, das vor der Streuung am Elektron kollinear ein Gluon abstrahlt, trägt bei der Streuung am Elektron einen kleineren Impulsanteil, da das Gluon einen Teil des Anfangsimpulses erhält. Ebenso ist bei Boson–Gluon–Fusion der Impulsanteil des Gluons größer als der des Quarks bzw. Antiquarks, an dem das Elektron streut, da ein Teil des longitudinalen Impulses vom Antiquark bzw. Quark getragen wird. Allgemein ist bei Boson–Gluon–Fusion und bei der Gluonabstrahlung vor der Streuung am Elektron $x_{Bj} < \xi$. Ein Quark, das zunächst den Impulsanteil ξ trägt und dann kollinear ein Gluon abstrahlt, bevor es am Elektron streut, könnte man also auch als einlaufendes Parton mit kleinerem Impulsanteil auffassen und das Gluon dem unbeteiligten Protonrest zurechnen. Das heißt, daß man die kollineare Abstrahlung in der Partondichte ϕ berücksichtigen kann. Das gleiche gilt bei der Boson–Gluon–Fusion, wenn sich ein auslaufendes Quark oder Antiquark des produzierten Paares parallel zum einlaufenden Gluon bewegt.

Aufgrund dieser Vieldeutigkeit der Definition des Partons, für das die Streuung störungstheoretisch berechnet werden kann, und zur Vermeidung der damit verbundenen Divergenzen, wird ein *Faktorisierungsschema* und eine *Faktorisierungsskala* μ_f eingeführt [10]. Dabei wird der divergente Teil der Integration wie bei der Renormierung regularisiert und die Partondichten entsprechend umdefiniert. Erst durch Festlegen des Faktorisierungsschemas und der Skala ist die Partondichte $\phi(\xi, \mu_f)$ definiert. In den Rechnungen, die in dieser Analyse verwandt werden, werden das $\overline{\mathrm{MS}}$–Schema und Q^2 als Faktorisierungsskala verwandt. Man hat also einen Teil der Divergenzen, die in der Störungsrechnung auftreten, in die Partondichten absorbiert. In diesem Verfahren spiegelt sich wieder, daß man die Protonstruktur nur begrenzt störungstheoretisch berechnen kann. Die Grenze ist jedoch in der Theorie nicht genau festgelegt, sondern muß gewählt werden.

Der Wirkungsquerschnitt für eine Konstellation X von Quarks und Gluonen nach der Streuung läßt sich schließlich durch

$$\sigma_{ep\to eX} = \sum_i \int d\xi \; \phi_i(\xi, \mu_f) \, \sigma_i(\xi, \mu_f) \tag{1.8}$$

berechnen, wobei $\sigma_i(\xi, \mu_f)$ der Wirkungsquerschnitt für die Streuung des Elektrons am Parton ist, der über störungstheoretische QCD berechnet wird. Im Idealfall hängt $\sigma_{ep\to eX}$ nicht vom Faktorisierungsschema und der Faktorisierungsskala ab. Die bleibende Abhängigkeit spiegelt die Ungenauigkeit der Störungsrechnung in Verbindung mit dem Faktorisierungsschema wieder. Die Summe über die Wirkungsquerschnitte aller möglichen Endzustände X bildet den totalen Wirkungsquerschnitt für die Elektron–Protonstreuung. Er ist nach einem Theorem von T. Kinoshita, T.D. Lee und M. Nauenberg für renormierbare Quantenfeldtheorien zu jeder Ordnung in α_s endlich [18, 19]. Die Divergenzen in den einzelnen Beiträgen heben sich gegenseitig auf.

Die störungstheoretische Berechnung des totalen Wirkungsquerschnittes hängt von Q^2 ab, so daß auch die Vorhersage für die Strukturfunktionen Q^2–abhängig ist. Die Messung des totalen Wirkungsquerschnittes für Elektron–Protonstreuung bzw. der Strukturfunktionen in Abhängigkeit von x_{Bj} und Q^2 wurde dazu verwandt, die Partondichten zu bestimmen oder Parametrisierungen der Partondichten anzupassen [20, 21, 22, 23, 24].

Die störungstheoretisch berechneten Teilquerschnitte σ_{n+1} für Prozesse, bei denen n Quarks oder Gluonen zusätzlich zum Protonrest aus der Streuung hervorgehen, sind divergent. Um endliche Resultate für σ_{n+1} zu erhalten muß man einen Teil des Phasenraumes um den divergenten Bereich bei der Integration weglassen. Dazu führt man einen Schnitt ein, der kollineare oder niederenergetische Abstrahlungen vermeidet. Das bedeutet, daß man ein aus der Streuung auslaufendes Partonenpaar, das durch kollineare oder niederenergetische Abstrahlungen entstanden ist, nicht mehr als zwei getrennte Partonen zählt, sondern zu einem einzigen Parton zusammenfaßt. Dieses zusammengefaßte Parton wird im Folgenden auch *Partonjet* genannt. Der Divergenzschnitt ist also das Auflösungskriterium, mit dem bestimmt wird, welche Quarks und Gluonen getrennt betrachtet werden.

In dieser Analyse werden Endzustände X betrachtet, bei denen neben dem Protonrest zwei Partonjets auftreten. Der Wirkungquerschnitt σ_{2+1} für diese Prozesse ist also abhängig von der Wahl des Divergenzschnittes. Die genaue Wahl des Schnittes ist beliebig, sofern der divergente Bereich bei der Integration vermieden wird. Die Abhängigkeit des Wirkungquerschnittes vom Divergenzschnitt ist eine Observable. In der vorliegenden Arbeit wird eine Messung dieser Abhängigkeit beschrieben.

1.5 PROJET

Zur Berechnung von Wirkungsquerschnitten bei tiefunelastischer Streuung steht das Programm PROJET [25] zur Verfügung. Mit diesem Programm kann man die Wirkungsquerschnitte für zwei oder drei Partonjets im Endzustand zur Ordnung α_s^2 und den Wirkungsquerschnitt für nur einen Jet zusätzlich zum Protonrest zur Ordnung α_s berechnen. Dabei werden die Quarks und Gluonen als masselose Teilchen angesehen. Die Divergenzen werden in PROJET durch den Schnitt

$$\frac{(p_i + p_j)^2}{W^2} > y_{min} \tag{1.9}$$

vermieden, wobei alle Paare (p_i, p_j) der Vierervektoren zu den Partonen des Endzustandes einschließlich Protonrest betrachtet werden. Bei der Berechnung des Wirkungsquerschnittes für 2 Partonjets zusätzlich zum Protonrest zur Ordnung α_s^2 werden neben den virtuellen Korrekturen auch Zustände mit 3 Quarks oder Gluonen und Protonrest berücksichtigt. Dabei wird das Partonpaar (i, j) mit dem kleinsten $(p_i + p_j)^2$ gesucht. Falls für dieses Partonpaar $(p_i + p_j)^2/W^2 < y_{min}$ ist, werden diese zwei Partonen zu einem Partonjet zusammengefaßt, dessen Masse beim Divergenzschnitt in Gleichung 1.9 vernachlässigt wird. Der Wert für den Divergenzschnitt y_{min} ist als Parameter des Programms anzugeben. In dieser Analyse wird die Vorhersage von PROJET für den differentiellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma_{2+1}/dy_{min}$ mit der Messung verglichen.

1.6 Bildung von Hadronen

Bei der störungstheoretischen Beschreibung des Streuprozesses werden die Quarks und Gluonen als freie Teilchen aufgefaßt. Das Elektron koppelt über das virtuelle Photon nur an ein Quark des Protons und die übrigen Quarks und Gluonen des Protons bleiben unbeteiligt. Das gestreute Quark, die abgestrahlten Gluonen und die Teilchen des Protonrests tragen jedoch Farbladungen und üben daher Kräfte aufeinander aus. Vergrößern sich die Abstände zwischen den Teilchen, wird die rücktreibende Kraft immer stärker. Aus der Feldenergie bilden sich weitere Quarks und Gluonen, aus denen sich schließlich Hadronen formen.

Da bei diesen Prozessen der Energieübertrag immer kleiner und die Kopplung α_s größer wird, kann hierfür keine Störungsrechnung mehr durchgeführt werden. Zur Beschreibung der Bildung von Hadronen wurden daher phänomenologische Modelle entwickelt, die an die beobachteten Verteilungen von Hadronen angepaßt wurden. Eine Einführung in viel benützte Modelle ist in [26] zu finden. Allen Modellen ist gemeinsam, daß in Richtung der

Quarks und Gluonen, die aus der Störungsrechnung stammen, ein mehr oder weniger kollimiertes Bündel von Hadronen, ein *Jet* [26, 27], gebildet wird. Man nennt diese Verbindung zwischen Parton– und Hadronjets *lokale Parton–Hadron–Dualität* [28, 29]. Es besteht also die prinzipielle Möglichkeit, die gemessene Struktur des hadronischen Endzustandes mit den Vorhersagen der Störungsrechnungen zu vergleichen.

Für diese Analyse wurde das *Lund–String–Modell* [30] verwandt. Dabei wird zwischen den Farbladungen ein *String* gespannt, der das Farbfeld zwischen den Farbladungen darstellt. Da das Farbfeld auf sich selbst eine Anziehungskraft ausübt, zieht es sich zu einem Feldflußschlauch zusammen, der die beiden Ladungen miteinander verbindet. Gluonen, die ja selbst zum Farbfeld gehören, bilden im Lund–String–Modell einen Knick in einem String, der zwischen zwei Quarks gespannt ist. Das bedeutet, daß der String zwischen den Quarks einen Impuls transversal zur Verbindungslinie der Quarks haben kann. Der String des Modells nimmt mit wachsendem Abstand der Ladungen einer Feder ähnlich Energie auf. Wenn genügend Energie zur Erzeugung von Quarkpaaren vorhanden ist, bricht der String in mehrere Strings auf, an deren Enden sich wieder Farbladungen befinden. Das wiederholt sich, bis nicht mehr genug Energie in den einzelnen Strings bleibt, um weitere Quarks zu bilden. Die übriggebliebenen Teilchen an den Enden der Strings werden dann zu Hadronen zusammengefaßt.

1.7 Messung der Kopplungskonstanten α_s

Zur Bestimmung von Λ bzw. α_s eignet sich jede Teilchenreaktion, für die man den Beitrag der QCD zum Wirkungsquerschnitt berechnen kann, sofern dieser Beitrag von Null verschieden ist [31] . Man vergleicht dazu den gemessenen Wirkungsquerschnitt σ_{exp} mit der Störungsrechnung und löst die Gleichung

$$\sigma_{\mathrm{exp}} = a_0 + a_1\,\alpha_s(\frac{\mu_R}{\Lambda}) + a_2\,\alpha_s^2(\frac{\mu_R}{\Lambda}) + \ldots \tag{1.10}$$

nach α_s auf, wobei a_i die Koeffizienten der Störungsreihe sind. Die führende Ordnung[3] für einen Prozeß ist der erste Term, bei dem der Koeffizient von Null verschieden ist. So ist zum Beispiel bei tiefunelastischer Streuung der Koeffizient a_0 der Störungsrechnung zum Wirkungsquerschnitt für Endzustände mit zwei Partonjets neben dem Protonrest gleich Null, da mindestens eine Quark–Gluonkopplung nötig ist. Das heißt, daß der führende Term von der Ordnung α_s ist. Dagegen ist der führende Term des totalen ep–Wirkungsquerschnittes von der Ordnung α_s^0, da hier $a_0 \neq 0$ ist.

Der Koeffizient in führender Ordnung ist vom Renormierungsschema und der Renormierungsskala μ_R unabhängig, da in führender Ordnung keine virtuellen Quark– oder Gluonschleifen beitragen. Bestimmt man Λ bei einer Messung durch den Vergleich mit einer LO–Rechnung, treten also nur Terme μ_R/Λ auf. Dadurch ist Λ nur über die Wahl von μ_R festgelegt. Die Koeffizienten zu höherer Ordnung sind jedoch Funktionen von μ_R.

---

[3] Rechnungen zu führender Ordnung werden im weiteren auch mit *LO* für *leading order* bezeichnet, Rechnungen zur nächst höheren Ordnung mit *NLO* für *next to leading order*.

Dadurch hängt Λ weniger von der Wahl der Skala μ_R ab, wenn man die Messung mit einer NLO–Rechnung vergleicht. Falls die Beiträge aller noch höheren Ordnungen zu vernachlässigen sind, ist das Resultat für Λ bei einer Messung unabhängig von der Wahl der Renormierungsskala μ_R. Um die Messungen von α_s bei zwei verschiedenen Prozessen miteinander vergleichen zu können, ist mindestens eine NLO–Rechnung nötig, da die Wahl der Skala nicht eindeutig ist. Es ist üblich, eine für den Prozeß charakteristische Energie als Skala zu verwenden. Zum Vergleich der Ergebnisse bei verschiedenen Energien wird α_s über die Gleichung 1.7 bei der Masse des Z^0 angegeben. Das ist identisch mit der Angabe von Λ.

Bei einer Vielzahl von Teilchenreaktionen wurde die Kopplungskonstante α_s bzw. Λ gemessen. Jede Messung von α_s entspricht einem Test der QCD. Die QCD ist universell gültig, wenn man bei allen Teilchenreaktionen das gleiche α_s erhält. Eine Zusammenfassung der Messungen von α_s ist in [32, 33] zu finden. Die bisher genauesten Messungen stammen vom hadronischen Zerfall des τ–Leptons, aus hadronischen Endzuständen in der e^+e^-–Vernichtung, aus Strukturfunktionsmessungen und aus $b\bar{b}$–Zuständen, die über Gittereichtheorie berechnet wurden.

Der Fehler einer α_s–Messung hängt in Verbindung mit dem Fehler des gemessenen Wirkungsquerschnittes unter anderem davon ab, wie groß der Koeffizient a_0 im Vergleich zu den übrigen Koeffizienten der Störungsreihe ist. Bei Prozessen mit großem a_0 führen schon kleine experimentelle Fehler zu großen Fehlern bei dem ermittelten α_s. Hinzu kommen theoretische Unsicherheiten bei der Berechnung der Störungsreihe, insbesondere die Unsicherheit des Beitrages nicht berechneter Terme höherer Ordnung und die Abhängigkeit des Ergebnisses von der Renormierungsskala. Bei tiefunelastischer Streuung kommt die Unsicherheit durch die Wahl des Faktorisierungsschemas und der Faktorisierungsskala hinzu. Eine weitere Unsicherheit haben α_s–Messungen, bei denen man die Struktur des hadronischen Endzustandes verwendet, da man von den phänomenologischen Hadronisationsmodellen abhängig wird.

Bei der tiefunelastischen ep–Streuung läßt sich α_s über die Messung der Strukturfunktionen bestimmen, da die QCD die Abhängigkeit der Strukturfunktionen von Q^2 beschreibt. Dazu muß man α_s gemeinsam mit den Partondichten ϕ_i an die Strukturfunktionen bzw. an den totalen Wirkungsquerschnitt, der in Abhängigkeit von x_{Bj} und Q^2 gemessenen wurde, anpassen. Bei den Messungen der Strukturfunktionen bei den HERA–Experimenten H1 und ZEUS sind die experimentellen Fehler klein. Da der Koeffizient der Störungsreihe a_0 für den totalen Wirkungsquerschnitt groß ist, sind diese experimentellen Fehler für eine Bestimmung von Λ bzw. α_s jedoch noch zu groß [34, 35, 36]. Daher wurden diese Messungen bisher nur dazu verwandt, Parametrisierungen der Partondichten ϕ_i anzupassen. Dabei wird α_s vorgegeben. Da die Gluondichte ϕ_g erst zur Ordnung α_s zur Strukturfunktion beiträgt, ist die ermittelte Gluondichte mit dieser Wahl für α_s stark verknüpft und mit einem größeren Fehler als die Quarkdichten behaftet. Durch die zusätzliche Messung des Wirkungsquerschnittes von hadronischen Endzuständen mit zwei oder mehr Jets neben dem Protonrest läßt sich die Genauigkeit der Bestimmung von α_s und ϕ_g erhöhen, da hier $a_0 = 0$ ist.

In dieser Arbeit wird davon ausgegangen, daß durch die Messungen der Strukturfunktionen die Partondichten bekannt sind. Über den Wirkungsquerschnitt für Endzustände mit zwei Jets neben dem Protonenrest wird α_s bestimmt. Dabei wird vernachlässigt, daß zur Berechnung der Partondichten aus den gemessenen ep–Wirkungsquerschnitten bereits ein Wert für α_s angenommen wurde. Es zeigt sich jedoch, daß bei genügend großen Q^2 das gemessene α_s nur wenig von dieser Annahme für α_s abhängt [37], da hier der Beitrag der Gluondichte klein wird.

Der totale Wirkungsquerschnitt ist aus den Messungen der Strukturfunktionen bekannt. Hier wird nur der relative Anteil des Wirkungsquerschnittes für Endzustände mit zwei Jets neben dem Protonrest gemessen. Dieser relative Anteil wird im Folgenden als *Jetrate* bezeichnet. Die Meßgröße ist die differentielle Jetrate in Abhängigkeit von y_2, wobei $y_2 = min(p_i + p_j)^2/W^2$ und p_i die Vierervektoren der Jets und des Protonrests sind. Die Größe y_2 entspricht dem oben vorgestellten Auflösungskriterium für Partonjets bzw. dem Divergenzschnitt in PROJET. Die genauen Definitionen von y_2 und die Vorschrift zur Bildung von Jets wird in Kapitel 5 vorgestellt. Ähnliche Messungen von α_s über differentielle Jetraten wurden bei Experimenten zur e^+e^-–Vernichtung gemacht [38, 39, 40, 41, 42]. Bei den HERA–Experimenten H1 und ZEUS wurde bisher nur die integrierte Jetrate bei einem festen Wert für die Jetauflösung zur Messung von α_s verwandt [43, 44, 45, 46]. Die in dieser Arbeit vorgestellte Messung verwendet erstmalig die differentielle Jetrate in Abhängigkeit vom Auflösungsparameter zur Messung von α_s bei H1.

1.8 Monte–Carlo–Generatoren

Die Modelle zur tiefunelastischen ep–Streuung sind in *Monte–Carlo–Generatoren* implementiert worden. Mit ihnen kann man einzelne Streuereignisse simulieren, deren jeweiliger Endzustand zufällig aus den möglichen Endzuständen ausgewählt wird. Die Häufigkeitsverteilungen für verschiedene Endzustände sind durch die zugrundeliegenden Modelle bestimmt. Allen Monte–Carlo–Generatoren für tiefunelastische Streuung ist gemeinsam, daß neben dem gestreuten Elektron zunächst Quarks und Gluonen, die aus der Streuung hervorgehen, simuliert werden, sie werden als *Partonen* der Streuung bezeichnet. Die Partonen sind dann der Ausgangspunkt für die Simulation der Hadronisation. In dieser Analyse wird das Programm LEPTO dazu verwandt, den Zusammenhang zwischen den experimentell beobachteten *Jets* von Hadronen und den Quarks und Gluonen zu ermitteln. Die Vorhersagen von ARIADNE dienen als zusätzlicher Vergleich bei der Untersuchung der Jets in Vorwärtsrichtung.

1.8.1 LEPTO

Die einlaufenden Partonen aus dem Proton werden bei LEPTO [47] nach vordefinierten Partondichten verteilt. Für diese Analyse wurde die Partondichte MRS H [21] verwandt, die an die bei den HERA–Experimenten gemessenen Strukturfunktionen angepaßt wurde. Es werden Boson–Gluon–Fusions– und QCD–Compton–Prozesse mit den Matrixelementen[4] zur Ordnung α_s generiert. Die Divergenzen wurden für diese Analyse mit dem Schnitt

$$\frac{(p_i + p_j)^2}{W^2} > y_{min} = 0.015 \tag{1.11}$$

vermieden, wobei zu den Vierervektoren p_i die Partonen der Streuung und der Protonrest gehören. Die Differenz zwischen dem totalen Wirkungsquerschnitt und dem Wirkungsquerschnitt für Boson–Gluon–Fusion und QCD–Comptonprozesse, der vom Divergenzschnitt abhängt, wird durch Ereignisse berücksichtigt, bei denen das Elektron ein Quark aus dem Proton streut, ohne daß ein Gluon abgestrahlt wird.

Als Modell für QCD–Abstrahlungen höherer Ordnung werden ausgehend von den an der Streuung beteiligten Partonen Partonschauer gebildet. Die Partonschauer werden nach der *Leading Log Approximation* berechnet. Dabei werden führende Logarithmen der QCD–Störungsreihe berücksichtigt. Sowohl einlaufende Partonen als auch auslaufende Partonen, die über das Matrixelement berechnet werden, können Partonschauer bilden. Bei den einlaufenden Partonen wird der Partonschauer ausgehend vom Streuvertex berechnet, wobei die Partondichte berücksichtigt wird. Die maximale Virtualität, die die Partonschauer erzeugen dürfen, ist durch den Divergenzschnitt bei der Berechnung des Matrixelements gegeben. Dadurch wird eine Überlappung des Phasenraumes für Partonschauer und Matrixelement vermieden. Die Verbindung von Matrixelement und Partonschauer, die im weiteren auch mit *MEPS* bezeichnet wird, ist eine Faktorisierung, die nicht direkt aus der QCD zu begründen ist. Sie ist vielmehr als Modell aufzufassen, in das zusätzliche Annahmen eingehen, wie die genaue Definition der maximal erlaubten Virtualität und die Wahl des Divergenzschnittes.

Nach der Bildung der Partonschauer werden zwischen Quarks, Gluonen und Protonrest Strings gespannt. Aus den Strings werden dann über das Lund–String–Modell Hadronen gebildet. Die Vorschrift zur Anordnung der Strings ist eine Modellannahme, die anhand von Meßdaten optimiert wurde.

Zur Korrektur der Hadronisations– und Detektoreffekte wurde in dieser Analyse LEPTO in der Version 6.3 verwandt. Die Studien zum Einfluß der Partonschauer wurden mit der Version 6.1 durchgeführt.

1.8.2 ARIADNE

Bei dem Programm ARIADNE [48] wird anstelle des QCD–Matrixelements und den Partonschauern zwischen dem gestreuten Quark und dem Protonrest ein *Farbdipol* gebildet. Vergleichbar einem schwingenden Dipol der Elektrodynamik kann dieser Farbdipol Gluonen aussenden. Die Farbladungen, die dabei enstehen, bilden wieder neue Dipole, die wiederum strahlen können. Um die Gluondichte des Protons bei diesem Modell zu berücksichtigen, wird das QCD–Matrixelement für Boson–Gluon–Fusion zur Ordnung α_s berechnet. Zwischen dem Quark–Antiquark–Paar und dem Protonrest werden dann ebenfalls Farbdipole gebildet. Zur Hadronisation wird wieder das Lund–String–Modell verwandt.

---

[4] Die Matrixelemente der Streumatrix sind das Betragsquadrat der Streuamplituden.

Kapitel 2

Das Experiment H1

2.1 HERA

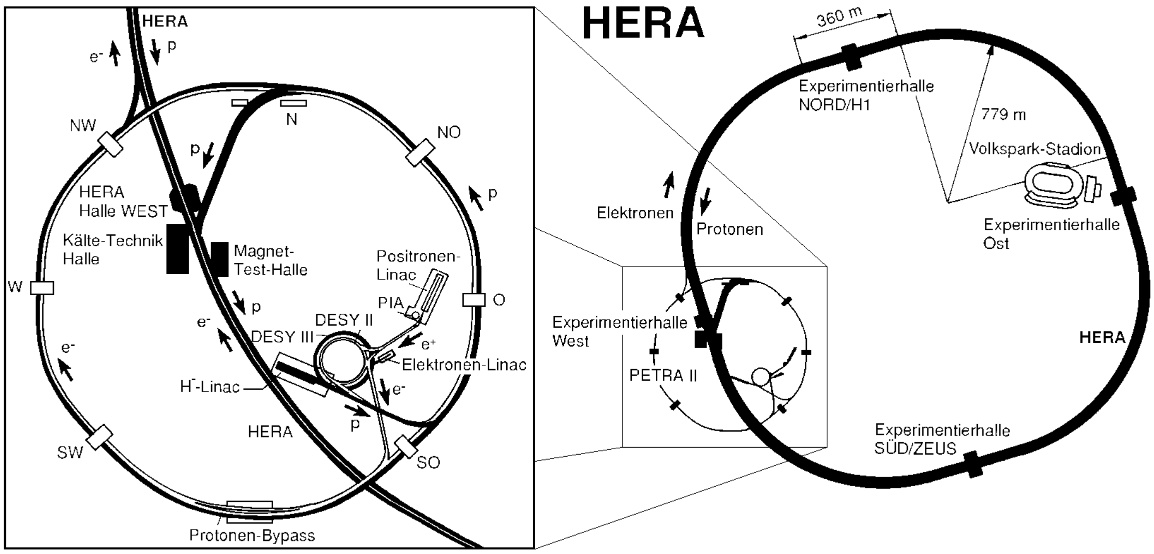

Abbildung 2.1: HERA und Vorbeschleuniger

Die *Hadronen–Elektronen–Ring–Anlage HERA* [49] besteht aus zwei Speicherringen, dem Elektronen– und dem Protonenring, die in einem 6.3 km langen Tunnel aufgebaut sind. Mit dem Protonenring können Protonen auf eine Energie von bis zu 820 GeV beschleunigt werden. Die Magnetfelder, die notwendig sind, um sie in der Kreisbahn zu halten und zu fokussieren, werden von supraleitenden Dipol– bzw. Quadrupolmagneten erzeugt. In normalleitenden Resonatoren werden die Protonen mit hochfrequenten elektromagnetischen Wellen beschleunigt. Der Elektronenring ist mit normalleitenden Magneten und supraleitenden

Resonatoren ausgerüstet und erlaubt eine maximale Strahlenergie von 30 GeV. Aufgrund der Beschleunigung durch hochfrequente Wellen sind die Teilchenstrahlen in Bewegungsrichtung in Pakete (*Bunche*) unterteilt. Der Abstand der Pakete beträgt 96 ns $\hat{=}$ 28m. Die Elektronen und Protonen in den Paketen sind in longitudinaler Richtung um die mittlere Position des Paketes herum verteilt. Die Wurzel des mittleren quadratischen Abstandes ist bei den Elektronen etwa 1cm und bei den Protonen etwa 20 cm. An zwei Stellen werden der Protonen– und der Elektronenstrahl unter einem Winkel von 180° aufeinander gelenkt. In diesen Wechselwirkungsbereichen treffen sich Protonen– und Elektronenbunche im Abstand von 96 ns. Aufgrund der longitudinalen Ausdehnung der Bunche finden die Kollisionen von einzelnen Elektronen mit Protonen wenige Zentimeter verteilt um den mittleren Wechselwirkungspunkt statt. Um die beiden Wechselwirkungsbereiche sind die Detektoren H1 in der Experimentierhalle Nord und ZEUS in der Experimentierhalle Süd aufgebaut. In zwei weiteren Experimentierhallen befinden sich der Detektor HERMES und das HERA–B Experiment. Dort kollidiert der Elektronen– bzw. Protonenstrahl mit einem stationären Target.

Die Protonen werden aus negativ ionisiertem Wasserstoff gewonnen. Mit einem Linearbeschleuniger werden die H^-–Ionen beschleunigt und bei der Injektion in das Synchrotron DESY III durch eine dünne Folie geschossen, in der die Elektronen zurückbleiben. Zur Erzeugung von Positronen werden zunächst Elektronen von einem Linearbeschleuniger auf Wolfram geschossen. Durch Bremsstrahlung und nachfolgende Paarbildung enstehen Positronen. Die Positronen werden im Speicherring PIA zwischengespeichert. Die Protonen und Positronen werden in den Speicherringen DESY und PETRA gesammelt und beschleunigt, bevor sie in HERA injiziert werden. Die Anordnung der Speicherringe und Linearbeschleuniger ist in Abbildung 2.1 dargestellt.

Während der Betriebszeit 1994 wurde der Elektronenring mit Positronen gefüllt, die auf eine Energie von 27.5 GeV beschleunigt wurden. Zusammen mit der Energie der Protonen von 820 GeV ergibt sich damit eine Schwerpunktsenergie von 300 GeV. Die mittleren Ströme, mit denen die Speicherringe von HERA im Jahr 1994 gefüllt wurden, waren 17 mA Positronen und 41 mA Protonen. Die maximal erreichte Luminosität betrug $4.3 \cdot 10^{30}\,\mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$. Die Lebensdauer der Luminosität war einige Stunden. Rund 160 Bunche von 220 maximal möglichen wurden gefüllt.

2.2 Aufbau des H1–Detektors

In Abbildung 2.2 ist der H1–Detektor schematisch dargestellt. Die Ausmaße des Detektors sind $\sim 12\,\mathrm{m} \times 10\,\mathrm{m} \times 15\,\mathrm{m}$ und sein Gewicht beträgt $\sim 2800\,\mathrm{t}$. Aufgrund der größeren Energie der Protonen bewegt sich das gemeinsame Schwerpunktsystem von Proton und Elektron bzw. Positron in Richtung des Protonenstrahls. Daher ist der Detektor asymmetrisch aufgebaut. Die Flugrichtung der Protonen ist in dieser Arbeit die z–Achse des Koordinatensystems. Der Nullpunkt ist der nominelle Wechselwirkungspunkt. Im weiteren wird die positive z–Richtung auch Vorwärtsrichtung genannt.

Direkt um das Strahlrohr im Wechselwirkungsbereich sind *Spurkammern* installiert.

HERA Experiment H1

1 Strahlrohr
2 zentrale Spurkammern
3 vorwärts Spurkammern
4 elektromagnetisches Kalorimeter
5 hadronisches Kalorimeter
6 supraleitende Spule
7 Kompensationsmagnet
8 Heliumsystem
9 Myonkammern
10 instrumentiertes Eisen
11 Toroidspule
12 BEMC und ToF
13 PLUG Kalorimeter
14 Betonabschirmung
15 Flüssig–Argon–Kryostat

Abbildung 2.2: Der H1–Detektor
Der Elektrontagger ($z = -33\,\mathrm{m}$)*, der Photontagger* ($z = -103\,\mathrm{m}$) *und die Vetowand* ($z = -6.5\,\mathrm{m}$, $z = -8.1\,\mathrm{m}$) *sind nicht gezeigt.*

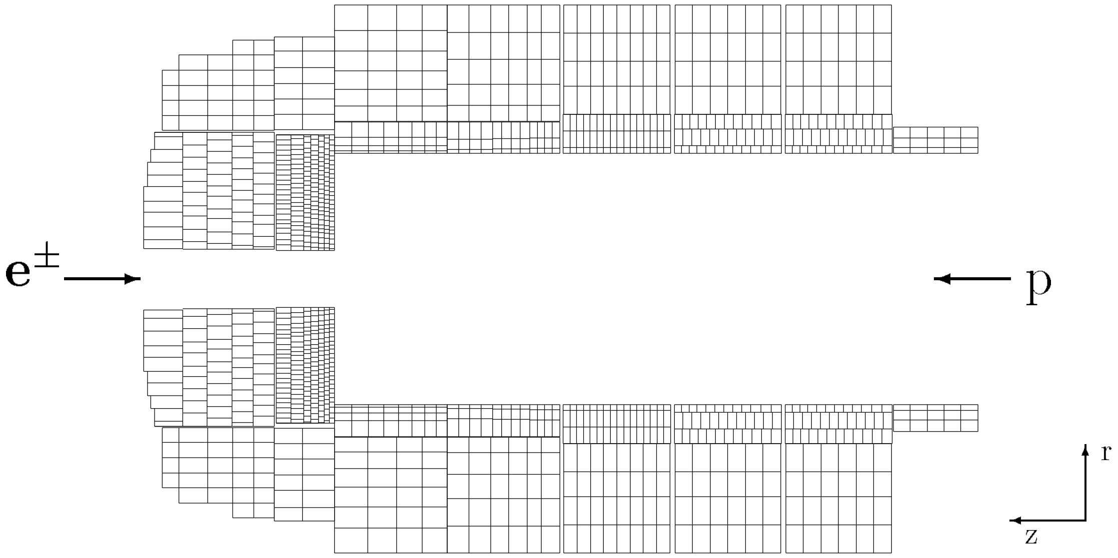

Abbildung 2.3: Darstellung des Flüssig–Argon–Kalorimeters

Sie sind in radialer und Vorwärtsrichtung vom Flüssig–Argon–Kalorimeter und in Rückwärtsrichtung vom elektromagnetischen Kalorimeter *BEMC* umgeben. Hinter dem BEMC ist das Szintillatorhodoskop *ToF* aufgebaut. Um das Flüssig–Argon–Kalorimeter herum befindet sich eine supraleitende Spule, mit der in ihrem Inneren ein Magnetfeld von 1.15 T erzeugt wird. Die Spule ist von einem Eisenjoch umgeben, das den magnetischen Fluß zurückführt. Das Eisen ist mit *Streamer–Kammern* instrumentiert. Weitere Lagen aus Streamer–Kammern umgeben das Eisenjoch. Umgeben vom Eisenjoch in Vorwärtsrichtung befindet sich direkt am Strahlrohr das Kalorimeter *PLUG*. In Vorwärtsrichtung vor dem Eisenjoch ist das Vorwärts–Myon–Spektrometer aufgebaut. Es besteht aus einer Toroidspule mit Eisenkern, die in ihrem inneren ein Magnetfeld von etwa 1.6 T erzeugt, und aus Driftkammern, die vor und hinter der Spule installiert sind. In Rückwärtsrichtung hinter dem Eisenjoch ist ein weiteres Szintillatorhodoskop, die *Vetowand*, installiert. Bei $z = -33\,\mathrm{m}$ ist ein Kalorimeter, der *Elektrontagger*, aufgebaut, das unter kleinem Winkel gestreute Elektronen nachweist. Ein weiteres Kalorimeter, der *Photontagger* befindet sich bei $z = -103\,\mathrm{m}$, mit dem Photonen nachgewiesen werden können, die in Flugrichtung der Elektronen abgestrahlt werden. Mit dem Photontagger und dem Elektrontagger wird die Luminosität gemessen. Dazu werden Bethe–Heitler–Ereignisse gezählt, für die der Wirkungsquerschnitt präzise berechnet werden kann.

Der H1–Detektor ist in [50] ausführlich beschrieben. Hier sollen nur die Komponenten, die bei dieser Analyse verwandt wurden, vorgestellt werden.

2.2.1 Flüssig–Argon–Kalorimeter

Das Flüssig–Argon–Kalorimeter des H1–Detektors ist ein Sampling–Kalorimeter, bei dem flüssiges Argon als Nachweismaterial verwandt wird. Es überdeckt einen Winkelbereich von 4° bis 153°. Das Kalorimeter ist in z–Richtung in acht Räder unterteilt. Abgesehen vom vorderen und dem hinteren Rad bestehen die Räder aus einem innen liegenden elektromagnetischen und dem hadronischen Teil. Das hintere Rad hat nur einen elektromagnetischen Teil, das vordere nur einen hadronischen. Der elektromagnetische Teil des Kalorimeters besteht aus 2.4 mm starken Absorberplatten aus Blei und jeweils 2.35 mm breiten Lücken, die mit flüssigem Argon gefüllt und von Ausleseplatten umgeben sind. Ingesamt ist der elektromagnetische Teil zwischen 20 und 30 Strahlungslängen X_0 tief. Im hadronischen Teil des Kalorimeters werden 19 mm starke Platten aus rostfreiem Stahl als Absorber verwandt. Zwischen zwei Absorberplatten sind jeweils zwei 2.4 mm breite Lücken mit flüssigem Argon, die von Ausleseplatten umgeben sind. Das ganze Flüssig–Argon–Kalorimeter hat abgesehen vom hinteren Rad eine Tiefe zwischen fünf und acht nuklearen Wechselwirkungslängen λ. Über die mit Argon gefüllten Lücken wird eine Spannung von etwa 1500 V gelegt. Die produzierten Ladungen werden über $3 \times 3\,\mathrm{cm}^2$ bis $13 \times 13\,\mathrm{cm}^2$ große Flächenstücke auf den Ausleseplatten gesammelt. Jeweils mehrere hintereinander liegende Flächenstücke sind elektrisch miteinander verbunden. Sie bilden die *Zellen* des Kalorimeters. Die Einteilung des Kalorimeters in Räder und Zellen ist in Abbildung 2.3 dargestellt. Insgesamt ist das Flüssig–Argon–Kalorimeter in 44352 Zellen unterteilt. Für jede Zelle wird die deponierte Ladung elektronisch ausgelesen.

Das Flüssig–Argon–Kalorimeter ist nicht kompensierend. Das bedeutet, daß die Signalantworten für Hadronen und Elektronen gleicher Energie verschieden sind. Dieser Unterschied wird bei der Energierekonstruktion berücksichtigt. Die Energieauflösung für Pionen ist $\sigma_\pi(E)/E = 0.5/\sqrt{E[\mathrm{GeV}]} + 0.02$ und für elektromagnetische Schauer $\sigma_{em}(E)/E = 0.11/\sqrt{E[\mathrm{GeV}]} + 0.01$ [51]. Das Kalorimeter wurde über Teststrahlmessungen kalibriert. Die Kalibration für die Messung des hadronischen Endzustandes wurde anhand von Ereignissen tiefunelastischer Streuung überprüft und korrigiert. Dazu wurde die Balance zwischen dem Transversalimpuls des beobachteten hadronischen Endzustandes und dem Transversalimpuls des gestreuten Elektrons verwandt. Die Kalibration für hadronische Schauer ist auf 4% genau. Zur Überprüfung der Kalibration des elektromagnetischen Kalorimeters für elektromagnetische Schauer wurden Ereignisse kosmischer Höhenstrahlung verwandt, bei denen der Detektor von einem Myon durchquert wird. Dabei wurden Ereignisse gesucht, bei denen das Myon ein energiereiches δ–Elektron erzeugt, das zunächst das Spurkammersystem durchquert und dann auf das elektromagnetische Flüssig–Argon–Kalorimeter trifft. Anhand der Krümmung der gemessenen Spur laßt sich der Impuls des Elektrons bestimmen [52]. Außerdem wurden QED–Compton Ereignisse, ($ep \to ep\gamma$) zur Überprüfung der Kalibration verwandt. Die Kalibration für elektromagnetische Schauer ist auf 3% genau.

2.2.2 BEMC

Das rückwärtige elektromagnetische Kalorimeter *BEMC* besteht aus 88 Moduln. Die Moduln haben einen quadratischen Querschnitt mit einer Kantenlänge von 15.9 cm, abgesehen von den Moduln am äußeren Rand, die dem kreisförmigen Querschnitt des Kalorimeters entsprechend geformt sind, und den vier Moduln, die direkt am Strahlrohr sind und einen dreieckigen Querschnitt haben. Die Moduln bestehen aus 2.5 mm starken Blei– und 4 mm starken Szintillatorplatten in Sandwich–Bauweise. Das Szintillationslicht wird über Lichtleiter auf jeweils vier Photodioden pro Modul geführt. Das BEMC ist 22.5 Strahlungslängen X_0 tief. Die Energieauflösung ist $\sigma(E)/E \simeq 0.1/\sqrt{E[\mathrm{GeV}]} + 0.39/E[\mathrm{GeV}] + 0.017$ und die absolute Kalibration ist auf 1% genau [53]. Zur Kalibration wurde die Position des Maximums im Energiespektrum gestreuter Elektronen aus tiefunelastischer Streuung an den erwarteten Wert angepaßt.

2.2.3 Instrumentiertes Eisen

Das Eisenjoch besteht aus 10 hintereinanderliegenden Eisenplatten, die eine Stärke von je 75 mm haben. Innen und außen sowie in den Lücken zwischen den Platten sind insgesamt 16 Lagen aus Streamer–Kammern installiert. Mit dieser Anordnung kann man die Spuren von Myonen bestimmen. Außerdem dient sie zur kalorimetrischen Messung von hadronischen Schauern, die das Flüssig–Argon–Kalorimeter verlassen. Die deponierte Ladungsmenge wird über $30 \times 30\,\mathrm{cm}^2$ bis $50 \times 40\,\mathrm{cm}^2$ große Elektroden ausgelesen. Zur Energiemessung können insgesamt 3888 Kanäle ausgelesen werden. Die Kalibration ist auf 5% genau [54].

2.2.4 Spurkammern

Die Abbildung 2.4 zeigt die Anordnung der Spurkammern um das Strahlrohr am Wechselwirkungspunkt. Die Driftkammern CJC1 und CJC2 überdecken einen Winkelbereich von 25° bis 155°. Die Drähte sind parallel zum Strahlrohr gespannt, so daß für die Spuren geladener Teilchen eine hohe Auflösung in $r\phi$–Richtung von $\sigma_{r\phi} = 170\mu\mathrm{m}$ erreicht wird. Jeweils an der Innenseite der Driftkammern CJC1 und CJC2 befinden sich die Vieldraht–Proportionalkammern CIP und COP und die Driftkammern CIZ und COZ, bei denen die Drähte konzentrisch um das Strahlrohr gespannt sind. Mit den Driftkammern CIZ und COZ wird die z–Koordinate des Ereignisvertex mit der Auflösung $\sigma_z = 260\,\mu\mathrm{m}$ bestimmt. Die Proportionalkammern CIP und COP werden dazu verwandt, Triggersignale zu erzeugen.

Der vordere Teil der Spurkammern besteht aus drei gleichartig aufgebauten Moduln. Er überdeckt einen Winkelbereich von 5° bis 25°. In jedem Modul befinden sich zwei Driftkammern, eine mit radial und eine mit planar gespannten Drähten, eine Vieldraht–Proportionalkammer und eine Polymerplatte zur Erzeugung von Übergangsstrahlung.

Direkt vor dem BEMC ist die Vieldraht–Proportionalkammer BPC installiert. Sie besteht aus vier gegeneinander verdrehten Signaldrahtebenen, in denen die Drähte jeweils

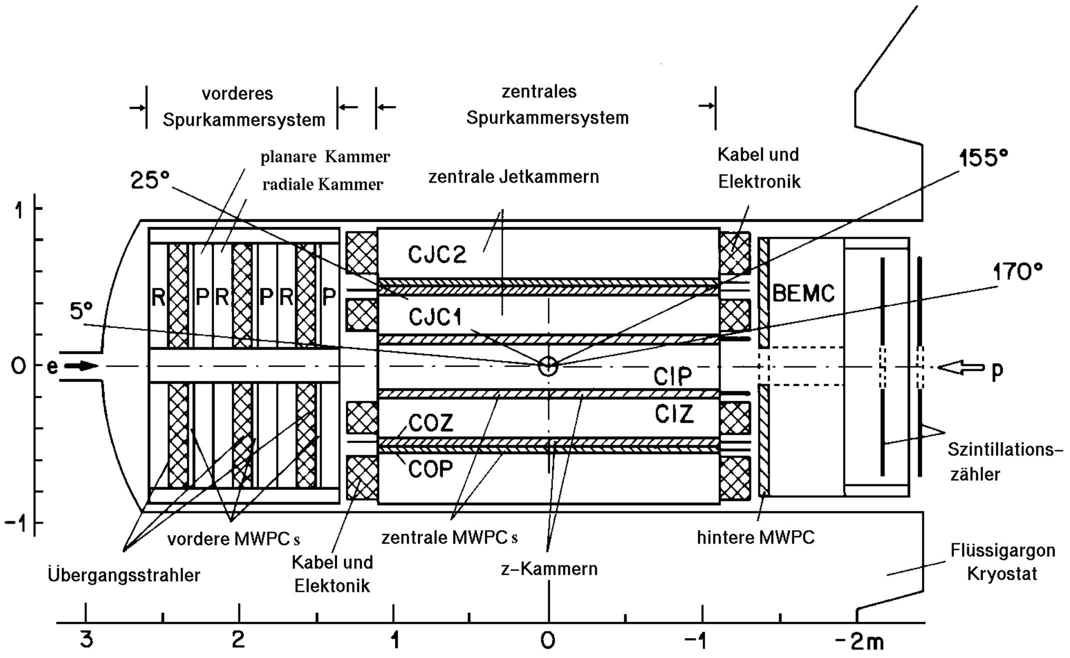

Abbildung 2.4: Die Spurkammern

parallel und mit einem Abstand von 2.5 mm gespannt sind. Die BPC überdeckt den Winkelbereich von 155.5° bis 174.5°.

2.2.5 ToF und Vetowand

Die beiden Wände aus insgesamt 24 Szintillationszählern, aus denen das ToF aufgebaut ist, sind in Abbildung 2.4 dargestellt. Mit ihnen läßt sich der Zeitpunkt, zu dem es von Teilchen durchquert wird, auf 2 ns genau bestimmen. Teilchen, die aus Kollisionen von Protonen mit dem Restgas im Strahlrohr oder mit dem Strahlrohr selbst stammen, erreichen das ToF nahezu zeitgleich mit dem Protonbunch, sofern sich diese Kollisionen stromaufwärts vom ToF ereignen. Teilchen, die von ep–Kollisionen stammen, können das ToF erst etwa 12 ns später erreichen, da der Protonenbunch erst nach Passieren des ToF den Elektronbunch durchquert. Diese Zeitdifferenz ergibt sich aus dem Abstand des ToF vom Wechselwirkungspunkt. Aufgrund der guten Zeitauflösung kann man mit dem ToF unterscheiden, ob der Detektor außerhalb oder innerhalb des Zeitbereiches von ep–Kollisionen von Teilchen getroffen wird.

