Messung von Multijetraten in der tief inelastischen Elektron-Proton Streuung mit dem H1 Detektor bei HERA

Dissertation

zur Erlangung des Doktorgrades
des Fachbereichs Physik
der Universität Hamburg

vorgelegt von
Armin Wegner
aus Hamburg

Hamburg 1994

Gutachter der Dissertation: Prof. Dr. G. Heinzelmann
Prof. Dr. K. Meier

Gutachter der Disputation: Prof. Dr. K. Meier
Prof. Dr. E. Lohrmann

Leiter der Disputation: Dr. G. Poelz

Datum der Disputation: 27. Juli 1994

Sprecher des Fachbereiches Physik und
Vorsitzender des Promotionsausschusses: Prof. Dr. E. Lohrmann

Kurzfassung

In dieser Arbeit wird die erste Analyse von Mutijetproduktion mit dem H1-Detektor bei HERA vorgestellt. Die Daten wurden während der Meßperiode 92 aufgenommen und entsprechen einer integrierten Luminosität von $22.5\,nb^{-1}$. Es wird die Struktur von Multijetereignissen untersucht und mit Monte-Carlo Modellen verglichen. Jetraten werden mit dem JADE-Algorithmus für Impulsüberträge bis $Q^2 = 500\,GeV^2$ bestimmt. Es werden systematische Fehlereinflüsse auf die Messung der Jetraten untersucht.

Innerhalb der statistischen und sytematischen Fehler ergibt sich eine Übereinstimmung der Jetraten mit den Vorhersagen von Modellen, die auf der QCD basieren.

Abtract

In this thesis the first analysis of multi-jet production with the H1 detector at HERA is presented. The studies are based on data taken in 1992. The integrated luminosity was $22.5\,nb^{-1}$. The structure of multi jet events are explored und compared to Monte Carlo models. Jet rates for momentum transfers squared up to $500\,GeV^2$ are determind using the JADE clustering algorithm. Sytematical effects are investigated.

Within the statistical and systematical errors the jet rates are found to be in agreement with the predictions from QCD based models.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Einleitung

Streuexperimente haben wesentlich zur heutigen Kenntnis vom Aufbau der Materie beigetragen. So hat die Untersuchnug der Steuung von α-Teilchen mit einer Energie von einigen MeV an einer Goldfolie durch Lord Ernest Rutherford [1] Anfang des Jahrhunderts zum Einblick in die innere Struktur des Atoms geführt. Lepton-Proton-Streuexperimente mit Leptonenergien im GeV Bereich haben 1956 [2] gezeigt, daß das Proton ein ausgedehntes Objekt ist. Die innere Struktur des Protons konnte 1969 [3] durch die Streuung von 20 GeV Elektronen an Protonen untersucht werden [4]. Es zeigte sich, daß das Proton aus punktförmigen Konstituenten aufgebaut ist, was durch das Quark-Parton Modell erklärt werden konnte. Bei Leptonenergien von einigen hundert GeV wurde die „Skalenverletzung" der Protonstrukturfunktionen beobachtet [5], was wesentlich war für die Entwicklung der Theorie, die die Wechselwirkung der Quarks beschreibt, der Quantenchromodynamik (QCD).

Dagegen wurde die erste direkte Evidenz für das Teilchen, das die Wechselwirkung zwischen den Quarks vermittelt, das Gluon, nicht durch Lepton-Nukleon-Streuexperimente, sondern an dem e^+e^--Speicherring PETRA gefunden. Die Gluonen wurden dabei durch hadronische Teilchenbündel, den sogenannten Jets, identifiziert.

HERA ist eine Weiterentwicklung der Lepton-Nukleon-Streuexperimente. Bei HERA werden nun erstmals nicht Leptonen an ruhenden Nukleonen gestreut, sondern es werden Elektronen mit einer Energie von 26.7 GeV an Protonen mit einer Energie von 820 GeV gestreut. Damit werden Schwerpunktsenergien von $\sqrt{s}$=300 GeV erreicht und Impulsüberträge möglich (bis zu $Q^2=10^5$ GeV^2), die um zwei Größenordnungen höher liegen als bei bisherigen Lepton-Nukleon-Streuexperimenten. Es eröffnen sich somit gänzlich neue kinematische Bereiche der Lepton-Nukleon-Physik. Neben dem kinematischen Bereich großer Impulsüberträge wird bei HERA auch die Region kleiner Bjorken-x Werte zugänglich, und es kann hier die innere Struktur des Protons im Grenzbereich zwischen perturbativer und nicht perturbativer QCD untersucht werden. Der neue kinematische Bereich bei HERA eröffnet auch die Möglichkeit der Suche nach supersymmetrischen Teilchen, schweren Quarks oder einer Quark/Lepton-Substruktur. Weiterhin können Parameter der elekroschwachen Wechselwirkung bestimmt werden. Photoproduktionsereignisse können in einem kinematischen Bereich gemessen werden, der den bisheriger Experimente um eine Größenordnug übersteigt.

Aufgrund der hohen Schwerpunktsenergie eröffnet sich bei HERA ein großer Phasenraum für QCD-Abstrahlungen, und der hadronische Endzustand erlaubt detaillierte Tests der QCD. In dieser Analyse wird die an e^+e^--Beschleunigern angewendete Methode aufgegriffen, durch QCD-Prozesse abgestrahlte Quarks oder Gluonen anhand von Jets zu identifizieren. Im Gegensatz zu den e^+e^--Speicherringen besteht bei HERA der Vorteil, daß Q^2 über mehrere Größenordnungen variiert. Damit kann bei HERA innerhalb eines Experimentes die Q^2 Abhängigkeit der starken Kopplungskonstanten beobachtet werden. Die höchsten erreichbaren Impulsüberträge liegen bei HERA eine Größenordnung höher als bei LEP. Aufgrund des Propagatorterms $1/Q^4$ im Wirkungsquerschnitt der tief inelastischen ep-Streuung nimmt allerdings die Anzahl der Ereignisse stark ab für wachsendes Q^2. Die hier vorgestellte erste Analyse von Multijetraten bei HERA beruht auf Daten mit Ereignissen bis zu einem maximalen Q^2 von $2600\,GeV^2$, die im ersten Betriebsjahr mit dem H1-Detektor gewonnenen wurden.

Die Arbeit ist wie folgt gegliedert:

In **Kapitel 1** wird eine kurze Beschreibung der QCD und der Vorhersagen der QCD für die Multijetproduktion in der tief inelastischen ep-Streuung gegeben.

Neben den exakten QCD-Rechnungen gibt es mehrere phänomenologische Monte-Carlo-Modelle zur Beschreibung des hadronischen Endzustandes. Diese werden in **Kapitel 2** dargestellt. Außerdem werden in diesem Kapitel phänomenologische Modelle erläutert, die den Übergang von Partonen in Hadronen beschreiben und somit die Verbindung zwischen den experimentelle Beobachtungen und den QCD-Rechnungen bzw. den QCD-Modellen herstellen.

In **Kapitel 3** werden der HERA-Speicherring und die in dieser Analyse verwendeten Komponenten des H1-Detektors kurz beschrieben.

Die Selektion der in dieser Analyse verwendeten Datenmenge wird in **Kapitel 4** behandelt.

Der Definition von Jets liegt in dieser Arbeit der JADE-Algorithmus zugrunde, der bisher hauptsächlich bei der e^+e^--Steuung verwendet wurde. In **Kapitel 5** wird beschrieben, wie der JADE-Algorithmus in dieser Analyse für die tief inelastische ep-Steuung implementiert wurde.

Die Einflüsse theoretischer Unsicherheiten, die beim Vergleich von gemessenen Jetraten mit QCD-Rechnungen beachtet werden müssen, werden für diese Analyse in **Kapitel 6** untersucht. Im zweiten Teil dieses Kapitels wird der Einfluß experimenteller Unsicherheiten auf die Bestimmung von Jetraten studiert.

Kapitel 7 beschreibt zum JADE-Algorithmus alternative Jetdefinitionen. Es werden andere Formen des JADE-Algorithmus untersucht sowie auch andere Clusteralgorithmen betrachtet. Dabei werden im wesentlichen die Hadronisierungsverschiebungen und Detektorkorrekturen der mit diesen Algorithmen bestimmten Jetraten diskutiert.

Kapitel 8 stellt die Resultate dieser Analyse vor. Es werden sowohl die Eigenschaften der rekonstruierten Jets untersucht und mit den QCD-Modellen verglichen als auch die Abhängigkeit der 2+1 Jetrate von Q^2 bestimmt und mit QCD-Rechnungen bzw. Modellen verglichen.

Abschließend werden die wesentlichen Ergebnisse dieser Arbeit zusammengefaßt.

Kapitel 1

Theoretische Grundlagen

1.1 Quantenchromodynamik

1.1.1 Die Lagrangedichte der Quantenchromodynamik

Die Quantenchromodynamik (QCD) ist die Feldthorie der starken Wechselwirkung [6, 7]. Sie ist eine Eichtheorie mit der Eichgruppe $SU(3)_c$ (c wie „colour"). Die Spin-1/2 Felder der farbigen Quarks sind die fundamentalen Konstituenten der Theorie. Die $SU(3)_c$-Symmetrie ist in der QCD exakt. Es wird in dieser Eichtheorie gefordert, daß die Quarkfelder invariant gegenüber $SU(3)_c$-Transformationen sind:

$$q^i(x) \rightarrow q^{i'}(x) = U(x)q^i(x) = e^{-\frac{i}{2}\sum_a \lambda_a \theta_a(x)} q_i(x) \tag{1.1}$$

Dabei wird die Transformation durch die acht Generatoren der $SU(3)_c$ λ_a (Gell-Mann-Matrizen) und die acht Parameter θ_a beschrieben. Wird als kinetischer Term der Quarks in der Lagrangedichte der QCD die Dirac-Gleichung angenommen, so müssen die Vektorfelder der Gluonen $G^a_\mu, a = 1, 2, ...8$ eingeführt werden, um die Invarianz der Lagrangedichte unter lokalen SU(3)-Transformationen zu erhalten. Eichinvarianz ergibt sich dann durch den Übergang zur kovarianten Ableitung:

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu + ig\lambda^a G^a_\mu \tag{1.2}$$

mit g als dimensionsloser Kopplungskonstanten der QCD. Die Gluonfelder G^a_μ transformieren sich bei Eichtransformationen in der adjungierten $SU(3)_c$-Darstellung:

$$\lambda^a G^a_\mu \rightarrow U(x)\lambda^a G^a_\mu U^{-1}(x) - \frac{i}{g} U(x)\partial_\mu U^{-1}(x) \tag{1.3}$$

Mit den kinetischen Energien der Quarks und Gluonen ergibt sich für die Lagrangedichte der QCD:

$$\mathcal{L}_{QCD} = \sum_{j=1}^{f} \bar{q}^j_\alpha(x)(i\gamma^\mu D_\mu - m_j)q^j_\alpha(x) - \frac{1}{4}G^a_{\mu\nu}G^{a,\mu\nu} + \mathcal{L}_{Eichfixierung} + \mathcal{L}_{Geist} \tag{1.4}$$

Mit $G_{\mu\nu}$ wird dabei der Feldtensor der Gluonen bezeichnet:

$$G^a_{\mu\nu} = \partial_\mu G^a_\nu(x) - \partial_\nu G^a_\mu(x) + g f_{abc} G^b_\mu G^c_\nu, \tag{1.5}$$

mit den Strukturkonstanten f_{abc} der SU$(3)_c$. Um in der Störungstheorie aus der Lagrangedichte den Gluonpropagator ableiten zu können, ist es erforderlich, einen eichfixierenden Term einzuführen. Mit

$$\mathcal{L}_{Eichfixierung} = -\frac{1}{2\lambda}\left(\partial^\mu G^a_\mu\right)^2 \tag{1.6}$$

wird die Klasse der kovarianten Eichungen mit dem Paramater λ fixiert. Diese Verfahren ist notwendig, da das Gluon als Vektorfeld vier Polarisationsfreiheitsgerade besitzt, aber wegen seiner Masselosigkeit nur zwei transversale Freiheitsgerade haben kann. In der nicht abelschen QCD müssen in diesem Zusammenhang für kovariante Eichfixierungen außerdem noch weitere, nicht physikalische, sog. Fadeyev-Popov-Geisterfelder eingeführt werden [8]:

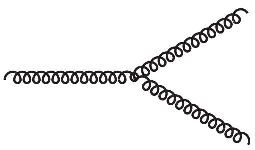
$$\mathcal{L}_{Geist} = \partial^+_\mu \eta D^\mu \eta \tag{1.7}$$

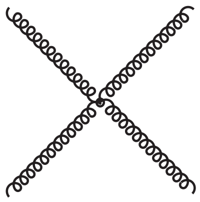
wobei η komplexe skalare Felder sind, die aber der Fermi-Dirac-Statistik unterliegen.

Aus den in den Feldern bilinearen Termen der Lagrangedichte ergeben sich die Propagatoren der Störungstheorie. Die trilinearen und quadrilinearen Terme ergeben 3-Vertices und 4-Vertices [9]:

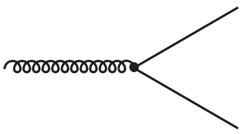
$$\mathcal{L}_{QCD} = \quad -\tfrac{1}{4}(\partial_\mu G^a_\nu - \partial_\nu G^a_\mu)^2 \quad + \quad \bar{q}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)q$$

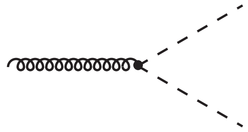
$$-g f_{abc} G^a_\mu G^b_\nu \partial_\mu G^c_\nu \quad + \quad \tfrac{1}{4} g^2 f_{bca} f_{ab'c'} G^b_\mu G^b_\nu G^{b',\mu} G^{c',\nu}$$





$$+g G^a_\mu \bar{q} \gamma_\mu \frac{\lambda_a}{2} q \quad + \quad \mathit{Eichterme}$$





Die Selbstkopplungen der Gluonen sind mit den Strukturkonstanten der SU$(3)_c$ verbunden und somit eine Folge der nicht abelschen Symmetrie.

1.1.2 Renormierung

Bei der störungstheoretischen Beschreibung von physikalischen Prozessen treten neben Baumgraphen auch Schleifengraphen auf. Da bei den Schleifengraphen der innere Impuls nicht bestimmt ist, muß über diesen integriert werden. Die daraus resultierenden Integrale haben die Form:

$$\int_0^\infty \frac{d^4k}{(k^2+M^2)^2}$$

und sind (ultraviolett-) divergent. Bei der Auswertung dieser Integrale wird eine Lösung in einem zweistufigen Verfahren erzielt. Es wird eine

1. Regularisierung und dann eine
2. Renormierung

der Theorie vorgenommen. Bei der Regularisierung werden die divergenten Integrale durch Einführung zusätzlicher Parameter zunächst in konvergente Ausdrücke überführt. Dabei wird häufig ein Verfahren benutzt, das als ,,dimensionale Regularisierung" [10, 11] bezeichnet wird. In diesem Ansatz werden die ultravioletten Divergenzen regulariesiert, indem die Anzahl der Raum-Zeit Dimensionen auf $n < 4$ reduziert wird:

$$\frac{d^4k}{(2\pi)^4} \to \mu_0^{2\varepsilon} \frac{d^{4-2\varepsilon}k}{(2\pi)^{4-2\varepsilon}} \quad \text{mit} \quad \varepsilon = 2 - \frac{n}{2}$$

Durch Einführung der Renormierungsskala μ_0 erhält man die Dimensionen der Kopplungen und Felder. Schleifenintegrale der Form $d^nk/(k^2 + M^2)^2$ führen dann zu Polen bei $\varepsilon = 0$.

Die Renormierung besteht darin, die divergenten Ausdrücke in die Definition der Felder, Massen und Kopplungen zu absorbieren. Durch Addition von Gegentermen zur Lagrangedichte geht diese in die renormierte Lagrangedichte über, aus der sich endliche Ausdrücke ergeben. Eine Theorie gilt als remormierbar, wenn die in der Regularisierung extrahierten Divergenzen mit endlich vielen Typen von Gegentermen kompensiert werden können. Allerdings besteht bei der Extrahierung der Divergenzen eine erhebliche Freiheit, da neben den divergenten Termen auch endliche Terme subtrahiert werden können. Dieses kommt in unterschiedlichen Renormierungsschemata zum Ausdruck. Im MS-Schema (minimal subtraction) werden nur die $\frac{1}{\varepsilon}$ Terme subtrahiert. Da in der dimensionalen Regularisierung die Pole in der Kombination:

$$\frac{1}{\varepsilon} + \ln(4\pi) - \gamma_E$$

auftreten, wobei γ_E die Eulersche Konstante ist, werden im $\overline{MS}$-Schema (modified minimal subtraction) diese Terme subtrahiert.

Nach der Renormierung und dem Übergang zum Grenzwert $\varepsilon = 0$ verbleibt im allgemeinen eine Abhängigkeit der endlichen Terme von der Renormalisierungsskala μ_0.

1.1.3 Die laufende Kopplungskonstante

Die in der renormierten Theorie berechneten renormierten Greensfunktionen Γ hängen von der Kopplung $\alpha_s = g^2/4\pi$, der Renormierungsskala μ_0^2 und den äußeren Impulsen p_i ab. Da aber μ_0 ein willkürlicher Parameter ist, der in den Greensfunktionen der ursprünglichen Lagrangedichte nicht enthalten ist, ergibt sich für die Abhängigkeit der renormierten Greensfunktionen Γ von μ_0 die Differentialgleichung (Renormierungsgruppengleichung [12, 13, 14]):

$$\mu_0^2 \frac{d}{d\mu_0^2} \Gamma\left(\frac{Q^2}{\mu_0^2}, \alpha_s\right) \equiv \left[\mu_0^2 \frac{\partial}{\partial \mu_0^2} + \mu_0^2 \frac{\partial \alpha_s}{\partial \mu_0^2} \frac{\partial}{\partial \alpha_s} + \gamma_\Gamma\right] \Gamma(\mu_0, \alpha_s, p_i) = 0 \tag{1.8}$$

Hängen die äußeren Impulse p_i von einer Skala μ ab, so kann die Renormierungsgruppengleichung mit den Definitionen:

$$t = \ln\left(\frac{\mu^2}{\mu_0^2}\right), \ \beta(\alpha_s) = \mu_0^2 \frac{\partial \alpha_s}{\partial \mu_0^2}, \tag{1.9}$$

umgeschrieben werden zu:

$$\left[-\frac{\partial}{\partial t} + \beta(\alpha_s)\frac{\partial}{\partial \alpha_s}\right] \Gamma(\mu_0, \alpha_s, p_i) = 0. \tag{1.10}$$

Die Differentialgleichung wird implizit durch Einführung der laufenden Kopplungskonstanten $\alpha_s(\mu^2)$ gelöst:

$$t = \int_{\alpha_s(\mu_0^2)}^{\alpha_s(\mu^2)} \frac{dx}{\beta(x)}. \tag{1.11}$$

Durch Differentiation obiger Gleichung ergibt sich:

$$\frac{\partial \alpha_s(\mu^2)}{\partial t} = \beta(\alpha_s(\mu^2)), \ \frac{\partial \alpha_s(\mu^2)}{\partial \alpha_S} = \frac{\beta(\alpha_s(\mu^2))}{\beta(\alpha_s)}. \tag{1.12}$$

Somit ist:

$$\Gamma(0, \alpha_s(\mu^2), p_i) \int_{\alpha_s(\mu_0^2)}^{\alpha_s(\mu^2)} dx \frac{\gamma_\Gamma}{\beta(x)}$$

eine Lösung der Renormierungsgruppengleichung. Die Abhängigkeit der Größe Γ von μ ergibt sich also ausschließlich durch die laufende Kopplungskonstante $\alpha_s(\mu^2)$.

Die Form der laufenden Kopplungkonstanten wird durch Gleichung 1.12 bestimmt. Die β-Funktion kann als perturbative Entwicklung in α_s geschrieben werden:

$$\beta(\alpha_s) = -b\alpha_s^2(1 + b'\alpha_s + \mathcal{O}(\alpha_s^2)) \tag{1.13}$$

$$b = \tfrac{33-2N_f}{12\pi}, \ b' = \tfrac{153-19N_f}{2\pi(33-2N_f)}, \tag{1.14}$$

wobei N_f die Anzahl der aktiven Flavours bezeichnet. Dabei ergeben sich die Koeffizienten b, b', ... aus den Schleifenkorrekturen zu den trilinearen Vertizes [6]. Die beiden ersten Koeffizienten b und b' hängen nicht vom Renormierungschema ab. Aus den Einschleifenkorrekturen wird der Koeffizient b ermittelt, und die höheren Koeffizienten folgen entsprechendend aus Graphen mit weiteren Schleifen. Beachtet man nur den Koeffizienten b, so ergibt sich:

$$\ln\left(\frac{\mu^2}{\mu_0^2}\right) = \int_{\alpha_s(\mu_0^2)}^{\alpha_s(\mu^2)} \frac{dx}{-bx^2} = \frac{1}{b\,\alpha_s(\mu^2)} - \frac{1}{b\,\alpha_s(\mu_0^2)} \tag{1.15}$$

Führt man weiterhin den Paramter Λ ein, der durch folgende Definition gegeben ist [15]:

$$\ln\left(\frac{\mu_0^2}{\Lambda^2}\right) = \int_{\alpha_s(\mu^2)}^{\infty} \frac{dx}{\beta(x)} = \int_{\alpha_s(\mu^2)}^{\infty} \frac{dx}{b\,x} = \frac{1}{b\,\alpha_s(\mu_0^2)}, \tag{1.16}$$

so ergibt sich für die Abhängigkeit der Kopplungskonstanten von μ^2:

$$\alpha_s(\mu^2) = \frac{1}{b\,\ln\left(\frac{\mu^2}{\Lambda^2}\right)} \tag{1.17}$$

Ist der Koeffizient b der β-Funktion größer als Null, so geht die Kopplung für $\mu^2 \to \infty$ gegen Null. Diese Eigenschaft wird als „asymptotische Freiheit" bezeichnet.

Schließt man den Zweischleifenkoeffizienten b' mit in die Rechnung ein, so ergibt sich als Lösung von Gleichung 1.12:

$$\frac{1}{b\,\alpha_s(Q^2)} - \frac{1}{b\,\alpha_s(\mu_0^2)} + b' \ln\left(\frac{\alpha_s(Q^2)}{1+b'\alpha_s(Q^2)}\right) - b' \ln\left(\frac{\alpha_s(\mu_0^2)}{1+b'\alpha_s(\mu_0^2)}\right) = bt \tag{1.18}$$

Wird wieder, unter Einbeziehung des b'-Koeffizienten, durch Gleichung 1.16 ein Parameter Λ definiert, so ergibt sich für die laufende Kopplungskonstante in der Zweischleifennäherung:

$$\frac{1}{\alpha_s(Q^2)} + b' \ln\left(\frac{b'\alpha_s(Q^2)}{1+b'\alpha_s(Q^2)}\right) = b \ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right). \tag{1.19}$$

Für einen festen Wert von Λ kann damit $\alpha_s(Q^2)$ numerisch ermittelt werden. Allerdings ist die Definition von Λ nicht eindeutig. Eine alternative Definition ergibt sich [15], wenn Gleichung 1.19 durch eine Entwicklung nach inversen Potenzen von $\ln(\mu^2/\Lambda^2)$ gelöst wird. Wird Λ_1, wie in Gleichnug 1.16 definiert, in folgender Weise umdefiniert:

$$\Lambda_1 = \left(\frac{b}{b'}\right)^{\frac{b'}{2b}} \Lambda_1 = 1.148\,\Lambda_2 \quad (\text{für } N_f = 5) \tag{1.20}$$

so ergibt sich als Lösung für $\alpha_s(\mu^2)$:

$$\alpha_s(\mu^2) = \frac{1}{b\,\ln(\mu^2/\Lambda^2)}\left[1 - \frac{b'}{b}\frac{\ln\ln(\mu^2/\Lambda^2)}{\ln(\mu^2/\Lambda^2)} + \cdots\right] \tag{1.21}$$

Aus der Definition von Λ ergibt sich, daß diese Größe von der Anzahl der aktiven Flavours abhängt. Dabei ändert sich Λ an den Flavour-Schwellen auf diskrete Weise. Die Änderung von Λ an den Schwellen ergibt sich dabei aus der Bedingung, daß die Kopplungskonstante eine Lösung der Renormierungsgruppengleichung ist und stetig sein muß. Für die Beziehungen zwischen den Λ-Werten für unterschiedliche Anzahlen aktiver Flavours gilt näherungsweise [73]:

$$\begin{aligned}
\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}} &\approx \Lambda^{(5)}_{\overline{MS}} \left[\frac{m_b}{\Lambda^{(5)}_{\overline{MS}}}\right]^{2/25} \left[2\ln\frac{m_b}{\Lambda^{(5)}_{\overline{MS}}}\right]^{963/14375} \\
\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}} &\approx \Lambda^{(3)}_{\overline{MS}} \left[\frac{\Lambda^{(3)}_{\overline{MS}}}{m_c}\right]^{2/25} \left[2\ln\frac{m_c}{\Lambda^{(3)}_{\overline{MS}}}\right]^{-107/1875}
\end{aligned} \tag{1.22}$$

Weiterhin hängt Λ in der Zweischleifennäherung von dem Renormalisierungsschema ab. Das Verhältnis zwischen den Λ-Werten unterschiedlicher Renormalisierungsschemata ist allerdings eine reelle Zahl, die aus der Einschleifennäherung folgt [17]. Aufgrund der der unterschiedlichen Definitionen von Λ wird statt dieser Größe häufig bei Messungen von α_s das Ergebnis $\alpha_s(\mu^2)$ bei festem μ^2, wie z.B. $\mu^2 = M_{Z^0}^2$, angegeben.

1.2 Die tief inelastische Elektron-Proton Streuung

In Abbildung 1.1 ist der elektroschwache Bornterm der tief inelastischen Elektron-Proton Streuung dargestellt. Das Elektron tritt mit dem Proton durch Austausch eines Bosons in Wechselwirkung. Handelt es sich bei dem Boson um ein γ oder Z^0, werden diese Prozesse als neutrale Ströme bezeichnet. Bei Austausch von W-Bosonen ist das auslaufende Lepton ein Neutrino und man spricht von geladenen Strömen. In dieser Analyse werden aber nur Ereignisse des neutralen Stromes betrachtet. Wird vom Endzustand nur das gestreute Elektron gemessen, so läßt sich der differentielle Wirkungsquerschnitt schreiben als:

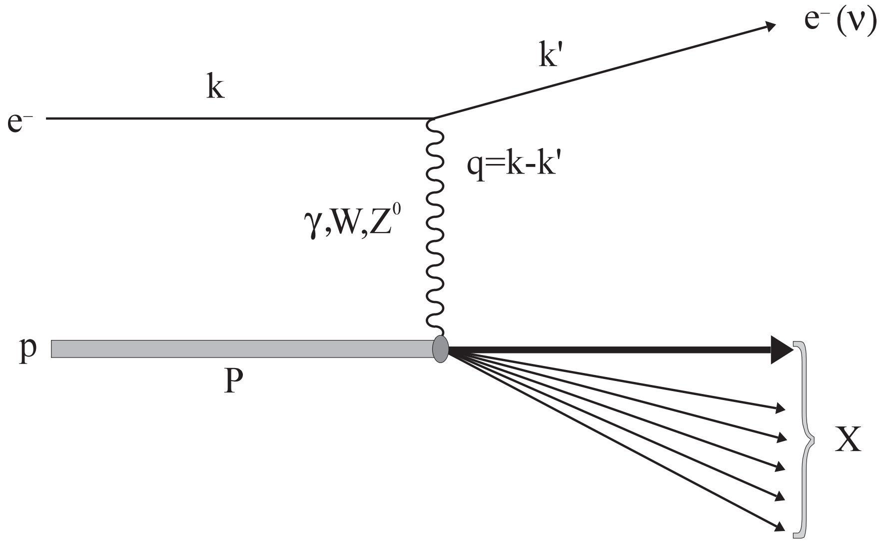


Abb. 1.1: *Feynmangraph der tief inelastischen Elektron-Proton Streuung*

$$\frac{d^2\sigma}{dE'_e d\Omega_{e'}} = \frac{1}{16\pi^2}\frac{E'_e}{E_e}\sum_{i,j=\gamma Z^0}\chi_i\chi_j L^{i,j}_{\mu\nu}W^{i,j}_{\mu\nu} \tag{1.23}$$

Dabei werden die leptonischen Tensoren $L_{\mu\nu}$ aus den elektroschwachen Strömen $l^i_\mu = \bar{u}\gamma_\mu(v^i + a^i\gamma_5)u$ gebildet. Die Vektor- und Axialvektorkonstanten v^i und a^i des Elektrons lauten:

$$\begin{array}{lllll} v^\gamma & = & -e & v^Z & = & -\frac{1}{2} + 2e\sin 2\theta_W \\ a^\gamma & = & 0 & a^Z & = & -\frac{1}{2} \end{array} \tag{1.24}$$

Die Faktoren χ^i bestimmen die relative Stärke des Z^0-Anteils:

$$\chi^\gamma = 1, \qquad \chi^{Z^0} = \frac{Q^2}{Q^2 + M^2_{Z^0}} \cdot \frac{1}{4\sin^2_{\theta_W}\cos^2_{\theta_W}} \tag{1.25}$$

Der leptonische Tensor läßt sich als Summe von einem symmetrischen und einem antisymmetrischen Anteil schreiben:

$$L^{i,j}_{\mu\nu} = \left[v^i v^j + a^i a^j - P_L(a^i v^j + a^j v^i)\right] L^S_{\mu\nu} + \left[a^i v^j + a^j v^i - P_L(v^i v^j + a^i a^j)\right] L^A_{\mu\nu} \tag{1.26}$$

Dabei wird mit P_L der Anteil der longitudinalen Polarisation des Elektrons bezeichnet. Die Tensoren L_S und L_A lauten:

$$\begin{array}{lll} L^S_{\mu\nu} & = & 4(k_\mu k'_\nu + k_\nu k'_\mu - (k\cdot k')g_{\mu\nu}) \\ L^A_{\mu\nu} & = & 4i\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}k^\alpha k'^\beta, \end{array} \tag{1.27}$$

wobei $\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$ den total antisymmetrischen Tensor vierter Stufe bezeichnet. Der hadronische Tensor $W_{\mu\nu}$ beschreibt die Struktur des Protons und ist nicht aus der perturbativen QCD herleitbar. Da aber über alle hadronischen Endzustände und über alle Spinorientierungen des Protons summiert wird, kann $W_{\mu\nu}$ nur von den Vierervektoren p und q abhängen. Mit diesen beiden Vierervektoren lasssen sich sechs unabhängige Lorentz-Tensoren zweiter Stufe konstruieren:

$$W_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu}W_1 + \frac{p^\mu p^\nu}{M^2}W_2 + \frac{i\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta}p_\alpha p_\beta}{2M^2}W_3 + \frac{q^\mu q^\nu}{M^2}W_4 + \frac{(p^\mu q^\nu + p^\nu q^\mu)}{2M^2}W_5 + \frac{(p^\mu q^\nu - p^\nu q^\mu)}{2M^2}W_6 \tag{1.28}$$

Dabei wurden die Fromfaktoren $W_{1...6}$ eingeführt. Für $m_e/E_e \ll 1$ können die letzten drei Tensoren vernachlässigt werden [18]. Durch Kontraktion des Lepton-Tensor mit dem Hadron-Tensor egibt sich dann für den differentiellen Wirkungsquerschnitt:

$$\frac{d^2\sigma}{dxdQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{xQ^4}\left(xy\mathcal{F}_1 + (1-y)\mathcal{F}_2 + y\left(1-\frac{y}{2}\right)x\mathcal{F}_3\right), \tag{1.29}$$

mit den acht Strukturfunktionen:

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}_1 &= F_1 + \chi_{Z^0}(-v + P_L\,a)G_1 + \chi^2_{Z^0}(v^2 + a^2 - 2P_L\,a\,v)H_1 && (1.30)\\
\mathcal{F}_2 &= F_2 + \chi_{Z^0}(-v + P_L\,a)G_2 + \chi^2_{Z^0}(v^2 + a^2 - 2P_L\,a\,v)H_2 && (1.31)\\
x\mathcal{F}_3 &= \chi_{Z^0}(-a + P_L\,v)G_3 + \chi^2_{Z^0}(-P_L(v^2 + a^2) + 2\,a\,v)xH_3 && (1.32)
\end{aligned}$$

Dabei wurde der differentielle Wirkungsquerschnitt in lorentzinvarianten Variablen umgeschrieben:

$$\begin{aligned}
Q^2 = -q^2 &= (k-k')^2 &&= 4E_eE_{e'}\cos^2\tfrac{\theta_{e'}}{2}\\
x &= \tfrac{Q^2}{2pq} &&= \frac{E_{e'}\cos^2\frac{\theta_{e'}}{2}}{E_p\left(1-\frac{E_{e'}}{E_e}\sin^2\frac{\theta_{e'}}{2}\right)}\\
y &= \tfrac{pq}{2pk} &&= 1 - \tfrac{E_{e'}}{E_e}\sin^2\tfrac{\theta_{e'}}{2}
\end{aligned} \tag{1.33}$$

Eine weitere häufig verwendete lorentzinvariante Variable ist die invariante Masse des gesamten hadronischen Systems:

$$W^2 \equiv P_X^2 = (P_p + P_e - P_{e'})^2 = \frac{1-x}{x}Q^2 + M_p^2 \tag{1.34}$$

Die oben definierten Variablen werden durch $Q^2 = sxy$ verknüpft, wobei s das Quadrat der Schwerpunktsenergie ist: $s \approx 4E_eE_p$. Neben der Definition der kinematischen Variablen durch Winkel und Energie des gestreuten Elektrons können diese auch durch das hadronische System, oder aus beiden, bestimmt werden. In bestimmten kinematischen Bereichen ist dieses aufgrund der Meßfehler günstiger [19].

Durch den Propagatorterm χ^{Z^0} dominieren für $Q^2 \ll M^2_{Z^0}$ die elektromagnetischen Strukturfunktionen F_1 und F_2. Da in dieser Arbeit im wesentlichen Daten mit kleinem Q^2 verwendet werden, wird im Folgendem nur dieser Anteil betrachtet.

Zwischen den Strukturfunktionen F_1 und F_2 und dem Wirkungsquerschnitt für die Absorption transversal und longitudinal polarisierter virtueller Photonen durch das Proton (σ_T und σ_L) besteht folgender Zusammenhang:

$$2xF_1 = (1-x)\frac{\sigma_T}{\sigma_0} \tag{1.35}$$

$$F_2 = (1-x)\frac{\sigma_T+\sigma_L}{\sigma_0} \tag{1.36}$$

$$F_L \equiv \frac{F_2-2xF_1}{x} = (1-x)\frac{\sigma_l}{\sigma_0} \tag{1.37}$$

mit $\sigma_0 = 4\pi^2\alpha/Q^2$.

1.2.1 Das Quark-Parton-Modell

Im Quark-Parton-Modell [20] wird die tief inelastische Elektron-Proton Streuung beschrieben als Streuung an punktförmigen Teilchen, den Partonen, die sich frei im Proton bewegen. Eine heuristische Rechtfertigung dieses Modells ergibt sich in einem Bezugssystem, in dem sich das Proton mit großem Impuls bewegt (was für das H1-Laborsystem zutrifft). Aufgrund der relativistischen Zeitdilatation wird in diesem Bezugssytem die Rate vermindert, mit der die Partonen untereinander wechselwirken. Im Quark-Parton-Modell ergibt sich die Wechselwirkung des Elektrons mit dem Proton als inkohärente Summe von Elektron-Parton Wechselwirkungen. Für Spin-1/2 Partonen gilt im Quark-Parton-Modell für die Strukturfunktionen F_1 und F_2:

$$F_2 = x\sum_{f=1}^{N_f} e_f^2(q(x)-\bar{q}(x)) \tag{1.38}$$

$$2xF_1 = F_2, \quad (\mathrm{Callan-Gross-Relation}) \tag{1.39}$$

wobei $f(x)$ die Wahrscheinlichkeit angibt, ein Quark f mit dem Impulsanteil x im Proton zu finden. Im Quark-Parton-Modell mit als masselos angenommene Partonen[1] ist x identisch mit der Bjorkenvariable x in Gleichung 1.33. Die Partondichten und somit auch F_2 und F_1 hängen im Quark-Parton-Modell nur von x ab („Skalenverhalten"). Aus der Callan-Gross-Relation folgt, daß im Quark-Parton-Modell σ_L bzw. F_L verschwindet.

1.2.2 QCD-Korrekturen zum Quark-Parton-Modell

Korrekturen der Ordnung α_s

Ergebnisse der $\mathcal{O}(\alpha_s)$-Korrekturen zum Quark-Parton-Modell wurden in den Referenzen [23, 22, 24, 26, 27, 28] veröffentlicht. In der Ordnung α_s der QCD-Störungsreihe tragen die in Abbildung 1.2 dargestellten Feynmangraphen zum Wirkungsquerschnitt bei. Dabei erhält der Bornterm des Quark-Parton-Modells virtuelle Korrekturen aufgrund der Interferenz mit Schleifengraphen (Abbildung 1.2 a). Weiterhin gibt es reelle Beiträge durch QCD-Compton Prozesse (Abbildung 1.2 b) und Boson-Gluon-Fusionsprozesse (Abbildung 1.2 c). Das Matrixelement für den QCD-Compton-Prozeß $\gamma^* q \to q g$ lautet:

$$|M_{fi}|^2 = 32\pi^2(e_i^2\alpha\alpha_s)\frac{3}{4}\left(\frac{1-x_p}{1-z_p}+\frac{1-z_p}{1-x_p}+\frac{2x_pz_p}{(1-x_p)(1-z_p)}\right) \tag{1.40}$$

mit $x_p = Q^2/2pq$ und$z_p = p_1p/pq$. Dabei gibt es für folgende kinematische Konfigurationen Divergenzen:

---

[1] In allen hier zitierten Rechnungen werden die Quarks im wesentlichen als masselos betrachtet.

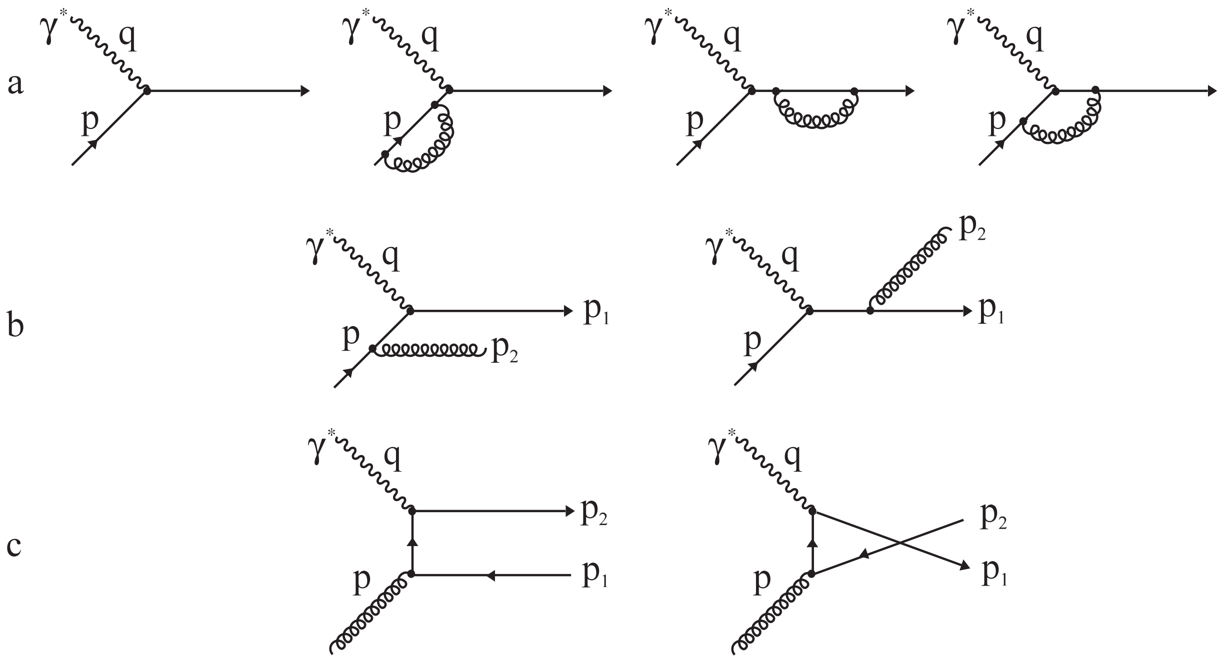


Abb. 1.2: *Feynmangraphen der* $\gamma^* q$ *Wechselwirkung der Ordnung* α_s

p_2 kollinear zu p $\Rightarrow$ $z_p \to 1$
p_2 kollinear zu p_1 $\Rightarrow$ $x_p \to 1$
p_2 niederenergetisch $\Rightarrow$ $z_p,\, x_p \to 1$

Das Matrixelement für den Boson-Gluonfusions-Prozeß $\gamma^*\, q \to q\,\bar{q}$ lautet:

$$|M_{fi}|^2 = 32\pi^2(e_i^2\alpha\alpha_s)\frac{3}{4}\left[\left(\frac{1}{z_p}+\frac{1}{1-z_p}-2\right)-2x_p(1-x_p)\left(\frac{1}{z_p}+\frac{1}{1-z_p}\right)\right] \qquad (1.41)$$

Dabei gibt es für folgende kinematische Konfigurationen Divergenzen:

p_2 kollinear zu p $\Rightarrow$ $z_p \to 1$
p_1 kollinear zu p $\Rightarrow$ $z_p \to 0$
p_2 niederenergetisch $\Rightarrow$ $z_p \to 1$
p_1 niederenergetisch $\Rightarrow$ $z_p \to 0$

Die infraroten Divergenzen und die kollinearen oder Massendivergenzen[2] im Endzustand werden gerade durch die Divergenzen der virtuellen Beiträge kompensiert (entsprechend dem Theorem von Kinoshita, Lee und Nauenberg [21]). Allerdings verbleiben die kollinearen Divergenzen zum einlaufenden Quark (Gluon). Diese werden in die Partonverteilungen absorbiert. Die Ereignisse der störungstheoretischen Rechnung für die Strukturfunktionen F_2 und F_L haben die Form:

$$\frac{F_2}{x} = \int_x^1 \frac{dx_p}{x_p}\left\{\sum_{i=1}^{N_f} e_i^2(q_i(x_p,M_f^2)+\bar{q}_i(x_p,M_f^2))\left[\delta\left(1-\frac{x}{x_p}\right)+\alpha_s 2N_f C_2^g\left(\frac{x}{x_p},\frac{Q^2}{M_f^2}\right)\right]\right.$$

---

[2] Diese Divergenzen gibt es nur für als masselos angenommene Quarks, da für massive Quarks die Abstrahlung kollinearer Gluonen kinematisch nicht erlaubt ist.

$$+g(x_p, M_f^2)\alpha_s C_2^g\left(\frac{x}{x_p}, \frac{Q^2}{M_f^2}\right)\Bigg\} \tag{1.42}$$

$$\begin{aligned}\frac{F_L}{x} &= \int_x^1 \frac{dx_p}{x_p}\left\{\sum_{i=1}^{N_f} e_i^2(q_i(x_p, M_f^2) + \bar{q}_i(x_p, M_f^2))\alpha_s C_L^q\left(\frac{x}{x_p}, \frac{Q^2}{M_f^2}\right)\right. \\ &\quad \left. +2N_f g(x_p, M_f^2)\alpha_s C_L^g\left(\frac{x}{x_p}, \frac{Q^2}{M_f^2}\right)\right\},\end{aligned} \tag{1.43}$$

mit endlichen Koeffizentenfunktionen C. Die Strukturfunktion F_L ist dabei ungleich Null. Diese Renormierung erfordert, analog zur Renormierung der ultravioletten Divergenzen, die Einführung einer Massenskala (Faktorisierungsskala M_f^2). Die renormierten Partonverteilungen f hängen von der Massenskala M_f ab („Skalenverletzung"):

$$f_i(x, M_f^2) = \sum_j \int_x^1 \frac{dx_p}{x_p}\left[f_i(x)\delta_{ij} + \frac{\alpha_s}{2\pi}\left\{P_{ij}\left(\frac{x}{x_p}\right)\log\frac{M_f^2}{\mu^2} + R\left(\frac{x}{x_p}\right)\right\} f_j\left(\frac{x}{x_p}\right)\right] \tag{1.44}$$

Dabei ist R eine divergente Größe. Die Altarelli-Parisi-Splittingfunktionen P_{ij} geben die Wahrscheinlichkeit an, daß ein Parton j durch Abstrahlung eines Partons k in ein Parton i übergeht. Die Altarelli-Parisi-Splittingfunktionen haben die Form [29]:

$$q \rightarrow qg \quad P_{qq} = \frac{4}{3}\left[\left(\frac{1+z^2}{1-z}\right)_+ + \frac{3}{2}\delta(1-x)\right] \tag{1.45}$$

$$g \rightarrow gg \quad P_{gg} = 6\left[\frac{1-z}{z} + z(1-z) + \left(\frac{z}{1-z}\right)_+ + \frac{33-2N_f}{6}\delta(z-1)\right] \tag{1.46}$$

$$g \rightarrow \bar{q}q \quad P_{qg} = \frac{1}{2}(z^2(1-z)^2) \tag{1.47}$$

mit der „+"-Distribution:

$$\int_0^1 dz \frac{f(z)}{(1-z)_+} \equiv \int_0^1 dz \frac{f(z)-f(1)}{1-z} \tag{1.48}$$

Die Partondichten sind in der perturbativen QCD nicht berechenbar, doch kann ihre Abhängigkeit von der Skala M_f^2 in den Altarelli-Parisi-Entwicklungsgleichnungen [29] angegeben werden:

$$\frac{d}{d\log M_f^2}q(x, M_f^2) = \frac{\alpha_s}{2\pi}\int_x^1 \frac{dy}{y}\left(q(x, M_f^2)P_{qq}\left(\frac{x}{y}\right) + g(x, M_f^2)P_{gq}\left(\frac{x}{y}\right)\right) \tag{1.49}$$

$$\frac{d}{d\log M_f^2}g(x, M_f^2) = \frac{\alpha_s}{2\pi}\int_x^1 \frac{dy}{y}\left(q(x, M_f^2)P_{gq}\left(\frac{x}{y}\right) + g(x, M_f^2)P_{gg}\left(\frac{x}{y}\right)\right) \tag{1.50}$$

Die Separation der divergenten und endlichen Anteile in den Gleichungen 1.42 und 1.43 ist allerdings nicht eindeutig. Neben der Singularität können auch endliche Terme in den Partondichten absorbiert werden. Die Aufteilung der divergenten und endlichen Terme wird durch das Faktorisierungschema angegeben. Im DIS-Schema werden die Koeffizentenfunktionen R in der Gleichung 1.44 so gewählt, daß die Koeffizentenfunktionen C_2 in Gleichung 1.42 verschwinden und somit die Gleichung für F_2 die gleiche Form hat wie im Quark-Parton-Modell. Im $\overline{MS}$-Schema werden, nachdem die Divergenzen durch die dimensionale Regularisierung parametrisiert wurden, nur die Pole : $1/\varepsilon + \ln 4\pi - \gamma_E$ in die Partondichten absorbiert.

Jet-Wirkungsquerschnitte in der Ordnung α_s

Nach der Renormalisierung der Partondichten ist der inklusive Wirkungsquerschnitt in der Ordnung α_s der perturbativen QCD endlich. Allerdings kann für den Endzustand mit drei auslaufenden Partonen (inklusive dem Protonrest) allein kein endlicher Wirkungsquerschnitt angegeben werden, da die Kompensation der Divergenzen durch die virtuellen Korrekturen zum Wirkungsquerschnitt mit zwei auslaufenden Partonen fehlt. Bei der Integration der Matrixelemente für QCD-Compton und Boson-Gluon-Fusionsprozesse (Gleichung 1.40 und 1.41) über den Zweipartonphasenraum (i. e. Integration über x_p und z_p im Intervall $[0,1]$) kann der Phasenraum auf den Bereich außerhalb der Divergenzen beschränkt werden. Damit wird der sogenannte 2+1-Jetphasenraum definiert[3]. Der verbliebende Teil des Phasenraums definiert die 1+1-Jetregion für die $\mathcal{O}(\alpha_s)$-Bornterme. Zusammen mit den $\mathcal{O}(\alpha_s^0)$-Termen für den Einpartonendzustand ergeben sich dann ebenfalls endliche 1+1-Jetwirkungsquerschnitte. Der 2+1-Jetphasenraum kann über die invariante Masse zweier Partonen s_{ij} wie folgt definiert werden:

$$s_{ij} > y_{cut}W^2 \equiv y_{cut}(p_1 + p_2 + p_3)^2 \quad (i \neq j = 1,2,3). \tag{1.51}$$

Dabei wird mit p_3 der Impuls des Protonrestes bezeichnet. Damit ergeben sich folgende Integrationsgrenzen für x_p und z_p [28]:

$$\begin{aligned} z_p^{min} &= \frac{1-x_p}{x_p - x} y_{cut} = 1 - z_p^{max} && (1.52) \\ x_p^{min} &= \frac{x}{1-2(1-x)y_{cut}} && (1.53) \\ x_p^{max} &= \frac{x}{x-(1-x)y_{cut}} && (1.54) \end{aligned}$$

Der 2+1-Jetwirkungungsquerschnitt lautet:

$$\frac{d^2\sigma^{2+1}}{dx dQ^2} = \frac{2\pi\alpha}{xQ^4}\left((1+(1-y)^2)F_2^{2+1\,Jet} - y^2 F_L^{2+1\,Jet}\right) \tag{1.55}$$

mit [28]:

$$\begin{aligned} F_{2,L}^{2+1\,Jet} &= x\frac{as}{2\pi}\int_{x_p^{min}}^{x_p^{max}} \frac{dx_p}{x_p}\sum_{f=1}^{N_f} e_f^2 \left[(q(x/x_p) + \bar{q}(x/x_p))\frac{d\sigma_{2,L}^q}{dx_p} + g(x/x_p)\frac{d\sigma_{2,L}^g}{dx_p}\right] \\ \frac{d\sigma_2^q}{dx_p} &= \frac{4}{3(1-x_p)}\left\{-(1-x_p)\ln\frac{(1-x)x_p y_{cut}}{x_p - x - (1-x)x_p y_{cut}}\right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2}\left(1 - 2\frac{(1-x)x_p y_{cut}}{x_p - x}\right)(1 + 2x_p - 6x_p^2)\right\} \\ \frac{d\sigma_L^q}{dx_p} &= \frac{8}{3}x_p\left(1 - 2\frac{(1-x)x_p y_{cut}}{x_p - x}\right) \\ \frac{d\sigma_2^g}{dx_p} &= 2\left\{[-1 + 6x_p(1-x_p)]\left(1 - 2\frac{(1-x)x_p y_{cut}}{x_p - x}\right)\right. \end{aligned}$$

---

[3] Das +1 in der Ausdruck 2+1-Jet bezieht sich auf den Protonrest

$$
\begin{aligned}
& \left. -[1-2x_p(1-x_p)]\ln\frac{(1-x)x_py_{cut}}{x_p-x-(1-x)x_py_{cut}}\right\} \\
\frac{d\sigma_L^g}{dx_p} &= 4x_p(1-x_p)\left(1-2\frac{(1-x)x_py_{cut}}{x_p-x}\right) \qquad (1.56)
\end{aligned}
$$

Die Integration über x_p enthält die Partondichteverteilungen und muß numerisch durchgeführt werden. Die Vorhersagen obiger Rechnungen für die 2+1 Jetrate in dem für diese Analyse relevanten kinematischen Bereich werden in Abschnitt 1.2.3 gezeigt.