Die äußere Vetowand besteht aus 10 Paaren von Szintillationszählern, die in der xy–Ebene das Flüssig–Argon–Kalorimeter abdecken. Zwischen den Zählern der Paare befindet sich eine 5 cm starke Eisenplatte. Die Zeitauflösung der Zählerpaare liegt bei etwa 8 ns. Die innere Vetowand besteht aus vier Paaren Szintillationszählern. Vor, zwischen und hinter den Zählern der Paare befinden sich 4 cm starke Bleiplatten. Die Zeitauflösung ist etwa

3 ns. Nach dem gleichen Verfahren wie beim ToF, kann man Protonenstrahluntergrund erkennen. Die äußere Vetowand dient vor allem dazu, Myonen zu erkennen, die vom Protonenstrahl weit vor dem Detektor produziert werden.

2.3 Triggersystem

Am Wechselwirkungspunkt im Inneren des H1–Detektors durchqueren sich Proton– und Elektronbunche im Abstand von 96 ns. Das entspricht einer Rate von 10 MHz. Nicht jede Durchquerung hinterläßt im Detektor Signale aus ep–Wechselwirkungen, die für eine weitere Analyse geeignet sind. Die Rate von geeigneten Ereignissen lag 1994 bei etwa 100 Hz. Neben den ep–Wechselwirkungen hinterlassen auch Kollisionen von Strahlprotonen mit dem Restgas im Strahlrohr oder mit dem Strahlrohr selbst mit einer Rate von etwa 10 kHz Signale im H1–Detektor. Die Synchrotronstrahlung des Elektronenstrahls, die kosmische Höhenstrahlung und elektronisches Rauschen hinterlassen ebenfalls störende Signale.

Die Aufgabe des *Triggersystems* ist, zu entscheiden, ob die Signaldaten zu einer Durchquerung aufgezeichnet werden sollen. Nach einer positiven Entscheidung ist der Detektor für etwa 1 ms nicht aufnahmebereit für weitere Ereignisse. Das Triggersystem wurde so optimiert, daß möglichst effizient Ereignisse von ep–Wechselwirkungen und möglichst wenig störender Untergrund aufgezeichnet werden. Für die Entscheidung, ob ein Ereignis aufgezeichnet werden soll, werden von den Komponenten des Detektors schnelle Signale bereitgestellt, die getrennt von den sehr viel umfangreicheren Informationen zur späteren Analyse erzeugt werden. Diese Signale bilden die *Triggerelemente*, die in der *zentralen Triggerlogik* zusammengeführt werden. Die in dieser Analyse verwandten Triggerelemente sind:

- **BEMC–Elektrontrigger**
  Dazu wird verlangt, daß die deponierte Energie in mindestens einem Modul des BEMC oberhalb einer Schwellenergie E_{s1} liegt. Ist das der Fall, wird diese Energie mit der in allen direkt angrenzenden Moduln deponierten aufsummiert. Der BEMC–Elektron–Trigger wird ausgelöst, wenn diese Summe größer als die Schwelle E_{s2} ist. Für den in dieser Analyse verwandten Trigger war $E_{s1} \approx 2.5$ GeV und $E_{s2} \approx 7.5$ GeV eingestellt.

- **Elektrontrigger des Flüssig–Argon–Kalorimeters**
  Zur Erzeugung von Triggersignalen sind die Zellen des Flüssig–Argon–Kalorimeters zu 256 *Triggertürmen* zusammengefaßt. Die Triggertürme überdecken vom Wechselwirkungspunkt aus betrachtet ungefähr gleich große Bereiche im Azimutalwinkel ϕ und der Pseudorapidität η. Sie sind unterteilt in den elektromagnetischen und den hadronischen Teil. Die Türme sind jeweils in ϕ und η in mehrere Blöcke von Zellen unterteilt. Die Energie, die in einem Turm registriert wird, ist die Summe der Energien, die in den Blöcken deponiert wurde, wobei nur die Blöcke mitsummiert werden, in denen die deponierte Energie oberhalb einer Schwelle E_{s3} liegt. Der Elektron–Trigger wird ausgelöst, falls die Energie, die im elektromagnetischen Teil

eines Triggerturms registriert wurde, oberhalb der Schwelle E_{s4} und die Energie, die im hadronischen Teil desselben Triggerturms registriert wurde, unterhalb der Schwelle E_{s5} liegt. Für den verwandten Trigger waren die Schwellen $E_{s3} \approx 1.2\,\mathrm{GeV}$, $E_{s4} \approx 8.2\,\mathrm{GeV}$ und $E_{s5} = \infty$ eingestellt.

- **T_0–Trigger des Flüssig–Argon–Kalorimeters**
  Die Analogsignale zur deponierten Energie im Flüssig–Argon–Kalorimeter haben eine Anstiegszeit von weit mehr als 96 ns. Da die Energietrigger ausgelöst werden, sobald dieses Signal eine Schwelle überschreitet, ist die Zeitauflösung σ_t der Triggerelemente des Flüssig–Argon–Kalorimeters, die durch Aufsummieren der deponierten Energien gebildet werden, größer als der Abstand zweier aufeinanderfolgender Durchquerungen. Das bedeutet, daß diese Triggersignale oft länger als die Dauer einer Durchquerung ausgelöst sind. Die Energiesumme selbst steigt über die Dauer einiger Durchquerungen an, durchläuft ein Maximum und sinkt dann wieder ab. Dieses Analogsignal wird verzögert und vom ursprünglichen Signal subtrahiert. Aus dem Nulldurchgang des resultierenden Signals läßt sich die Durchquerung, bei der die Energie deponiert wurde, ermitteln. Dieser Nulldurchgang löst den T_0–Trigger aus.

- **ZVTX–Trigger**
  Die Raumpunkte, die von den Vieldraht–Proportionalkammern registriert werden, werden mit vordefinierten Masken für mögliche Spuren verglichen. Die z–Position des Ursprungs jeder möglichen Spur, die zu den Raumpunkten paßt, wird histogrammiert. Gibt es mindestens eine passende Spur wird das ZVTX–T0 Triggerelement ausgelöst. Über eine Tabelle wird dem Maximalwert im Histogramm in Verbindung mit dem Mittelwert über die übrigen Bins des Histogramms eine Signifikanz zugeordnet. Falls diese oberhalb einer Schwelle liegt, wird der ZVTX–Trigger ausgelöst.

- **Driftkammer–Trigger** Bei etwa einem Sechstel der Signaldrähte der zentralen Driftkammern CJC1 und CJC2 werden die Raumpunkte von Spuren geladener Teilchen mit einer Auflösung von etwa 5 mm in der xy–Ebene von einer schnellen Elektronik bestimmt. Diese Raumpunkte werden ebenfalls mit vordefinierten Masken für Spuren, die auf die Strahlachse zeigen, verglichen. Die Anzahl von derart identifizierten Spuren mit positiver oder negativer Krümmung und mit kleinen oder großen Impulsen wird bestimmt. Überschreitet die Anzahl eine Grenze, wird ein entsprechendes Triggerelement ausgelöst.

- Das **ToF–Veto** gegen Untergrund wird ausgelöst, falls außerhalb des Zeitbereiches, in dem Teilchen, die von ep–Kollisionen stammen, das ToF erreichen, Teilchendurchgänge registriert werden.

- Das **Veto der Vetowand** gegen Untergrund wird analog zum ToF–Veto gebildet.

Die Triggerelemente werden in der zentralen Triggerlogik über logische Bedingungen miteinander zu *Subtriggern* verknüpft. Es werden parallel mehrere Subtrigger mit verschiedenen logischen Verknüpfungen der Triggerelemente gebildet. Die logischen Verknüpfungen entsprechen einer Reihe von Schnitten in Größen, die die Ereignisse charakterisieren. Die Subtrigger sind jeweils für verschiedene Ereignisklassen, wie Photoproduktion, tiefunelastische Streuung und ihre Unterklassen optimiert. Jeder Subtrigger kann das Auslesen und Speichern eines Ereignisses auslösen. Die Elektronik zur Erzeugung der Triggersignale ist so ausgelegt, daß für jede einzelne Bunchdurchquerung, das bedeutet mit einer Rate von 10 MHz, diese Signale zur Verfügung stehen und eine Entscheidung gefällt wird. Vom Zeitpunkt der Bunchdurchquerung im Detektor bis zur Entscheidung in Form des Subtriggersignals vergehen $2.1\,\mu$s. Das entspricht 22 weiteren Bunchdurchquerungen. Während dieser Zeit werden die Signale, die zu diesen Bunchdurchquerungen gehören, zwischengespeichert. Dadurch bleiben diese Informationen bis zu einer positiven Entscheidung des Triggersystems erhalten. Der Detektor bleibt aufnahmebereit, bis eine positive Triggerentscheidung gefallen ist.

Bevor die vollständigen Signalinformationen eines Ereignisses, die aus dem Detektor ausgelesen wurden, endgültig auf Magnetband gespeichert werden, analysiert sie ein Filterprogramm. Dabei werden im wesentlichen die Kriterien, die über den Subtrigger an das Ereignis gestellt wurden, überprüft oder verschärft. Nur Ereignisse, die diese zusätzlichen Bedingungen erfüllen, werden gespeichert.

2.4 Ereignisrekonstruktion

Die aufgezeichneten Daten sind digitalisierte elektronische Signale, die Ladungspulsen, Zeiten etc. entsprechen. Aus diesen Informationen werden die in den Kalorimetern deponierte Energie, deren Orte, Parameter der Spuren geladener Teilchen etc. rekonstruiert. Eine genau Beschreibung der Rekonstruktion ist in [50] zu finden. Die folgende Beschreibung der Energie– und Spurrekonstruktion ist stark vereinfacht.

2.4.1 Energierekonstruktion

Für jedes Ereignis wird anhand der in den Zellen der Kalorimeter registrierten Ladungsmenge nach lokalen Anhäufungen der deponierten Energie gesucht. Die Ladungsmengen zu räumlich begrenzten Energiedeponierungen werden jeweils zu einem *Cluster* zusammengefaßt. Über Kalibrationsfaktoren, die von der Größe, der Position und der Ladungsmenge abhängen, wird die Energie, die innerhalb des Raumbereiches des Clusters deponiert wurde, ermittelt. Zunächst werden Kalorimeterzellen gesucht, in denen die registrierte Ladung oberhalb einer Schwelle liegt. Die Schwelle ist so justiert, daß Signalrauschen stark unterdrückt ist. Zellen, bei denen diese Schwelle überschritten ist, bilden den Ausgangspunkt der Bildung von Clustern. Die Ladungen in allen Nachbarzellen werden hinzu addiert. Das wird zunächst für jedes Kalorimeter einzeln gemacht. Dann werden Cluster, die sich an der Grenze des Flüssig–Argon–Kalorimeters befinden, mit benachbarten Clustern im instrumentierten Eisen zu jeweils einem kombinierten Cluster verbunden. Entsprechend der jeweils registrierten Ladung wird die nicht registrierte Energie, die von dem Material zwischen den beiden Kalorimetern absorbiert wurde, abgeschätzt und bei der Berechnung der Energie des Clusters berücksichtigt. Die Größen, die schließlich aus der Bildung von Clustern gewonnen werden, sind die Position des Clusterschwerpunkts, die Energie und die Ausdehnung des Clusters.

2.4.2 Spurrekonstruktion

Anhand der Zeitpunkte, an denen die einzelnen Signaldrähte der Driftkammer einen Ladungspuls registrieren und der Driftgeschwindigkeit von Ladungen im Gas der Driftkammern werden die Raumpunkte der Ladungsdeponierung und der genaue Zeitpunkt des Teilchendurchgangs ermittelt. Da dies für die Signale eines einzelnen Drahtes nicht eindeutig möglich ist, werden die Signale mehrerer benachbarter Drähte zusammen betrachtet. Zur Rekonstruktion der Spuren von geladenen Teilchen werden zunächst Gruppen von benachbarten Raumpunkten gesucht. Zu jeder Gruppe werden über einen χ^2–Fit die Parameter einer Spur bestimmt. Passen mehrere Spuren aus verschiedenen Teilen des Spurkammersystems zusammen, werden sie zu einer Spur kombiniert. Aus den Parametern der Spuren läßt sich die Richtung, in die geladene Teilchen geflogen sind und die Position des Ereignisvertex bestimmen. Diese Größen werden in dieser Analyse bei der Selektion von Ereignissen verwandt.

2.5 Detektorsimulation

Eine detaillierte Simulation der Komponenten des H1–Detektors wurde mit dem Programmpaket GEANT [55] erstellt. GEANT erlaubt, den Durchgang energiereicher Teilchen durch Materie zu simulieren. Dabei werden sowohl QCD–Rechnungen für die elektromagnetischen Prozesse als auch Meßergebnisse der Hadron–Nukleonstreuung und Kernreaktionen berücksichtigt. Für die Simulation der Hadron–Kern–Wechselwirkungen wird dabei das Programm GHEISHA [56, 57] verwandt. Mit dem Programm zur Detektorsimulation ist es möglich, die Signale, die der Detektor registriert, wenn er von beliebigen Teilchen getroffen wird, zu simulieren. Diese können dann mit denselben Programmen analysiert werden, die auch bei den tatsächlich aufgezeichneten Ereignissen verwandt werden. In Verbindung mit Monte–Carlo–Simulationen von ep–Kollisionsereignissen lassen sich Effizienzen und Auflösungseffekte studieren.

Da die detaillierte Detektorsimulation viel Rechenzeit benötigt, wurde eine vereinfachte Simulation entwickelt, die anhand der detaillierten Simulation optimiert wurde [58, 59]. Dazu wurden die Kalorimeter als homogenes Material und die Spurkammern als einheitliches Gasvolumen beschrieben. Außerdem wurden die Eigenschaften der elektromagnetischen Teilchenschauer in den Kalorimetern parametrisiert, so daß für jedes einzelne Ereignis der Monte–Carlo–Simulation die Teilchenschauer nicht auf der Basis einzelner Teilchenreaktionen im Detektormaterial berechnet werden müssen.

Kapitel 3

Entfaltung

Will man aus einer Verteilung, die mit einem Detektor gemessenen wurde, eine detektorunabhängige physikalische Aussage gewinnen, ist es notwendig, den Einfluß der *Auflösung* und die *Akzeptanzverluste* zu berücksichtigen. Hinzu kommt, daß die begrenzte Anzahl von Ereignissen einer Messung einen statistischen Fehler in der ermittelten Verteilung bewirkt. In diesem Kapitel wird diese Problemstellung dargestellt und das in dieser Arbeit verwandte Verfahren zur Korrektur der Messung um Akzeptanz und Auflösung vorgestellt.

3.1 Problemstellung

Es wird eine Messung betrachtet, bei der die Verteilung $f(x)$ ermittelt werden soll. Die Größe x charakterisiert ein physikalisches Ereignis. Die Beobachtung eines Ereignisses mit einem Detektor liefert eine Vielfalt von Informationen, aus denen man eine für die Messung von x geeignete Meßgröße y bildet. Sind nun die Meßwerte y_l für M Ereignisse mit einem festen Wert x nicht konstant, sondern verteilt, so spricht man von einer begrenzten *Auflösung*. Die Auflösung ist durch

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum\limits_{l=1}^{M}(y_l - <y>)^2}{M-1}} \tag{3.1}$$

definiert, wobei $<y>$ der Mittelwert der Meßwerte y_l ist. Im schlechtesten Fall ist die jeweilige Verteilung von y zu verschiedenen Werten x immer gleich. Die Größen x und y sind dann nicht miteinander *korreliert*, und die Verteilung von x läßt sich nicht aus der gemessenen Verteilung von y rekonstruieren. Die Wahl der Größe y ist dann ungeeignet für die geplante Messung.

Gewöhnlich mißt man mit einem Detektor nur einen Teil der gesuchten Ereignisse. Man nennt das Verhältnis von diesem Teil zu allen Ereignissen *Akzeptanz*. Bei vielen Messungen werden auch unerwünschte Ereignisse registriert, die nicht Ziel der Untersuchung sind. Den Beitrag dieser Ereignisse nennt man *Untergrund*, der subtrahiert werden muß. Bei der in dieser Arbeit beschriebenen Analyse ist dieser Untergrund stark reduziert worden und wird daher in diesem Kapitel nicht weiter behandelt.

Zunächst ist die Verteilung $g(y)$ das Ergebnis der Messung. Die Abhängigkeit der Verteilungen $g(y)$ und $f(x)$ voneinander kann man durch

$$g(y) = \int A(x,y) f(x) dx \tag{3.2}$$

darstellen. Die Funktion $A(x,y)$ beschreibt sowohl die Auflösung als auch die Akzeptanz. Kennt man $A(x,y)$, und hat man $g(y)$ durch Messung bestimmt, gilt es, diese Integralgleichung zu lösen, um $f(x)$ zu ermitteln. Die Funktion $g(y)$ ist mathematisch die *Faltung* der Verteilung $f(x)$ mit der Funktion $A(x,y)$. Die Invertierung von Gleichung 3.2, also das Errechnen der Verteilung $f(x)$ aus der gemessenen $g(y)$ unter Berücksichtigung der Auflösung, nennt man *Entfaltung*.

In der Praxis teilt man bei einer Messung den y–Bereich in n Intervalle $[y_i, y_{i+1}]$, $i = 1 \ldots n$ und bestimmt die Anzahl der Ereignisse $\hat{N}_i$ in jedem dieser Intervalle. So wird aus der kontinuierlichen Verteilung $g(y)$ ein *Histogramm* mit n Intervallen (*Bins*). Man kann dann definieren:

$$g_i = \frac{1}{N_{norm}} \cdot \frac{\hat{N}_i}{(y_{i+1} - y_i)} \quad , \tag{3.3}$$

wobei N_{norm} eine für die Messung einheitliche Normierung ist, z.B. die Anzahl aller Ereignisse, oder die Luminosität, wenn man Wirkungsquerschnitte messen möchte. Unterliegt die Anzahl $\hat{N}_i$ der Poissonstatistik, ist die Wahrscheinlichkeit $P(N_i, \hat{N}_i)$, daß man bei einem Erwartungswert von N_i Ereignissen $\hat{N}_i$ Ereignisse mißt, durch

$$P_{poisson}(N_i, \hat{N}_i) = e^{-N_i} \frac{N_i^{\hat{N}_i}}{\hat{N}_i!} \tag{3.4}$$

gegeben. Bei genügend großen N_i ist der statistische Fehler der Messung $\approx \sqrt{N_i}$. Damit erhält auch g_i einen statistischen Fehler ϵ_i entsprechend der Normierung in Gleichung 3.3. Die Gleichung 3.2 wird dann zu:

$$g_i \pm \epsilon_i = \int A_i(x) f(x) dx \qquad \text{wobei} \qquad A_i(x) = \int\limits_{y_i}^{y_{i+1}} A(x,y)\, dy \quad . \tag{3.5}$$

Durch den Fehler der Messung und durch die Einteilung des Meßbereiches in Intervalle ist die Lösung für $f(x)$ nicht mehr eindeutig. Vielmehr sind alle Funktionen, die innerhalb des Fehlers die Gleichung 3.5 erfüllen mathematisch mögliche Lösungen. Diese Vieldeutigkeit der Lösung entspricht dem Meßfehler für $f(x)$. Stellt man die Lösung als kontinuierliche Funktion von x ohne zusätzliche Annahmen dar, ist der Fehler für den Wert der Funktion zu jedem x unendlich groß. Die Ursache hierfür ist, daß auch extrem stark oszillierende Funktionen mathematische Lösungen sind, da Oszillationen über kleine

x–Bereiche durch die endliche Auflösung und die Mittelung über Intervalle in den Mittelwerten g_i nicht mehr erscheinen. Die Messung kann also über eventuell vorhandene Oszillationen keine Aussage liefern.

Eine physikalisch sinnvolle Angabe der Lösung erhält man, indem man die Mittelwerte f_j der Funktion $f(x)$ für m Intervalle $[x_j, x_{j+1}]$ angibt. Über Oszillationen von $f(x)$ innerhalb eines Intervalls wird dadurch keine Aussage gemacht. Die Fehler zu den f_j sind dann endlich und steigen mit wachsender Anzahl an Intervallen an. Wählt man so kleine Intervalle, daß die y–Verteilungen von Ereignissen aus zwei benachbarten Intervallen j_1 und j_2 stark überlappen, sind die Fehler zu den f_j stark miteinander korreliert. Die Ursache ist auch hierbei, daß die im Rahmen der Meßfehler erlaubten Werte f_j gegeneinander stark oszillieren können; ein sehr großes f_{j_1} wird zum Beispiel in der resultierenden y–Verteilung durch ein sehr kleines f_{j_2} ausgeglichen. Es ist daher sinnvoll, die Intervalle $[x_j, x_{j+1}]$ so zu wählen, daß die Korrelationen der Fehler genügend klein sind.

Eine andere Möglichkeit, ein physikalisch sinnvolles Ergebnis zu erhalten, ist die Darstellung der Funktion $f(x)$ durch einen Satz von endlich vielen Parametern, die man an die Messung anpaßt[1]. Eine derartige Parametrisierung der gesuchten Funktion bedeutet, daß man zusätzliche physikalische Annahmen berücksichtigt.

Bei dem im Folgenden beschriebenen Verfahren zur Entfaltung wird $f(x)$ zunächst parametrisiert und an die Messung angepaßt. Im Resultat wird jedoch $f(x)$ wieder über Intervalle gemittelt angegeben. Anhand der Parametrisierung und des Ergebnisses der Anpassung, läßt sich eine geeignete Wahl der Anzahl und Grenzen der Intervalle ermitteln, so daß stark oszillierende Lösungen vermieden werden.

3.2 Verfahren zur Entfaltung

Bei dem in dieser Arbeit verwandten Verfahren zur Entfaltung [60] wird die zu ermittelnde Verteilung $f(x)$ durch Überlagerung einer endlichen Anzahl m von Wahrscheinlichkeitsfunktionen $p_j(x)$ dargestellt.

$$f(x) = \sum_{j=1}^{m} a_j p_j(x) \tag{3.6}$$

Die a_j sind die Amplituden der Wahrscheinlichkeitsfunktionen. Setzt man diesen Ansatz in Gleichung 3.5 ein, erhält man

$$g_i \pm \epsilon_i = \sum_{j=1}^{m} a_j \int A_i(x) p_j(x) dx = \sum_{j=1}^{m} a_j A_{ij} \tag{3.7}$$

mit

$$A_{ij} = \int A_i(x) p_j(x) dx \quad . \tag{3.8}$$

---

[1] Mathematisch ist die Angabe der über Intervalle des x–Bereiches gemittelten Funktion auch eine derartige Darstellung, wobei die Mittelwerte f_i den Parametern entsprechen.

Die Aufgabe, $f(x)$ aus $g(y)$ zu entfalten, wird durch diese Darstellung zur Bestimmung der m Amplituden a_j transformiert. Das bedeutet, daß man das Problem auf eine endliche Anzahl von Freiheitsgraden beschränkt. Diese Einschränkung ist notwendig, da man die Verteilung in y auch nur in einer endlichen Anzahl von Intervallen mißt. Man wählt also $m < n$.

Zu jeder Wahl des Vektors $\boldsymbol{a}$ der Amplituden a_j läßt sich die zugehörige erwartete Anzahl von Ereignissen $N_i(\boldsymbol{a})$ im Intervall $y \in [y_i, y_{i+1}]$ errechnen:

$$N_i(\boldsymbol{a}) = \sum_{j=1}^{m} a_j A^{\star}_{ij} \tag{3.9}$$

Die $A^{\star}_{ij}$ entsprechen den A_{ij} in Gleichung 3.8, wobei hier alle Normierungfaktoren in die $A^{\star}_{ij}$ hineingezogen wurden. Unter Verwendung der in Gleichung 3.4 angegebenen Wahrscheinlichkeit kann man für eine Wahl des Vektors $\boldsymbol{a}$ eine gemeinsame Wahrscheinlichkeit

$$P(\boldsymbol{a}, \hat{N}) = \prod_{i=1}^{n} P_{poisson}(N_i(\boldsymbol{a}), \hat{N}_i) \tag{3.10}$$

definieren. Das Ziel ist, die Amplituden a_j mit der größten Wahrscheinlichkeit $P(\boldsymbol{a}, \hat{N})$ zu finden. Das heißt also, daß man die Amplituden sucht, die unter Berücksichtigung der statistischen Fehler am besten zu den Meßpunkten g_i bzw. $\hat{N}_i$ passen. Wenn die Auflösung schlecht ist, was bedeutet, daß die Funktion $A(x, y)$ für festgehaltenes x über einen großen Bereich in y deutlich von Null verschieden ist, ist das Maximum der Wahrscheinlichkeit $P(\boldsymbol{a}, \hat{N})$ breit. Auch wenn die Anzahl der Funktionen $p_i(x)$ kleiner als die Anzahl der Intervalle in y ist, wird die Lösung dann nicht eindeutig sein. Um starke Oszillationen der Lösung, über die die Messung keine Aussage liefern kann, zu vermeiden, wird die Annahme gemacht, daß die Lösung möglichst glatt sein soll. Dazu wird bei der Suche nach den wahrscheinlichsten Amplituden die 2. Ableitung der Lösung für $f(x)$ berücksichtigt. Dies wird im Folgenden noch genauer beschrieben. Zunächst wird jedoch die Wahl der $p_j(x)$ und das Verfahren, A_{ij} aus den (x_k^{sim}, y_k^{sim}) der Simulation zu ermitteln, vorgestellt.

3.2.1 B–Splines

Als $p_j(x)$ wurden *B–Splines* 4. Ordnung [61] gewählt. Dazu teilt man den Wertebereich von x in m Intervalle $[x_j, x_{j+1}]$, $j = 1 \ldots m$. Die B-Splines 1. Ordnung $B_{j,1}$ sind durch

$$B_{j,1} = \begin{cases} 1 & x_j < x < x_{j+1} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{3.11}$$

definiert. B–Splines $B_{j,k}$ zur Ordnung k sind rekursiv durch

$$B_{j,k}(x) = \frac{x - x_j}{x_{j+k-1} - x_j} B_{j,k-1}(x) + \frac{x_{j+k} - x}{x_{j+k} - x_{j+1}} B_{j+1,k-1}(x) \tag{3.12}$$

definiert, so daß gilt:

$$\sum_{j=1}^{m} B_{j,k}(x) = 1 \tag{3.13}$$

Die B–Splines 4. Ordnung sind zweimal stetig differenzierbar und jeweils nur über vier nebeneinander liegende Intervalle in x von Null verschieden. Sie haben ihr Maximum an der Grenze der beiden mittleren Intervalle. Im Prinzip ist die Beschreibung durch B–Splines eine Art Mittelung. Eine Beschreibung der Funktion $f(x)$ durch einfache Mittelung jeweils über ein Intervall hat an jeder Intervallgrenze einen Sprung. Bei der Verwendung von B–Splines 4. Ordnung ist die resultierende Beschreibung eine glatte Kurve mit minimierter Krümmung $f''(x)$. Die Genauigkeit der Beschreibung von $f(x)$ und die maximal erlaubte Krümmung sind mit der Anzahl m der Intervalle gegeben.

3.2.2 Die Matrix A_{ij}

Bei der in dieser Arbeit beschriebenen Analyse ist die Funktion $A(x,y)$ nicht als analytische Funktion bekannt. Das Wissen über die Auflösung und Akzeptanz gewinnt man aus der Simulation von Ereignissen mittels Monte–Carlo–Generator und Detektorsimulation. Dem Generator liegt eine Annahme für die Verteilung $f^{sim}(x)$ zugrunde. Man erhält eine Anzahl N^{sim} simulierter Ereignisse mit dem jeweils zugrundeliegenden Wert von x^{sim} und dem Meßwert y^{sim}, der aus den simulierten Detektorsignalen ermittelt wird. Das bedeutet, daß man N^{sim} Tupel (x_l^{sim}, y_l^{sim}), $l = 1 \ldots N^{sim}$ erhält.

Das verwendete Programm zur Entfaltung [62] bildet die in Gleichung 3.9 definierte Matrix $A^\star_{ij}$ durch:

$$A^\star_{ij} = F_{norm} \cdot \sum_l p_j(x_l^{sim}) \qquad \text{wobei} \qquad l \in \left\{1 \ldots N^{sim} \,|\, y_i < y_l^{sim} < y_{i+1}\right\} . \tag{3.14}$$

Das heißt, es wird über alle Ereignisse l summiert, bei denen y_l^{sim} im Intervall i des Histogramms der Meßwerte ist. Der Normierungsfaktor F_{norm} ist das Verhältnis der Anzahl der gemessenen Ereignisse zu der Anzahl simulierter oder auch das Verhältnis der Luminositäten. Diese Berechnung von $A^\star_{ij}$ entspricht nicht genau der Definition in Gleichung 3.8, da noch immer die Verteilung $f^{sim}(x)$ der Simulation in ihr enthalten ist. Dadurch ändert sich die Definition der Amplituden bzw. der Wahrscheinlichkeitsfunktionen. Gleichung 3.6 wird zu:

$$f(x) = f^{sim}(x) \sum_{j=1}^{m} a_j p_j(x) \quad , \tag{3.15}$$

Gleichungen 3.9 und 3.10 bleiben jedoch gleich. Das heißt, daß nicht mehr die gesuchte Verteilung $f(x)$ selbst parametrisiert wird, sondern die Gewichtungsfunktion

$$w(x) = \frac{f(x)}{f^{sim}(x)} \quad . \tag{3.16}$$

Hat man also die wahrscheinlichsten Amplituden gefunden, erhält man zunächst nur die Gewichtungsfunktion $w(x)$. Erst das Produkt dieser Gewichtungsfunktion mit der Verteilung $f^{sim}(x)$, die man dazu explizit angeben muß, ergibt die gesuchte Verteilung $f(x)$. Das bedeutet auch, daß erst bei diesem letzten Schritt um die Akzeptanz korrigiert wird.

3.2.3 Die wahrscheinlichsten Amplituden $\boldsymbol{a}$

Das Maximum der Wahrscheinlichkeit $P(\boldsymbol{a}, \hat{N})$ aus Gleichung 3.10 entspricht dem Minimum der Funktion $S(\boldsymbol{a}, \hat{N}) = -lnP(\boldsymbol{a}, \hat{N})$. Vernachlässigt man alle konstanten Terme, erhält man unter Verwendung von Gleichung 3.4:

$$S(\boldsymbol{a}, \hat{N}) = \sum_{i=1}^{n} N_i(\boldsymbol{a}) - \sum_{i=1}^{n} \hat{N}_i ln N_i(\boldsymbol{a}) \tag{3.17}$$

Die Funktion $S(\boldsymbol{a}, \hat{N})$ wird *Likelihood–Funktion*, und die Anpassung der Amplituden a_i an die Meßpunkte g_i unter Verwendung von $S(\boldsymbol{a}, \hat{N})$ wird *Likelihood–Fit* genannt. Um das Minimum zu finden, wird S als quadratische Funktion in $\boldsymbol{a}$ um einen Startwert $\tilde{\boldsymbol{a}}$ angenähert:

$$S(\boldsymbol{a}) = S(\tilde{\boldsymbol{a}}) - (\boldsymbol{a} - \tilde{\boldsymbol{a}})^T \boldsymbol{h} + \frac{1}{2}(\boldsymbol{a} - \tilde{\boldsymbol{a}})^T H (\boldsymbol{a} - \tilde{\boldsymbol{a}}) \tag{3.18}$$

Dabei ist

$$h_j = - \left.\frac{\partial S}{\partial a_j}\right|_{\boldsymbol{a}=\tilde{\boldsymbol{a}}} \qquad \text{und} \qquad H_{jl} = \left.\frac{\partial^2 S}{\partial a_j \partial a_l}\right|_{\boldsymbol{a}=\tilde{\boldsymbol{a}}} \tag{3.19}$$

Die Matrix H_{ij} ist die *Hessematrix* der Funktion $S(\boldsymbol{a})$. Am Minimum von S ist $\nabla S = 0$. In der quadratischen Approximation bedeutet das

$$-\boldsymbol{h} + H(\boldsymbol{a} - \tilde{\boldsymbol{a}}) = 0 \qquad , \tag{3.20}$$

mit der Lösung

$$\boldsymbol{a}_{app} = \tilde{\boldsymbol{a}} + H^{-1}\boldsymbol{h} \quad . \tag{3.21}$$

Um die Ungenauigkeit der Approximation zu berücksichtigen, wird ein iteratives Verfahren angewandt: Entlang der Geraden von $\tilde{\boldsymbol{a}}$ in Richtung $(\boldsymbol{a}_{app} - \tilde{\boldsymbol{a}})$ wird noch einmal das Minimum gesucht, welches dann als neuer Startwert $\tilde{a}$ für eine weitere Iteration verwendet wird. Konvergiert das Verfahren bei einem Vektor $\hat{\boldsymbol{a}}$, sind dessen Komponenten $\hat{a}_j$ die wahrscheinlichsten Amplituden der B–Splines zu den gemessenen $\hat{N}_i$. In guter Näherung ist die *Kovarianzmatrix* für die Amplituden $V(\hat{\boldsymbol{a}}) = H^{-1}$. Die Diagonalelemente der Kovarianzmatrix sind die Quadrate der Fehler der $\hat{a}_j$, die aus den statistischen Fehlern der $\hat{N}_i$ durch Fehlerfortpflanzung folgen. Die Nebendiagonalelemente geben die statistische Korrelation der Fehler an.

Da die Hessematrix H symmetrisch ist, kann man eine Transformation Q finden, die H diagonalisiert und zur Einheitsmatrix I transformiert:

$$I = Q^T H Q \tag{3.22}$$

Transformiert man den Amplitudenvektor $\boldsymbol{a}$ zu einer neuen Basis in einen Vektor $\boldsymbol{b}$, so daß $\boldsymbol{a} = Q\,\boldsymbol{b}$ gilt, dann ist die Kovarianzmatrix für $\boldsymbol{b}$ die Einheitsmatrix. Das bedeutet, daß die Komponenten statistisch unabhängig voneinander sind und daß die Fehler, also die Diagonalelemente der Kovarianzmatrix, jeweils gleich Eins sind. Die entsprechend transformierten Wahrscheinlichkeitsfunktionen $\bar{p}_j(x)$ sind zueinander orthogonal[2]. Die Funktionen werden nach aufsteigender Zahl an Nullstellen numeriert. Nimmt man näherungsweise gaußsche Statistik für die Fehler an, so ist eine Komponente b_j, bei der $|b_j| < 1.96$ ist, zu 95% mit Null verträglich[3]. Es zeigt sich, daß solche Komponenten in der Lösung für $f(x)$ zu den starken Oszillationen führen. Diese Oszillationen stammen nur aus der begrenzten Auflösung und den statistischen Schwankungen der gemessenen Anzahl. Man gewinnt keine statistisch relevante Aussage aus ihnen.

Man kann diese Oszillationen vermeiden, indem man die Amplituden der Funktionen mit vielen Oszillationen, die nicht statistisch relevant sind, gleich Null setzt. Ein fester Schnitt bei einer maximalen Anzahl von Oszillationen bewirkt jedoch noch schnittabhängige Schwankungen in $f(x)$. Diese werden vermieden, wenn man die Amplituden durch Faktoren, die mit steigender Zahl von Oszillationen sinken, unterdrückt. Das geschieht automatisch, wenn man die Stärke der Oszillationen in der Lösung $f(x) = w(x)\, f^{sim}(x)$, ausgedrückt durch die integrierte Krümmung der Gewichtungsfunktion

$$r(\boldsymbol{a}) = \int |w''(x)|^2 dx \quad , \tag{3.23}$$

in der zu minimierenden Funktion berücksichtigt. Man bezeichnet dieses Verfahren als *Regularisierung*. Da die zweite Ableitung der B–Splines 4. Ordnung linear ist, wird die Krümmung $r(\boldsymbol{a})$ durch eine konstante Matrix C beschrieben:

$$r(\boldsymbol{a}) = \boldsymbol{a}^T C \boldsymbol{a} \tag{3.24}$$

Zur Regularisierung wird anstelle der Funktion $S(\boldsymbol{a}, \hat{N})$ die Funktion

$$R(\boldsymbol{a}) = S(\boldsymbol{a}, \hat{N}) + \frac{1}{2}\tau r(\boldsymbol{a}) \tag{3.25}$$

minimiert, wobei τ eine reelle positive Zahl ist. Seien C'_{jj} die Eigenwerte der transformierten Krümmungsmatrix $C' = Q^T C Q$. Dann enthält C' sowohl die statistischen Fehler

---

[2] Zwei Funktionen sind zueinander orthogonal, wenn das Integral über das Produkt beider Funktionen Null ist. Damit m stetige Funktionen $\bar{p}_i(x)$ zueinander orthogonal sind, muß jede n_i Nullstellen haben, und jedes n_i darf nur einmal vorkommen. Das heißt, daß bei diesen m Funktionen wenigstens eine $m-1$ Oszillationen macht.

[3] Da die Kovarianzmatrix für die Amplituden b_j die Einheitsmatrix ist, ist also die Standardabweichung $\sigma_{b_j} = 1$. Die Wahrscheinlichkeit, daß der wahre Wert von b_j innerhalb von $1.96\,\sigma_{b_j}$ liegt, ist bei gaußscher Statistik 95%.

als auch die Krümmung von $f(x)$ bzw. $w(x)$. Durch das Minimieren von $R(\boldsymbol{a})$ werden die transformierten Amplituden b_j im Vergleich zu denen ohne Regularisierung mit einem Faktor W_j unterdrückt.

$$W_j(\tau) = \frac{1}{1 + \tau C'_{jj}} \tag{3.26}$$

Da die transformierten Funktionen $\bar{p}_j$ nach steigender Zahl von Oszillationen numeriert sind, steigen auch die Eigenwerte C'_{jj} mit j. Durch die Regularisierung werden also Funktionen $\bar{p}_j$ mit vielen Oszillationen unterdrückt. Der freie Faktor τ wird vom Programm so gewählt, daß die effektive Anzahl der relevanten Freiheitsgrade

$$m'_0 = \sum_{j=1}^{m} W_j(\tau) \tag{3.27}$$

gleich einer Zahl an erlaubten Freiheitsgraden m_0 ist, die vom Benutzer vorzugeben ist.

3.3 Ergebnis der Entfaltung

Aus dem beschriebenen Verfahren, über einen Likelihood–Fit unter Berücksichtigung der Krümmung die wahrscheinlichsten Amplituden zu finden, erhält man die Gewichtungsfunktion $w(x)$. Die gesuchte Funktion $f(x)$ erhält man durch:

$$f(x) = w(x)\, f^{sim}(x) \tag{3.28}$$

Vorzugeben ist die Einteilung der gemessenen Funktion $g(y)$ in n Intervalle, die Anzahl von Freiheitsgraden m und die Anzahl an erlaubten Freiheitsgraden m_0. Ist die Einteilung genauer als die Auflösung und $m \approx n$, hängt das Ergebnis nicht mehr von n und m ab. Zu jedem Freiheitsgrad gehört eine Wahrscheinlichkeitsfunktion $\bar{p}_j(x)$ und die dazu ermittelte Amplitude b_j. Die Funktionen $\bar{p}_j(x)$ sind zueinander orthogonal.

Gewöhnlich gibt man die ermittelte Funktion $f(x) = w(x)\, f^{sim}(x)$ in Form eines Histogramms an. Man bestimmt also die Mittelwerte f_k der Funktionen $f(x)$ über Intervalle $[x_k, x_{k+1}]$, die man frei wählen kann. Die zu jedem Intervall k gehörenden Mittelwerte f_k sind durch

$$\begin{aligned} f_k &= \frac{1}{x_{k+1} - x_k} \cdot \int_{x_k}^{x_{k+1}} f(x)\, dx \\ &= \frac{1}{x_{k+1} - x_k} \cdot \sum_{j=1}^{m} b_j \int_{x_k}^{x_{k+1}} f^{sim}(x)\, \bar{p}_j(x)\, dx \end{aligned} \tag{3.29}$$

gegeben. Sie hängen also linear von den Amplituden ab. Die Kovarianzmatrix V zu den f_k ist dann

$$V_{kl} = \sum_{j=1}^{m} p_{kj} p_{lj} \qquad , \tag{3.30}$$

wobei

$$p_{jk} = \frac{1}{x_{k+1} - x_k} \int_{x_k}^{x_{k+1}} f^{sim}(x) \bar{p}_j(x) dx \tag{3.31}$$

ist. Die statistische Korrelation der f_k hängt von der Anzahl und den Grenzen der Intervalle $[x_k, x_{k+1}]$ ab. Wählt man mehr Intervalle als Freiheitsgrade, wird die Korrelation sehr stark. Es ist daher sinnvoll, die Anzahl der Intervalle m_0 und deren Grenzen x_k so zu wählen, daß die Korrelationen möglichst klein sind. Man wählt die effektive Anzahl an erlaubten Freiheitsgraden m_0 gerade so groß, daß keine zu starken Oszillationen in der Lösung auftreten. Sie muß jedoch mindestens so groß sein, daß alle statistisch relevanten Komponenten von $f(x)$ berücksichtigt werden. Je kleiner der statistische Fehler einer Messung wird, um so größer kann man m_0 wählen und um so mehr unabhängige Bins zur Beschreibung von $f(x)$ sind möglich.

Kapitel 4

Selektion der Ereignisse

Aus der Vielfalt der Ereignisse, die im Jahr 1994 mit dem H1–Detektor beobachtet wurden, sind Ereignisse aus tiefunelastischer Streuung selektiert worden. Die Selektion basiert überwiegend auf der Identifikation des gestreuten Positrons. Dadurch ist die Effizienz der Selektion unabhängig von der Struktur des hadronischen Endzustandes, die in dieser Analyse untersucht wird. Es werden nur Ereignisse selektiert, bei denen das Positron in das Flüssig–Argon–Kalorimeter oder in das BEMC gestreut wurde. Es wurden zwei verschiedene Selektionsverfahren verwandt, abhängig davon, in welches Kalorimeter das Positron gestreut wurde. Das Resultat sind zwei getrennte Sätze von Ereignissen. Zur Messung der Kopplungskonstanten α_s wurden schließlich nur Ereignisse verwandt, bei denen das gestreute Positron im Flüssig–Argon–Kalorimeter gefunden wurde.

Die Selektion beginnt mit der Wahl der Trigger. Es folgen die Identifikation des gestreuten Positrons und Schnitte in kinematischen Größen. Schließlich werden noch Untergrundereignisse aussortiert.

4.1 Trigger

Für Ereignisse, bei denen das Positron in das Flüssig–Argon–Kalorimeter gestreut wurde, wird verlangt, daß der Elektrontrigger und der T_0–Trigger dieses Kalorimeters ausgelöst wurden und daß das Veto der Vetowand und das ToF–Veto gegen Protonenstrahluntergrund nicht angesprochen haben. Abbildung 4.1 a zeigt die relative Effizienz des Subtriggers in Abhängigkeit von der Energie des gefundenen Positrons. Die Effizienz wurde gegen einen vom Kalorimeter unabhängigen Subtrigger bestimmt, der nur Triggerelemente der Drift- und Proportionalkammern sowie des ToF enthält. Die effektive Energieschwelle für den Elektrontrigger lag bei etwa 9 GeV. Die Effizienz nach allen Schnitten zur Selektion, die im Folgenden beschrieben werden, ist größer als 95%. Dabei ist allerdings der Beitrag des ToF nicht berücksichtigt, da es in beiden Subtriggern enthalten ist. Durch das ToF werden weniger als 1% der gesuchten Ereignisse tiefunelastischer Streuung verworfen [36, 63]. Da ein Teil des hadronischen Endzustandes ebenfalls in das Flüssig–Argon–Kalorimeter gelangt, stellt sich die Frage, ob wirklich das gestreute Positron den

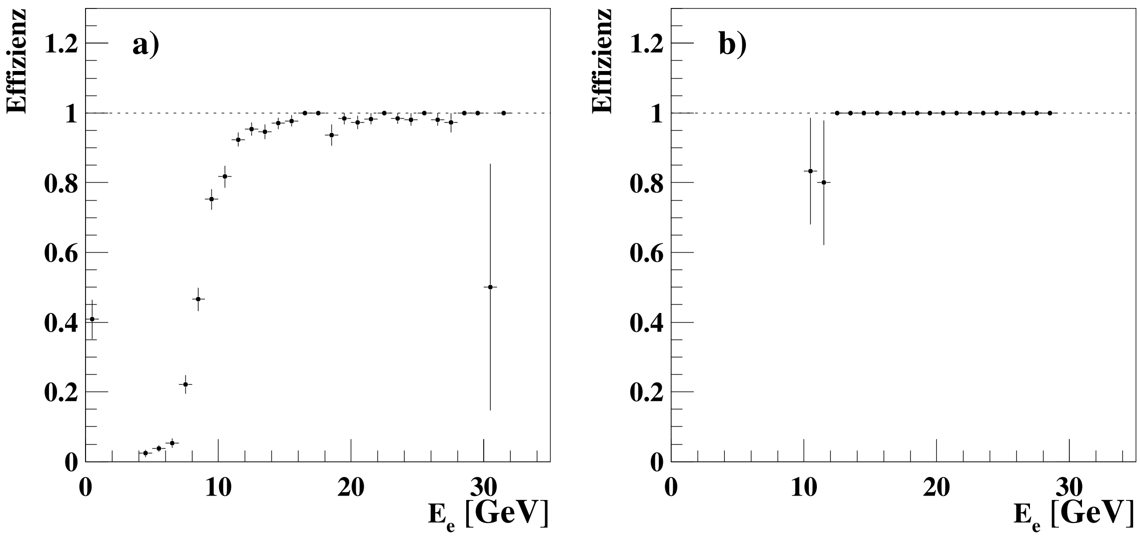

Abbildung 4.1: Triggereffizienz der Elektron–Trigger
Ansprechwahrscheinlichkeit der Triggerelemente des Flüssig–Argon–Elektron–Triggers (**a**) *und des BEMC–Elektron–Triggers* (**b**) *in Abhängigkeit von der Energie des identifizierten Positrons.*

Elektrontrigger auslöst. Sollte das häufig nicht so sein, wäre nicht gewährleistet, daß die Effizienz unabhängig von der Struktur des hadronischen Endzustandes ist. Es wurde anhand der Position des gefundenen Positrons geprüft, ob der Triggerturm an dieser Stelle zum Elektrontrigger beigetragen hat. Das war bei 99.95% der selektierten Ereignisse der Fall.

Für Ereignisse, bei denen das Positron in das BEMC gestreut worden ist, wurde der BEMC–Elektrontrigger verwandt. Außerdem wurde verlangt, daß das ToF Veto gegen Protonenstrahluntergrund und ein Veto gegen Synchrotronstrahlung nicht angesprochen haben. Die effektive Energieschwelle dieses Triggers liegt ebenfalls unter 10 GeV. Seine Effizienz nach allen Schnitten zur Selektion ist größer als 99.8% gemessen gegen einen Trigger des Flüssig–Argon–Kalorimeters. Die auch hierbei nicht berücksichtigten Verluste durch das ToF sind kleiner als 1% [36, 64].

4.2 Identifikation des gestreuten Positrons

Ausgangspunkt der Suche nach einem gestreuten Positron im H1–Detektor sind die Cluster in den elektromagnetischen Kalorimetern. Eine genauere Beschreibung der Verfahren zur Identifikation des gestreuten Positrons (bzw. Elektrons) ist in [65], [66], [67] und [63] zu finden. Das Ziel bei der Auswahl der Schnitte war, möglichst effizient Cluster von Hadronen zu verwerfen und dabei möglichst kein Ereignis tiefunelastischer Streuung zu verlieren.

4.2.1 Positron im BEMC

Der Cluster im BEMC mit der höchsten Energie wird als Positronkandidat betrachtet. Ein Positron, das in das BEMC gestreut wurde, muß die BPC durchquert haben. Akzeptiert werden nur Ereignisse, bei denen der Abstand zwischen dem Schwerpunkt des Clusters im BEMC und dem nächsten Treffer in der BPC kleiner als 4 cm ist. Dieser Abstand wird in der Ebene der BPC senkrecht zur Strahlrichtung gemessen. Dazu wird der Schnittpunkt, an dem die Verbindungslinie zwischen dem Schwerpunkt des Clusters und dem Ereignisvertex die BPC–Ebene trifft, bestimmt. Da elektromagnetische Schauer wesentlich kompakter als hadronische sind, wird gefordert, daß der energiegewichtete Clusterradius kleiner als 5 cm ist. Damit eine gute Rekonstruktion der Energie gewährleistet ist, wird verlangt, daß der Cluster nicht in den Randbereichen des BEMC liegt. Daher sollen die x– und y–Koordinaten des Clusters größer als 14 cm sein, und der Streuwinkel des Positrons Θ_e in Bezug auf den Ereignisvertex soll zwischen 160° und 172.5° liegen. Der Streuwinkel Θ_e wird aus der Position des Treffers in der BPC und dem rekonstruierten Ereignisvertex bestimmt. Als Energie des gestreuten Positrons E_e wird die gemessene Energie des Clusters verwandt.

4.2.2 Positron im Flüssig–Argon–Kalorimeter

Der Cluster im Flüssig–Argon–Kalorimeter mit der höchsten Transversalenergie ist der Positronkandidat. Dabei werden nur Cluster betrachtet, bei denen mindestens 80% der Energie im elektromagnetischen Kalorimeter zu finden ist. Da der Schauer eines Positrons nahezu vollständig im elektromagnetischen Teil des Kalorimeters bleibt, werden nur Cluster akzeptiert, hinter denen im hadronischen Teil weniger als 0.5 GeV in einem Zylinder mit 30 cm Radius gefunden werden. Im allgemeinen liegt das gestreute Positron im Winkel getrennt von Teilchen des hadronischen Endzustandes, da der hadronische Endzustand den Transversalimpuls des gestreuten Positrons balancieren muß. Daher wird verlangt, daß zwischen zwei Zylindern mit 15 cm und 30 cm Radius um den Schwerpunkt des Clusters weniger als 1.2 GeV Energie deponiert wurde. Mindestens 50% der Energie des Clusters soll in den vier Zellen des Clusters mit der höchsten Energie deponiert sein. Hierbei wird wieder die Kompaktheit elektromagnetischer Schauer ausgenutzt. Die Energie in den Zellen der ersten Lage des Kalorimeter muß größer Null sein, da elektromagnetische Schauer im Kalorimeter sofort beginnen. Die Identifikation ist an den Kanten der Räder des Flüssig–Argon–Kalorimeters wenig effizient, da ein Teil des Schauers dort absorbiert und nicht nachgewiesen wird. Daher werden Ereignisse, bei denen der Positronkandidat in einem Bereich von 2° im Polarwinkel um die Kanten liegt, verworfen. Schließlich wird verlangt, daß eine Spur der zentralen Spurkammern innerhalb von 7° auf den Clusterschwerpunkt des Positronkandidaten zeigt. Damit der Schauer des gestreuten Positrons vollständig im Inneren des Kalorimeters liegt, werden nur Ereignisse akzeptiert, bei denen das identifizierte Positron im Bereich von 10° und 160° des Polarwinkels in Bezug auf den Ereignisvertex liegt. Der Polarwinkel des gestreuten Positrons Θ_e wird aus dem Ereignisvertex und dem Clusterschwerpunkt gebildet. Die Energie E_e ist die Summe der Energien in allen Zellen, die innerhalb des Zylinders mit 15 cm Radius um den Clusterschwerpunkt liegen.

Wendet man diese Methode auf simulierte Ereignisse an und wird ein Positron gefunden, ist bei weniger als 0.2% der Ereignisse die Winkelabweichung zwischen simuliertem und gefundenem Positron größer als 6°[1]. Die Auswirkungen durch falsche Identifikation sind also gering.

4.3 Kinematische Schnitte

Aus dem Polarwinkel Θ_e und der Energie E_e des gefundenen Positrons lassen sich alle anderen kinematischen Größen des Streuereignisses errechnen[2]. Schnitte in diesen Größen sollen den Anteil von Ereignissen aus Protonenstrahluntergrund und Photoproduktion minimieren. Außerdem sollen Bereiche vermieden werden, in denen besonders häufig energiereiche Photonen vom Positron abgestrahlt werden.

Ereignisse, bei denen das gestreute Positron im Flüssig–Argon–Kalorimeter gefunden wurde, werden nur dann akzeptiert, wenn die folgenden Schnitte erfüllt werden:

- $\boldsymbol{Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2}$. Im Bereich $Q^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$ können die Positronen sowohl in das BEMC als auch in das Flüssig–Argon–Kalorimeter gestreut werden. (Siehe Abbildung 4.2). Durch diesen Schnitt wird vermieden, daß die beiden Datensätze sich in Q^2 überlappen.

- $\boldsymbol{y < 0.7}$. Das entspricht einer vom Polarwinkel abhängigen Mindestenergie des Positrons. Dadurch wird zum einen Untergrund von Photoproduktion unterdrückt, zum anderen werden in diesem Bereich nur noch selten energiereiche Photonen vom Positron abgestrahlt, so daß der Einfluß der QED–Strahlung verringert wird.

- $\mathbf{30\,GeV < \sum E_i - p_{z\,i} < 70\,GeV}$. Hierbei sind E_i die Energien der Cluster im Flüssig–Argon–Kalorimeter, im BEMC und im instrumentierten Eisen und $p_{z\,i}$ deren Impulse in z–Richtung. Bei idealer Auflösung entspricht die Summe $E - p_z$ der doppelten Energie des Positronenstrahls $E_{e\,Strahl} = 27.5\,\mathrm{GeV}$. Dieser Schnitt verwirft Ereignisse, bei denen Energie in Richtung des Positronstrahls im Strahlrohr verloren geht. Dies ist bei Photoproduktion der Fall, da das Positron nicht im zentralen Detektor landet. Bei Protonenstrahluntergrund entspricht die Summe $E - p_z$ ungefähr der Masse des Kerns, auf den das Proton trifft. Da das Restgas im Strahlrohr eher aus leichten Elementen besteht, werden auch Ereignisse verworfen, bei denen ein Strahlproton mit einem Gaskern zusammenstößt. Außerdem werden Ereignisse aus tiefunelastischer Streuung verworfen, bei denen das Positron vor der Streuung ein kollineares Photon abgestrahlt hat.

---

[1] Es wurde hier nicht berücksichtigt, daß das Positron durch das Magnetfeld abgelenkt wird, bevor es das Kalorimeter erreicht.

[2] Siehe Anhang A.

<table>
<tr><th>e^+ im BEMC</th><th>e^+ im Fl.Ar.–Kal.</th></tr>
<tr><td>$E_e > 14\,\mathrm{GeV}$
$160° < \Theta_e < 172.5°$
$10\,\mathrm{GeV}^2 < \mathrm{Q}^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$</td><td>$y < 0.7$
$10° < \Theta_e < 148°$
$Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$W^2 > 5000\,\mathrm{GeV}^2$
$-25\,\mathrm{cm} < \mathrm{z}_{\mathrm{Vertex}} < +35\,\mathrm{cm}$</td></tr>
</table>

Tabelle 4.1: Schnitte zur Ereignisselektion

Ereignisse, bei denen das Positron im BEMC gefunden wurde, sind nach den folgenden Kriterien selektiert worden:

- $\mathbf{10\,GeV^2 < Q^2 < 100\,GeV^2}$. Wie oben, zur Vermeidung eines Überlapps.
- $\boldsymbol{E_e} \mathbf{> 14\,GeV}$. Dieser Schnitt impliziert $y < 0.5$ und ist schärfer als bei der Selektion für Positronen im Flüssig–Argon–Kalorimeter, da sich hinter dem BEMC kein hadronisches Kalorimeter befindet. Mit diesem schärferen Schnitt wird vermieden, daß Hadronen aus Photoproduktionsereignissen fälschlicherweise als Positron identifiziert werden.

Zusätzlich wurde für beide Datensätze verlangt, daß der Ereignisvertex innerhalb von 30 cm um den mittleren Wechselwirkungspunkt z_0 der Positronen– und Protonenbunche liegt. Dieser lag bei $z_0 = 5\,\mathrm{cm}$. Außerdem wurde eine invariante Masse des hadronischen Endzustandes von $W^2 > 5000\,\mathrm{GeV}^2$ gefordert, wobei W^2 über die Doppelwinkelmethode[3] ermittelt wurde. Durch diesen Schnitt ist die Masse des hadronischen Endzustandes zur Ausbildung von Jets genügend groß. Außerdem werden durch diesen Schnitt Ereignisse mit kleinen y verworfen, bei denen die kinematischen Größen nur sehr ungenau aus E_e und Θ_e bestimmt werden können.

4.4 Unterdrückung von Myonen

Mit dem beschriebenen Verfahren zur Selektion von Ereignissen, bei denen das Positron in das Flüssig–Argon–Kalorimeter gestreut wurde, werden auch unerwünschte Ereignisse selektiert, bei denen ein Myon den Detektor durchquerte. Ursprung dieser Myonen sind

---

[3] Siehe Anhang A.

die kosmische Höhenstrahlung und der Protonenstrahl. Bei Wechselwirkungen zwischen hochenergetischen Protonen und dem Restgas im Strahlrohr oder der Strahlrohrwand weit vor dem Detektor werden als sekundäre Teilchen hochenergetische Myonen erzeugt. Sie können die Abschirmungen durchqueren und so den Detektor erreichen. Sie durchqueren den Detektor meist parallel zum Strahlrohr. Ein Teil der Myonen erzeugt im Detektor hochenergetische δ–Elektronen, die dann einen elektromagnetischen Schauer auslösen. Befindet sich dieser im elektromagnetischen Flüssig–Argon–Kalorimeter und enthält er genügend Energie, wird das Ereignis selektiert, sofern in der Spurenkammer eine Spur gefunden wird, die auf den Schauer zeigt. Bei Ereignissen der kosmischen Höhenstrahlung erzeugt das Myon diese Spur. Bei Ereignissen, bei denen das Myon durch den Protonenstrahl erzeugt wurde, können weitere Teilchen aus Proton–Gas– oder Proton–Strahlrohr–Reaktionen Spuren in den Spurkammern erzeugen.

Um die Selektion von Ereignissen mit Myondurchquerungen zu vermeiden, werden Ereignisse verworfen, bei denen eines der folgenden Kriterien erfüllt ist:

- Die Energie im Flüssig–Argon–Kalorimeter außerhalb eines Zylinders parallel zum Strahlrohr von 25 cm Radius um den Positronkandidaten ist kleiner als 10 GeV.
- Es gibt eine Spur im instrumentierten Eisen, die auf ein Cluster zeigt, welches sich ebenfalls im Eisen befindet. Das Cluster ist weiter als 4 m von der Spur entfernt. Das heißt, daß sich Cluster und Spur nicht auf derselben Seite des Eisens befinden. Die Energie des Clusters liegt zwischen 0.3 GeV und 12 GeV.
- Es gibt zwei Cluster im instrumentierten Eisen mit Energien zwischen 0.3 GeV und 12 GeV. Sie liegen weiter als 4 m auseinander. Um die Verbindungslinie zwischen den beiden Clustern wird ein Zylinder mit 50 cm Radius gelegt. Die Energie im Flüssig–Argon–Kalorimeter im Inneren und außerhalb des Zylinders wird aufsummiert. Im Inneren ist mehr als 5 GeV deponiert und das Verhältnis von Gesamtenergie und äußerer Energie ist größer als 1.6.
- Im instrumentierten Eisen gibt es ein Cluster mit einer Energie zwischen 0.3 GeV und 12 GeV. Um die Verbindungslinie zwischen diesem Cluster und dem Positronkandidaten wird ein Zylinder von 30 cm Radius gelegt. Im Inneren des Zylinders ist mehr als 9 GeV deponiert worden und das Verhältnis von Gesamtenergie und äußerer Energie ist größer als 2.9.

Nach diesen zusätzlichen Bedingungen wurde bei einer optischen Kontrolle von etwa 200 selektierten Ereignissen keine Myondurchquerung gefunden.

4.5 Die selektierten Ereignisse

Mit dem beschriebenen Verfahren wurden bei einer Luminosität von etwa 2.7 pb^{-1} 62687 Ereignisse mit einem Positron im BEMC und 5566 mit einem Positron im Flüssig–Argon–Kalorimeter selektiert. Die Abbildung 4.2 zeigt die Verteilung dieser Ereignisse in der

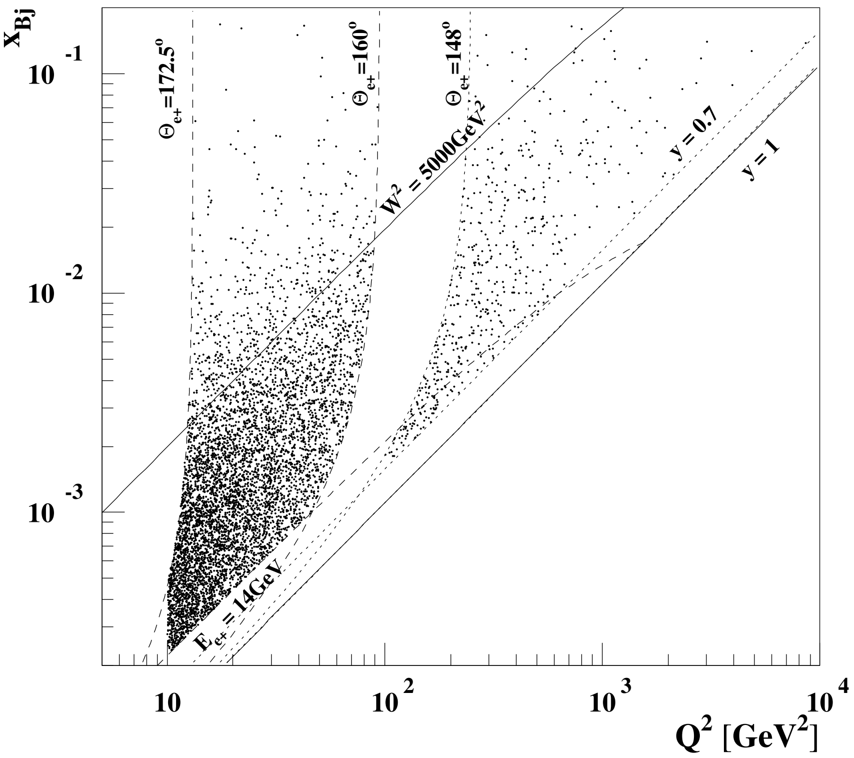

Abbildung 4.2: Selektierte Ereignisse in der Q^2–x_{Bj}–Ebene
Jeder Punkt entspricht einem Ereignis. Zur besseren Übersicht sind nur 10% *der Ereignisse gezeigt. Die Linien zeigen die in Kapitel 4.3 beschriebenen Schnitte.*

Q^2–x_{Bj}–Ebene. Dabei wurden x_{Bj} und Q^2 aus der Energie E_e und dem Winkel Θ_e des gestreuten Positrons berechnet. Die hadronische Schwerpunktsenergie W^2 wurde für den Schnitt $W^2 > 5000\,\mathrm{GeV}^2$ mit der Doppelwinkel–Methode berechnet. Durch die begrenzte Auflösung für die kinematischen Größen weichen die Werte für W^2 aus der Doppelwinkel–Methode von den aus E_e und Θ_e bestimmten Werten ab. Daher gibt es Ereignisse, die oberhalb der eingezeichneten Linie für $W^2 = 5000\,\mathrm{GeV}^2$ liegen, weil hier W^2 aus E_e und Θ_e berechnet wird.

Zu beachten ist, daß aufgrund der unterschiedlichen Selektion von Ereignissen, abhängig davon, in welches Kalorimeter das Positron gestreut wurde, eine Lücke in der Q^2–x_{Bj}–Ebene bleibt. Trotzdem ist der Bereich $10\,\mathrm{GeV}^2 < \mathrm{Q}^2 < 10000\,\mathrm{GeV}^2$ vollständig überdeckt. Im allgemeinen steigt bei dieser Selektion der mittlere Wert von x_{Bj} mit wachsendem Q^2 an. Am Übergang der beiden Selektionen bei $Q^2 = 100\,\mathrm{GeV}^2$ macht der mittlere Wert von x_{Bj} aufgrund der Schnitte in Θ_e jedoch einen Sprung. Ereignisse, die in der Abbildung 4.2 direkt rechts von $Q^2 = 100\,\mathrm{GeV}^2$ liegen, haben einen viel kleineren Wert für x_{Bj} als Ereignisse links davon.

In den Abbildungen 4.3 und 4.4 sind die Verteilungen einiger kinematischer Größen

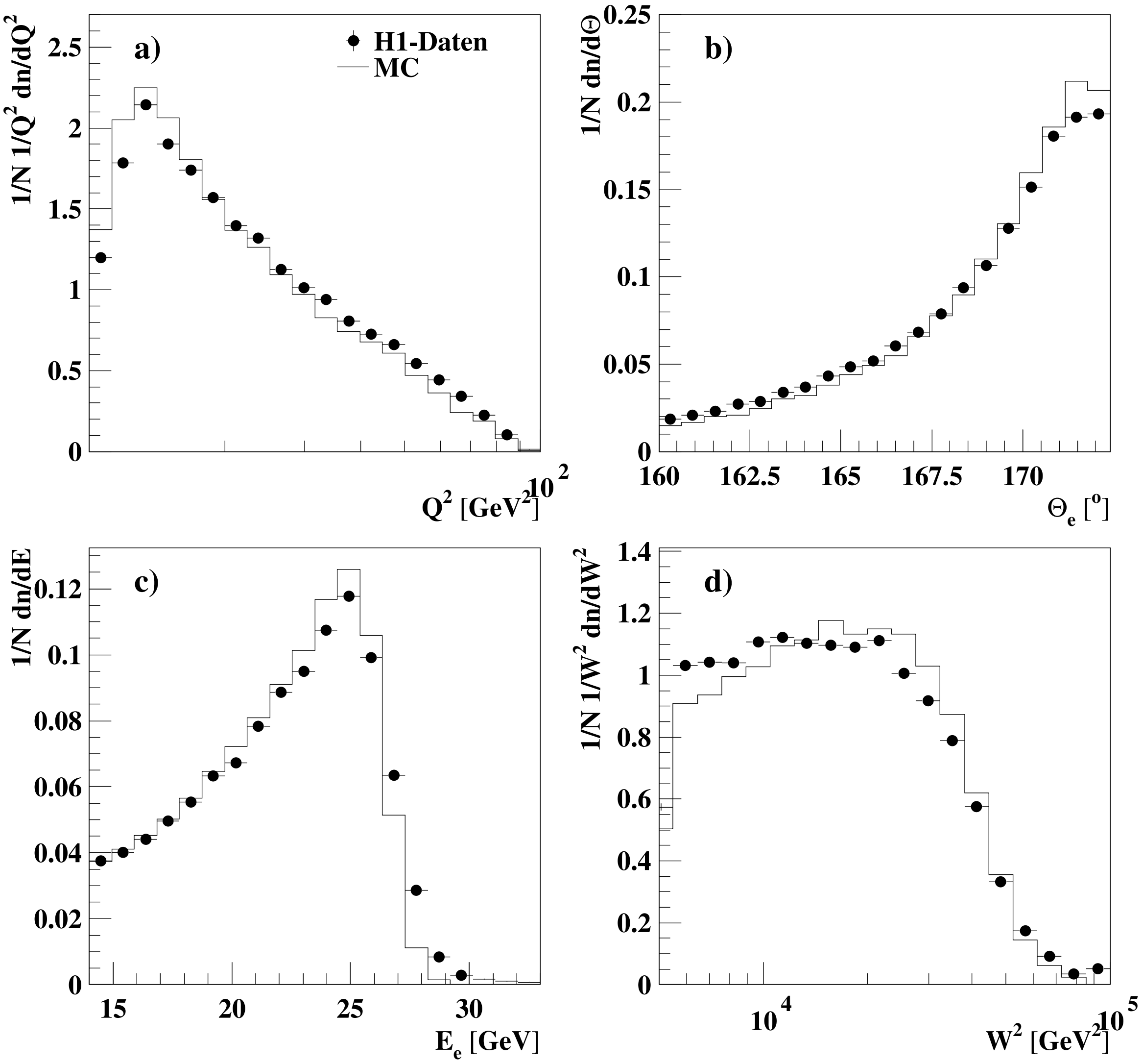

Abbildung 4.3: Verteilung der kinematischen Variablen, BEMC
Gezeigt sind die Verteilungen der rekonstruierten kinematischen Größen für selektierte Ereignisse, bei denen ein Positron im BEMC gefunden wurde. Zum Vergleich sind die Verteilungen simulierter Ereignisse, die nach dem gleichen Verfahren selektiert wurden, ebenfalls dargestellt. Die simulierten Ereignisse wurden mit LEPTO generiert. a) *Verteilung des Impulsübertrags* Q^2*, rekonstruiert aus der Energie und dem Streuwinkel des Positrons,* b) *Streuwinkel des Positrons,* c) *Energie des gestreuten Positrons,* d) *invariante Masse des hadronischen Endzustandes, ermittelt mit der Doppelwinkel–Methode.*

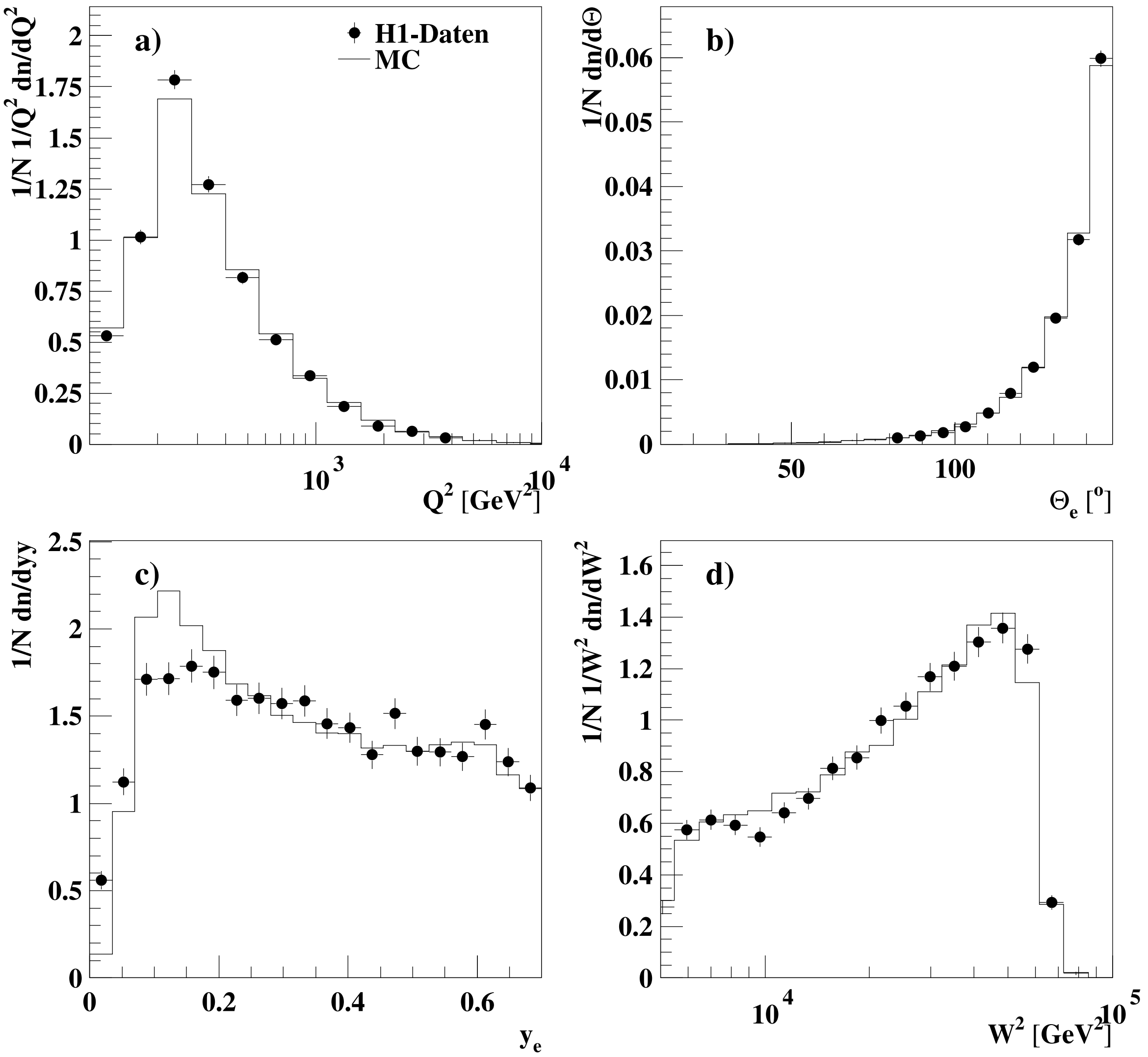

Abbildung 4.4: Verteilung der kinematischen Variablen, lAr

Bei den hier dargestellten Verteilungen wurde im Vergleich zu Abbildung 4.3 ein Positron im Flüssig–Argon–Kalorimeter gefunden. **a)** *Verteilung des Impulsübertrags* Q^2*, rekonstruiert aus der Energie* E_e *und dem Streuwinkel* Θ_e *des Positrons,* **b)** *Streuwinkel des Positrons,* **c)** y*, rekonstruiert aus* E_e *und* Θ_e*,* **d)** *invariante Masse des hadronischen Endzustandes, ermittelt mit der Doppelwinkel–Methode.*

jeweils getrennt für die beiden Selektionen dargestellt. Zusätzlich sind die gleichen Verteilungen für simulierte Ereignisse gezeigt. Verwendet wurde hierfür LEPTO 6.3. Aufgrund der Akzeptanzgrenze der Kalorimeter zu großen Polarwinkeln Θ steigen die gemessenen Q^2–Verteilungen in den Abbildungen 4.3 a und 4.4 a zunächst an und zeigen erst bei höheren Q^2 das erwartete Absinken mit wachsendem Q^2. Die Q^2–Verteilungen und die Winkelverteilungen des gestreuten Positrons in den Abbildungen 4.3 b und 4.4 b werden von der Simulation gut beschrieben. Unterschiede zwischen Daten und Simulation zeigen sich bei kleinen Q^2 in Abbildung 4.3 a und entsprechend bei Streuwinkeln $\Theta_e > 170°$ an der Akzeptanzgrenze des BEMC in Richtung Strahlrohr: Die gemessene Q^2–Verteilung steigt dort stärker an als die Simulation. Aufgrund dieses Unterschiedes liegt die gemessene Q^2–Verteilung in Abbildung 4.3 a bei höheren Q^2 über der Simulation, da die dargestellten Histogramme auf die Anzahl der Einträge normiert sind. Die Form der gemessenen Verteilung wird von der Simulation jedoch gut beschrieben.

Die Energieverteilung in Abbildung 4.3 c für Positronen, die in das BEMC gestreut wurden, ist für große Energien etwas breiter als in der Simulation. Das bedeutet, daß die Energieauflösung nicht ganz korrekt simuliert wird. Ein ähnlicher Effekt zeigt sich bei kleinen y in der y–Verteilung in Abbildung 4.4 c für Ereignisse, bei denen das Positron in das Flüssig–Argon–Kalorimeter gestreut wurde. Kleine y entsprechen großen Positronenergien. Ursache für die Unterschiede sind Vereinfachungen bei der Simulation elektromagnetischer Schauer [63, 59]. Insbesondere im hinteren Teil des Flüssig–Argon–Kalorimeters wird das absorbierende Material an den Rändern der Räder nicht genau berücksichtigt. Die tatsächliche Auflösung für die Energie des gestreuten Positrons ist dadurch schlechter als in der Simulation. Bei der Untersuchung des hadronischen Endzustandes, die im Folgenden beschrieben wird, wird jeweils über einen großen kinematischen Bereich gemittelt. Die meisten Ereignisse befinden sich nicht an dessen Randbereich. Da die Auflösung nur an den Rändern von Bedeutung ist, ist der Einfluß durch die nicht ganz korrekt beschriebene Auflösung klein.

4.6 Auflösung kinematischer Größen

Bei den simulierten Ereignissen kann man ermitteln, wie groß die Abweichung zwischen den tatsächlichen und den rekonstruierten Größen ist. Das ist in den Abbildungen 4.5 und 4.6 dargestellt. Dazu wurden simulierte Ereignisse verwandt, die die erläuterten Selektionskriterien erfüllen. Verglichen wurde jeweils die rekonstruierte Größe mit der generierten. Alle Verteilungen dieser Abweichung haben ein ausgeprägtes Maximum um Null. Das bedeutet, daß man im Mittel nahezu den exakten Wert mißt.

Eine kleine Abweichung zeigt die Winkelauflösung für Positronen, die in das Flüssig–Argon–Kalorimeter gestreut wurden, in Abbildung 4.6 b, da bei der Bildung des Clusterschwerpunktes für den elektromagnetischen Schauer die geometrischen Mittelpunkte der beteiligten Zellen verwandt werden. Die Verteilung der Energiedeponierung innerhalb der Zellen wird nicht aufgelöst.

Die Verteilung zur W^2–Auflösung mit der Doppel–Winkel–Methode in Abbildung 4.5

X	Δ_X e^+ im BEMC	Δ_X e^+ im Fl.Ar.Kalo.
Θ_e	0.02°	0.04°
E_e	4%	6.6%
Q^2_e	5%	7%
$x_{Bj\ e}$	2.1%	2.4%
$y_{Bj\ e}$	30%	43%
W^2_{DW}	47%	17%
$\Theta_{Quark\ e}$	13°	13°

Tabelle 4.2: Auflösung der kinematischen Größen

für Ereignisse, bei denen das Positron in das BEMC gestreut wurde, ist sehr breit und zeigt eine Verschiebung von etwa 15%. Bei diesen Ereignissen geht häufig ein Teil des hadronischen Endzustandes in Rückwärtsrichtung, also in das BEMC. Daher wird ein Teil der Energie der Hadronen nicht gemessen, so daß die rekonstruierten Werte für W^2 im Mittel kleiner sind und die Auflösung schlecht ist.

Die Breite der Verteilungen spiegelt die Auflösung des Detektors wider. In Tabelle 4.2 sind die mittleren Abweichungen bei der Bestimmung der kinematischen Größen aufgelistet. Berechnet wurde sie durch

$$\Delta_X = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_i \left(\frac{X_i^{mess} - X_i^{gen}}{X_i^{gen}}\right)^2} \quad ,$$

wobei n die Anzahl der Ereignisse, X_i^{gen} der vom Monte–Carlo–Generator erzeugte Wert ist und X_i^{mess} der aus den simulierten Detektorgrößen rekonstruierte. X steht hier für E_e, Q^2, x, y und W^2. Summiert wurde über alle simulierten Ereignisse, die nach dem beschriebenen Verfahren selektiert wurden. Für den Winkel des gestreuten Positrons Θ_e und den Winkel des gestreuten Quarks Θ_{Quark} im naiven Quark–Parton–Modell, der aus der Energie und dem Winkel des gestreuten Positrons bestimmt wurde[4], wurde entsprechend die mittlere Abweichung $\Delta\Theta$ durch

$$\Delta\Theta = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_i (\Theta_i^{mess} - \Theta_i^{gen})^2}$$

errechnet. Die begrenzte Auflösung der kinematischen Größen bewirkt, daß bei einem Teil der selektierten Ereignisse die tatsächlichen kinematischen Größen außerhalb der Schnitte liegen. Das ist bei 5% der simulierten Ereignisse, bei denen das Positron im Flüssig–Argon–Kalorimeter gefunden wurde, und bei 7% der simulierten Ereignisse, bei denen das Positron im BEMC gefunden wurde, der Fall.

---

[4] Siehe Anhang A.

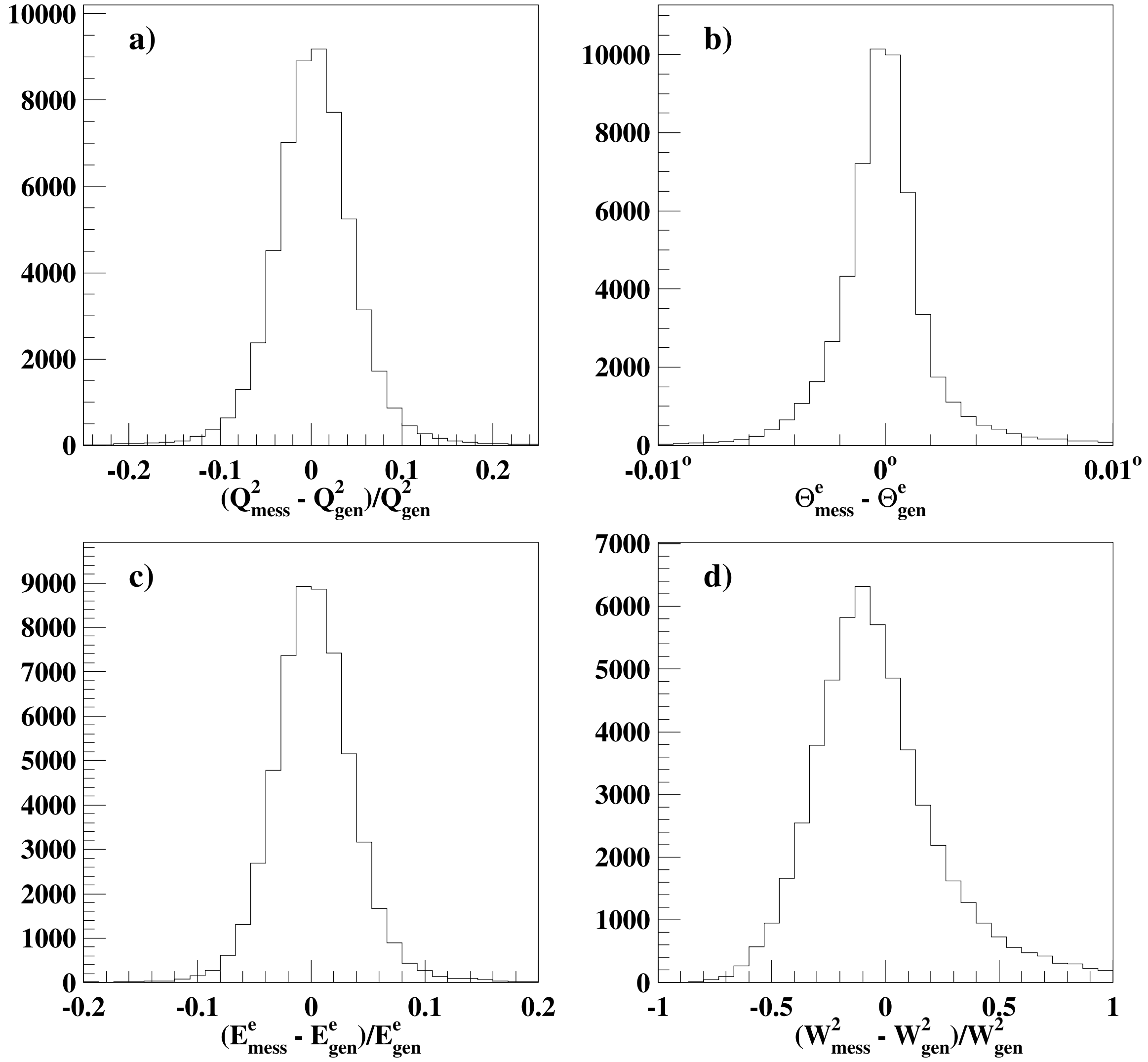

Abbildung 4.5: Auflösung der kinematischen Variablen
a) *Auflösung von Q^2, bestimmt aus dem gestreuten Positron,* b) *Auflösung des Winkels des gestreuten Positrons,* c) *Auflösung der Energie des gestreuten Positrons,* d) *Auflösung von W^2, bestimmt mit der Doppelwinkel–Methode. Verwendet wurde LEPTO MEPS. Das gestreute Positron wurde im BEMC gefunden.*

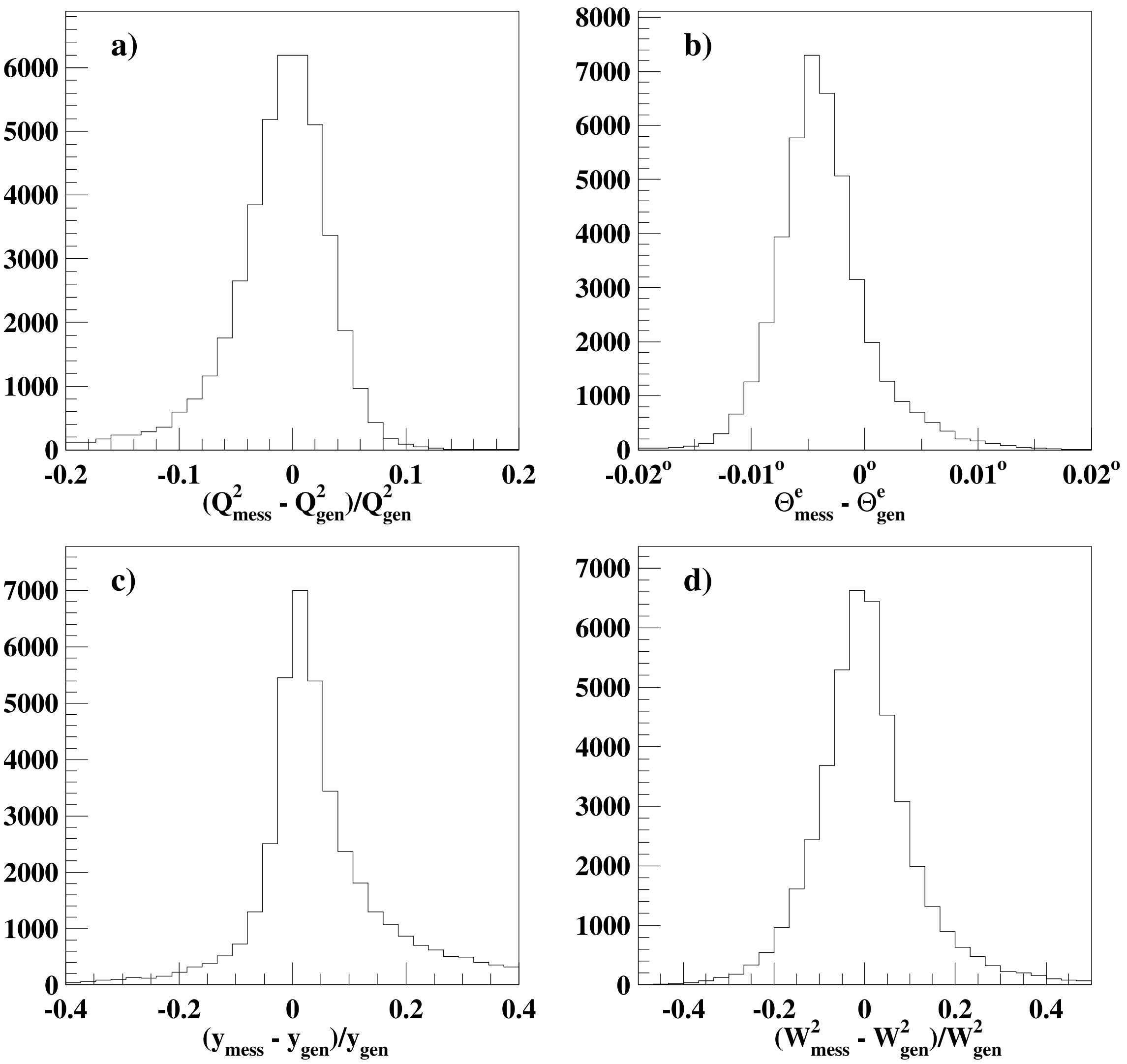

Abbildung 4.6: Auflösung der kinematischen Variablen

a) *Auflösung von Q^2, bestimmt aus dem gestreuten Positron,* b) *Auflösung des Winkels des gestreuten Positrons,* c) *Auflösung von y, bestimmt aus dem gestreuten Positron,* d) *Auflösung von W^2, bestimmt mit der Doppelwinkel–Methode. Verwendet wurde LEPTO MEPS. Das gestreute Positron wurde im Flüssig–Argon–Kalorimeter gefunden.*

Kapitel 5

Jetrekonstruktion

Im hadronischen Endzustand der selektierten Ereignisse sollen kollimierte Teilchenbündel gesucht werden. Analog zu dem Auflösungskriterium für einzelne Quarks und Gluonen bei der Definition von Partonjets[1] wird ein Auflösungskriterium für die Teilchen des hadronischen Endzustandes definiert. Es wird ein *Jetalgorithmus* eingeführt, der die Teilchen dem Auflösungskriterium entsprechend zu Jets zusammenfaßt. In Abbildung 5.1 ist ein selektiertes Ereignis dargestellt, bei dem man gebündelt auftretende Hadronen im Endzustand erkennt. Setzt man lokale Parton–Hadron–Dualität voraus, kann man die Häufigkeiten und Viererimpulse der experimentell beobachteten Jets mit den Vorhersagen der störungstheoretischen QCD vergleichen.

In diesem Kapitel wird zunächst das Verfahren beschrieben, mit dem die Jets aus

---

[1] Siehe Kapitel 1.4.