Korrekturen der Ordnung α_s^2

Die Ergebnisse der Rechnungen der störungstheoretischen QCD in fester Ordnung von α_s hängen von der Renormalisierungsskala μ^2 und der Faktorisierungsskala M_f^2 ab. Die Skalen verursachen Terme der Form $\ln(\mu^2/M^2)$ und $\ln(M_f^2/M^2)$ in der Störungsreihe [31], wobei M^2 eine typische Massenskala des Prozesses ist. Die Skalen μ^2 und M_f^2 sollten deshalb in derselben Größenordnung wie M^2 liegen. Oft wird für beide Skalen Q^2 verwendet, doch sind diese nicht durch die Theorie vorgegeben. Da diese Parameter durch die Renormierung eingeführt wurden und nicht in der ursprünglichen Lagrangedichte vorhanden sind, sollten observable Größen nicht von ihnen abhängen. Allerdings gilt dieses nur, falls die Störungsreihe vollständig aufsummiert wird, was nicht möglich ist. Doch wird erwartet, daß durch Berechnung höherer Ordnungen in α_s der Einfluß dieser Parameter auf die Ergebnisse verringert wird. Um aus dem Vergleich von berechneten Größen mit experimentellen Daten Parameter der QCD, wie α_s, zu bestimmen, sollten diese Größen in „next to leading order" Rechnungen vorliegen. Für die 2+1 Jetrate bedeutet dieses, daß Rechnungen bis zur Ordnung α_s^2 verwendet werden sollten. Ergebnisse dieser Rechnungen sind in [30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37] veröffentlicht worden. In beiden Rechnungen werden Einschleifenkorrekturen zum 1+1- und 2+1 Jetwirkungsquerschnitt bestimmt. Die Jetregionen werden dabei mit dem Aufösungskriterium aus Gleichung 1.51 definiert. In der Ordnung α_s^2 ergeben sich ebenfalls Bornterme für die Produktion von 3+1-Partonen im Endzustand. Außerhalb der 3+1-Jetregion ergibt sich daraus ein Beitrag zum 2+1 Jetwirkungsquerschnitt. Berechnungen der O(α_s^2)-Korrekturen zum 1+1-Jetwirkungsquerschnitt sind bisher nicht vorhanden. In den Referenzenzen [30, 31, 32, 33] werden die O(α_s^2)-Korrekturen zum 2+1 Jetwirkungsquerschnitt für die Kombination $d\sigma_u + d\sigma_L/2$ von unpolarisierten und longitudinal polarisierten Wirkungsquerschnitten berechnet. Der Beitrag des nicht berechneten Anteils an der O(α_s^2)-Korrektur wird auf 20% geschätzt, entsprechend dem Anteil dieses Helizitätswirkungsquerschnitts am Gesamtwirkungsquerschnitt auf Bornniveau.

Die Vorhersagen obiger Rechnungen für die 2+1 Jetrate in dem für diese Analyse relevanten kinematischen Bereich werden im folgenden Abschnitt gezeigt.

1.2.3 Vorhersagen der QCD-Rechnungen für die 2+1 Jetrate

In diesem Abschnitt werden die Vorhersagen der QCD-Rechnungen für die 2+1 Jetrate in dem kinematischen Bereich gezeigt, in dem die in dieser Analyse verwendeten Daten liegen (siehe Abschnitt 4.3).

In Abbildung 1.3 ist die Abhängigkeit der 2+1 Jetrate von Q^2 für die QCD-Rechnungen in erster und zweiter Ordnung von α_s für den kinematischen Bereich $W^2 > 5000\,GeV^2$,

$y < 0.5$ und $y_{cut} = 0.02$ gezeigt. Dabei wird für die Rechnung in erster Ordnung von α_s die Einschleifennäherung für $\alpha_s(\mu^2)$ benutzt und entsprechend die Zweischleifennäherung für die α_s^2-Rechnung. Als Renormalisierungsskala und Faktorisierungsskala wird Q^2 verwendet, und der Wert von $\Lambda_{\overline{MS}}$ beträgt $341\,MeV$ (für 4 Flavours). Im Bereich kleiner Q^2 beträgt der Einfluß der $O(\alpha_s^2)$-Korrekturen ca. 30%.

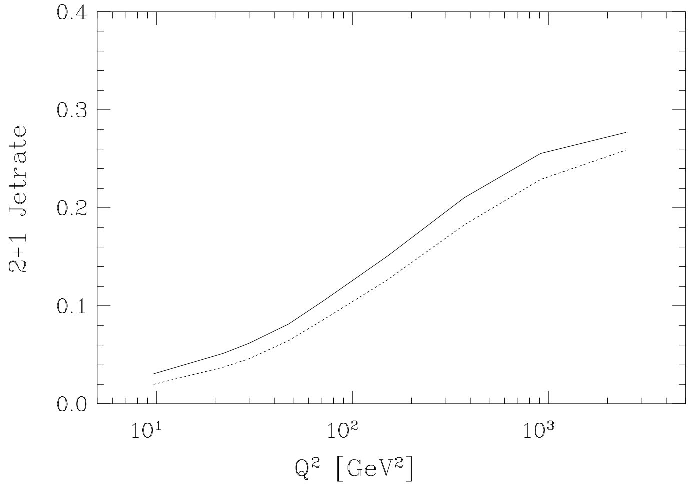


Abb. 1.3: *Die 2+1 Jetrate bei* $y_{cut} = 0.02$ *für QCD-Rechnungen in erster (—) und zweiter Ordnung (⋯) von* α_s *in Abhängigkeit von* Q^2*, für Ereignisse, die in dem kinematischen Bereich* $W^2 > 5000\,GeV^2$ *und* $y < 0.5$ *liegen.*

Der Abhängigkeit der 2+1 Jetrate von einer Renormalisierungsskala $\rho \cdot Q$, mit $0.1 < \rho < 10$, ist in Abbildung 1.4 für die QCD-Rechnungen in erster und zweiter Ordnung von α_s gezeigt. Wie erwartet wird der Einfluß der Renormalisierungsskala durch die $O(\alpha_s^2)$-Korrekturen verringert. Wie in Abbildung 1.5 dargestellt gilt dieses auch für die Faktorisierungsskala.

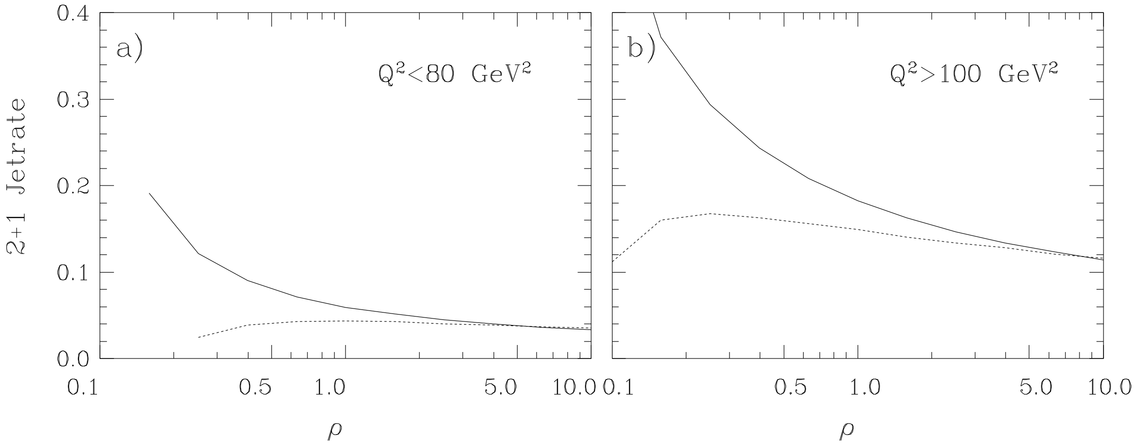


Abb. 1.4: *Die 2+1 Jetrate bei* $y_{cut} = 0.02$ *in Abhängigkeit von der Renormaliesierungsskala* $\rho \cdot Q$ *mit* $0.1 < \rho < 10$ *für QCD-Rechnungen in erster (—) und zweiter Ordnung (⋯) von* α_s*:*

a) für $W^2 > 5000\,GeV^2$, $y < 0.5$ *und* $10\,GeV^2 < Q^2 < 100\,GeV^2$*;*

b) für $W^2 > 5000\,GeV^2$, $y < 0.5$ *und* $100\,GeV^2 < Q^2 < 5000\,GeV^2$.

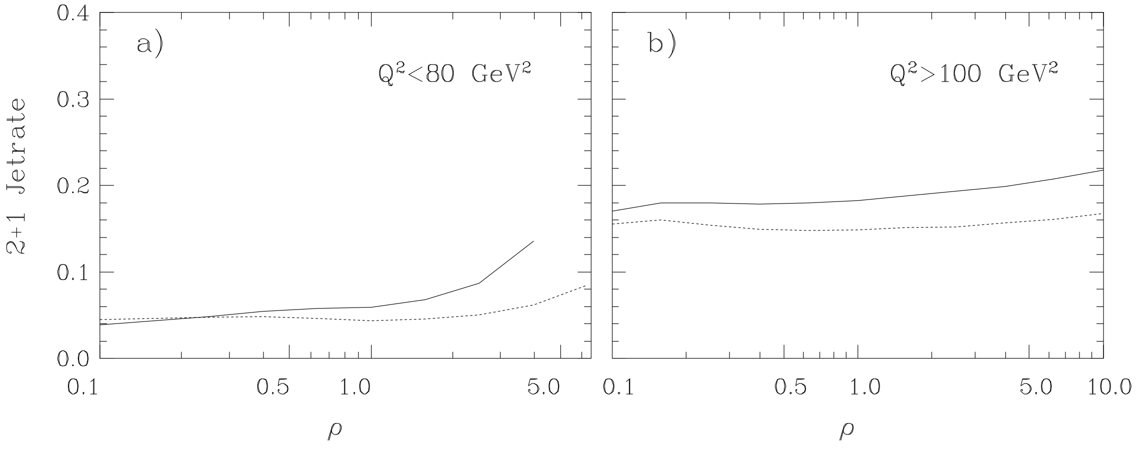


Abb. 1.5: *Die 2+1 Jetrate bei* $y_{cut} = 0.02$ *in Abhängigkeit von der Faktorisierungsskala* $\rho \cdot Q$ *mit* $0.1 < \rho < 10$ *für QCD-Rechnungen in erster (—) und zweiter Ordnung* $(\cdots)$ *von* α_s*:*
a) für $W^2 > 5000\,GeV^2$*,* $y < 0.5$ *und* $10\,GeV^2 < Q^2 < 100\,GeV^2$*;*
b) für $W^2 > 5000\,GeV^2$*,* $y < 0.5$ *und* $100\,GeV^2 < Q^2 < 5000\,GeV^2$*.*

Die jeweiligen Anteile der gluoninitiierten Ereignisse (Boson-Gluon-Fusion) und quarkinitiierten Ereignisse (QCD-Compton) an der 2+1 Jetrate ist in Abbildung 1.6 in Abhängigkeit von Q^2 gezeigt. Bei kleinen Q^2 dominieren die gluoninitiierten Prozesse.

Die Ergebnisse der QCD-Rechnungen für die 2+1 Jetrate werden in Abschnitt 8.2 mit den Messungen dieser Analyse verglichen.

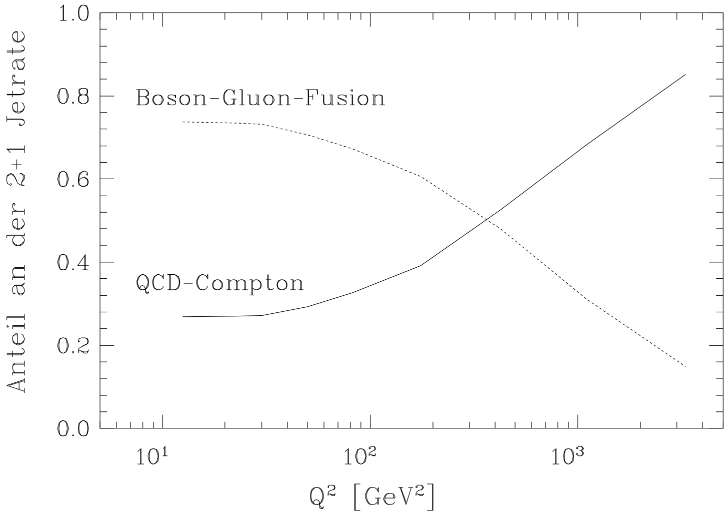


Abb. 1.6: *Der Anteil von QCD-Compton-Prozessen und Boson-Gluon-Fusionsprozessen an der 2+1 Jetrate in Abhängigkeit von* Q^2*, für Ereignisse, die in dem kinematischen Bereich* $W^2 > 5000\,GeV^2$ *und* $y < 0.5$ *liegen.*

Kapitel 2

Monte-Carlo-Modelle und Ereignisgeneratoren

2.1 Monte-Carlo-Modelle zur Erzeugung partonischer Endzustände

2.1.1 Matrixelemente

Die geeignete Weise, QCD-Effekte in Monte-Carlo-Modelle zu integrieren, ist die Verwendung der exakten Matrixelemente, wie sie in Abschnitt 1.2.2 beschrieben wurden. Gemäß den Jetwirkungsquerschnitten (die, wie in Abschnitt 1.2.2 erläutert, von einem Abschneideparameter abhängen) können die unterschiedlichen partonischen Endzustände „gewürfelt" werden. Die Impulse der Partonen folgen aus den differentiellen Wirkungsquerschnitten. Für die tiefinelastische ep-Streuung gibt es zur Zeit allerdings nur Monte-Carlo-Modelle, die Matrixelemente bis zur ersten Ordnung in α_s verwenden.

2.1.2 Das Partonschauer-Modell

Eine Alternative zur Beschreibung des hadronischen Endstandes in ep-Kollisionen mittels Matrixelementen in fester Ordnung von α_s bildet das Partonschauermodell. Das Partonschauermodell basiert auf QCD-Partonverzweigungen in der „leading logarithm approximation", wobei nur die führenden kollinearen Singularitäten der vollständigen QCD-Rechnug beachtet werden. Innerhalb dieses Modells zerfallen die bei einem harten Prozeß erzeugten Partonen über die Prozesse $q \rightarrow qg$, $q \rightarrow gg$ und $g \rightarrow gg$. Durch iterative Partonverzweigungen lassen sich hadronische Endzustände mit beliebig vielen Partonen beschreiben, während bei QCD Matrixelementen die Anzahl der Partonen durch die α_s-Ordnung der Rechnung gegeben ist. Das Partonschauermodell bietet also die Möglichkeit, Prozesse in höherer Ordnung in α_s angenähert zu beschreiben. Allerdings sind aufgrund der kollinearen Näherung in diesem Modell die Vorhersagen für harte QCD-Abstrahlung unter großen Winkeln unsicher. In Abb. 2.1 ist das Partonschauermodell schematisch dargestellt. Es wird unterschieden zwischen Partonschauer im Endzustand, mit Partonverzweigungen nach dem Photonvertex, und Partonschauer im Anfangszustand, mit Partonverzweigungen vor dem Photonvertex. Diese Unterscheidung impliziert eine Vernachlässigung der Interferenzterme und ist nicht eichinvariant. Der Partonschauer im Anfangszustand beginnt mit der Verzweigung eines Partons aus dem Proton mit einer Virtualität nahe Null. Eines der Zerfallsprodukte ist raumartig, während das andere Tochterparton reell oder zeitartig (in diesem Fall kann dieses Parton einen zeitartigen Partonschauer auslösen) gewählt werden kann [1]. Der Zweig mit der raumartigen Virtualität führt zum Photonvertex. Der Hauptbeitrag kommt dabei von der Phasenraumregion, in der raumartige Virtualität monoton zunimmt [6, 50]:

$$p_1{}^2 > p_3{}^2 > p_5{}^2$$

Nach dem Photonvertex ist das auslaufende Quark zeitartig und initiiert den Partonschauer im Endzustand. In diesem Fall ergibt sich aus der Kinematik der Verzweigungen für den Partonschauer im Endzustand, daß die Virtualität in jeder Verzweigungskette abnimmt:

$$p_1'^2 > p_2'^2 > p_4'^2 \quad , \quad p_1'^2 > p_2'^2 > p_5'^2 \quad , \quad p_1'^2 > p_3'^2$$

Im Folgenden werden beide Modelle getrennt dargetellt, wobei sich die Darstellung auf die Lund-Implementation des Modells [51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58] bezieht.

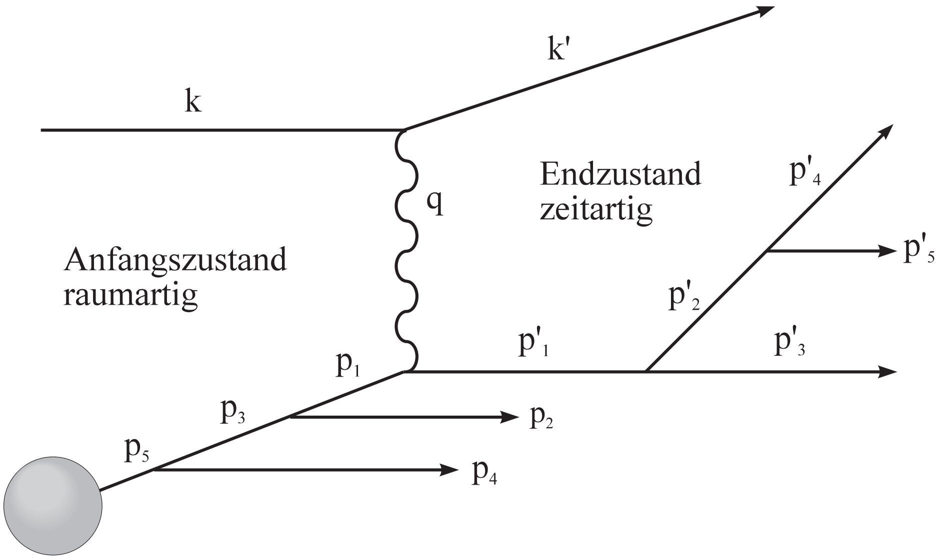


Abb. 2.1: *QCD Prozesse mit Abstrahlung im Anfangs- und Endzustand.*

Partonschauer im Endzustand

Die Wahrscheinlichkeit einer Verzweigung des Partons a mit einer virtuellen Masse $m_a > 0$ $a \to bc$ wird näherungsweise durch die Altarelli-Parisi Gleichungen gegeben. Die Wahrscheinlichkeit $P(z, m_a^2)$ für die Verzweigung $a \to bc$, bei einer Virtualität m_a^2 des Partons a, hat die Form:

$$P_{a\to bc}(z, m_a^2) = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi}\frac{dm_a^2}{m_a^2}P_{a\to bc}(z)dz \qquad (2.1)$$

---

[1] Damit wird erreicht, daß im Endzustand die Partonen keine raumartige Virtualität besitzen.

mit den Altarelli-Parisi Kernen:

$$P_{q\rightarrow qg} = \frac{4}{3}\frac{1+z^2}{1-z}, \tag{2.2}$$

$$dP_{g\rightarrow gg} = \frac{6(1-z(1-z^2))^2}{z(1-z)}, \tag{2.3}$$

$$P_{g\rightarrow q\bar{q}} = \frac{1}{2}(z^2(1-z)^2). \tag{2.4}$$

Die Variable z gibt die Aufteilung des Viererimpulses zwischen den Zerfallsprodukten an. Das Zerfallsprodukt b erhält den Impulsanteil z und das Zerfallsprodukt c den Impulsanteil $(1-z)$. Die genaue Definition von z, die die transversale Entwicklung des Partonschauers bestimmt, ist nicht apriori vorgegeben. In [52] wird:

$$z = \frac{(P+q)p'_2}{(P+q)p'_1} \tag{2.5}$$

(für die erste Verzweigung) für den Partonschauer im Anfangszustand definiert. Im hadronischen Schwerpunktsystem reduziert sich dieses zu $z = \frac{E'_2}{E'_1}$.

Die Wahrscheinlichkeit, daß zwischen m^2_{min} und einer maximalen Virtualität m^2 nicht genau eine Verzweigung eintritt, ist gegeben durch:

$$\bar{P}_{a\rightarrow bc} = 1 - \int_{m^2_{min}}^{m^2} \frac{dm^2_a}{m^2_a} \int_{z_{min}(m^2_a)}^{z_{max}(m^2_a)} dz \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} P_{a\rightarrow bc}(z) \tag{2.6}$$

Durch Summation über beliebig viele Abstrahlungen exponentiert die Wahrscheinlichkeit für keine Abstrahlung zwischen m^2_{min} und m^2 und man erhält den Sudakov-Formfaktor:

$$S(m^2) = exp\left(-\int_{m^2_{min}}^{m^2} \frac{dm^2}{m^2} \int_{z_{min}(m^2_a)}^{z_{max}(m^2_a)} dz \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} P_{a\rightarrow bc}(z)\right) \tag{2.7}$$

Im Rahmen eines Monte-Carlo-Modells kann die Virtualität m^2 eines sich verzweigenden Partons mittels eines Zufallszahl R zwischen 0 und 1 über $S_a(m^2) = \frac{S_a(m^2_{max})}{R}$ gefunden werden. Mit der Definition von z in Gleichung (2.5) ergibt sich aus der Kinematik die maximale Virtualität zu $m_{max} = E_1 = W/2$. Die relative Wahrscheinlichkeit für verschiedene Verzweigungen $a \rightarrow bc$ ist durch das z Integral:

$$\int_{z_{min}(m^2)}^{z_{max}(m^2)} dz \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} P_{a\rightarrow bc}(z) \tag{2.8}$$

gegeben, während z aus dem Integranden der Gleichung 2.8 folgt. Dieses Verfahren läßt sich iterativ bis zu einem Abbruch bei einer minimalen Virtualität $m^2_{min} \approx 1\,GeV^2$ fortsetzen, unterhalb derer eine Beschreibung der Kaskade mittels perturbativer QCD nicht mehr möglich ist. Durch diesen Abschneideparameter werden ebenfalls die kolliniaren Singularitäten in z abgeschnitten.

Partonschauer im Anfangszustand

Bei der Vorwärtsentwicklung des Partonschauers im Anfangszustand treten Schwierigkeiten auf, da sich erst bei Abbruch der Kaskade, d.h. bei dem Photonvertex, die Kinematik der harten Wechselwirkung bestimmen läßt. Für ein Monte-Carlo-Modell ist es aber günstiger, die Kinematik des Photonvertex zuerst festzulegen. Durch eine Rückwärtsentwicklung des Partonschauers, beginnend bei der harten Wechselwirkung, läßt sich diese Problematik umgehen.

Ausgangspunkt für die Rückwärtsentwicklung des Partonschauers im Anfangszustand sind die Altarelli-Parisi Entwicklungsgleichungen für die Protonstrukturfunktionen $f_i(x,t)$:

$$df_a(x,t) = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} dt \sum \int_{x_{min}}^{x_{max}} \frac{dx'}{x} f_a(x',t) P_{a\to bc}\left(\frac{x}{x'}\right), \tag{2.9}$$

die die Wahrscheinlichkeit ausdrücken, daß während einer kleinen Zunahme von dt, wobei $t = \frac{lnQ}{\Lambda}$, ein Parton a mit Impulsanteil x' in ein Parton b mit Impulsanteil $x = zx'$ und ein Parton c mit $x' - x = (1-z)x'$ aufgelöst wird. Umgekehrt ist die Wahrscheinlichkeit, daß während einer Verminderung dt ein Parton b in ein Parton a ,,unaufgelöst" wird, gegeben durch:

$$dP_b = \frac{df_b(x,t)}{f_b(x,t)} = |dt| \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \sum \frac{dx'}{x'} \frac{f_a(x',t)}{f_a(x,t)} P_{a\to bc}\left(\frac{x}{x'}\right) \tag{2.10}$$

Durch Aufsummation der Beiträge vieler kleiner Änderungen dt exponentiert die Wahrscheinlichkeit für keine Abstrahlung zwischen t und t_{max}:

$$S_b(x, t_{max}, t) = exp\left(- \int_t^{t_{max}} dt' \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \sum \frac{dx'}{x'} \frac{f_a(x',t)}{f_a(x,t)} P_{a\to bc}\left(\frac{x}{x'}\right)\right) \tag{2.11}$$

Aus diesem modifizierten Sudakov-Formfaktor kann, ebenso wie aus dem entsprechendem Sudakov-Formfaktor für Abstrahlung im Endzustand, in einem iterativen Monte-Carlo-Verfahren t, die Partonart und die Aufspaltungsvariable z für die verschiedenen Aufspaltungen erhalten werden. Gegenüber dem Sudakov-Formafaktor für Abstrahlung im Endzustand gehen hier die Protonstrukturfunktionen ein, da die Wahrscheinlichkeit für ein Parton b, aus der Verzweigung eines Partons a zu stammen, proportional der Anzahl der Partonen a im Proton ist. Dadurch wird der Partonschauer im Anfangszustand relativ zu dem Partonschauer im Endzustand unterdrückt. Die Partonschauerentwicklung wird ebenfalls bei einem $t_{min} \approx 1\,GeV$ abgebrochen.

Für die Aufspaltungsvariable z wird in [52] $z = \frac{(p_1+q)p_1}{(p_3+q)p_3}$ definiert. Dadurch wird sichergestellt, daß das Bjorken x, $x = \frac{Q^2}{2Pq}$, des Ereignisses nicht durch die Rückwärtsentwicklung des Partonschauers verändert wird und alle z_i innerhalb der Kaskade, die über die Protonstrukturfunktionen in den Sudakov-Formfaktor eingehen, einen Wert kleiner eins besitzen.

Die Skala der maximalen Virtualität

Die Skala der maximalen Virtualität des Partons vor (t_{max}) und nach (m_{max}) dem Photonvertex ist aufgrund der Phasenraumgrenze durch $W^2/4$ gegeben. Sowohl die Anzahl der abgestrahlten Partonen wie auch deren Energie hängen von diesem Parameter ab. Doch ist besonders für Ereignisse mit kleinem x diese Skala als zu hoch anzunehmen ,weil die hadronische Schwerpunktsenergie größtenteils vom Protonrest davongetragen wird und diese somit nicht voll für Partonabstrahlung zur Verfügung steht. In den Partonschauermodellen wird deshalb die maximale Virtualität als freier Parameter behandelt. Dieser Parameter sollte entsprechend der Skala des harten QCD-Subprozesses gewählt werden. Gegenüber e^+e^--Wechselwirkungen, wo diese Skala eindeutig durch Q^2 gegeben ist, können in der ep-Streuung sowohl Q^2 als auch W^2 sowie eine Funktion beider als maximal erlaubte Virtualität gewählt werden. Beide Größen sind durch die Gleichung:

$$W^2 = m_P^2 + Q^2 \left(\frac{1-x}{x} \right) \approx Q^2 \left(\frac{1-x}{x} \right) \tag{2.12}$$

verbunden. Aus dieser Gleichung folgt, daß im x-Bereich zwischen 10^{-4} und 10^{-2}, in dem der größte Anteil der ersten untersuchten tief inelastischen Ereignisse bei HERA liegt, die beiden Skalen sich um einen Faktor 10^{-4} bis 10^{-2} unterscheiden.

Kohährenzeffekte

Interferenzeffekte führen bei „leading log"-Partonschauern zu einer Verminderung der Abstrahlung niederenergetischer Gluonen in bestimmten Bereichen des Phasenraums. Diese Korrekturen können dadurch berücksichtigt werden, daß der Phasenraum für die Partonabstrahlung auf den Bereich beschränkt wird, in dem für die Winkel θ_i der abgestrahlten Partonen gilt [59, 60] („angular ordering"):

$$\theta_1 > \theta_2 > \theta_3 > ... > \theta_n.$$

Schleifenkorrekturen zum „leading log"-Partonschauer ergeben, daß das geeignete Argument für die laufende Kopplungskonstante α_s nicht Q^2 sondern $k_T = (1-z)Q^2$ ist (für raumartige Schauer) [61]. Für eine Verzweigung $a \to bc$ mit masselosen Partonen a und c und $Q^2 = m_b^2$ kann k_T als Transversalimpuls der Verzweigung aufgefaßt werden, falls für $z = E + p_z$ gewählt wird. Für zeitartige Schauer wird als Argument von α_s $k_T^2 = z(1-z)Q^2$ gewählt [62]. Dieses kann für $Q^2 = m_a^2$ und $m_b = m_c = 0$ ebenfalls als Transversalimpuls interpretiert werden.

Matrixelemente + Partonschauer

Wie bereits erwähnt, gilt die „leading-log"-Nährung für die Abstrahlung niederenergetischer und kollinearer Partonen. Dagegen wird die Abstrahlung hochenergetischer Partonen unter großen Winkeln möglicherweise in dieser Nährung falsch beschrieben. Für diese Prozesse ist deshalb eine Beschreibung mit Hilfe der korrekten Matrixelemente vorzuziehen. Prozesse in höherer Ordnung in α_s können dann dadurch berücksichtigt werden, daß die Beschreibung mit Matrixelementen und das Partonschauermodell kombiniert werden. Im Rahmen einer Monte-Carlo-Simulation kann mit einer harten Abstrahlung gemäß des Matrixelements (in erster Ordnung von α_s) begonnen werden, und anschließend können „weichere" Abstrahlungen unter Benutzung des Partonschauermodells vorgenommen werden. Um im Partonschauermodell die Abstrahlung zu beschreiben, die „weicher" ist als diejenige, die durch den Matrixelementansatz beschrieben wird, muß eine geeignete Skala für die maximale Virtualität gewählt werden. Im Monte-Carlo-Generator LEPTO 6.1

(siehe Abschnitt 2.3) wird diese Skala für unterschiedliche Ereignistopologien wie folgt festgelegt:

- Ergibt das Matrixelement für ein generiertes Ereignis keine Abstrahlung oberhalb des Abschneidewertes yW^2, so wird dieser Abschneidewert für die maximale Virtualität des Partonschauers benutzt, um eine Doppelzählung der harten Abstrahlung zu vermeiden.

- Findet eine Abstrahlung statt, so definiert die invariante Masse der beiden Partonen die Skala der maximalen Virtualität für den Partonschauer im Endzustand.

  Für den Partonschauer im Anfangszustand wird die maximale Virtualität durch die Masse des Quarkpropagators vor dem Photonvertex gegeben. Dieser kann aus den Vierervektoren des Photons und eines der beiden auslaufenden Partonen berechnet werden. Welches der beiden Partonen für die Berechnung zu nehmen ist, hängt von dem zu Grunde liegenden Feynmangraph ab. Da sowohl bei dem QCD-Comptonprozeß wie auch bei der Boson-Gluon-Fusion jeweils zwei Graphen kohährent zum Wirkungsquerschnitt beitragen, ist diese Berechnungsvorschrift nicht eindeutig. In LEPTO 6.1 wird diese Rechnung für beide auslaufende Partonen durchgeführt und das Maximum beider Ergebnisse als Skala verwendet. Die Auswirkung dieser Unsicherheit auf die Vorhersagen dieses Modells für die Jetproduktion wird in Abschnitt 2.4 untersucht.

2.1.3 Das Farbdipolmodell

Die Grundlage des Farbdipolmodells (CDM) [63, 64, 65] ist die Betrachtung der Gluonabstrahlung in e^+e^--Kollision, die in der Ordnung α_s^1 durch folgende Gleichung gegeben ist:

$$d\sigma_{q\bar{q}} = \frac{2\alpha_s}{3\pi}\frac{x_q^2 + x_{\bar{q}}^2}{(1-x_q)(1-x_{\bar{q}})}dx_q dx_{\bar{q}} \tag{2.13}$$

mit

$$x_i = \frac{2E_i}{W_{Dipol}}. \tag{2.14}$$

Dieses kann als Abstrahlung eines Farbdipols zwischen q und $\bar{q}$ aufgefaßt werden. Die Abstrahlung eines weiteren Gluons läßt sich näherungsweise beschreiben als Abstrahlung von zwei unabhängigen Dipolen, nämlich zwischen Quark und Gluon und zwischen Gluon und Antiquark. Im Farbdipolmodell werden auch weitere Abstrahlungen in gleicher Weise beschrieben. Neben Abstrahlung von $q\bar{q}$- Dipolen gibt es Abstrahlung von $qg\,(\bar{q}g)$ und gg- Dipolen mit den Wirkungsquerschnitten:

$$d\sigma_{qg} = \frac{3\alpha_s}{4\pi}\frac{x_q^2 + x_g^2}{(1-x_q)(1-x_g)}dx_q dx_g \tag{2.15}$$

$$d\sigma_{gg} = \frac{3\alpha_s}{4\pi}\frac{x_g^2 + x_g^2}{(1-x_g)(1-x_g)}dx_g dx_g \tag{2.16}$$

Um auch den Prozeß $g \rightarrow Q\bar{Q}$ in das Modell einzufügen, wird als Richtschnur der Wirkungsquerschnitt für den Prozeß $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}Q\bar{Q}$ betrachtet. Für eine kleine invariante

Masse des $Q\bar{Q}$-Paares kann er in die zwei Teile $e^+e^- \rightarrow qg\bar{q}$ und $qg\bar{q} \rightarrow q\bar{q}Q\bar{Q}$ aufgespalten werden, wobei der erste Teil durch Gleichung 2.13 beschrieben wird. Im Farbdipolmodell wird der zweite Teil in zwei gleiche Anteile der Dipole qg und $g\bar{q}$ aufgespalten:

$$d\sigma_{qg\rightarrow qQ\bar{Q}} = \frac{3\alpha_s}{8\pi}\frac{(1-x_Q)^2+(1-x_{\bar{Q}})^2}{1-x_q}dx_q dx_{\bar{Q}} \tag{2.17}$$

Aufeinander folgende Dipole werden in $p_\perp$ geordnet:

$$p^2_{\perp 1} > p^2_{\perp 1} > p^2_{\perp 3} > ...$$

Dabei gilt:

$$p^2_\perp = W^2_{Dipol}(1-x_q)(1-x_{\bar{q}})$$

für $q\bar{q}$-Dipole und entsprechende Gleichungen für die anderen Dipole. Als Argument für die laufende Kopplungskonstante α_s wird ebenfalls $p^2_\perp$ gewählt. Für die Wahrscheinlichkeit der Abstrahlung eines Gluons von einem $q\bar{q}$-Dipol bei einer Skala $p^2_\perp$ ergibt sich dann:

$$\frac{dP(p^2_\perp, y)}{dp^2_\perp dy} = \frac{d\sigma_{q\bar{q}}(p^2_\perp, y)}{dp^2_\perp dy} exp - \int_{p^2_\perp}^{p^2_{\perp max}} \int_{y_{min(k_\perp)}}^{y_{max(k_\perp)}} dk^2_\perp dy' \frac{d\sigma_{q\bar{q}}(k^2_\perp, y')}{dk^2_\perp dy'} \tag{2.18}$$

mit

$$y = \frac{1}{2} ln\left(\frac{1-x_q}{1-x_{\bar{q}}}\right), \tag{2.19}$$

was angenähert der Rapidität des abgestrahlten Gluons entspricht. Dabei gibt der zweite Faktor (Sudakov-Formfaktor) die Wahrscheinlichkeit an, keine Abstrahlung bei einer höheren Skala $p^2_\perp$ zu haben. Entsprechende Gleichungen ergeben sich für die anderen Dipole, wobei bei der Aufspaltung eines qg-Dipols in ein $Q\bar{Q}$-Paar der konkurierende Prozeß der Gluonabstrahlung beachtet werden muß. Für den verfügbaren Phasenraum gilt:

$$|y| < ln\left(\frac{W}{p_\perp}\right)$$

was als ein Dreick in der $(ln(p^2_\perp, y))$-Ebene dargestellt werden kann.

In der tief inelastischen Elektron-Proton-Streuung wird der führende Dipol von dem gestreuten Quark und dem Protonrest gebildet. Dabei wird der Protonrest als ausgedehntes Objekt betrachtet, was für die Dipolabstrahlung bedeutet, daß durch Interferenzeffekte effektiv nur ein Teil der Protonrestes mit einer transversalen Ausdehnung proportional zur abgestrahlten Wellenlänge $\lambda \approx 1/p_\perp$ an der Abstrahlung teilnimmt. Im Farbdipolmodell wird dieser Effekt dadurch berücksichtigt, daß nur der Anteil a:

$$a = \left(\frac{\mu}{p_\perp}\right)^\alpha \tag{2.20}$$

an der Abstrahlung mit dem Transversalimpuls $p_\perp$ teilnimmt. Dabei beschreibt μ die inverse Ausdehnung und α die Dimension des Protonrestes. Dieses führt zu einer Einschränkung des zur Verfügung stehenden Phasenraumes:

$$ln\left(\frac{p_\perp^{\alpha+1}}{W\mu^\alpha}\right) < y \tag{2.21}$$

Dadurch ergibt sich für den maximalen Transversalimpuls:

$$p_{\perp max} \sim (W^2 \mu^\alpha)^{1/(\alpha+2)} \tag{2.22}$$

Diese Einschränkung des Phasenraumes kann mit der entsprechenden Einschränkung des Phasenraumes durch den Sudakov-Formfaktor für den Partonschauer im Anfangszustand verglichen werden.

Das Farbdipolmodell erfordert nicht die Aufteilung in Abstrahlung vom Anfangszustand und Abstrahlung im Endzustand. Es werden automatisch Kohährenzeffekte berücksichtigt (die Ordnung in $p_\perp$ impliziert eine Ordnung in den Öffnungswinkeln der Abstrahlung). Allerdings fügt sich der Prozeß $g \to Q\bar{Q}$ nicht auf einfache Weise in das Modell ein. Für die ep-Steuung bedeutet dieses, daß die Boson-Gluon-Fusion, bei der die auslaufenden Quarks ein hohes $p_\perp$ und das $Q\bar{Q}$-Paar eine große invariante Masse haben können, im Farbdiplomodell nicht richtig beschrieben wird.

2.2 Fragmentationsmodelle zur Erzeugung hadronischer Endzustände

Da die Störungstheorie der QCD nur Produktion von, gemäß des confinement unbeobachtbaren, Quarks und Gluonen beschreibt, müssen phänomenologische Nährungen benutzt werden, um den hadronischen Endzustand zu beschreiben. Ein in vielen Monte-Carlo-Generatoren verwendetes Modell ist das Lund-String-Modell. In diesem Abschnitt wird sowohl auf dieses Modell, wie auch auf das Modell der unabhängigen Fragmentation von Feynman und Field und auf das Cluster-Modell von Marchesini und Webber eingegangen.

Der Einfluß der verschiedenen Fragmentationsmodelle bzw. deren Pararmeter auf die Jetmultiplizitäten wird in Abschnitt 6.1.1 untersucht.

2.2.1 Unabhängige Fragmentation

Dem Modell der unabhängigen Fragmentation [66] liegt kein physikalisch motiviertes Modell für den Übergang Partonen→Hadronen zugrunde. Es ist vielmehr ein einfaches rekursives Schema, in dem die Partonen unabhängig voneinander betrachtet werden.

Ausgangspunkt der Fragmentation ist ein primäres Quark q, das ein Quark-Antiquarkpaar $q_1\bar{q}_1$ erzeugt und sich mit dem Antiquark $\bar{q}_1$ zu einem Meson $q\bar{q}_1$ verbindet. Die Aufteilung von Energie und Impuls zwischen dem Quark q und diesem Meson wird durch eine Wahrscheinlichkeitsverteilung $f(z)$ gegeben, wobei z der Anteil des Mesons ist und $(1-z)$ der des verbliebenen Quarks q_1. Dieses Verfahren kann, nun ausgehend von q_1, iterativ mit der gleichen Form von $f(z)$ fortgesetzt werden. Die Größe z wird dabei interpretiert als

$$z = \frac{E + p_{||\ Hadron}}{E + p_{||\ Quark}} \tag{2.23}$$

Diese Größe ist lorentzinvariant in Richtung des Impulses des ursprünglichen Quarks. Für die Fragmentations-Punktion $f(z)$ haben Field und Feynman die Form

$$f(z) = 1 - a + 3a(1-z)^2 \tag{2.24}$$

vorgeschlagen, wobei für a aus experimentellen Daten ein Wert von $a \approx 0.88$ ermittelt wurde. Aus einer Anpassung an Messdaten wird für die Erzeugung der verschiedenen Flavour ein Verhältnis von:

$$u : d : s : c = 1 : 1 : 0.3 : 10^{-11} \tag{2.25}$$

gewählt. Allerdings wird für die Beschreibung der Fragmentation schwerer Quarks eine härtere Fragmentations-Funktion benötigt, die nach Peterson et al. [67] wie folgt gewählt werden kann:

$$f(z) \sim \frac{1}{z\left(1 - \frac{1}{z} - \frac{\epsilon}{1-z}\right)^2} \tag{2.26}$$

mit $\epsilon = (m_0/m_Q)^2$, wobei m_0 eine Referenzmasse ist und m_Q die Masse des schweren Quarks. Die Produktion von Baryonen kann in diesem Modell durch die Erzeugung von Diquark-Antidiquark-Paaren, statt $q\bar{q}$ Paaren, eingeführt werden. Eine Diquark-Antidiquark-Produktionsrate von 10% bezüglich der $q\bar{q}$ Rate reproduziert das aus Meßdaten bestimmte Verhältnis von Baryonen zu Mesonen. Bei der Fragmentation erhält das Quark einen Transversalimpuls p_t bzw. das Antiquark einen Transversalimpuls $-p_t$, deren Größen durch eine Gaußverteilung bestimmt werden. Mit einer Breite der Gaußverteilung von $\sigma = 350\,MeV$ ergibt sich eine Transversalimpuls-Verteilung der erzeugten Mesonen, die mit den Meßdaten annähernd übereinstimmt.

Im Rahmen der unabhängigen Fragmentation gibt es kein einheitliches Verfahren, die Fragmentation von Gluonen zu beschreiben. Eine Möglichkeit besteht darin, Gluonen wie Quarks mit zufällig ausgewähltem Flavour zu behandeln. Da erwartet wird, daß Gluonen weicher fragmentieren, muß dann eine unabhängige Fragmentations-Funktion gewählt werden. Eine andere Möglichkeit besteht darin, das Gluon gemäß der Altaralli-Parisi Aufspaltungs-Funktion:

$$P_{g\rightarrow q\bar{q}} = \frac{1}{2}(z^2 + (1-z)^2) \tag{2.27}$$

mit $z = \frac{E_q}{E_g}$ in ein Quark-Antiquarkpaar $q\bar{q}$ aufzuspalten.

Das Modell der unabhängigen Fragmentation ist nicht lorentz-invariant; die Fragmentation wird im hadronischen Schwerpunktsystem ausgeführt. Da aus einem einzelnen masselosen Quark ein massiver Jet erzeugt wird, wird bei der Fragmentation die Energie- und Impulserhaltung verletzt und muß anschließend durch Einführung von Skalierungsfaktoren wiederhergestellt werden. Weiterhin kann der von JADE beobachtete „String-Effekt" [68, 69] nicht reproduziert werden. Ein weiteres Problem des Modells der unabhängigen Fragmentation besteht in der Behandlung zum ursprünglichen Quark kollinearer Partonen, wie sie im Partonschauerbild auftreten. Bei der unabhängigen Fragmentation ergeben sich unterschiedliche Ergebnisse für die Teilchenmultiplizität nach der Fragmentation eines einzelnen Quarks und für die Teilchenmultiplizität dieses Quarks, nachdem sich dieses in mehere annäherend kollineare Partonen aufspaltet. Daraus folgt eine Sensitivität der unabhängigen Fragmentation gegenüber dem Abschneideparameter im Partonschauermodell [70].

2.2.2 Fragmentation durch Clusterzerfall

Das Modell der Fragmentation durch Clusterzerfall [71] wird im Zusammenhang mit dem Partonschauer-Modell von Webber und Marchesini [72, 73] verwendet. Die Fragmentation verläuft in drei Schritten :

- Erzwungener Zerfall von Gluonen in Quark-Antiquark-Paare und Erzeugung von farbneutralen Clustern durch die im Partonschauer entstandenen Quarks- und Antiquarks (Preconfinement).
- Zerfall schwerer Cluster mit einer Masse größer als $M_{Clus.}^{max}$ in zwei kleinere Cluster.
- Zerfall der Cluster in Hadronen.

Der Zerfall in Hadronen verläuft dabei über einen isotropen Zweikörper-Zerfall, dessen Zerfallsraten durch die Dichte der Zustände, i.e. Phasenraum und Spinfaktor, bestimmt werden. Da isotroper Zweikörper-Zerfall für schwere Cluster unrealistisch ist, wird der oben erwähnte zweite Schritt vorgenommen. Durch den Zerfall eines Clusters mit dem Flavour $f_1\bar{f}_2$ entstehen, nach der zufälligen Wahl eines dritten Flavours f, die Zufallsprodukte $f_1\bar{f}$ und $f\bar{f}_2$. Bottom- und Topquarks zerfallen über die schwache Wechselwirkung bevor die Cluster gebildet werden, d.h. die Cluster enthalten nur u, d, s, oder c-Quarks. Die Erzeugung von Baryonen läßt sich in diesem Modell durch Aufspaltung der Gluonen in Diquark-Antidiquark-Paare statt in Quark-Antiquark-Paare einführen. Der transversale Impuls, der bei der Fragmentation entsteht, wird in diesem Modell ohne Einführung weiterer Parameter durch die mittlere im Cluster-Zerfall freiwerdende Energie bestimmt.

Die Fragmentation durch Cluster-Zerfall ist explizit lorentz-invariant. Ein Problem besteht in der Abstrahlung weicher Gluonen, da auch sehr niederenergetische Gluonen das Preconfinement (Bilden der Cluster) abändern und die Fragmentation beeinflussen können [70].

Das Modell der Fragmentation durch Cluster-Zerfall benötigt keine phänomenologischen Parametrisierungen wie die Fragmentations-Funktion und wenig an Meßdaten angepaßte Parameter. Da dieses Fragmentationsmodell im Zusammenhang mit dem Partonschauermodell von Webber und Marchesini benutzt wird, verlagert sich eine Beschreibung des Stringeffektes auf das Partonschauermodell, wo dieser Effekt durch Interferenz weicher Gluonen erzeugt wird [74].

2.2.3 String-Fragmentation

In der Quantenchromodynamik wird für große Abstände ein lineares Confinement erwartet. Dieses ist der Ausgangspunkt des String-Fragmentations-Modells [75]. Im String-Modell wird ein Farbfeld (String) zwischen „farbigen” Partonen als Farbflußröhre ohne transversalen Freiheitsgrad aufgefaßt. Die Energie, die in einem String enthalten ist, ist proportional zur Länge l:

$$U = \kappa l \ , \tag{2.28}$$

wobei die Stringkonstante κ durch Hadron-Massenspektroskopie zu $\kappa \approx 1\,GeV/fm \approx 0.2\,GeV^2$ bestimmt wurde. Die Kinematik der Stringfragmentation kann für das Beispiel eines Quark-Antiquark-Paares $q_0\bar{q}_0$, das bei $x = t = 0$ erzeugt wird, erläutert werden.

Während Quark und Antiquark in entgegengesetzte Richtung auseinanderlaufen, erhöht sich die Energie im String, bis er in einem Punkt (x_1, t_1) durch Erzeugung eines $q_1\bar{q}_1$ Paares aufbricht (typischerweise bei einem Abstand von $2-5\,fm$), sodaß das System in zwei Farbsingulet-Systeme $q_0\bar{q}_1$ und $q_1\bar{q}_0$ aufgespalten wird. Ist die invariante Masse der einzelnen Systeme groß genug, finden weitere Aufspaltungen statt.

Quarks mit Masse und/oder Transversalimpuls müssen klassisch mit einem Abstand erzeugt werden, sodaß die Feldenergie zwischen Quark und Antiquark in die transversale Masse $m_\perp = \sqrt{m^2 + p_\perp^2}$ umgewandelt werden kann. Quantenmechanisch können Quark und Antiquark in einem Punkt erzeugt werden und in den klassisch erlaubten Bereich tunneln mit der Tunnelwahrscheinlichkeit

$$exp(-\pi m_T^2/\kappa) = exp(-\pi m^2/\kappa)\, exp(-\pi p_T^2/\kappa). \tag{2.29}$$

Diese Aufspaltung von Masse und Transversalimpuls führt zu einem Flavour-unabhängigen $p_\perp$ mit einer Gaußverteilung mit $< p_\perp >= \sigma^2 = \kappa/\pi$. Hadronen erhalten Transversalimpuls von zwei Quark-Antiquark-Paaren und haben somit einen mittleren Transversalimpuls von $< p_\perp >= 2\sigma^2$. Allerdings wird bei der String-Fragmentation für die Transversalimpulsverteilung eine Gaußverteilung mit $\sigma \approx 350\,MeV$ eingeführt, um eine mit Meßdaten verträgliche Verteilung zu erhalten

Obige Formel impliziert ebenfalls die Unterdrückung schwerer Quarks mit $u : d : s : c = 1 : 1 : 0.3 : 10^{-11}$. Baryonproduktion kann in das Modell eingeführt werden, indem zusätzlich zu Quark-Antiquark-Paaren auch Diquark-Antidiquark-Paare im Feld erzeugt werden. Mit einer geeignet angepaßten Diquarkmasse kann das Verhältnis von Quark zu Diquarkproduktion auf die aus Meßdaten bestimmte Größe von $qq : q \approx 0.09 : 1$ gebracht werden.