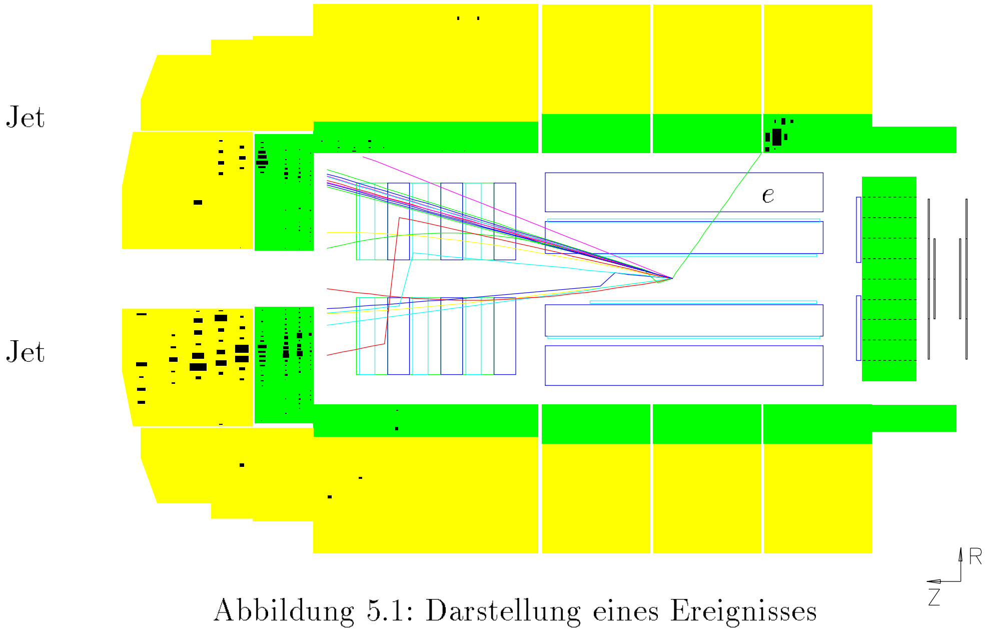

Abbildung 5.1: Darstellung eines Ereignisses

dem gemessenen hadronischen Endzustand rekonstruiert werden. Dabei wird der *JADE–Jetalgorithmus* [68] vorgestellt. Die Jetdefinition ist dabei analog zur Definition der Partonjets in PROJET. Dadurch wird vermieden, daß die rekonstruierten Jets Phasenraumbereiche füllen können, die durch den Divergenzschnitt in der Rechnung in PROJET weggelassen sind und daß die Rechnung Teilchenzustände berücksichtigt, die mit dem Jetalgorithmus nicht aufgelöst werden. Die Jetstruktur der selektierten Ereignisse wird dargestellt und mit Simulationen verglichen. Schließlich wird anhand der Simulation mit LEPTO untersucht, wie die rekonstruierten Jets durch den Detektor und die Hadronisation beeinflußt sind. Dazu wird die Korrelation zwischen Partonjets und rekonstruierten Jets dargestellt.

5.1 Messung des hadronischen Endzustands

Zur Untersuchung des hadronischen Endzustandes werden in dieser Analyse die Energiecluster der Kalorimeter verwandt. Dabei ist zu beachten, daß der Schauer eines einzelnen Hadrons im Kalorimeter zur Bildung mehrerer Cluster führen kann. Außerdem kann ein Cluster Teile der deponierten Energie mehrerer Hadronen, die in den gleichen Raumbereich fliegen, enthalten. Das bedeutet, daß ein Cluster im allgemeinen nicht mit einem einzigen Hadron identifiziert werden kann. Man kann eher eine zusammengefaßte Gruppe von Clustern mit einer Gruppe von Hadronen gleichsetzen.

Nicht alle Cluster haben ihren Ursprung in Teilchen des hadronischen Endzustandes. Bei jedem selektierten Ereignis gehört ein Cluster zum gestreuten Positron. Außerdem kann das Positron ein Photon abstrahlen, welches dann einen weiteren Cluster produziert. Dieses liegt mit hoher Wahrscheinlichkeit nahe am gestreuten Positron oder bei kleinem Winkel gegen die Richtung des Positronstrahls. Schließlich kann elektronisches Rauschen in den Kalorimetern Cluster erzeugen. Sie sind völlig unabhängig von der Struktur des Ereignisses im Detektor verteilt. Damit der Einfluß dieser Effekte bei der Analyse des hadronischen Endzustandes möglichst gering bleibt, wurden nur Cluster akzeptiert, die die folgenden Schnitte erfüllen:

- Die Energie ist ganz im Flüssig–Argon–Kalorimeter oder im Flüssig–Argon–Kalorimeter und zu maximal 40% im instrumentierten Eisen deponiert. Der Rückwärtsbereich des Detektors wird wegen der schlechten Auflösung für Hadronen nicht verwandt.

- Der Winkel zu anderen Clustern ist kleiner als 100°. Das bedeutet, daß isoliert auftretende Cluster vermieden werden, die durch elektronisches Rauschen oder durch vom Positron abgestrahlte Photonen erzeugt werden.

- Der Winkel zum gestreuten Positron ist größer als 5°. Dadurch werden Cluster von Photonen vermieden, die unter kleinem Winkel vom gestreuten Positron abgestrahlt wurden.

- Der Polarwinkel des Clusters $\Theta_{Cluster}$ ist größer als 7°, wobei $\Theta_{Cluster}$ über die Verbindungslinie vom Ereignisvertex zum Clusterschwerpunkt definiert ist.

Die erste und die letzte Bedingung vermeiden Cluster im instrumentierten Eisen und im strahlrohrnahen Bereich des Flüssig–Argon–Kalorimeters, die durch Vielfachstreuung und Rückstreuung hochenergetischer Teilchen in nicht instrumentiertem Material enstehen. Besonders im Vorwärtsbereich ist das wichtig, da aus dem Protonenrest häufig viele Hadronen entstehen, die unter kleinen Winkeln in das Strahlrohr und anderes Material fliegen. Die ursprüngliche Richtung dieser Hadronen ist außerhalb des Akzeptanzbereiches des Detektors. Sekundärteilchen, die durch Streuung im nicht instrumentierten Material entstehen, können jedoch in den Akzeptanzbereich gelangen. Dadurch ist der beobachtete Energiefluß gegen den ursprünglichen zu größeren Polarwinkeln hin verschoben. Dieser Effekt betrifft das instrumentierte Eisen in Vorwärtsrichtung und die Zellen des Flüssig–Argon–Kalorimeters, die sich sehr nahe am Strahlrohr befinden.

Aus den akzeptierten Clustern werden Vierervektoren gebildet. Dazu wird deren Energie E_i und der Einheitsvektor $\vec{\nu}$, der vom Ereignisvertex zum Clusterschwerpunkt zeigt, verwandt. So entstehen die masselosen Vierervektoren

$$p_i = \begin{pmatrix} E_i \\ E_i \cdot \vec{\nu} \end{pmatrix} \quad .$$

Die Masse wird gleich Null gesetzt, da man ein Cluster im allgemeinen nicht mit einem Hadron identifizieren kann.

Ein großer Teil der Energie des hadronischen Endzustandes geht in Vorwärtsrichtung durch das Strahlrohr verloren. Aus der Energie E_e und dem Polarwinkel Θ_e des gestreuten Positrons und den Vierervektoren der Cluster p_i des hadronischen Endzustandes läßt sich der fehlende Impuls p_z^f in z–Richtung berechnen,

$$p_z^f = E_{p\ Strahl} - E_{e\ Strahl} - \sum_{Cluster} p_{i\ z} + E_e \cos\Theta_e$$

wobei $E_{p\ Strahl}$ bzw. $E_{e\ Strahl}$ die Strahlenergie der Protonen bzw. der Positronen ist. Damit dieser fehlende Impuls bei der Jetrekonstruktion berücksichtigt ist, wurde bei jedem Ereignis den Vierervektoren, die aus den Clustern gebildet wurden, der Vierervektor

$$p^f = \begin{pmatrix} p_z^f \\ 0 \\ 0 \\ p_z^f \end{pmatrix}$$

hinzugefügt[2]. Die Vierervektoren der Cluster zusammen mit dem Vierervektor des fehlenden z–Impulses repräsentieren den hadronischen Endzustand der beobachteten Ereignisse. Sie sind die Ausgangsgrößen für die Untersuchung der Jetstruktur, die in den folgenden Kapiteln vorgestellt wird.

---

[2] Siehe hierzu auch [45] und [46].

5.2 JADE–Jetalgorithmus

5.2.1 Definition des Jetalgorithmus

Aus dem Satz von N Vierervektoren

$$p_i = \begin{pmatrix} E_i \\ \vec{p_i} \end{pmatrix}$$

wird das Vektorpaar p_i, p_j gesucht, bei dem der Abstand

$$d_{ij} = 2E_iE_j(1 - \cos\Theta_{ij})/W^2 \tag{5.1}$$

minimal ist, wobei

$$W^2 = (\sum_{i=1}^{N} p_i)^2 \quad \text{und} \quad \cos\Theta_{ij} = \frac{\vec{p_i}\vec{p_j}}{|\vec{p_i}||\vec{p_j}|}$$

ist. Dieses Vektorpaar wird zu einem neuen Vierervektor

$$p = p_i + p_j \tag{5.2}$$

zusammengefaßt, falls

$$\min_{i,j} d_{ij} < y_{cut} \tag{5.3}$$

ist. Hierbei ist y_{cut} eine zunächst willkürliche Grenze, durch die die Auflösung für Jets festgelegt wird. Mit dem Vierervektor aus Gleichung 5.2 und den übrigen $N-2$ Vierervektoren wird das Verfahren wiederholt, bis kein Vektorpaar mehr die Bedingung 5.3 erfüllt. Die so gebildeten n Vektoren p_k, $k = 1, \ldots, n$ sind die Jets, die mit der Auflösung y_{cut} gefunden werden.

Zu beachten ist dabei, daß durch die Wahl der Auflösung y_{cut} zusammen mit einem Schnitt in W^2 aus der Bedingung $d_{ij} > y_{cut}$ eine untere Grenze für die Energie der Jets und für den Winkel zwischen den Jets folgt. Die hier verwandte Berechnung von W^2 beinhaltet die Cluster des hadronischen Endzustandes und über den Vektor p^f das gestreute Positron. Diese Definition ist daher der Berechnung über die Doppelwinkelmethode ähnlich, die für den Schnitt in W^2 bei der Selektion verwandt wird.

Die Wahl von d_{ij} und das Zusammenfassen zweier Vierervektoren wird als *Rekombinationsschema* bezeichnet. Das vorgestellte Schema wird *JADE–Schema* [68] genannt. Es werden bei vielen Anwendungen ähnliche Jetalgorithmen mit anderen Schemata verwandt. Eine Übersicht über verschiedene Schemata kann man in [26] finden. Für diese Analyse ist wichtig, daß das verwandte Schema mit dem in PROJET implementierten Schema übereinstimmt. Die Definition des Abstandes d_{ij} in Gleichung 5.1 entspricht der invarianten Masse, die von den beiden Vektoren zusammen gebildet wird, wobei die Masse der Vektoren selbst vernachlässigt wird. Die Berechnung in PROJET verwendet für den Divergenzschnitt y_{min} die kleinste invariante Masse die von jeweils zwei Teilchen des

Endzustandes gebildet wird. Dabei werden masselose Teilchen betrachtet. Die Jets, die der Jetalgorithmus bildet, haben jedoch eine invariante Masse, da beim Zusammenfassen zweier Vektoren nach Gleichung 5.2 die Massen der Vektoren berücksichtigt sind. Die Definition von d_{ij}, bei der die Massen der Vektoren vernachlässigt sind, kommt dem Schema in PROJET nahe. Die Wahl des Rekombinationsschemas ist durch den Divergenzschnitt in PROJET nicht eindeutig festgelegt, da nur ein Kombinationsschritt vollzogen wird. Andere Schemata, bei denen man die Masse der Jets beim Zusammenfassen der Vektoren vernachlässigt, verletzen entweder die Energie– oder die Impulserhaltung oder beides.

5.2.2 Die Meßgröße y_n

Die Anzahl an Jets, die man bei einem Ereignis findet, hängt von der Wahl der Auflösung y_{cut} des Jetalgorithmus ab. Wählt man y_{cut} genügend klein, wird jeder der ursprünglichen N Vierervektoren jeweils als Jet identifiziert. Bei sehr großem y_{cut} werden alle Vierervektoren zu nur einem einzigen Jet zusammengefaßt. Beginnt man bei einem Ereignis mit einem sehr kleinen y_{cut} und vergrößert es dann immer weiter, verringert sich die Anzahl der Jets bei bestimmten Werten von y_{cut}. Nimmt man an, daß die gefundenen Jets Quarks und Gluonen entsprechen, die durch mehrere Abstrahlungen bei der Streuung erzeugt werden, geben diese Werte von y_{cut} die mit W^2 skalierten invarianten Massen an, die die einzelnen Abstrahlungen charakterisieren. Diese Interpretation verliert bei sehr kleinen y_{cut} jedoch ihre Gültigkeit, da dann einzelne Energiecluster der Kalorimeter aufgelöst werden. Das bedeutet, daß man bei sehr kleinen y_{cut} eher die Bildung von Hadronen und die Methode der Clusterbildung beobachtet und keine Effekte, die sich mit der störungstheoretischen QCD verbinden lassen.

Man kann die Werte für die Auflösung y_{cut}, bei denen sich die Anzahl der gefundenen Jets verändert, iterativ berechnen. Dazu sucht man aus $n+1$ Vektoren, wie oben bereits beschrieben, das Vektorpaar mit dem kleinsten Abstand d_{ij}. Der Sprung von $n+1$ auf n Jets findet dann bei

$$y_n = 2E_iE_j(1-\cos\Theta_{ij})/W^2 \tag{5.4}$$

statt. Faßt man jetzt dieses Paar nach Gleichung 5.2 zusammen, kann man entsprechend y_{n-1} ausrechnen. Wiederholt man das, bis nur noch ein Jet übrig bleibt, erhält man schließlich $N-1$ Größen y_n, $n = 1\ldots N-1$. Man kann also bei jedem Ereignis n Jets finden, wenn man die Auflösung $y_n < y_{cut} < y_{n-1}$ wählt. Variiert man bei einem Ereignis y_{cut} zwischen y_n und y_{n-1}, ändern sich die Vierervektoren der gefundenen Jets nicht.

Bei der überwiegenden Zahl von Ereignissen gilt $y_{n+1} < y_n$. Darin spiegelt sich wider, daß bei einem Ereignis die kleinste invariante Masse, die jeweils zwei der Jets zusammen bilden, um so größer wird, je mehr Teilchen man zusammenfaßt. Es gibt jedoch Ereignisse, bei denen die Anzahl an Jets bei einer bestimmten Auflösung y_{cut} um mehr als Eins von $n+1$ auf n' mit $n > n'$ springt. Das bedeutet, daß $\min d_{ij}$ für die $n+1$ Jets größer ist, als $\min d_{ij}$ bei den daraus gebildeten n Jets. Daraus folgt dann, daß hier $y_{n+1} > y_n$ ist. Die Ursache hierfür ist, daß bei der Definition von d_{ij} bzw. y_n die jeweilige invariante

Masse der $n+1$ Vektoren selbst vernachlässigt wird. Bei diesen Ereignissen findet man also keinen Wert für y_{cut} mit dem man n Jets erhält. Trotzdem kann man mit dem beschriebenen Verfahren y_n, y_{n-1} ... und die zugehörigen Vierervektoren für die Zustände mit n, $n-1$ ... Jets berechnen. Ein weiterer Effekt, der durch die Vernachlässigung der Masse entsteht, ist, daß $y_n > 1$ sein kann.

In dieser Analyse soll die Verteilung der Größe y_2 untersucht werden. Das ist die Auflösung, bei der die Anzahl der Jets von $2+1$ auf $1+1$ springt. Durch die Schreibweise $2+1$ bzw. $1+1$ soll angedeutet werden, daß man neben dem Jet des Protonenrests noch zwei weitere Jets bzw. einen weiteren Jet findet. Die Größe y_2 gibt für jedes Ereignis an, bei welcher Auflösung man neben dem Jet eines gestreuten Partons, den man im einfachen Quark–Parton–Modell erwartet, noch einen weiteren Jet findet. Nimmt man an, daß die gefundenen Jets Quarks und Gluonen entsprechen, ist $y_2 \cdot W^2$ das Quadrat der invariante Masse des Systems aus abgestrahltem Gluon und dem Quark bzw. Quark und Antiquark oder einer Kombination von Quark oder Gluon mit dem Protonrest.

5.2.3 Definition der differentiellen Jetrate

Die *Rate* für Ereignisse mit n Jets ist durch

$$R_n(y_{cut}) = \frac{N_n(y_{cut})}{N_{tot}} \tag{5.5}$$

definiert, wobei N_n die Anzahl von Ereignisse mit n Jets und N_{tot} die Anzahl aller Ereignisse ist. Die *differentielle* $2+1$*–Jetrate* in Abhängigkeit von y_{cut} wird dann durch

$$D_2(y_{cut}) = -\frac{dR_{2+1}}{dy_{cut}} = -\frac{1}{N_{tot}} \cdot \frac{dN_{2+1}}{dy_{cut}} \tag{5.6}$$

definiert, wobei dN_{2+1} die Änderung der Anzahl von Ereignissen mit 2+1 Jets bei Vergrößerung von y_{cut} auf $y_{cut} + dy_{cut}$ ist. Bei dieser Änderung der Auflösung reduziert sich die Anzahl der Jets bei einigen Ereignissen von $3+1$ oder mehr auf $2+1$. Bei einigen Ereignissen, bei denen vorher $2+1$ Jets gefunden wurden, verringert sich ebenfalls die Anzahl der Jets. Das bedeutet, daß dN_{2+1} die Differenz der Anzahl hinzugekommener und verlorener Ereignisse ist. Da die $2+1$–Jetrate für genügend große y_{cut} mit steigendem y_{cut} sinkt, wurde hier die negative Ableitung zur Definition von D_2 verwandt, so daß D_2 in dem hier betrachteten Bereich positiv ist.

Findet man bei einer Auflösung y_{cut} nur noch Ereignisse mit $2+1$ oder $1+1$ Jets, dann ist $-dN_{2+1}$ gleich der Anzahl der Ereignisse dN, bei denen $y_{cut} < y_2 < y_{cut} + dy_{cut}$ ist. In diesem Fall ist

$$D_2(y_{cut}) = \frac{1}{N_{tot}} \frac{dN}{dy_2}(y_2 = y_{cut}) \tag{5.7}$$

Das heißt, daß die y_2–Verteilung der differentiellen $2+1$–Jetrate in Abhängigkeit von y_{cut} gleicht, wenn man den Anteil von Ereignissen mit $3+1$ oder mehr Jets bei dieser Auflösung vernachlässigen kann.

5.3 Jetstruktur der Daten

5.3.1 Differentielle Jetrate

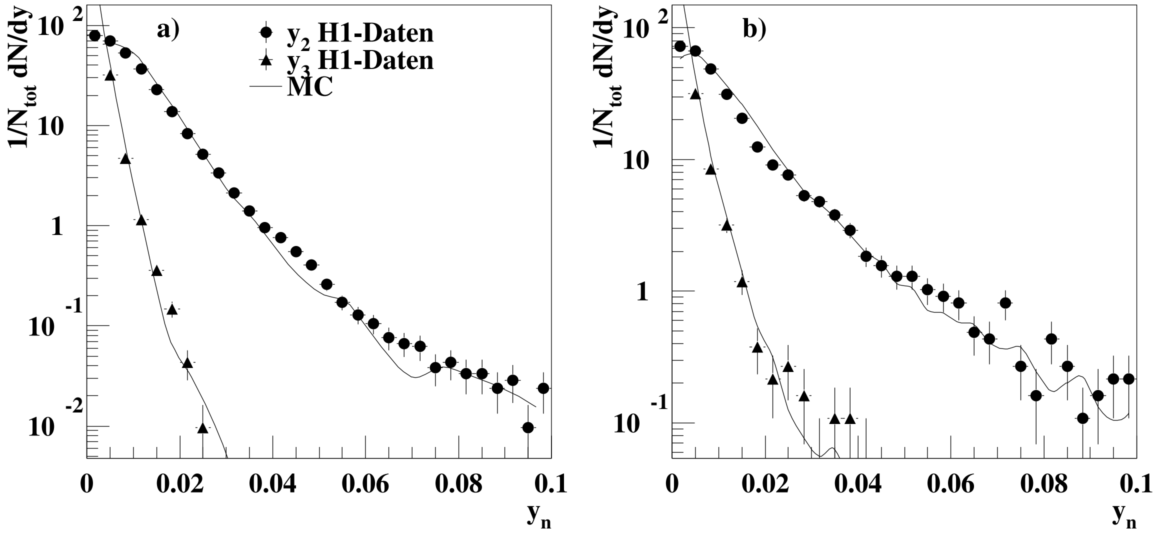

Abbildung 5.2: Verteilung des Sprunges y_n von $n+1$ auf n Jets
a): $10\,\mathrm{GeV}^2 < \mathrm{Q}^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$, **b**): $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$. *Die durchgezogenen Linien sind die Vorhersagen von LEPTO 6.3*

Die Abbildung 5.2 zeigt die Verteilung von y_2 und y_3 der selektierten Ereignisse. Die Verteilungen sind auf die Anzahl N_{tot} aller Ereignisse tiefunelastischer Streuung, die die Kriterien aus Kapitel 4 erfüllen, normiert. Die Verteilungen wurden jeweils getrennt für die Selektionen mit einem Positron im BEMC ($Q^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$) und im Flüssig–Argon–Kalorimeter ($Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$) gebildet. Die y_3 Verteilung fällt sehr viel steiler ab als die y_2 Verteilung. Bei nur wenigen Ereignissen ist $y_3 > 0.02$. Dagegen liegen viele Ereignisse bei $y_2 > 0.02$. Das bedeutet, daß man fast ausschließlich Ereignisse mit $1+1$ oder $2+1$ Jets findet, wann man beim Jetalgorithmus die Auflösung $y_{cut} = 0.02$ wählt. Integriert man die gezeigten y_2–Verteilungen über einen Bereich $y_2 > y_{min}$, wobei $y_{min} > 0.02$, erhält man die $2+1$–Jetrate R_{2+1} für die Auflösung $y_{cut} = y_{min}$. Die y_2–Verteilung entspricht also für $y_2 > 0.02$ der differentiellen Jetrate D_2. Aufgrund dieser Übereinstimmung kann bei dieser Analyse die y_2–Verteilung nach Korrektur der Detektor– und Hadronisationseffekte mit der Vorhersage von PROJET für die differentielle Jetrate verglichen werden. Durch die Messung der y_2–Verteilung anstelle der differentiellen Jetrate, kann man zur Korrektur das in Kapitel 3 dargestellte Verfahren anwenden, da man bei einzelnen simulierten Ereignissen, wie im Folgenden noch ausführlich dargestellt wird, sowohl für die rekonstruierten Jets als auch für die Partonjets y_2 bestimmen kann.

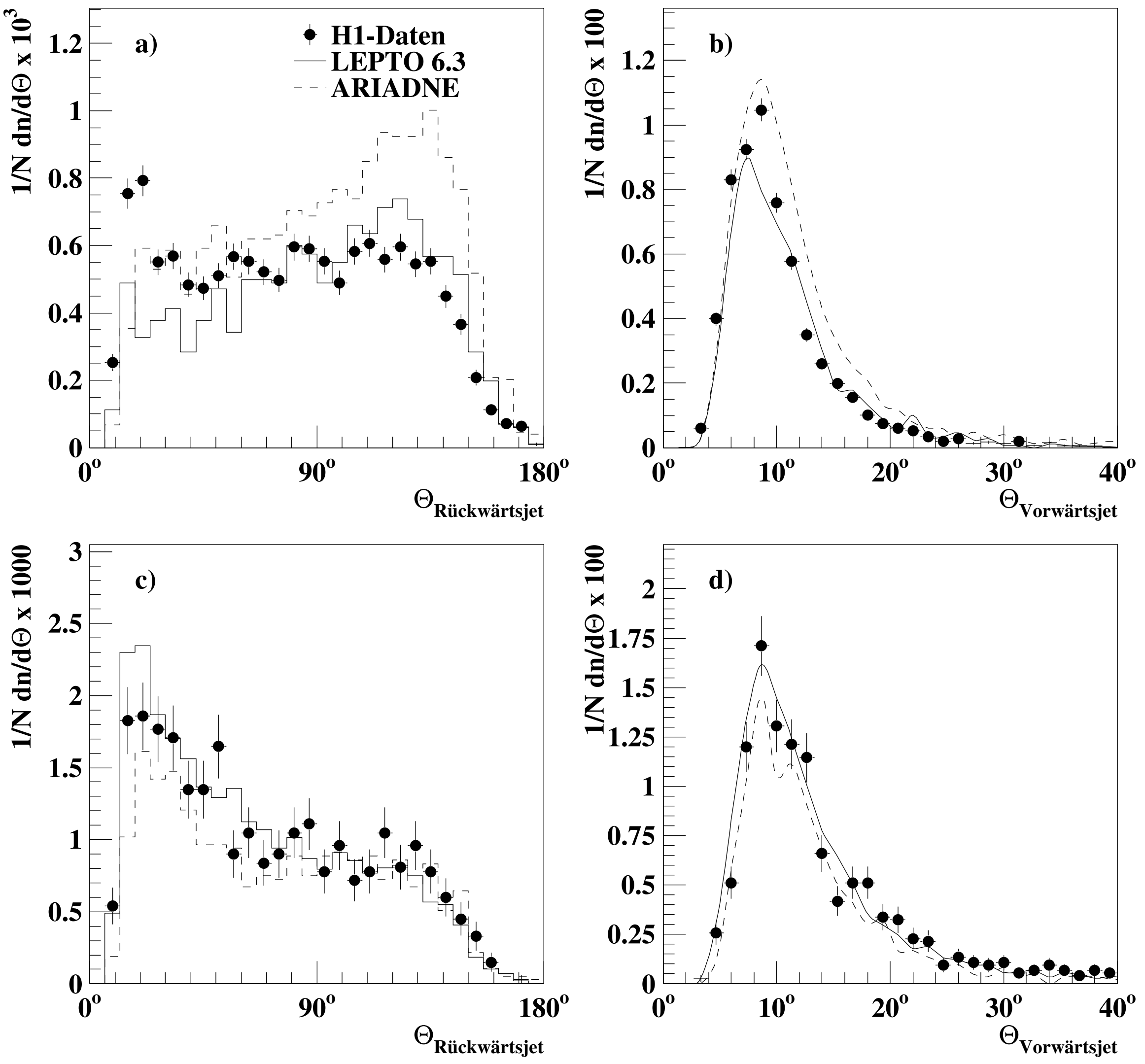

Abbildung 5.3: Winkelverteilung der Jets für $y_2 > 0.02$
a) *Rückwärtsjet für* $Q^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$, **b)** *Vorwärtsjet für* $Q^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$, **c)** *Rückwärtsjet für* $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$, **d)** *Vorwärtsjet für* $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$.

5.3.2 Richtungsverteilung der Jets

Mit dem oben beschriebenen Verfahren zur Berechnung von y_2 erhält man für jedes Ereignis die Vierervektoren für die $2 + 1$ Jets. Einer dieser Jets enthält den Vektor p^f für den Impuls, der im Strahlrohr in Vorwärtsrichtung verloren geht. Dieser Jet wird als *Protonrestjet* bezeichnet. Er zeigt mit kleinen Winkelabweichungen immer in Richtung des Protonenstrahls. Im Folgenden sollen die Eigenschaften der anderen beiden Jets dargestellt werden. Der Jet mit dem kleineren Polarwinkel wird als *Vorwärtsjet*, der andere als *Rückwärtsjet* bezeichnet. Die Polarwinkelverteilungen der beiden Jets sind in den Abbildungen 5.3 a – d für alle Ereignisse, bei denen $y_2 > 0.02$ ist, dargestellt. Auch diese Verteilungen sind auf die Anzahl N_{tot} normiert.

An der Verteilung der Polarwinkel des Vorwärtsjets in Abbildung 5.3 b und d erkennt man, daß einer der beiden Jets fast immer sehr weit vorne im Detektor gefunden wird. Die Grenze in Vorwärtsrichtung ergibt sich zum einen aus dem Akzeptanzschnitt $\Theta_{Cluster} > 7°$ und zum anderen aus der Bedingung $y_2 > 0.02$ zur Abgrenzung zum Protonrestjet.

Vergleicht man die Winkelverteilungen des Rückwärtsjets für $Q^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$ in Abbildung 5.3 a und für $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$ in Abbildung 5.3 c, erkennt man, daß bei höheren Q^2 beide Jets weiter nach vorne zeigen als bei niedrigeren. Dies ist ein kinematischer Effekt, da die Ereignisse mit höherem Q^2 im Mittel bei höherem x_{Bj} liegen[3]. Ein höheres x_{Bj} bedeutet, daß bei der Streuung ein größerer Impulsanteil des Protons beteiligt war. Das aus der Streuung hervorgehende System hat dadurch ebenfalls einen größeren Impuls in z–Richtung. Zu diesem System gehören die beiden Jets, nicht jedoch der Protonrestjet. Der größere Impuls in z–Richtung zwingt die Jets also in Vorwärtsrichtung.

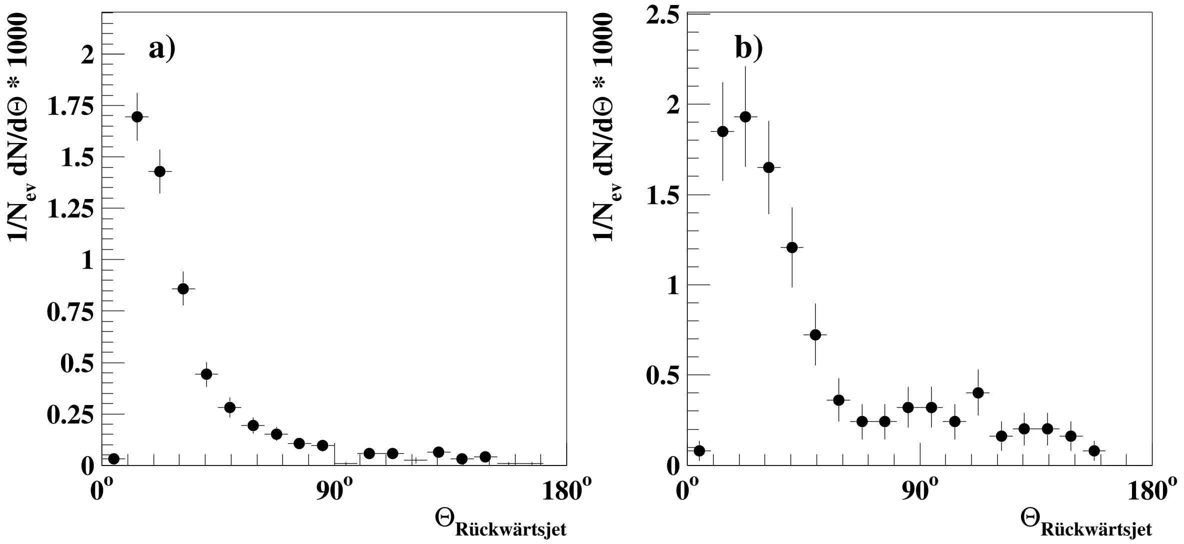

Abbildung 5.4: Winkelverteilung des Rückwärtsjets mit $\Theta_{Quark} < 100°$ **a)**: $Q^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$ *und* **b)**: $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$.

In Kapitel 6 wird der Schnitt $\Theta_{Quark} < 100°$ für den Winkel des gestreuten Quarks im einfachen Quark–Parton–Modell eingeführt. Dieser Schnitt entspricht einem Q^2 abhängigen Schnitt in x_{Bj}. Abbildung 5.4 zeigt die Winkelverteilung der gemessenen Rückwärtsjets nach diesem Schnitt. Man erkennt im Vergleich zu Abbildung 5.3, daß im Rückwärtsbereich fast keine Jets mehr auftreten. Die Akzeptanzgrenze für Hadronen in Rückwärtsrichtung bei etwa 150°, die sich durch Vermeidung des BEMC bei der Auswahl der Cluster ergibt, hat dadurch keinen Einfluß mehr.

---

[3] Siehe dazu Abbildung 4.2.

Eine weitere Möglichkeit zur Untersuchung der Jetrichtung bietet die Transformation der beiden Jets in ihr gemeinsames Schwerpunktsystem. Die Jets zeigen dann in entgegengesetzte Richtung und haben den gleichen Impulsbetrag. Es bleibt also nur eine Größe zur Beschreibung der Jetrichtung. Das ist zum Beispiel der Polarwinkel $\Theta^\star$ der gemeinsamen Jetachse gegen die ursprüngliche Protonrichtung, der in Abbildung 5.5 dargestellt ist. Die lorentzinvariante Größe

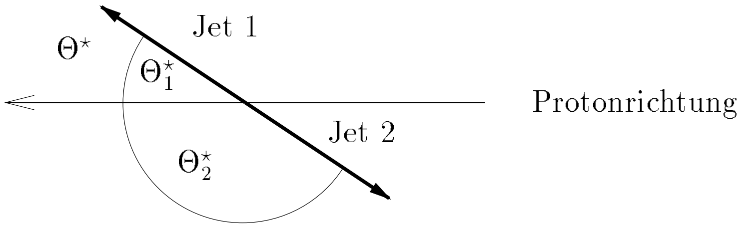

Abbildung 5.5: Das Jet–Jet–Schwerpunktsystem

$$z_p = \min_{i=1,2}\left(\frac{P\cdot p_i}{P\cdot q}\right) = \min_{i=1,2}\left(\frac{1}{2}(1-\cos\Theta_i^\star)\right) \tag{5.8}$$

beinhaltet nur diesen Winkel. $\Theta_1^\star$ und $\Theta_2^\star$ sind dabei die Polarwinkel der Jets in ihrem gemeinsamen Schwerpunktsystem und p_1 und p_2 deren Vierervektoren. Die Numerierung der Jets ist willkürlich. Die Bildung des Minimums in Gleichung 5.8 bedeutet, daß der Polarwinkel der gemeinsamen Jetachse gleich dem Polarwinkel des Vorwärtsjets in diesem System gesetzt wird. Nimmt man an, daß die Jets masselos sind, kann man z_p durch

$$z_p = \frac{\min\limits_{i=1,2}\Big(E_i(1-\cos\Theta_i)\Big)}{\sum\limits_{i=1,2} E_i(1-\cos\Theta_i)} \tag{5.9}$$

berechnen, wobei E_1, E_2 die Energien und Θ_1, Θ_2 die Polarwinkel der beiden Jets im Laborsystem sind. Die Verteilung des nach Gleichung 5.9 berechneten z_p ist in den Abbildungen 5.6 a und c dargestellt. Die Verteilungen zeigen ein ausgeprägtes Maximum bei kleinen z_p und einen nahezu konstanten Wert im Bereich $z_p > 0.2$. Kleines z_p bedeutet, daß ein Jet nahezu in Richtung des einlaufenden Protons zeigt. Man beobachtet also sowohl im Schwerpunktsystem der beiden Jets als auch im Laborsystem, daß bei einem großen Teil der Ereignisse mit 2+1 Jets ein Jet weit in Vorwärtsrichtung zeigt.

Betrachtet man die beiden Jets als das Resultat der Streuung eines Partons mit dem ausgetauschten Photon, entspricht das Schwerpunktsystem der Jets dem Schwerpunktsystem von Parton und Photon. Hierbei wird angenommen, daß der Protonrestjet keinen Transversalimpuls der Streuung trägt. Das Parton trägt den Impulsanteil ξP des Protonimpulses P. Mit dem Elektron beobachtet man jedoch im allgemeinen nur einen Teil dieses Impulsanteils. Das Verhältnis von x_{Bj} und ξ ist

$$x_p = \frac{x_{Bj}}{\xi} = \frac{Q^2}{Q^2+\hat{s}^2} \quad , \tag{5.10}$$

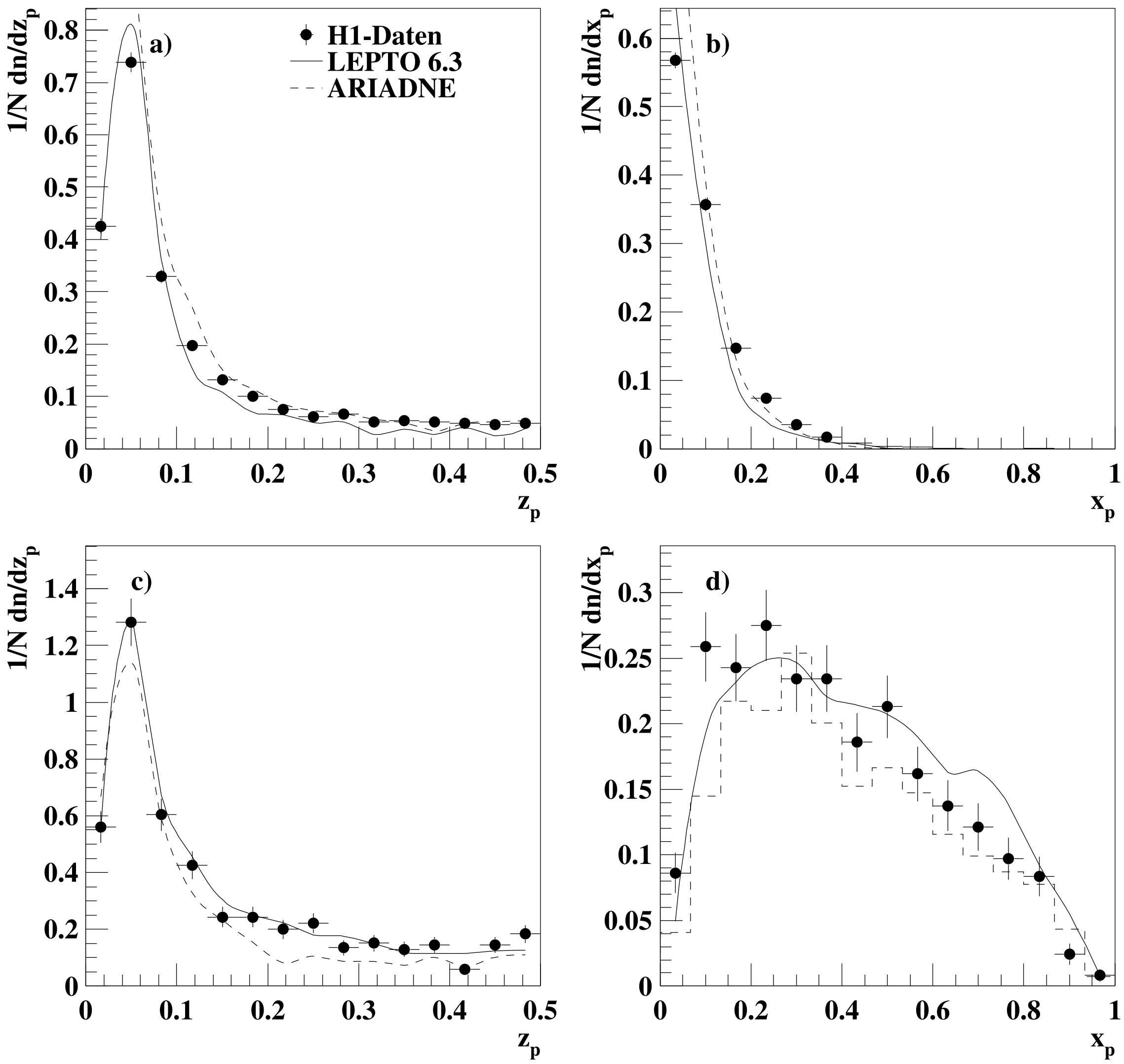

Abbildung 5.6: z_p– und x_p–Verteilung der Jets
a) *z_p–Verteilung für* $Q^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$, **b)** *$x_p$–Verteilung für* $Q^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$, **c)** *$z_p$–Verteilung für* $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$, **d)** *$x_p$–Verteilung für* $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$.

wobei $\hat{s}^2 = (p_1 + p_2)^2 = (\xi P + q)^2$. Die Verteilung von x_p ist in den Abbildungen 5.6 b und d dargestellt. Man erkennt, daß bei kleinen Q^2 der Wert von x_p im Mittel sehr viel kleiner ist als bei hohen Q^2. Das bedeutet, daß im Bereich kleiner Q^2 der Impulsanteil des Protons x_{Bj}, den das Positron bei der Streuung „spürt“, deutlich kleiner ist als der Impulsanteil des Partons, das zusammen mit dem ausgetauschten Photon die beiden Jets bildet. Im Bereich kleiner Q^2 ist das mittlere x_{Bj} zwar kleiner als bei hohen Q^2. Da der Jetalgorithmus implizit eine Mindestenergie für die beiden Jets verlangt, muß ξ jedoch genügend groß sein.

5.3.3 Jets in Vorwärtsrichtung

Beim Vergleich der vorgestellten gemessenen Jetverteilungen mit den Simulationen auf Basis von LEPTO 6.3 und ARIADNE, die ebenfalls in den Abbildungen 5.3 und 5.6 dargestellt sind, fällt auf, daß die Übereinstimmung im Bereich $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$ besser ist. Insbesondere die Winkelverteilung des Rückwärtsjets für $Q^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$ in Abbildung 5.3 a zeigt deutliche Unterschiede. LEPTO beschreibt im Bereich $\Theta > 45°$ die Daten recht gut. Die Simulation mit ARIADNE erzeugt eine Verteilung gleicher Form, aber die absoluten Werte liegen deutlich über den Daten. Darin zeigt sich, daß ARIADNE bei kleinen Q^2 mehr Ereignisse mit $2+1$ Jets produziert, als in den Daten beobachtet werden. Im Bereich $\Theta < 30°$ zeigen die Daten ein ausgeprägtes Maximum, das bei der Simulation mit LEPTO und ARIADNE nicht auftritt. In diesem Bereich liegen beide Jets sehr weit vorne im Detektor.

Bei der genaueren Untersuchung dieser Ereignisse war kein prinzipieller Unterschied zwischen Daten und simulierten Ereignissen in der Anordnung der Cluster zu beobachten. Die Wahrscheinlichkeit, energiereiche Cluster nahe am Strahlrohr zu finden, ist jedoch größer als von der Simulation vorhergesagt[4]. Dies läßt sich durch die Kombination zweier Mängel der Simulation erklären: Wie bereits bei der Auswahl der Cluster in Kapitel 5.1 beschrieben, besteht die Möglichkeit, Energie von Teilchen im Detektor zu beobachten, deren ursprüngliche Flugrichtung außerhalb des Akzeptanzbereiches lag. Man ist hier also auf eine korrekte Beschreibung der Ausläufer von Schauern im nicht instrumentierten Material im Vorwärtsbereich des Detektors sensitiv. Gleichzeitig ist der Energiefluß in diesem kleinen Winkelbereich um die Protonstrahlrichtung noch nicht genau bekannt. Wenn also dieser Energiefluß und auch die Wahrscheinlichkeit, daß ein hadronischer Schauer bis in den Akzeptanzbereich hineingeht, größer ist als in der Simulation, beobachtet man im Vorwärtsbereich mehr Energie. Daraus folgt eine größere Wahrscheinlichkeit, dort Jets zu finden, als von der Simulation vorhergesagt wird.

Im Bereich $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$ sind die Jets energiereicher und die Rate von Ereignissen mit $2 + 1$ Jets ist höher als im Bereich $Q^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$, so daß zusätzliche Energie im Vorwärtsbereich einen kleineren Effekt auf die beobachteten Jets hat. Tatsächlich wird in diesem Bereich kein signifikanter Unterschied zwischen Daten und Simulation beobachtet, wie Abbildung 5.3 c zeigt.

Durch einen schärferen Akzeptanzschnitt für die Cluster $\Theta_{cluster} > 15°$ kann man gute Übereinstimmung zwischen LEPTO und den Daten erreichen. Man verliert dadurch jedoch einen Großteil der Ereignisse mit $2 + 1$ Jets bei $y_{cut} = 0.02$, wie man anhand von Abbildung 5.3 b erkennen kann. Zu bedenken ist hierbei, daß der Akzeptanzschnitt für die Cluster nicht identisch mit einem Schnitt im Jetwinkel ist. Durch den Akzeptanzschnitt wird bei einigen Ereignissen nur ein Teil der Cluster, die zum Jet gehören, weggeschnitten. Wenn genügend Energie im Akzeptanzbereich bleibt, wird der Jet trotzdem gefunden. Er ist jedoch zu größeren Polarwinkeln verschoben, und seine Energie ist kleiner.

---

[4] Siehe dazu auch [69].