Die longitudinale Fragmentation wird durch die Fragmentationsfunktion $f(z)$ bestimmt:

$$f(z) = \frac{(1-z)^a}{z}\, exp\left(\frac{-bm_\perp^2}{z}\right) \tag{2.30}$$

mit

$$z = \frac{E + p_{||\ Hadron}}{E + p_{||\ Quark}}$$

Mit dieser Fragmentationsfunktion kann Links-Rechts Symmetrie erreicht werden, d.h. die Fragmentation ist unabhängig davon, ob man mit der Stringaufspaltung beim Quark oder beim Antiquark beginnt.

Gluonen werden im Modell der Stringfragmentation als Anregung behandelt und lassen sich als „Knick" auf dem String darstellen. Hat das Gluon ausreichend Energie, entstehen entlang der Stringstücke $q\bar{q}$-Paare, sodaß der „Knick" auf ein Feldsegment isoliert wird. Dieses Segment muß die Masse eines physikalischen Teilchens haben. Die verbliebenen Stringsegmente sind nun relativ zum Schwerpunktsystem des $q\bar{q}g$-System in Bewegung und fragmentieren in ihrem eigenen Schwerpunktsystem. Dieses führt zu einer Asymmetrie der Teilchendichte zwischen Quark-Quark und Quark-Gluon-Jets („String-Effekt").

Im String-Fragmentationsmodell bleiben an jeder Stelle des Fragmentationsprozesses Energie, Impuls und Flavour erhalten. Die Fragmentation ist lorentz-invariant.

Die wesentlichen freien Parameter im String-Fragmentationmodell sind die beiden Parameter a und b in der Fragmentationsfunktion und die Breite der Transversalimpulsverteilung.

2.2.4 Der Protonrest

In e^+e^-- Reaktionen besteht der Anfangszustand aus punktförmigen Teilchen ohne innere Struktur. Die innere Struktur des Protons in ep-Reaktionen wird, neben der Beschreibung durch die Partonstrukturfunktionen, in den oben beschriebenen QCD-Modellen durch Einführung zusätzlicher phänomenologischer Größen berücksichtigt.

Für die Fermibewegung der im Proton gebundenen Partonen wird eine gaußförmige Transversalimpulsverteilung k_t der Partonen eingeführt. Dieses führt zu einem Transversalimpuls des Protonrestes und somit zu einem zusätzlichen Transversalenergiefluß. Für Lepton-Nukleon-Reaktionen mit kleineren Schwerpunktsenergien als bei HERA hängt der beobachtbare hadronische Endzustand sensitiv von diesem Parameter ab. Der Einfluß dieser Größe für die Jetratenbestimmung bei HERA-Energien wird in Abschnitt 6.1.3 untersucht.

Die Behandlung des Protonrestes ist nur im einfachsten Fall eindeutig, in dem ein Valenzquark von dem Boson aus dem Proton „herausgeschlagen" wird. In diesem Fall besteht der Protonrest aus einem Diquark. Wird ein Seequark oder ein Gluon getroffen, ist das System des Protonrestes komplizierter und wird in den verschiedenen QCD-Modellen unterschiedlich behandelt. In den Monte-Carlo-Generatoren (siehe Abschnitt 2.3) LEPTO und ARIADNE, die für die Hadronisierung die Stringfragmentation verwenden, werden komplexe Protonrest-Systeme wie folgt behandelt:

- Wird ein Seequark getroffen, so besteht der Protonrest aus dem 4-Quark-System $q_v q_v q_v \bar{q}_s$. Für $\bar{q}_s = \bar{u}$ oder $\bar{d}$ wird das Seeantiquark gegen ein entsprechendes Valenzquark vernichtet, sodaß der Protonrest wieder aus einem Diquark besteht. Für andere Quark-Flavours $\bar{q}_s$ wird dieses mit einem Valenzquark zu einem Meson ($M = q_v \bar{q}_s$) verbunden. Dieses Meson erhält einen Anteil z des Protonrestimpulses ($z = E - p_z$) in Protonrichtung gemäß einer Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(z)$ und einen Transversalimpuls $p_\perp$ gemäß einer Gaußverteilung mit der Breite $\sigma_{p_\perp}$. Das verbliebene Diquark mit Longitudinalimpuls $1-z$ und Transversalimpuls $-p_\perp$ bildet mit dem getroffenen Quark einen String, und der in Abschnitt 2.2.3 beschriebene Hadronisierungsprozeß beginnt.

- Wird ein Antiseequark getroffen, besteht der Protonrest aus $q_v q_v q_v q_s$ und seine Behandlung erfolgt analog zu dem oben beschriebenen Fall. Das Quark (q_s) wird mit zwei Valenzquarks zum Baryon $q_v q_v q_s$ verbunden, und das Stringsystem wird mit dem verbliebenen Quark gebildet.

- In Boson-Gluon-Fusionsereignissen hinterläßt das vernichtete Gluon die drei Valenzquarks in einem Farboktett-Zustand. Dieser wird in ein Quark und ein Diquark aufgespalten mit der oben beschriebenen Aufteilung des Transversalimpulses und einer Transversalimpulsverteilung $p_\perp$.

Der Einfluß der Parameter $P(z)$ und $\sigma_{p_\perp}$ in dieser Behandlung des Protonrestes wird in Abschnitt 6.1.3 untersucht.

Eine andere Behandlung des Protonrestes wird in dem Monte-Carlo-Generator HERWIG (siehe Abschnitt 2.3) vorgenommen. Die in diesem Generator verwendete Clusterfragmentation kann wahlweise durch ein sogenanntes „soft underlying event" (SUE) erweitert werden. Zur Erzeugung des SUE wird der Cluster, der den Protonrest enthält, in kleinere Cluster aufgespalten, bis sich durch den anschließenden Zerfall der Cluster eine vorgegebene Teilchenmultiplizität ergibt. Die Teilchenmultiplizität wird dabei aus Parametrisierungen der von inelastischen $p\bar{p}$-Reaktion beobachteten Teilchenmultiplizitäten abgleitet. Durch dieses Verfahren werden zusätzlich Hadronen mit kleinem $p_\perp$ erzeugt. Der Einfluß des SUE auf die Bestimmung von Jetraten wird ebenfalls in Abschnitt 6.1.3 untersucht.

2.3 Ereignisgeneratoren

In diesem Abschnitt werden die Generatoren vorgestellt, in denen die oben beschriebenen QCD- und Fragmentationsmodelle implementiert sind. Dann werden die Vorhersagen der Generatoren für die Multijetproduktion gezeigt. Die Parameter der Generatoren sind, soweit nicht explizit erwähnt, auf die vorgegebenen Werte gesetzt. Ein Vergleich der Vorhersagen der Generatoren für die Jetraten mit den Messungen wird in Abschnitt 8.2 vorgestellt.

2.3.1 LEPTO

Der Monte-Carlo-Generator LEPTO (in der Version 6.1) [76] generiert Ereignisse in der tief inelastischen Lepton-Nukleon-Streuung gemäß dem elektroschwachen Wirkungsquerschnitt in führender Ordung der Kopplungskonstanten. QCD-Effekte werden in drei verschiedenen Optionen berücksichtigt:

Partonschauer (PS): Das Partonschauermodell mit Abstrahlung im Anfangs-(IPS) und Endzustand (FPS) wird, wie in Abschnitt 2.1.2 beschrieben, verwendet um QCD-Effekte in der „leading logarithmic approximation" zu implementieren. Als Skala der maximalen Virtualität sind verschieden Möglichkeiten vorhanden:

1. Die Skala Q^2
2. Die Skala W^2
3. Die Skala $W^2 \cdot Q^2$
4. Die Skala $Q^2(1-x)$
5. Die Skala $Q^2(1-x)\,max\,(1, ln\frac{1}{x})$
6. Die Skala $W^{4/3}$ analog zum Farbdipolmodell

Die Skala $Q^2(1-x)\,max\,(1, ln\frac{1}{x})$ ist dabei durch die exakten Matrixelemente motiviert, aus denen sich für die Partonen ein Transversalimpulsspektrum $< p_\perp > \approx Q^2(1-x)$ für $x \to 1$ und $< p_\perp > \approx Q^2 \ln(1/x)$ für $x \to 0$ ergibt [25]. QCD-Kohärenzeffekte werden nur im Endzustandspartonschauer durch Ordnung der Abstrahlungswinkel berücksichtigt (Abschnitt 2.1.2).

Matrixelemente (ME): Als weitere Option besteht die Möglichkeit, die Matrixelemente in erster Ordnung der QCD zur Ereignisgenerierung zu verwenden. Die Matrixelemente der zur Ordnung α_s^1 hinzukommenden Prozesse der Quark- oder

Gluonabstrahlung ($q\bar{q}$- und qg-Ereignisse) beinhalten drei weitere Freiheitsgrade im differentiellen Wirkungsquerschnitt :

$$\frac{d^5\sigma}{dx\,dQ^2\,d\xi\,dz_p\,d\phi} \tag{2.31}$$

mit $\xi = x/x_p$, $z_p = P \cdot p_q / P \cdot q$ und dem Azimuthalwinkel ϕ. Mit x_p wird der Impuls des einlaufenden Partons bezeichnet.

Um Rechenzeit zu sparen, wird im Lepto-Generator in einem Initalisierungsschritt zunächst in einem $x\,W^2$-Gitter die Wahrscheinlichkeit für die Abstrahlungsprozesse $P(q\bar{q})$- und $P(qg)$ berechnet und gespeichert. $P(q\bar{q})$- und $P(qg)$ sind definiert durch Integrale der Matrixelemente über ξ, z_p und ϕ, geteilt durch den totalen differentiellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dQ^2\,dx$, wobei das Integral über ξ die Partonstrukturfunktionen beinhaltet und numerisch ausgeführt werden muß. In der Ereignisgenerierung kann dann anhand dieser Wahrscheinlichkeiten entschieden werden, ob ein $q\bar{q}$ oder qg-Ereignis generiert wird, und die Variablen ξ, z_p und ϕ folgen aus den Matrixelementen mit ausintegrierten Q^2 und x. Als Abschneidekriterium der kollinearen und weichen Divergenzen wird die invariante Masse m_{ij} zwischen den Partonen verwendet. Es werden nur $q\bar{q}$- und qg-Ereignisse mit $m_{ij} > y_{cut}^{gen.} W^2$ generiert, wobei $y_{cut}^{gen.}$ ein Parameter des Generators ist

Matrixelemente+Partonschauer (MEPS): Als weitere Option kann die Matrixelemente-Option durch die Hinzunahme von Partonschauern erweitert werden (Abschnitt 2.1.2).

Die Behandlung des Protonrestes erfolgt wie in Abschnitt 2.2.4 beschrieben. Es stehen aber auch alternative Modelle für den Protonrest zu Verfügung, deren Einfluß auf die Jetraten in Abschnitt 6.1.3 untersucht wird. Die Hadronisierung wird gemäß dem Lund-Stringmodell mit dem Programm JETSET durchgeführt (Abschnitt 2.3.4). Allerdings werden für die Matrixelemente-Option von den Sollwerten abweichende Fragmentationsparameter verwendet, und zwar mit den abgeänderten Werten: $a = 1.0$, $b = 0.7\,GeV^{-2}$, $\sigma_{p_t} = 0.4\,GeV$.

In Tabelle 2.1 sind die in dieser Analyse wesentlichen Parameter des Generators, deren Sollwerte sowie die hier benutzten Werte aufgeführt.

2.3.2 ARIADNE

In ARIADNE [77] ist das Farbdipolmodell, wie in Abschnitt 2.1.3 beschrieben, implementiert. ARIADNE verwendet LEPTO für die Generierung des elektroschwachen Teils der Ereignisse. Ferner wird LEPTO mit der Matrixelemente-Option verwendet, um Boson-Gluon-Fusionsereignisse zu generieren, da diese im Farbdipolmodell nicht gut beschrieben werden. Um die Gluonabstrahlung im Farbdipolmodell in einem Boson-Gluon-Fusionsereignis an die Skala des harten Prozesses anzugleichen, besteht als Option die Möglichkeit, für das maximale erlaubte p_T^2 des ersten abgestrahlten Gluons das p_T^2 des $q\bar{q}$-Paares einzusetzen. Die Hadronisierung wird gemäß dem Lund-Stringmodell mit dem Programm JETSET durchgeführt (Abschnitt 2.3.4). Auch für ARIADNE werden von

Parameter	Bedeutung	Sollwert	benutzter Wert
PARU(112)	λ_{QCD} in $\alpha_s(Q^2)$	$0.25\,GeV$	$0.2\,GeV$
MSTU(112)	Anzahl der Flavours	5	5
PYPAR(22)	Partonschauerabschneidewert IPS	$1\,GeV^2$	$1\,GeV^2$
PARJ(82)	Partonschauerabschneidewert FPS	$1\,GeV$	$2\,GeV$
PARL(8)	$y_{cut}^{gen.}$	0.01	0.0025
PARL(3)	intrinsisches$< k_t >$ im Proton	$0.44\,GeV$	$0.44\,GeV$
PARL(14)	$\sigma_{p_\perp}$ komplexer Protonreste	$0.44\,GeV$	$0.44\,GeV$

Tab. 2.1: *Die in dieser Analyse diskutierten Werte der LEPTO-Parameter.*

Parameter	Bedeutung	Sollwert	benutzter Wert
PARA(1)	λ_{QCD} in $\alpha_s(Q^2)$	$0.2\,GeV$	$0.2\,GeV$
MSTA(15)	Anzahl der Flavours	5	5
PARA(3)	p_T-Schnitt für Dipolabstrahlung	$1\,GeV$	$1\,GeV$
PARA(10)	α für Protonausdehnung	1	1
PARA(11)	μ für Protonausdehnung	$1\,GeV$	$1\,GeV$

Tab. 2.2: *Die in dieser Analyse diskutierten Werte der ARIADNE-Parameter.*

den Sollwerten abweichende Fragmentationsparameter, und zwar mit den abgeänderten Werten: $a = 0.23$, $b = 0.34\,GeV^{-2}$, $\sigma_{p_t} = 0.405\,GeV$, verwendet.

Die in dieser Analyse wesentlichen Parameter des Generators, sowie deren Sollwerte und die hier benutzten Werte, sind in Tabelle 2.2 aufgeführt.

2.3.3 HERWIG

Im HERWIG-Monte-Carlo-Generator [78] ist ein „leading log” Partonschauermodell implementiert, das sowohl für den Partonschauer im Endzustand als auch für den Partonschauer im Anfangszustand QCD-Kohärenzeffekte berücksichtigt.

Für den Partonschauer im Anfangszustand wird der Phasenraum durch Interferenzeffekte auf den Bereich:

$$E_i\theta_{pq_i} < E_{i-1}\theta_{pq_{i-1}} \tag{2.32}$$

beschränkt [74]. Dabei ist θ_{qp_i} der Öffnungswinkel zwischen dem einlaufendem Parton p und dem abgetrahlten Parton q. In HERWIG wird als Entwicklungsvariable für den Partonschauer, abweichend vom Lund-Partonschauermodell, die Größe:

$$Q_i = E_i\sqrt{\xi_i} \quad \text{mit } \xi_i = (pq_i)/(E\omega_i) \tag{2.33}$$

verwendet. Dabei ist die Energie des einlaufenden Partons mit E und die des abgestrahlten Partons mit ω_i bezeichnet. Die Ordnungsbedingung (Gleichung 2.32) lautet damit:

$$Q_{i+1} < Q_i \tag{2.34}$$

Für den Partonschauer im Endzustand wird als Entwicklungsvariable:

$$Q_i = E_i\sqrt{\xi_{ij}} \quad \text{mit } \xi_{ij} = (p_i p_j)/(E_i E_j) \tag{2.35}$$

für die Verzweigung $i \to jk$ verwendet. Es wird hier wie im Lund-Partonschauermodell eine Winkelordnung eingeführt. Die Skala der maximalen Virtualität ist in HERWIG näherungsweise durch Q^2 gegeben.

In HERWIG sind azimutale Korrelationen zwischen den abgestrahlten Partonen aufgrund von Interferenz sowie aufgrund von Gluonpolarisation implementiert. Interferenzeffekte zwischen den Partonschauern im Anfangs- und Endzustand werden berücksichtigt, indem der von einem Parton der harten Wechselwirkung ausgehende Partonschauer in einem Konus begrenzt wird, dessen Öffnungswinkel durch den Winkel zwischen diesem Parton und dem durch eine Farbflußlinie verbundenem Parton gegeben ist.

Für die Hadronisierung wird in HERWIG die Clusterfragmentation (Abschnitt 2.2.2) verwendet. In dieser Analyse wird HERWIG, soweit nicht anders erwähnt, mit der Option des „soft underlying events" (Abschnitt 2.2.4) benutzt.

2.3.4 JETSET

Im Programmpaket JETSET [85] ist das Lund-Stringmodell, wie in Abschnitt 2.2.3 beschrieben, implementiert. Es wird dabei die symmetrische Fragmentationsfunktion (Gleichung 2.30) verwendet. Es besteht auch die Möglichkeit, die unabhängige-Fragmentation zu benutzen. Neben der Fragmentation wird in JETSET ein Zerfall instabiler Teilchen in Teilchen simuliert, die im Detektor beobachtet werden können, und zwar gemäß den aus Daten bestimmten Zerfallsraten. Die in dieser Analyse diskutierten Parameter sind in Tabelle 2.3 aufgeführt.

Parameter	Bedeutung	Solltwert	benutzter Wert
PARJ(21)	σ_{P_t} der Fragmentation	$0.35\,GeV$	$0.35\,GeV$
PARJ(41)	a Fragmentationparameter	0.5	0.5
PARJ(42)	b Fragmentationparameter	$0.9\,GeV^{-2}$	$0.9\,GeV^{-2}$

Tab. 2.3: *Die in dieser Analyse diskutierten Werte der JETSET-Parameter.*

2.4 Vorhersagen der Generatoren für die Jetraten

In diesem Abschnitt werden die Vorhersagen der jeweiligen QCD-Modelle, die den verschiedenen Monte-Carlo-Generatoren zugrunde liegen, für die 2+1 Jetrate untersucht.

Wie in Abschnitt 2.1.2 erwähnt, hängt Umfang und Härte der QCD-Abstrahlung in den Partonschauermodellen von der Skala der maximalen Virtualität ab. In Abbildung 2.2 ist die mit dem JADE-Algorithmus (siehe Abschnitt 5.1.1) erhaltene 2+1 Jetrate bei $y_{cut} = 0.02$ (siehe Abschnitt 5.1.1) für verschiedene Skalen in Abhängigkeit von Q^2 dargestellt. Besonders für kleines Q^2 ist die 2+1 Jetrate sehr unterschiedlich. Die extremen

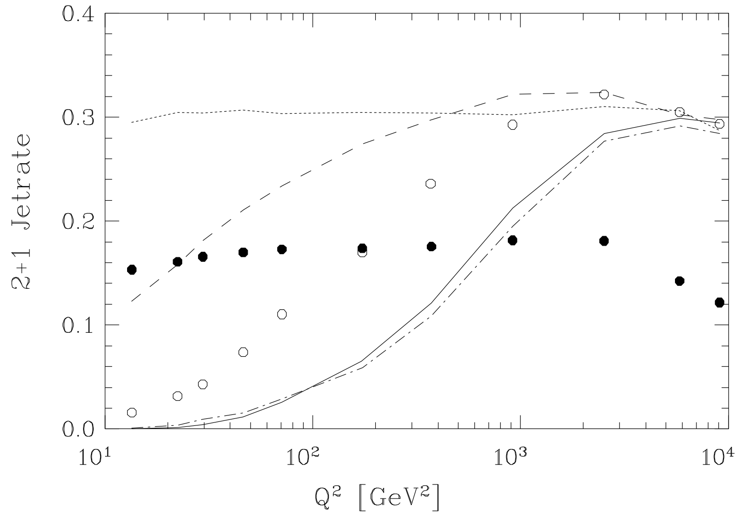


Abb. 2.2: *Die Vorhersagen für die 2+1 Jetrate bei* $y_{cut} = 0.02$ *des LEPTO-PS-Modells für verschiedene Skalen der maximalen Virtualität in Abhängigkeit von* Q^2*:*
(-·-) Q^2*;* *(···)* W^2*;*
(- - -) $W \cdot Q$*;* *(—)* $Q^2(1-x)$*;*
(○) $Q^2(1-x)\,max(1, \ln\frac{1}{x})$*;* *(●)* $W^{4/3}$

Skalen Q^2 und W^2 konnten allerdings schon mit den ersten vom H1-Detektor gewonnenen Daten (entsprechend einer integrierten Luminosität von $1.6\,nb^{-1}$) durch Vergleich der Energieflüsse ausgeschlossen werden [79].

In Hinblick auf QCD-Tests durch Vergleich der QCD-Vorhersagen für die 2+1 Jetrate mit Messungen sind Monte-Carlo-Modelle, die auf exakten Matrixelementen basieren, von besonderem Interesse. Bisher verfügbar sind allerdings nur Monte-Carlo-Generatoren basierend auf $\mathcal{O}(\alpha_s^1)$-Matrixelementen, wobei der Einfluß höherer Ordnungen durch anschließende Partonschauer beschrieben werden kann. Abbildung 2.3 zeigt die Vorhersagen des LEPTO-ME-Monte-Carlo-Modells und des LEPTO-MEPS-Monte-Carlo-Modells für die 2+1 Jetrate in Abhängigkeit von Q^2. Der Einfluß des Partonschauers auf die 2+1 Jetrate ist besonders für kleine Q^2 erheblich. Wie in Abschnitt 2.1.2 beschrieben, ist die Festlegung der maximalen Virtualität des Partonschauers im Anfangszustand für Ereignisse mit harter QCD-Abstrahlung gemäß den Matrixelementen zweideutig. Eine offensichtliche Alternative zum Maximum beider Möglichkeiten ist das Minimum. Wie in Abbildung 2.3 gezeigt, hängt die 2+1 Jetrate stark von dieser Zweideutigkeit ab.

Wie in Abschnitt 2.3.1 beschrieben, wird als Abschneidekriterium der kollinearen und infraroten Divergenzen im LEPTO-ME-Generator die invariante Masse der Partonen m_{ij} verwendet: $y_{cut}^{gen} = \frac{m_{ij}}{W^2}$. Zum Vergleich mit Messungen sollte der Abschneideparameter $y_{cut}^{gen.}$ gegenüber dem Experimentellen y_{cut} im JADE-Algorithmus klein genug gewählt werden, sodaß der Abstand beider Werte größer ist als die Auflösung der Bestimmung von y_{cut}. Für das LEPTO-MEPS-Monte-Carlo sollte die Wahl von $y_{cut}^{gen.}$ allerdings weniger wichtig sein, da weichere Abstrahlungen als die durch y_{cut} zugelassenen durch den Partonschauer beschrieben werden. Wie in Abbildung 2.4 dargestellt, verbleibt aber eine größere Abhängigkeit der 2+1 Jetrate bei $y_{cut} = 0.02$ von $y_{cut}^{gen.}$.

Die Vorhersagen der Monte-Carlo-Modelle ARIADNE und HERWIG für die 2+1 Jetrate sind in Abbildung 2.5 gezeigt. Gegenüber dem LEPTO-MEPS-Monte-Carlo ist

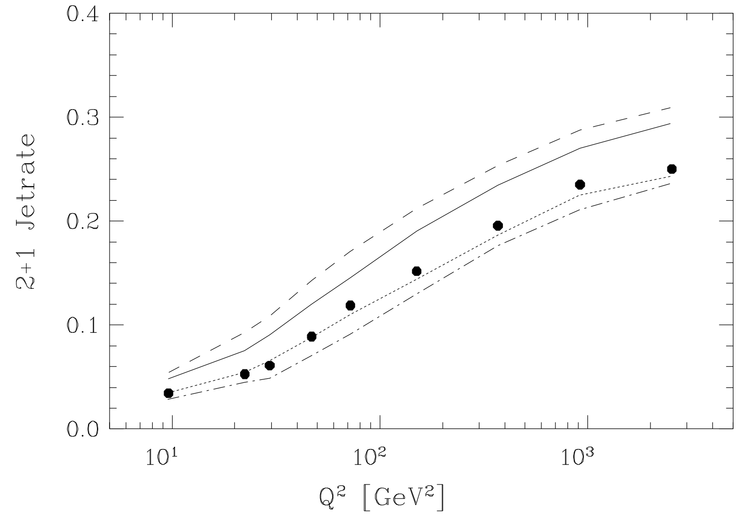


Abb. 2.3: *Der Einfluß des Partonschauers auf die 2+1 Jetrate bei* $y_{cut} = 0.02$ *in Abhängigkeit von* Q^2 *im LEPTO-MEPS-Modell:*
(——) IPS +FPS; (···) ohne Partonschauer; (-·-) nur FPS; (- - -) nur IPS; (•) IPS mit der kleineren Skalenanpassung.

die Entwicklung der 2+1 Jetrate in Abhängigkeit von Q^2 flach. Die Vorhersage des ARIADNE-Generators für die 2+1 Jetrate ist bei kleinen Q^2 höher als die des LEPTO-MEPS-Generators.

Die Vorhersagen der Monte-Carlo-Modelle für die 2+1 Jetrate sind, besonders für kleine Q^2, sehr unterschiedlich. In Abschnitt 8.2 werden die Vorhersagen der Monte-Carlo-Modelle mit den Messungen verglichen.

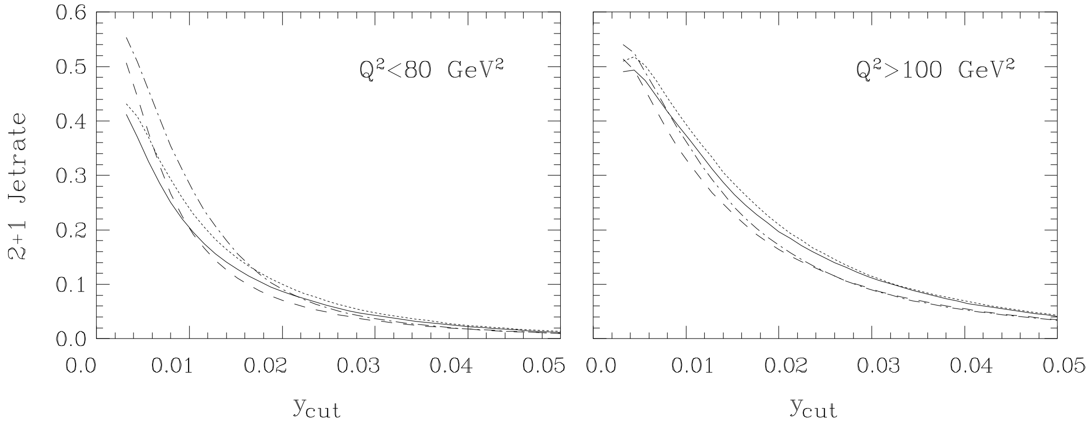


Abb. 2.4: *Der Einfluß von* y_{cut}^{gen} *für die 2+1 Jetrate im LEPTO-MEPS-Modell in Abhängigkeit von* y_{cut} *für Monte-Carlo-Ereignisse mit kleinem und großem* Q^2*:*
(—) $y_{cut}^{gen} = 0.0010$; (···) $y_{cut}^{gen} = 0.0025$;
(- - -) $y_{cut}^{gen} = 0.0050$; (-·-) $y_{cut}^{gen} = 0.0150$.

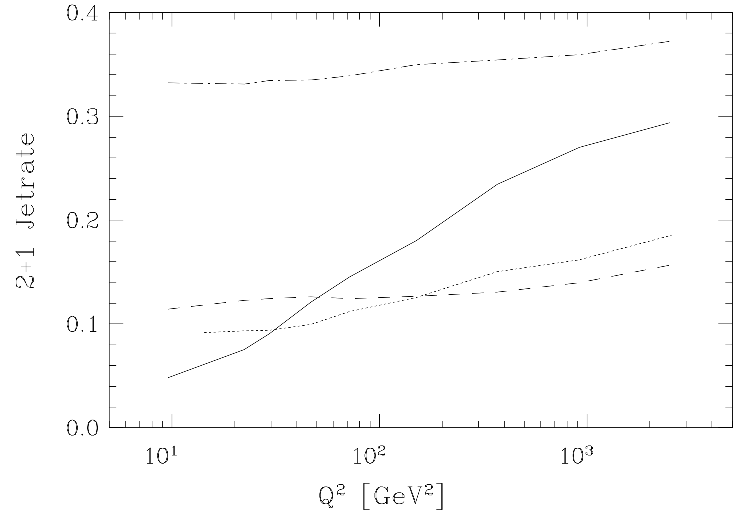


Abb. 2.5: *Die Vorhersagen für die 2+1 Jetrate bei* $y_{cut} = 0.02$ *des ARIADNE- (- - -) und HERWIG (···) -Modells im Vergleich zum LEPTO-MEPS-Modell (—) in Abhängigkeit von* Q^2*. Ebenfalls gezeigt ist das ARIADNE-Modell ohne Protonausdehnung (-·-).*

Kapitel 3

Das H1-Experiment

3.1 Der Speicherring HERA

Im Speicherring HERA (Hadron-Elektron-Ring-Anlage) werden Protonen mit einer Energie von $820\,GeV$ und Elektronen mit einer Energie von $26.7\,GeV$ [1] zur Kollision gebracht. HERA besteht aus zwei separaten $6.3\,km$ langen Speicherringen. Elektronen werden mit normalleitenden Magneten auf der Bahn gehalten. Um Protonen auf der Bahn zu halten, kommen bei HERA supraleitende Magnete zur Anwendung. Bei den beiden Experimenten H1 und ZEUS werden die Strahlen zur Kollision gebracht.

Die Teilchen werden mit Hilfe von Linearbeschleunigern und unter Verwendung der bestehenden Ringanlagen DESY und PETRA vorbeschleunigt und dann in HERA eingespeist. Protonen werden im Linearbeschleuniger LINAC III als H^- Ion auf $50\,MeV$ beschleunigt, nach Abstreifen der Elektronenhülle im Synchrotron DESY III auf $7.4\,GeV$ weiterbeschleunigt, in PETRA auf eine Energie von $40\,GeV$ gebracht, und anschließend in die HERA Maschine injiziert, wo sie dann auf die Nominalenergie von $820\,GeV$ beschleunigt werden.

Elektronen werden von LINAC I mit $50-400\,MeV$ in DESY II eingespeist, dort auf $9\,GeV$ beschleunigt, anschließend in PETRA auf $12\,GeV$ weiterbeschleunigt und dann ebenfalls in die HERA-Maschine injiziert, wo sie auf $26.7\,GeV$ weiterbeschleunigt werden.

Um die Solluminosität von $1.5 \cdot 10^{31}\,cm^2 s^{-1}$ zu erreichen, ist es vorgesehen, jeweils 210 Teilchenpakete mit ca. 10^{11} Teilchen in den HERA-Ringen zu speichern und zur Kollision zu bringen. Aus technischen Gründen waren jedoch bei der Datennahme 1992 nur 10 der 210 Teilchenpakete gefüllt, wovon nur 9 Pakete kollidierten, während jeweils ein leeres Proton- bzw. Elektron-Teilpaket zu Untergrundstudien benutzt wurden. Für die im Herbst 1992 von HERA in dieser Weise produzierte Luminosität betrug ca. $50\,nb$. Die mit dem H1-Detektor gewonnenen Daten entsprechen einer durch Totzeit und technischen Problemen verringerten Luminosität von $31.6\,nb^{-1}$. Fordert man zusätzlich, daß alle Detektor-Komponenten einwandfrei arbeiten, vermindert sich die zur Analyse nutzbare integrierte Luminosität weiter auf $22.5\,nb^{-1}$.

---

[1] HERA wurde für eine Elektronenenergie von 30 GeV konzipiert. Die Datennahme 1992/93 erfolgte mit einer etwas reduzierten Energie der Elektronen von 26.7 GeV.

Abb. 3.1: *Der Speicherring HERA und seine Vorbeschleuniger.*

3.2 Der H1-Detektor

Der H1-Detektor ist ein magnetischer Detektor zum Nachweis und zur Analyse von Reaktionsprodukten der ep-Wechselwirkung über nahezu den gesamten Raumbereich. Geladene Teilchen können in den zentralen- und vorwärts-Spurkammern nachgewiesen werden, die das Strahlrohr umschließen. Zur Energiemessung sowohl neutraler wie auch geladener Teilchen dient ein großes Flüssig-Argon-Kalorimeter, das sich in einem die Spurkammern umgebenden Kyrostaten befindet. Eine Besonderheit des H1-Detektors besteht darin, daß sich die supraleitende Spule $(1,15\,T)$, vom Wechselwirkungspunkt gesehen, hinter dem Flüssig-Argon-Kalorimeter befindet. Damit wird das inaktive Material vor dem Kalorimeter verkleinert und somit die Energiemessung verbessert. Den gesamten Detektor umgibt ein instrumentiertes Eisenjoch, das sowohl der Rückführung des magnetischen Flusses, als auch dem Nachweis von Myonen und als zusätzliches hadronisches Kalorimeter dient. In Rückwärts (e^-)-Richtung wird das Flüssig-Argon-Kalorimeter (LAR) durch das rückwärtige elektromagnetische Kalorimeter (BEMC) und in Vorwärtsrichtung (p) durch ein kleines hadronisches Kalorimeter (PLUG) ergänzt. In Vorwärtsrichtung außerhalb des zentralen Detektors befindet sich ein Myonspektrometer. Aufgrund der unterschiedlichen Strahlenenergie von Elektronen und Protonen ist der H1-Detektor asymmetrisch aufgebaut. Die z-Achse des Koordinatensystems bei H1 ist in der Protonstrahlrichtung definiert mit dem Koordinatenursprung in dem nominellen Wechselwirkungspunkt. Der Polarwinkel wird im folgendem mit θ und der Azimutalwinkel mit ϕ bezeichnet. Der H1-Detektor ist detailliert in [41] beschrieben. Die für diese Analyse wichtigen Komponenten werden im Folgenden kurz beschrieben.

p

$\mathbf{e}^-$

Abb. 3.2: Schematische Darstellung des H1-Detektors
Der H1-Detektor besteht aus folgenden Komponenten:
$\boxed{1}$ Strahlrohr und Strahlmagnete $\boxed{2}$ Zentrale Spurkammern
$\boxed{3}$ Vorwärtsspurkammern mit Übergangsstrahlungsmodulen
$\boxed{4}$ Elektromagnetisches Flüssig-Argon-Kalorimeter
$\boxed{5}$ Hadronisches Flüssig-Argon-Kalorimeter
$\boxed{6}$ Supraleitende Spule $\boxed{7}$ Kompensationsmagnet
$\boxed{8}$ Helium-Kälteanlage $\boxed{9}$ Muonkammern
$\boxed{10}$ Instrumentiertes Eisenjoch (Eisenplatten und Streamerkammern)
$\boxed{11}$ Muon-Toroid-Magnet
$\boxed{12}$ Elekromagnetisches Rückwärts-Kalorimeter **BEMC**
$\boxed{13}$ Plug-Kalorimeter $\boxed{14}$ Betonabschirmung
$\boxed{15}$ Flüssig-Argon-Kryostat

3.2.1 Spurkammern

Die Spurkammern sind in zwei unterschiedlich ausgelegte Systeme unterteilt: die zentralen Spurkammern, die den Winkelbereich von ca. $25^0 - 155^0$ abdecken, und die Vorwärtsspurkammern für den Winkelbereich von $5^0 - 25^0$. Zusätzlich können in einer rückwärtigen Proportionalkammer Spurpunkte im Winkelbereich zwischen $155^0 - 175^0$ nachgewiesen werden.

Die zentralen Spurkammern

Die zentralen Spurkammern bestehen aus einer inneren und einer äußeren Jetkammer (CJC 1, CJC 2), einer inneren und einer äußeren z-Driftkammer (CIZ, COZ), sowie einer inneren und äußeren Proportionalkammer (CIP, COP).

Die Jetkammern (CJC 1, CJC 2) sind im Azimutalwinkel ϕ in 30 bzw. 60 Zellen unterteilt, in denen je 24 bzw. 32 Signaldrähte parallel zum Strahl gespannt sind, sodaß aus der Driftzeit eine genaue Spurpunktbestimmung in der rϕ-Ebene möglich ist. Da die Signaldrähte an beiden Enden ausgelesen werden, kann mittels Ladungsteilung eine Bestimmung der z-Koordinate von Spurpunkten vorgenommen werden, während aus der Summe der Ladungen der Energieverlust pro Wegstrecke gemessen werden kann. Die Signaldrahtebenen sind gegenüber der radialen Richtung um 30^0 geneigt, sodaß die Ionisationselektronen im Magnetfeld senkrecht zu Spuren mit großem Impuls driften. Damit wird das Erkennen von Spiegelspuren erleichtert, die Spurauflösung verbessert, ein geringeres Übersprechen zwischen den verschiedenen Zellen erreicht und die Gewinnung eines schnellen Triggersignals ($\approx 0.5\,ns$) bei direkter Durchquerung der Signaldrahtebene durch ein hochenergetisches Teilchen ermöglicht. In Tabelle 3.1 sind Geometrie und Auflösungsparameter der zentralen Jetkammern zusammengestellt.

	Einheit	CJC 1	CJC 2
aktive Länge Δz	mm	2200	
innerer Radius	mm	203	451
äußerer Radius	mm	530	844
Anzahl der Zellen		30	60
Signaldrähte pro Zelle		24	32
$\sigma_{r\phi}$	μm	170	
σ_z	cm	2.2	
$\sigma_{dE/dx}$	%	10	
Doppelspurauflösung in $r\phi$	mm	2	

Tab. 3.1: *Geometrie und Auflösungsparameter der zentralen Spurkammern.*

Eine innere und eine äußere Driftkammer (CIZ, COZ) zur genauen Bestimmung der z-Koordinate von Teilchenspuren umschließen das Stahlrohr bzw. die CJC1. Die Signaldrähte laufen bei beiden Kammern senkrecht zur Strahlachse auf einer zylindrischen Polygonfläche. In Tabelle 3.2 sind Geometrie und Auflösungsparameter der zentralen z-Driftkammern zusammengestellt.

	Einheit	CIZ	COZ
aktive Länge Δz	mm	1800	2160
innerer Radius	mm	347	920
äußerer Radius	mm	400	970
Anzahl der Zellen (Ringe) in z		15	24
Anzahl der ϕ-Sektoren		16	24
Signaldrähte pro Ring		4	4
σ_z	μm	260	200
$\sigma_{r\phi}$	mm	4.6	3.5
Doppelspurauflösung in z	mm	4.6	3.5

Tab. 3.2: *Geometrie und Auflösungsparameter der z-Driftkammern.*

Die Proportionaldrahtkammern CIP und COP dienen der Erzeugung eines schnellen Triggersignals sowie einer schnellen Ortsbestimmung für die Spurrekonstruktion des L1-Triggers. Beide Proportionalkammern bestehen aus zwei radial benachbarten Kammersegmenten mit Anodendrähten parallel zur Strahlrichtung. Die Auslese wird von in z und ϕ segmentierten Kathodenflächen vorgenommen. In Tabelle 3.4 ist der Aufbau von CIP und COP zusammengestellt.

Vorwärtsspurkammern

Die Vorwärtsspurkammern bestehen aus drei sogenannten Supermodulen. Diese Module sind identisch und bestehen aus einer planaren Driftkammer mit parallelen, senkrecht zur Strahlrichtung verlaufenden Drähten, einer zweilagigen Vieldraht-Proportionalkammer (FMWP), einem Übergangsstrahlungsdetektor und einer radialen Driftkammer mit radial und senkrecht zur Strahlrichtung verlaufenden Drähten.

Die Parameter der Driftkammern sind in Tabelle 3.3 zusammengestellt. Die Orientierung der Signaldrähte in den drei planaren Driftkammern sind jeweils um 60^0 gedreht, um die Ortsauflösung zu verbessern. Die Übergangsstrahlungsdetektoren dienen der Elektronenidentifikation. Die Radiatoren der Übergangsstrahlungsdetektoren bestehen aus 400 Polypropylenfolien Die entstehende Röntgenstrahlung kann in der radialen Driftkammer mittels einer Gasmischung mit einem hohen Photoionisationsquerschnitt gemessen werden.

Die Parameter der FMWP sind in Tabelle 3.4 zusammengestellt.

Rückwärtige Proportionalkammer

Zwischen den zentralen Spurdetektoren und dem rückwärtigen Kalorimeter befindet sich die rückwärtige Proportionalkammer (BWPC), die den von dem zentralen Spurdetektor abgedeckten Winkelbereich ergänzt. Die Anodendrähte sind in vier Ebenen, senkrecht zur Strahlrichtung, parallel gespannt, wobei die Richtung der Drähte in jeder Ebene in ϕ jeweils um 45^0 gedreht ist. Die Parameter der BPC sind in der Tabelle 3.4 zusammengestellt. Die BPC wird verwendet zur Erzeugung eines schnellen Triggersignals und

	Einheit	radiale Kammern	planare Kammern
Anzahl der Zellen / Supermodul		48	32
innerer Radius	mm	150	≈ 150
äußerer Radius	mm	750	≈ 750
aktiver Radius	mm	224	296
Signaldrähte pro Zelle		12	4
$\sigma_{x,y}$	μm		$150 - 170$
$\sigma_{r\phi}$	μm	$180 - 200$	
Doppelspurauflösung in	mm	2	2

Tab. 3.3: *Geometrie und Auflösungsparameter der Vorwärtsdriftkammern.*

zur Spurrekonstruktion von Teilchen mit großem Polarwinkel θ, die von den zentralen Spurkammern nicht erfaßt werden.

	Einheit	CIP		COP		FWPC	BWPC
		innen	außen	innen	außen		
aktive Länge $\Delta z/\Delta r$	mm	2190		2172		583	151
Anzahl der Anodenebene		1		1		2	4
Anzahl der Drähte		480		1574	1615	724	2496
Anzahl der Kathodenpads		480		288		384	

Tab. 3.4: *Parameter der Vieldrahtproportionalkammern.*

3.2.2 Kalorimeter

Die einzelnen Kalorimeter sind das Liquid-Argon-Kalorimeter, das rückwärtige Kalorimeter, das Vorwärtskalorimeter und das instrumentierte Eisen.

Das Flüssig-Argon-Kalorimeter

Das Flüssig-Argon-Kalorimeter (LAR) ist als Sampling-Kalorimeter mit abwechselnden Schichten von Absorbermaterial und Flüssig-Argon aufgebaut und deckt den Polarwinkelbereich von 4^0 bis 153^0 ab. Es besteht aus acht Ringen, die aus je acht Oktanden zusammengesetzt sind. Das Flüssig-Argon-Kalorimeter ist in ein elektromagnetisches und ein hadronisches Kalorimeter unterteilt. Der rückwärtige Ring (BBE) besteht allerdings nur aus elektromagnetischen Modulen. Die Grenzbereiche zwischen den Modulen eines Ringes sind im hadronischen Kalorimeter nicht projektiv zum Wechselwirkungspunkt in ϕ. Das elektromagnetische Kalorimeter besteht aus $2,4\,mm$ dicken Bleiplatten als Absorbermaterial und sensitiven Schichten von $2.35\,mm$ Flüssig-Argon, während das hadronische Kalorimeter aus 16 mm dicken Edelstahlplatten als Absorbermaterial und einer Doppelschicht von $2 \times 2.4\,mm$ Flüssig-Argon aufgebaut ist. Die Signalauslese, d.h. die

Sammlung der von geladenen Schauerteilchen im Flüssig-Argon deponierten Ionisationsladungen, erfolgt über auf Leiterplatinen aufgebrachten Kupferflächen („Pads"). Dazu wird eine Hochspannung angelegt, die ein elektrisches Feld von ca. $625\,V/mm$ erzeugt. Die Größe der Pads ist 3×3 bis $5 \times 5\,cm$ im elektromagnetischen Kalorimeter und 8×8 bis $13 \times 13\,cm$ im hadronischen Kalorimeter. Damit werden insgesamt ca. 45000 Kanäle elektronisch ausgelesen. Die Orientierung der Samplingstruktur ist so gewählt, daß der Auftreffwinkel von Teilchen, die vom Wechselwirkungspunkt kommen, größer als 45^0 ist. Die Gesamtstrahlungslänge des elektromagnetischen Kalorimeters variiert zwischen 20 und $30\,X_0$ und einer hadronischen Wechselwirkungslänge von etwa $1\,\lambda_0$, in Abhängigkeit vom Polarwinkel θ. Für das elektromagnetische und das hadronische Kalorimeter zusammen ergibt sich für $\theta < 120^0$ (der rückwärtige Ring besitzt kein hadronisches Kalorimeter) eine hadronische Wechselwirkungslänge von $4.5 - 8\,\lambda_0$. Die Energieauflösung wird durch die Samplingstruktur bestimmt. Aus Teststrahlmessungen ergibt sich für Elektronen eine Auflösung von $\sigma_E/E \approx 11\%/\sqrt{E\,[GeV]}$. Das hadronische Kalorimeter ist nicht kompensierend, d.h., das Verhältnis der Signalhöhen für Elektronen und Hadronen, e/h, ist nicht eins, was durch Fluktuationen des elektromagnetischen Anteils in hadronischen Schauern (durch π^0's induziert) zu einer Verschlechterung der Auflösung für Hadronen führt. Auf Grund der feinen Granularität sowohl in longitudinaler als auch in lateraler Richtung kann aber durch ein software-technisches Kompensationsverfahren, das Verfahren der „Gewichtung", eine Auflösung von $\sigma_E/E \approx 50\%/\sqrt{E\,[GeV]}$ für Pionen erreicht werden (siehe Abschnitt 4.1.1).

Das rückwärtige Kalorimeter

Das rückwärtige elektromagnetische Kalorimeter (BEMC) ergänzt das Flüssig-Argon im Rückwärtsbereich. Es deckt den Winkelbereich von 151^0 bis 177^0 ab und dient im wesentlichen zur Messung des getreuten Elektrons in Prozessen der tief inelastischen ep-Streuung des neutralen Stromes mit kleinem Q^2 ($< 100\,GeV^2$). Das BEMC ist ein Blei-Szintillator-Kalorimeter. Die Granularität des BEMC ist durch eine Unterteilung in 88 parallel zum Strahl ausgerichtete Module gegeben, von denen 56 einen quadratischen Querschnitt von der Größe $15.9 \times 15.9\,cm^2$ haben. Die restlichen Module sind von trapez- und dreieckigem Querschnitt, um die zylindrische Form des BEMC zu erhalten. Die Module haben eine „Sandwich"-Struktur aus 50 aktiven Lagen Szintillator mit einer Dicke von $4\,mm$ und 49 Lagen Blei mit einer Dicke von $2.5\,mm$. Damit ergibt sich eine Tiefe des BEMC in Strahlungslängen von $22.5\,X_0$ und $0.97\,\lambda_0$ in hadronischen Wechselwirkungslängen. Bei den quadratischen Modulen wird das Licht von den Szintillatorlagen an zwei gegenüberliegenden Seiten von je zwei Wellenlängenschiebern ausgelesen, die die volle Länge der Module abdecken. An den beiden anderen Seiten befindet sich jeweils ein Wellenlängenschieber, der nur die hinteren 15 Sampling-Schichten entsprechend $6.8\,X_0$ abdeckt, um eine Elektron-Hadron-Separation zu ermöglichen. Das in die Wellenlängenschieber emittierte Licht wird von Photodioden ausgelesen. Jedem Wellenlängenschieber ist ein elektronischer Auslesekanal zugeordnet, sodaß es für die quadratischen Module 6 Auslesekanäle gibt. Die nichtquadratischen Module besitzen aus Platzgründen teilweise weniger Wellenlängenschieber und Auslesekanäle, sodaß sich insgesamt 472 Auslesekanäle ergeben. Aus Untersuchungen am Elektronenteststrahl wurde eine Energieauflösung des BEMC von

$\sigma_E/E \approx 10\%/\sqrt{E\,[GeV]}$ [38] für Elektronen bestimmt. Aufgrund der geringen hadronischen Wechselwirkungslänge des BEMC können Hadronen nur sehr schlecht gemessen werden. In Verbindung mit dem dahinter liegenden instrumentierten Eisen kann gemäß einer Detektorsimulationsstudie aber eine Energieauflösung von: $\sigma_E/E \approx 80\%/\sqrt{E\,[GeV]}$ erreicht werden [39].

Das Vorwärtskalorimeter

Das Vorwärtskalorimeter deckt den Bereich kleiner Streuwinkel von Hadronen in dem Bereich $0.6^0 < \theta < 3.0^0$ ab. Das Vorwärtskalorimeter ist ein ,,Sandwich"-Kalorimeter mit jeweils 8 Lagen Kupferplatten (Dicke $8\,cm$) und 8 Lagen Siliziumdedektoren, die in 84 Segmente pro Lage unterteilt sind. Das Plug-Kalorimeter hat eine Wechselwirkungslänge von ca. $4.3\,\lambda$ und eine Strahlungslänge von ca. $44.5\,X_0$. Es wird eine moderate Energieauflösung von $\sigma_E/E \approx 150\%/\sqrt{E\,[GeV]}$ erreicht. Während der Datennahme im Jahr 1992 war das Vorwärts-Kalorimeter nur zur Hälfte instrumentiert. Es wird in dieser Analyse nicht verwendet.