5.3.4 Energieflüsse

Die Abbildungen 5.8 und 5.9 zeigen den transversalen Energiefluß der selektierten Ereignisse, bei denen 2 + 1 Jets mit der Auflösung $y_{cut} = 0.02$ gefunden wurden. Dazu wurde der Energiefluß transversal zur Strahlachse in Abhängigkeit vom Abstand zum jeweiligen Jet über alle Ereignisse gemittelt. Der gemittelte Energiefluß ist für den Abstand im Azimutalwinkel $\Delta\phi$ und in der Pseudorapidität $\Delta\eta$ dargestellt. Die Pseudorapidität ist durch

$$\eta = -\ln\tan(\Theta/2) \tag{5.11}$$

definiert, wobei Θ der Polarwinkel ist. Der Abstand in der Pseudorapidität zum Jet ist dann

$$\Delta\eta = \eta - \eta_{jet} \quad , \tag{5.12}$$

wobei η_{Jet} die Pseudorapidität des betrachteten Jets und η die Pseudorapidität des betrachteten Detektorbereiches ist. Dem Abstand im Azimutalwinkel wurde eine Richtung zugeordnet, die von der Richtung der Jets in Bezug auf das gestreute Positron abhängt. Aufgrund der Impulserhaltung trägt das gestreute Positron den gleichen Transversalimpuls, wie die Summe der Transversalimpulse der beiden Jets. Sofern die Azimutalwinkel ϕ der beiden Jets nicht gleich sind, kann man zwei Fälle unterscheiden: Der Rückwärtsjet kann in positive oder negative ϕ–Richtung näher zum gestreuten Positron liegen. Die positive $\Delta\phi$–Richtung ist so definiert, daß sie vom Rückwärtsjet aus auf dem kürzeren Weg zum Vorwärtsjet zeigt. In Abbildung 5.7 ist diese Definition in der Ebene senkrecht zur z–Achse dargestellt.

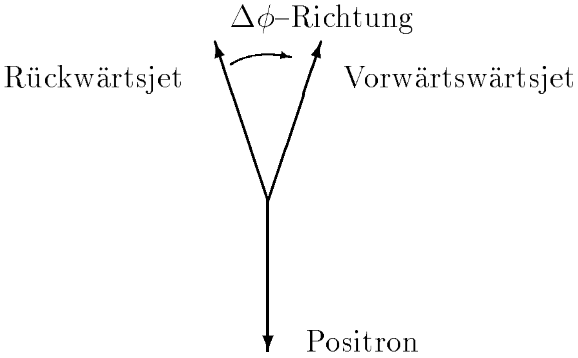

Abbildung 5.7: Definition der $\Delta\phi$–Richtung

Die ausgeprägten Maxima bei Null in den Dartellungen 5.8 und 5.9 belegen, daß der Jetalgorithmus Bereiche des hadronischen Endzustandes, in denen der Energiefluß kollimiert

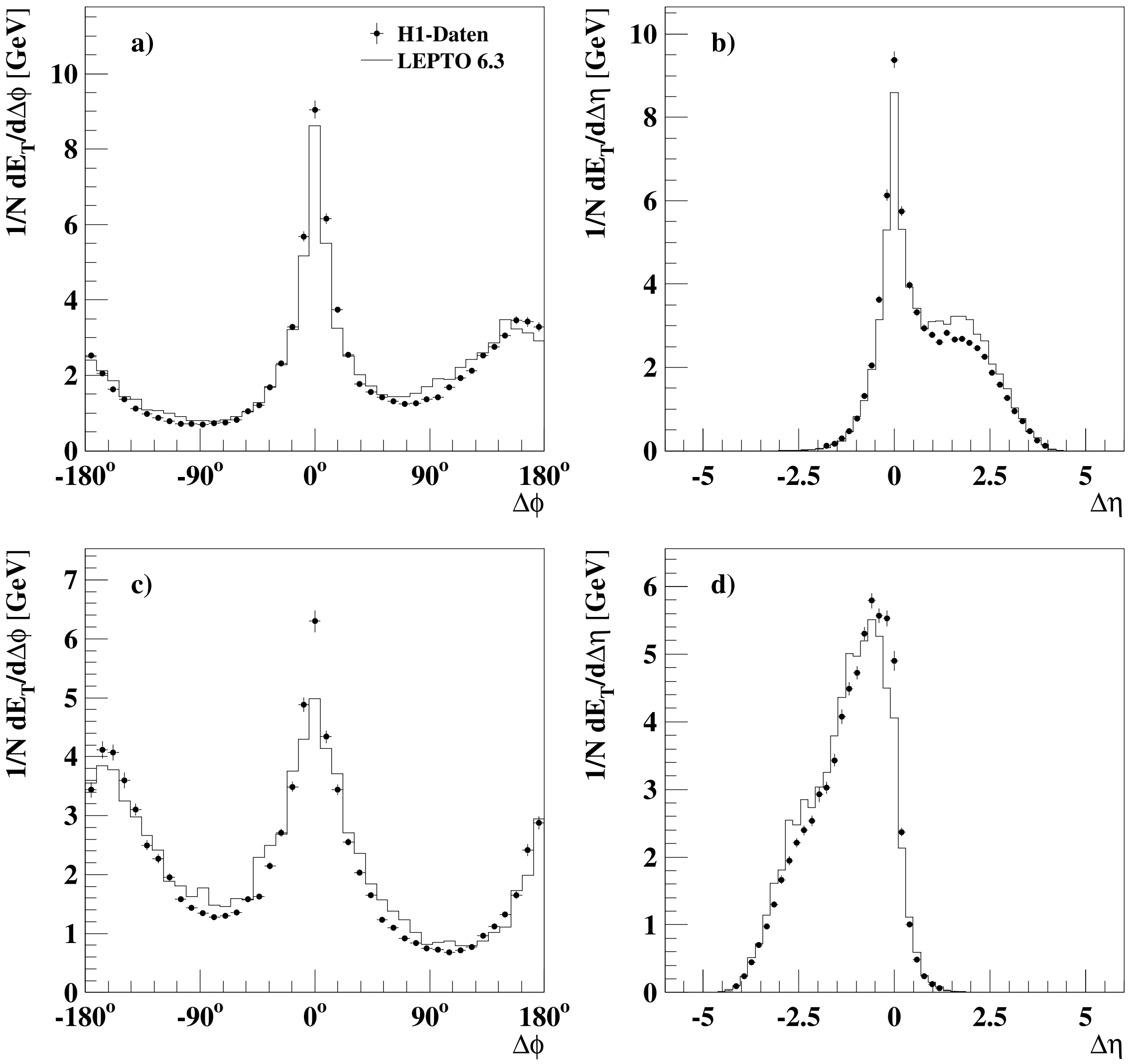

Abbildung 5.8: Transversaler Energiefluß für $Q^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$
a): *in* $\Delta\phi$ *gegen den Rückwärtsjet,* **b)**: *in* $\Delta\eta$ *gegen den Rückwärtsjet,* **c)**: *in* $\Delta\phi$ *gegen den Vorwärtsjet,* **d)**: *in* $\Delta\eta$ *gegen den Vorwärtsjet, wobei* $\Delta\eta$ *der Abstand von der Jetachse in der Pseudorapidität ist und* $\Delta\phi$ *der Abstand im Azimutalwinkel.* η *wächst in Richtung der* z*–Achse des Laborsystems. Die positive* ϕ*–Richtung zeigt für den Rückwärtsjet vom gestreuten Positron weg (siehe Text). Der Energiefluß transversal zur Strahlachse ist angegeben. Bei der Berechnung von* $dE_T/d\Delta\phi$ *wurde* $\Delta\phi$ *im Bogenmaß verwendet.*

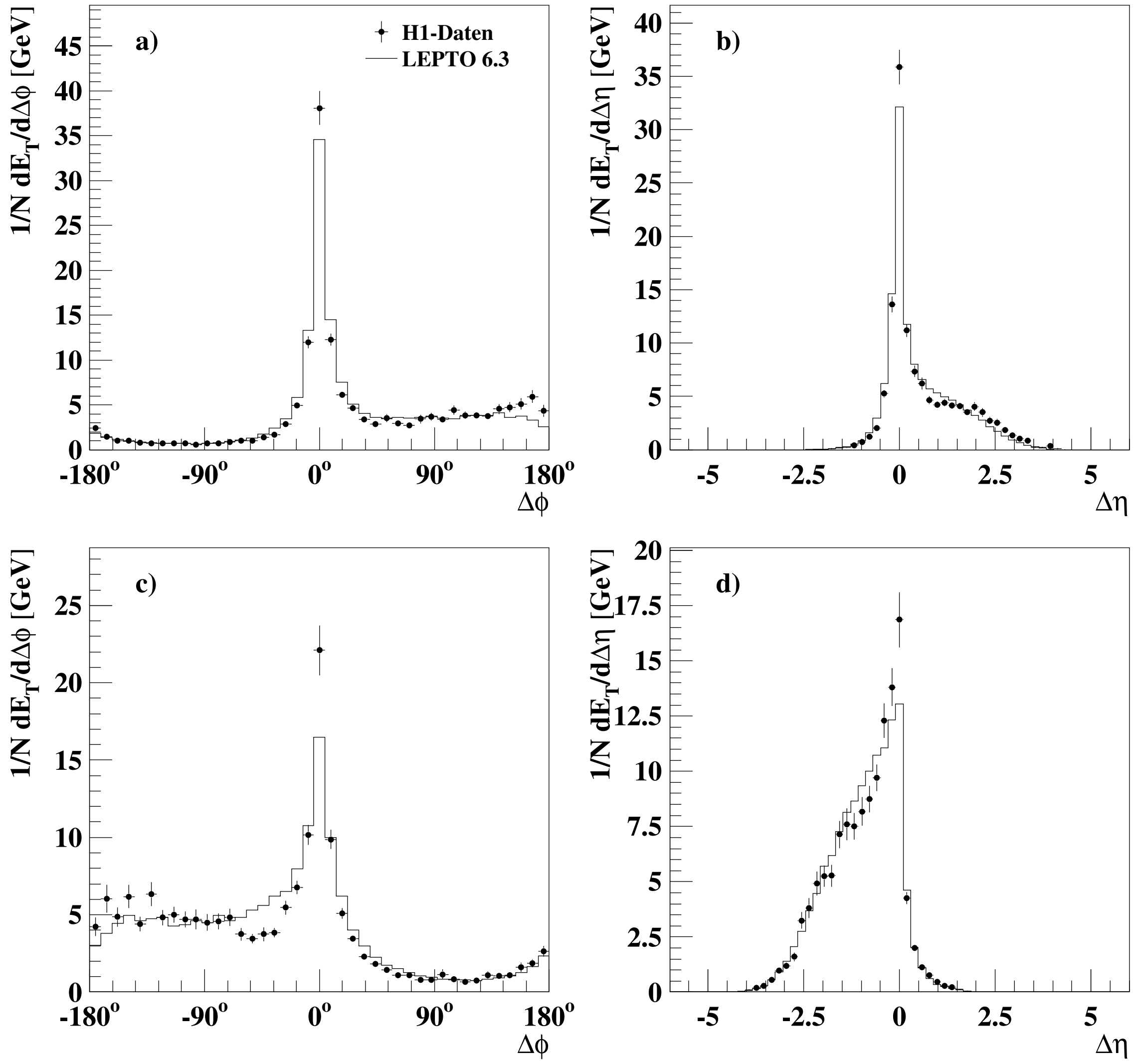

Abbildung 5.9: Transversaler Energiefluß für $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$
wie Abbildung 5.8

ist, findet. Der Vergleich des Energieflusses im Bereich $Q^2 < 100\,\text{GeV}^2$ in Abbildung 5.8 mit demjenigen im Bereich $Q^2 > 100\,\text{GeV}^2$ zeigt, daß bei höheren Q^2 die Energie stärker kollimiert ist und die Jets mehr Energie haben.

Da der jeweils andere Jet im allgemeinen nicht bei konstantem $\Delta\eta$ bzw. $\Delta\phi$ liegt, erscheint der zugehörige Energiefluß verteilt, obwohl die Jetenergie kollimiert ist. So ist zum Beispiel bei hohen Q^2 der Energiefluß des Vorwärtsjets in Bezug auf die Richtung des Rückwärtsjets, wie man in Abbildung 5.9 a bei positiven $\Delta\phi$ erkennt, nahezu konstant in $\Delta\phi$.

Beim Vergleich des Energieflusses gegen $\Delta\phi$ für kleinere Q^2 in den Abbildungen 5.8 a und c mit denen bei höheren Q^2 in den Abbildungen 5.9 a und c erkennt man an dem stärkeren Anstieg zum Rand hin, daß bei $Q^2 < 100\,\text{GeV}^2$ die beiden Jets nahezu maximal weit in ϕ entfernt liegen. Im Bereich $Q^2 > 100\,\text{GeV}^2$ ist der Abstand in ϕ eher gleichverteilt. Das ist durch die Kinematik der Ereignisse vorgegeben: Bei kleinen Q^2 ist der Transversalimpuls des gestreuten Positrons klein. Da die Summe über alle Transversalimpulse Null ist, können die beiden Jets ihren jeweiligen Transversalimpuls dort nur gegenseitig kompensieren, sofern dieser groß ist. Das bedeutet, daß sie in Bezug auf den Azimutalwinkel in entgegengesetzte Richtung zeigen müssen.

In den Abbildungen 5.8 und 5.9 sind die Energieflüsse für die simulierten Ereignisse, die mit LEPTO 6.3 MEPS erzeugt wurden, als durchgezogene Linie dargestellt. Die Verteilungen für die Rückwärtsjets stimmen gut mit den gemessenen Verteilungen überein. Bei den Vorwärtsjets der Daten ist der Energiefluß am Maximum höher als bei den simulierten Ereignissen, wie die Abbildungen 5.8 c und 5.9 c zeigen. Hierbei zeigt sich, wie bereits oben diskutiert, daß die Wahrscheinlichkeit, im Vorwärtsbereich energiereiche Cluster zu finden, größer ist, als von der Simulation vorhergesagt wird.

5.4 Rekonstruktion der Partonjets

Anhand von simulierten Ereignissen läßt sich untersuchen, wie die rekonstruierten Jets mit den Partonjets korrelieren. Zur Bildung der Partonjets wird der Jetalgorithmus auf die Quarks und Gluonen der Monte–Carlo–Simulation, sowie die Teilchen des Protonrests angewandt. Dabei werden alle Partonen, die den Ausgangspunkt für die Hadronisation bilden, verwandt. Bei LEPTO MEPS sind das die Quarks und Gluonen, die aus den Partonschauern folgen und der Protonrest. Die Partonjets werden mit den Jets, die anhand der Detektorgrößen rekonstruiert wurden, verglichen. Die Abbildungen 5.10 a bis 5.15 a zeigen, wie die aus den Partonjets gebildeten Größen y_2, Θ_{Jet} und z_p mit den rekonstruierten Größen[5] korreliert sind. In den Abbildungen 5.10 b bis 5.11 b sind die Verteilungen der Abweichung zwischen rekonstruierter Partonjetgröße dargestellt. Die Quadratwurzel der mittleren quadratischen Abweichung σ ist für jede Größe in Tabelle 5.1 zu finden. Verwendet wurden simulierte Ereignisse, die mit LEPTO 6.3 MEPS generiert und dann mit dem in Kapitel 4 beschriebenen Verfahren selektiert wurden.

---

[5] Die Größen der rekonstruierten Jets werden mit *rek* bezeichnet, die der Partonjets mit *par*.

Jetgröße	σ e^+ im BEMC	σ e^+ im lAr
y_2	0.007	0.008
y_2 für $y_{rek} > 0.02$	0.011	0.013
z_p	0.12	0.10
z_p für $z_{p\ rek} > 0.1$	0.15	0.12
$\Theta_{Vorwärtsjet}$	19°	14°
$\Theta_{Rückwärtsjet}$	27°	21°

Tabelle 5.1: Auflösung bei der Jetrekonstruktion

Die Abbildungen 5.10 b und 5.11 b zeigen die Verteilung von $\Delta y_2 = y_{rek} - y_{par}$. Dargestellt ist diese Verteilung zum einen für alle simulierten Ereignisse und zum anderen nur für die Ereignisse, bei denen $y_{rek} > 0.02$ ist. Man erkennt, daß die Verteilung mit wachsendem y_2 breiter wird.

Die Korrelation der Polarwinkel der Partonjets Θ_{par} und der rekonstruierten Jets Θ_{rek} ist in den Abbildungen 5.12 a und 5.13 a dargestellt. Für jedes simulierte Ereignis, bei dem $y_{rek} > 0.02$ ist, wurden jeweils zwei Einträge gemacht, einer für den Vorwärtsjet und einer für den Rückwärtsjet. Dabei wurde der Vorwärtsjet bzw. der Rückwärtsjet der Partonjets mit dem Vorwärtsjet bzw. Rückwärtsjet der rekonstruierten Jets verglichen. Man erkennt eine größere Abweichung in Vorwärtsrichtung: In den Abbildungen 5.12 a und 5.13 a zeigt sich ein Band von Ereignissen im Bereich $0° < \Theta_{rek} < 15°$, das sich bis $\Theta_{par} \approx 50°$ erstreckt. Die Vorwärtsjets der Partonjets sind über einen größeren Winkelbereich verteilt als die der rekonstruierten Jets. Die rekonstruierten Vorwärtsjets befinden sich fast ausschließlich im Bereich $\Theta < 20°$, wie in Abbildung 5.3 b und d gezeigt ist. Generell werden die Jets durch die Hadronisation nach vorne gezogen, insbesondere im Bereich $Q^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$, wie man an der Verteilung des Abstandes $\Delta\Theta = \Theta_{rek} - \Theta_{par}$ in Abbildung 5.12 b an den Beiträgen für negative Winkelabstände erkennen kann. Im Bereich $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$ liegen die rekonstruierten Jets im Mittel um 5° weiter vorne als die Partonjets, im Bereich $Q^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$ um 13°. Diese Verschiebung in Vorwärtsrichtung ist zu erwarten, da die Hadronisation in LEPTO von einem Farbfluß zwischen den Partonen und dem Protonrest ausgeht. Daher werden Hadronen in Vorwärtsrichtung erzeugt, auch wenn die Partonenjets weiter hinten liegen. Diese Hadronen tragen einen Teil des Impulses des Protonrests. Der Jetalgorithmus ordnet jedoch nur einen Teil dieser Hadronen dem Protonrestjet zu, so daß die rekonstruierten Jets mehr Impuls in z–Richtung haben als die Partonjets.

Die Korrelation für z_p, die in den Abbildungen 5.14 a und 5.15 a dargestellt ist, ist für große z_p kaum zu erkennen. Bei kleinen z_p der Partonjets werden jedoch auch kleine z_p rekonstruiert. Die meisten Ereignisse liegen bei kleinen z_p. Die Verteilung des Abstandes $\Delta z_p = z_{p\ rek} - z_{p\ par}$, die in den Abbildungen 5.14 b und 5.15 b gezeigt sind, ist daher schmal. Der Fehler bei der z_p Rekonstruktion ist $\sigma_{z_p} = 0.1$. In den Abbildungen 5.14 b und 5.15 b ist die Verteilung für die Ereignisse, bei denen $z_{p\ rek} > 0.1$ ist, als unterbrochene

Linie dargestellt. Besonders im Bereich $Q^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$ ist diese Verteilung breiter als die Verteilung für den ganzen z_p–Bereich.

In dieser Analyse wird vorausgesetzt, daß LEPTO die Auflösung für Jetgrößen richtig beschreibt. Damit die Korrektur der gemessenen y_2–Verteilung sinnvoll ist, ist es notwendig, daß LEPTO die gemessenen Verteilungen über die Schnitte zur Datenselektion hinweg beschreibt. Dies ist besonders bei der z_p–Verteilung wichtig, bei der die Migrationen groß sind, da zur Messung von α_s in dieser Analyse ein Schnitt in z_p angewandt wird. Da LEPTO im Bereich kleiner $z_{p\ rek}$ die Daten gut beschreibt, ist gewährleistet, daß die Anzahl an Ereignissen, die in den Meßbereich migrieren, gut beschrieben wird.

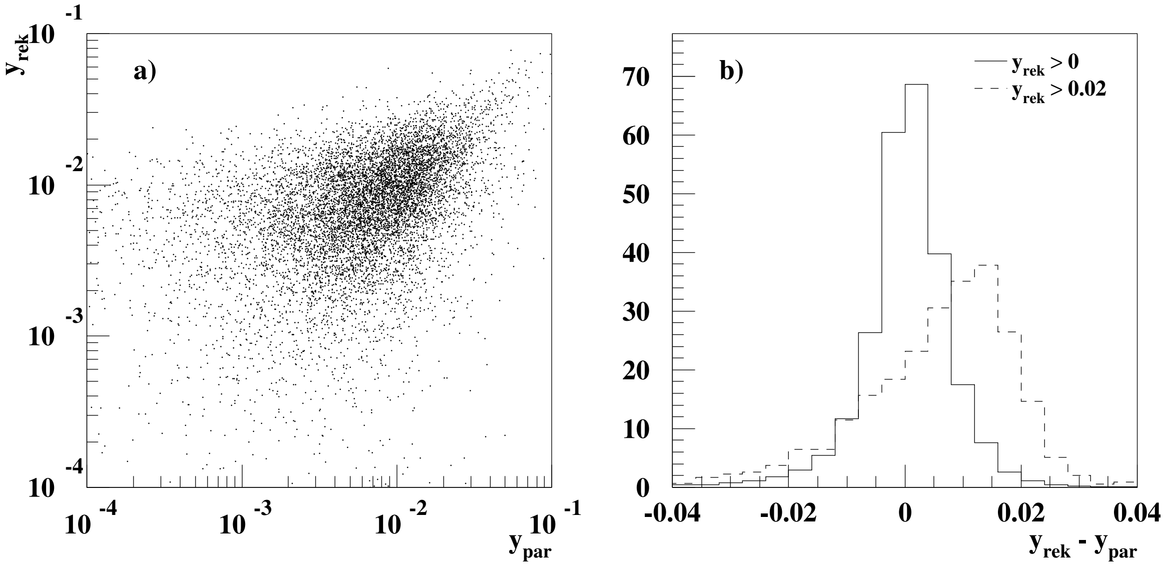

Abbildung 5.10: y_2 Auflösung, $Q^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$
a) *zeigt* y_2 *der rekonstruierten Jets, bezeichnet mit* y_{rek}*, gegen* y_2 *der Partonjets, bezeichnet mit* y_{par}*, für alle simulierten Ereignisse, die nach dem in Kapitel 4 beschriebenen Verfahren selektiert wurden. Die Ereignisse wurden mit LEPTO 6.3 MEPS generiert. In* b) *sind die Verteilungen des Abstandes* $\Delta y_2 = y_{rec} - y_{par}$ *für diese simulierten Ereignisse und für den Anteil, bei dem* $y_{rec} > 0.02$ *ist, dargestellt*

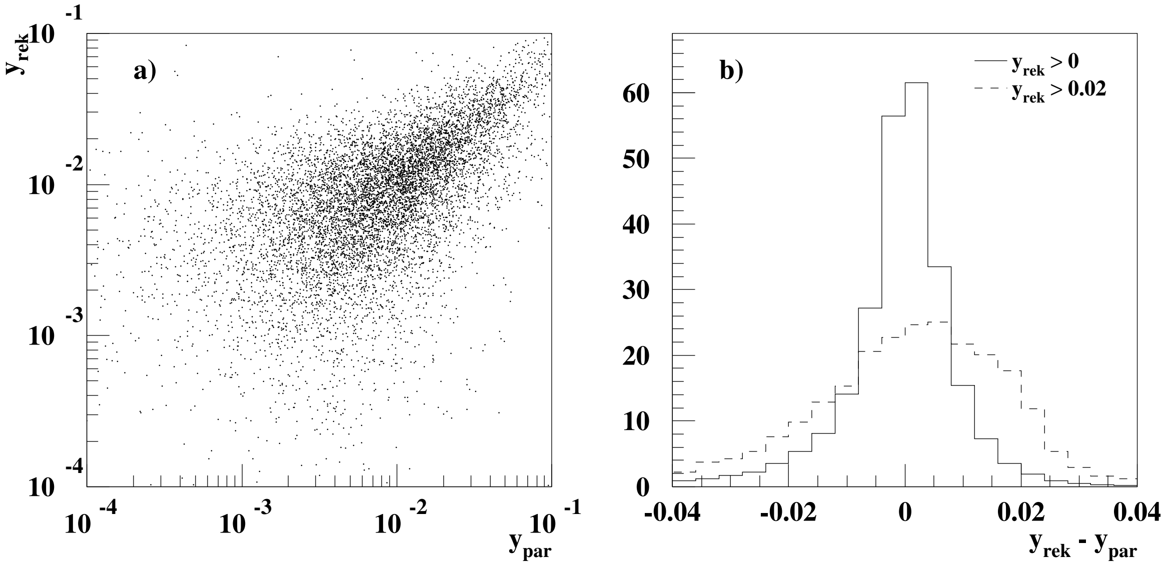

Abbildung 5.11: y_2 Auflösung, $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$
Wie Abbildung 5.10.

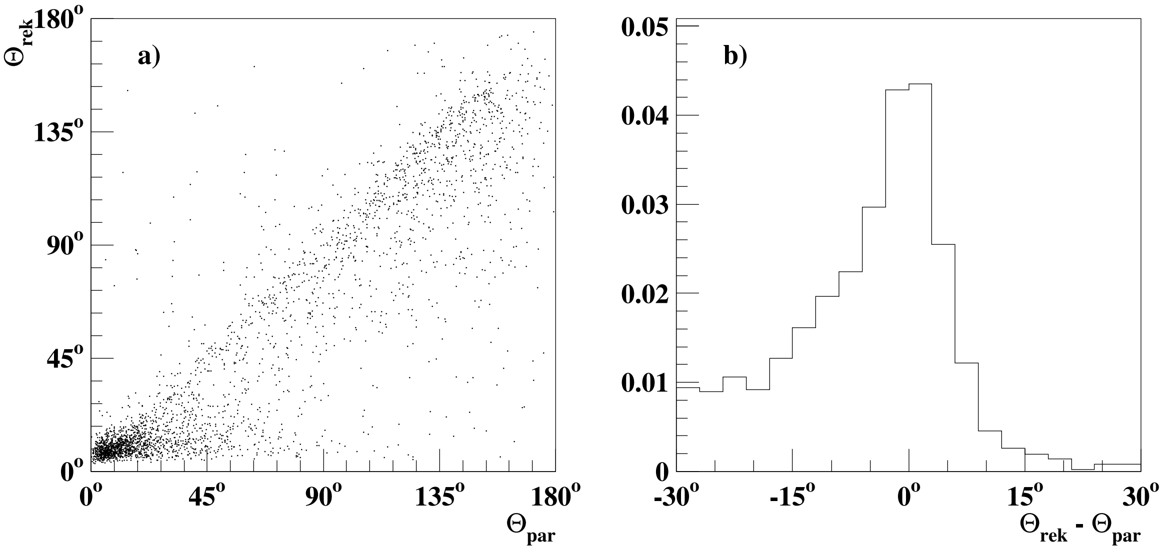

Abbildung 5.12: Jetwinkel Auflösung, $Q^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$
a) *zeigt den Polarwinkel* Θ_{rek} *der rekonstruierten Jets gegen den Polarwinkel* Θ_{par} *der Partonjets für alle simulierten und selektierten Ereignisse, bei denen* $y_{rek} > 0.02$ *ist. Für jedes dieser Ereignisse wurde jeweils für den Vorwärtsjet und für den Rückwärtsjet ein Eintrag gemacht.* **b)** *zeigt die Verteilung des Abstands* $\Delta\Theta = \Theta_{rek} - \Theta_{par}$ *für Rückwärts- und Vorwärtsjet dieser Ereignisse.*

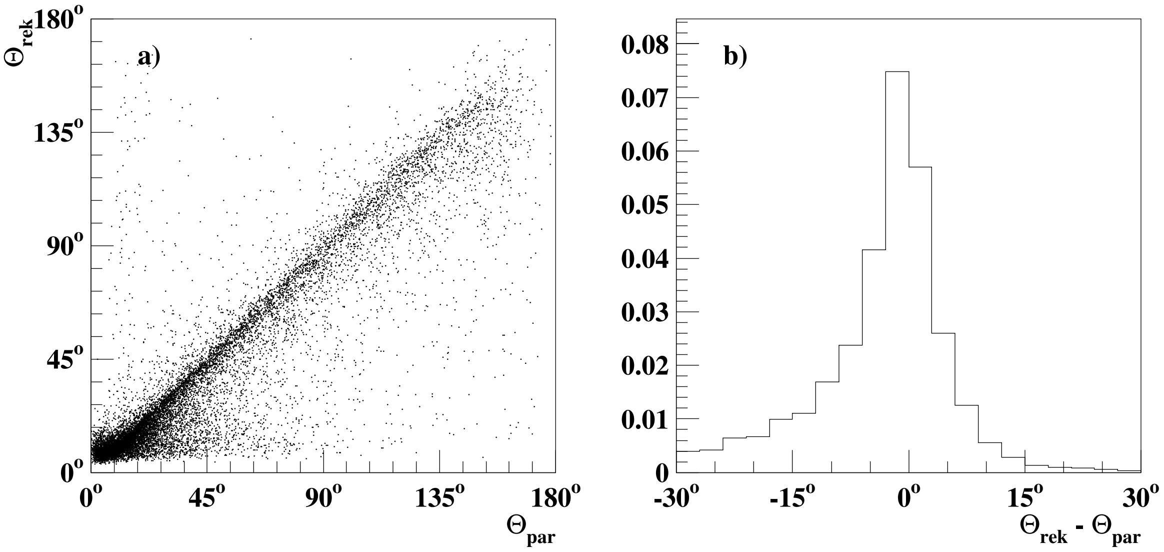

Abbildung 5.13: Jetwinkel Auflösung, $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$
Wie Abbildung 5.12

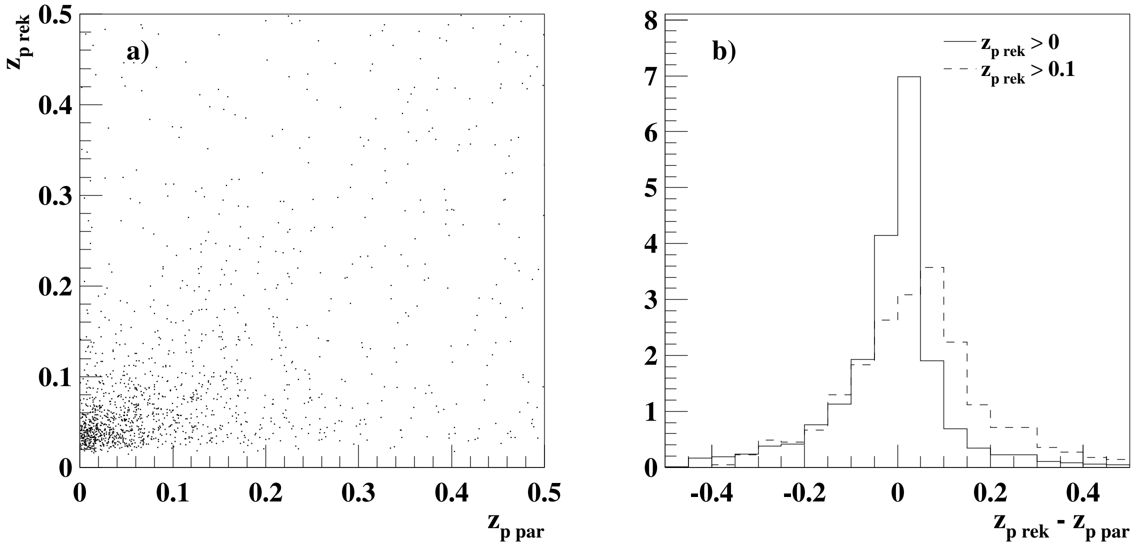

Abbildung 5.14: z_p Auflösung, $Q^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$
a) *zeigt* z_p *ermittelt aus den rekonstruierten Jets* ($z_{p\ rek}$) *gegen das aus den Partonjets ermittelte* $z_{p\ par}$ *für alle simulierten und selektierten Ereignisse, bei denen* $y_{rec} > 0.02$ *ist.* b) *zeigt die Verteilung des Abstandes* $\Delta z_p = z_{p\ rek} - z_{p\ par}$ *für diese simulierten Ereignisse als durchgezogene Linie und für simulierte Ereignisse, bei denen zusätzlich* $z_{p\ rek} > 0.1$ *ist, als durchbrochene Linie.*

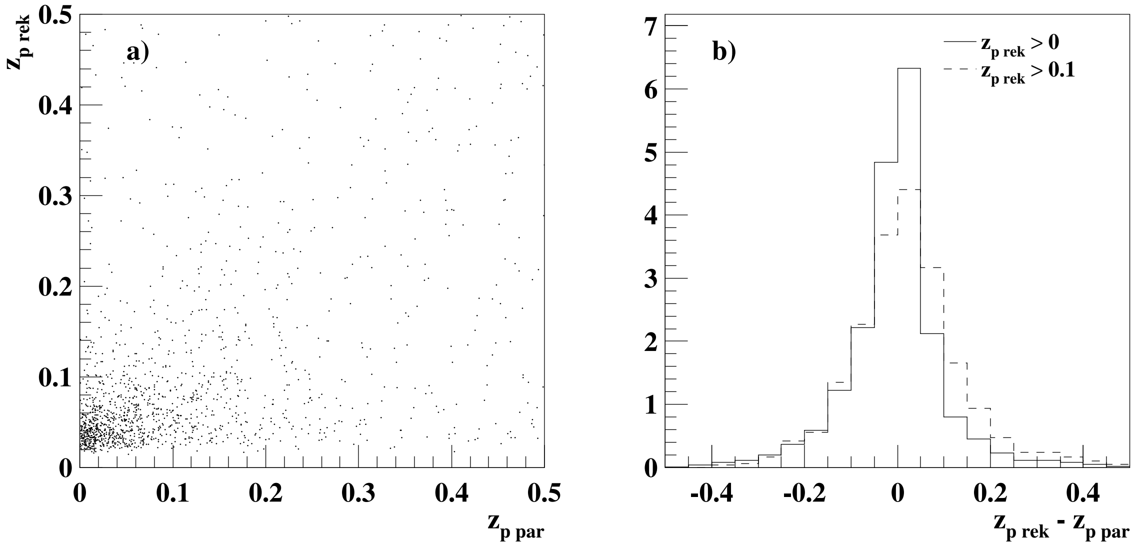

Abbildung 5.15: z_p Auflösung, $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$

Kapitel 6

Einfluß der Partonschauer

Die gemessenen differentiellen $2+1$–Jetraten sollen mit den QCD–Rechnungen von PROJET verglichen werden. PROJET macht Vorhersagen für Raten und Verteilungen von Partonjets, wie in Kapitel 1.5 dargestellt ist. Die Daten müssen daher um den Einfluß des Detektors und der Hadronisation korrigiert werden. In Kapitel 5.4 wurde dieser Einfluß anhand von LEPTO dargestellt. Dabei wurde der Jetalgorithmus einerseits auf die Energiecluster der Kalorimeter und andererseits auf die Quarks und Gluonen, die aus der Kombination des Matrixelementes zur 1. Ordnung in α_s mit Partonschauern gebildet werden, angewandt. Wie im Folgenden erläutert wird, ist es nicht eindeutig, ob bei der Korrektur der Daten der Effekt der Partonschauer ebenfalls berücksichtigt werden sollte. Der Einfluß der Partonschauer stellt eine Unsicherheit bei der Korrektur dar.

Verwendet man nur das Matrixelement zur 1.Ordnung α_s, werden maximal $2+1$ Partonen einschließlich Protonrest erzeugt, da nur eine Quark–Gluon–Kopplung auftritt. Es müssen also keine Partonen zusammengefaßt werden, um Ereignisse mit $2+1$ Partonjets zu bilden. Durch die Kombination von Matrixelement und Partonschauer werden im allgemeinen deutlich mehr als $2+1$ Partonen erzeugt. Daher sind bei der Anwendung des Jetalgorithmus auf diese Partonen mehrere Rekombinationsschritte nötig, um $2+1$ Partonjets zu bilden. Im Gegensatz zum Matrixelement alleine haben diese Partonjets eine von Null verschiedene Masse. Vergleicht man die Häufigkeiten und Verteilungen für $2+1$ Partonjets, die man über das Matrixelement erhält, mit denen, die sich nach Abstrahlung der Partonschauer ergeben, zeigt sich der Effekt der Rekombination von Partonen bei der Wahl des Jetalgorithmus. Wichtig ist hierbei, daß der Auflösungsparameter y_{cut} des Jetalgorithmus größer als der Divergenzschnitt y_{min} für das Matrixelement, der die maximale Virtualität der Partonschauer bestimmt, gewählt wird. Dadurch wird vermieden, daß der Jetalgorithmus die einzelnen Abstrahlungen des Partonschauers auflöst.

In der Rechnung zur Ordnung α_s^2 in PROJET werden maximal $3+1$ masselose Partonen zu $2+1$ masselosen Partonjets zusammengefaßt. Das heißt, daß zwar maximal ein Rekombinationsschritt vollzogen wird, aber auch daß das Schema zur Rekombination vieler Partonen nicht genau festgelegt ist. Korrigiert man die Daten auch auf den Einfluß der Partonschauer, kompensiert man also Effekte der Rekombination, die in PROJET zum Teil schon berücksichtigt sind. Wenn man stattdessen diesen Einfluß nicht korrigiert, bleiben Effekte, die bei der Rekombination vieler Partonen auftreten, unberücksichtigt.

Aus dieser Unsicherheit bezüglich der Korrektur folgt, daß bei großem Einfluß der Partonschauer in Bezug auf die Partonjets ein Vergleich der Messung mit PROJET und die daraus folgende Messung von α_s nicht sinnvoll ist. Der genaue Wert des Einflusses der Partonschauer auf die Häufigkeiten und Verteilungen der Partonjets ist nicht von besonderer Bedeutung, da die Partonschauer ein Modell sind, das von vielen Parametern abhängt. Wichtig ist eher die Variation des Einflusses über den Phasenraum der Elektronstreuung und der Jets. Es ist jedoch zu beachten, daß LEPTO die Meßdaten gut beschreibt, das heißt, daß die Parameter in Verbindung mit den Hadronisationsparametern geeignet gewählt sind.

Im Folgenden wird der Einfluß der Partonschauer auf die differentielle Jetrate dargestellt. Dazu werden die Häufigkeiten und Verteilungen von $2+1$ Partonjets, die nur über das Matrixelement in LEPTO erzeugt werden, mit denen verglichen, die man nach Abstrahlung der Partonschauer erhält. Es soll ein Bereich im Phasenraum gesucht werden, in dem der Unterschied möglichst klein ist. Das bedeutet, daß man Schnitte in geeigneten Größen finden muß, durch die der Einfluß reduziert wird.

6.1 Ursache für den Einfluß der Partonschauer

Durch die Abstrahlung von Partonschauern von den Partonen, die aus der Simulation des QCD–Matrixelementes stammen, werden deren Energien und Impulse auf eine größere Zahl von Teilchen verteilt. Das gilt auch für den Partonschauer, der vom einlaufenden Parton abgestrahlt wird, wobei die Energie und der Impuls des Protonrests verteilt werden. Wendet man den JADE–Jetalgorithmus auf die Partonen nach Abstrahlung der Partonschauer an, sind die resultierenden Jets nicht unbedingt identisch mit den ursprünglichen Partonen der Simulation des Matrixelements. Ursache dafür ist, daß nach den Abstrahlungen nicht mehr eindeutig ist, welches Parton von welchem abgestrahlt wurde. Das führt dazu, daß Energie und Richtung der Jets nicht exakt mit den ursprünglichen Partonen übereinstimmen.

Durch die Partonschauer können zusätzliche Jets gefunden werden, auch wenn die Abstrahlungen eines einzelnen Partonschauers vom Jetalgorithmus bei der Auflösung $y_{cut} > y_{min}$ nicht aufgelöst werden: Ein abgestrahltes Parton wird vom Jetalgorithmus nicht mehr dem Ursprungsparton zugeordnet, wenn es mit einem anderen Parton eine kleinere invariante Masse bildet. Es können also Teile des Partonschauers, der vom einlaufenden Parton abgestrahlt wird, mit Teilen der Partonschauer der gestreuten Partonen verbunden werden. Dabei kann der resultierende Viererimpuls so groß werden, daß ein zusätzlicher Jet gefunden wird. Die invariante Masse, die dieser Jet mit einem der übrigen zusammen bildet, ist dann größer als die obere Grenze für jeden einzelnen Partonschauer. Andererseits kann durch die Partonschauer die Zahl der gefundenen Jets auch verkleinert werden, falls ein genügend großer Teil der Partonschauer, die von den gestreuten Partonen abgestrahlt werden, mit dem Protonrest verbunden werden.

6.2 Einfluß auf die y_2–Verteilung

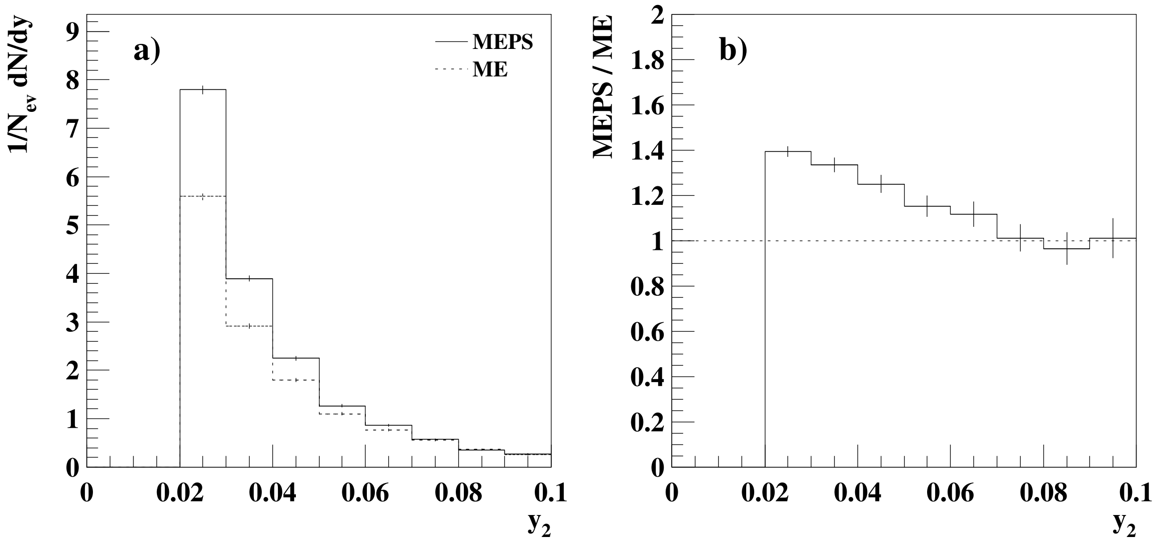

Abbildung 6.1: Differentielle Jetrate auf Partonniveau mit und ohne Partonschauer *Die Abbildung zeigt die Verteilungen y_2 (*a*) und das Verhältnis beider Verteilungen zueinander (*b*). Generiert wurde mit LEPTO im kinematischen Bereich $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$, $W^2 > 5000\,\mathrm{GeV}^2$, $y < 0.7$*

Zur Untersuchung des Einflusses der Partonschauer auf die 2 + 1–Jetrate wurden zwei Sätze von Ereignissen mit LEPTO simuliert: Der eine mit ausschließlich dem QCD–Matrixelement (ME), der andere mit Matrixelement und Partonschauer (MEPS). Dabei wurden die kinematischen Schnitte entsprechend der Datenselektion, wie in Kapitel 4 beschrieben, gewählt, wobei die generierten kinematischen Größen verwandt wurden. Der Jetalgorithmus wurde auf die Partonen angewandt. Die im Folgenden vorgestellte Untersuchung bezieht sich daher nur auf Partonjets.

Abbildung 6.1 a zeigt die Verteilung von y_2 im Bereich $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$ jeweils für MEPS und ME und Abbildung 6.1 b das Verhältnis der y_2–Verteilungen. Als Divergenzschnitt für das Matrixelement wurde $y_{min} = 0.015$ gewählt. Unterhalb dieses Schnittes ist der Vergleich der y_2 Verteilungen nicht sinnvoll, da das Matrixelement dort keine Ereignisse zuläßt. Daher beginnt die gezeigte Verteilung erst bei 0.02.

Die Jetrate bei MEPS liegt über den ganzen y_2 Bereich oberhalb derjenigen bei ME. Das bedeutet, daß durch die Partonschauer im gesamten y_2–Bereich zusätzliche Jets erzeugt werden. Direkt oberhalb von $y_2 = 0.02$ wird im Bereich $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$ die Jetrate durch die Partonschauer um 40% erhöht. Ein Vergleich zwischen Meßdaten und der QCD–Rechnung scheint hier nicht sinnvoll. Zu größeren y_2 Werten hin verschwindet der Unterschied zwischen ME und MEPS jedoch fast völlig.

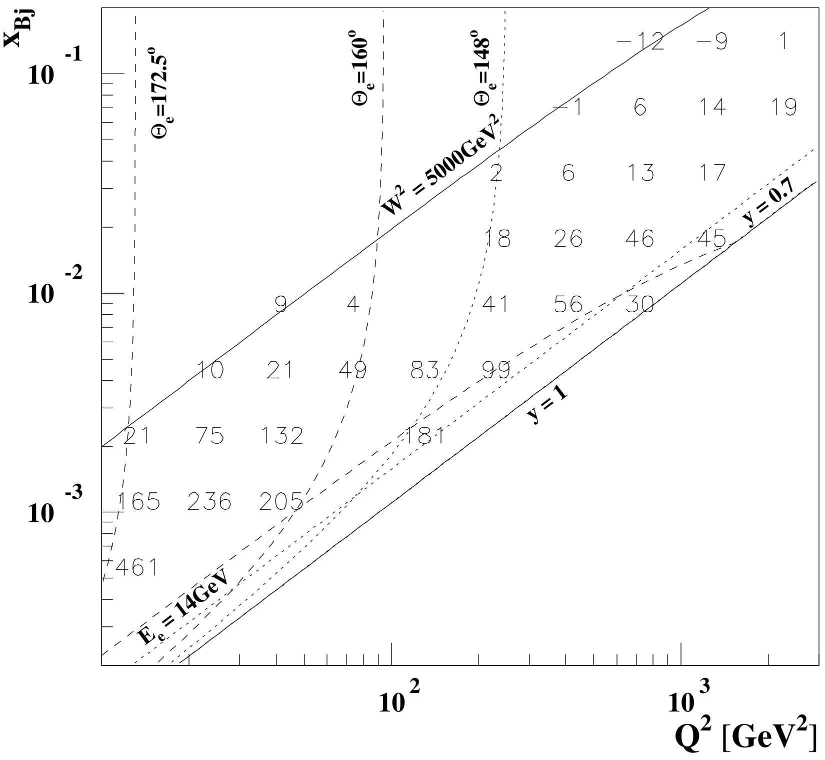

Abbildung 6.2: Einfluß der Partonschauer in der kinematischen Ebene
Gezeigt ist die Änderung der integrierten $2+1$ *Jetrate* R_{2+1} *auf Partonniveau durch Hinzufügen der Partonschauer. Die Zahlenangaben sind in Prozent. Die Jetrate wurde über den Bereich* $y_2 > 0.02$ *integriert. Die doppelt logarithmisch dargestellte kinematische Ebene in* x_{Bj} *und* Q^2 *wurde in beiden Größen jeweils in zehn gleiche Abschnitte unterteilt. Die Zahlen befinden sich in deren Mitte. Generiert wurde mit LEPTO 6.1 im kinematischen Bereich* $W^2 > 5000\,\mathrm{GeV}^2$, $y < 0.7$ *für* $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$, *und* $E_{Elektron} > 14\,\mathrm{GeV}$ *für* $10\,\mathrm{GeV}^2 < \mathrm{Q}^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$. *Die kinematischen Schnitte entsprechen denen der Datenselektion. Die Linien in der Abbildung stellen diese Schnitte dar.*

6.3 Abhängigkeit von der Ereigniskinematik

Wie stark die Änderung der $2+1$–Jetrate durch die Partonschauer von der Ereigniskinematik abhängt, zeigt die Abbildung 6.2. Hierzu wurde die y_2–Verteilung über den Bereich $y_2 > 0.02$ integriert. Diese integrierten $2+1$–Jetraten wurden für MEPS und ME gebildet. Die Abbildung zeigt den relativen Unterschied zwischen den Raten in Prozent für verschiedene Bins in x_{Bj} und Q^2. Besonders bei kleinen x_{Bj} und bei kleinen Q^2 wird die Jetrate durch die Partonschauer stark erhöht. Bei sehr großen Q^2 und x_{Bj} reduzieren die Partonschauer die Jetrate.

Anhand von Abbildung 6.3 wird gezeigt, wie diese Kinematikabhängigkeit eine α_s–Messung beeinflussen kann. Gezeigt ist die integrierte $2+1$–Jetrate in Abhängigkeit von

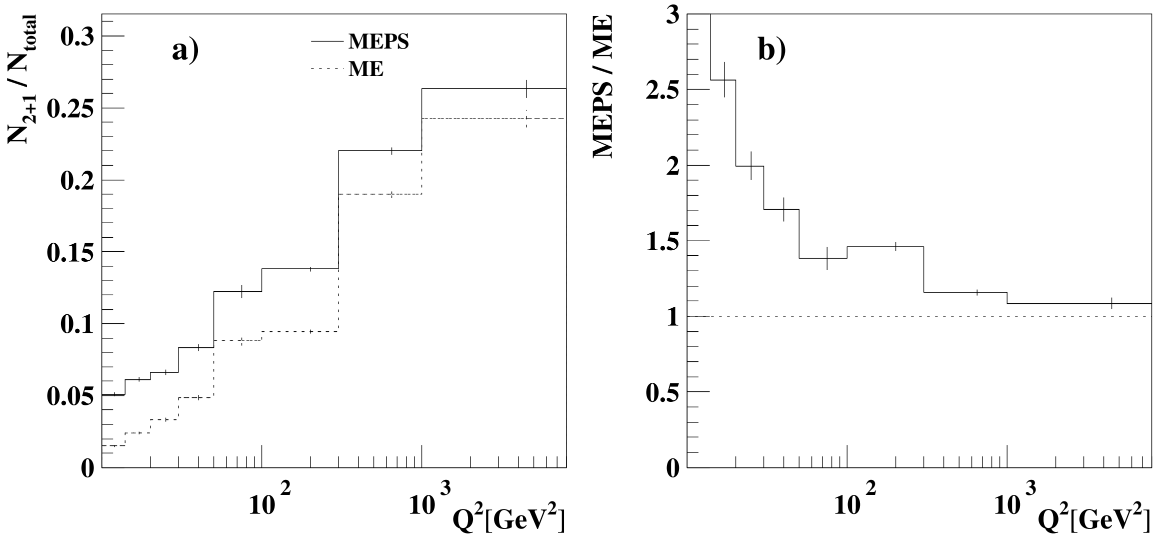

Abbildung 6.3: Einfluß der Partonschauer in Abhängigkeit von Q^2
Gezeigt ist die 2+1 Jetrate auf Partonniveau für Ereignisse, bei denen $y_2 > 0.02$ *ist, mit und ohne Partonschauer (***a***) und das Verhältnis beider Verteilungen zueinander (***b***). Generiert wurde mit LEPTO 6.1 im kinematischen Bereich* $W^2 > 5000\,\mathrm{GeV}^2$, $y < 0.7$ *für* $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$, *und* $E_{Elektron} > 14\,\mathrm{GeV}$ *für* $10\,\mathrm{GeV}^2 < \mathrm{Q}^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$. *Der Divergenzschnitt für das QCD–Matrixelement* y_{cut} *wurde auf 0.015 gestellt.*

Q^2 für MEPS und ME (a) und das Verhältnis der Raten von MEPS zu ME (b). Der Einfluß der Partonschauer ist bei kleinen Q^2 sehr groß und nimmt zu größeren Q^2 hin immer mehr ab. Betrachtet man die Partonschauer als Korrektur höherer Ordnung, die in der NLO–Rechnung nur zum Teil berücksichtigt wird, ist die NLO–Rechnung also zu kleineren Q^2 mehr und mehr systematisch zu niedrig. Beim Vergleich der NLO–Rechnung mit Meßdaten müßte der fehlende Beitrag für jedes Bin in Q^2 durch einen höheren Wert von α_s bzw. Λ kompensiert werden. Zu kleineren Q^2 hin wird Λ größer. Wählt man Q^2 zur Renormierungsskala wird die Q^2–Abhängigkeit der Kopplungskonstanten also von einem systematischen Fehler, der ebenfalls von Q^2 abhängt, überlagert. Wenn die Q^2–Abhängigkeit der 2+1–Jetrate durch LEPTO gut beschrieben wird, ließe sich das ermittelte $\alpha_s(Q^2)$ nicht konsistent durch die Renormierungsgruppengleichung beschreiben.

6.4 Abhängigkeit von der Jet–Kinematik

Daß die Erhöhung der $2+1$–Jetrate durch die Partonschauer nicht gleichmäßig über den Phasenraum des $2+1$ Jetsystems auftritt, zeigen die Abbildungen 6.4 und 6.5. Betrachtet wurden dabei Ereignisse mit $y_2 > 0.02$ im Bereich $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$. In Abbildung 6.4 a ist die Winkelverteilung des Vorwärtsjets im Laborsystem für MEPS und ME gezeigt, und in Abbildung 6.4 b das Verhältnis MEPS zu ME. Die zusätzlichen Partonjets treten bei

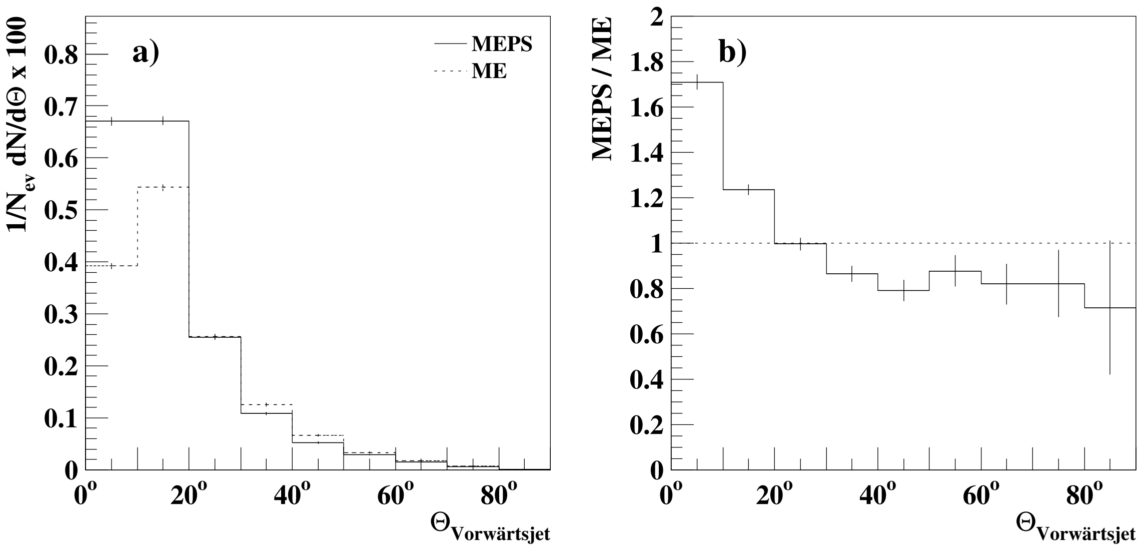

Abbildung 6.4: Jetwinkel Abhängigkeit des Einflusses der Partonschauer
*Gezeigt ist die differentielle Winkelverteilung der vorderen Jets auf Partonniveau mit und ohne Partonschauer (*a*) und das Verhältnis beider Verteilungen zueinander(*b*). Betrachtet wurden nur Ereignisse mit $y_2 > 0.02$. Kinematische Schnitte und Generator entsprechen denen in Abbildung 6.1.*

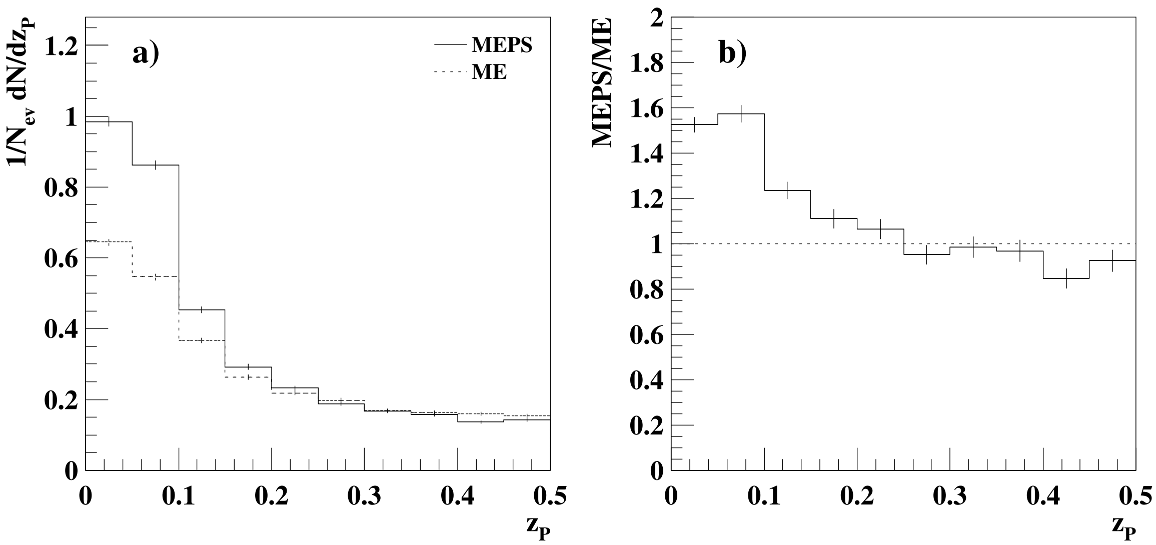

Abbildung 6.5: Abhängigkeit des Einflusses der Partonschauer von z_p
*Gezeigt ist die Jetrate auf Partonniveau mit und ohne Partonschauer (*a*) und das Verhältnis beider Verteilungen zueinander(*b*). (Phasenraum wie bei Abbildung 6.4.)*

MEPS im wesentlichen bei kleinen Winkeln in Vorwärtsrichtung auf. Diese Jets werden im wesentlichen aus dem Partonschauer des einlaufenden Partons gebildet. Nur wenige Teilchen der Partonschauer, die von den gestreuten Teilchen abgestrahlt werden, tragen dazu bei. Man erkennt am Absinken der Jetrate bei höheren Jetwinkeln, daß durch die Partonschauer die Partonjets mehr Impuls in Vorwärtsrichtung tragen und dadurch zu kleineren Polarwinkeln gezogen werden. Das bedeutet, daß der Partonschauer des einlaufenden Partons durch den Jetalgorithmus nicht vollständig dem Protonrestjet zugeordnet wird. Ein Teil wird also dem System der gestreuten Partonen zugeordnet, welches dadurch mehr Impuls in Vorwärtsrichtung erhält.

Transformiert in das Schwerpunktsystem des einlaufenden Partons und des virtuellen Photons ergibt sich ein ähnliches Bild. Abbildung 6.5 zeigt die z_p–Verteilung (a) für MEPS und ME und deren Verhältnis zueinander (b). Die zusätzlichen Jets treten besonders bei kleinen z_p auf. Bei hohen z_p wird die Jetrate durch die Partonschauer erniedrigt. Die Jets werden also durch die Partonschauer zu kleineren z_p gezogen. Kleine z_p bedeuten, daß ein Jet nahezu in Flugrichtung des einlaufenden Partons zeigt. Das entspricht einer nahezu kollinearen Abstrahlung vom einlaufenden Parton aus. Das Schwerpunktsystem des einlaufenden Partons und des Photons ist bei der Definition von z_p durch die beiden Jets definiert[1]. Produzieren die Partonschauer einen zusätzlichen Jet, der im wesentlichen aus dem Partonschauer des einlaufenden Partons gebildet wird, bewegt sich das System mehr in Vorwärtsrichtung und z_p ist klein. Auch in der z_p Verteilung zeigt sich also, daß die Partonschauer, die vom einlaufenden Parton ausgehen, die zusätzlichen Jets ausmachen.

6.5 Schnitte

Anhand der Winkel– und z_p–Verteilungen in den Abbildungen 6.4 und 6.5 erkennt man, wie ein Schnitt in diesen Größen den Effekt der Partonschauer unterdrücken kann. Oberhalb des Jetwinkels $\Theta_{jet} = 15°$ oder $z_p = 0.15$ gibt es im Bereich $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$ nahezu keine zusätzlichen Partonjets durch die Partonschauer. Die integrierten $2+1$–Jetraten mit einem Schnitt $\Theta_{jet} > 15°$ oder $z_p > 0.15$ sind hier mit und ohne Partonschauer nahezu gleich. Letzteres ist aber durch die spezielle Wahl des Schnittes erzeugt worden und bedeutet nicht, daß mit dem Schnitt die Partonschauer keinen Einfluß mehr auf die Vierervektoren der Jets haben. Dies wäre nur bei Übereinstimmung der Verteilungen über den ganzen z_p– bzw. Θ_{Jet}–Bereich der Fall. Tatsächlich muß man die Schwankungen des Verhältnisses über den Bereich in Θ_{jet} bzw. z_p als Maß für den Einfluß der Partonschauer werten. Für den Bereich $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$ sind das etwa 20%.

Die kleinstmögliche Wahl eines Schnittes in Θ_{jet} oder z_p, mit dem die zusätzlichen Partonjets vermieden werden, hängt stark vom betrachteten kinematischen Bereich ab. Bei kleinen Q^2 und x_{Bj} treten, wie bereits gezeigt, deutlich mehr zusätzliche Partonjets auf und es ist ein Schnitt bei höheren Θ_{jet} bzw. z_p nötig, als bei hohen Q^2 und x_{Bj}. Das bedeutet, daß die oben verwandten Werte für einen Schnitt in Θ_{jet} oder z_p nicht allgemein eine geeignete Wahl sind.

---

[1] Siehe Kapitel 5.3.2.

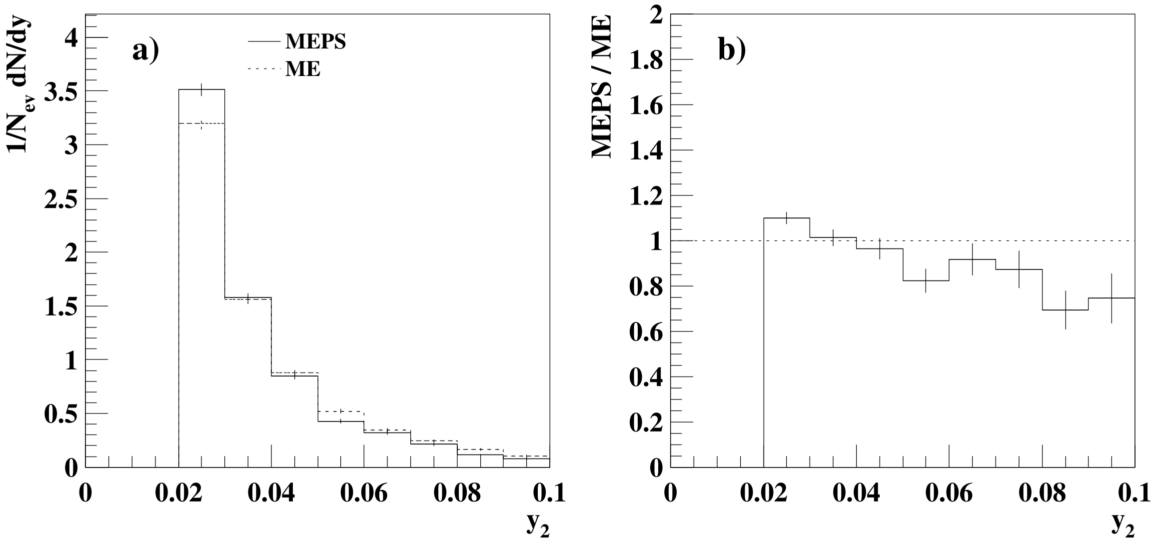

Abbildung 6.6: Differentielle Jetrate in y_2 nach Schnitt in Θ_{jet}
*Die Abbildung zeigt die Verteilungen y_2 nach dem Schnitt $\Theta_{jet} > 15°$ (**a**) und das Verhältnis beider Verteilungen zueinander (**b**).*

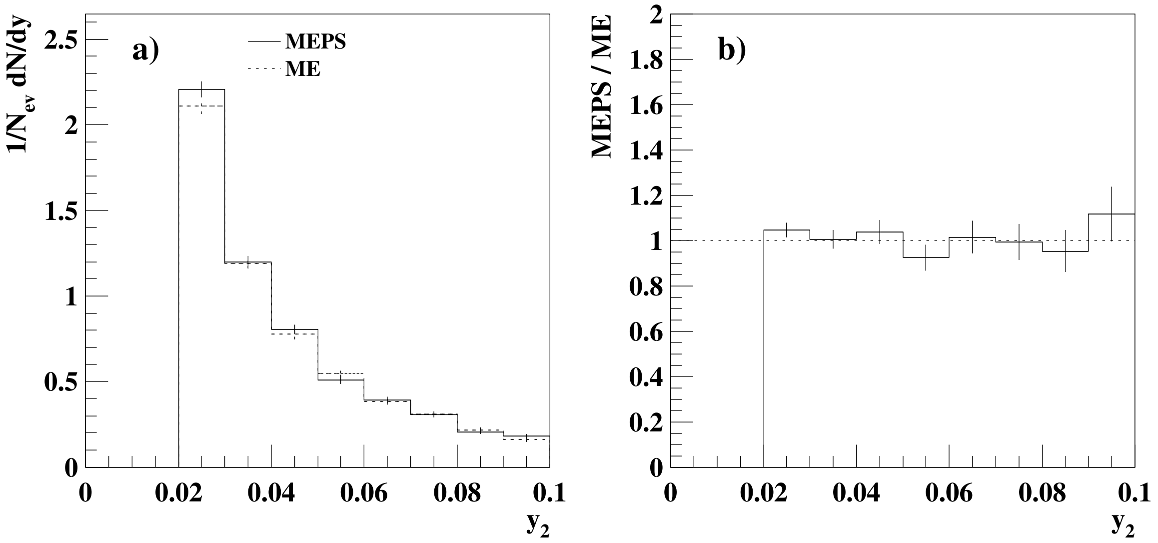

Abbildung 6.7: Differentielle Jetrate in y_2 nach Schnitt in z_p
*Die Abbildung zeigt die Verteilungen y_2 nach dem Schnitt $z_p > 0.15$ (**a**) und das Verhältnis beider Verteilungen zueinander (**b**).*

Daß die Partonschauer auch mit einem geeigneten Schnitt in Θ_{jet} die Partonjetrate beeinflussen, zeigt die y_2–Verteilung in Abbildung 6.6 a. Das Verhältnis MEPS zu ME in Abbildung 6.6 b ist von y_2 abhängig. Da bei hohen y_2, wie in Abbildung 6.1 bereits zu sehen war, kaum weitere Jets durch die Partonschauer hinzukommen, macht der Schnitt in Θ_{jet} sichtbar, daß die Partonjets zu kleineren Polarwinkeln gezogen werden. Die $2+1$–Jetrate mit Partonschauer ist dadurch bei hohen y_2 kleiner als ohne, wenn man den Winkelschnitt anwendet.

Dieser Effekt tritt mit dem Schnitt in z_p nicht auf, wie in Abbildung 6.7 zu sehen ist. Bei hohen y_2 ist der Schnitt in z_p per Definition wirkungslos, da der minimal mögliche Wert von z_p linear von y_2 abhängt. Bemerkenswert ist, daß der Einfluß der Partonschauer mit dem Schnitt in z_p nicht mehr von y_2 abhängt. Ein weiterer Vorteil bei einem Schnitt in z_p ist, daß die Partonjets zu größeren z_p hin, also bei genügendem Abstand vom Maximum der Verteilung nahezu gleichmäßig in z_p verteilt sind. Dadurch wirkt bei einem Schnitt in z_p der Effekt, daß die Jets von den Partonschauern zu kleineren z_p gezogen werden, nicht so stark wie bei einem Winkelschnitt im Laborsystem. Dort liegt einer der beiden Jets fast immer sehr weit vorne und damit in der Nähe des Schnittes, so daß eine kleine Verschiebung des Jets zu kleineren Winkeln zu großen Verlusten führt.

Man erwartet also, wie im Folgenden bestätigt wird, daß nach einem Schnitt im Jetwinkel die Partonschauer die Jetrate stärker verringern als bei einem Schnitt in z_p. Das gilt jedoch nur, falls oberhalb des Schnittes keine zusätzlichen Jets durch die Partonschauer auftreten. Sonst werden die Verluste in der Jetrate durch die zusätzlichen Jets kompensiert.

6.6 Einfluß der Partonschauer nach den Schnitten

Die Abbildung 6.8 zeigt die Änderung der $2+1$–Jetrate durch die Partonschauer in Bins der kinematischen Ebene nach einem Schnitt im Jetwinkel $\Theta_{Jet} > 10°$. Dieser Winkelschnitt bewirkt eine starke Reduktion der Jetrate durch die Partonschauer bei großen x_{Bj}. Die Jetrate wird von den Partonschauern fast auf die Hälfte gesenkt. Ohne zusätzlichen Schnitt erzeugen die Partonschauer in diesem x_{Bj}–Bereich kaum zusätzliche Jets. Das bedeutet: Der Effekt, daß die Partonschauer die Partonjets zu kleineren Winkeln verschieben und diese dann durch den Winkelschnitt verloren gehen, ist im Bereich großer x_{Bj} besonders sichtbar. Bei kleinen x_{Bj} erhöhen die Partonschauer die Jetrate sehr stark. Der gewählte Winkelschnitt reicht hier nicht aus, die zusätzlichen Jets zu vermeiden. Im Bereich mittlerer x_{Bj} kompensieren sich beide Effekte, so daß sich die Jetrate durch die Partonschauer nicht verändert. Dieser kleine Bereich in x_{Bj}, in dem der Nettoeffekt klein ist, hängt jedoch stark von der Wahl des Winkelschnittes ab.

Abbildung 6.9 zeigt die Veränderung der Jetrate durch die Partonschauer in Bins der kinematischen Ebene nach dem Schnitt $z_p > 0.1$. Der Schnitt in z_p verringert den Effekt der Partonschauer bei kleinen x_{Bj} deutlich besser als der Winkelschnitt. Außerden ist mit diesem Schnitt der Verlust von Ereignissen durch nach vorne verschobene Jets bei hohen x_{Bj} klein. Vermeidet man den Bereich kleiner x_{Bj}, so ist bei Verwendung des Schnittes

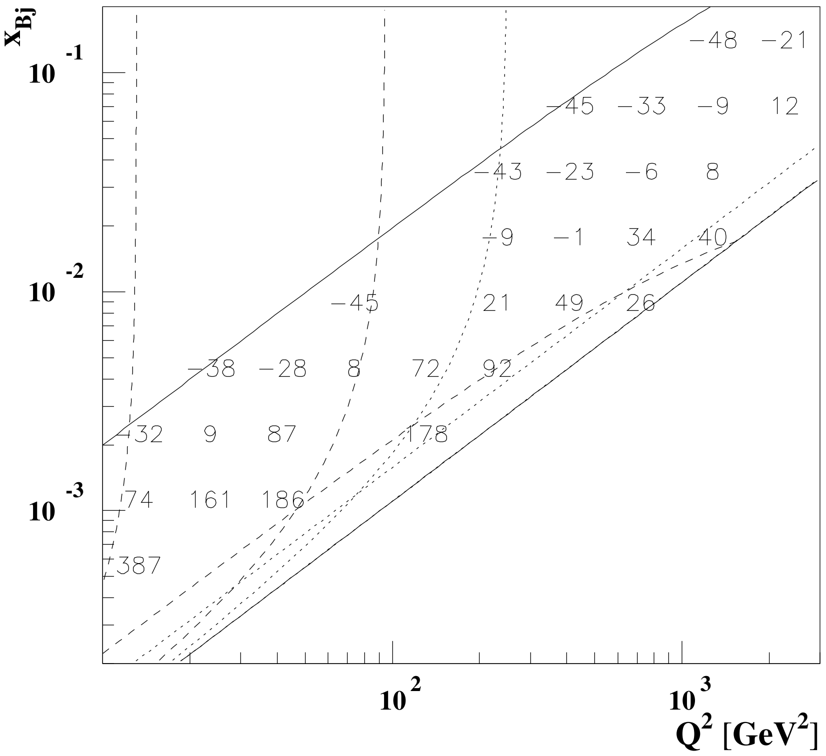

Abbildung 6.8: Einfluß der Partonschauer nach Schnitt im Jetwinkel

Wie Abbildung 6.2 mit einem zusätzlichen Schnitt im Jetwinkel $\Theta_{Jet} > 10°$.

in z_p der Einfluß der Partonschauer über die ganze kinematische Ebene geringer als etwa 20%. In Abbildung 6.9 ist als Q^2 abhängiger Schnitt in x_{Bj} der Winkel des gestreuten Quarks im einfachen Quark–Parton–Modell[2] $\Theta_{Quark} = 100°$ dargestellt.

Ein Schnitt im Winkel Θ_{Quark} vermeidet, wie bereits in Kapitel 5 diskutiert, Jets in Rückwärtsrichtung. Ein zusätzlicher Schnitt im Jetwinkel zur Berücksichtigung der Akzeptanz des Detektors in Rückwärtsrichtung sowohl auf dem Partonniveau als auch bei den Jets im Detektor ändert daher an den Aussagen über den Einfluß der Partonschauer kaum etwas.

6.7 Resultat

Die Partonschauer in LEPTO haben im allgemeinen einen großen Einfluß auf die 2 + 1–Jetrate bei den Partonjets. Insbesondere im Bereich kleiner x_{BJ} und z_p ist der Effekt so

---

[2] Siehe Kapitel 1.2 und Anhang A.

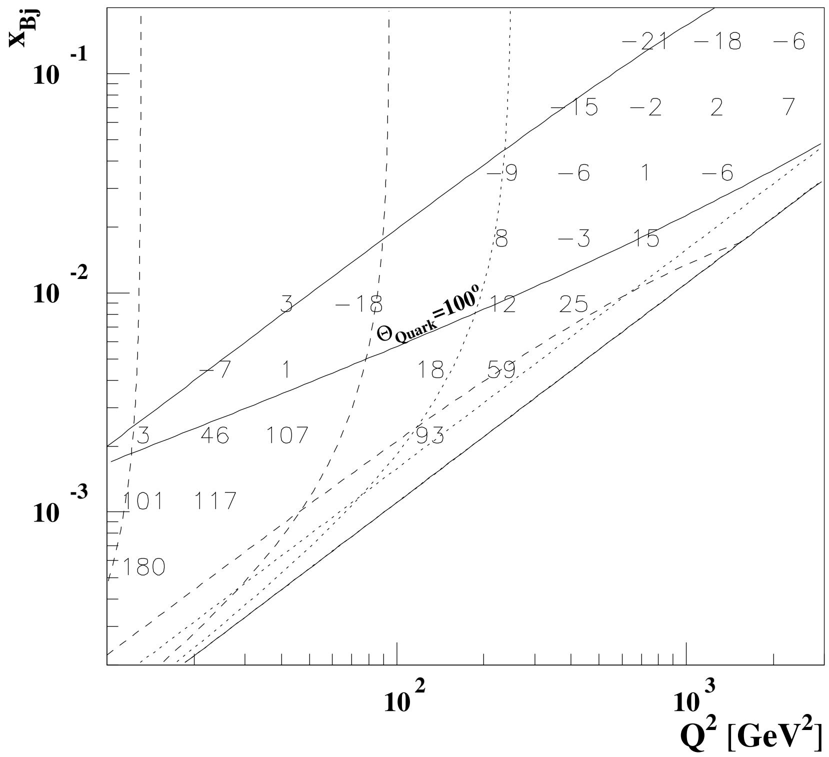

Abbildung 6.9: Einfluß der Partonschauer nach Schnitt in z_p
Wie Abbildung 6.2 mit $z_p > 0.1$. *Zusätzlich eingezeichnet ist die Linie, bei der im naiven Quark–Parton–Modell das Quark um* 100° *gestreut wird.*

stark, daß eine α_s–Messung durch den Vergleich der korrigierten Daten mit der NLO–Rechnung in PROJET nicht sinnvoll ist. Mit den Schnitten $z_p > 0.1$ und $\Theta_{Quark} < 100°$ bleibt jedoch insbesondere im Bereich $Q^2 > 200\,\mathrm{GeV}^2$ ein großer Bereich in der kinematischen Ebene, in dem der Einfluß der Partonschauer klein ist. Es wurde also ein Phasenraumbereich gefunden, in dem der JADE–Jetalgorithmus für die Effekte, die sich durch Abstrahlungen höherer Ordnung in Verbindung mit der Rekombination ergeben, unempfindlich ist.

Da die Partonschauer ein vereinfachtes Modell für Abstrahlungen höherer Ordnung sind, ist der dargestellte Einfluß auf die $2+1$–Jetrate mehr qualitativ als quantitativ zu verstehen. Besonders im Bereich kleiner Q^2 und kleiner x_{Bj} ist die absolute Änderung der Jetrate durch die Partonschauer stark von der Wahl der Modellparameter abhängig. Ein genaueres Studium der Rekombinationseffekte wird erst durch eine exakte QCD–Rechnung in höheren Ordnungen möglich. Schnitte zur Unterdrückung der beschriebenen Effekte sind nicht mehr nötig, wenn sie in der Rechnung ausreichend berücksichtigt sind.

Kapitel 7

Messung der Kopplungskonstanten α_s

Die gemessene y_2–Verteilung $1/N_{tot}\, dN/dy_2$ wird im Folgenden mit der NLO–Vorhersage von PROJET für die differentielle $2+1$–Jetrate $1/\sigma_{tot} \cdot d\sigma_{2+1}/dy_{min}$ verglichen, um die Kopplungskonstante α_s zu bestimmen. Die störungstheoretische Berechnung des Wirkungsquerschnittes σ_{2+1} für Ereignisse mit $2+1$ Jets ist in führender Ordnung proportional zu α_s. Dadurch ist ein Vergleich der Messung mit einer QCD–Vorhersage im Rahmen der Meßfehler genügend sensitiv für α_s.

Da PROJET nur eine Vorhersage für Partonjets macht, wird die gemessene y_2–Verteilung um den Einfluß der Hadronisation und des Detektors korrigiert. Die mit LEPTO ermittelte Korrelation zwischen den rekonstruierten und den Partonjets wird zur Korrektur der gemessenen y_2–Verteilung verwandt. Dabei wird der Einfluß der Partonschauer nicht korrigiert. Die Verwendung von LEPTO liegt nahe, da sowohl bei LEPTO als auch bei PROJET eine Berechnung des QCD–Matrixelementes Grundlage für die Erzeugung der Teilchen nach der Streuung am Elektron ist.

Die in Kapitel 5.1 dargestellte Auflösung für y_2 wird bei der Korrektur berücksichtigt. Dazu wird die Verteilung mit dem Verfahren, das in Kapitel 3 beschrieben wurde, entfaltet. Das Ergebnis der Entfaltung ist die korrigierte differentielle Jetrate, die mit PROJET verglichen wird.

In den vorangegangenen Kapiteln wurden einige Unsicherheiten bei der Jetrekonstruktion erläutert, die schließlich zu Unsicherheiten bei der Messung von α_s führen. In diesem Kapitel wird zunächst der ausgewählte Meßbereich beschrieben, in dem diese Unsicherheiten möglichst klein sind. Die Entfaltung der y_2–Verteilung und das Verfahren, mit dem aus der korrigierten Verteilung α_s extrahiert wird, werden beschrieben. Schließlich wird das Ergebnis dieser α_s–Messung vorgestellt, und die Fehler werden diskutiert.

$200\,\mathrm{GeV}^2 < \mathrm{Q}^2 < 10000\,\mathrm{GeV}^2$
$y < 0.7$
$10^\circ < \Theta_e < 148^\circ$
$W^2 > 5000\,\mathrm{GeV}^2$
$\Theta_{Quark} < 100^\circ$
$z_{p\ par} > 0.1$
$\Theta_{jet} < 145^\circ$
$0.02 < y_{2\ par} < 0.1$

Tabelle 7.1: Schnitte für den Vergleich zwischen PROJET und korrigierten Daten

7.1 Meßbereich

In Tabelle 7.1 sind die Schnitte für den Vergleich zwischen der Vorhersage von PROJET und den korrigierten Daten zusammengefaßt[1]. Durch den Schnitt $y_2 > 0.02$ wird vermieden, daß der Anteil von Ereignissen mit $3+1$ Jets groß wird. Dadurch gleicht, wie in Kapitel 5.2.3 erläutert wurde, die y_2–Verteilung der differentiellen 2+1–Jetrate D_2, so daß der Vergleich mit der Vorhersage von PROJET für $1/\sigma_{tot} \cdot d\sigma_{2+1}/dy_{min}$ sinnvoll ist. Der Schnitt $y_2 < 0.1$ wird aus technischen Gründen als Intervallgrenze für die Entfaltung eingeführt und verwirft nur sehr wenig Ereignisse. Die Schnitte in z_p und Θ_{Quark} reduzieren den Einfluß der Partonschauer. Der Schnitt $\Theta_{Quark} < 100^\circ$ bewirkt in Verbindung mit der Akzeptanzgrenze des Flüssig–Argon–Kalorimeters für den Winkel gestreuter Positronen einen Q^2–Schnitt.[2] Daher wurde der Schnitt $Q^2 > 200\,\mathrm{GeV}^2$ explizit hinzugefügt. Der Schnitt $\Theta_{jet} < 145^\circ$ berücksichtigt, daß der Rückwärtsbereich des Detektors bei der Jetrekonstruktion ausgeschlossen wurde.

Selektiert man simulierte Ereignisse durch Anwendung der gleichen Schnitte auf die rekonstruierten Größen, so erfüllt nur ein Teil davon die Schnitte auch auf Partonniveau. Aufgrund der begrenzten Auflösung migrieren Ereignisse, die die Schnitte auf Partonniveau nicht erfüllen, in den Meßbereich. In Kapitel 5 ist dargestellt, daß die Migrationen bei der Rekonstruktion von z_p groß sind. Da die z_p–Verteilung ein Maximum bei klei-

---

[1] Da die Schnitte auf Partonniveau verwandt werden, sind die Jetgrößen mit *par* bezeichnet

[2] Siehe Abbildung 6.9.

$$200\,\mathrm{GeV}^2 < Q^2 < 10000\,\mathrm{GeV}^2$$

$$\Theta_{Quark} < 100^\circ$$

$$z_{p\ rek} > 0.15$$

$$\Theta_{jet} < 145^\circ$$

$$0.02 < y_{2\ rek} < 0.1$$

Tabelle 7.2: zusätzliche Schnitte zur Datenselektion für die α_s–Messung

nen z_p hat, migrieren viele Ereignisse mit $z_{p\,par} < 0.1$ in den Meßbereich, wenn man den Meßbereich durch $z_{p\,rek} > 0.1$ einschränkt. Wenn man den Schnitt in $z_{p\,rek}$ für die rekonstruierten Jets erhöht und den Schnitt in $z_{p\,par}$ für die Partonjets festhält, sinkt der Anteil dieser Ereignisse. Daher wurde für die rekonstruierten Jets $z_{p\,rek} > 0.15$ verlangt und der Schnitt für die Partonjets $z_{p\,par} > 0.1$ beibehalten. Die Schnitte, die für die rekonstruierten Größen verwandt wurden, sind in Tabelle 7.2 zusammengefaßt. Diese Schnitte werden zusätzlich zur Datenselektion, die in Kapitel 4 beschrieben wurde, angewandt.

Der Anteil von Ereignissen, die mit dieser Wahl der Schnitte in den Meßbereich migrieren, ist in Abbildung 7.1 dargestellt. Abbildung 7.1 a zeigt die $y_{2\ par}$–Verteilung der Partonjets für die simulierten Ereignisse. Sie wurden mit dem in Kapitel 4 beschriebenen Verfahren und den zusätzlichen Schnitten in Tabelle 7.2 selektiert. Man erkennt, daß aufgrund der begrenzten y_2–Auflösung auch Ereignisse vorkommen, bei denen $y_{2\ par} < 0.02$ ist. Die y_2–Verteilung für den Anteil von Ereignissen, die in den Meßbereich migriert sind, ist in Abbildung 7.1 a schraffiert dargestellt. Abbildung 7.1 b zeigt den relativen Anteil dieser Ereignisse in Abhängigkeit von $y_{2\ par}$. Der integrierte Anteil ist kleiner als 20%. In Abbildung 7.1 a ist zusätzlich die y_2–Verteilung der simulierten Ereignisse dargestellt, bei denen für die Partonjets $z_{p\ par} < 0.1$ ist. Abbildung 7.1 b zeigt deren relativen Anteil an der y_2–Verteilung aller selektierten Ereignisse. Oberhalb von $y_{2\ par} = 0.02$ ist der integrierte Anteil kleiner als 15%. Mit einem niedrigeren Schnitt in $z_{p\ rek}$ steigt dieser Anteil stark an.

Nach den zusätzlichen Schnitten zur Selektion bleiben 187 Ereignisse übrig. Die Bedingungen für den kinematischen Bereich des gestreuten Positrons alleine erfüllten 2790 Ereignisse. Im Bereich kleiner Q^2 sind die systematischen Einflüsse größer, insbesondere die Unsicherheiten durch den Einfluß der Partonschauer und die Effekte im Vorwärtsbereich des Detektors, die in Kapitel 5 beschrieben wurden. Mit entsprechend schärferen Schnitten bleiben nur wenig Ereignisse übrig. Daher wurde hier darauf verzichtet, aus den Ereignissen, bei denen das Positron in das BEMC gestreut wurde, die Kopplungskonstante

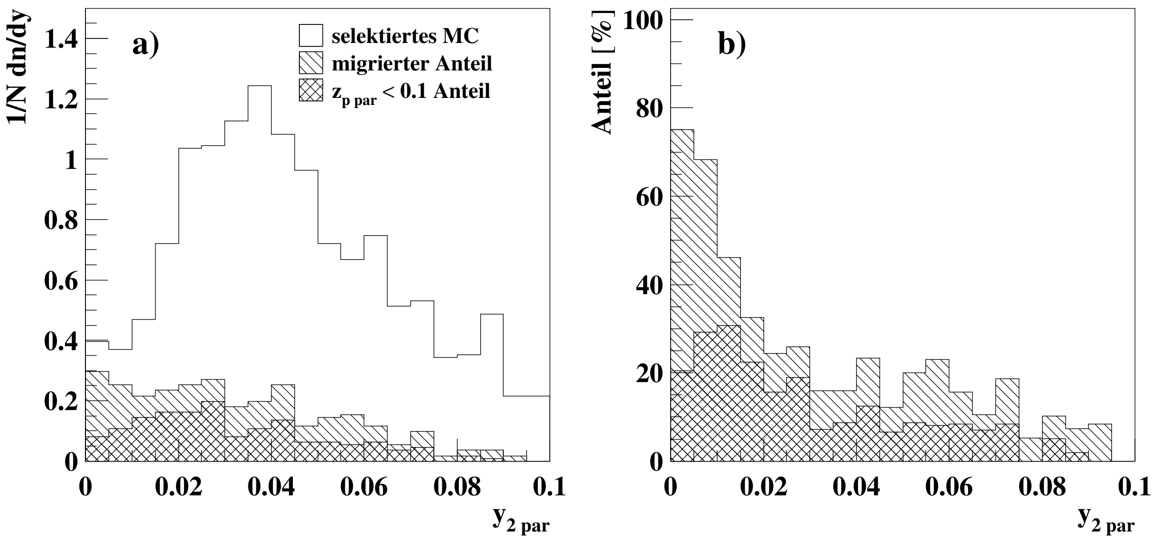

Abbildung 7.1: y_2–Verteilung auf Partonniveau für simulierte Ereignisse
In a) *ist die Verteilung in y_2 der Partonjets für alle simulierten Ereignisse, die im Meßbereich gefunden werden, dargestellt. Schraffiert ist der Anteil der Ereignisse, die in den Meßbereich migriert sind. Doppelt schraffiert ist der Anteil von Ereignissen, bei denen für die Partonjets $z_{p\ par} < 0.1$ ist.* b) *zeigt diese Anteile an der Gesamtverteilung in Prozent.*

α_s zu bestimmen.

7.2 Entfaltung der differentiellen Jetrate

7.2.1 Eingabewerte

Zur Entfaltung der gemessenen y_2-Verteilung mit dem in Kapitel 3 beschriebenen Verfahren wurde der Bereich $0.02 < y_{2\ rek} < 0.1$ in $n = 12$ gleich große Intervalle in $log_{10}(y_{2\ rek})$ unterteilt. Abbildung 7.2 a zeigt das entsprechende Histogramm der 187 selektierten Ereignisse. Die logarithmische Intervalleinteilung wurde gewählt, damit die Anzahl der Ereignisse in allen Intervallen ähnlich ist. Die Abbildung zeigt ebenfalls das Histogramm der 1620 simulierten Ereignisse, die den Meßdaten entsprechend selektiert worden sind. Die simulierten Ereignisse wurden dabei mit dem Verhältnis $N_{tot}^{Daten}/N_{tot}^{MC}$ gewichtet, wobei $N_{tot}^{Daten} = 2790$ die Anzahl aller Ereignisse nach Anwendung der Schnitte ist, die alleine die kinematischen Größen des gestreuten Positrons betreffen. Die Schnitte in z_p, y_2 und Θ_{Jet} wurden weggelassen. Entsprechend ist $N_{tot}^{MC} = 22195$ die Anzahl der simulierten Ereignisse.