Das instrumentierte Eisen

Das Eisenjoch hat zum einen die Aufgabe, ein mögliches Herauslecken von hadronischer Energie aus dem Flüssig-Kalorimeter und dem BEMC zu messen, zum anderen sollen Myonen identifiziert und deren Impuls bestimmt werden. Dazu ist das Eisen in zehn $7.5\,cm$ dicke Platten mit $2.5\,cm$ bzw. $3.5\,cm$ dicken Schlitzen aufgeteilt, die mit Streamerrohrkammern instrumentiert sind. Die Eisenstruktur läßt sich geometrisch in drei verschiedene Regionen unterteilen: die vordere Endkappe ($5^0 < \theta < 35^0$), den zentralen Bereich ($35^0 < \theta < 130^0$) und die hintere Endkappe ($130^0 < \theta < 175^0$). Der zentrale Bereich ist mit 16 Lagen Streamerrohrkammern instrumentiert, wobei die Drähte parallel zum Strahl verlaufen. Zusätzlich zu den Signalen aus den Drähten werden auch die Signale von Influenzelektroden ausgelesen, die entweder die Form von senkrecht zu den Drähten verlaufenden Streifen haben, oder als sogenannte Pads mit einer Größe zwischen $30 \times 30\,cm^2$ und $40 \times 50\,cm^2$ strukturiert sind. Die Streifen dienen der Spurpunkt-Bestimmung von Myonen in der Koordinate senkrecht zur Drahtrichtung, während die Pad-Auslese für die kalorimetrische Messung benutzt wird. Es haben 11 der 16 Lagen eine Pad-Auslese, während die restlichen 5 Influenzstreifen besitzen. Jeweils eine Dreierlage mit zwei Streifen und einer Pad-Struktur befindet sich vor der ersten bzw. hinter der letzten Eisenplatte (Myon-Kammern). Zwischen der vierten und fünften Eisenplatte (vom Wechselwirkungspunkt aus gesehen), befindet sich eine Doppellage mit jeweils einer Streifen- und einer Pad-Struktur. Die vordere Endkappe hat den gleichen Aufbau, während bei der hinteren Endkappe aus Platzgründen die vordere Myonkammer fehlt. Die hadronische Wechselwirkungslänge des instrumentierten Eisens beträgt $4.5\,\lambda$. Seine Energieauflösung liegt bei $\sigma_E/E \approx 100\%/\sqrt{E\,[GeV]}$ [40].

3.2.3 Weitere Komponenten

Das Luminositätssystem

Die Hauptaufgabe des Luminositätssystems besteht in der Messung der Luminosität durch Bestimmung der Rate von Bethe-Heitler-Ereignissen ($ep \rightarrow ep\gamma$), die einen großen und genau berechenbaren Wirkungsquerschnitt besitzen. Dazu werden das Elektron bzw. das Photon aus obigem Prozeß in Koinzidenz in einem Elektrondetektor und einem Photondetektor nachgewiesen, die sich bei $z = -33\,m$ bzw. $z = -103\,m$, gemessen vom Wechselwirkungspunkt, befinden. Beide Detektoren bestehen aus KRS-15 Kristallglas (78% TlCl, 22% TlBr) in Matrixanordnung. Der Elektron-Detektor besitzt eine Polarwinkel-Akzeptanz von $0 - 5\,mrad$ und besteht aus einer 7×7 Matrix, während der Photondetektor eine Polarwinkel-Akzeptanz von $0 - 0.45\,mrad$ besitzt und aus einer 5×5 Matrix besteht. Die Länge beider Detektoren beträgt in Einheiten der Strahlungslänge $21.5\,X_0$, und ihre Energieauflösung liegt bei $\sigma_E/E \approx 1 \oplus 10\%/\sqrt{E\,[GeV]}$. Vor dem Photondetektor befindet sich ein Filtersystem, das aus einem Kupfer- Bleiabsorber mit einer Dicke entsprechend $2\,X_0$ besteht und der Abschirmung des Photondetektors vor niederenergetischer Synchrotronstrahlung dient. Ferner enthält es einen Wasser-Čerenkov-Zähler, der als Veto benutzt werden kann, um die Photonen zu selektieren, die den Filter ohne Wechselwirkung durchqueren. Für die 1992 genommenen Daten wurde eine Genauigkeit der Luminositätsbestimmung von 7% erreicht. Neben der Luminositätsbestimmung können mit dem Elektron-Detektor Photoproduktionsereignisse und mit dem Photon-Detektor tief inelastische Ereignisse mit QED-Abstrahlung von Photonen nachgewiesen werden.

Das ToF-System

Hinter dem BEMC befindet sich ein aus zwei Szintillatorwänden bestehendes Hodoskop (ToF), bestehend aus 16 Szintillatorelementen mit der Größe $31.7 \times 31.7\,cm^2$ bzw. 8 Szintillatorelementen mit der Größe $31.7 \times 63.4\,cm^2$. Aufgrund der hohen Zeitauflösung von $2\,ns$ für die einzelnen Elemente bzw. $4\,ns$ für das gesamte Hodoskop können Strahlgas- und Strahlwandereignisse mit einem Vertex hinter dem ToF-System anhand des Laufzeitunterschieds zu ep-Ereignissen von $14\,ns$ erkannt werden.

3.2.4 Trigger

Bei HERA werden mit Erreichen der Solluminosität von $1.5 \cdot 10^{31}\,cm^{-2}s^{-1}$ 210 Elektron- und 210 Protonteilchenpakete kollidieren („Bunchcrossings"). Die Frequenz der Kollisionen beträgt $10.4\,MHz$ entsprechend einem zeitlichen Abstand von $96\,ns$. Der dominierende physikalische Prozeß ist die Photoproduktion mit einer Rate von einigen $100\,Hz$ bei Solluminosität. Die Rate von tief inelastischer ep-Streuung liegt bei nur einigen Hz. Dagegen kann die Rate von Untergrundprozessen wie Wechselwirkung des Protonenstrahls mit dem Restgas im Strahlrohr oder mit der Strahlrohrwand selbst sowie Synchrotronstrahlung im Wechselwirkungsbereich bis zu $50 - 100\,kHz$ betragen (bei Solluminosität). Andererseits beträgt die maximale Rate, mit der Ereignisse ausgelesen und aufgezeichnet werden können, etwa $5\,Hz$. Die Aufgabe des Triggersystems ist es, aus den Signalen der einzelnen Subdetektoren in kürzester Zeit physikalisch interessante ep-Ereignisse von Untergrundereignissen zu trennen. Aufgrund der Komplexität des H1-Detektors und der begrenzten Geschwindigkeit von elektronischen Schaltungen ist es jedoch nicht möglich, eine Triggerentscheidung in der Zeit von $96\,ns$ zu erhalten. Es war jedoch möglich, einen ,,totzeitlosen" Trigger erster Stufe zu entwickeln, indem die Detektorinformationen aus jeder Kollision zunächst in einer elektronischen ,,Pipline" gespeichert werden und so eine Triggerentscheidung für die entsprechende Kollision erst später getroffen werden muß. Die Länge der Daten-Pipline des H1-Detektors beträgt 24 Kollisionen, und die Triggerentscheidung der ersten Stufe wird entsprechend nach $2.3\,\mu s$ getroffen. Weiterhin ist der H1-Trigger als vierstufiger Trigger konzipiert, wobei die Triggerstufen (,,Level") zeitlich nacheinander durchlaufen werden und die Komplexität der Triggerentscheidung sowie der dafür nötige Zeitaufwand zunimmt:

- Level 1 (L1): Die Eingangsrate von $50 - 100\,kHz$ soll durch den L1-Trigger um einen Faktor 50-100 auf eine Ausgangsrate von ca. $1\,kHz$ verringert werden. Der L1-Trigger arbeitet ohne Totzeit, da die Triggerentscheidung nach $2.3\,\mu s$ vorliegt. Die Triggerentscheidung basiert auf den Trigger-Informationen der einzelnen Subdektoren, den Triggerelementen. Diese Triggerelemente werden durch eine zentrale Triggerlogik [42] zu 128 Subtriggern kombiniert. Ein logisches ,,ODER" aus diesen Subtriggern führt zu einer positiven Triggerentscheidung. Ist eine positive Triggerentscheidung gefallen, so wird ein ,,L1-Keep"-Signal an alle Subdetektoren gesendet, wodurch alle Piplines gestoppt werden, und die Totzeit der Datenannahme beginnt.

- Level 2 (L2): Der L2-Trigger wird durch ein L1-Keep-Signal gestartet. Er soll die Ereignisrate auf $200Hz$ reduzieren bei einer Entscheidungszeit von $20ms$. Der L2-Trigger benutzt dieselben Triggerelemente wie der L1-Trigger. Aufgrund der größeren zur Verfügung stehenden Rechenzeit können aber komplexe topologische Korrelationen für die Triggerentscheidung berechnet werden. Der L2-Trigger startet die Signalauslese der Detektorkomponenten.

- Level 3 (L3): Der L3-Trigger soll die Ereignisrate auf $50Hz$ reduzieren bei einer Entscheidungszeit von $800\,ms$. Es stehen die gleichen Informationen wie bei dem L2-Trigger zur Verfügung. Der L3-Trigger startet die Ereignisbildung, d.h. das Zusammenfassen aller Informationen der einzelnen Detektorkomponenten.

- Level 4 (L4): Der L4-Trigger ist in das zentrale Datennahmesystem integriert und arbeitet asynchron zu den vorangegangenen Triggerstufen. Durch den L4-Trigger soll die Ereignisrate auf $5\,Hz$ begrenzt werden. Für den L4-Trigger stehen die gesamten Rohdaten aller Detektorkomponenten eines Ereignisses zur Verfügung. Es kann also zur Entscheidungsfindung eine schnelle Rekonstruktion der Rohdaten durchgeführt werden. Im Jahr 1992 wurde der L4-Trigger vorwiegend zur Rekonstruktion eines z-Vertex benutzt, um somit Ereignisse mit einem Ursprung außerhalb des nominellen Wechselwirkungsbereiches verwerfen zu können. Ebenfalls durch den L4-Trigger wurden 1992 Ereignisse erkannt, bei denen eine Diode des BEMC von Synchrotronstrahlung getroffen wurde. Die getroffenen Dioden zeigen ein großes Signal, während die anderen Dioden des Moduls kein Signal zeigen. Dieses kann als Unterscheidungskriterium zu Schauersignalen genutzt werden, die von Elekronen ausgelöst wurden. Wird bei solchen Ereignissen keine weitere Aktivität im H1-Detektor gemessen, so werden diese verworfen. Mit einer positiven Entscheidung der L4-Triggerstufe beginnt der Datentransfer zu der zentralen Großrechenanlage, um dort die Daten auf Band zu schreiben.

Während der Datennahme 1992 wurden nur die Triggerlevel 1 und 4 des vierstufigen Triggers eingesetzt. Da aber HERA 1992 nur ca. 1 % der Solluminosität lieferte, war auch die Untergrundrate mit einigen $100 Hz$ geringer als bei voller Solluminosität. Die Ausgangsrate des L1-Triggers lag bei der Datennahme 1992 bei etwa $25 Hz$.

Trigger für NC-DIS-Ereignisse

Die wesentlichen Signaturen, die von den Triggern genutzt werden, um tief inelastische *ep*-Ereignisse des neutralen Stromes von Untergrundereignissen, wie Strahl-Gas-Reaktionen oder Strahl-Wand-Reaktionen, zu unterscheiden, sind:

- Ein Elektron mit großer Energie
- Ein Vertex im Bereich des nominellen Wechselwirkungspunktes.

Die Triggerelemente, die zur Erkennung des gestreuten Elektrons genutzt werden können, hängen von der Detektorkomponente ab, in die das Elektron gestreut wird: dem BEMC ($Q^2 \leq 100\,GeV^2$) oder dem Flüssig-Argon-Kalorimeter ($Q^2 \geq 100\,GeV^2$). Im Folgenden werden die relevanten Triggerelemente dargestellt.

BEMC-Trigger

Die wichtigsten Triggerelemente für die Triggerung von NC-DIS-Ereignissen mit $Q^2 \leq 100\,GeV^2$ werden von dem BSET-Trigger (BEMC-Single-Electron-Trigger) gebildet [43]. Das grundlegende Konzept des BSET-Triggers ist es, Energiedepositionen im BEMC in Form von Clustern zu erkennen und diese mit drei verschiedenen Energieschwellen (CL 1, CL 2, CL 3) zu vergleichen. Die Energieschwellen nahmen während der Datennahme 1992 folgende Werte an: CL 1 mit $E_{Cluster} > 2 - 3\,GeV$, CL 2 mit $E_{Cluster} > 2 - 4\,GeV$ und CL 3 mit $E_{Cluster} > 15\,GeV$. Wenn der Schwerpunkt dieser Triggercluster in den zum Strahlrohr nächsten Modulen liegt, wo Energiedepositionen durch Untergrundprozesse mit einer hohen Rate auftreten, so wird das Triggerelement IST gesetzt. Das Triggerelement BTOT vergleicht die gesamte im BEMC deponierte Energie mit einer Energieschwelle, die in 1992 einen Wert zwischen 2.4 und 5.7 GeV besaß.

ToF-Trigger

Die von dem ToF-Detektor gebildeten Triggerelemente sind wesentlich zur Erkennung von Untergrundereignissen. Die Signale der beiden ToF-Ebenen werden entsprechend ihrer zeitlichen Lage in die Zeitfenster ToF$_{BG}$ für Untergrundereignisse, ToF$_{IA}$ für Zeitinformation kompatibel für *ep*-Ereignisse im Bereich des Wechselwirkungspunktes und in ein beide Fenster überdeckendes ToF$_{Global}$-Fenster unterteilt. Das ToF$_{IA}$-Triggerelement wird hauptsächlich von Ereignissen mit hohem y aktiviert, und zwar durch Herauslecken hochenergetischer Elektron- und Hadronschauer oder durch „Punch through" von Hadronen, die das BEMC ohne Schauerentwicklung durchqueren.

Flüssig-Argon-Kalorimeter-Trigger

Die von dem Flüssig-Argon-Kalorimeter gebildeten Triggerelemente basieren auf Triggertürmen, in denen die Energien aus den elektromagnetischen und den hadronischen Kalorimeterzellen zusammengefaßt werden [44]. Die Triggertürme, deren räumliche Anordnung projektiv zum Wechselwirkungspunkt ist, sind in 23 Polar- und bis zu 32 Azimutalwinkelbereiche eingeteilt. Abhängig vom Polarwinkel werden die Triggertürme zu 240 Triggergroßtürmen zusammengefaßt. Weitere 12 Triggergroßtürme ergeben sich in derselben Weise aus den BEMC- und PLUG-Energien. Die Energien der Triggergroßtürme werden, teilweise mit topologieabhängiger Gewichtung, aufsummiert und mit Energieschwellen verglichen, um die Triggerelemente zu bilden. Aus den Energien der hadronischen und der elektromagnetischen Abschnitte der Triggergroßtürme wird das Triggerelement $\mathrm{LAR}_{Elektron}$ gebildet. Dieses Triggerelement fordert, daß die Energie im elektromagnetischen Teil oberhalb und die Energie im hadronischen Teil unterhalb gegebener Energieschwellen liegen. In dem Triggerelement LAR_{Barrel} wird gefordert, daß die gesamte im zentralen Bereich des Kalorimeters gemessene Energie oberhalb einer Schwelle liegt.

Trigger der Driftkammern

Die Information der zentralen Driftkammern (CJC 1 und CJC 2) werden genutzt, um Spuren geladener Teilchen in der $r\phi$-Projektion mit einem Ursprung nahe der Strahlachse ($< 2\,cm$) zu finden [45]. Für den Trigger werden nur 10 der 56 Signaldrahtebenen verwendet. Überschreiten die Signale einen gewissen Schwellenwert, so werden sie verglichen mit vordefinierten Spurmustern, entsprechend den Azimutalwinkeln und verschiedenen Schnitten im Transversalimpuls $p_\perp$, sowie mit der Ladung. Als Triggerelemente werden $(DC - r\phi_{thr0})$ und $DC - r\phi_{thr1}$ gebildet, je nachdem, ob eine oder mehrere Spuren mit einem Transversalimpuls oberhalb einer Schwelle erkannt werden.

Mit diesen Triggerelementen werden folgende 5 Subtrigger definiert, die ausreichend sind, um NC-DIS-Ereignisse in nahezu der gesamten kinematischen Ebene zu erkennen [49]:

Kleines Q^2 ($< 100\,GeV^2$), kleines y :	$\mathrm{CL2} \wedge \overline{\mathrm{IST}} \wedge \overline{\mathrm{ToF}_{BG}}$
Kleines Q^2 ($< 100\,GeV^2$), großes y :	$\mathrm{CL1} \wedge \overline{\mathrm{IST}} \wedge \overline{\mathrm{ToF}_{BG}} \wedge (DC - r\phi_{thr0})$
Kleines Q^2 ($< 100\,GeV^2$), großes y :	$\mathrm{BTOT} \wedge \mathrm{TOF}_{IA} \wedge \overline{\mathrm{ToF}_{BG}}$
Großes Q^2 ($> 100\,GeV^2$):	$\mathrm{LAR}_{Elektron} \wedge \overline{\mathrm{ToF}_{BG}}$
Großes Q^2 ($> 100\,GeV^2$):	$\mathrm{LAR}_{Barrel} \wedge \overline{\mathrm{ToF}_{BG}}$

Kapitel 4

Datenselektion

4.1 Ereignisrekonstruktion

Diese Analyse beruht im wesentlichen auf den in den Kalotimetern gemessenen Signalen. Deshalb wird die Ereignisrekonstruktion für die Kalorimeter im Folgenden kurz erläutert.

4.1.1 Flüssig-Argon-Kalorimeter-Rekonstruktion

Mit Hilfe schneller Prozessoren werden schon während der Datennahme für die Signale der einzelnen Kanäle eine Pedestal-Subtraktion und eine Kalibration der elektronischen Verstärkerkette vorgenommen. Ferner wird eine Rauschunterdrückung von $\pm 2\sigma$ durchgeführt, wobei σ die Standardabweichung des Rauschspektrums im jeweiligen Kanal bezeichnet. Die Größe von σ variiert zwischen 10 bis $30\,MeV$. Die Eingangsgrößen der „Offline"-Rekonstruktion bestehen also aus kalibrierten Ladungen pro Kanal. Die Ladungssignale werden dort mit Faktoren in Energien umgerechnet, die aus der Kalibration mit Elektronen ermittelt wurden. Danach wird eine topologische Rauschunterdrückung durchgeführt. Es werden alle Zellen mit einem Signal größer als $+4\sigma$ oder kleiner als -4σ, sowie alle Nachbarzellen einer Zelle mit einem Signal $> +4\sigma$, mit einem Signal größer als 2σ oder kleiner als -2σ beibehalten. Durch dieses Verfahren beträgt der Rauschanteil für „leere" Ereignisse (mit einem Zufallstrigger aufgezeichnet) etwa $0.1\,GeV$ mit einer Standardabweichung von $\sigma = 0.5\,GeV$, und es wird eine Reduktion der Datenmenge des Kalorimeters um etwa einen Faktor 5-10 erreicht. Im nächsten Schritt werden die Zellen durch einen Algorithmus zusammengefaßt, der auf die Schauerform von Photonen und Elektronen in der Weise optimiert ist, daß elektromagnetische Schauer genau einen Cluster bilden [46]. Da die Energiedepositionen hadronischer Schauer räumlich weit verteilt sind, werden diese meist in mehrere Cluster aufgespalten. Mit der Information der Cluster schließt sich eine weitere ereignistopologische Rauschunterdrückung an. Energiedepositionen, die räumlich weit von prominenten Clustern entfernt sind ($> 50\,cm$), werden verworfen. Dabei wird ein Cluster prominent genannt, falls gilt: $(\sum_{Zellen}(E_i/\sigma_{noise})^2)^{1/2} > 8$. Auf diese Weise wird der Rauschanteil in leeren Ereignissen auf $0\,GeV$ mit $\sigma = 0.25\,GeV$ reduziert. Ferner werden die Signale der Zellen für Energieverluste in inaktiven Bereichen des Detektors korrigiert. Da das Signal des Flüssig-Argon-Kalorimeters für Hadronen etwa $30\,\%$ kleiner ist als für Elektronen, werden die Energien, bisher auf elektromagnetischer Skala, durch das Verfahren der Gewichtung korrigiert. Dabei wird ausgenutzt, daß Energiedepositionen hoher Dichte meist elektromagnetischer Natur sind. Aufgrund der hohen Granularität des Flüssig-Argon-Kalorimeters können durch diesen Effekt elektromagnetische und hadronische Komponenten hadronischer Schauer erkannt und durch Wichtung ein für beide Komponenten gleiches Signal des Kalorimeters erreicht werden. Diese Wichtung wird nur für prominente hadronische Cluster angewendet. Die Signale von Zellen, die weder zu elektromagnetischen Clustern noch zu prominenten hadronischen Clustern gehören, werden stark durch Rauschen bzw. durch das oben beschriebene Rauschabschneideverfahren beeinflußt. Diese Zellen werden mit Faktoren korrigiert, die durch Monte-Carlo-Studien ermittelt wurden.

4.1.2 BEMC Rekonstruktion

Ebenso wie im Flüssig-Argon-Kalorimeter wird hier während der Datennahme eine Pedestal-Subtraktion und eine Kalibration der elektronischen Verstärkerkette vorgenommen [47, 48]. Es wird allerdings keine Rauschunterdrückung durchgeführt. Das mittlere Rauschsignal pro BEMC-Modul beträgt etwa 150 MeV. Für Energieverluste in inaktiven Bereichen des BEMC wird eine Korrektur durchgeführt. Die in einzelnen Modulen deponierte Energie wird zu Clustern zusammengefaßt.

4.1.3 Rekonstruktion im instrumentierten Eisen

Diese Analyse nutzt nur die kalorimetrische Information des instrumentierten Eisens, die aus den Signalen der Pads gewonnen wird. Die Datennahme und Rekonstruktion verläuft in ähnlicher Weise wie im Flüssig-Argon-Kalorimeter und im BEMC. Im instrumentierten Eisen wird keine Rauschunterdrückung durchgeführt. Die Energiedepositionen werden ebenso wie im Flüssig-Argon-Kalorimeter und im BEMC zu Clustern zusammengefaßt.

Falls sinnvoll werden in einer weiteren Rekonstruktionsstufe die in einzelnen Kalorimetern rekonstruierten Cluster zu detektorübergreifenden Clustern kombiniert. Dabei wird für Energieverluste im inaktiven Material zwischen den Kalorimetern korrigiert.

4.2 Ereignisklassifikation

Nach der vollständigen Rekonstruktion der Ereignisse wird anhand der rekonstruierten Größen eine Klassifikation gemäß verschiedener physikalischer Prozesse vorgenommen, um so den Zugriff auf Ereignisse dieser Prozesse in einer späteren Analyse zu erleichtern. Die Klassifikation ist nicht exklusiv. Die Kriterien werden so wenig restriktiv gewählt, daß nahezu sämtliche Ereignisse eines physikalischen Prozesses in der dafür vorgesehenen Klasse sind. Dieses bedingt, daß auch Ereignisse anderer Prozesse sowie Untergrund in den ausgewählten Klassen sind. Die Klassifizierung von tief inelastischen Ereignissen des neutralen Stromes wird in 3 Klassen vorgenommen. Dabei beziehen sich 2 Klassen auf Ereignisse mit dem gestreuten Elektron im BEMC und eine Klasse auf Ereignisse mit dem getreuten Elektron im Flüssig-Argon-Kalorimeter. Ereignisse mit dem gestreuten Elektron im BEMC haben überwiegend einen Impulsübertrag $Q^2 \leq 100\,GeV^2$ und Ereignisse mit dem gestreuten Elektron im LAR überwiegend einen Impulsübertrag $Q^2 \geq 100\,GeV^2$, wobei die Grenze allerdings nicht scharf ist, da der Streuwinkel des Elektrons nicht nur von Q^2 sondern auch von x abhängt. Im folgenden wird aber diese Grenze verwendet, um die verschiedenen Datenmengen zu kennzeichnen. Die Signatur der Klassen wird wie folgt festgelegt:

Klasse 1: Gestreutes Elektron im BEMC ($Q^2 \leq 100\,GeV$):

- Es gibt mindestens einen Cluster im BEMC mit einer Energie $E_{Cluster} > 4\,GeV$, der mit einem rekonstruierten Raumpunkt der BPC assoziiert ist. Der Abstand zwischen dem Clusterschwerpunkt und dem BCP-Punkt darf höchstens 15 cm betragen. Oder es gibt mindestens einen Cluster im BEMC mit einer Energie $22\,GeV < E_{Cluster} < 32\,GeV$.
- Keine Aktivität im Tof oder es gibt mindestens ein Signal eines Tof-Elementes im Wechselwirkungszeitfenster und weniger als 2 Tof-Elemente mit einem Signal im Untergrundfenster.

Klasse 2: Gestreutes Elektron im BEMC ($Q^2 \leq 100\,GeV$):

- Es gibt mindestens einen Cluster im BEMC mit einer Energie $E_{Cluster} > 4\,GeV$.
- Tof-Kriterien wie oben.
- Mindestens eine gute Spur in den zentralen Spurkammern, die folgenden Anforderungen genügt:
  1. Der Transversalimpuls p_t ist größer als $0.2\,GeV/c$
  2. Die Anzahl der angesprochenen Drähte (Hits) ist größer als 10.
  3. Der kleinste Abstand der extrapolierten Spur in der xy-Ebene zur z-Achse ist kleiner als 2 cm.
  4. Die Spur beginnt in einem Abstand in der xy-Ebene von maximal 30 cm von der z-Achse.
  5. Der Schnittpunkt der extrapolierten Spur in der rz-Ebene mit der z-Achse liegt innerhalb $\pm 100\,cm$.

  Oder es gibt mindestens eine gute Spur in den Vorwärtsspurkammern, d.h. die Spur muß mindestens in einem planaren Element rekonstruiert worden sein.

Klasse 3: Gestreutes Elektron im Flüssig-Argon-Kalorimeter ($Q^2 \geq 100\,GeV^2$):

- Das Ergebnis muß in p_t ausbalanciert sein, d.h. die Transversalkomponente der vektoriellen Summe der in den Kalorimetern gemessenen Impulse muß kleiner als $40\,GeV$ sein.
- Es muß mindestens einen Elektron-Kandidaten geben, der wie folgt definiert ist: Es gibt einen kombinierten Kalorimetercluster mit $\theta_{Cluster} < 160^0$ und $E_{trans} > 8\,GeV$ für $\theta_{Cluster} < 45^0$ bzw. $E_{trans} > 5\,GeV$ für $\theta_{Cluster} > 45^0$. Der Cluster muß als Elektronschauer identifiziert werden, d.h. für Cluster mit einem Azimuthalwinkelabstand von größer als 5^0 zu den Kalorimeterlücken in ϕ muß mindestens 50 % der Clusterenergie im elektromagnetischen Kalorimeter liegen (in den ϕ-Lücken können Elektronschauer das hadronische Kalorimeter erreichen).

  - Das Ereignis darf nicht als Myonereignis identifiziert werden. Dafür wird geprüft, ob in den Myonkammern im Winkelbereich hinter dem Elektonkandidaten Myonspuren erkannt werden. Ferner werden Ereignisse verworfen, die weniger als sechs Spuren besitzen, falls von denen mindestens zwei Spuren zum selben, die Spurkammern durchquerenden, Teilchen gehören.

Damit ergeben sich für die Datennahme Periode 1992 folgende Ereigniszahlen:

Ereignisse in den Klassen 1 und 2	191591
Ereignisse in Klasse 3	468

Die Ereignisse in den oben erläuterten Klassen enthalten noch einen hohen Untergrundanteil. Der Untergrund setzt sich dabei im wesentlichen wie folgt zusammen:

Photoproduktion Der γp-Streuprozeß (Photoproduktion) mit quasireellen Photonen ($Q^2 \approx 0$) hat einen um etwa zwei Größenordungen höheren Wirkungsquerschnitt als tief inelastische Streuprozesse. Photoproduktionsereignisse haben zwar aufgrund des kleinen Q^2 kein im Detektor sichtbares gestreutes Elektron, doch kann es gelegentlich vorkommen, daß Hadronen, Photonen oder überlappende Schauer beider fälschlicherweise als gestreutes Elektron identifiziert werden. Wegen des hohen Wirkungsquerschnittes der Photoproduktion ergeben diese Ereignisse einen großen Untergrund zu tief inelastischen Ereignissen des neutralen Stromes.

Strahl-Restgas und Strahl-Wand Ereignisse Ein geringerer Teil des Untergrundes besteht aus verbliebenen Strahl-Gas und Strahl-Wand Ereignissen, wobei ebenfalls ein Reaktionprodukt fälschlicherweise als gestreutes Elektron identifiziert wird.

Kosmische- und Strahl-Halo-Myonen Besonders im Datensatz mit hohen Q^2 verbleiben trotz des Schnittes für erkannnte Myonereignisse noch Ereignisse mit Myonen, die durch Produktion von δ-Elektronen elektromagnetische Schauer induzieren, die fälschlicherweise als gestreute Elektronen identifiziert werden.

Weitere Selektionskriterien werden im folgendem Abschnitt dargstellt.

4.3 Endgültige Selektion

Selektionkriterien

Die Datenselektion geht von den Ereignissen aus, die in der Ereignisklassifikation (Abschnitt 4.2) als tief inelastische Ereignisse des neutralen Stromes mit dem gestreuten Elektron im BEMC oder im Flüssig-Argon-Kalorimeter eingestuft werden. Für Ereignisse mit dem gestreuten Elektron im BEMC werden folgende Anforderungen gestellt:

- Es wird ein Kandidat für das gestreute Elektron, definiert als hochenergetischer Cluster im BEMC, gefunden, der mit einem rekonstruierten Raumpunkt der BPC [1]

---

[1] Um einen Raumpunkt in der BPC zu rekonstruieren, müssen mindestens 3 der 4 möglichen Signaldrahtanlagen angesprochen haben

assoziiert ist. Der Abstand zwischen dem Clusterschwerpunkt und dem BPC-Punkt in der xy-Ebene darf höchstens $10\,cm$ betragen. Der durch den BPC-Punkt definierte Streuwinkel des Elektrons muß zwischen 160^0 und 172.5^0 liegen. Dadurch werden Cluster in den Randbereichen des BEMC (innere und äußere Dreiecke) ausgenommen, da dort Leckverluste der Schauer auftreten.

- Die Energie des gestreuten Elektrons muß größer als $14\,GeV$ sein. Dadurch wird der Untergrund von Photoproduktionsereignissen nahezu eliminiert, da die falsch identifizierten Elektronen überwiegend kleine Energien haben ([80]). Dieser Energieschnitt entspricht einem y-Schnitt von: $y \leq 0.5$ (Abb. 4.2).
- Der aus Winkel und Energie des gestreuten Elektrons bestimmte Impulsübertrag Q^2 muß zwischen 12 und $80\,GeV^2$ liegen. Dieses wird im wesentlichen schon durch den Winkel- und Energieschnitt auf das gestreute Elektron impliziert (Abb. 4.2).

Ereignisse, die als tief inelastische Ereignisse des neutralen Stromes mit dem gestreuten Elektron im Flüssig-Argon-Kalorimeter klassifiziert werden, müssen folgende Anforderungen erfüllen [81]:

- Es ist mindestens ein Elektron-Kandidat vorhanden, der folgenden Kriterien genügt:
  1. Der Elektronkandidat wird als Elektroncluster identifiziert, d.h., mindestens 80% seiner Clusterenergie befindet sich im elektromagnetischen Teil des Flüssig-Argon-Kalorimeters und mindestens 50% der Clusterenergie ist auf die vier energiereichsten Kalorimeterzellen konzentriert.
  2. Der Elektroncluster ist isoliert, d.h., die in einem Hohlzylinder mit einem Radius zwischen 15 und $30\,cm$ um die Elektronrichtung deponierte Energie im elektromagnetischen Teil muß kleiner als $1,2\,GeV$ sein. Die im hadronischen Teil des Kalorimeters deponierte Energie in einem Zylinder mit einem Radius von $30\,cm$ um die Elektronrichtung muß kleiner als $0.5\,GeV$ sein.
  3. Das mit diesem Elektronkandidaten berechnete y muß kleiner als 0.7 sein. Dieses impliziert eine Mindestenergie des Elektrons von etwa $10\,GeV$.

  Der Kandidat mit der größten Transversalenergie wird als das gestreute Elektron akzeptiert.
- Der aus Winkel und Energie des gestreuten Elektrons bestimmte Impulsübertrag Q^2 muß größer als $100\,GeV^2$ sein.
- Der Elektronschauer ist voll im Flüssig-Argon-Kalorimeter enthalten. D.h., der Clusterschwerpunkt befindet sich mindestens 2^0 von einer ϕ-Lücke im Flüssig-Argon-Kalorimeter entfernt und der Elektronschauer darf nicht teilweise im BEMC liegen.

Ferner werden für beide Datensätze folgende Forderungen gestellt:

- Es wird mindestens eine gute Spur in den zentralen Spurkammern verlangt, um einen Ereignisvertex rekonstruieren zu können.
- Der Ereignisvertex muß innerhalb von $\pm 50\,cm$ vom nominellen Wechselwirkungspunkt entfernt liegen.

- Für die invariante Masse des hadronischen Systems, W, wird gefordert: $W^2 > 5000\,GeV^2$, damit ein Großteil des hadronischen Energieflusses im Detektor sichtbar ist (*Abb.* 4.1). Für diesen Schnitt wird die invariante Masse des hadronischen Systems mit Hilfe der Doppelwinkelmethode bestimmt, da Monte-Carlo-Studien ergeben haben, daß damit eine gute Rekonstruktion von W möglich ist [19].

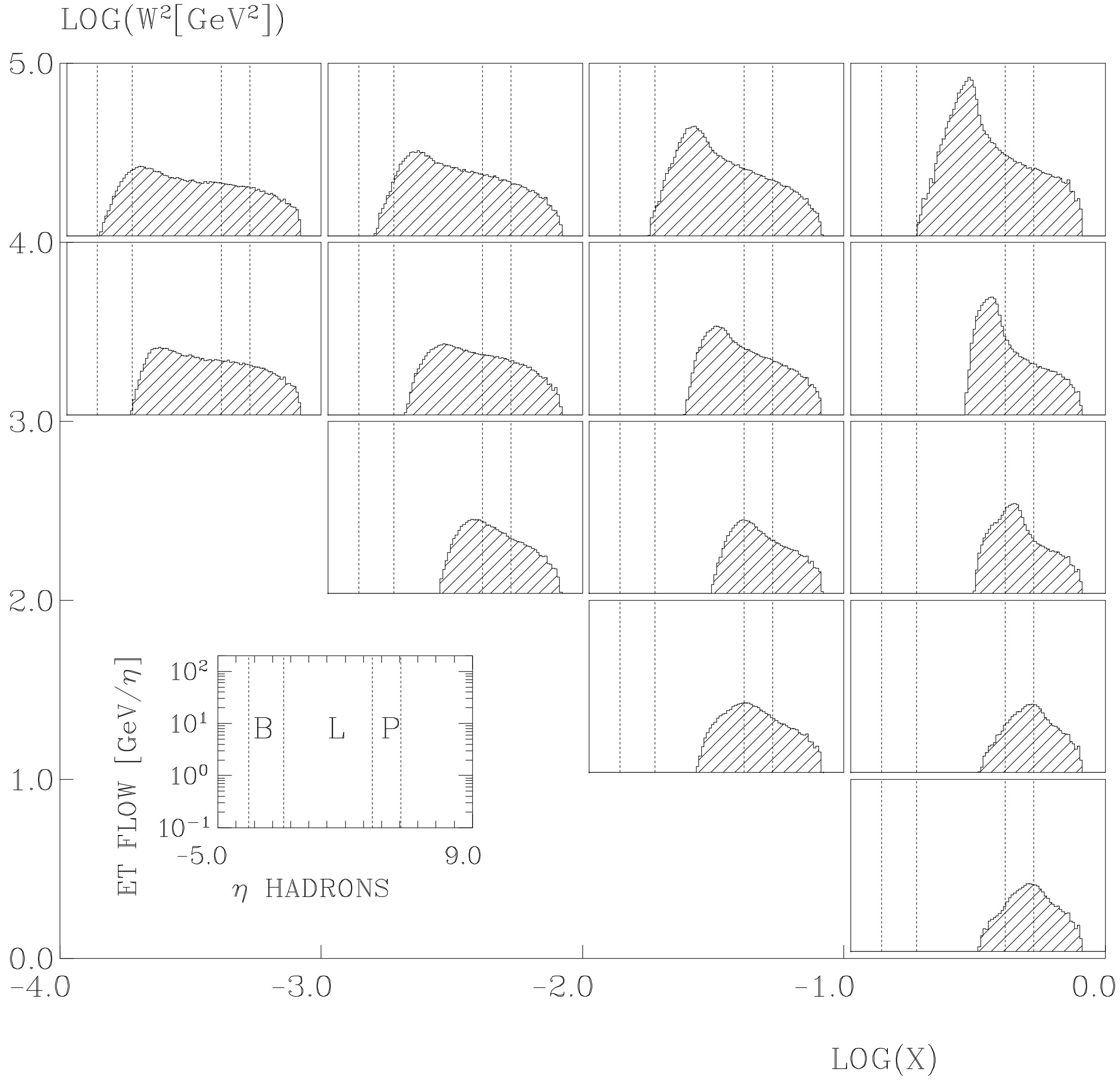


Abb. 4.1: *Transversaler Energiefluß für Monte-Carlo-Ereignisse des LEPTO-MEPS-Generators in verschiedenen Bereichen der x-Q^2-Ebene. Das Gitter im Histogramm bezieht sich auf verschiedene Winkelbereiche der H1-Kolorimeter: BEMC (B), Flüssig-Argon-Kalorimeter (L) und PLUG (P).*

Die Selektionskriterien basieren sowohl in der Ereignisklassifikation als auch in der endgültigen Selektion im wesentlichen auf dem gestreuten Elektron. Dadurch ist sichergestellt, daß durch die Selektion kein ,,Bias" im hadronischen Endzustand entsteht, insbesondere nicht in Abhängigkeit von der Jetmultiplizität. Nur die Forderung nach einer guten Spur hängt, im wesentlichen für Ereignisse mit kleinem Q^2, von dem hadronischen Endzustand ab. Für Ereignisse mit dem gestreuten Elektron im Flüssig-Argon-Kalorimeter resultiert von dem Elektron selbst meist eine Spur. Elektronen, die unter kleinen Streuwinkeln das BEMC erreichen, können keine oder nur wenige Signaldrahtlagen der Jetkammern durchqueren, und somit keine ,,guten” Spuren erzeugen. Allerdings ist durch die Forderung nach einem hohen W^2 ausreichend hadronischer Energiefluß im Zentraldetektor vorhanden, sodaß für diesen kinematischen Bereich die Forderung nach einer guten Spur im wesentlichen redundant ist, und somit auch durch diesen Schnitt kein Bias zu erwarten ist.

Untergrund

Die nach der Selektion verbleibenden Ereignisse wurden mit Hilfe von Grafikprogrammen am Bildschirm auf Untergrund von nicht-*ep*-Reaktionen untersucht. Im Datensatz mit dem gestreuten Elektron im BEMC wurden keine eindeutigen Untergrundereignisse gefunden, während im Datensatz mit dem gestreuten Elektron im Flüssig-Argon-Kalorimeter 5 Ereignisse von kosmischen Myonen aussortiert wurden [81].

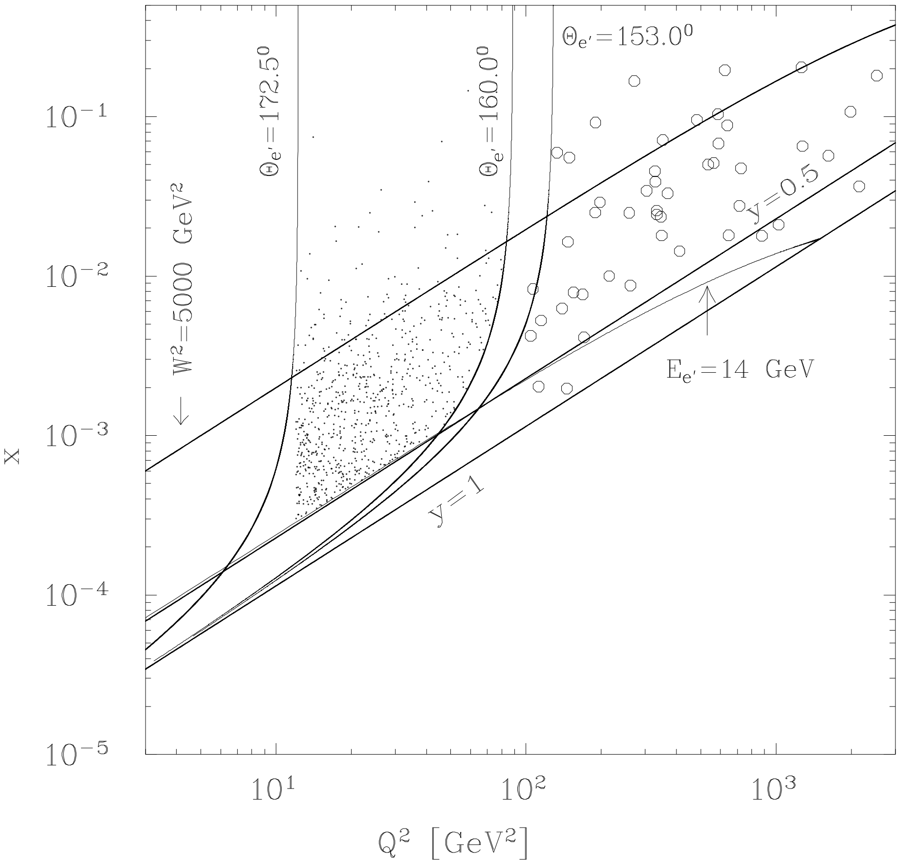


Abb. 4.2: *Verteilung der selektierten Ereignissse in x-Q^2-Ebene für die Datenmengen mit kleinem (·) und großem Q^2 (○).*

Selektierte Datenmenge

Damit enthalten die endgültigen Datensätze 769 bzw. 47 Ereignisse für eine integrierte Luminosität von $22.5\,nb^{-1}$. Die Verteilung dieser Ereignisse in der x-Q^2-Ebene ist in der Abbildung 4.2 dargestellt.

Effizienz der Selektion

Da in der Analyse Jetraten bestimmt werden, ist eine Kenntnis der Detektorakzeptanz nicht erforderlich, soweit sie unabhängig von der Jetmultiplizität ist. Deshalb wird im folgenden nur kurz darauf eingegangen.

Die Effizienz kann durch eine Detektorsimulation von durch Monte-Carlo-Generatoren erzeugten Ereignissen ermittelt werden. Dabei wird die Effizienz durch die Zahl der Ereignisse bestimmt, die nach allen Selektionskriterien im Detektor rekonstruiert werden, geteilt durch die Zahl der generierten Ereignisse, die in dem durch die Selektionsschnitte gegebenen kinematischen Bereich liegen.

Für die Ereignisse mit kleinem Q^2 in dem durch $160^0 < \theta_e < 172.5^0$, $12\,GeV^2 < Q^2 < 80\,GeV^2$, $W^2 > 5000\,GeV^2$ und $E'_e > 14\,GeV^2$ gegebenen kinematischen Bereich ergibt sich eine Effizienz der Selektion von etwa 90%, wobei die Hauptverluste durch den Schnitt in der Position des rekonstruierten Ereignisvertex (ca. 3%) und durch eine Ineffizienz der BPC-Kammer (ca. 5%) entstehen. Für Ereignisse mit hohem Q^2 in dem durch $\theta_e > 153^0$, $Q^2 > 100\,GeV^2$, $W^2 > 5000\,GeV^2$ und $y < 0.7$ gegebenen kinematischen Bereich ergibt sich eine Effizienz von ca. 80%, wobei wiederum ein Verlust von 3% durch den Vertexschnitt entsteht. Die Forderung, daß der Elektronschauer voll im Flüssig-Argon-Kalorimeter enthalten ist, führt zu einem weiteren Verlust von ca. 10% [81]. Dieser Verlust ist besonders groß im Übergangsbereich BBE-BEMC und hängt damit vom Streuwinkel des Elektrons, d.h. von der Lage der Ereignisse in der kinematischen Ebene, ab.

Ein weiterer Verlust von ca. 6% ergibt sich für beide Datensätze durch den nicht in der Detektorsimulation beschriebenen Effekt der „Satellitenbunche". Dabei handelt es sich um Elektronteilchenpakete (Bunche), die etwa $4\,ns$ nach den eigentlichen Bunchen auftreten und zu einem zweiten Vertex bei etwa $z = 120\,cm$ führen [80].

Trigger-Effizienz

Die Trigger für beide Datensätze, mit kleinem und großem Q^2, basieren auf dem gestreuten Elektron, sodaß durch Triggerineffizienzen kein Bias im hadronischen Endzustand entsteht. Alle Ereignisse mit kleinem Q^2 werden in dem durch die Selektion vorgegebenen kinematischen Bereich durch den Subtrigger $CL2 \wedge \overline{IST} \wedge \overline{ToF_{BG}}$ akzeptiert. Das Triggerelement $CL2$ hat für Energien des gestreuten Elektrons größer als $14\,GeV$ eine Effizienz von nahezu 100% [49]. Allerdings gibt es durch ein falsches Veto des ToF-Systems bedingte Verluste von ca. 4%, sodaß die Trigger-Effizienz für Ereignisse mit kleinem Q^2 etwa 96% beträgt.

Die Effizienz der beiden Subtrigger für Ereignisse mit hohem Q^2 hängt von der Energie des gestreuten Elektrons ab und ist in Abbildung 4.3 dargestellt.

Für Energien des gestreuten Elektrons zwischen $10GeV$ und $15GeV$ ist die Effizienz beider LAR-Trigger etwa 90% und für höhere Elektronenergien nahezu 100% [81]. Al-

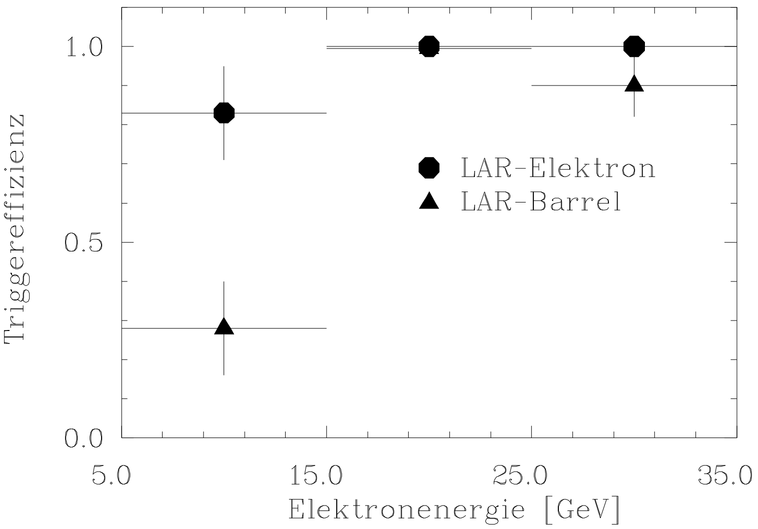


Abb. 4.3: *Triggereffizienz in Abhängigkeit von der Elektronenergie für Ereignisse mit großem* Q^2 *(aus [81]).*

lerdings waren während der Meßperiode 1992 beide LAR-Trigger zeitweise ausgeschaltet, sodaß sich ein zusätzlicher Verlust von etwa 12% ergibt.

Kinematik der selektierten Ereignisse

In der Abbildung 4.4 sind für Ereignisse mit niedrigem und hohem Q^2 die Verteilungen für den Winkel des gestreuten Elektrons dargestellt, ferner dessen Energie und die Verteilungen der kinematischen Variablen Q^2, x^2 und W^2. Alle Verteilungen werden mit den entsprechenden Verteilungen von Monte-Carlo-Ereignissen nach einer Detektorsimulation verglichen. Die Monte-Carlo-Ereignisse wurden mit dem LEPTO-MEPS-Generator (Abschnitt 2.3) unter Verwendung der Strukturfunktionen MRSD0 und MRS0- [83] erzeugt. Die Monte-Carlo-Verteilungen wurden auf die integrierte Luminosität der Daten von $22.5\,nb^{-1}$ normiert und für den Effekt der Satellitenbunche und für Triggerineffizienzen korrigiert. Die kinematische Variable Q^2 wurde für Daten und Monte-Carlo aus Winkel und Energie des gestreuten Elektrons bestimmt, x mit der gemischten Methode, d.h. $x = \frac{Q^2}{sy_h}$ mit $y_h = \sum_{Hadronen} \frac{E_h - p_{zh}}{2E_e}$ nach der Jacquet-Blondel-Methode [82]. Die Simulationsrechnungen können den Verlauf der Meßdaten zufriedenstellend nachbilden, wobei die Normierung der Verteilungen für Ereignisse mit kleinem Q^2 (entsprechend kleinem x) deutlich von der gewählten Strukturfunktion abhängt. Die Datenpunkte bevorzugen die MRSD- Strukturfunktion. Für Ereignisse mit großem Q^2 sind die Verteilungen für beide Strukturfunktionen nahezu gleich.