Die Anzahl selektierter Ereignisse ist das Produkt aus Wirkungsquerschnitt, integrierter Luminosität und Akzeptanz, wenn man den Anteil unerwünschter Untergrundereignisse vernachlässigt. Durch die Gewichtung der simulierten Ereignisse mit $N_{tot}^{Daten}/N_{tot}^{MC}$ wird

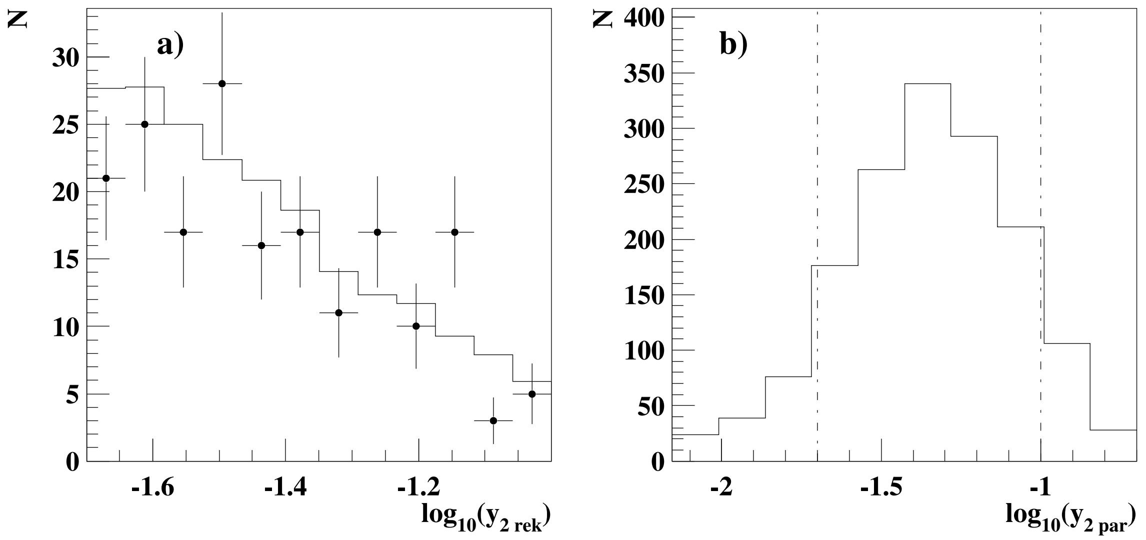

Abbildung 7.2: Ausgangsverteilungen zur Entfaltung
Die Abbildung **a)** *zeigt die Verteilungen in* $log_{10}(y_2)$ *der Meßdaten und der Simulation und* **b** *die zu den simulierten Ereignissen gehörende Verteilung in* $log_{10}(y_2)$ *ermittelt auf Partonniveau. Die vertikalen Linien zeigen die Grenzen des Meßbereiches.*

sowohl das Verhältnis der integrierten Luminositäten als auch Unterschiede in der Akzeptanz der Meßdaten und der Monte–Carlo–Simulation berücksichtigt. Dieser Akzeptanzunterschied ist im wesentlichen die Triggerakzeptanz, da bei der Selektion von simulierten Ereignissen die Trigger nicht berücksichtigt werden. Die Gewichtung entspricht der Normierung der Daten auf N_{tot}^{Daten} und der Simulation auf N_{tot}^{MC} und damit der Normierung des differentiellen Wirkungquerschnittes auf den totalen Wirkungsquerschnitt tiefunelastischer ep–Streuung in dem betrachteten kinematischen Bereich für das gestreute Positron.

Für das Entfaltungsprogramm wurden im Bereich $0.007 < y_{2par} < 0.2$ die B–Splines auf 9 äquidistanten Intervallen in $\log_{10}(y_{2\ par})$ definiert. Das bedeutet, daß $m = 10$ Freiheitsgrade gewählt wurden. Abbildung 7.2 b zeigt die Verteilung von $y_{2\ par}$ der Partonjets bei den simulierten Ereignissen, die den Meßdaten entsprechend selektiert wurden, in den gewählten Intervallen. Die vertikalen Linien deuten die Grenzen des Meßbereiches an. Aufgrund der begrenzten Auflösung in y_2 befinden sich auch Ereignisse außerhalb dieser Grenzen.

Bei den wenigen simulierten Ereignissen, deren $y_{2\ par}$ noch weiter außerhalb des hier dargestellten Bereiches von $-2.16 < log_{10}(y_2) < -0.7$ liegt, wurde $y_{2\ par}$ auf die Grenzen dieses Bereiches gelegt. Dadurch werden diese Ereignisse mit berücksichtigt, ohne daß man den Bereich sehr groß wählen müßte. Letzteres hätte zur Folge, daß viele Intervalle nahezu leer blieben was zu numerischen Instabilitäten bei der Entfaltungsprozedur führt. Ursache dieser Instabilitäten ist, daß die Komponenten der Auflösungsmatrix A_{ij}^{*} in diesem Bereich aufgrund der begrenzten Zahl an simulierten Ereignissen einen großen statistischen Fehler

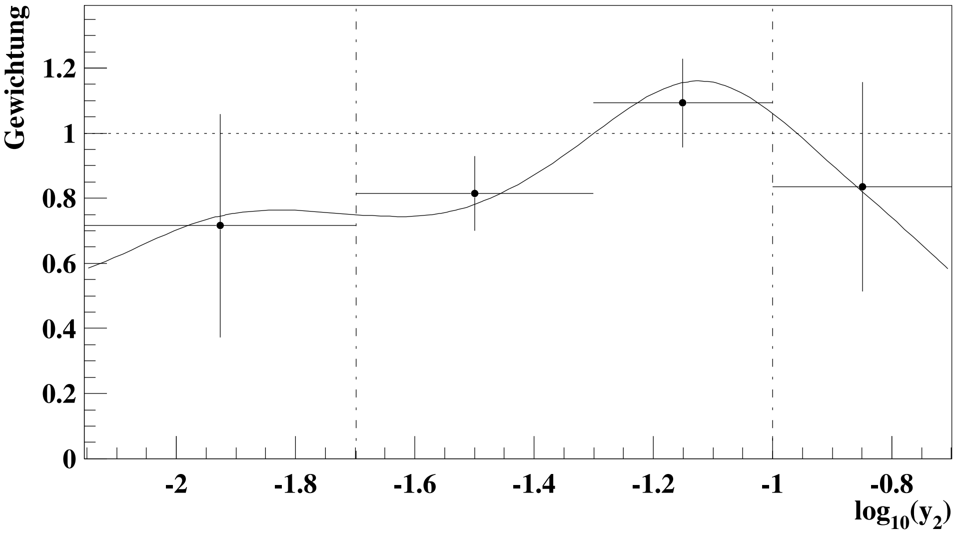

Abbildung 7.3: Gewichtungsfunktion $w(y_2)$
Die durchgezogene Linie ist die Summe der orthogonalen Funktionen, die mit den aus dem Fit an die Daten resultierenden Amplituden multipliziert wurden. Die Punkte sind die mittleren Gewichtungsfaktoren zu den gewählten Intervallen. Die Fehler ergeben sich durch Fehlerfortpflanzung aus den statistischen Fehlern der Daten.

haben. Die Auflösungsmatrix $A^{\star}_{ij}$ für die Entfaltung besteht mit dieser Wahl für die Anzahl n der Intervalle in $y_{2\ rek}$ und der Anzahl m der Freiheitsgrade aus $n \times m = 12 \times 10 = 120$ Komponenten.

7.2.2 Ergebnis des Likelihood–Fits

Ergebnis der Anpassung der simulierten y_{2rek}–Verteilung an die gemessene ist die Gewichtungsfunktion $w(y_{2par})$, die in Abbildung 7.3 dargestellt ist. Sie ist die Summe der orthogonalen Funktionen, deren Amplituden die Parameter des Likelihood–Fits an die Meßdaten sind. Oszillationen der Gewichtungsfunktion wurden durch die Regularisierung gedämpft. Dazu wurde die effektive Anzahl erlaubter Freiheitsgrade $m_0 = 3$ gewählt. Die Amplituden, die aus dem Fit resultieren, sind in Abbildung 7.4 a dargestellt. Die Abbildung zeigt sowohl die Amplituden ohne Dämpfung als auch die gedämpften. In Abbildung 7.4 b sind die Dämpfungsfaktoren dargestellt. Die Funktionen sind nach der Anzahl der Oszillationen sortiert. Nur die Amplitude der ersten Funktion ist innerhalb des statistischen Fehlers nicht mit Null verträglich. Das bedeutet, daß die Gewichtungsfunktion $w(y_{2\ par})$, die die $y_{2\ rek}$–Verteilung der simulierten Ereignisse an die Daten anpaßt, im wesentlichen glatt sein kann. Zur Anpassung sind kaum Oszillationen nötig. Durch die Wahl der effektiven Anzahl von Freiheitsgraden $m_0 = 3$ werden also keine statistisch relevanten Amplituden gedämpft. Die Regularisierung verändert dadurch kaum den Wert der Likelihood–Funktion. Sie schränkt nur die möglichen Lösungen ein, jedoch nicht die

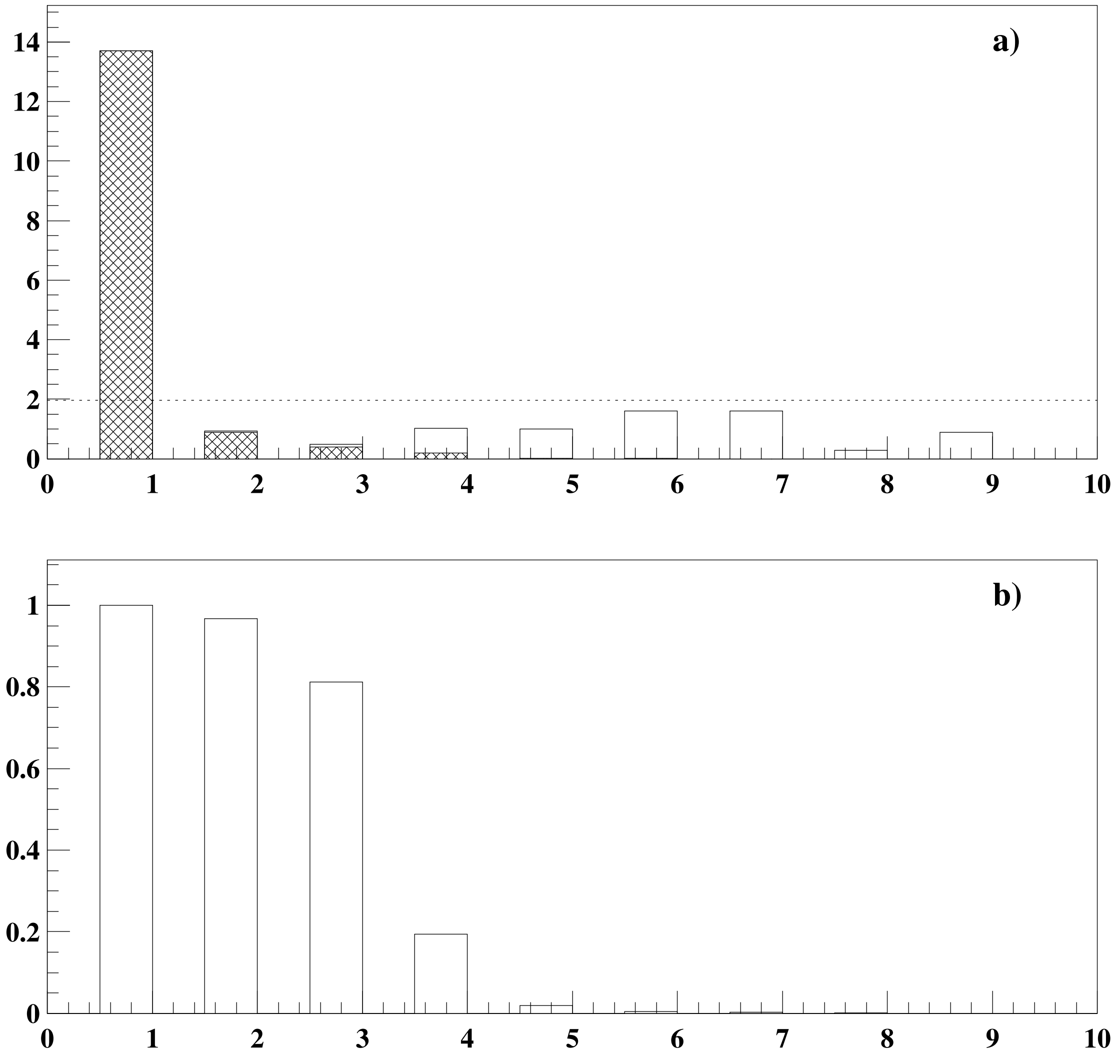

Abbildung 7.4: Amplituden der orthogonalen Funktionen
a) *zeigt die Amplituden der orthogonalen Funktionen mit und ohne Dämpfung durch das Regulationsverfahren. Schraffiert dargestellt sind die gedämpften Amplituden. Die Funktionen sind nach der Anzahl an Oszillationen sortiert, die in dieser Abbildung von links nach rechts steigt. Amplituden unterhalb der punktierten Linie sind zu 95% Wahrscheinlichkeit mit Null verträglich.* b) *zeigt den Dämpfungsfaktor für die Amplituden.*

Qualität der Lösung.

Die Histogramme in Abbildung 7.5 zeigen Verteilungen der simulierten Ereignisse, die mit $w(y_{2\ par})$ gewichtet wurden, im Vergleich mit den gemessenen Verteilungen. Außerdem sind die Verteilungen der simulierten Ereignisse ohne diese Gewichtung dargestellt. Die

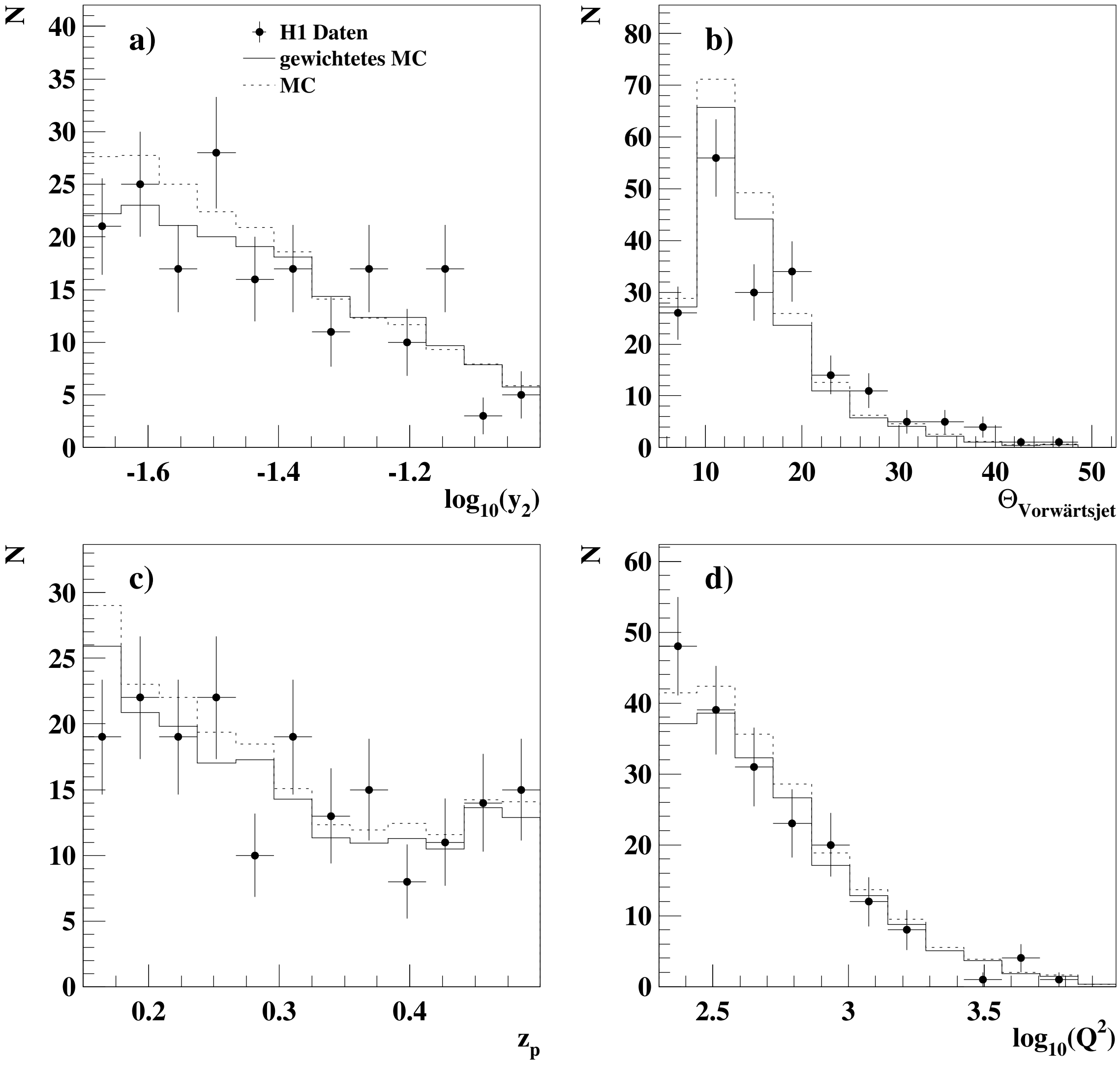

Abbildung 7.5: Vergleich Daten und gewichtete Simulation
Dargestellt sind die Verteilungen der Daten, der simulierten Ereignisse (MC), die mit $w(y_{2\ par})$ *gewichtet wurden, und der simulierten Ereignisse vor der Gewichtung. Jeweils beide Verteilungen der simulierten Ereignisse wurden außerdem mit* $N_{tot}^{Daten}/N_{tot}^{MC}$ *gewichtet. Gezeigt sind die Verteilungen* **a)** $log_{10}(y_2)$, **b)** *Winkel des Vorwärtsjets,* **c)** z_p *und* **d)** $\log_{10}(Q^2)$.

Abbildung 7.5 a zeigt die logarithmische y_2–Verteilung. Über die Differenzen zwischen den Datenpunkten und der Simulation in dieser Verteilung ist die Likelihood–Funktion definiert, deren Wert durch die Gewichtung maximiert wurde. Die Abbildungen 7.5 b, c und d zeigen die Verteilungen des Vorwärtsjetwinkels, z_p und Q^2 für die Daten und die gewichteten Ereignisse der Simulation. Die Verteilungen stimmen jeweils gut überein. Das bedeutet, daß mögliche Korrelationen zwischen diesen Größen und y_2, die bei dem Likelihood–Fit nicht berücksichtigt sind, keinen Effekt haben.

Der Vergleich mit den ungewichteten Verteilungen der simulierten Ereignisse zeigt, daß nur wenig Änderung notwendig war. Die Gewichtungsfunktion in Abbildung 7.3 zeigt an den Rändern jedoch bis zu 40% Änderung. In diesem Randbereich befinden sich jedoch nur wenige simulierte Ereignisse, da $y_{2\ par}$ hier schon außerhalb der Grenzen des Meßbereiches liegt, wie in Abbildung 7.2 b dargestellt ist. Dadurch beeinflußt deren Gewichtung die Verteilung auf Detektorniveau nur wenig. Für das Entfaltungsverfahren ist es zwar notwendig, den Randbereich zu berücksichtigen, eine physikalische Aussage läßt sich aus diesen Randbereichen jedoch kaum gewinnen, da die Meßverteilung wenig sensitiv für diese ist. Diese geringe Sensitivität spiegelt sich in den Fehlern wieder, die durch Fehlerfortpflanzung aus den statistischen Fehlern der Meßdaten folgen.

Um diese Fehler anzugeben ist es notwendig, wie in Kapitel 3 diskutiert wurde, das Ergebnis über Intervalle von y_{2par} zu mitteln. Der y_{2par}–Bereich wurde in vier Intervalle unterteilt, zwei innerhalb der Grenzen des Meßbereiches und zwei Randbins. Die mittleren Gewichtungsfaktoren

$$w_i = \frac{< w(y_{2par}) f^{sim}(y_{2par}) >}{< f^{sim}(y_{2par}) >}$$

und die zugehörigen Fehler zu jedem Intervall sind in Abbildung 7.3 dargestellt, wobei $f^{sim}(y_{2par})$ die simulierte y_{2par}–Verteilung ist, die im Folgenden noch erläutert wird. Die Gewichtungsfaktoren der Randintervalle haben einen Fehler von etwa 50%, so daß ein Gewichtungsfaktor von 1 noch innerhalb einer Standardabweichung liegt.

Die Korrelationsmatrix[3] zu den Gewichtungsfaktoren der vier Intervalle ist:

$$K = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ -0.15 & 1 & & \\ -0.48 & -0.01 & 1 & \\ 0.36 & -0.42 & 0.08 & 1 \end{pmatrix}$$

Die Gewichtungsfaktoren der beiden Intervalle innerhalb der Grenzen des Meßbereiches sind nur −1% miteinander korreliert. Wählt man mehr Intervalle im Inneren des Meßbereiches, steigt die Korrelation stark an. Es ließe sich also durch eine feinere Einteilung kaum weitere Information gewinnen. Die Anzahl unkorrelierter Intervalle ist durch die Anzahl der gemessenen Ereignisse in Verbindung mit der Auflösung für y_2 begrenzt. Die Gewichtungfaktoren der Randintervalle sind mit allen anderen jeweils stark korreliert.

---

[3] Die Komponenten der Korrelationsmatrix sind durch $K_{ij} = V_{ij}/\sqrt{V_{ii} \cdot V_{jj}}$ definiert, wobei die V_{ij} die Komponenten der Kovarianzmatrix V sind.

Auch das zeigt, daß nur die beiden Faktoren innerhalb der Grenzen des Meßbereiches als brauchbares Ergebnis der Entfaltung gelten können.

Die Gewichtungsfunktion liegt über den Bereich $0.02 < y_2 < 0.1$ nahe bei Eins. Daher stimmt die simulierte y_2–Verteilung mit der gesuchten im Rahmen der Fehler überein. Eine einfache Korrektur der Daten durch einen Faktor, den man aus dem Quotienten der y_2–Verteilungen für Partonjets und für rekonstruierte Jets der Simulation bildet, würde daher ähnliche Werte für die korrigierte y_2–Verteilung liefern. Das Entfaltungsverfahren berücksichtigt jedoch die Auflösung für y_2 bei der Berechnung der statistischen Fehler und deren Korrelation. Das führt zu der Wahl von Intervallen mit möglichst kleiner Korrelation. Die Fehler zu jedem Intervall enthalten den statistischen Fehler der ganzen Meßverteilung entsprechend dem Anteil, den die Verteilung innerhalb des Intervalls an der Meßverteilung hat. Im Gegensatz dazu sind bei einer einfachen Korrektur durch einen Faktor die resultierenden Fehlerangaben zu den Intervallen fälschlicherweise immer unkorreliert und folgen nur aus dem Fehler eines Intervalls der Meßverteilung.

7.2.3 Die entfaltete y_2–Verteilung

In dieser Analyse wird die Kopplungskonstante α_s als der einzige freie Parameter betrachtet, so daß eine Gewichtung der simulierten Ereignisse einer Veränderung der angenommenen Kopplungsstärke entspricht. Nimmt man an, daß sich die Häufigkeiten verschiedener Ereignisse mit $2+1$ Jets nahezu linear mit der der Kopplungskonstanten verändern, sofern deren Variation klein ist, kann man die Gewichtungsfunktion direkt auch für jeden Subprozeß und nicht nur für deren Summe verwenden. Es wird angenommen, daß die in Abbildung 7.1 gezeigte Aufteilung der Ereignisse in verschiedene Subprozesse unabhängig von der Wahl der Kopplungsstärke ist. Mit dieser Annahme wird die Gewichtungsfunktion direkt auf alle Ereignisse angewandt, die die Schnitte in Tabelle 7.1 erfüllen. Oberhalb von $y_2 = 0.02$ ist der Anteil dieser Ereignisse etwa 80%. Das bedeutet, daß die beschriebene Annahme für etwa 20% der Ereignisse gemacht werden muß und daß die damit verbundene Unsicherheit klein ist.

Die simulierte $y_{2\,par}$–Verteilung $f^{sim}(y_{2\,par}) = dR^{sim}_{2+1}/dy_{2\,par}$ aller Ereignisse, die innerhalb der Schnitte von Tabelle 7.1 generiert wurden, auch wenn sie durch Migration nicht im Meßbereich gefunden werden, wird mit der Gewichtungsfunktion multipliziert. Diese Ereignisse werden also nicht mit dem in Kapitel 4 beschriebenen Verfahren und den zusätzlichen Schnitten in Tabelle 7.2 selektiert. Damit ist das Ergebnis der Entfaltung auch akzeptanzkorrigiert. Die resultierende y_2–Verteilung $f(y_2) = w(y_2)\, f^{sim}(y_2)$ ist die Lösung der Entfaltung. Sie ist die gemessene differentielle Jetrate dR_{2+1}/dy_2 nach Korrektur auf Akzeptanz und Auflösung, die durch die Hadronisation und den Detektor bewirkt werden. Sie wird über die vier Intervalle gemittelt, die im vorigen Abschnitt vorgestellt wurden, so daß man die aus den statistischen Fehlern der gemessenen y_2–Verteilung folgenden Fehler des Ergebnisses berechnen kann.

y_2–Intervall i	$< dR_{2+1}/dy >_i$	σ_i^{stat}	σ_i^{komb}
0.007 – 0.02	6.09	2.92	2.95
0.02 – 0.05	2.00	0.28	0.29
0.05 – 0.1	0.806	0.100	0.106
0.1 – 0.2	0.099	0.038	0.039

Tabelle 7.3: Entfaltete 2 + 1–Jetrate mit statistischen Fehlern der Meßdaten und dem kombinierten statistischen Fehlern der Meßdaten und der Simulation

Die Mittelwerte der entfalteten differentiellen Jetrate

$$\left\langle \frac{dR_{2+1}}{dy_2} \right\rangle_i = \frac{1}{(y_{i+1} - y_i)} \int\limits_{y_i}^{y_{i+1}} dy\, w(y)\, f^{sim}(y) \qquad (7.1)$$

für die vier Intervalle $y_2 \in [y_i, y_{i+1}]$ sind in Tabelle 7.3 aufgelistet. Die Kovarianzmatrix der vier Bins, die aus den statistischen Fehlern der Meßdaten folgt, ist:

$$V = \begin{pmatrix} 8.5055 & & & \\ -1.262{\cdot}10^{-1} & 7.951{\cdot}10^{-2} & & \\ -1.427{\cdot}10^{-1} & -4.313{\cdot}10^{-4} & 1.008{\cdot}10^{-2} & \\ 4.052{\cdot}10^{-2} & -4.564{\cdot}10^{-3} & 3.174{\cdot}10^{-4} & 1.454{\cdot}10^{-3} \end{pmatrix}$$

Die daraus folgende Korrelationsmatrix entspricht der oben dargestellten Korrelationsmatrix der Gewichtungsfaktoren. Die Diagonalelemente V_{ii} sind die Quadrate der statistischen Fehler σ_i^{stat} der Mittelwerte $< dR_{2+1}/dy_2 >_i$.

Neben diesen Fehlern, die durch Fehlerfortpflanzung aus den statistischen Fehlern der Meßdaten gebildet wurden, wurde auch berücksichtigt, daß zur Entfaltung nur eine begrenzte Zahl von simulierten Ereignissen zur Verfügung steht. Aus der Anzahl N_i^{MC} von simulierten Ereignissen im Intervall $y_2 \in [y_i, y_{i+1}]$ wurde der statistische Fehler, der aus der Simulation folgt, durch $\sigma_i^{MC} =< dR_{2+1}/dy_2 >_i /\sqrt{N_i^{MC}}$ abgeschätzt. Für die folgende Analyse wurde der kombinierte Fehler σ_i^{komb} durch quadratische Addition von σ_i^{stat} und σ_i^{MC} gebildet. Diese Fehler sind in Tabelle 7.3 aufgelistet.

Für die folgende α_s–Bestimmung werden die beiden Randintervalle aufgrund der großen Fehler und der starken Korrelationen nicht verwandt. Die Mittelwerte $< dR_{2+1}/dy_2 >_i$ der entfalteten differentiellen Jetrate in den beiden mittleren Intervallen sind im Rahmen der statistischen Fehler und der y_2–Auflösung eine geeignete Darstellung des Meßergebnisses. Abbildung 7.6 zeigt dieses Ergebnis mit den statistischen Fehlern im Vergleich zu der Vorhersage von PROJET für verschiedene Λ^4.

7.3 Bestimmung von α_s

Zur Bestimmung von α_s wird das Ergebnis der Messung der differentiellen Jetrate mit der QCD–Rechnung von PROJET verglichen. Die Rechnung hängt von der Wahl für α_s bzw.

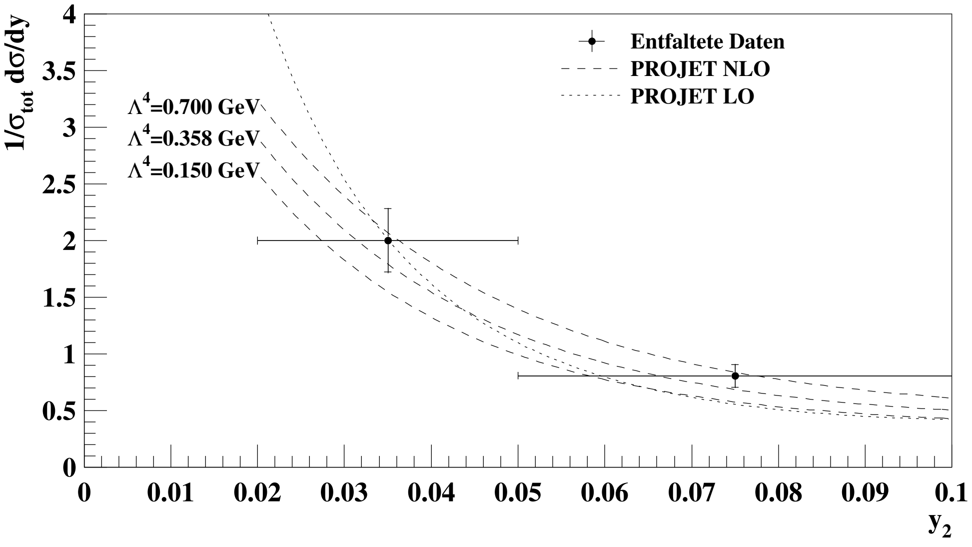

Abbildung 7.6: Entfaltete 2 + 1–Jetrate

Gezeigt ist die entfaltete Jetrate in den beiden Bins, die innerhalb des Meßbereiches liegen. Der kleinere vertikale Fehlerbalken (angedeutet durch den Querstrich) stellt den statistischen Fehler der Meßdaten und der größere den mit dem statistischen Fehler der simulierten Daten kombinierten Fehler dar. Die eingezeichneten Kurven sind die Vorhersage von PROJET in LO und NLO.

Λ ab. Gesucht ist der Wert für α_s mit dem die Rechnung und die korrigierte Meßverteilung übereinstimmen.

7.3.1 Methode

Mit PROJET können der Wirkungsquerschnitt $\sigma_{2+1}(y_{lim})$ für $2+1$ Jets und der totale Wirkungsquerschnitt σ_{tot} in LO und NLO berechnet werden, wobei Λ^4 vorgegeben wird. Die mittlere differentielle Jetrate zu den Intervallen $y_2 \in [y_i, y_{i+1}]$ kann durch

$$\left\langle \frac{dR_{2+1}}{dy_2} \right\rangle_i = -\frac{1}{\sigma_{tot}} \left\langle \frac{d\sigma_{2+1}}{dy_{lim}} \right\rangle_i = \frac{1}{\sigma_{tot}} \cdot \frac{\sigma_{2+1}(y_{lim} = y_i) - \sigma_{2+1}(y_{lim} = y_{i+1})}{y_{i+1} - y_i}$$

berechnet werden. Der Störungsreihe entsprechend wird zur α_s–Bestimmung der mittlere differentielle Wirkungsquerschnitt für $2+1$ Jets in NLO durch

$$\left\langle \frac{d\sigma_{2+1}}{dy_{lim}} \right\rangle_i = A_i \cdot \alpha_s(\mu) + B_i \cdot \alpha_s^2(\mu)$$

und der totale Wirkungsquerschnitt in NLO durch

$$\sigma_{tot} = C + D \cdot \alpha_s(\mu)$$

dargestellt, wobei die Parameter A_i,B_i,C und D von Λ unabhängig sind.

y_2 Intervall	$\sigma_{2+1}^{LO}(y_i) - \sigma_{2+1}^{LO}(y_{i+1})$ [pb]	$\sigma_{2+1}^{NLO}(y_i) - \sigma_{2+1}^{NLO}(y_{i+1})$ [pb]	A_i [pb]	B_i [pb]
$0.02 - 0.05$	31.1	25.8	7100	-8270
$0.05 - 0.1$	14.5	17.1	1980	2400

Tabelle 7.4: PROJET Wirkungsquerschnitt für $2+1$ Jets

Da in PROJET der Impulsübertrag Q als Renormierungsskala benutzt wird, wird hier $\mu = \sqrt{<Q^2>}$ als Skala gewählt. Das gemittelte $<Q^2>$ wurde durch

$$<Q^2> = \frac{1}{\sigma_{tot}} \cdot \int dQ^2 \frac{d\sigma_{tot}}{dQ^2} Q^2$$

mit PROJET errechnet. In dem betrachteten kinematischen Bereich ergab sich $\sqrt{<Q^2>} = 28.7\,\mathrm{GeV}$.

Betrachtet man einen sehr engen Q^2–Bereich, entspricht die Parametrisierung der Wirkungsquerschnitte exakt den ersten beiden Termen der Störungsreihe. Da hier aber über einen großen Bereich in Q^2 integriert wird, ist das eine Näherung, die mit sehr kleinen Abweichungen die Abhängigkeit der Jetrate von α_s bzw. Λ beschreibt.

Die Parameter A_i, B_i, C und D erhält man mit PROJET durch einmalige Berechnung der LO– und NLO–Wirkungsquerschnitte mit einem beliebigen Λ^4:

$$\begin{aligned}
A_i &= \frac{1}{\alpha_S(\mu)} \cdot \frac{\sigma_{2+1}^{LO}(y_i) - \sigma_{2+1}^{LO}(y_{i+1})}{y_{i+1} - y_i} \\
B_i &= \frac{1}{\alpha_S^2(\mu)} \cdot \frac{(\sigma_{2+1}^{NLO}(y_i) - \sigma_{2+1}^{NLO}(y_{i+1})) - (\sigma_{2+1}^{LO}(y_i) - \sigma_{2+1}^{LO}(y_{i+1}))}{y_{i+1} - y_i} \\
C &= \sigma_{tot}^{LO} \\
D &= \frac{(\sigma_{tot}^{NLO} - \sigma_{tot}^{LO})}{\alpha_S(\mu)}
\end{aligned} \tag{7.2}$$

Dabei wird zur Berechnung sowohl in LO als auch in NLO die Zweischleifen–Rechnung für α_s verwandt, die in Kapitel 1 Gleichung 1.7 vorgestellt wurde, so daß die Definition von Λ konsistent ist. In den Tabellen 7.4 und 7.5 sind die Wirkungsquerschnitte, die mit PROJET berechnet wurden, und die daraus folgenden Parameter aufgelistet. Dazu wurde $\Lambda^4 = 0.358\,\mathrm{GeV}$ in PROJET gewählt. Die verwandte Strukturfunktion war MRS H [21].

Mit der Parametrisierung der Wirkungsquerschnitte erhält man für die differentielle Jetrate:

$$\left\langle \frac{dR_{2+1}}{dy_2} \right\rangle_i = \frac{A_i \alpha_s + B_i \alpha_s^2}{C + D\alpha_s} \tag{7.3}$$

σ_{tot}^{LO} [pb]	σ_{tot}^{NLO} [pb]	C [pb]	D [pb]
494	468	494	−179

Tabelle 7.5: PROJET totaler ep–Wirkungsquerschnitt

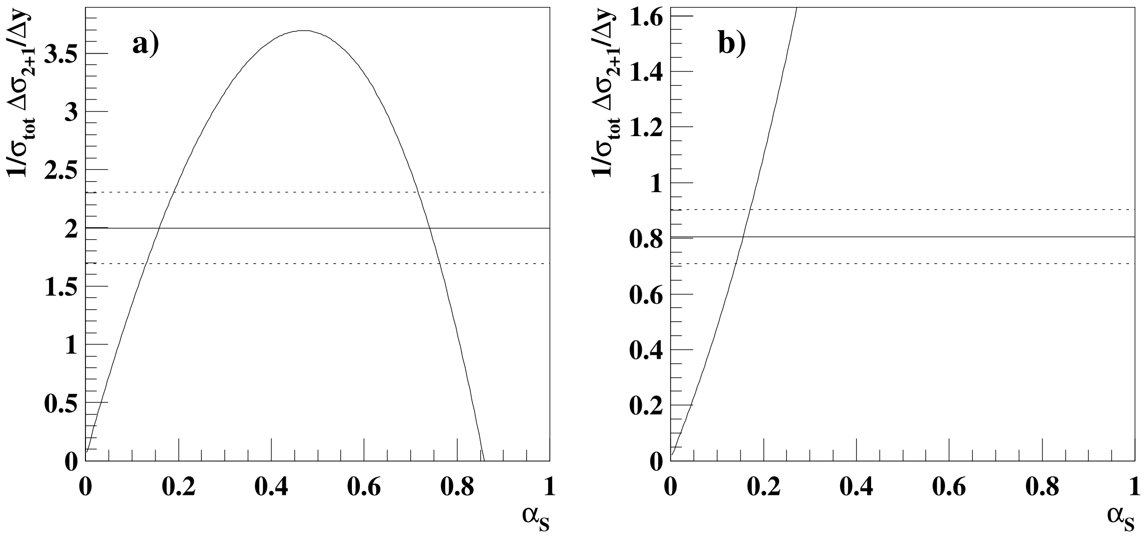

Abbildung 7.7: Gemessene Jetrate und die Abhängigkeit der Vorhersage von α_s *Die durchgezogene horizontale Linie zeigt die gemessene Jetrate, die beiden unterbrochenen Linien deren statistischen Fehler. Die durchgezogene Kurve zeigt die NLO–Rechnung in Abhängigkeit von* α_s *. Der Schnittpunkt ist das aus der Messung ermittelte* α_s. **a)** *für den Bereich* $0.02 < y_2 < 0.05$, **b)** $0.05 < y_2 < 0.1$

Durch Einsetzen der gemessenen Werte und Lösen dieser quadratischen Gleichung kann die Kopplungskonstante α_s bestimmt werden.

y_2 Bin	$\alpha_s(28.7\,\mathrm{GeV})$	$\alpha_s(M_{Z^0})$
$0.02 - 0.05$	0.161 ± 0.030	$0.130^{+0.018}_{-0.020}$
$0.05 - 0.1$	0.159 ± 0.016	$0.128^{+0.010}_{-0.010}$

Tabelle 7.6: Ergebnis der α_s–Bestimmung

7.3.2 Ergebnis

In Abbildung 7.7 ist die parametrisierte Vorhersage für die gemittelten Werte der differentiellen Jetrate in Abhängigkeit von α_s graphisch dargestellt. Außerdem ist jeweils der Meßwert mit seinem Fehler eingezeichnet. Der Schnittpunkt stellt die Lösung der quadratischen Gleichung für α_s dar. Im ersten Intervall ist die NLO–Korrektur negativ. Daher ist die Parabel nach unten offen. In diesem Fall gibt es zwei Lösungen, die im Bereich $\alpha_s > 0$ liegen. Der Schnittpunkt beim größeren Wert von α_s ist sehr viel größer als der Wert, bei dem die Parameter A_i, B_i, C und D bestimmt wurden, so daß die Näherung dieser Parametrisierung ungenau wird. Die Störungrechnung verliert bei dieser Größe von α_s ihre Gültigkeit. Daher wird nur der kleinere Wert als Ergebnis betrachtet. Die ermittelten Werte von α_s gehören zu der Skala $\sqrt{< Q^2 >} = 28.7\,\mathrm{GeV}$, so daß man entsprechend Gleichung 1.7 α_s bei der Masse des Z^0 errechnen kann. Tabelle 7.6 zeigt die Ergebnisse der α_s–Bestimmung und den statistischen Fehler in den beiden y_2–Intervallen. Da die Fehler in den beiden Intervallen statistisch nahezu unabhängig voneinander sind, wurde α_s jeweils getrennt bestimmt. Das ermöglicht die Untersuchung der systematischen Effekte in Abhängigkeit von y_2.

7.4 Systematische Fehler

Bei der vorgestellten Methode zur Bestimmung von α_s aus der gemessenen y_2–Verteilung gibt es eine Anzahl von Unsicherheiten. Um zu zeigen, wie diese Unsicherheiten das Ergebnis beeinflussen, wurde eine Reihe von Größen um den nominellen Wert variiert und die Veränderung im resultierenden α_s bestimmt, jeweils getrennt für die beiden y_2–Bins. Das Ergebnis dieser Variationen ist in den Abbildungen 7.9 und 7.10 dargestellt. Die einzelnen Variationen im resultierenden α_s wurden quadratisch summiert, jeweils getrennt für die positiven und negativen Beiträge. Das Resultat dieser Summe ist der systematische Fehler dieser Messung. Dabei werden mögliche Korrelationen zwischen den Beiträgen vernachlässigt. Die systematischen Einflüsse lassen sich in experimentelle und theoretische Unsicherheiten gliedern. Zu den theoretischen Unsicherheiten gehört der Einfluß der Skalen, der Partondichten und der Partonschauer. Experimentelle Unsicherheiten sind die Kalibration, die Beschreibung des Vorwärtsbereiches durch die Simulation und die Grenzen des Meßbereiches.

7.4.1 Skalen

Da die Wahl von Q^2 als Renormierungs– und Faktorisierungsskala nicht aus grundlegenden Prinzipien der QCD folgt, muß man die Variation des Ergebnisses bei Veränderung der Skala als systematischen Fehler betrachten. Die Renormierungs– und die Faktorisierungsskala wurde von $0.5 \cdot Q$ bis zu $2 \cdot Q$ variiert. Dazu wurde bei der Berechnung der Wirkungsquerschnitte die Renormierungsskala $f^R \cdot Q$ in PROJET verwandt. Der Skalenfaktor f^R wurde zwischen 0.5 und 2 variiert. Bei der Berechnung der Parameter A_i, B_i, C und D wurde dann in Gleichung 7.3 entsprechend $\alpha_s(f^R \cdot \sqrt{< Q^2 >})$ eingesetzt. Die

Lösung der quadratischen Gleichung 7.3 für α_s wurde von der Skala $f^R \cdot \sqrt{<Q^2>}$ auf M_{Z^0} umgerechnet. Entsprechend wurde zur Variation der Faktorisierungsskala in PROJET die Faktorisierungsskala $f^F \cdot Q$ zur Berechnung der Wirkungsquerschnitte eingesetzt. Die Renormierungsskala wurde dabei auf dem nominellen Wert gelassen.

Sowohl bei der Variation der Renormierungsskala als auch bei der Variation der Faktorisierungsskala zeigt das Ergebnis für α_s im Bereich $0.02 < y_2 < 0.05$ deutlich größere Änderungen als im Bereich $0.05 < y_2 < 0.1$. Die Änderung des Ergebnisses ist für $f^R = 0.5$ im Bereich $0.02 < y_2 < 0.05$ besonders groß. Der NLO–Parameter B wird dabei sehr viel einflußreicher, so daß das Maximum der Parabel in Abbildung 7.7 nahe am Meßwert liegt. Daher vergrößert sich das Resultat für α_s stark. Das bedeutet, daß die Wahl der Renormierungskala $\mu = Q$ hier schon am unteren Rand des stabilen Bereiches liegt. Eine weitere Verkleinerung der Skala führt schließlich dazu, daß kein α_s die gemessene Rate beschreibt. Die Skalenabhängigkeit des NLO–Koeffizienten der Störungsreihe verringert hier den Einfluß der Skala nicht, sondern verstärkt ihn.

7.4.2 Partondichten

Die Partondichten des Protons sind nicht exakt bekannt. Die Partondichten MRS G, CTEQ 3M und GRV HO [22, 23, 24] sind ebenso wie die in den Rechnungen verwandte Partondichte MRS H an experimentelle Ergebnisse angepaßt worden. Die Partondichten unterscheiden sich durch die Art der Parametrisierung. Da bei keiner der erhältlichen Parametrisierungen ein Fehler, der aus den experimentellen Fehlern folgt, angegeben ist, wurden bei der Berechnung der Wirkungsquerschnitte in PROJET diese Partondichten anstelle von MRS H verwandt, um aus dem Maximum und dem Minimum der resultierenden α_s–Werte den Fehler durch die nicht exakt bekannten Partondichten zu bestimmen. Den größten Unterschied zeigt die Partondichte MRS G, die eine von den übrigen stark abweichende Gluondichte enthält. Diese Abweichung zeigt also besonders den Einfluß der Gluondichte, die im Vergleich zu den Quarkdichten die größte Unsicherheit aufweist. Die Änderung bei Verwendung von MRS G ist jedoch kleiner als die Änderungen bei der Variation der Renormierungsskala.