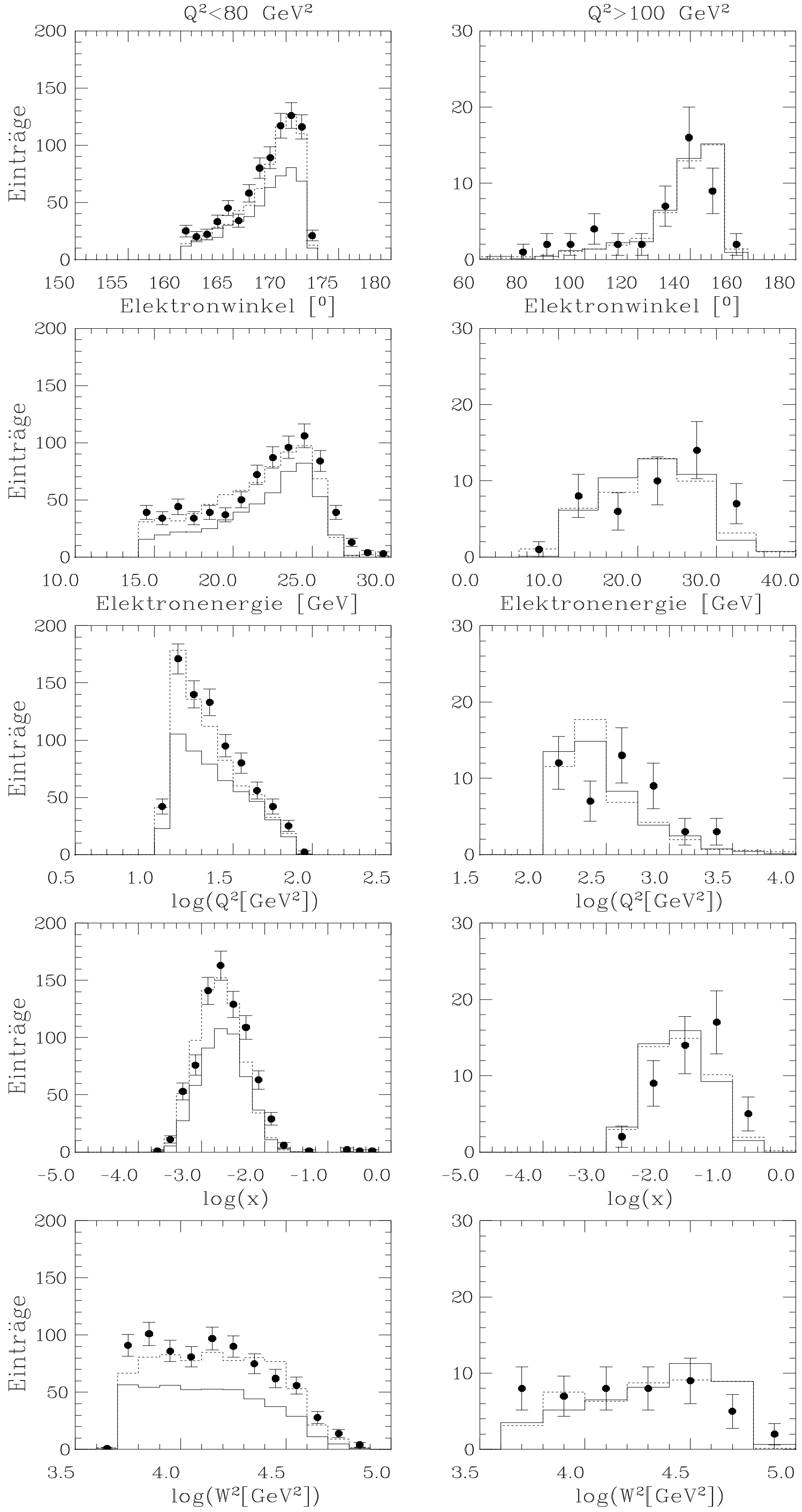


Abb. 4.4: *Verteilungen der kinematischen Variablen für Ereignisse mit kleinem und großem Q^2 (●) im Vergleich mit den entsprechenden Verteilungen des LEPTO-MEPS-Monte-Carlos für die MRSD- ($\cdots$) und MRSD0-Strukturfunktion (—).*

Kapitel 5

Jet-Rekonstruktion mit dem JADE-Algorithmus

In dieser Analyse wird zur Rekonstruktion der Jets der JADE-Algorithmus verwendet [86], der ursprünglich für Jet-Analysen in e^+e^--Reaktionen entwickelt wurde (eine Untersuchung anderer Jet-Agorithmen findet sich in Kapitel 7). Die Gründe für diese Wahl sind:

1. Aus Monte-Carlo-Studien ergibt sich eine gute Übereinstimmung zwischen den auf Partonniveau berechneten, den auf Teilchenniveau bestimmten und den nach einer Detektorsimulation ermittelten Jetraten (siehe Abschnitt 6).
2. Für Rechnungen in höherer Ordnung der QCD wurde bei der Bestimmung der Jetmultiplizität ein dem JADE-Algorithmus äquivalentes Abschneideverfahren benutzt [30] (Kapitel 1).

5.1 Der JADE-Algorithmus in der tiefinelastischen ep-Steuung

5.1.1 Der JADE-Algorithmus

Der JADE-Algorithmus lehnt sich an die Definition der Jets in QCD-Rechnungen auf Partonniveau an, d.h. der oberhalb einer Auflösungsgrenze $y = y_{cut}$ aufgelösten Partonen. Im JADE-Algorithmus wird die invariante Masse aller Teilchenpaare (ij) (bzw. kombinierter Objekte) unter Vernachlässigung ihrer Masse gemäß: $m_{ij} = 2E_iE_j(1 - cos\theta_{ij})$ berechnet und das Paar mit der kleinsten invarianten Masse ergibt, durch Addition der Viererimpulse $p_k = p_i + p_j$, das kombinierte Objekt k. Diese Prozedur wird wiederholt, bis alle verbliebenen Paare eine Masse m_{ij} haben, die größer ist als ein durch $m_{ij} > y_{cut}M^2$ definierter Abschneidewert. Die Massenskala M ist in e^+e^--Reaktionen durch die Energie des hadronischen Systems im CMS-System, i.e. $\sqrt{s}$, oder durch die gesamte beobachtete Energie, gegeben. Im Gegensatz dazu gibt es in der tief inelastischen Elektron-Proton Streuung zwei Skalen mit der Dimension einer Masse, Q und W, und jede Kombination beider kann als Massenskala im JADE-Algorithmus benutzt werden. Die in dieser Analyse verwendete Massenskala wird in Abschnitt 5.1.3 vorgestellt.

5.1.2 Behandlung des Protonrestjets als Pseudoteilchen

In QCD-Rechnungen werden kollineare und infrarote Divergenzen der Abstrahlungen vom einlaufenden Quark (Gluon) durch das invariante Massenkriterium zwischen abgetrahltem Gluon (Quark) und dem Protonrest abgeschnitten. Im Experiment verschwindet der Protonrest aber weitgehend im Strahlrohr. doch obwohl der Jet des Protonrestes im allgemeinen im Strahlrohr verschwindet, können Teilchen dieses Jets aus dem Strahlrohr herauslecken und den Detektor erreichen. Cluster-Jet-Algorithmen, wie der JADE-Algorithmus, konstruieren aus diesen Teilchen zusätzliche Jets oder ordnen diese fälschlich anderen Jets des Ereignisses zu. Dieses Problem kann durch Einführung eines Pseudoteilchens gelöst werden, das den fehlenden Longitudinalimpuls des Ereignisses erhält und die Richtung des Protons hat. Dieses Pseudoteilchen wird im Jet-Algorithmus wie die übrigen Teilchen-Vierervektoren verwendet und bewirkt so eine Beschreibung der Protonrestjets [84].

Die Abbildung 5.1 zeigt für eine Generatorstudie mit dem LEPTO-MEPS-Generator den Effekt der Behandlung des Protonrestjets bei Verwendung des Pseudoteilchens im JADE-Algorithmus, normiert mit der hadronischen invarianten Masse W. Der Verlust des Protonrestjets verringert, aufgrund der herausleckenden Teilchen, die Jetmultiplizität um weniger als einen Jet. Durch Einführung des Pseudoteilchens wird der Effekt der Akzeptanzlücke in Vorwärtsrichtung fast vollständig beseitigt.

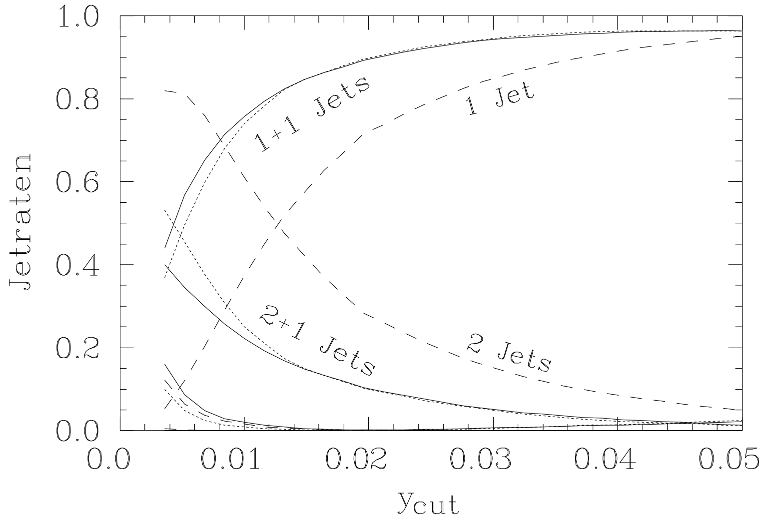


Abb. 5.1: *Einfluß der Rekonstruktion des Protonrestjets in einer Monte-Carlo-Studie in dem kinematischen Bereich:* $Q^2 > 12\,GeV^2$, $W^2 > 5000\,GeV^2$, $y < 0.5$. *Es wurde der LEPTO-MEPS-Generator mit der MRSD0-Strukturfunktion verwendet. Es bedeuten:*
— *kein Akzeptanzschnitt,*
··· *Akzeptanzschnitt in Vorwärtsrichtung von* 4.7^0 *unter Verwendung des Pseudeteilchens*
- - - *Akzeptanzschnitt in Vorwärtsrichtung von* 4.7^0 *ohne Verwendung des Pseudeteilchens.*

5.1.3 Die Massenskala

In dieser Analyse wird als Massenskala im JADE-Algorithmus die hadronische invariante Masse W gewählt. Zum einen wurde in Rechnungen in höherer Ordnung der QCD ebenfalls diese Skala gewählt. Zum anderen ist die Wahl von W als Skala für die Jetaktivität in Übereinstimmung mit den experimentellen und theoretischen Beobachtungen, daß Transversalimpulseffekte (im hadronischen Schwerpunktsystem) durch $< p_t^2 > \propto W^2$ gegeben sind [25, 87]. Aus der Sicht der störungstheoretischen QCD garantiert W als Massenskala eine vernünftige 2+1 Jetrate im gesamten zur Verfügung stehenden kinematischen Bereich [28], die niemals unphysikalisch, d.h. größer als eins wird. Durch die Wahl von W wird, für Ereignisse mit $W^2 > 5000\,GeV^2$ und festem y_{cut}, eine untere Grenze für die Jet-Jet-Separation definiert. Man erhält somit gut separierte Jets, und der Einfluß der Akzeptanzlücke in Vorwärtsrichtung wird verringert (Abschnitt 6.2.1). Die Resultate dieser Analyse (Abschnitt 8.2) ergeben sich für $y_{cut} = 0.02$, was einem Schnitt in der invarianten Masse m_{ij} von 10 bis $30\,GeV$, abhängig von W, entspricht. Die Skala W muß aus gemessenen Größen berechnet werden. Geschieht die Bestimmung von W mit Hilfe des hadronischen Systems nach der Jaquet-Blondel-Methode [82], so wird der Einfluß systematischer Effekte bei der Berechnung des Auflösungsparameters, $y = \frac{m_{ij}^2}{W^2}$, verringert, da diese sowohl im Zähler (m_{ij}), wie auch im Nenner (W^2) eingehen. Dabei gehen Fehler in die Energiemessung quadratisch in m_{ij}^2 ein, während sie in der Berechnung von W linear eingehen:

$$W_{JB}^2 = sy_h - Q_h^2 \approx sy_h \text{ für kleine } Q^2 \text{ mit } y_h = \sum_{Hadronen} \frac{E_h - p_{zh}}{2E_e}$$

Eine andere Möglichkeit, W aus dem hadronischen Endzustand zu bestimmen, ist die Berechnung der invarianten Masse aller im Detektor gemessenen Teilchen des hadronischen Endzustandes unter Hinzunahme des Pseudoteilchens. Nach oben erläuterter Konstruktion des Pseudoteilchens ergibt sich damit aber nahezu das gleiche Resultat für W wie bei der Jaquet-Blondel-Methode:

$$\begin{aligned}
W_{Hadronen}^2 &= E_h^2 - p_{z_h}^2 - p_{T_h}^2 \\
&= (E_h - p_{z_h})(E_h + p_{z_h}) - p_{T_h}^2 \\
&= (2E_P - E_{e'} \cdot (1 + cos\theta_{e'}))(E_h + p_{z_h}) - p_{T_h}^2 \\
&= (s - Q_e^2)\left(\sum_{Hadronen} \frac{E_h - p_{zh}}{2E_e}\right) - Q_h^2(1 - y_h) \\
&= W_{JB}^2 + y_h(Q_h^2 - Q_e^2),
\end{aligned}$$

wobei mit e indizierte Größen sich auf die kinematischen Variablen beziehen, die mit dem gestreuten Elektron bestimmt wurden, während mit h gekennzeichnete Variable aus dem hadronischen Endzustand abgeleitet wurden. Der zweite Summand ist insbesondere bei kleinen Q^2 klein.

5.1.4 Die Kalorimetrischen Objekte in der Jetrekonstruktion

In dieser Analyse werden die Jets im Laborsystem aus rein kalorimetrischen Größen bestimmt. Der hadronische Endzustand wird mit dem Flüssig-Argon-Kalorimeter, dem BEMC und dem instrumentierten Eisen gemessen. Die im Jet-Algorithmus sowie bei der Bestimmung von W benutzten „Teilchen"-Vierervektoren werden rekonstruiert aus der

Energie der einzelnen Zellen im jeweiligen Kalorimeter und dem Vektor, der den rekonstruierten Ereignisvertex mit dem geometrischen Schwerpunkt der Zellen verbindet. Die „Teilchen"-Vierervektoren werden als masselos angenommen. Die Zellen, die dem gestreuten Elektron zugeordnet sind, bleiben dabei unberücksichtigt. Die Zellenergien der einzelnen Kalorimeter werden dabei wie folgt behandelt:

BEMC: Um den Einfluß des Rauschens zu unterdrücken, werden nur Zellen (Module) mit einer Energie über 500 MeV verwendet. Aufgrund der geringen Tiefe des BEMC in hadronischen Wechselwirkungslängen verursachen nur etwa 30% aller das BEMC durchquerenden Hadronen dort einen hadronischen Schauer und deponieren dort dann nur ca. 30% ihrer Energie. Um diesen Energieverlust grob zu kompensieren, werden die gemessenen Energien mit einem Faktor 1.6 multipliziert.

Flüssig-Argon-Kalorimeter: Es werden die Zellenergien nach allen in Abschnitt 4.1 beschriebenen Korrekturen verwendet.

Instrumentiertes Eisen: Es wird eine Rauschschwelle von 200 MeV festgelegt. Die Zellenergien im Rückwärtsbereich hinter dem BEMC ($\theta > 140^0$) werden mit einem Faktor 1.6 multipliziert, um Signalverluste zwischen den Kalorimetern grob zu kompensieren.

Es werden nur Zellen mit einem Winkel $\theta > 4.7^0$ verwendet, da die Rekonstruktion des Energieflusses in der extremen Vorwärtsrichtung problematisch ist (siehe Kapitel 6).

In Abbildung 5.2 ist der mit diesen kalorimetrischen Objekten erhaltene Energiefluß für die selektierten Ereignisse, sowie vergleichsweise für Monte-Carlo-Ereignisse, dargestellt. Der Hauptanteil des Energieflusses wird im Flüssig-Argon-Kalorimeter gemessen. Der hohe Energiefluß im Vorwärtsbereich bewirkt ein Herauslecken der hadronischen Schauer, sodaß hier im instrumentierten Eisen ein höherer Anteil des Energieflusses zu erkennen ist. Im Rüchwärtsbereich hinter dem BEMC trägt das instrumentierte Eisen ebenfalls etwas zum Energiefluß bei, da dieses in hadronischen Wechselwirkungslängen nur eine geringe Tiefe besitzt. Weiterhin fällt in Abbildung 5.2 auf, daß das LEPTO-MEPS Monte-Carlo-Modell den Energiefluß bei Ereignissen mit kleinem Q^2 in Vorwärtsrichtung unterschätzt.

Die Abhängigkeit der Jetraten von y_{cut} , die sich mit diesen „Teilchen"-Vierervektoren aus dem JADE-Algorithmus ergeben, ist in Abbildung 5.3 für die Ereignisse mit kleinem und großem Q^2 dargestellt. Für $y_{cut} = 0.02$ dominieren die Jetklassen mit einem Jet plus Protonrestjet (R_{1+1}) und mit zwei Jets plus Protonrestjet (R_{2+1}), mit $R_{2+1} \approx$ 10% bis 20%. Für Ereignisse mit kleinem Q^2 gibt es einen deutlichen Anteil von (0+1)-Jetereignissen. Dieses beruht auf der Vernachlässigung der Massen im Distanzmaß $\frac{m_{ij}}{W^2}$ des JADE-Algorithmus. In Abbildung 5.3 sind nur die statistischen Fehler eingezeichnet. Die Punkte in Abbildung 5.3 sind stark korreliert, da dieselben Ereignisse für jeden Wert von y_{cut} benutzt werden.

Alternativ zu Kalorimeterzellen können als „Teilchen"-Vierervektoren die in Abschnitt 4.1 beschriebenen kombinierten Cluster verwendet werden. Für die mit dem JADE-Algorithmus bei $y_{cut} > 0.02$ erhaltene Jetmultplizität ist aber keine Abhängigkeit von den als Eingabe benutzten kalorimetrischen Objekten zu erkennen.

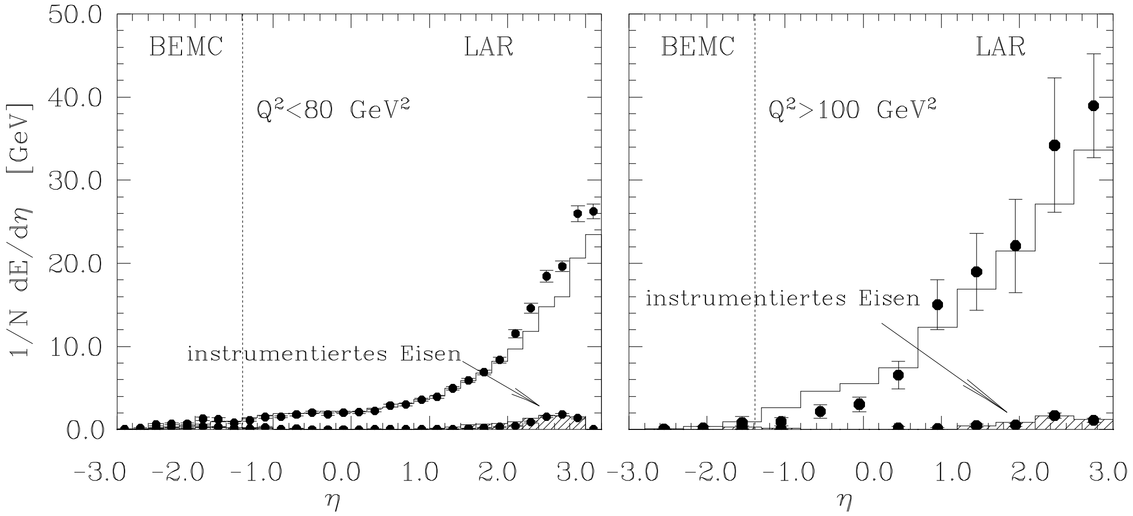


Abb. 5.2: *Der Energiefluß in den einzelnen Kalorimetern in Abhängigkeit von der Pseudorapidität η im Vergleich mit Monte-Carlo-Ereignissen für das LEPTO-MEPS-Monte-Carlo nach voller Detektorsimulation und Rekonstruktion für die Ereignisse mit kleinem und großem Q^2.*

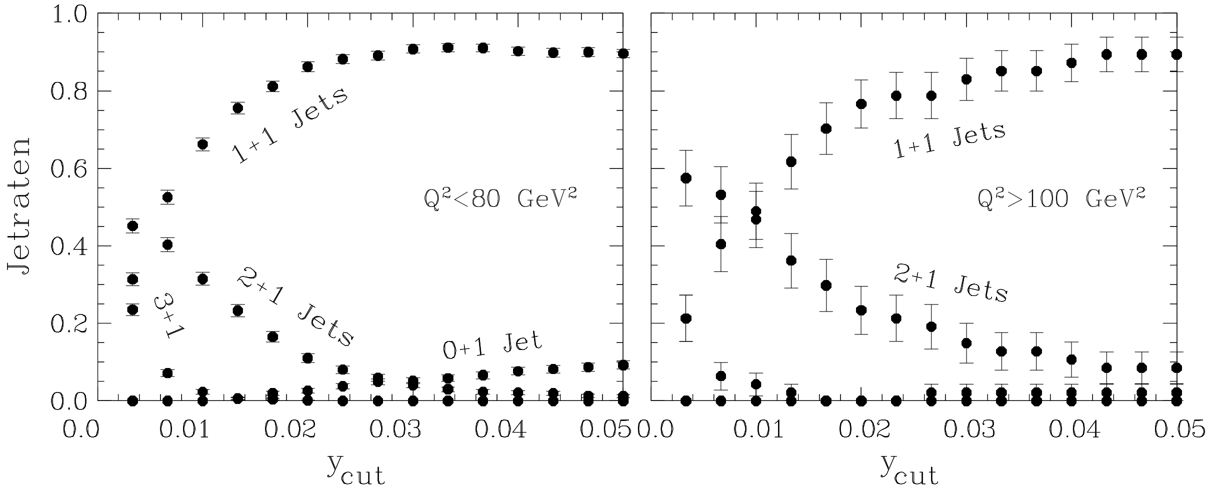


Abb. 5.3: *Die mit dem JADE-Algorithmus erhaltenen Jetraten für die Datenmengen mit kleinem und großem Q^2.*

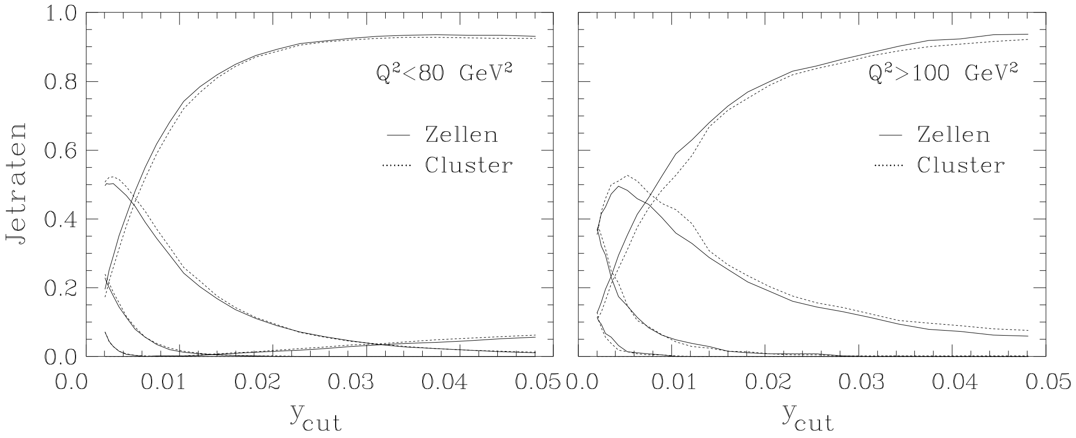


Abb. 5.4: *Vergleich der mit dem JADE-Algorithmus aus Kalorimeterzellen rekonstruierten Jetraten gegenüber den aus kombinierten Kalorimeterclustern erhaltenen Jetraten für das LEPTO-MEPS-Monte-Carlo nach voller Detektorsimulation und Rekonstruktion.*

Kapitel 6

Systematische Effekte bei der Jetrekonstruktion mit dem JADE-Algorithmus

In ersten Teil dieses Kapitels werden Effekte diskutiert, die bei der Rekonstruktion von Jets mit dem JADE-Algorithmus dann relevant sind, wenn die gemessenen Jetraten als Test der QCD dienen sollen. Dabei wird der Einfluß von nicht perturbativen Effekten untersucht, die in den QCD-Monte-Carlo-Generatoren durch phänomenologische Modelle beschrieben werden. Die Abhängigkeit der Jetraten von diesen Modellen bzw. den darin enhaltenen Parametern kann eine Abschätzung ergeben, in wie weit die aus den Daten rekonstruierten Jetraten von den nicht perturbativen Effekten abhängen. Dabei werden die Einflüsse der Hadronisierung, der Behandlung des Protonrestes und der Abschneideparameter im Partonschauer mittels Monte-Carlo-Generatoren untersucht. Außerdem werden der Einfluß der Strukturfunktionen sowie QED-Strahlungskorrekturen diskutiert.

Im zweiten Teil dieses Kapitels werden experimentelle Unsicherheiten behandelt. Diese Unsicherheiten resultieren aus der unvollständigen Akzeptanz der Kalorimeter, aus deren begrenzter Auflösung und aus möglichen Kalibrationsfehlern. Die Untersuchung dieser Effekte wird teilweise mit Hilfe von Monte-Carlo-Ereignissen auf Generatorniveau mit einer einfachen Simulation der Detektoreffekte durchgeführt („Toy-Modell"). Dieses hat gegenüber einer vollen Detektorsimulation den Vorteil, daß die einzelnen Effekte jeweils getrennt und mit hoher Monte-Carlo-Statistik studiert werden können.

Für die Untersuchungen wird, falls nicht explizit anders erwähnt, der Monte-Carlo-Generator LEPTO-MEPS (siehe Abschnitt 2.3) mit der MRSDO-Partonstrukturfunktion [83] verwendet. Die Studien wurden in den durch die selektierten Daten vorgegebenen kinematischen Bereichen durchgeführt.

6.1 Theoretische Unsicherheiten

6.1.1 Hadronisierungsunsicherheiten

Die Vorhersagen der perturbativen QCD für die Erzeugung von Jets in ep-Kollisionen beziehen sich auf Quarks und Gluonen. Beobachtet werden aber Hadronen. Der nicht perturbative Übergang von Partonen zu Hadronen wird durch phänomenologische Fragmentationsmodelle beschrieben. Für den Hadronisierungsprozeß sind verschiedene Modelle vorhanden mit mehreren freien Parametern (Abschnitt 2.1), die durch Anpassung an Daten bestimmt werden. Mit den gemessenen Jetraten einen Test der QCD durchzuführen ist möglich, wenn die Partonen ihre kinematischen Eigenschaften im wesentlichen auf die Hadronen-Jets übertragen und insbesondere die Anzahl der gemessenen Jets wenig von der Hadronisierung abhängt. Dieses wird im folgenden für die mit dem JADE-Algorithmus bestimmten Jetraten in dem kinematischen Bereich, in dem die selektierten Daten liegen, untersucht. In Abbildung 6.1 ist für das LEPTO-MEPS Monte-Carlo mit JETSET die Abhängigkeit der Hadronisierungsverschiebung der 2+1 Jetrate von y_{cut} dargestellt. Dabei gibt die Hadronisierungsverschiebung die relative Änderung der 2+1 Jetrate beim Übergang Partonen→Hadronen an. Für Werte von y_{cut} größer als 0.02 sind die Hadronisierungseffekte klein ($\approx$ 15%) und für $y_{cut} \approx 0.02$ wird für das LEPTO-MEPS-Monte-Carlo gerade ein Verschwinden der Hadronisierungsverschiebung erreicht. Für kleinere Werte von y_{cut} werden für Ereignisse mit kleinem Q^2 mehr Hadronisierungsprodukte (Hadronen) als Jets aufgelöst und die 2+1 Jetrate auf Hadronniveau ist größer als die auf Partonniveau.

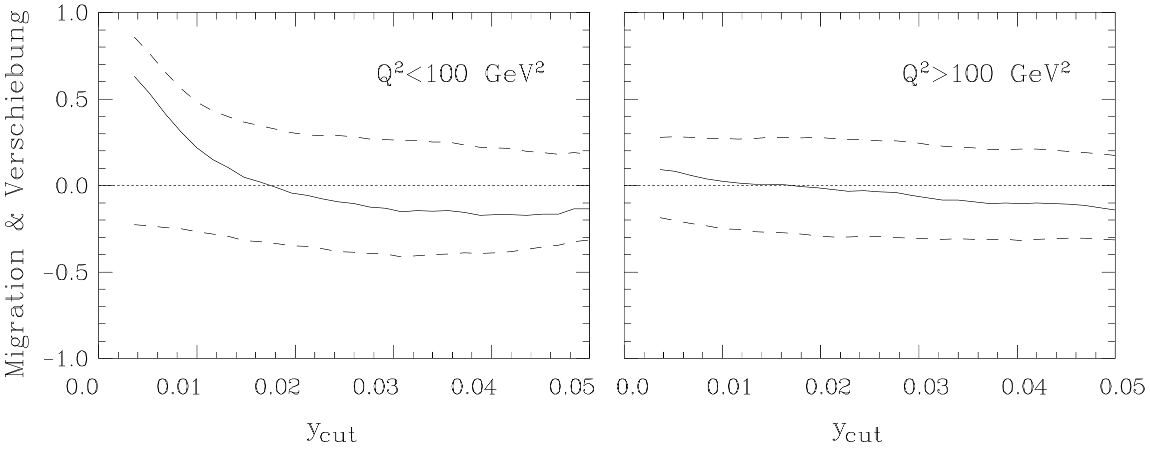


Abb. 6.1: *Migration (- - -) und Verschiebung (—) der 2+1 Jetrate durch Hadronisierung in Abhängigkeit von y_{cut} für Monte-Carlo-Ereignisse mit kleinem und großem Q^2.*

Die Übereinstimmung zwischen Hadronen und Partonen ist nicht ,,eins zu eins", da es Migrationen von auf Partonniveau als 2+1 Jet klassifizierte Ereignisse nach der 1+1-Klasse auf Hadronniveau gibt und umgekehrt. Der Anteil der 2+1 Partonjets, die auf Hadronniveau nicht als 2+1 Jets klassifiziert werden, und die Partonjets der anderen Jetklassen, die auf Hadronniveau als 2+1 Jet rekonstruiert werden (normiert auf die Anzahl der 2+1 Partonjets), sind ebenfalls in Abbildung 6.1 dargestellt. Die Migration kann als Folge der Auflösung der y_{cut} angesehen werden. Dieses wird in Abbildung 6.2 verdeutlicht. Dort ist die Korrelation der y_{cut} Werte, bei denen ein Ereignis von der 2+1 Jetklasse in die 1+1 Jetklasse übergeht, für die Ereignisse auf Hadronniveau gegen dieselben Ereignisse auf Partonniveau abgebildet. Ohne Migration und Verschiebung lägen alle Punkte auf der Diagonalen. Die Verteilung um die Diagonale herum wird durch die Auflösung verursacht. Der Wert der Migration ergibt sich aus der Anzahl der Punkte in dem Bereich I bzw. III dividiert durch die Anzahl der Punkte in den Bereichen II und III. Die Auflösung ergibt sich für jeden Wert $y_{cut}(2+1 \rightarrow 1+1)$ aus dem Abstand

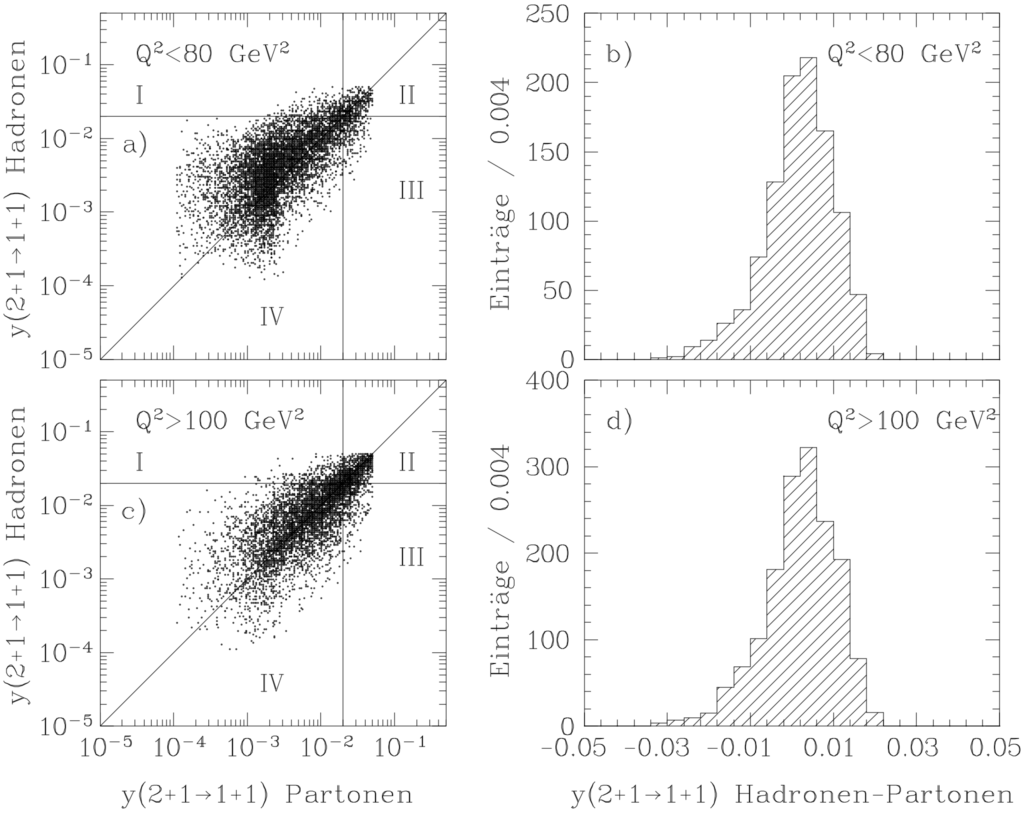


Abb. 6.2: *a), c) y_{cut} Wert bei dem ein Ereignis von der 2+1 in die 1+1 Jetklasse übergeht für Hadron- vs. Partonniveau.*
b), d) Die Auflösung der Größe $y_{cut}(2+1 \to 1+1)$ für das LEPTO-MEPS-Monte-Carlo.

der Punkte zur Diagonalen (Abbildung 6.2 b und d). Für den Bereich um $y_{cut} = 0.02$ ergibt sich eine Auflösung von 0.009 für Monte-Carlo-Ereignisse mit kleinem und großem Q^2.

Ferner wird die Abhängigkeit der Hadronisierungsverschiebung von den Fragmentationsparametern a, b und σ_{pt} (siehe Abschnitt 2.3) untersucht. In Abbildung 6.3 ist die Verschiebung in Abhängigkeit von den Fragmentationsparametern bei $y_{cut} = 0.02$ für die Modelle gezeigt, die die Stringfragmentation verwenden. Es zeigt sich, daß die Hadronisierungsverschiebung bei dem JADE-Algorithmus für $y_{cut} = 0.02$ nur wenig ($< 5\%$) von den Fragmentationsparamtern a und b abhängen. Dagegen ist ein Einfluß der Parameters σ_{pt} auf die Hadronisierungsverschiebung, besonders beim ME-Monte-Carlo Modell, zu erkennen. Allerdings sind die vorgegbenen Werte aller drei Modelle für diesen Parameter ähnliche.

Die Hadronisierungsverschiebung für andere Fragmentationsmodelle bzw. andere QCD-Modelle ist in Abbildung 6.4 dargestellt. Für $y_{cut} = 0.02$ ist sie für alle Modelle größer als für das LEPTO-MEPS-Monte-Carlo. Für Ereignisse mit kleinem Q^2 beträgt die Schwankung ±20% und für Ereignisse mit großem Q^2 ±10%.

Die Abhängigkeit der Hadronisierungsverschiebung für die mit dem JADE-Algorithmus bestimmte 2+1 Jetrate bei $y_{cut} = 0.02$ von Q^2 ist in Abbildung 6.5a für das LEPTO-MEPS-Monte-Carlo dargestellt. Die Hadronisierungsverschiebung bleibt nahezu bei 0, während sich die Migration von 35% bei $Q^2 \sim 10\,GeV^2$ auf 20% bei $Q^2 \sim 10000\,GeV^2$ verringert, da mit steigendem Q^2 die Jets prominenter werden. In Abbildung 6.5b ist die

Abhängigkeit der Hadronisierungsverschiebung von Q^2 für andere Fragmentations- bzw. QCD-Modelle gezeigt. Mit steigendem Q^2 wird die Hadronisierungsverschiebung für alle Modelle klein.

Diese Untersuchung zeigt, daß der JADE-Algorithmus für Ereignisse mit $Q^2 > 100\,GeV^2$ kleine Hadronisierungsverschiebungen aufweist und in dieser Hinsicht für quantitative QCD-Tests mittels Jetraten in der tief inelastischen *ep*-Streuung geeignet erscheint. Für Ereignisse mit $Q^2 < 100\,GeV^2$ gibt es allerdings eine größere Modellabhängigkeit der Hadronisierungsverschiebung.

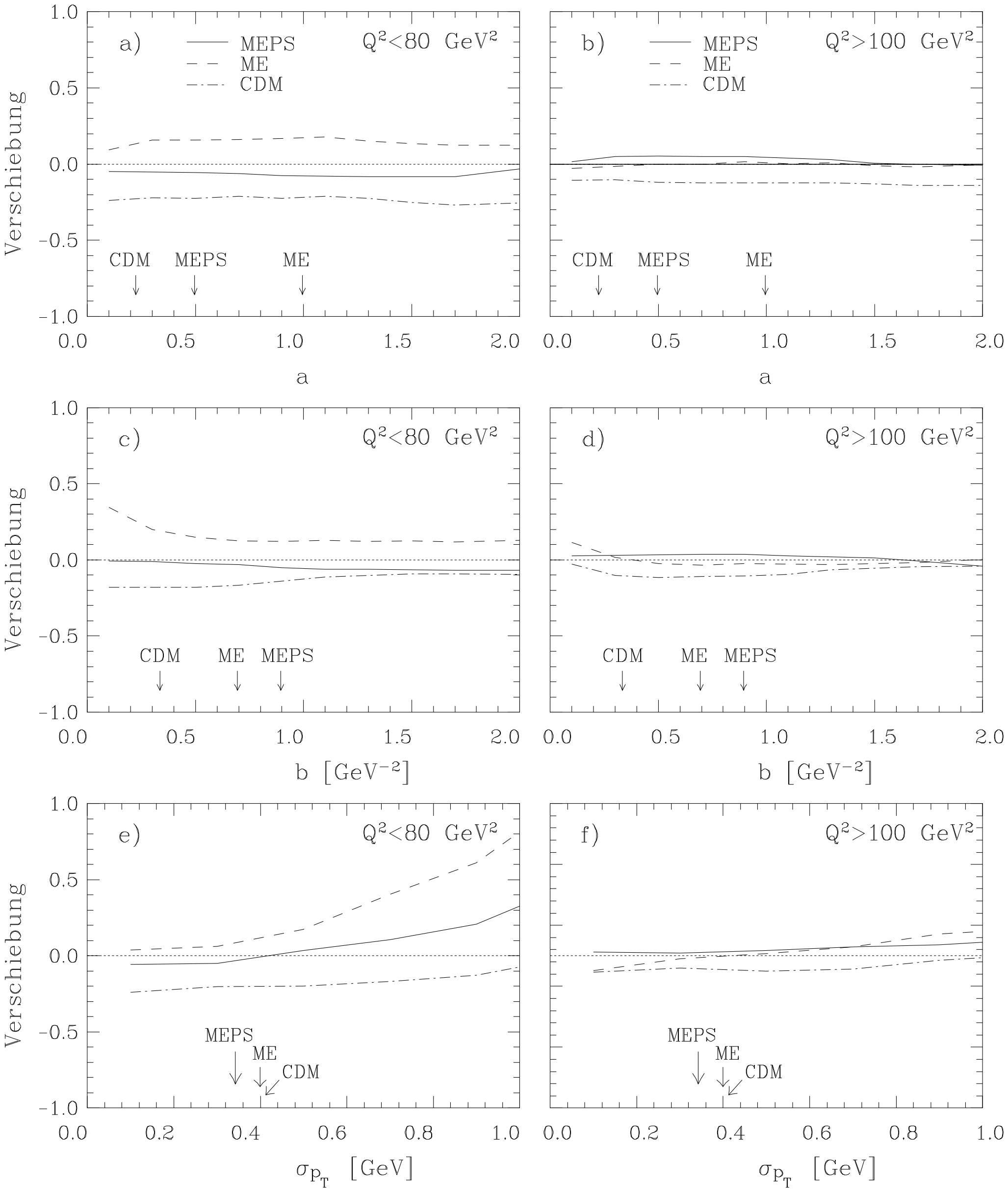


Abb. 6.3: *Verschiebung der 2+1 Jetrate durch Hadronisierung in Abhängigkeit von Parametern des Stringfragmentationsmodells für Monte-Carlo-Ereignisse mit kleinem und großem* Q^2*:*
a), b) Parameter a; c), d) Parameter b; e), f) Parameter σ_{pt}*.*
Es sind ebenfalls die Sollwerte der Parameter für die verschiedenen Modelle eingezeichnet.

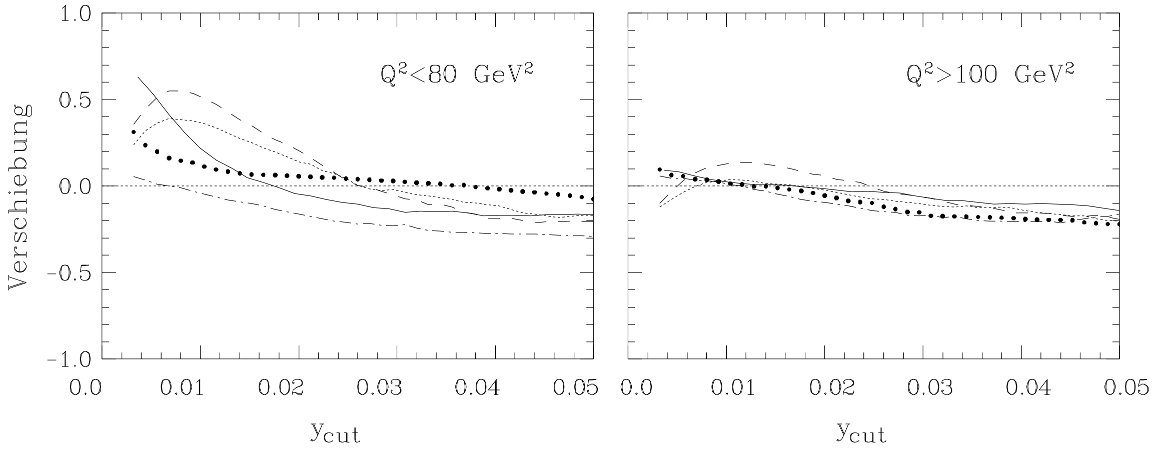


Abb. 6.4: *Hadronisierungsverschiebung für verschiedene QCD- und Fragmentationsmodelle der 2+1 Jetrate in Abhängigkeit von y_{cut} für die Monte-Carlo-Ereignisse mit kleinem und großem Q^2:*

— *LEPTO-MEPS + Stringfragmentation*
··· *LEPTO-ME + Stringfragmentation*
- - - *LEPTO-ME + unabhängige Fragmentation*
-·- *ARIADNE + Stringfragmentation*
● *HERWIG + Clusterfragmentation*

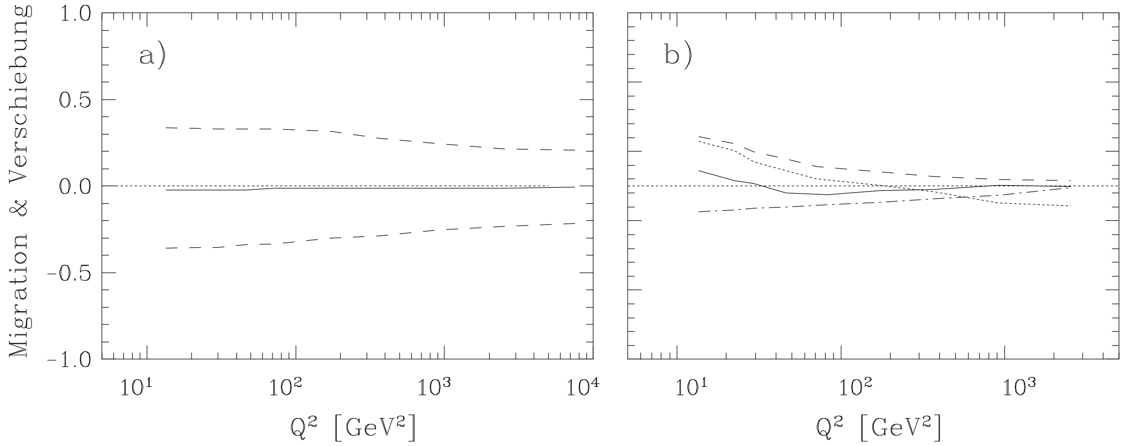


Abb. 6.5: *a): Migration (- - -) und Verschiebung (—) der 2+1 Jetrate durch Hadronisierung in Abhängigkeit von Q^2 für das LEPTO-MEPS-Monte-Carlo.*
b): Verschiebung der 2+1 Jetrate durch Hadronisierung in Abhängkeit von Q^2 für verschiedene QCD- und Fragmentationsmodelle:

··· *LEPTO-ME + Stringfragmentation*
- - - *LEPTO-ME + unabhängige Fragmentation*
-·- *ARIADNE + Stringfragmentation*
— *HERWIG + Clusterfragmentation*

6.1.2 Abschneideparameter im Partonschauermodell

Sowohl der Partonschauer im Anfangszustand als auch der Partonschauer im Endzustand werden bis zu einer minimalen Virtualität Q^2_{min} mit einer Größenordnug von etwa $1\,GeV^2$ entwickelt (Abschnitt 2.1.2). Dieses wird hier als untere Grenze der perturbativen QCD betrachtet. Weitere QCD-Effekte im Übergang Partonen→Hadronen werden durch die phänomenologischen Fragmentationmodelle beschrieben. Die genaue Wahl des Abschneidewertes ist allerdings nicht durch physikalische Argumente vorgegeben. In den hier betrachteten Jetraten sollte, im Idealfall, die Hadronisierungskorrektur nicht von dem exakten Wert des Abschneideparameters im Partonschauermodell abhängen. Dieses wird im Folgendem für zwei Monte-Carlo-Modelle untersucht: für das LEPTO-MEPS-Monte-Carlo, in dem das Partonschauermodell nur Abstrahlungen beschreibt, die „weicher" sind als $\mathcal{O}(\alpha_s)$-Prozesse gemäß den exakten Matrixelementen, und für ein reines Partonschauermodell mit $W \cdot Q$ als Skala der maximalen Virtualität (LEPTO-PSWQ).

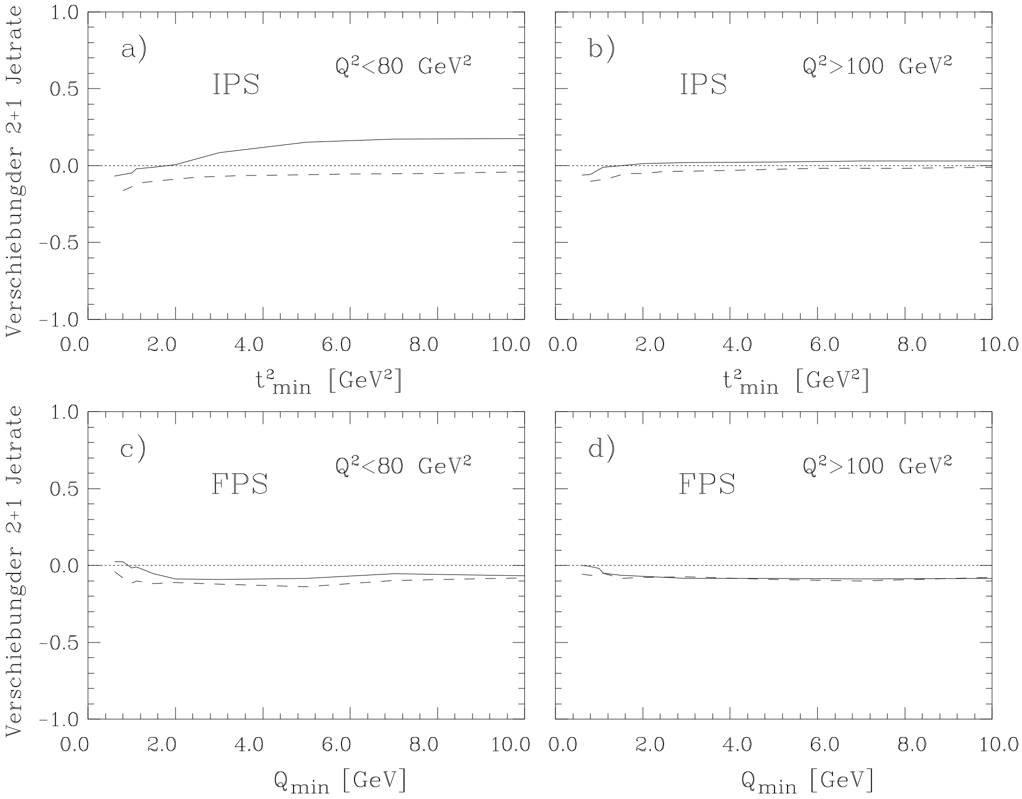


Abb. 6.6: *Hadronisierungsverschiebung der 2+1 Jetrate in Abhängigkeit der Abschneideparameter im Partonschauer für die Monte-Carlo-Ereignisse mit kleinem und großem* Q^2*:*
a), b) Partonschauer im Anfangszustand: —— *LEPTO-MEPS* - - - *LEPTO-PSWQ ;*
c), d) Partonschauer im Endzustand: —— *LEPTO-MEPS* - - - *LEPTO-PSWQ.*

Abbildung 6.6 a) und b) zeigt die Hadronisierungsverschiebung der 2+1 Jetrate in Abhängigkeit vom Abschneideparameter im Partonschauer im Anfangszustand für $y_{cut} = 0.02$ und beide Monte-Carlo-Modelle. Die Änderung der Hadronisierungsverschiebung beträgt etwa 10% für $t^2_{min} = 0.6\,GeV^2$ bis $t^2_{min} = 10.\,GeV^2$.

In Abbildung 6.6 c) und d) ist die Hadronisierungsverschiebung der 2+1 Jetrate in Abhängigkeit vom Abschneideparameter im Partonschauer im Endzustand für $y_{cut} = 0.02$

dargestellt. Die Änderung der Hadronisierungsverschiebung beträgt etwa 5% für $Q^2_{min} = 0.6\,GeV$ bis $Q^2_{min} = 10.0\,GeV$.

6.1.3 Behandlung des Protonrestes

Durch die phänomenologische Behandlung der Protonrestes, wie in Abschnitt 2.2.4 beschrieben, wird ein zusätzlicher transversaler Energiefluß (im hadronischen Schwerpunktsystem) erzeugt. Bei dem Vergleich des transversalen Energieflusses in der tief inelastischen μp-Streuung bei einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 23\,GeV$ mit Monte-Carlo-Modellen konkurierte der durch das intrinsische k_t verursachte transversale Energiefluß mit dem durch QCD-Abstrahlung verursachten transversalen Energiefluß [88]. Bei HERA ist aufgrund der höheren Schwerpunktsenergien mit einer geringeren Bedeutung der phänomenologischen Beschreibung des Protonrestes zu rechnen. Der möglicherweise verbleibende Einfluß der Protonrestbeschreibung auf die Bestimmung von Jetraten mit dem JADE-Algorithmus wird im Folgendem untersucht.

In Abbildung 6.7 ist der Einfluß des intrinsischen k_t auf die 2+1 Jetrate für das LEPTO-MEPS-Monte-Carlo gezeigt. Der Wert des intrinsischen k_t wurde dafür von dem vorgegebenen Wert von $< k_t >= 0.44\,GeV$ auf Werte zwischen $< k_t >= 0.0\,GeV$ bzw. $< k_t >= 1.00\,GeV$ abgeändert. Die Änderung der mit dem JADE-Algorithmus bestimmten 2+1 Jetrate beträgt für die Ereignisse mit kleinem Q^2 10% und 5% für Ereignisse mit großem Q^2.

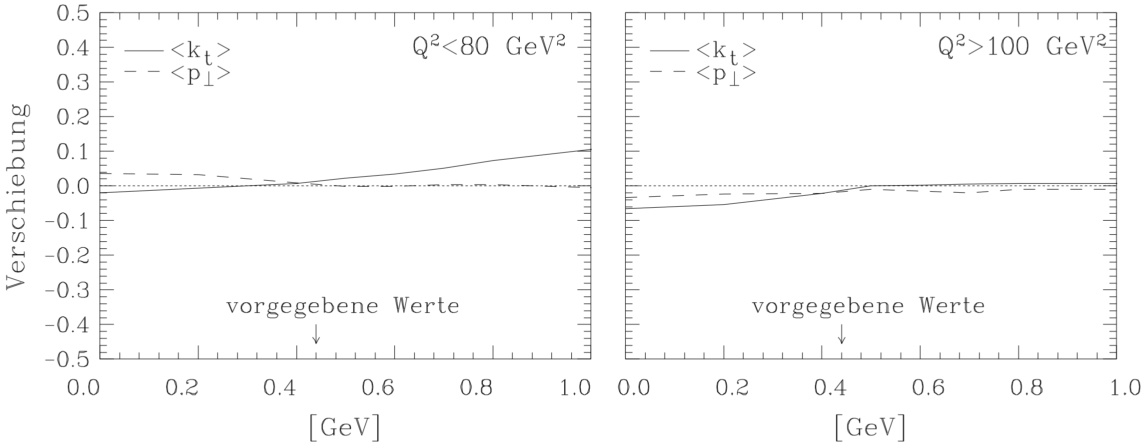


Abb. 6.7: *Verschiebung der 2+1 Jetrate durch Änderung des intrinsischen $< k_t >$ und des mittleren Transversalimpules $< p_\perp >$ für nicht triviale Protonrestsysteme gegenüber den vorgegebenen Werten.*

Ebenso wie das intrinsische k_t führt die Behandlung nicht trivialer Protonrestsysteme in phänomenologischen Modellen, wie in dem vom Lepto-Monte-Carlo-Generator benutzten, zu einem zusätzlichen transversalen Energiefluß. In Abbildung 6.7 ist die Auswirkung einer Variation des Tansversalimpulses $< p_\perp >$, den die Protonrestsubsysteme erhalten (2.2.4), auf die 2+1 Jetrate dargestellt. Sie beträgt etwa 2% für eine Variation des Transversalimpulses zwischen $0.0\,GeV$ und $1.0\,GeV$.

Die Aufteilung des longitudinalen Impulses zwischen den Subsystemen komplexer Protonreste (2.2.4) kann ebenfalls Auswirkungen auf den im Detektor sichtbaren transversalen Energiefluß haben, da Fragmente mit kleinem Longitudinalimpuls aufgrund des

Transversalimpulses $p_\perp$ eher im Detektor sichtbar sind. Die Verteilung des Impulsanteils z des leichteren Fragments des Protonrestes ist im LEPTO-Monte-Carlo-Generator gegeben durch: $P(z) = 2(1-z)$ i.e. $< z >= 1/3$. Die Wahl einer härteren Verteilungsfunktion: $P(z) \sim 1/(z(1-1/z-c/(1-z))^2)$ mit $c = (m/M)^2$, wobei $m(M)$ das leichtere (schwerere) Protonrestfragment ist, vermindert etwas den transversalen Energiefluß in Vorwärtsrichtung (Abb. 6.8). Die Änderung der 2+1 Jetrate ist aber gering (Abb. 6.8).

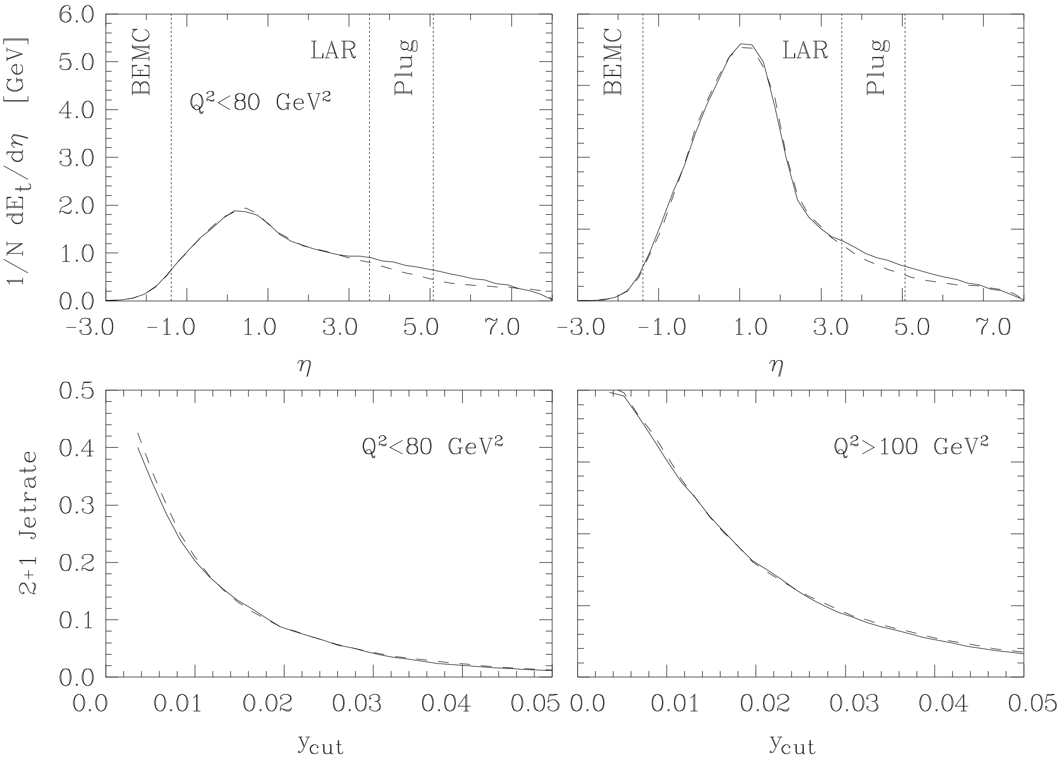


Abb. 6.8: *Einfluß der Verteilungsfunktion der Fragmente des Protonrestes auf den transversalen Energiefluß und auf die 2+1 Jetrate im LEPTO-MEPS-Monte-Carlo Modell.*
—: $P(z) = 2(1-z)$
- - -: $P(z) \sim 1/(z(1-1/z-c/(1-z))^2)$.

Im HERWIG Monte-Carlo-Generator kann durch die Option des SUE die Beschreibung des Protonrestes variiert werden (Abschnitt 2.2.4). Das SUE bewirkt zwar ein deutliche Erhöhung des transversalen Energieflusses in Vorwärtsrichtung, doch wird die 2+1 Jetrate davon wenig beeinflußt (Abb. 6.9).

Aus den Untersuchungen in diesem Abschnitt ergibt sich, daß die mit dem JADE-Algorithmus bestimmte 2+1 Jetrate, insbesondere für Ereignisse mit großem Q^2, nicht sensitiv gegenüber den zur Protonrestfragmetation benutzten Modellparametern ist.

6.1.4 QED-Strahlungskorrekturen

In QCD-Rechnungen höherer Ordnung von α_s für die tief inelastische ep-Streuung werden keine Beiträge von elektromagnetischen Prozessen höherer Ordnung berücksichtigt. Allerdings sind Rechnungen für diese Beiträge in der tief inelastischen ep-Streuung für die Ordnung α_s^0 vorhanden. Diese wurden in den Monte-Carlo-Generator HERACLES

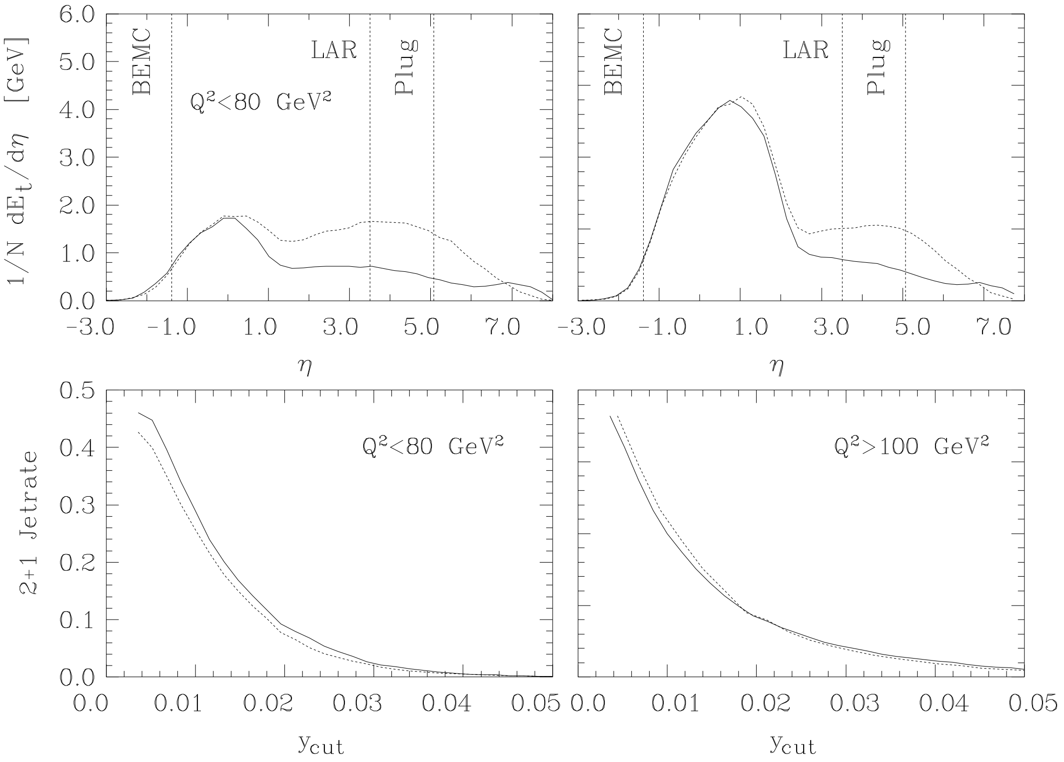


Abb. 6.9: *Einfluß des „soft underlying events" auf den transversalen Energiefluß und auf die 2+1 Jetrate im HERWIG-Monte-Carlo Modell:* — *ohne SUE;* ··· *mit SUE.*

[89] implementiert. Zur Beschreibung von QCD-Effekten wird in diesem Generator das Partonschauermodell verwendet (DJANGO).

Mit Hilfe von DJANGO werden im Folgenden die Effekte elektroschwacher Strahlungskorrekturen studiert bzw. Korrekturen ermittelt, die es erlauben, gemessene Jetraten mit QCD-Vorhersagen zu vergleichen.

Bei den QED-Korrekturen zur tiefinelastischen *ep*-Streuung kann zwischen nicht radiativen und radiativen Beträgen unterschieden werden:

- Nicht radiative Beiträge ergeben sich sowohl aus virtuellen Korrekturen wie auch aus weichen, nicht auflösbaren Photonen. Sie werden einerseits durch Einführung einer Q^2-Abhängigkeit der Feinstrukturkonstanten $\alpha(Q^2)$ berücksichtigt (Selbstenergie-Korrekturen). Zum anderen ergibt sich aus ihnen ein multiplikativer Faktor zum Born-Wirkungsquerschnitt, der sich bei Betrachtung von Jetraten weitgehend herauskürzt.

- Der dominierende Anteil der radiativen Strahlungskorrekturen für tief inelastische Ereignisse besteht aus Photonabstrahlung vom einlaufendem (ISR) und auslaufendem Elektron (FSR). Die Bremsstrahlungsphotonen werden überwiegend unter kleinen Winkeln zum ein- bzw. auslaufenden Elektron abgestrahlt.

Vom einlaufenden Elektron abgestrahlte Photonen gehen zum größten Teil im Strahlrohr verloren. Allerdings kann die Abstrahlung eines Photons kollinear zum einlaufenden Elektron als eine Reduktion der Energie des Elektronen-Strahles interpretiert werden. Die kinematischen Variablen erhalten dadurch, abhängig von ihrer Bestimmung aus gemessenen Größen, andere Werte als die, die sie am Photon-Quarkvertex besitzen.

Vom auslaufenden Lepton abgestrahlte Photonen werden meist aufgrund der geringen Winkelseparation zusammen mit dem Elektron gemessen, sodaß die Bestimmung der kinematischen Variablen nicht beeinflußt wird.

Unter großen Winkeln abgestrahlte Photonen der ISR oder FSR werden fälschlicherweise zum Hadronsystem gezählt. Von Jetalgorithmen werden diese bei höherer Photonenergie aufgrund ihrer räumlichen Separation zum hadronischen System teilweise als Jets aufgelöst. Da aber durch Einbeziehung des Photons W^2 ebenfalls zu groß bestimmt wird, gibt es beim JADE-Algorithmus mit W^2 als Massenskala eine Kompensation dieses Effektes.

Die Effekte der Strahlungskorrekturen auf die Jetraten werden aus dem Vergleich der Jetraten für mit DJANGO generierte Ereignisse mit und ohne Strahlungskorrekturen abgeleitet. Bei dieser Generatorstudie werden nur Bremsstrahlungsphotonen mit einem Winkel von $\theta_\gamma > 177^0$ berücksichtigt. Energie und Impuls von Photonen, die mit dem gestreuten Elektron einen Öffnungswinkel kleiner als 7^0 besitzen, werden zu diesem hinzuaddiert. Dieser Winkel entspricht etwa der Winkelüberdeckung eines BEMC-Moduls vom Wechselwirkungspunkt aus gesehen. Die Strahlungskorrektur für die 2+1 Jetrate bei einem y_{cut} von 0.02 in Abhängigkeit von Q^2 wird in Abbildung 6.10 gezeigt. Dabei wird Q^2 aus dem Impuls des gestreuten Elektrons berechnet, sodaß die aus der Fehlbestimmung von Q^2 für radiative Ereignisse resultierenden Effekte enthalten sind. Für kleine Q^2 ist kein Effekt der Strahlungskorrekturen festzustellen. Nur für $Q^2 > 1000\,GeV^2$ erhöht sich die 2+1 Jetrate durch Einbeziehung der Strahlungskorrekturen um 5% bis 10%. Da die in dieser Analyse verwendeten Daten überwiegend ein $Q^2 < 1000\,GeV^2$ besitzen, kann der Effekt der Strahlungskorrekturen hier vernachlässigt werden.

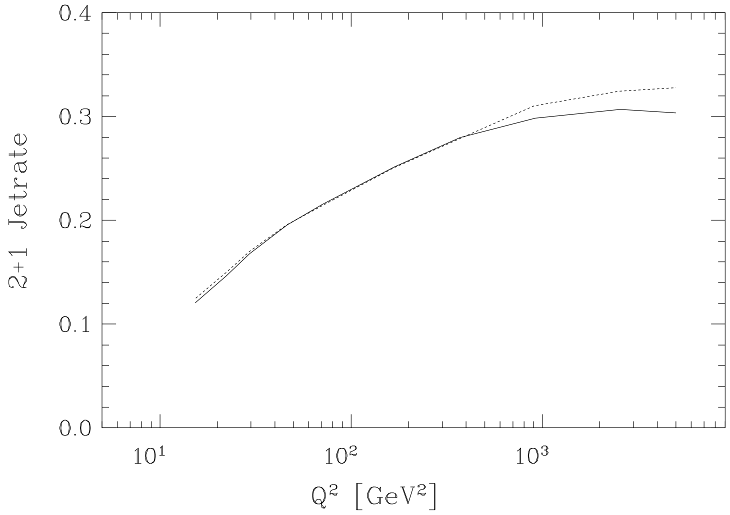


Abb. 6.10: *Die 2+1 Jetrate für Monte-Carlo-Ereignisse mit Strahlungskorrekturen (···) und für Monte-Carlo-Ereignisse ohne Strahlungskorrekturen (—) in Abhängigkeit von Q^2, für Ereignisse, die in dem kinematischen Bereich $W^2 > 5000\,GeV^2$ und $y < 0.5$ liegen.*

Eine entsprechende Studie der Strahlungskorrektureffekte für Monte-Carlo-Ereignisse nach einer vollen Detektorsimulation wurde ebenfalls durchgeführt, allerdings mit einer aus Rechenzeitgründen begrenzten Monte-Carlo-Datenmenge. Die Ergebnisse dieser Studie bestätigen die oben erhaltenen Ergebnisse innerhalb der statistischen Fehler.

6.1.5 Einfluß der Strukturfunktionen

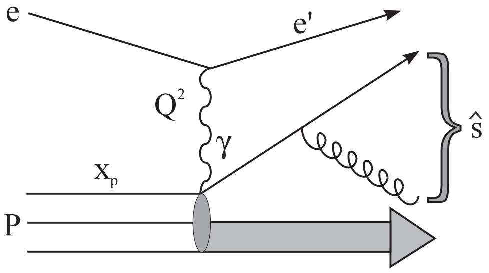


Abb. 6.11: *2+1 Jetereignis*

Die von QCD-Rechnungen vorhergesagten Jetraten hängen von den Partonstrukturfunktionen des Protons ab. Insbesondere ist die Gluonstrukturfunktion bei kleinem Q^2 wichtig, da hier der größte Teil der 2+1 Jetereignisse von der Boson-Gluon-Fusion herrührt (siehe Kapitel 1). Die Partonstrukturfunktionen gehen in die Vorhersage für die 2+1 Jetrate in zweierlei Weise ein. Der 2+1 Jetwirkungsquerschnitt ist proportional zu den Partonstrukturfunktionen. Dabei kann für 2+1 Jetereignisse das Bjorken-x nicht mehr als Impulsanteil des Partons am Proton interpretiert werden. Für den Impulsanteil x_p des Partons, das am harten Subprozeß teilnimmt (Abb. 6.11), gilt:

$$x_p = x\left(1 + \frac{\hat{s}}{Q^2}\right)$$

wobei $\hat{s}$ die invariante Masse der beiden Jets (ohne den Protonrestjet) bezeichnet. Dieses kann mit $Q^2 \simeq \frac{x}{1-x}W^2$ umgeformt werden zu:

$$\begin{aligned} x_p &= x\left(1 + \left(\frac{1-x}{x}\right)\hat{s}\,W^2\right) && (6.1)\\ &\geq x + (1-x)y_{cut} \sim y_{cut} \qquad \text{für kleine } x, && (6.2) \end{aligned}$$

da durch den JADE-Algorithmus gefordert wird, daß die Jets eine invariante Masse größer als $y_{cut}W^2$ haben. Daraus folgt, daß für den 2+1 Jetwirkungsquerschnitt die Strukturfunktionen nur für $x > y_{cut}$ eingehen. Dagegen enthält die 2+1 Jetrate:

$$R_{2+1} = \frac{\sigma_{2+1}(x, Q^2)}{\sigma(x, Q^2)}$$

im Nenner den zu F_2 proportionalen totalen Wirkungsquerschnitt, der, abhängig von dem kinematischen Bereich, auch von kleineren x abhängt. Die in Abschnitt 4.3 selektierten Ereignisse besitzen x-Werte bis $x = 10^{-4}$.

In Abbildung 6.12 sind die Partonstrukturfunktionen der MRSDO- und MRSD-Parametrisierungen [83] dargestellt. Für $x > 0.02$ unterscheiden sich die Partonstrukturfunktionen nur wenig. Im x-Bereich zwischen 10^4 und 10^2 basieren die Partonstrukturfunktionen auf der Extrapolation von Fixed-Target-Daten und sind sehr unterschiedlich. Allerdings folgt die Gluonstrukturfunktion nur indirekt aus den F_2-Messungen durch eine QCD-Anpassung der Q-Abhängigkeit von F_2 an die von den Altarelli-Parisi-Gleichungen vorhergesagte Q-Abhängigkeit. Die Übereinstimmung der verschiedenen Parametrisierungen der Gluonstrukturfunktion für $x > 0.02$ kann deshalb nicht als Genauigkeit der Kenntnis der Gluonstrukturfunktion gewertet werden (siehe unten).

In Abbildung 6.13 ist sowohl die 2+1 Jetrate als auch der 2+1 Jetwirkungsquerschnitt für die beiden Parametrisierungen MRSD0 und MRSD- in Abhängigkeit von y_{cut} dargestellt. Für $y_{cut} > 0.02$ hängt der 2+1 Wirkungsquerschnitt nur noch wenig von der Parametrisierung ab, während die 2+1 Jetrate auch in diesem Bereich für beide Parametrisierungen unterschiedlich ist. Ereignisse mit hohem Q^2 sind aus kinematischen Gründen auch auf größere x-Werte beschränkt (Abb. 4.2), sodaß für diesen Bereich auch die 2+1 Jetrate weniger von den Partonparametrisierungen abhängt (Abb. 6.14).

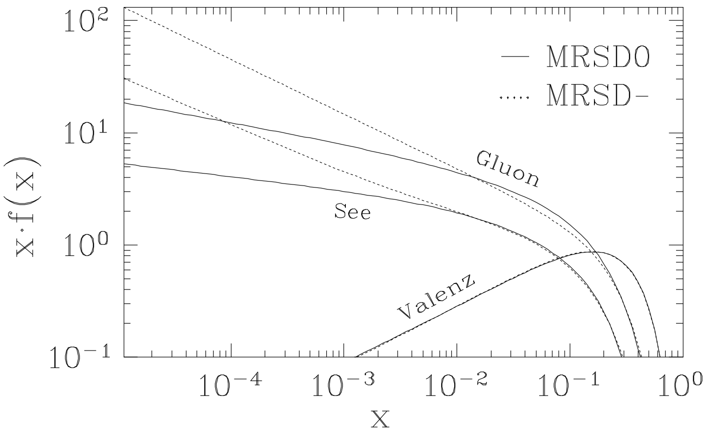


Abb. 6.12: *Die Partonstrukturfunktionen für die MRDS0 und MRSD- Parametrisierungen*

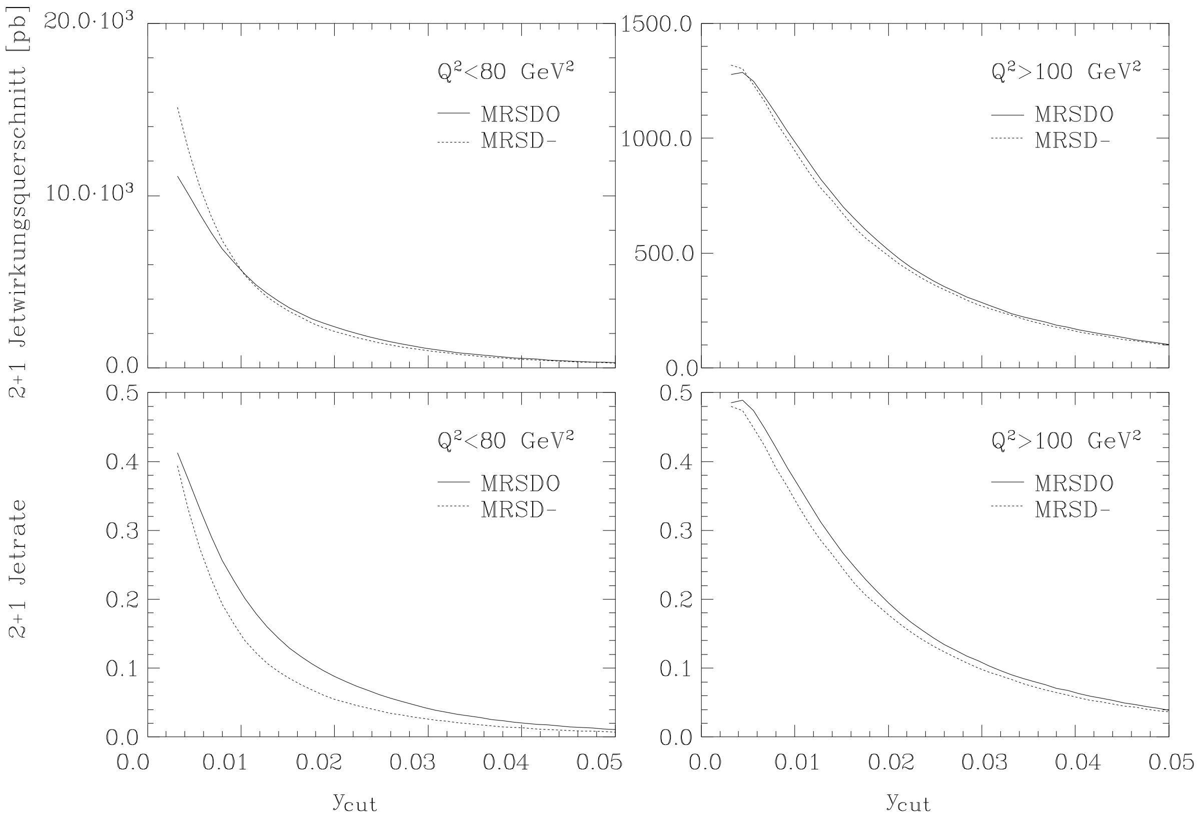


Abb. 6.13: *2+1 Wirkungsquerschnitt und 2+1 Jetrate für die MRDS0 und MRSD- Parametrisierungen in Abhängigkeit von y_{cut} für Monte-Carlo-Ereignisse mit kleinem und großem Q^2.*

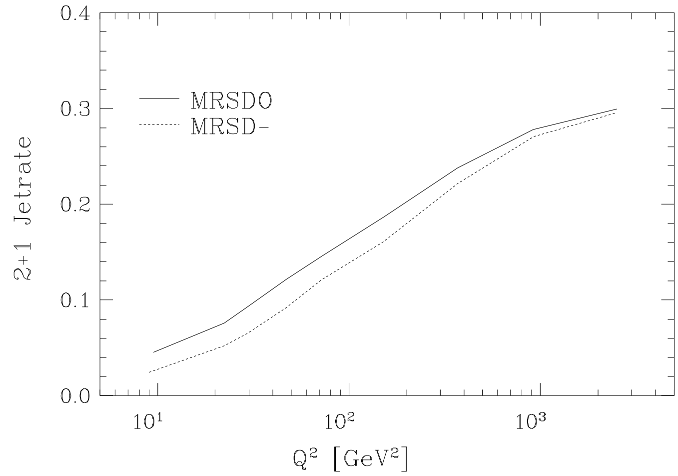


Abb. 6.14: *Die 2+1 Jetrate für die MRDS0 und MRSD- Parametrisierungen in Abhängigkeit von Q^2.*

Einfluß der Gluonstrukturfunktion

Um den Einfluß des Fehlers der Gluonstrukturfunktion auf die Jetraten zu ermitteln, wird im Folgenden Bezug genommen auf die Bestimmug der Gluonstrukturfunktion von der NMC-Kollaboration [90]. Dort wird die Gluonstrukturfunktion durch eine QCD-Anpassung der Q-Abhängigkeit der Singulettstrukturfunktion F^S an die von den Altarelli-Parisi-Gleichungen vorhergesagte Q-Abhängigkeit erhalten:

$$\frac{F^S(x,Q^2)}{d\ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi}\left[\int_x^1 \frac{dy}{y}P_{qq}\left(\frac{x}{y}\right)F^S(y,Q^2) + 2f\int_x^1 \frac{dy}{y}P_{qg}\left(\frac{x}{y}\right)G(y,Q^2)\right],$$

mit

$$F^S(x,Q^2) = \sum_{i=1}^{f}\left\{q_i(x,Q^2) + \bar{q}_i(x,Q^2)\right\},$$

wobei q_i die Partonstrukturfunktionen , G die Gluonstrukturfunktion und f die Anzahl der aktiven Flavour bezeichnet.

Parameter	untere Grenze	Zentralwert	obere Grenze
C	3.733	3.781	5.332
η	6.391	7.427	10.61
c_1	0.205	-0.105	-1.515
c_2	0.068	0.385	2.679
c_3	-0.029	-0.283	-1.669

Tab. 6.1: *Die Parameter der von der NMC-Kollaboration bestimmten Parametrisierung der Gluonstrukturfunktion.*

Die von der NMC-Kollaboration erhaltene Gluonstrukturfunktion ist in Abbildung 6.15 dargestellt. Der Fehler ist als Band eingezeichnet. Für die Gluonstrukturfunktion wurde von der NMC-Kollaboration folgende Paramatrisierung für $Q_0^2 = 7\,GeV^2$ gewählt:

$$xG(x,Q_0^2) = C(1-x)^\eta(1 + c_1 w + c_2 w^2 + c_3 w^3) \;\text{ mit }\; w = 0.1ln(1 + e^{10-100x}).$$

Die durch Anpassung erhaltenen Werte für die Parameter und deren Fehler sind in Tabelle 6.1 aufgeführt.

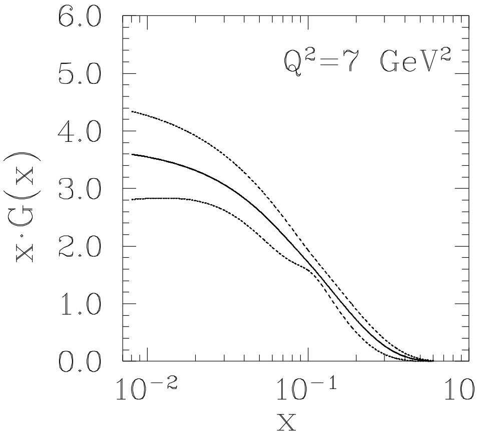


Abb. 6.15: *Die von der NMC-Kollaboration bestimmte Gluonstrukturfunktion mit Fehlerband.*

Um den Einfluß der errechneten Fehlerbreite der Gluonstrukturfunktion auf die 2+1 Jetrate zu ermitteln, wurde diese Parametrisierung mit dem Zentralwert der Parameterwerte sowie deren untere und obere Grenze gemäß den Altarelli-Parisi-Gleichungen in Q^2 entwickelt und die so erhaltenenen Gluonstrukturfunktionen im LEPTO-MEPS-Monte-Carlo Generator verwendet. Die Entwicklung der Gluonstrukturfunktionen in Q^2 wurde mit Hilfe des Programms von Wu-Ki Tung [91] vorgenommen. Die aus den LEPTO-MEPS-Ereignissen mit dem JADE-Algorithmus bei $y_{cut} = 0.02$ erhaltene Änderung der 2+1 Jetrate bei Variation der Gluonstrukturfunktion innerhalb der angegebenen Fehler ist in Abbildung 6.16 in Abhängigkeit von Q^2 dargestellt. Für Ereignisse mit kleinem Q^2 beträgt die Variation etwa 10%. Für große Q^2 wird der Einfluß der Fehler der Gluonstrukturfunktion geringer, da die Anzahl der gluoninitiierten 2+1 Jetereignisse mit steigendem Q^2 abnimmt.

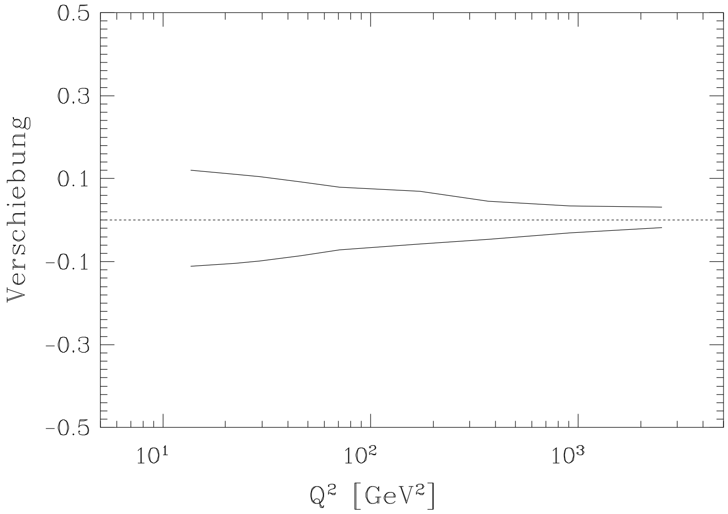


Abb. 6.16: *Die relative Änderung der 2+1 Jetrate bei Variation der von der NMC-Kollaboration bestimmten Gluonstrukturfunktion innerhalb deren Fehler in Abhängigkeit von Q^2*

6.2 Experimentelle Unsicherheiten

6.2.1 Detektorwinkelakzeptanz

Durch Einführung des Pseudoteilchens ist die mit dem JADE-Algorithmus rekonstruierte 2+1 Jetrate weitgehend insensitiv gegenüber dem Verlust des Protonrestjets im Strahlrohr. Allerdings wird bei den meisten 2+1 Jetereignissen, besonders bei Ereignissen mit kleinem Q^2, einer der beiden übrigen Jets mit kleinem Polarwinkel rekonstruiert ($< \theta_{jet} > \approx 8^0$). Im Folgenden wird der Effekt der Akzeptanzlücke in Vorwärtsrichtung auf die Rekonstruktion der 2+1 Jetrate untersucht.

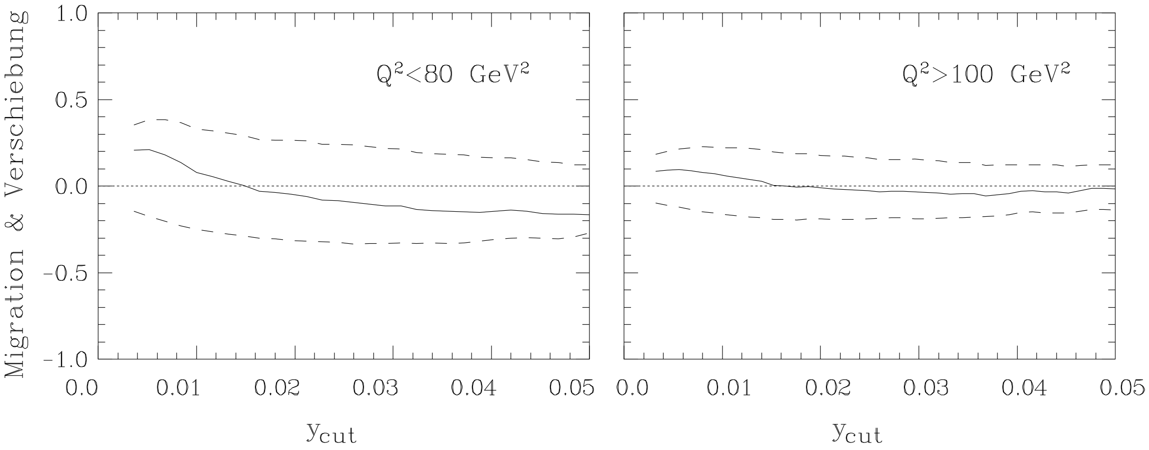


Abb. 6.17: *Einfluß der Akzeptanz auf die 2+1 Jetrate in Abhängigkeit von y_{cut} Monte-Carlo-Ereignisse mit kleinem und großem Q^2.*

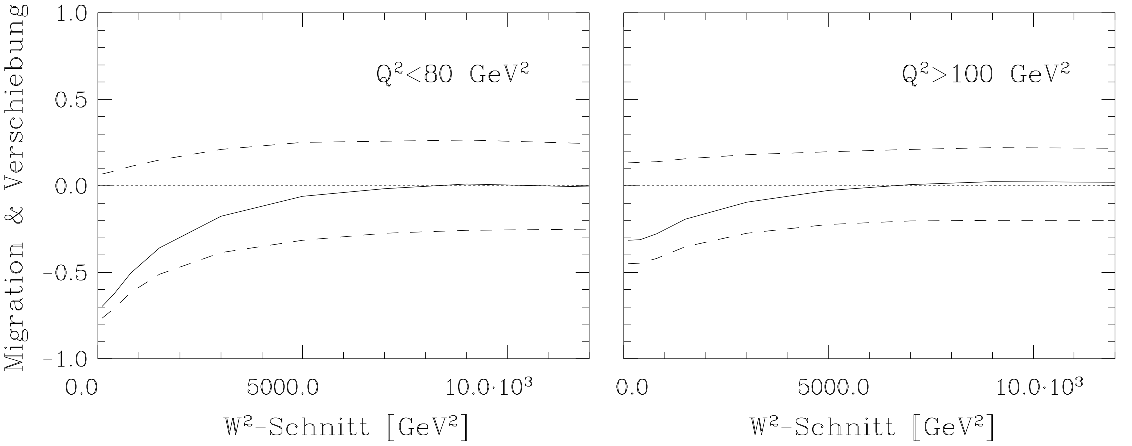


Abb. 6.18: *Migration (- - -) und Verschiebung (—) der 2+1 Jetrate durch Akzeptanzeffekte in Abhängigkeit des W^2-Schnittes für Monte-Carlo-Ereignisse mit kleinem und großem Q^2.*

In Abbildung 6.17 ist die Verschiebung und die Migration der 2+1 Jetrate aufgrund der Akzeptanzlücke in Vorwärtsrichtung von 4.7^0 in Abhängigkeit von y_{cut} dargestellt. Bei ausreichend großer Jet-Jet-Separation für y_{cut} -Werte größer als 0.02 ist die Verschiebung der 2+1 Jetrate gering. Die Jet-Jet-Separation hängt bei festem y_{cut} von der Massenskala im JADE-Algorithmus , W^2, ab. Für $y_{cut} = 0.02$ und $W^2 \geq 5000\,GeV^2$ ist der Effekt der

Akzeptanzlücke ebenfalls klein (Abb. 6.18). Werden auch Ereignisse mit $W^2 < 5000\,GeV^2$ mit einbezogen, so ergibt sich ein deutlicher Verlust von 2+1 Jetereignissen durch die Akzeptanzlücke in Vorwärtsrichtung. Somit wird der in der Datenselektion gewählte Schnitt von $W^2 \geq 5000\,GeV^2$ bestätigt.

Abbildung 6.19 zeigt, daß die 2+1 Jetrate für $y_{cut} = 0.02$ und $W^2 > 5000\,GeV^2$ gegenüber Akzeptanzlücken bei etwa 5^0 unempfindlich ist. Ebenfalls in Abbildung 6.19 ist die Abhängigkeit der 2+1 Jetrate von einem Akzeptanzschnitt in Vorwärtsrichtung für die Daten und das LEPTO-MEPS-Monte-Carlo nach einer vollen Detektorsimulation dargestellt. Bis ca. 7^0 ist die 2+1 Jetrate weitgehend unabhängig von dem Akzeptanzschnitt. Aufgrund der Schauerbreite in den Kalorimetern ist die 2+1 Jetrate hier für einen größeren Bereich insensitiv auf den Akzeptanzschnitt.

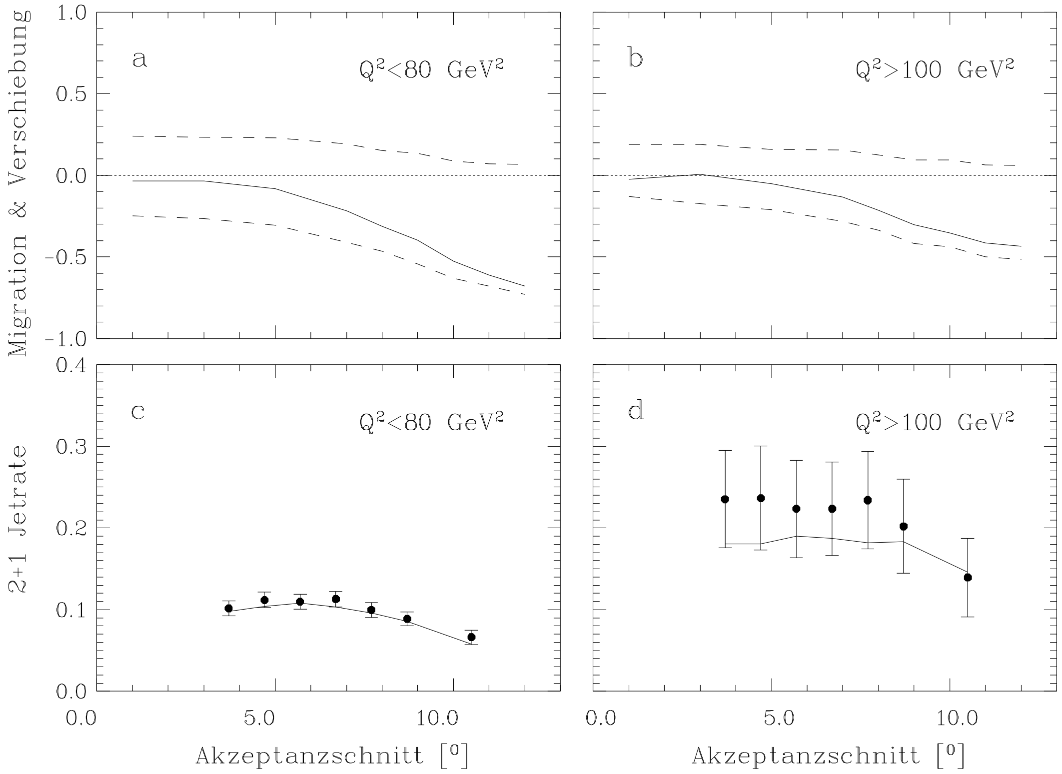


Abb. 6.19: *a), b) Migration (- - -) und Verschiebung (—) der 2+1 Jetrate durch Akzeptanzeffekte in Abhängigkeit vom Akzeptanzschnitt im Polarwinkel θ für Monte-Carlo-Ereignisse auf Generatorniveau.*
c) d) Die 2+1 Jetrate in Abhängigkeit von dem Akzeptanzschnitt für die selektierten Daten (●) und das LEPTO-MEPS-Monte-Carlo (—) nach einer vollen Detektorsimulation.

6.2.2 Kalorimeterauflösung

Die endliche Kalorimeterauflösung bewirkt eine endliche Auflösung der invarianten Massen m_{ij} im JADE-Algorithmus und führt somit zu Auflösungseffekten bei der Bestimmung des Abbruchparameters y_{cut} . Aus der Krümmung der Kurve, die die Abhängigkeit der 2+1 Jetrate von y_{cut} beschreibt, folgt, daß durch Auflösungseffekte eine Erhöhung der 2+1 Jetrate entsteht.

Um Auflösungseffekte zu untersuchen, wurden in einer Monte-Carlo-Studie auf Generatorniveau die Hadronenergien gemäß einer Gaußverteilung mit der Breite $\sigma/E = A/\sqrt{E}$ „verschmiert". Die Abhängigkeit der Migration und Verschiebung der 2+1 Jetrate für $y_{cut} = 0.02$ von dem Auflösungsparameter A ist in Abbildung 6.20 dargestellt. Mit zunehmendem Impulsübertrag Q^2 werden die Jets energiereicher und die aus der Samplingsstruktur der Kalorimeter resultierende Auflösung verbessert sich. In Abbildung 6.21 ist der Einfluß einer Auflösung vom $\sigma/E = 50\%/\sqrt{E}$ auf die 2+1 Jetrate in Abhängigkeit von Q^2 dargestellt.

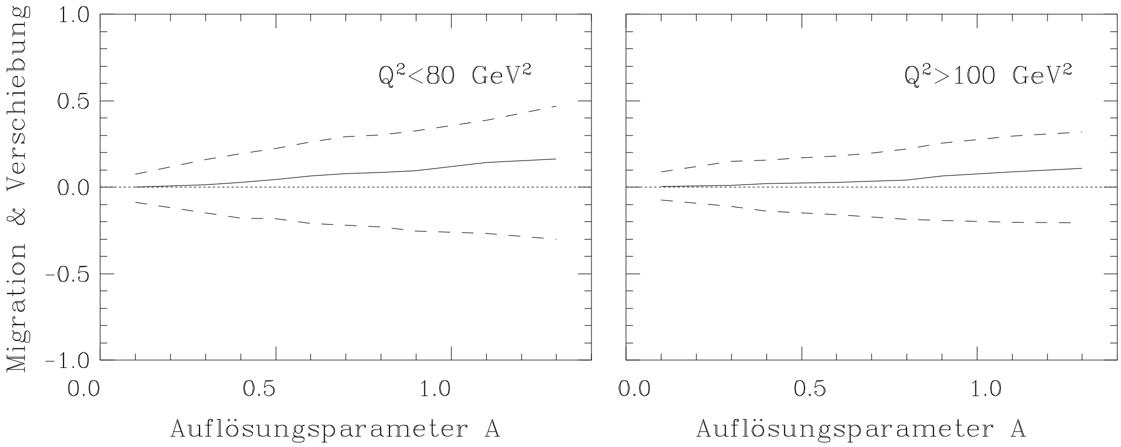


Abb. 6.20: *Migration (- - -) und Verschiebung (—) der 2+1 Jetrate durch die Kalorimeterauflösung in Abhängigkeit von der Auflösung A für* $\sigma/E = A/\sqrt{E}$.

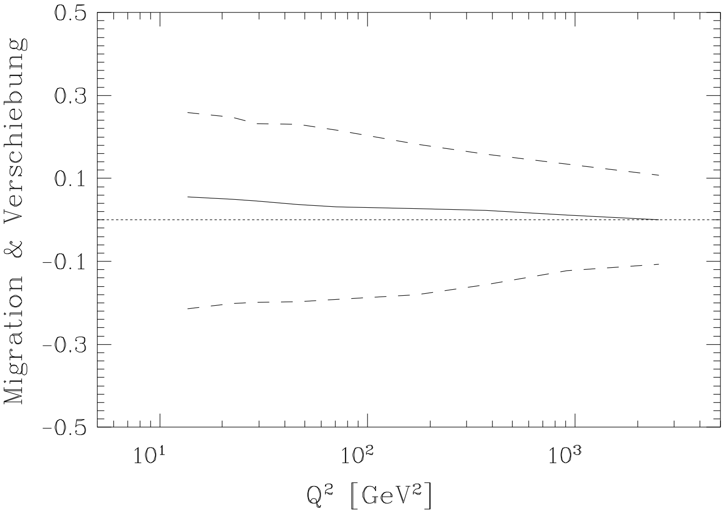


Abb. 6.21: *Migration (- - -) und Verschiebung (—) der 2+1 Jetrate durch eine Kalorimeterauflösung von* 50% *in Abhängigkeit von* Q^2.

Die Auflösung des Flüssig-Argon-Kalorimeters wurde in Testmessungen zu $\sigma/E = 50\%/\sqrt{E}$ bestimmt [92, 93, 94]. Durch Monte-Carlo-Studien mit einer detailierten Simulation des Kalorimeters ergab sich für Jets mit Energien über $5\,GeV^2$ eine Auflösung in dieser Größe [95]. Allerdings hat in dieser Analyse ein Großteil der mit dem JADE-Algorithmus bei $y_{cut} = 0.02$ gefundenen Jets eine Energie deutlich unter $5\,GeV$ (siehe

Abschnitt 8.1), sodaß aufgrund des Rauschens des Kalorimeters und durch das Rauschunterdrückungsverfahren (Abschnitt 3.2) für niederenergetische Jets eine schlechtere Auflösung zu erwarten ist.

Eine grobe experimentelle Überprüfung der Auflösung aus den Daten kann man aus der Transversalimpulsbalance des gestreuten Elektrons und des hadronischen Systems erhalten. Die Projektion der transversalen Energie des hadronischen Systems auf die Elektronrichtung in der xy-Ebene, $E_T^{||} = \sum_{Zellen} E_i cos\phi_i sin\theta_i$ sollte gleich der negativen transversalen Energie des gestreuten Elektrons sein. Der Beitrag der Energieauflösung $\sigma_{E_i} = A \cdot \sqrt{E_i}$ zu $E_T^{||}$ ist durch [97]:

$$\sigma_{p_{T_i}^{||}} = A\sqrt{E_i} cos\phi_i sin\theta_i$$

gegeben und über alle Zellen quadratisch summiert:

$$\sigma_{p_T^{||}} = \sum_{Zellen} A\sqrt{E_i cos^2\phi_i sin^2\theta_i}.$$

Die Verteilung:

$$\frac{(E_T^{||} + p_t^e)}{\sum_{Zellen} \sqrt{E_i cos^2\phi_i sin^2\theta_i}}$$

ist in Abbildung 6.22 für die Daten mit kleinem und großem Q^2 dargestellt. Aufgrund von Energieverlusten, überwiegend in rückwärtiger Richtung, ergibt sich eine Verschiebung der Verteilungen gegenüber dem Ursprung. Die Breite der Verteilungen, durch Anpassung einer Gaußverteilung ermittelt, ist aufgrund oben angesprochener Effekte größer als 50% (99% bzw. 81% siehe Abbildung 6.22). Allerdings nähert sich die Breite für Ereignisse mit großem Q^2 dem erwarteten Wert. Für die Abschätzung eines systematischen Fehlers wird deshalb ein Fehler in der Kalorimeterauflösung von ±20% angenommen, was zu einem Fehler in der 2+1 Jetrate von 5% bzw. 2% für Ereignisse mit kleinem und großem Q^2 führt (Abbildung 6.20).