7.4.3 Partonschauer

Um den Einfluß der Partonschauer auf die Jetrate innerhalb des Phasenraumbereiches, in dem die Rechnung mit den korrigierten Daten verglichen wird, klein zu halten, war der Schnitt $z_{p\ par} > 0.1$ eingeführt worden. Die Variation in α_s durch eine Veränderung dieses Schnittes von 0.05 bis hin zu 0.15 zeigt den verbleibenden Einfluß. Wie aus den Resultaten von Kapitel 6 zu erwarten ist, zeigt sich bei kleineren y_2 ein größerer Effekt. In Bereich $0.02 < y_2 < 0.05$ ist mit dem kleineren Schnitt in z_p das Resultat für α_s größer als mit dem nominellen Wert. Das zeigt, daß der Einfluß der Partonschauer den Trend gut wiederspiegelt: Die Partonschauer bewirken eine Erhöhung der Jetrate bei kleinen z_p, was zu einem höheren α_s führt. Siehe dazu das Beispiel in Kapitel 6.3.

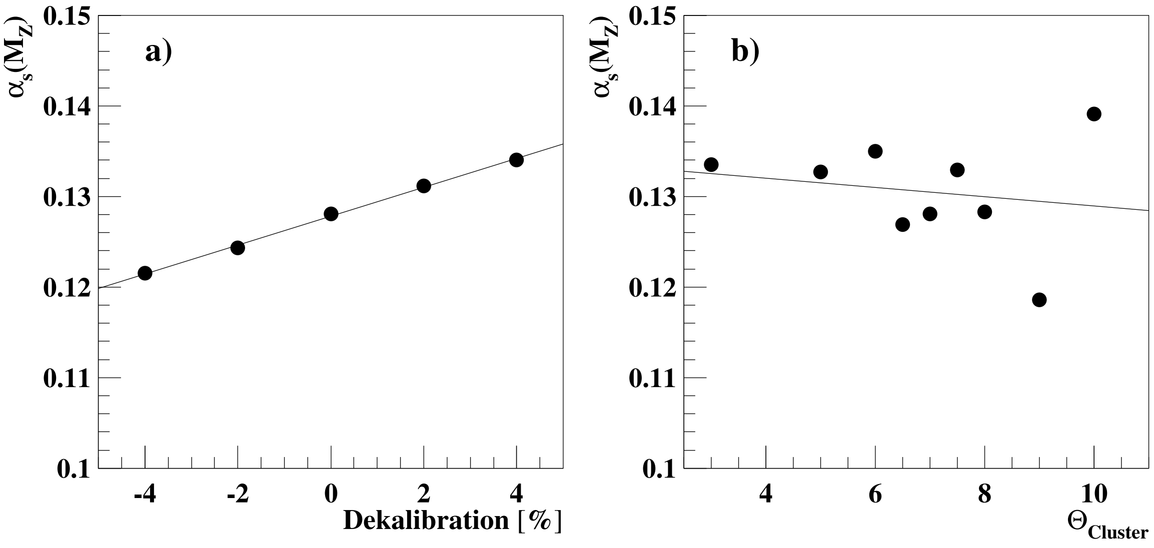

Abbildung 7.8: Systematische Abweichungen mit und ohne statistischen Schwankungen **a)**: *Das Resultat der Messung von* α_s *bei veränderter Kalibration.* **b)**: *Das Resultat der Messung von* α_s *bei verschiedenen Schnitten in* $\Theta_{Cluster}$. *Die Werte beziehen sich auf den Bereich* $0.05 < y_2 < 0.1$. *Die Linien sind das Resultat einer linaren Anpassung an die Punkte.*

7.4.4 Kalibration

Die absolute Kalibration des Flüssig–Argon–Kalorimeters für Hadronen ist auf 4% genau bekannt. Das bedeutet, daß die Simulation die Detektorantwort nur mit einer Genauigkeit von 4% beschreibt. Der Einfluß der Kalibration auf α_s wurde durch Variation der Kalibrationskonstanten der Simulation um ±4% untersucht bei festgehaltener Kalibrationskonstanten für die Meßdaten. Bei dieser Variation bleibt die gemessene y_2–Verteilung gleich. Es ändert sich die y_2–Verteilung der simulierten Ereignisse und die Auflösungsmatrix $A^{\star}_{ij}$ für die Entfaltung. So werden statistische Schwankungen vermieden, die sich bei einer Änderung der Kalibrationskonstanten für die Meßdaten bei unveränderter Simulation ergeben. Die gemessenen Ereignisse würden dabei im y_2–Histogramm etwas anders verteilt. Die Lösung der Entfaltung würde dadurch im Rahmen der statistischen Fehler schwanken, was zu statistischen Fehlern bei der Bestimmung des systematischen Fehlers führt.

Abbildung 7.8 a zeigt, die Abhängigkeit des resultierenden α_s von der Kalibration für den Bereich $0.05 < y_2 < 0.1$. Die Punkte liegen ohne statistische Schwankungen auf einer glatten Kurve. Für den Bereich $0.02 < y_2 < 0.05$ ist die Schwankung asymmetrisch[4], obwohl die Kalibration nahezu linear auf die Jetrate wirkt. Der Grund für die Asymmetrie ist die größere NLO–Korrektur und die daraus folgende parabolische Abhängigkeit der Jetrate von α_s.

---

[4] Siehe Abbildung 7.9.

7.4.5 Vorwärtsbereich

Da sehr viele Jets in Vorwärtsrichtung gehen, bestimmt die Akzeptanzgrenze am vorderen Rand des Flüssig-Argon–Kalorimeters die Jetrate. Sofern die Simulation diesen Bereich gut beschreibt, sollte das Ergebnis unabhängig von der genauen Position der Akzeptanzgrenze sein. In Kapitel 5 wurden Unterschiede zwischen Daten und Simulation im Vorwärtsbereich diskutiert. Um zu demonstrieren, wie weit dadurch das Ergebnis beeinflußt ist, wird der Akzeptanzschnitt in $\Theta_{Cluster}$ variiert. Dabei wird den Jets, die sehr weit im Vorwärtsbereich gefunden werden, mit steigendem Winkelschnitt immer mehr Energie entzogen und dem Protonrestjet zugeführt. Dadurch verändert sich auch der Wert von y_2. Die y_2–Verteilung verschiebt sich, so daß das Ergebnis der Entfaltung innerhalb der statistischen Fehler schwanken kann. Diese Schwankungen sind dem eigentlichen systematischen Effekt überlagert.

Um trotzdem eine Aussage über diesen Effekt machen zu können, wird der Schnitt in $\Theta_{cluster}$ zwischen $3°$ und $12°$ in vielen Schritten verändert und der jeweilige Wert für α_s ermittelt. Das Ergebnis für den Bereich $0.05 < y_2 < 0.1$ ist in Abbildung 7.8 dargestellt. An die Meßwerte von α_s in Abhängigkeit vom Schnitt in $\Theta_{cluster}$ wird eine Gerade angepaßt. Dabei wurden alle Punkte gleich gewichtet ohne Berücksichtigung der statistischen Fehler, da sie statistisch stark korreliert sind. Die Steigung der Geraden ist ein Maß für den gesuchten systematischen Effekt. Die Variation von α_s entlang der Geraden von $3°$ bis $12°$ wird schließlich als systematischer Fehler $\Delta\alpha_s$ für α_s betrachtet. Im Bereich $0.02 < y_2 < 0.05$ ergab sich so ein Fehler von $\Delta\alpha_s = 0.024$ und im Bereich $0.05 < y_2 < 0.1$ von $\Delta\alpha_s = 0.005$. Der Bereich kleinerer y_2 ist also deutlich empfindlicher für die Effekte im Vorwärtsbereich.

7.4.6 Wahl des Jetphasenraumes

Die untere Grenze für das rekonstruierte $y_{2\ rek}$ wurde von 0.15 bis 0.25 und der Schnitt im rekonstruierten $z_{p\ rek}$ von 0.1 bis 0.2 variiert. Durch diese beiden Variationen wird die Sensitivität des Meßbereiches für den Phasenraumbereich, in dem mit der Rechnung verglichen wird, verändert. Bei kleineren z_p– bzw. y_2–Schnitten migrieren mehr Ereignisse in den Meßbereich. Bei höheren Schnitten sinkt die Akzeptanz für Ereignisse aus dem gewählten Phasenraum. Auch bei diesen Variationen zeigt sich im Ergebnis für den Bereich $0.02 < y_2 < 0.05$ eine größere Abweichung als für $0.05 < y_2 < 0.1$.

7.5 Ergebnis der α_s Messung

Die α_s–Werte der beiden Intervalle stimmen innerhalb der Fehler überein. Die beobachtete Abhängigkeit der differentiellen Jetrate von y_2 kann von der QCD–Rechnung beschrieben werden. Die dargestellte Untersuchung der systematischen Einflüsse auf den ermittelten Wert von α_s zeigt, daß im Bereich $0.02 < y_2 < 0.05$ die Unsicherheiten sehr groß sind. Dagegen ist der Wert für α_s im Bereich $0.05 < y_2 < 0.1$ unempfindlicher gegen alle vorgestellten Variationen, wie in Abbildung 7.10 zusammengefaßt dargestellt ist. Nur dieser Wert ist daher als das Ergebnis dieser α_s–Messung aufzufassen.

Die größte experimentelle Unsicherheit dieser Messung beruht auf der absoluten Kalibration des Flüssig–Argon–Kalorimeters. Eine Abweichung von ähnlicher Größe bewirkt die Variation der Renormierungsskala. Der ermittelte Wert von α_s und die kombinierten statistischen und systematischen Fehler dieser Messung der differentiellen Jetrate, die über das Intervall $y_2 \in [0.05, 0.1]$ integriert wurde, sind also:

$$\alpha_s(M_{Z^0}) = 0.128 \pm 0.010\,(\text{stat.})\ \pm 0.012\,(\text{syst.})$$

7.6 Vergleich mit anderen α_s–Messungen

Die *Particle Data Group* hat aus den Ergebnissen vieler α_s–Messungen verschiedener Experimente einen Weltmittelwert von $\alpha_s(M_Z) = 0.118 \pm 0.003$ ermittelt [33], mit dem das Ergebnis dieser Messung im Rahmen der Fehler übereinstimmt. Dabei sind die genauen α_s–Werte aus Strukturfunktionsmessungen der Experimente mit festem Target [70, 71, 72, 73, 74] mit einem Mittelwert von $\alpha_s(M_Z) = 0.112 \pm 0.002 \pm 0.004$ die niedrigsten Beiträge. Dagegen ergaben die ebenfalls genauen Messungen der Struktur des hadronischen Endzustandes in Z^0–Zerfällen [38, 39, 40, 41, 42], die der in dieser Arbeit dargestellten Messung sehr ähnlich sind, einen Mittelwert von $\alpha_s(M_Z) = 0.122 \pm 0.007$.

Zu beachten ist dabei, daß bei fast allen Messungen der Struktur hadronischer Endzustände, wie in dieser Analyse auch, Hadronisationseffekte anhand von Modellen korrigiert werden. Da bei allen Experimenten jedoch dieselben oder sehr ähnliche Modelle verwandt werden, sind die damit verbundenen systematischen Fehler teilweise korreliert. Diese Korrelation kann jedoch nicht alleine den Unterschied zu den Strukturfunktionsmessungen erklären, da auch inklusive Messungen des hadronischen Endzustandes, bei denen keine Hadronisationskorrekturen vollzogen werden, zu höheren α_s–Werten führen. Hierzu liefert die Messung des hadronischen τ–Zerfalls[5] den genauesten Wert.

Zu dem genannten Weltmittelwert tragen auch die α_s–Messungen von H1 und ZEUS über integrierte $2+1$–Jetraten [43, 44] bei. Die dargestellte Analyse ist nicht als unabhängige Messung zu betrachten, da der überwiegende Teil der systematischen Einflüsse gleich ist. Die dargestellte Methode stellt vielmehr eine Erweiterung dieser Messungen durch den Übergang von integrierten zu differentiellen Jetraten dar. Dieser Übergang erlaubt, die Auflösungseffekte detaillierter zu berücksichtigen.

7.7 Ausblick

Die differentielle Jetrate wurde aus 187 Ereignissen entfaltet. Im Rahmen der statistischen Fehler in Verbindung mit der Auflösung für y_2 erlaubt das Entfaltungsverfahren, die entfaltete Jetrate in nur zwei unabhängigen Intervallen darzustellen. Mit einer größeren Menge an Ereignissen und dem dadurch verringerten statistischen Fehler, reduzieren sich die Oszillationen, die bei einer Korrektur ohne Regularisierung auftreten. Die Anzahl an

---

[5] Siehe [33] und die dort angegebenen Referenzen.

effektiven Freiheitsgraden zur Regularisierung im Entfaltungsverfahren, die eine a priori Annahme über die Glattheit der Lösung darstellt, ließe sich erhöhen. Das heißt, daß die Lösung weniger Annahmen enthält. Dadurch läßt sich die korrigierte differentielle Jetrate in mehr unabhängigen Intervallen darstellen. Die Abhängigkeit des systematischen Fehlers von y_2 läßt sich dann genauer studieren und α_s kann durch einen χ^2–Fit für alle geeigneten Intervalle gemeinsam bestimmt werden.

In dieser Arbeit wurde das Lund–String–Modell bei der Korrektur der Daten verwandt. Alternative Hadronisationsmodelle können die Meßdaten bisher nicht vergleichbar beschreiben. Mit einer weiteren Anpassung dieser Modelle an die Meßdaten läßt sich das beschriebene Verfahren zur Korrektur mit ähnlicher Qualität ausführen. Dadurch kann man dann die Modellabhängigkeit der Lösung studieren.

In Vorbereitung befindet sich eine neue Version des Simulationsprogramms DJANGO [75], das die gleiche Simulation des hadronischen Endzustandes enthält wie LEPTO 6.3. Zusätzlich erlaubt DJANGO die Simulation von Photonabstrahlungen des Elektrons. Der Einfluß derartiger Abstrahlungen wurde in dieser Analyse durch die Schnitte der Datenselektion unterdrückt. Der bleibende Einfluß kann mit der neuen Version von DJANGO präzise bestimmt werden. Er kann schließlich über das Entfaltungsverfahren berücksichtigt werden.

Seit kurzem existiert das Programm MEPJET [76], mit dem es möglich wird, NLO–Wirkungsquerschnitte für beliebige Jetalgorithmen und Verteilungen anderer Variablen, die den hadronischen Endzustand beschreiben, auszurechnen. Auch der Einfluß der Rekombinationsschemata bei den Jetalgorithmen läßt sich berechnen. Dadurch kann man eine Vielzahl von meßbaren Verteilungen mit QCD–Vorhersagen vergleichen und daraus schließlich α_s bestimmen. Insbesondere im Bereich kleiner Q^2 lassen sich die dargestellten Unsicherheiten verringern. Die Wahl von Q^2 als Renormierungsskala führt bei sehr kleinen Q^2 zu großen α_s–Werten, so daß die NLO–Störungsrechnung ihre Gültigkeit verliert. MEPJET erlaubt, den Transversalimpuls der Jets oder andere Energien des Streuprozesses als Skala zu verwenden.

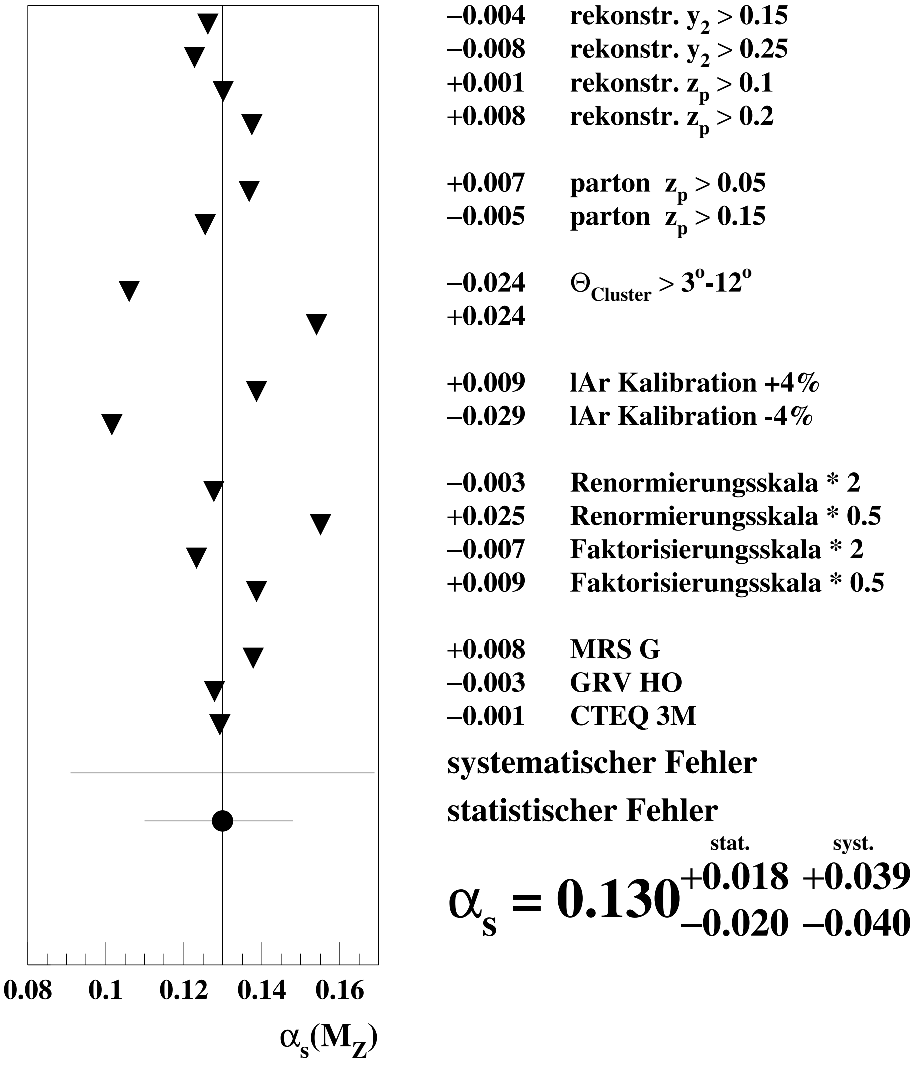

Abbildung 7.9: Systematische Fehler im Bereich $0.02 < y_2 < 0.05$
Der volle Kreis im Diagramm stellt das Ergebnis der Messung mit dem statistischen Fehler dar. Die Dreiecke zeigen das Ergebnis bei der jeweils rechts aufgeführten Veränderung.

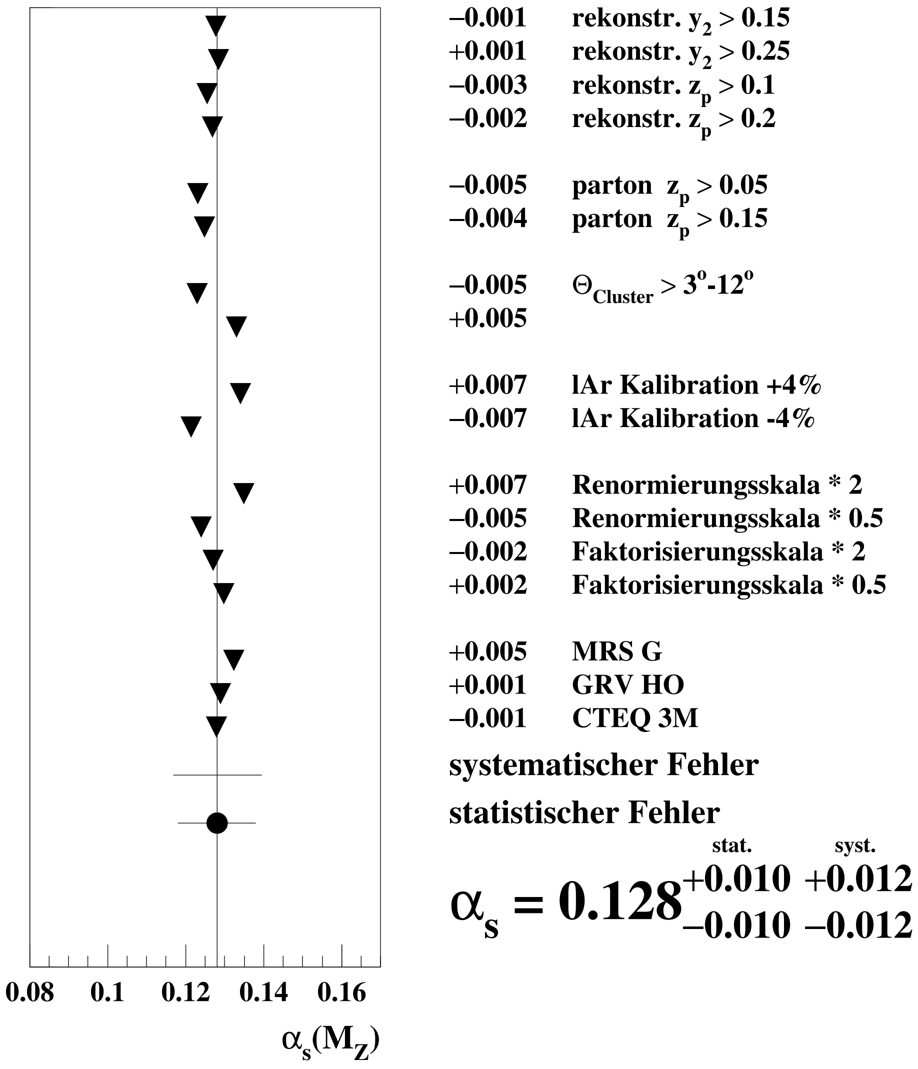

Abbildung 7.10: Systematische Fehler im Bereich $0.05 < y_2 < 0.1$

Zusammenfassung

Die Kopplungskonstante α_s wurde aus der differentiellen $2+1$–Jetrate in tiefunelastischer Elektron–Protonstreuung als Funktion der Auflösung des JADE–Jetalgorithmus gemessen. Dazu wurden Ereignisse tiefunelastischer Streuung verwandt, die mit dem H1–Detektor während der Datennahmeperiode 1994 aufgezeichnet wurden. Der Datensatz entspricht einer integrierten Luminosität von $2.7\,\mathrm{pb}^{-1}$. Ausgangsgröße der Jetrekonstruktion mit dem JADE–Jetalgorithmus waren Vierervektoren, die aus den Energieclustern im Flüssig–Argon–Kalorimeter und im instrumentierten Eisenjoch des H1–Detektors gebildet wurden, und ein Vierervektor, der den im Strahlrohr verlorenen Impuls in z–Richtung berücksichtigt. Die Häufigkeit und Verteilung der Jets wurde untersucht und mit Simulationen verglichen.

Mit der Simulation auf Basis des Generators LEPTO 6.3 wurde der Einfluß der Hadronisation und des Detektors auf die Jets dargestellt. Der Einfluß von Abstrahlungen höherer Ordnung auf die Bildung von Partonjets mit dem JADE–Jetalgorithmus wurden anhand des Partonschauermodells in LEPTO studiert. Dazu wurden die masselosen Partonen der LO–Vorhersage in LEPTO mit den Partonjets verglichen, die nach Abstrahlung der Partonschauer gebildet wurden. Die Partonschauer bewirken im Bereich kleiner x_{Bj} und Q^2 einen starken Anstieg der Partonjetrate. Insbesondere im Vorwärtsbereich werden nach Abstrahlung der Partonschauer mehr Jets gefunden. Mit den Schnitten $z_p > 0.1$, $\Theta_{Quark} < 100^\circ$ und $Q^2 > 200\,\mathrm{GeV}^2$ ist der Einfluß der Partonschauer klein.

Die differentielle $2+1$–Jetrate wurde als Funktion von y_2 gemessen, wobei y_2 den Wert des Auflösungsparameters y_{cut} für jedes Ereignis angibt, bei dem die Anzahl der Jets von $2+1$ auf $1+1$ springt. Der Meßbereich wurde eingeschränkt, um die Unsicherheiten bei der Jetrekonstruktion zu minimieren. Dabei wurde besonders der Einfluß der Partonschauer berücksichtigt. Die aus 187 selektierten Ereignissen gewonnene y_2–Verteilung wurde um den Einfluß der Hadronisation und des Detektors anhand der Simulation mit LEPTO korrigiert. Dazu wurde ein Enfaltungsverfahren verwandt, das die Akzeptanz und die Auflösung für y_2, die aus der Korrelation von Partonjets und rekonstruierten Jets ermittelt wird, berücksichtigt. Im Rahmen der statistischen Fehler in Verbindung mit der Auflösung für y_2 konnte die korrigierte differentielle Jetrate in zwei nahezu unkorrelierten y_2–Intervallen $y_2 \in [0.02, 0.05]$ und $[0.05, 0.1]$ dargestellt werden.

Die Mittelwerte der differentiellen Jetrate in den beiden Intervallen wurden mit der NLO–Vorhersage von PROJET verglichen. Aus diesem Vergleich wurde zu jedem Intervall α_s bei der mittleren Skala $\sqrt{<Q^2>} = 28.7\,\mathrm{GeV}$ bestimmt. Die Untersuchung der systematischen Fehler zeigte, daß die Unsicherheiten bei kleinen y_2 groß sind. Für den Bereich $0.05 < y_2 < 0.1$ konnte jedoch ein stabiler Wert für α_s ermittelt werden. Die größten experimentellen Fehler ergeben sich aus dem Fehler in der absoluten Kalibration des Flüssig–Argon–Kalorimeters für Hadronen und durch den Akzeptanzschnitt in Vorwärtsrichtung. Die größte theoretische Unsicherheit zeigt sich bei der Variation der Renormierungsskala. Das Ergebnis der Messung ist:

$$\alpha_s(M_{Z^0}) = 0.128 \pm 0.010\,(\mathrm{stat.})\ \pm 0.012\,(\mathrm{syst.})$$

Anhang A

Berechnung kinematischer Größen

A.1 Elektronmethode

Aus der Energie E_e und dem Winkel Θ_e des gestreuten Elektrons bzw. Positrons lassen sich die kinematischen Variablen berechnen:

$$Q_e^2 = 2E_{e\,\mathrm{Str}}E_e(1+\cos\Theta_e) \tag{A.1}$$

$$y_e = 1 - \frac{E_e}{2E_{e\,\mathrm{Str}}}(1-\cos\Theta_e) \tag{A.2}$$

$$x_e = \frac{E_{e\,\mathrm{Str}}}{E_{p\,\mathrm{Str}}} \cdot \frac{E_e\,(1+\cos\Theta_e)}{2E_{e\,\mathrm{Str}} - E_e\,(1-\cos\Theta_e)} \tag{A.3}$$

$$\cos\Theta_{Quark} = \frac{Q_e^2(1-y_e) - 4E_{e\,\mathrm{Str}}^2\,y_e^2}{Q_e^2(1-y_e) + 4E_{e\,\mathrm{Str}}^2\,y_e^2} \tag{A.4}$$

Dabei sind $E_{e\,\mathrm{Str}}$ und $E_{p\,\mathrm{Str}}$ die Energien des Positron– und Protonstrahls.

A.2 Jacquet–Blondel–Methode

Die kinematischen Größen lassen sich auch allein aus dem hadronischen Endzustand, der mit dem Detektor gemessen wird, bestimmen:

$$y_{JB} = \frac{\sum_i (E_i - p_{zi})}{2E_{e\,\mathrm{Str}}} \tag{A.5}$$

$$Q_{JB}^2 = \frac{\sum_i p_{ti}^2}{1-y_{JB}} \tag{A.6}$$

Dabei sind E_i die gemessenen Energien der Hadronen, p_{zi} deren longitudinalen Impulse und p_{ti} die transversalen Impulse.

A.3 Doppelwinkelmethode

Der hadronische Winkel γ ist durch

$$\cos\gamma = \frac{Q^2_{JB}(1-y_{JB}) - 4E^2_{e\,\mathrm{Str}}\,y^2_{JB}}{Q^2_{JB}(1-y_{JB}) + 4E^2_{e\,\mathrm{Str}}\,y^2_{JB}} \tag{A.7}$$

definiert und entspricht dem Winkel Θ_{Quark} im Quark–Parton–Modell. Aus dem Winkel des gestreuten Elektrons Θ_e und dem hadronischen Winkel γ kann man ebenfalls die kinematischen Größen bestimmen:

$$Q^2_{DW} = 4E^2_{e\,\mathrm{Str}}\,\frac{\sin\gamma(1+\cos\gamma)}{\sin\gamma+\sin\Theta_e-\sin(\Theta_e+\gamma)} \tag{A.8}$$

$$x_{DW} = \frac{E_{e\,\mathrm{Str}}}{E_{p\,\mathrm{Str}}}\cdot\frac{\sin\gamma+\sin\Theta_e+\sin(\Theta_e+\gamma)}{\sin\gamma+\sin\Theta_e-\sin(\Theta_e+\gamma)} \tag{A.9}$$

Die invariante Masse des hadronischen Endzustandes W^2, bestimmt über die Doppelwinkelmethode, ergibt sich dann aus:

$$W^2_{DW} = Q^2_{DW}\,x_{DW}\,(1-x_{DW}) \tag{A.10}$$

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Literaturverzeichnis

[1] F. Halzen und A.D. Martin, *Quarks & Leptons: An introductory Course in Modern Particle Physics*, John Wiley & Sons, Inc. 1984.

[2] D.H. Perkins, *Introduction to High Energy Physics*, Addison–Wesley, 1987.

[3] S.L. Glashow, *Partial Symmetries of weak Interactions*, Nucl.Phys. 22 (1961) 579.

[4] A. Salam, *Weak and Electromagnetic Interactions* Proc. of the 8th Nobel symposium, Aspenäsgøarden, 1968 Herausg. N. Svartholm, Stockholm 1968, S.367.

[5] S. Weinberg, *A Model of Leptons*, Phys.Rev.Lett. 19 (1967) 1264.

[6] G. Altarelli, *The Standard Electroweak Theory and its Experimental Test*, Vorlesung, 32. Internationale Universitätswochen für Kern– und Teilchenphysik, Schladming, Österreich, 1993, CERN-TH.6867/93, April 1993.

[7] H. Fritzsch, M Gell–Mann und H. Leutwyler, *Advantages of the Color Octet Gluon Picture*, Phys.Lett. B47 (1973) 365.

[8] D.J. Gross and F. Wilczek, *Asymptotically Free Gauge Theories I*, Phys.Rev. D8 (1973) 3633.

[9] S. Weinberg, *Nonabelian Gauge Theories of the Strong Interactions*, Phys.Rev.Lett. 31 (1973) 494.

[10] G. Sterman, CTEQ Kollaboration, R. Brock et al., *Handbook of Perturbative QCD* Fermilab-Pub-93-094 und Review of Modern Physics 67 (1995) 157–248.

[11] G. Hanson et al., *Evidence for Jet Structure in Hadron Production by* e^+e^- *Annihilation*, Phys.Rev.Lett. 35 (1975) 1609-1612.

[12] TASSO Kollaboration, G. Wolf, et al., *Tasso Results on* e^+e^- *Annihilation between* 13 GeV *and* 31.6 GeV *and Evidence for Three Jet Events*, DESY 79/61, Sep 1979 und proc.9th Int.Symp. on Lepton Photon Interactions, Batavia, 1979.

[13] S.L. Wu, e^+ e^- *Physics at PETRA – The First Five Years*, DESY 84-028 und Phys.Rep. 107 (1994) 59.

[14] P. Schmüser, *Feynman–Graphen und Eichtheorien für Experimentalphysiker* Springer 1988.

[15] J.C. Collins ,*Renormalization*, Cambridge University Press 1984.

[16] D. Graudenz, *Next-To-Leading Order QCD Corrections to Jet Cross-Sections and Jet Rates in Deeply Inelastic Electron Proton Scattering* HEP-PH-9307311 und Phys.Rev. D49 (1994) 3291-3319.

[17] T. Brodkorb und E. Mirkes, *Complete* $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ *in Deep Inelastic Scattering* MAD-PH-820 Feb. 1994 und Z.Phys. C66 (1995) 141-150.

[18] T. Kinoshita, J.Mth.Phys. 3 (1962) 650.

[19] T.D. Lee und M. Nauenberg, *Degenerate Systems and Mass Singularities*, Phys.Rev. B133 (1964) 1549.

[20] R.G. Roberts, *The Structure of the Proton*, Cambridge University Press 1990.

[21] A.D. Martin, R.G. Roberts und W.J. Stirling, *Parton Distributions of the Proton*, RAL-94-055, Jun 1994, HEP-PH-9406315 und Phys.Rev. D50 (1994) 6734-6752.

[22] A.D. Martin, R.G. Roberts und W.J. Stirling, *Pinning down the Glue in the Proton*, RAL-95-021, Feb. 1995, HEP-PH-9502336 und Phys.Lett. B354 (1995) 155–162

[23] M. Gück, E. Reya und A. Vogt, *Dynamical Parton Distributions of the Proton and small x Physics*, DO-TH-94-24 und Dec 1994, Z.Phys. C67 (1995) 433-448.

[24] CTEQ Kollaboration, J. Botts et al., *Global QCD Analysis and the CTEQ Parton Distributions*, MSU-HEP-41024, Oct 1994, HEP-PH-9410404 und Phys.Rev. D51 (1995) 4763-4782.

[25] D. Graudenz, *PROJET: Jet Cross Sections in Deeply Inelastic Electron Proton Scattering Version* 4.1, CERN-TH-7420-94, Aug. 1994 und Comp.Phys.Commun. 92 (1995) 65-89.

[26] R. Barlow, *Jets in High–Energy Interactions*, MAN-HEP-93-05, Aug 1993 und Rep.Prog.Phys.56 (1993) 1067-1144.

[27] M. Seymour, *Jets in QCD* CERN-TH/95-176 und HEP-PH-9506421, 1995.

[28] Ya.I. Azimov, Yu.L. Dokshitser, V.A. Khoze und S.I. Troian, *Similarity of Parton and Hadron Spectra in QCD Jets*, Z.Phys. C27 (1985) 65.

[29] Ya.I. Azimov, Yu.L. Dokshitser, V.A. Khoze und S.I. Troian, *Humpbacked QCD Plateau in Hadron Spectra*, Z.Phys. C31 (1986) 213.

[30] B. Anderson et al., *Parton Fragmentation and String Dynamics*, Phys.Rep.97 (1983) 31.

[31] D.W. Duke, R.G. Roberts, *Determinations of the QCD Strong Coupling α_s and the Scale* Λ_{QCD}, Phys.Rep. 120 (1985) 275–368.

[32] S. Bethke, *Status of α_s Measurements*, XXX Rencontres de Moriond: QCD and High Energy Hadronic Interactions, Meribel les Allues, France, 19-25 März 1995, PITHA-95-14, Juni 1995.

[33] L. Montanet et al., Physical Review D50 (1994) 1173, und die Vorbereitung von 1995 für die Ausgabe 1996 auf den PDG WWW–Seiten (URL: http://pdg.lbl.gov/).

[34] H1 Kollaboration, S. Aid et al., *The Gluon Density of the Proton at low x from a QCD Analysis of F_2*, Phys.Lett. B354 (1995) 494-505.

[35] ZEUS Kollaboration, M. Derrick et al., *Extraction of the Gluon Density of the Proton at Small X.*, DESY-94-192, Oct. 1994 und Phys.Lett.B345 (1995) 576-588.

[36] H1 Kollaboration, S. Aid et al., *A measurement and QCD Analysis of the Proton Structure Function $F_2(x, Q^2)$ at HERA*, DESY-96-039, März 1996 und HEP-EX-9603004.

[37] J. Chyla, *On consistent determination of α_s from jet rates in Deep Inelastic Scattering*, Vortrag zum Workshop *Future Physics at HERA*, Dez. 1995, PRA-HEP-96-01, April 1996 und HEP-PH-9604306.

[38] ALEPH Kollaboration, *Measurement of the strong coupling constant α_s from global event–shape variables of hadronic Z decays*, Phys. Lett. B255 (1991) 623.

[39] OPAL Kollaboration P.D. Acton et al., *A Global Determination of $\alpha_s(M_{Z^0})$ at LEP*, CERN-PPE-92-18, Feb. 1992 und Z.Phys. C55 (1992) 1-24.

[40] L3 Kollaboration, O. Adriani et al., *Determination of α_s from Hadronic Event Shapes Measured on the Z^0 Resonance*, CERN-PPE-92-058, Apr. 1992 und Phys.Lett. B284 (1992) 471-481.

[41] DELPHI Kollaboration, *Determination of α_s in Second Order QCD in Hadronic Z^0 Decays*, Z.Phys. C54 (1992) 55–74

[42] SLD Kollaboration, K. Abe et al., *Measurement of α_s from Jet Rates at the Z^0 Resonance*, Phys.Rev.Lett 71:2528, 1993.
Measurement of α_s from Hadronic Event Observables at the Z^0 Resonance, HEP–EX–9501003, SLAC–PUB–6641 1994 und Phys.Rev D51 (1995) 962–984.

[43] H1 Kollaboration, T. Ahmed et al., *Determination of the Strong Coupling Constant from Jet Rates in Deep Inelastic Scattering*, DESY-94-220, Nov 1994 und Phys.Lett. B346 (1995) 415-425.

[44] ZEUS Kollaboration, M. Derrick et al., *Measurement of α_s from Jet Rates in Deep Inelastic Scattering at HERA*, DESY-95-182, Oct 1995, HEP–EX–9510001 und Phys.Lett.B363 (1995) 201-216.

[45] A. Wegner, *Messung von Multijetraten in der tief inelastischen Elektron–Proton Streuung mit dem H1 Detektor bei HERA*, Dissertation Universität Hamburg, DESY FH1K-94-06, August 1994.

[46] R. Nisius, *Measurement of the strong coupling constant α_s from jet rates in deep inelastic scattering*, Dissertation RWTH Aachen, PITHA-94-21, Juni 1994.

[47] G. Ingelman, *LEPTO Version 6.1: The Lund Monte Carlo for Deep Inelastic Lepton - Nucleon Scattering*, Proc. of Workshop on Physics at HERA, Hamburg, Germany, Oct 29-30, 1991

[48] L. Lönnblad, *ARIADNE Version 4: A Program for Simulation of QCD Cascades Implementing the Color Dipole Model*, Comput. Phys. Commun. 71 (1992) 15-31.

[49] *A proposal for a large electron–proton colliding beam facility at DESY*, DESY HERA 81–10, 1981.

[50] H1 Kollaboration *The H1 detector at HERA*, DESY 93-100, Juli 1993 und DESY H1-96-01 Marz 1996 (geschickt an Nuclear Instruments and Methods).

[51] H1 Calorimeter Group, B. Andrieu et al., *Results from pion calibration runs for the H1 Liquid Argon Calorimeter and comparisons with simulations*, DESY 93-047, April 1993 und Nucl.Instr. and Meth. A336 (1993) 499-509.

[52] J. Gayler, Proceedings of 3rd int. Conf. on Calorimetry in HEP, Corpus Cristi, Texas, 1992, S.701

[53] J. Bán, *The H1–Backward Calorimeter BEMC and its inclusive electron trigger*, DESY 95-177, 1995

[54] K. Borras, *The performance of the H1 calorimeters*, Beijing Calorimetry Symposium 1994, DESY 95-067, April 1995.

[55] R. Brun et al., *GEANT3 Users Gide*, CERN-DD/EE/84-1, September 1987.

[56] H. Fesefeldt, *The Simulation of Hadronic Showers, Physics and Applications*, PITHA 85–02, Aachen 1995.

[57] H. Fesefeldt, *The e/h Ratio and Energy Resolution of Hadronic Calorimeters*, Nucl.Instr. and Meth. A 263 (1988) 114.

[58] M. Rudowicz, *Hadronische Schauersimulation für den H1–Detektor*, Dissertation, Universität Hamburg, MPI-PhE / 92-14, September 1992.

[59] S. Peters, *Die parametrisierte Simulation elektromagnetischer Schauer*, Dissertation, Universität Hamburg, MPI-PhE / 92-13, September 1992.

[60] V. Blobel, *Unfolding methods in high-energy physics experiments*, DESY 84/118, Dec 1984. Vortrag bei der 1984 CERN School of Computing, Aiguablava, Spanien, Sep 9-22, 1984. CERN Comp.School 1984 88, QA76:C2:1984, 1994.

[61] C. de Boor, *A practicle Guide to Splines*, Springer-Verlag, New York, Heidelberg, Berlin, 1978.

[62] V. Blobel, *RUN*, Programm zur Entfaltung nach dem in [60] beschriebenen Verfahren.

[63] J. Lipinski, Dissertation in Vorbereitung

[64] R. Maraček und A. De Roeck, persönliche Mitteilung

[65] S. Reinshagen, *Messung der Strukturfunktion F_2 bei kleinen Impulsüberträgen am H1–Experiment bei HERA*, Dissertation Universität Hamburg, DESY FH1K-95-03, Juli 1995.

[66] T. Merz, *Messung der Proton–Strukturfunktion F_2 bei hohen Impulsüberträgen mit dem H1–Detektor*, Dissertation Universität Hamburg, DESY FH1K-94-02, Juni 1994.

[67] C. Leverenz, *Bestimmung der Protonstrukturfunktion F_2 bei hohen Impulsüberträgen im H1–Experiment bei HERA*, Dissertation Universität Hamburg, DESY FH1K-95-02, März 1995.

[68] JADE Kollaboration, W. Bartel et al., *Experimental Studies on Multi–Jet Production in e+ e- Annihilation at PETRA Energies*, DESY-86-086 und Z.Phys. C33 (1986) 23.

[69] T. Carli, Vortrag zum Workshop DIS96, Rom, April 1996.

[70] P.Z. Quintas et al., Phys.Rev.Lett. 71 (1993) 1307.

[71] J.P. Berge et al., Z.Phys. C94 (1991) 187.

[72] M. Arneodo et al., Phys.Lett. B309 (1993) 222.

[73] K. Bazizi und S.J. Wimpenny, UCR/DIS/91-2.

[74] M. Virchaux und A. Milsztajn, Phys. Lett. B274 (1992) 221.

[75] G.A. Schuler, H. Spiesberger, Proceedings of the Workshop *Physics at HERA*, Vol.3 S.1366, Hrsg. W. Buchmüller, G. Ingelmann, DESY, Hamburg, 1992.

[76] E. Mirkes und D. Zeppenfeld, *Dijet Production at HERA in Next–to–Leading Order*, TTP95-42, MADPH-95-916 und HEP-PH-9511448, November 1995.

Danksagung

Diese Arbeit am H1–Experiment konnte mir nur durch intensive Zusammenarbeit gelingen. Allen Mitgliedern der H1–Kollaboration, besonders der H1–Jetgruppe, in der die Entwicklung und die Ergebnisse meiner Arbeit vorgestellt und diskutiert wurden, und allen Kolleginnen und Kollegen aus Theorie und Experiment danke ich für die Beantwortung vieler Fragen, für die Bereitstellung der technischen Voraussetzungen, für die vielen Anregungen und ihr Interesse an meiner Arbeit. Außerdem gilt mein Dank den Verantwortlichen bei DESY, die mir diese Forschungsarbeit und die Teilnahme an Schulen und Konferenzen ermöglicht haben.

Besonders danken möchte ich Herrn Dr. Marc Weber für die vielen Gespräche und Anregungen, die mir sehr geholfen haben, die Zusammenhänge zu begreifen, nicht den Mut zu verlieren und in diesem umfangreichen Thema nicht hoffnungslos verloren zu gehen.

Für die fachliche Betreuung und Unterstützung danke ich Herrn Dr. Eckhard Elsen und Herrn Dr. Jörg Gayler.

Danken möchte ich Frau Prof. Dr. B. Naroska, die sich bereit erklärt hat, diese Arbeit zu begutachten.

Für das Korrekturlesen und die Verbesserungsvorschläge danke ich Eckhard Elsen, Jörg Gayler, Marc Weber, Fabian Hess, Felix Sefkow, Tancredi Carli und Kirsten Harms.

Daß mir das Leben bei DESY Spaß gemacht und mich nicht nur physikalisch weitergebracht hat, verdanke ich Fabian Hess, Robert Buchholz, Christian Leverenz, Sebastian Reinshagen, Wolfgang Hildesheim, Marc Weber, George Lobo, Andrew Metha, Johannes Koll, Hilde Härtel und vielen anderen Kollegen, mit denen ich viel mehr anstellen konnte, als ausschließlich über Physik zu diskutieren.

All meinen Freunden und meiner Familie danke ich für Inspiration, Liebe, Aufmerksamkeit, Herausforderungen, Geduld, Unterstützung, und Ablenkung, ohne die ich diese kopflastige, technisch abstrakte Arbeit nicht durchgestanden hätte.