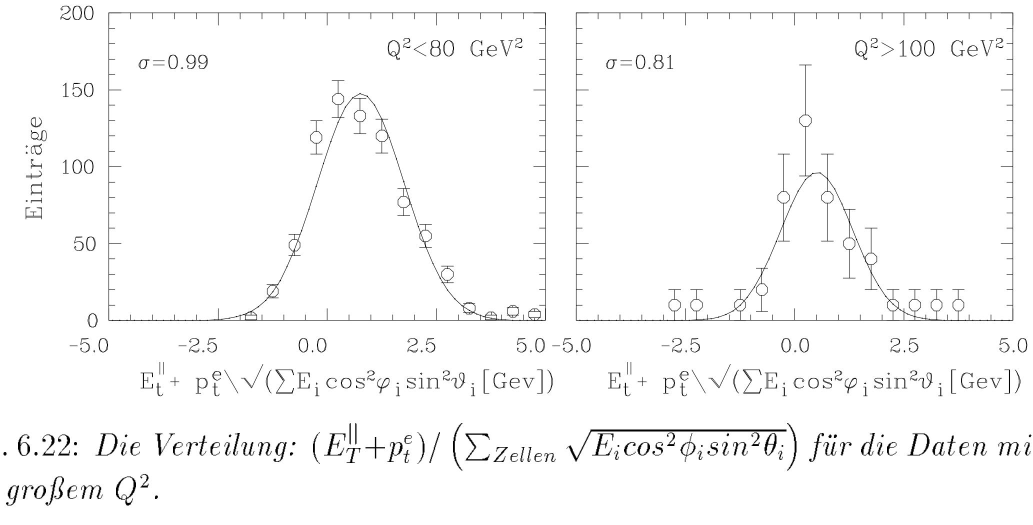


Abb. 6.22: *Die Verteilung:* $(E_T^{||}+p_t^e)/\left(\sum_{Zellen} \sqrt{E_i cos^2\phi_i sin^2\theta_i}\right)$ *für die Daten mit kleinem und großem* Q^2*.*

6.2.3 Einfluß der Rauschunterdrückung im Kalorimeter

Wie im Abschnitt 3.2 erwähnt, werden alle Zellen des Flüssig-Argon-Kalorimeters mit einem Signal kleiner als 2σ bzw. 4σ unterdrückt, wobei mit σ das mittlere Rauschsignal der jeweiligen Zelle bezeichnet ist und Werte zwischen $10\,MeV$ und $30\,MeV$ besitzt. Der Einfluß des Abschneidens von niederenergetischen Zellsignalen auf die Rekonstruktion von Jets mit dem JADE-Algorithmus wird untersucht, in dem für Daten und Monte-Carlo-Ereignisse nach einer vollen Detektorsimulation und Rekonstruktion zusätzlich Zellen mit Energien unter $60\,MeV$, $100\,MeV$ und $140\,MeV$ unterdrückt werden. In Abbildung 6.23 ist die mit dem JADE-Algorithmus bei $y_{cut} = 0.02$ rekonstruierte 2+1 Jetrate in Abhängigkeit von dem zusätzlichen Zellenergieschnitt dargestellt. Der Einfluß der Zellenergieschnitte ist moderat, sodaß auch zu erwarten ist, daß ebenfalls die Rauschunterdrückung keinen großen Einfluß auf die 2+1 Jetrate hat.

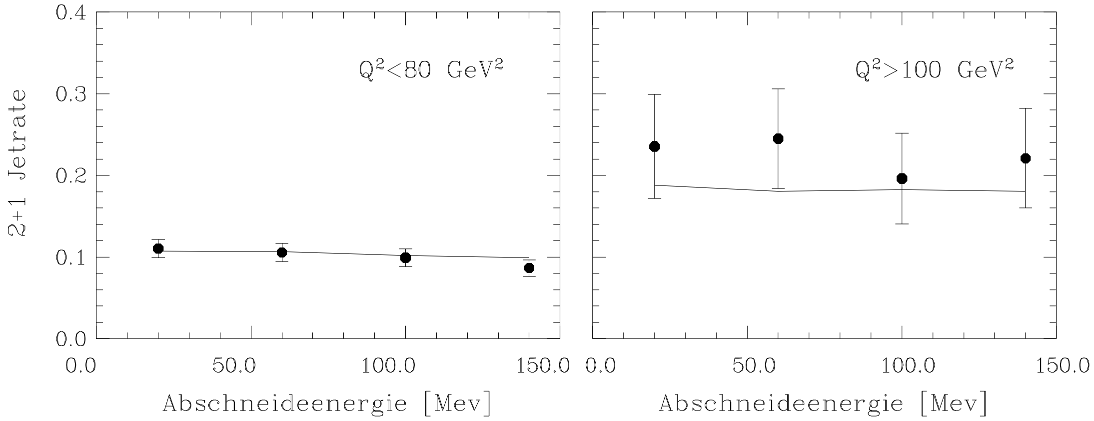


Abb. 6.23: *Die Abhängigkeit der 2+1 Jetrate von der Unterdrückung von Zellenergien für die Daten(●) und das Monte-Carlo (LEPTO-MEPS MRSD0) nach einer vollen Detektorsimulation (—).*

6.2.4 Energieskala der Kalorimeter

Eine Ungenauigkeit der absoluten Energieskala der Kalorimeter führt über die invariante Masse die Jets m_{ij} im JADE-Algorithmus zu einer Ungenauigkeit in der Zahl der rekonstruierten 2+1 Jetereignisse. Wie in Abschnitt 5.1.3 erläutert, wird ein Fehler in der Energieskala, der in die Größe m_{ij}^2 quadratisch eingeht, teilweise durch die Massenskala W im JADE-Algorithmus , $y_{cut} = \frac{m_{ij}}{W^2}$, kompensiert. Da aber bei der Bestimmung von W^2 nach Jaquet-Blondel die Energieskala linear eingeht, verbleibt ein zu der Skalenunsicherheit proportionaler Effekt. Die Kalibration des Flüssig-Argon-Kalorimeters ist derzeit mit einer Unsicherheit von 7% bekannt [96]. Damit errechnet sich ein systematischer Fehlereinfluß auf die 2+1 Jetrate von 7%. Eine Verifikation kann man dadurch erhalten, daß die Energieskala der Kalorimeterzellen um ±7% variiert wird. Die dadurch entstehende Änderung der 2+1 Jetrate ist in Abbildung 6.24 für Daten und das LEPTO-MEPS-Monte-Carlo nach voller Detektorsimulation dargestellt. Die Änderung der 2+1 Jetrate ist, innerhalb der Statistik, mit ±7% verträglich.

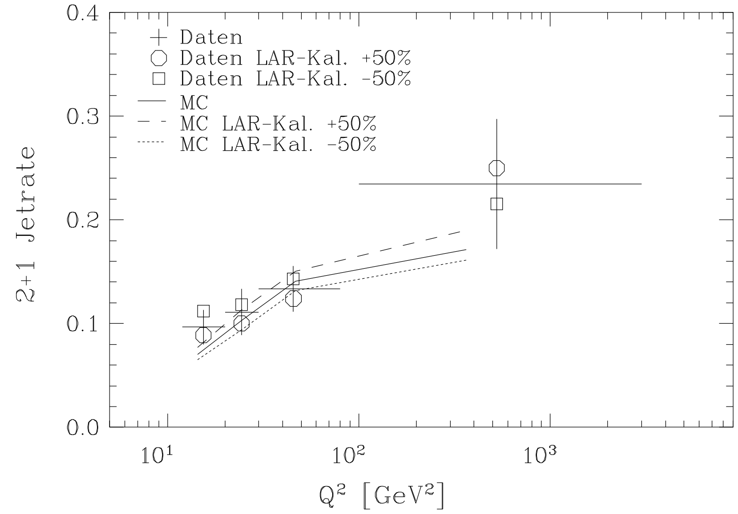


Abb. 6.24: *Verschiebung der 2+1 Jetrate in den selektierten Daten und für das LEPTO-MESP-Monte-Carlo nach einer vollen Detektorsimulation durch eine Verschiebung der Energieskala von ±7% in Abhängigkeit von Q^2*

6.2.5 Einfluß der hadronischen Energiemessung im BEMC

Aus Abbildung 8.2 geht hervor, daß, besonders für Ereignisse mit kleinem Q^2 (entsprechend kleinem x), der gestreute Jet bei 1+1 Jetereignissen bzw. einer der beiden Jets bei 2+1 Jetereignissen teilweise in den rückwärtigen Teil des H1-Detektors gestreut wird. Da das rückwärtige Kalorimeter (BEMC) aufgrund seiner geringen Tiefe in hadronischen Wechselwirkungslängen nicht geeignet ist, die Energie von Hadronen zu messen, und auch nach Hinzunahme des instrumentierten Eisens zur hadronischen Energiemessung eine große Unsicherheit verbleibt, werden mögliche Effekte bei der Bestimmung der Jetraten im Folgenden untersucht.

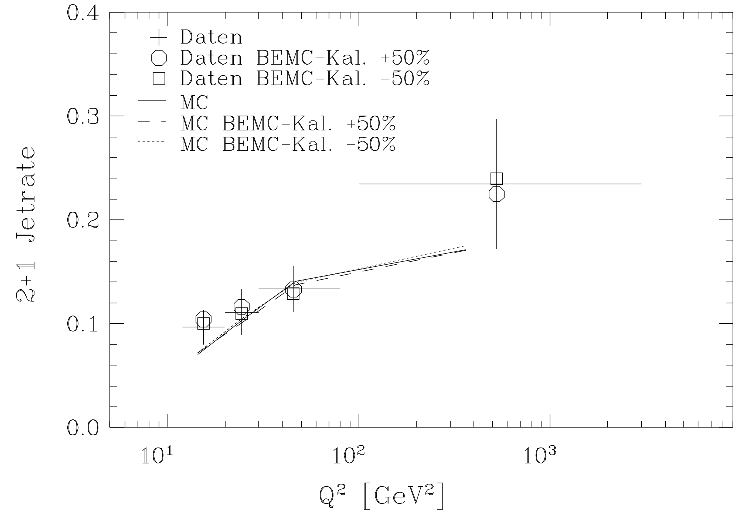


Abb. 6.25: *Einfluß einer Variation der BEMC-Energieskala von ±50% auf die 2+1 Jetrate in Abhängigkeit von Q^2 für die Daten und das LEPTO-MEPS-Monte-Carlo nach einer vollen Detektorsimulation.*

Zur Untersuchung dieser Effekte wird bei Monte-Carlo-Ereignissen, nach einer vollen

Detektorsimulation und Rekonstruktion, die Kalibration des BEMC um ±50% variiert. Die Auswirkung dieser Variation auf die 2+1 Jetrate ist in Abbildung 6.25 dargestellt. Die Variation der 2+1 Jetrate ist kleiner als 5%. Die geringe Abhängigkeit der 2+1 Jetrate von großen Energieskalenunsicherheiten im rückwertigen Bereich ist wiederum auf die im JADE-Algorithmus benutzte Massenskala W_{JB} zurückzuführen, die den Effekt größtenteils kompensiert. Da bei der Bestimmung von W^2 nach der Jaquet-Blondel-Methode der rückwärtige Energiefluß mit hohem Gewicht eingeht, ist hier die Kompensation fast vollständig. Dieselbe Untersuchung für die selektierten Daten führt, innerhalb der statistischen Fehler, zum gleichen Ergebnis.

6.2.6 Energiefluß in Vorwärtsrichtung

In Abbildung 6.26 ist der Energiefluß von Monte-Carlo-Ereignissen vor und nach einer vollen Detektorsimulation dargestellt. Der Vergleich zwischen dem generierten Energiefluß und dem Energiefluß nach der Detektorsimulation zeigt einen Energieverlust in Rückwärtsrichtung, dessen Einfluß auf die Jetrekonstruktion im vorherigen Abschnitt untersucht wurde. Außerdem ist in Vorwärtsrichtung ein stark erhöhter Energiefluß von simulierten gegenüber generierten Ereignissen zu erkennen. Die Ursache für diesen Effekt sind Teilchen, die Material in der Vorwärtsrichtung außerhalb der Detektorakzeptanz treffen und durch sekundäre Wechselwirkung einen zusätzlichen Energiefluß in den Detektor verursachen.

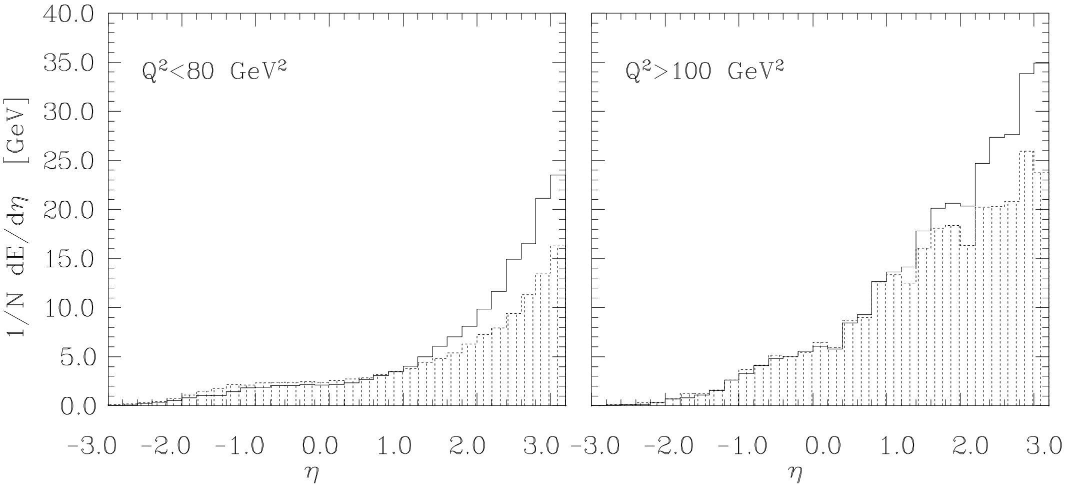


Abb. 6.26: *Energiefluß für Monte-Carlo-Ereignisse vor und nach einer vollen Detektorsimulation für die Ereignisse mit kleinem und großem Q^2.*

In Abbildung 6.27 ist der Vorwärtsbereich des H1-Detektors abgebildet, und in Abbildung 6.28 die Stärke des inaktiven Materials in hadronischen Wechselwirkungslängen für kleine Polarwinkel. Zum inaktiven Material in diesem Bereich tragen das Strahlrohr, das unter spitzem Winkel getroffen wird und deshalb einen Beitrag zum inaktiven Material liefert, sowie ein Wolframkollimator (C4) und der Flüssig-Argon-Kryostat bei. Der minimale Winkel, den ein Teilchen besitzen muß, um den aktiven Bereich des Flüssig-Argon-Kalorimeters zu treffen, beträgt etwa 3.7^0.

Es wurden Monte-Carlo-Ereignisse, in dem der Datenselektion entsprechenden kinematischen Bereich, generiert und nur Teilchen mit einem Polarwinkel kleiner als 3.7^0

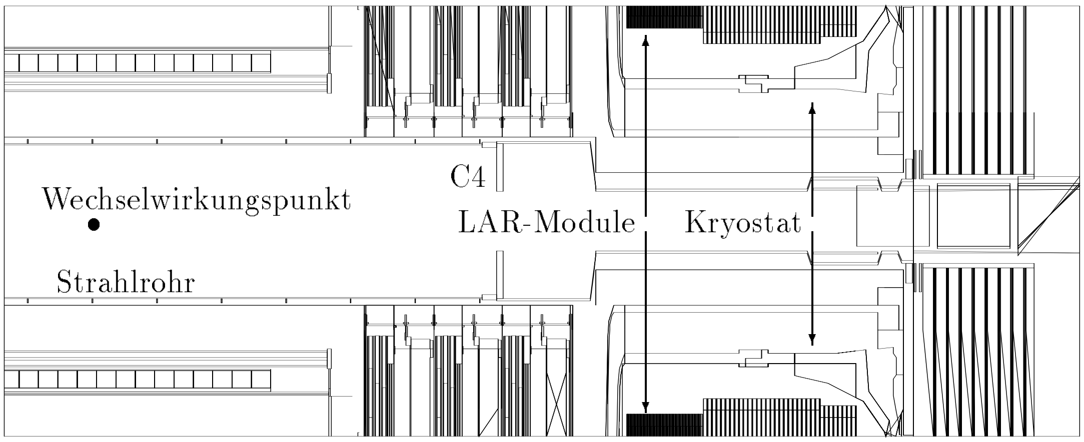


Abb. 6.27: *Der Vorwärtsbereich des H1-Detektors gemäß der in der Detektorsimulation implementierten Geometrie.*

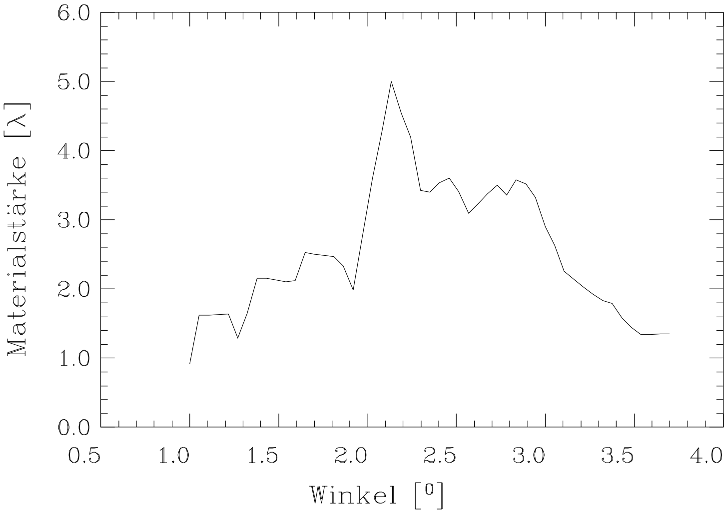


Abb. 6.28: *Stärke des toten Materials vor den Kalorimetern in Einheiten der hadronischen Wechselwirkungslänge.*

einer Detektorsimulation und Rekonstruktion unterzogen. Dabei wurde in der Detektorsimulation zur Simulation der hadronischen Schauer neben dem Programm GEISHA [98], das sonst in dieser Analyse für die Detektorsimulation benutzt wurde, auch das Programm FLUKA [99] verwendet. Der durch den oben beschriebenen Effekt in den Kalorimetern sichtbare Energiefluß ist in Abbildung 6.29 dargestellt. Dieser Energiefluß entspricht der Differenz zwischen generiertem und simuliertem Energiefluß in Abbildung 6.26 und bestätigt somit, daß die Ursache für die Differenz oben erläuterter Effekt ist. Allerdings wird der Effekt bei Verwendung von FLUKA für die Schauersimulation um 30% vermindert.

Um die Auswirkung des zusätzlichen Energieflusses auf die Rekonstruktion von Jets mit dem JADE-Algorithmus zu untersuchen, wurden die von Teilchen mit $\theta < 3.7^0$ erzeugten Energiepositionen ereignisweise zu Monte-Carlo-Ereignissen auf Generatorniveau mit einem Akzeptanzschnitt in Vorwärtsrichtung von 4.7^0 addiert. Die mit diesen Ereignissen konstruierte 2+1 Jetrate wird mit der aus unveränderten Monte-Carlo-Ereignissen erhaltenen 2+1 Jetraten verglichen. Die sich aus der zusätzlichen Energie ergebene Migration und Verschiebung der 2+1 Jetrate ist in Abbildung 6.30 in Abhängigkeit von y_{cut} gezeigt.

Besonders für Ereignisse mit kleinem Q^2 und für kleine y_{cut} ergibt sich eine deutliche Erhöhung der 2+1 Jetrate. Für Ereignisse mit großem Q^2 ist die Auswirkung des Effektes gering. Die Abhängigkeit des Effektes von Q^2 ist in Abbildung 6.31 dargestellt. Bei der Rekonstruktion von W^2 geht der Effekt ebenfalls ein, so daß dadurch bei der Bestimmung der 2+1 Jetrate eine teilweise Kompensation stattfindet. Wie aus Abbildung 6.31 hervorgeht, verdoppelt sich der Einfluß der zusätzlichen Vorwärtsenergie auf die 2+1 Jetrate für Ereignisse mit kleinem Q^2, falls diese Kompensation nicht stattfindet.

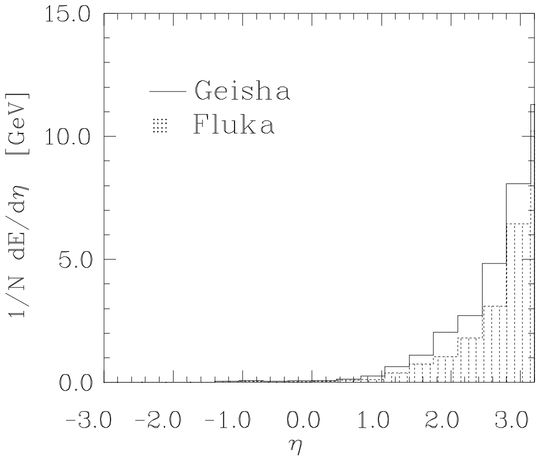


Abb. 6.29: *Energiefluß in den Kalorimetern durch aus dem Strahlrohr „herausleckende" Teilchen.*

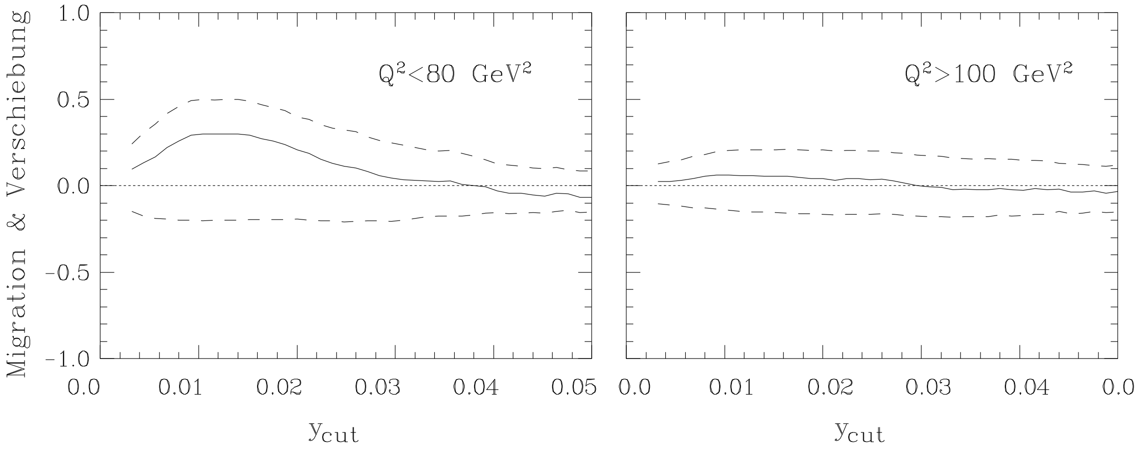


Abb. 6.30: *Einfluß der zusätzlichen Vorwärtsenergie auf die 2+1 Jetrate in Abhängigkeit von* y_{cut} .

Wird die in diesem „Toy-Modell" verwendete zusätzliche Vorwärtsenergie, entsprechend dem Unterschied zwischen GEISHA und FLUKA, um ± 30% variiert, so variiert die 2+1 Jetrate um etwa 5% bis 13%[1]. Dieses kann als Abschätzung eines systematischen Fehlers in der Datenanalyse angesehen werden, der durch den in diesem Abschnitt behandelten Effekt entsteht.

---

[1] Der Vergleich der 2+1 Jetrate für „ganze" Monte-Carlo-Ereignisse, die sowohl unter Verwendung von GEISHA als auch FLUKA einer Detektorsimulation unterzogen wurden, ergibt einen Unterschied in 2+1 Jetrate derselben Größe.

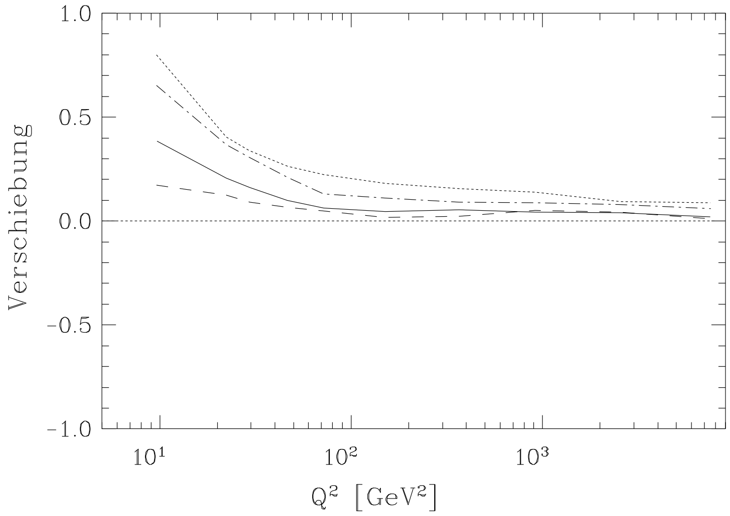


Abb. 6.31: *Einfluß der zusätzlichen Vorwärtsenergie auf die 2+1 Jetrate in Abhängigkeit von Q^2 (——). Ebenfalls dargestellt ist die Variation der 2+1 Jetrate bei Veränderung des Effektes um* ±30% *(-·-; ---) und bei fehlender Kompensation durch Einfluß des Effektes auf die Bestimmung von W^2 (···).*

6.2.7 Zusammenfassung der Detektoreffekte

Die Summe aller Detektoreffekte bei der Rekonstruktion der 2+1 Jetrate läßt sich durch eine vollständige Detektorsimulation und Rekonstruktion von Monte-Carlo-Ereignissen ermitteln. Verschiebung und Migration der 2+1 Jetrate aufgrund von Detektoreffekten sind in Abbildung 6.32 für LEPTO-MEPS-Ereignisse dargestellt. Die Verschiebung beträgt ca. 20% für Ereignisse mit kleinem Q^2 und 10% für Ereignisse mit großem Q^2. Die wesentlichen Beiträge zur Verschiebung und Migration der 2+1 Jetrate lassen sich allerdings schon durch die im „Toy-Modell" beschriebenen Effekte, i.e. eine Detektorakteptanz von 4.7^0 bis 172.5^0, eine Kalorimeterauflösung von $\sigma/E = 95\%/\sqrt{E}$ für Ereignisse mit kleinem Q^2 und $\sigma/E = 80\%/\sqrt{E}$ für Ereignisse mit großem Q^2 sowie eine Berücksichtigung der zusätzlichen Vorwärtsenergie, beschreiben. Die aus dem „Toy-Modell" erhaltene Verschiebung und Migration ist ebenfalls in Abbildung 6.32 dargetellt.

Ebenso wie beim Übergang Partonen→Hadronen läßt sich die Migration als Auflösung der Größe $y_{cut}(2+1 \rightarrow 1+1)$ darstellen. Diese ist in Abbildung 6.33 dargestellt. Bei $y_{cut} = 0.02$ ergibt sich eine Auflösung von ca. 0.011.

Die Modellabhängigkeit der Detektoreffekte wird in Abschnitt 8.2 untersucht, in dem die Daten hinsichtlich der Detektoreffekte korrigiert werden.

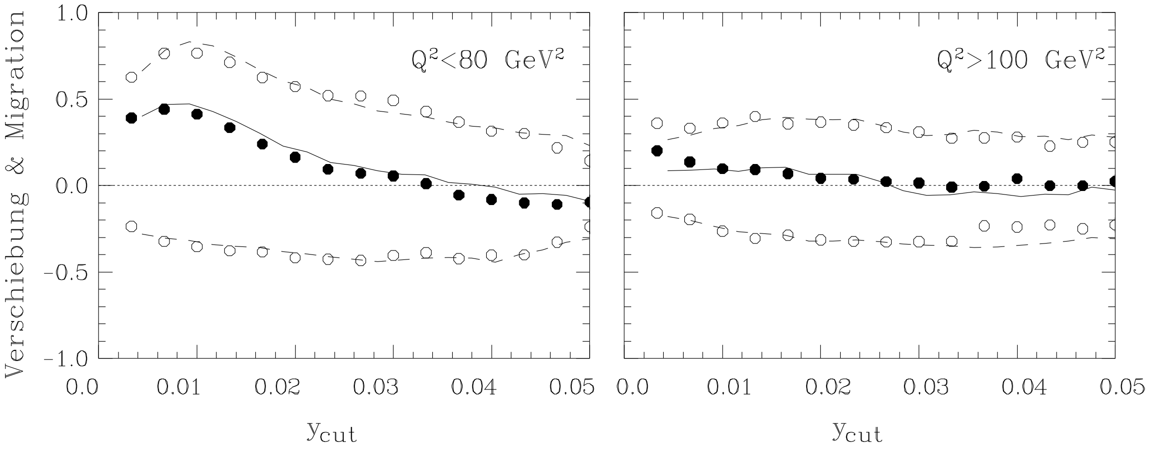


Abb. 6.32: *Migration (○) und Verschiebung (●) der 2+1 Jetrate durch Detektoreffekte Abhängigkeit von y_{cut} für Monte-Carlo-Ereignisse mit kleinem und großem Q^2. Ebenfalls eingezeichnet ist die Migration (- - -) und Verschiebung (—) wie durch das ,,Toy-Modell" beschrieben.*

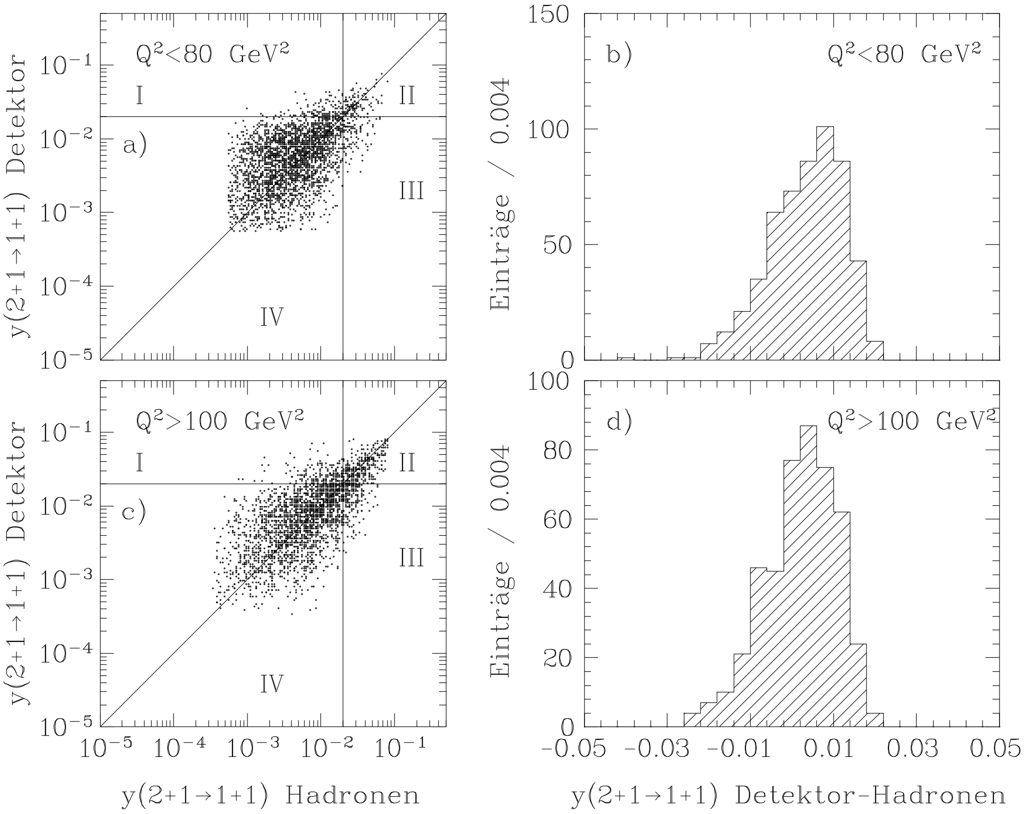


Abb. 6.33: *a), c)* y_{cut} *Wert bei dem ein Ereignis von der 2+1 in die 1+1 Jetklasse übergeht für Detektor- vs. Hadronniveau.*
b), d) Die Auflösung der Größe $y_{cut}(2+1 \rightarrow 1+1)$.

Kapitel 7

Andere Jetalgorithmen

Diese Analyse beruht im wesentlichen auf Jets, die mit dem JADE-Algorithmus rekonstruiert wurden. Alternative Cluster-Algorithmen, wie sie auch in der e^+e^--Streuung verwendet werden, sollen in diesem Kaptitel in Bezug auf Hadronisierungkorrekturen und auf den Einfluß der Detektoreffekte untersucht werden. Es wird dabei keine Verbesserung gegenüber dem JADE-Algorithmus festgestellt werden.

7.1 Alternative Formen des JADE-Algoritmus

Im JADE-Algorithmus wird als Auflösungskriterium die Größe $m_{ij}^2 = 2E_iE_j(1 - cos\theta_{ij})$ verwendet, die masselosen Teilchen entspricht. Bei der Rekombination zweier (Pseudo-) Teilchen werden aber die Vierervektoren addiert. Da das Ergebnis von QCD-Rechnungen für die Jetproduktion masselose Partonen sind, ist dort das Auflösungskriterium des JADE-Algorithmus gleich der korrekten invarianten Masse. Allerdings haben die im Experiment beobachteten Teilchen im allgemeinen eine Masse, und insbesondere sind die durch Rekombination enstandenen Pseudoteilchen im allgemeinen massiv. Alternativen des JADE-Algorithmus in Bezug auf das Auflösungskriterium sowie auf die Kombination der (Pseudo-) Teilchen werden in Abschnitt 7.1.1 untersucht.

Da im JADE-Algorithmus nicht die korrekte invariante Masse verwendet wird, ist dieser nicht exakt lorentzinvariant. Mit dem JADE-Algorithmus im hadronischen Schwerpunktsystem, statt im H1-Laborsystem, rekonstruierte Jetraten werden in Abschnitt 7.1.2 untersucht.

7.1.1 Verschiedene Rekombinationsschemata

Die drei verschieden Rekombinationsschemata E, $E0$, und P [100, 101] mit unterschiedlicher Behandlung der invarinaten Masse sind in nachfolgender Tabelle 7.1 zusammengestellt.

Der ursprüngliche JADE-Algorithmus wurde für die Untersuchung der unterschiedlichen Rekombinationsschemata entsprechend modifiziert. Für die Untersuchung wurden die Paarmassen m_{ij} ebenso wie beim JADE-Algorithmus mit der invarianten Masse des hadronischen Systems skaliert. In Abbildung 7.1 ist für die drei verschieden Rekombinationsschemata die Abhängigkeit der Jetraten von y_{cut} für Ereignisse mit kleinem und großem Q^2 dargestellt. Die Raten wurden nicht für Detektoreffekte korrigiert, und es sind

Algorithmus	Auflösungskriterium	Rekombinationsschema	Bemerkungen
E	$\frac{(p_i+p_j)}{W^2}$	$p_k = p_i + p_j$	lorentzinvariant
$E0$	$\frac{(p_i+p_j)}{W^2}$	$E_k = E_i + E_j$ $p_k = \frac{E_k}{\lvert p_i+p_j \rvert}(p_i + p_j)$	erhält $\sum E_i$ verletzt $\sum \vec{p}$
P	$\frac{(p_i+p_j)}{W^2}$	$\vec{p}_k = \vec{p}_i + \vec{p}_j$ $E_k = \lvert p_k \rvert$	erhält $\sum \vec{p}$ verletzt $\sum E_i$

Tab. 7.1: *Verschiedene Rekombinationsschemata des JADE-Algorithmus*

nur die statistischen Fehler eingezeichnet. Die Jetraten werden jeweils verglichen mit den Vorhersagen des LEPTO-MEPS-Monte-Carlo Modells auf Partonniveau, den Vorhersagen nach der Hadronisierung und den Vorhersagen nach der Simulation des H1-Detektors. Das E0-Rekombinationsschema ergibt nahezu identische Ergebnisse wie das JADE-Schema. Für das P-Schema ist die 2+1 Jetrate bei $y_{cut} = 0.02$ etwas geringer als beim JADE-Algorithmus, Hadronisierungseffekte und Detektoreffekte sind allerdings ähnlich. Die 2+1 Jetrate ist beim E-Schema für vergleichbare y_{cut} -Werte wesentlich höher als bei den anderen Schemata. Die Hadronisierungs- und Detektoreffekte sind deutlich größer. Diese Erbegnisse sind den bei e^+e^--Streuexperimenten erhaltenen [102] vergleichbar.

7.1.2 Der Jade-Algorithmus im CMS-System

Da das Auflösungskriterium im JADE-Algorithmus nur annähernd die invariante Masse zweier Teilchen beschreibt, ist er nicht exakt lorentzinvariant. Für das Studium des hadronischen Endzustandes ist das hadronische Schwerpunktsystem besonders anschaulich, da dort im Quark-Parton-Modell der Quarkjet in die $+z$-Richtung und der Protonrestjet in die $-z$-Richtung zeigt. Deshalb wird im Folgenden zur Untersuchung des Einflusses der nur näherungsweisen Lorentzinvarianz des JADE-Algorithmus eine Jetanalyse im hadronischen Schwerpunktsystem durchgeführt.

Die Abhängigkeit der Jetraten vom Auflösungsparameter y_{cut} ist für die Daten mit kleinem und mit großem Q^2 für den JADE-Algorithmus im hadronischen Schwerpunksystem in Abbildung 7.2 dargestellt. Abbildung 7.2 zeigt ebenfalls die Vorhersagen des LEPTO-MEPS-Monte-Carlo Modells auf Partonniveau, nach der Hadronisierung und nach der Simulation des H1-Detektors. Für $y_{cut} > 0.01$ ist die 2+1 Jetrate deutlich höher als beim JADE-Algorithmus mit gleichem y_{cut} im H1-Laborsystem. Die 2+1 Jetrate auf Partonniveau ist für das LEPTO-MEPS-Monte-Carlo ebenfalls im hadronischen Schwerpunktsystem höher als im Laborsystem. Dieses ist auf den Partonschauer im LEPTO-MEPS-Monte-Carlo zurückzuführen. Für das LEPTO-ME-Monte-Carlo ist der Unterschied der 2+1 Jetrate zwischen H1-Laborsystem und hadronischem Schwerpunktsystem geringer. Die Hadronisierungs- und Detektorkorrekturen sind für den JADE-Algorithmus im hadronischen Schwerpunktsystem größer als beim JADE-Algorithmus im H1-Laborsystem.

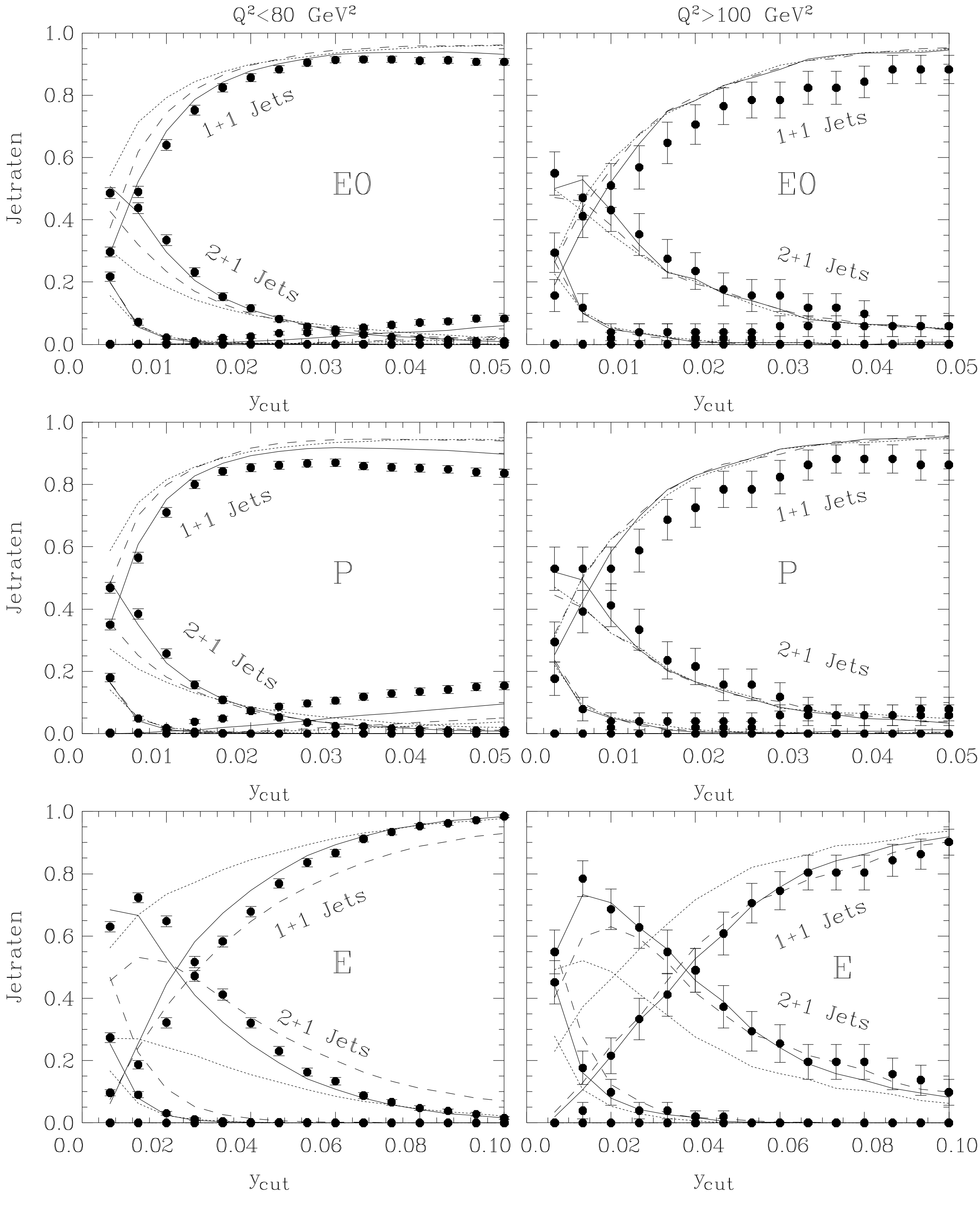


Abb. 7.1: *Die y_{cut}-Abhängigkeit der Jetraten für Daten (●) und das LEPTO-MEPS-Monte-Carlo auf Partonniveau (···), auf Hadronniveau (- - -) und nach einer vollen Detektorsimulation und Rekonstruktion (—) für Ereignisse mit kleinem und großem Q^2: a), b) E0-Rekombinationsschema ; c), d) E-Rekombinationsschema ; e), f) P-Rekombinationsschema*

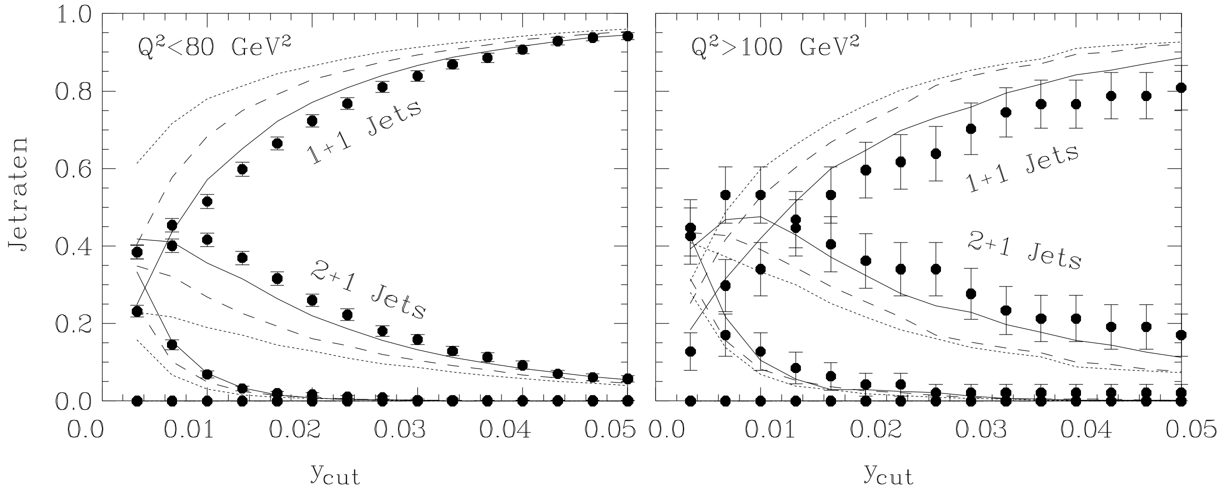


Abb. 7.2: *Die mit dem JADE-Algorithmus im hadronischen Schwerpunktsystem erhaltenen Jetraten in Abhängigkeit von y_{cut} im Vergleich mit dem LEPTO-MEPS-Monte-Carlo auf Parton- (···), Hadron- (- - -) und Detektorniveau (—) für Ereignisse mit kleinem und großem Q^2.*

7.2 Der Durham-Algorithmus

Ursprünglich wurde der Durham-Algorithmus für die α_s-Bestimmung durch Messung von Jetraten in der e^+e^--Streuung entwickelt [103, 104]. Das Ziel ist es, durch Verwendung des Durham-Algorithmus statt des JADE-Algorithmus die Abhängigkeit des durch die Jetratenanalyse bestimmten α_s von der Renormalisierungsskala zu verringern. Die Instabilität der perturbativen Entwicklung der QCD-Rechnung für die Jetraten in Bezug auf die Renormalisierungsskala wird durch das Auftreten von Potenzen des Termes $\sim \alpha_s ln^2 y_{cut}$ in der Entwicklungsreihe verursacht [105]. Um die Stabilität zu verbessern, ist eine Aufsummierung dieser Terme in einer Exponentialreihe für alle Ordnungen in α_s erforderlich. Um die Summation zu ermöglichen, ist es notwendig, daß der durch das y_{cut}-Kriterium begrenzte Phasenraum, über den bei der Berechnung der Jetraten integriert wird, faktorisiert. Dieses ist für den JADE-Algorithmus nicht der Fall [106].

Eine anschauliche Deutung dieses Problems läßt sich anhand von Abbildung 7.3 ableiten. Sind die in Abbildung 7.3 abgestrahlten Gluonen niederenergetisch, tendiert der JADE-Algorithmus dazu, diese zuerst zu kombinieren, da sie eine kleine invariante Masse bilden, obwohl sie einen großen Winkel einschließen. Dieses ergibt dann „künstliche" 3-Jetereignisse. Um zu erreichen, daß in dieser Situation die Gluonen bevorzugt mit den Quarks kombiniert werden, wird im Durham-Algorithmus das Auflösungskriterium der invarianten Masse durch $2 \cdot min(E_i, E_j)(1 - cos\theta_{ij})$ ersetzt. Dieses entspricht für kleine Winkel θ_{ij} dem minimalen relativen Transversalimpuls zwischen zwei Teilchen: $(k_T^2)_{ij} = min(E_i, E_j) sin^2\theta_{ij}$. Aufgrund dieses Auflösungskriteriums ist der Durham-Algorithmus explizit nicht lorentzinvariant. Die oben angeführte Argumentation kann auf die Berechnung von Jetraten in

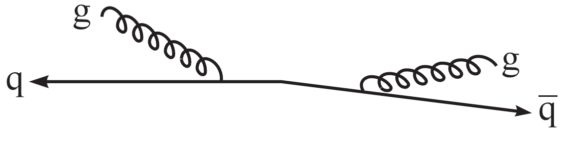


Abb. 7.3: *$q\bar{q}gg$-Konfiguration*

der tief inelastischen Elektron-Proton Streuung übertragen werden [107].

Im Folgenden wird der Durham-Algorithmus in Bezug auf Hadronisierungs- und Detektorkorrekturen untersucht. Dafür wird im ursprünglichen JADE-Algorithmus das Auflösungskriterium der invarianten Masse durch oben angeführtes Auflösungskriterium ersetzt. Die Skalierung erfolgt ebenso wie im JADE-Algorithmus mit W^2, und die Behandlung des Protonrestjets ist ebenfalls identisch.

In Abbildung 7.4 ist die Abhängigkeit der Jetraten von y_{cut} für die Ereignisse mit kleinem und großem Q^2 für den Durham-Algorithmus im H1-Laborsystem dargestellt. Die Jetraten werden mit den Vorhersagen des LEPTO-MEPS-Monte-Carlos auf Partonniveau, nach der Hadronisierung und nach der Simulation des H1-Detektors verglichen. Aus Abbildung 7.4 ergibt sich, daß Hadronisierung und Detektoreffekte beim Durham-Algorithmus größer als beim JADE-Algorithmus sind.

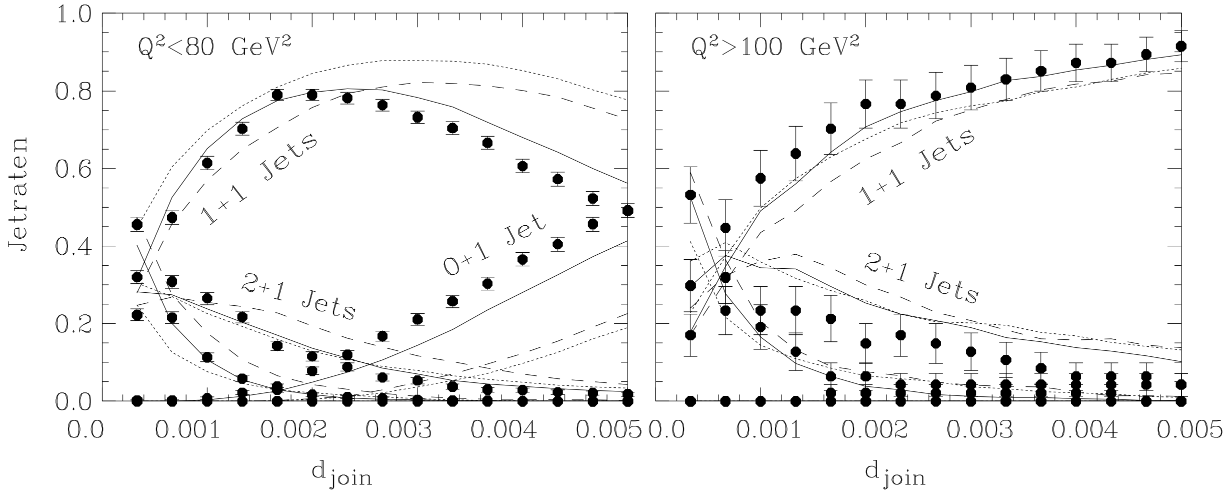


Abb. 7.4: *Die mit dem Durham-Algorithmus im H1-Laborsystem erhaltenen Jetraten in Abhängigkeit von* y_{cut} *im Vergleich mit dem LEPTO-MEPS-Monte-Carlo auf Parton- (···), Hadron- (- - -) und Detektorniveau (——) für Ereignisse mit kleinem und großem* Q^2.

7.2.1 Der k_t-Algorithmus

Der k_t-Algorithmus für die tief inelastische Elektron-Proton Streuung [103, 108, 109] hat im wesentlichen dieselbe Form wie der Durham-Algorithmus, unterscheidet sich aber in der Behandlung der kollinearen und infraroten Divergenzen der Abstrahlungen vom einlaufenden Parton. Im k_t-Algorithmus wird nicht explizit Bezug auf den Protonrestjet genommen. Statt dessen wird eine zweistufige Prozedur durchgeführt. In der ersten Stufe werden die Teilchen definiert, die den Protonrestjet bilden: Für jedes Teilchen k im hadronischen Endzustand wird die Größe

$$y_{ip} = 2\frac{2\,(1 - cos\theta_{ip})}{E_t^2}\,E_i^2$$

und für jedes Teilchenpaar ij wie im Durham-Algorithmus die Größe

$$y_{ij} = \frac{2\,(1 - cos\theta_{ip})}{E_t^2}\,min(E_i^2, E_j^2)$$

berechnet. Dabei wird durch E_t^2 eine Skala der harten Wechselwirkung definiert. Ist $y_{ip} < 1$ und $y_{ip} < y_{ij}$ für alle j, so wird das Teilchen i zum Protonrestjet addiert. Hat dagegen y_{ij} den kleinsten Wert und ist $y_{ij} < 1$, so werden beide Teilchen zum Pseudoteilchen k addiert: $p_k = p_i + p_j$. Die Prozedur für alle nicht zum Protonrestjet gehörenden Teilchen wird wiederholt, bis für alle Objekte $y_{ij}, y_{ip} > 1$ gilt. In der zweiten Stufe wird für die nicht zum Protonrestjet gehörenden Teilchen analog zum Durham-Algorithmus mit der Skala E_t^2 verfahren. Werden die Jets mit dem k_t-Algorithmus definiert, so lassen sich die n-Jet Wirkungsquerschnitte analog den inklusiven Wirkungsquerschnitten definieren [110]:

$$\frac{d^2\sigma^{(n)}}{dxdy} = \frac{2\pi\alpha^2}{Q^4}\left\{\left[1+(1-y)^2\right]F_T^{(n)}(x,Q^2,y_{cut}) + 2(1-y)F_L^{(n)}(x,Q^2,y_{cut})\right\}$$

mit

$$F_P^{(n)}(x,Q^2,y_{cut}) = \sum_i \int_x^1 d\eta \frac{x}{\eta} C_{P,i}^{(n)}\left(\frac{x}{\eta}, \alpha_s(\mu^2), Q^2, \mu^2, y_{cut}\right) D_i(\eta,\mu^2)$$

Dabei werden die nicht perturbativen Partonstrukturfunktionen mit $D_i(\eta,\mu^2)$ bezeichnet. Die n-Jetkoeffizientenfunktionen $C_{P,i}^{(n)}$ sind in der perturbativen QCD brechenbar. Analog zum inklusiven Wirkungsquerschnitt hängen die Koeffizientenfunktionen nicht explizit von den kinematischen Variablen x und y ab, sondern nur von dem Verhältnis $\frac{x}{\eta}$. Diese Eigenschaft gilt nicht, wenn der JADE-Algorithmus zur Jetidentifikation verwendet wird. Allerdings müssen auch bei Verwendung des k_t-Algorithmus folgende Forderungen erfüllt werden, damit diese Eigenschaften gelten:

- Der k_t-Algorithmus muß im Breitsystem ausgeführt werden oder in einem System, das durch eine x-unabhängige Transformation entlang der Bosonrichtung aus diesem hervorgeht. Das Breitsystem ist definiert als das Bezugssystem, in dem der Energieübertrag des Elektrons verschwindet. Der Dreierimpuls des virtuellen Bosons und des Protons sind in diesem System antiparallel und zeigen in die positive bzw. negative z-Richtung.

  Diese Forderung schließt sowohl das H1-Laborsystem als auch das hadronische Schwerpunktsystem aus.

- Die Massenskala E_t^2 muß allein eine Funktion von Q^2 sein und darf nicht von x abhängen. Dieses schließt W^2 als Massenskala aus.

Im Folgenden wird der k_t-Algorithmus in Bezug auf Hadronisierungs- und Detektorkorrekturen untersucht. Dafür werden die Ereignisse in das Breitsystem transformiert. Als Skala wird das aus dem gestreuten Elektron bestimmte Q^2 verwendet. Eine Rekonstruktion des Protonrestjets muß, wie oben erläuert, für den k_t-Algorithmus nicht durchgeführt werden. Die Abhängigkeit der Jetraten vom Auflösungsparameter y_{cut} ist für Ereignisse mit kleinem und großem Q^2 für den k_t-Algorithmus in Abbildung 7.5 dargestellt. Die Jetraten werden mit den Vorhersagen des LEPTO-MEPS-Monte-Carlo Modells auf Partonniveau, nach der Hadronisierung und nach der Simulation des H1-Detektors verglichen. Für Ereignisse mit kleinem Q^2 ergeben sich erhebliche Abweichungen in der Anzahl der rekonstruierten Jets auf Parton-, Hadron-und Detektorniveau. Für Ereignisse mit großem Q^2 sind die Abweichnungen allerdings geringer.

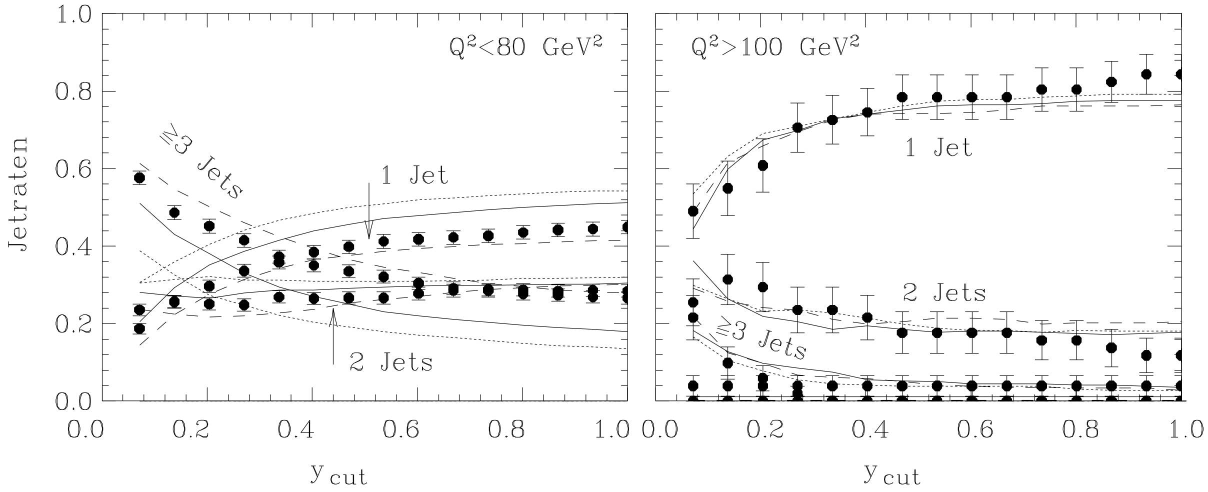


Abb. 7.5: *Die mit dem k_t-Algorithmus im Breitsystem erhaltenen Jetraten in Abhängigkeit von y_{cut} im Vergleich mit dem LEPTO-MEPS-Monte-Carlo auf Parton- ($\cdots$), Hadron- (- - -) und Detektorniveau (—) für Ereignisse mit kleinem und großem Q^2.*

Kapitel 8

Resultate

8.1 Charakteristik von Multijetereignissen

In diesem Abschnitt werden die mit dem JADE-Algorithmus bei $y_{cut} = 0.02$ erhaltenen 2+1 Jetereignisse in Hinblick auf Energie- und Winkelverteilung der Jets sowie auf den Energiefluß innerhalb der Jets untersucht und mit Monte-Carlo Modellen verglichen.

Die Detektoreffekte bei der Rekonstruktion von Jetenergien und Jetwinkeln werden untersucht anhand von Monte-Carlo Ereignissen, die mit dem LEPTO-MEPS-Generator erzeugt wurden. In Abbildung 8.1 sind die Korrelationen der Jetpseudorapititäten η, der Jetazimutalwinkel ϕ sowie der Jetenergien zwischen 2+1 Jetereignissen auf Generatorniveau und denselben Ereignissen nach einer vollen Detektorsimulation dargestellt. Es sind nur diejenigen Ereignisse eingetragen, die sowohl auf Generatorniveau als auch auf Detektorniveau als 2+1 Jetereignisse klassifiziert werden. Dabei werden die beiden Jets (ohne Protonrestjet) in 2+1 Jetereignissen in Abbildung 8.1 gemäß ihren Pseudorapiditäten η klassifiziert. Die Korrelationen zeigen, daß sich die Winkel der Jets in 2+1 Jetereignissen gut und die Energien zufriedenstellend mit dem H1-Detektor rekonstruieren lassen.

In der Abbildungen 8.2 sind die Verteilungen der Jets in der Pseudorapidität η dargestellt und verglichen mit den entsprechenden Verteilungen der Monte-Carlo-Modelle LEPTO-MEPS, LEPTPO-PSWQ, ARIADNE sowie HERWIG, nach einer vollen Detektorsimulation. Besonders für Ereignisse mit kleinem Q^2 zeigt der Jet mit großem η bei 2+1-Jetereignissen in die extreme Vorwärtsrichtung. Alle gezeigten Monte-Carlo-Modelle sind innerhalb der statistischen Fehler der Daten in der Lage, die Verteilungen der Daten zu reproduzieren.

Die Jetenergien E sind in Abbildung 8.3 zusammen mit den ensprechenden Monte-Carlo-Verteilungen dargestellt. Für Ereignisse mit kleinem Q^2 besitzt der Jet bei 1+1-Jetereignissen ebenso wie der Jet mit kleinem η bei 2+1-Jetereignissen teilweise nur sehr wenig Energie ($< 5\,GeV$). Dagegen hat der Jet mit großem η bei 2+1-Jetereignissen im Mittel eine sehr große Energie (im Laborsystem). Für Ereignisse mit großem Q^2 ist die Jetenergie der Jets mit kleinem η bei 2+1 Jetereignissen sowie des Jets bei 1+1-Jetereignissen größer. Innerhalb der statistischen Fehlergrenzen werden die Verteilungen der Daten von den Monte-Carlo-Modellen wiedergegeben.

In Abbildung 8.4 ist der transversale Energiefluß für 1+1 und 2+1 Jetereignisse für Daten und das LEPTO-MEPS-Modell als Funktion der Pseudorapidität η gezeigt. Ebenfalls eingezeichnet ist der Anteil des transversalen Energieflusses, der vom JADE-Algorithmus bei $y_{cut} = 0.02$ den einzelnen Jets (einschließlich dem Protonrestjet ohne Pseudoteilchen) zugeordenet wird. Der den einzelnen Jets zugeordnete transversale Energiefluß wird vom LEPTO-MEPS-Modell zufriedenstellend wiedergegeben. Während bei 1+1 Jetereignissen dem Protonrestjet vom JADE-Algorithmus ein Großteil des im Detektor beobachteten Energieflusses zugeordnet wird, besteht der Protonrestjet bei 2+1 Jetereignissen im wesentlichen nur aus dem Pseudoteilchen. Die in Abbildung 5.2 beobachtete Unterschätzung des Energieflusses in Vorwärtsrichtung vom LEPTO-MEPS-Monte-Carlo Modell wird hier ausschließlich bei 1+1 Jetereignissen festgestellt. In der 2+1 Jetklasse ist keine Diskrepanz zu erkennen.

In den Abblildungen 8.5 und 8.6 [112] wird für die Ereignisse mit kleinem Q^2 der transversale Energiefluß E_t als Funktion von $\Delta\eta$ und $\Delta\phi$ gezeigt. Dabei bezeichnen $\Delta\eta$ und $\Delta\phi$ den Abstand der Kalorimeterzellen von den Jetachsen in der Pseudorapidität η und dem Azimutalwinkel ϕ. Der Azimutalwinkel ϕ wird so gewählt, daß er für den Jet mit kleinem η in Richtung des gestreuten Elektrons negativ ist. Für 2+1 Jetereignisse werden die Jetprofile für die Jets mit kleinem bzw. großem η getrennt gezeigt. Der Anteil des tranversalen Energieflusses, der vom JADE-Algorithmus den einzelnen Jets zugeordnet wird, ist ebenfalls eingezeichnet.

Es ist eine klare Jetstruktur zu erkennen. Da bei kleinem Q^2 das gestreute Elektron nur wenig Transversalimpuls besitzt, sind die beiden Jets (ohne Protonrestjet) von 2+1 Jetereignissen nahezu gegenüberliegend in ϕ. Die Asymmetrie in den E_t-Verteilungen als Funktion von $\Delta\eta$ für den Vorwärtsjet in den Abbildungen 8.5 und 8.6 wird durch die begrenzte Akzeptanz in der Nähe des Strahlrohres und durch die Wichtung mit E_t verursacht. Ebenfalls sind die transversalen Energieflüsse für die Monte-Carlo-Modelle LEPTO-MEPS und HERWIG (Abb. 8.5) sowie LEPTO-PSWQ, CDM und LEPTO-ME (Abb. 8.6) dargestellt. LEPTO-MEPS, CDM und LEPTO-PSWQ reproduzieren im wesentlichen die Höhe und Breite der beobachteten Profile. HERWIG ergibt zu schmale Jetprofile bei 1+1 Jetereignissen und zeigt einen zu geringen transversalen Energiefluß im Bereich der Jets und zwischen den Jets bei 2+1 Jetereignissen. LEPTO-ME zeigt ebenfalls zu schmale Jetprofile und einen zu geringen E_t-Fluß zwischen den Jets bei 2+1 Jetereignissen. Der Partonschauer bei LEPTO-MEPS ist also wesentlich bei der Beschreibung des Energieflusses.

Wie oben erwähnt wird der transversale Energiefluß in Vorwärtsrichtung von dem LEPTO-MEPS-Monte-Carlo Modell unterschätzt. Dieses geht ebenfalls aus der Abbildung 8.5 b für den Bereich großer $\Delta\eta$ hervor. Diese Diskrepanz besteht ebenfalls für die HERWIG und LEPTO-PSWQ Monte-Carlo-Modelle (Abbildung 8.5 b und Abbildung 8.6 b). Allerdings wird mit dem ARIADNE-Monte-Carlo Modell eine gute Beschreibung des Energieflusses in Vorwärtsrichtung erreicht. Dieses ist in Übereinstimmung mit den in [87] veröffentlichen Ergebnissen.

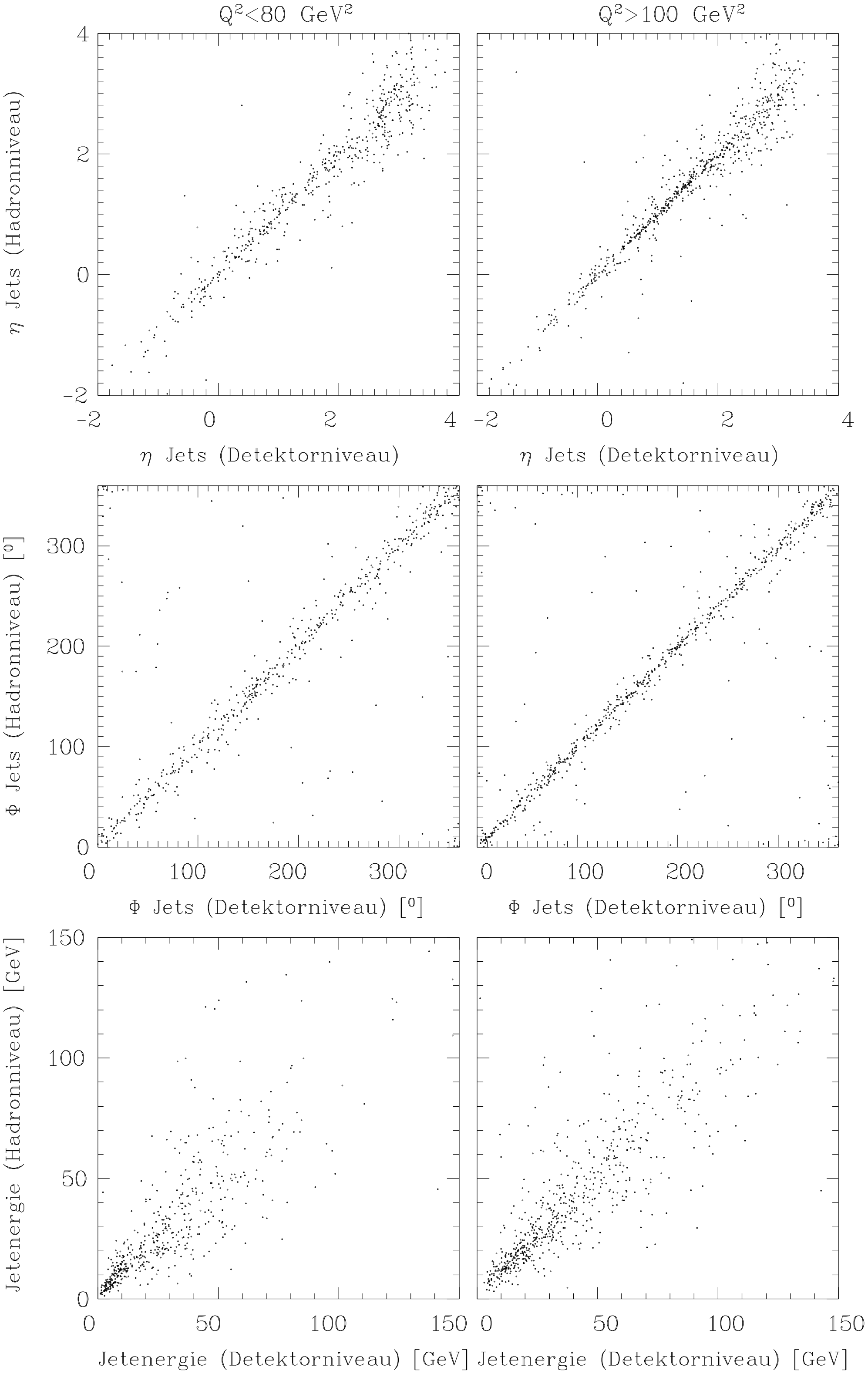


Abb. 8.1: *Korrelation der Jetwinkel und Jetenergien zwischen Jets auf Hadronniveau und Detektorniveau für das LEPTO-MEPS-Monte-Carlo Modell.*

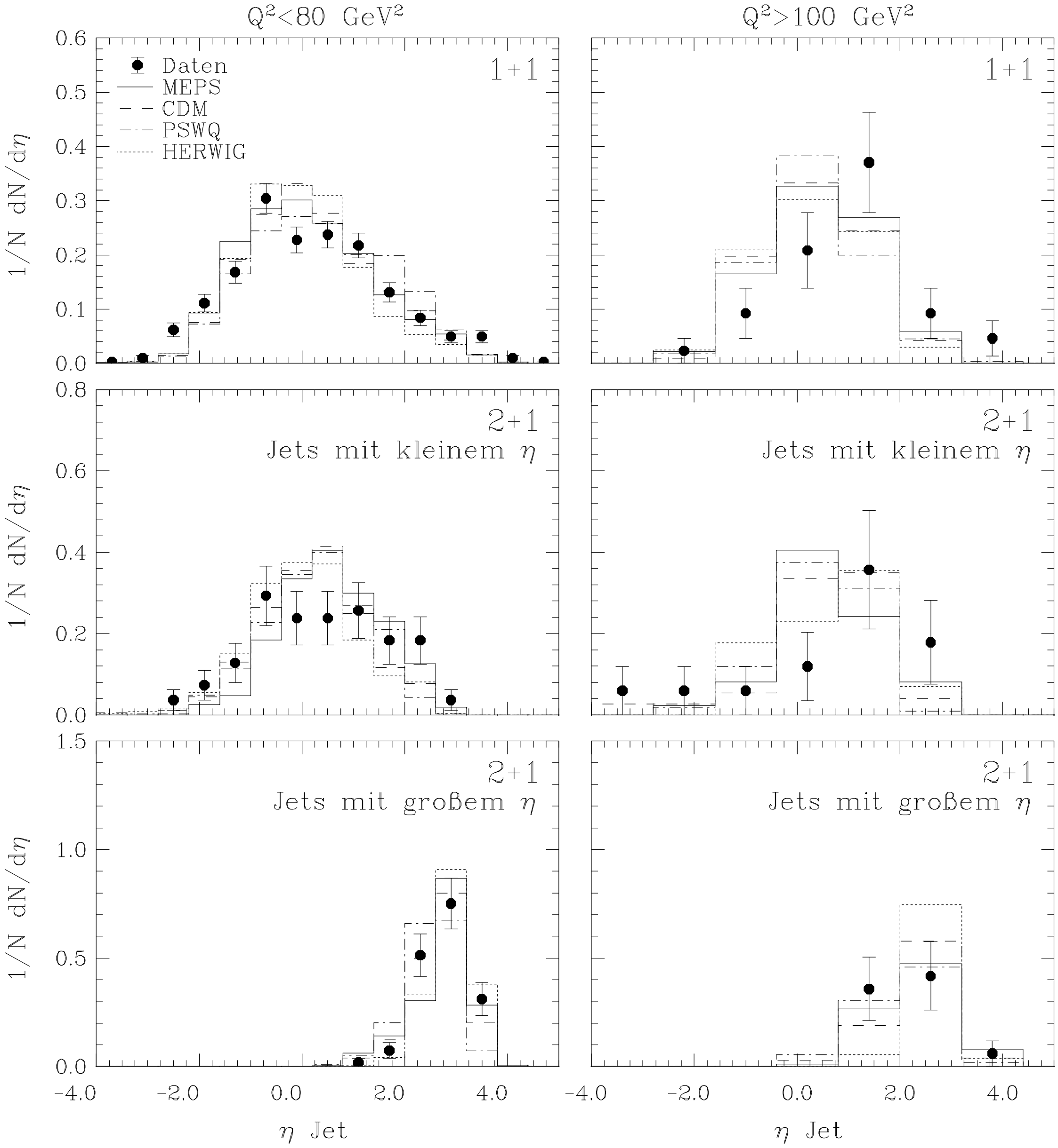


Abb. 8.2: *Verteilungen der Jet-Pseudorapiditäten η für 1+1 und 2+1 Jetereignisse für die Datensätze mit kleinem und großem Q^2 im Vergleich mit entsprechenden Verteilungen der Monte-Carlo-Modelle.*

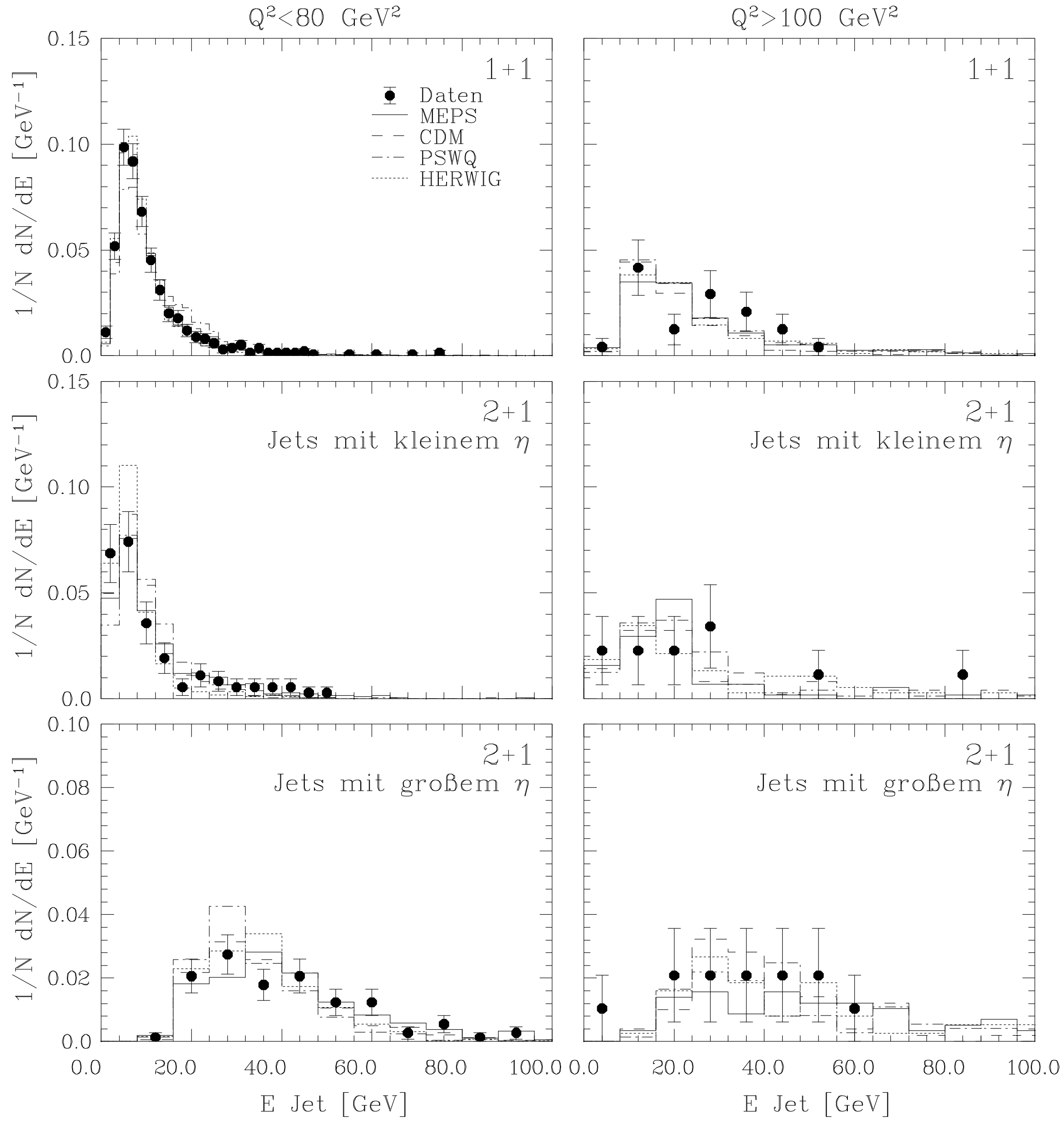


Abb. 8.3: *Verteilungen der Jetenergien für 1+1 und 2+1 Jetereignisse für die Datensätze mit kleinem und großem Q^2 im Vergleich mit entsprechenden Verteilungen der Monte-Carlo-Modelle.*

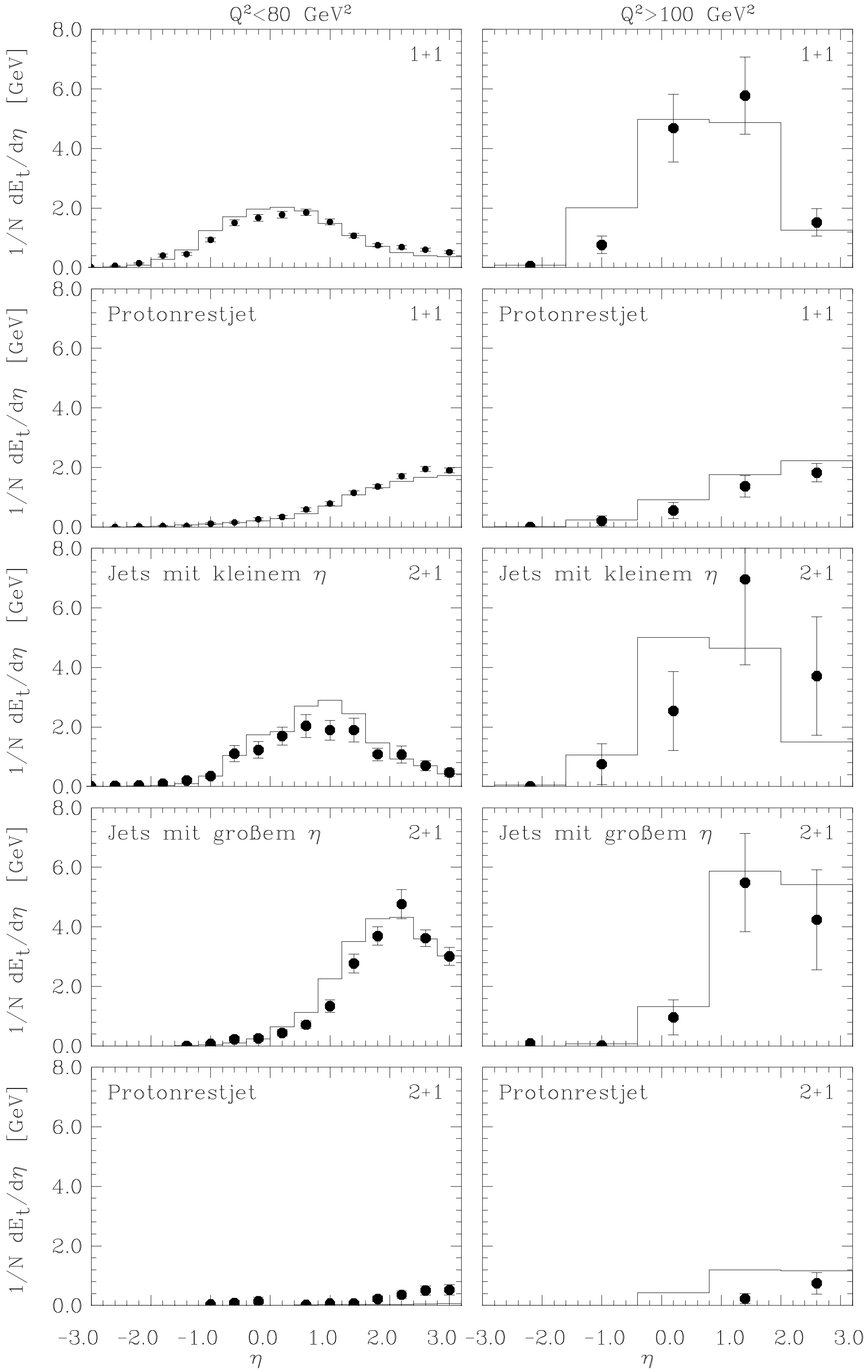


Abb. 8.4: *Der transversale Energiefluß von 1+1 und 2+1 Jetereignissen für die bei* $y_{cut} = 0.02$ *gefundenen Jets (●). Ebenfalls gezeigt ist der transversale Energiefluß für Ereignisse des LEPTO-MEPS-Monte-Carlo-Modells (—).*

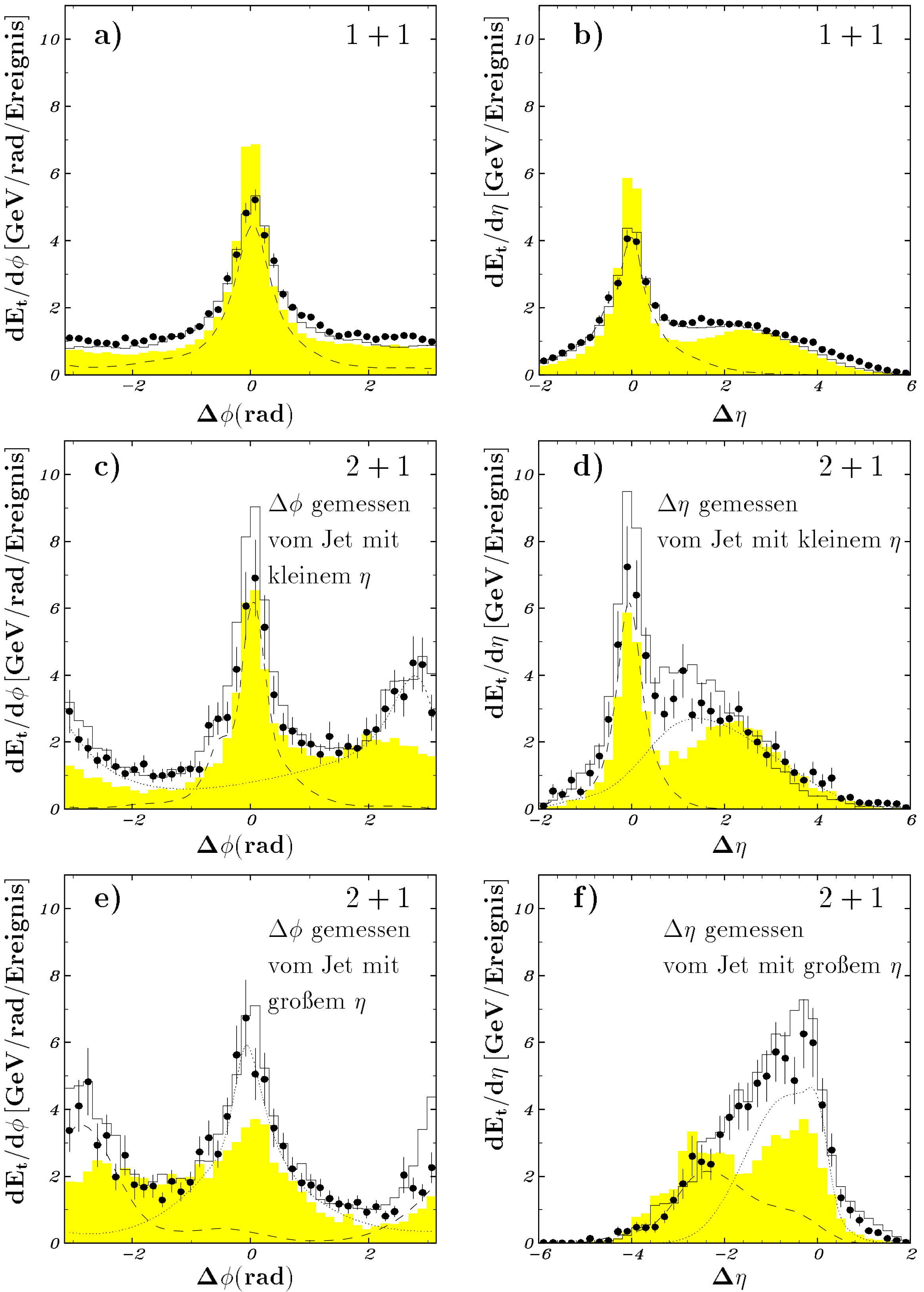


Abb. 8.5: *Transversaler Energiefluß für das Datensample mit kleinem* Q^2 *als Funktion von* $\Delta\eta$ *und* $\Delta\phi$ *in Bezug auf die Jetachsen für 2+1 Jetereignisse und 1+1 Jetereignisse. Es bedeuten:*
(●): Daten; (- - -): Beitrag zum E_t*-Fluß vom Jets mit kleinem* η *(· · ·): Beitrag zum* E_t*-Fluß vom Jets mit großem* η
(—): LEPTO-MEPS-Monte-Carlo; und schattiert das HERWIG-Monte-Carlo.

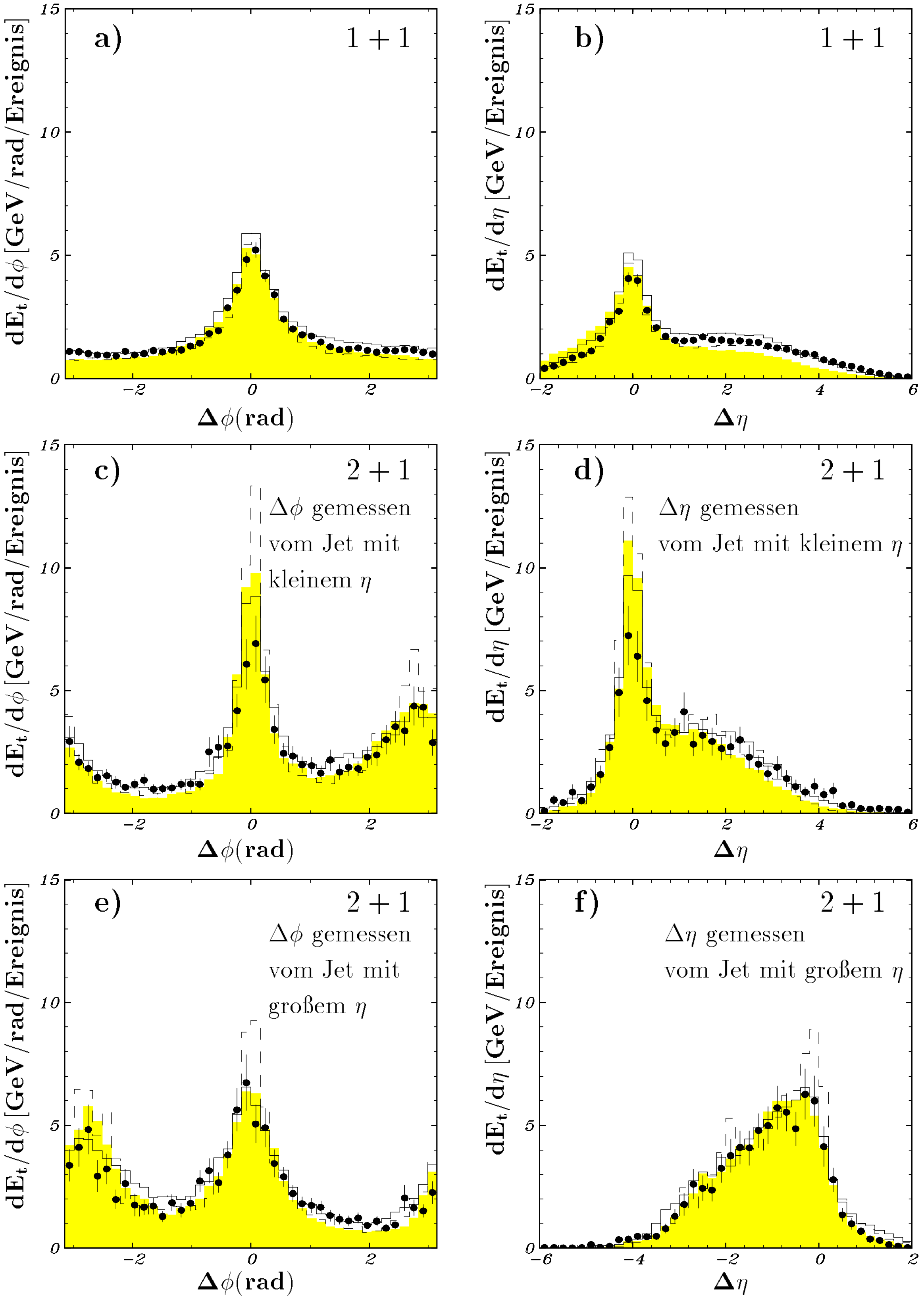


Abb. 8.6: *Transversaler Energiefluß für das Datensample mit kleinem Q^2 als Funktion von $\Delta\eta$ und $\Delta\phi$ in Bezug auf die Jetachsen für 2+1 Jetereignisse und 1+1 Jetereignisse. Es bedeuten:*
(●): Daten; (- - -): LEPTO-ME-Monte-Carlo;
(—): ARIADNE-Monte-Carlo; und schattiert das LEPTO-PSWQ-Monte-Carlo.

8.2 Jetraten

Nachdem im vorherigen Abschnitt der Energiefluß in Multijetereignissen untersucht wurde, werden in diesem Abschnitt die Raten der Jets mit QCD-Modellen und QCD-Rechnungen verglichen.

Die Abhängigkeit der Jetraten von y_{cut} ist in Abbildung 8.7 für die Datenmengen mit kleinem und großem Q^2 dargestellt. Die Raten wurden nicht für Detektoreffekte korrigiert, und es sind nur die statistischen Fehler eingezeichnet. In Abbildung 8.7 a) und b) werden die Jetraten jeweils verglichen mit den Vorhersagen des LEPTO-MEPS-Monte-Carlo-Modells auf Partonniveau, nach der Hadronisierung und nach der Simulation des H1-Detektors. Fragmentation und Detektoreffekte wurden bereits im Kapitel 6 untersucht. In Abbildung 8.7 c) und d) wird die y_{cut} Abhängigkeit der Jetraten mit den Monte-Carlo-Modellen LEPTO-MEPS, LEPTO-PSWQ] ARIADNE (CDM) und HERWIG verglichen. Die y_{cut} Abhängigkeit der Jetraten wird im wesentlichen von allen Modellen reproduziert (der statistische Fehler der Monte-Carlo-Simulation ist etwa halb so groß wie der der Daten). Das LEPTO-PSWQ-Modell, das eine zufriedenstellende Übereinstimmung des Energieflusses mit den Daten zeigt, ergibt bei den Jetraten im Bereich

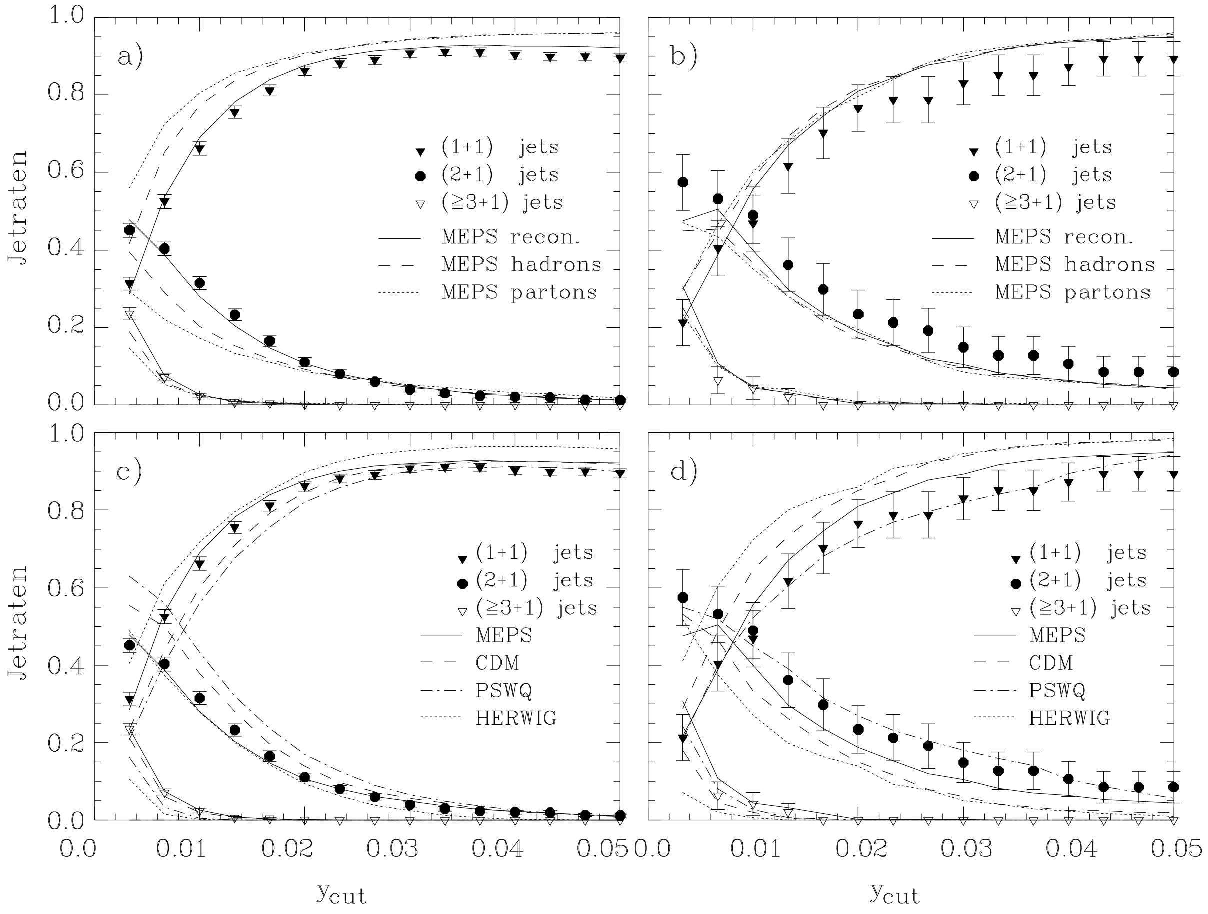


Abb. 8.7: *Jetraten gegen y_{cut} für Ereignisse mit kleinem und großem Q^2. In a) und b) im Vergleich mit dem LEPTO-MEPS-Monte-Carlo auf Parton-, Hadron- und Detektorniveau. In c) und d) Im Vergeich mit den Monte-Carlo-Modellen LEPTO-MEPS, LEPTO-PSWQ, CDM und HERWIG.*

von $y_{cut} = 0.02$ die größten Abweichungen von den Daten, i.e. $\approx +50\%$ bei $Q^2 < 80\,GeV^2$. Dagegen zeigt HERWIG, das bei den Jetprofilen deutliche Abweichungen zu den Daten aufwies, innerhalb der statistischen Fehler eine gute Übereinstimmung der Jetraten.

Die Q^2-Abhängigkeit der 2+1 Jetrate ist in Abbildung 8.8 für $y_{cut} = 0.02$ zusammen mit den Vorhersagen der Monte-Carlo-Modelle dargestellt. Die gemessenen Punkte werden gut von dem LEPTO-MEPS-Monte-Carlo beschrieben. Dagegen wird die 2+1 Jetrate von dem LEPTO-PSWQ-Monte-Carlo systematisch überschätzt. HERWIG und ARIADNE (CDM) zeigen eine geringe Q^2-Abhängigkeit der 2+1 Jetrate (siehe Abschnitt 2.4), sind aber innerhalb der statistischen Fehler mit den Daten verträglich.

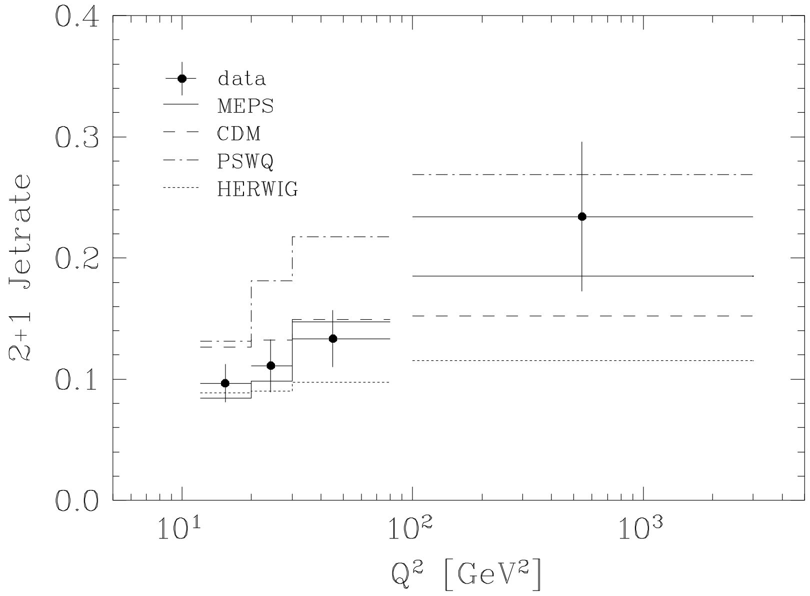


Abb. 8.8: *Die unkorrigierte 2+1 Jetrate bei* $y_{cut} = 0.02$ *als von Funktion* Q^2 *im Vergleich mit den Monte-Carlo-Modellen LEPTO-MEPS, LEPTO-PSWQ, CDM und HERWIG. Der vertikale Fehlerbalken entspricht dem statistischen Fehler.*

Da das LEPTO-MEPS-Monte-Carlo sowohl den Energiefluß als auch die Jetraten, ohne weitere Anpassung der Parameter, zufriedenstellend beschreibt, wird es benutzt, um die gemesse 2+1 Jetrate in den oben erwähnten Q^2-Bereichen für Detektoreffekte zu korrigieren. Dazu wird der einfache Ansatz:

$$R_{2+1}^{korrigiert}(y_{cut} = 0.02, Q^2) = \frac{R_{2+1}^{Hadronen}}{R_{2+1}^{Rekon.}} R_{2+1}^{Daten}(y_{cut} = 0.02, Q^2) \tag{8.1}$$

verwendet. Dabei erhält man $R_{2+1}^{Hadronen}$, indem der JADE-Algorithmus auf die generierten Hadronen mit $W^2 > 5000\,GeV^2$, $y < 0.5$ und in dem entsprechenden Q^2-Bereich, angewendet wird. R_{2+1}^{Rekon} ergibt sich aus den Monte-Carlo-Ereignissen nach der Simulation des H1-Detektors und nach derselben Analyse wie die der Daten. Die so erhaltenen Korrekturfaktoren sind in Abbildung 8.9, zusammen mit dem aus der begrenzten Monte-Carlo-Statistik resultierenden Fehler, gezeigt. Sie sind für alle Q^2-Bereiche kleiner als 25%.

In Abbildung 8.10 sind die korrigierten Jetraten als Funktion von Q^2 dargestellt. Die Q^2-Punkte ergeben sich aus dem korrigierten mittleren Q^2 der Daten in dem jeweiligen

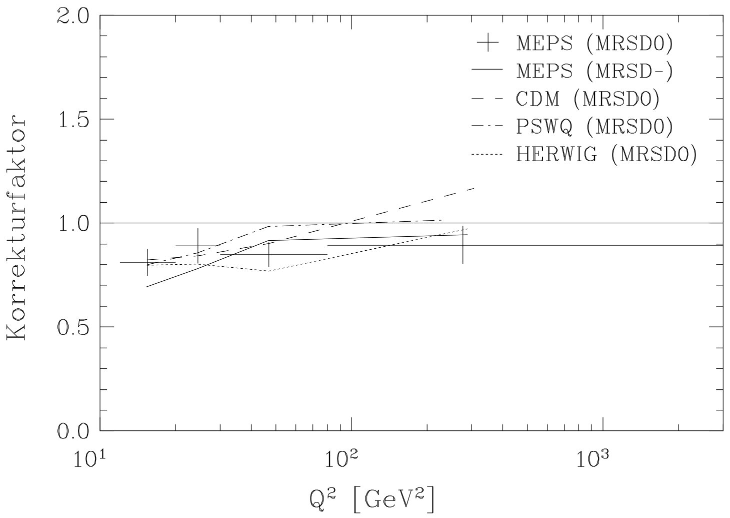


Abb. 8.9: *Die Korrekturfaktoren als Funktion Q^2 erhalten mit dem LEPTO-MEPS-Modell, dem LEPTO-PSWQ-Modell, dem ARIADNE-Modell sowie dem HERWIG-Modell und der MRSD0-Strukturfunktion. Ebenfalls eingezeichnet sind die Korrekturfaktoren des LEPTO-MEPS-Modells mit der MRSD- Strukturfunktion. Der Fehlerbalken (nur für das LEPTO-MEPS-Modell eingzeichnet) entspricht dem statistischen Fehler der Monte-Carlo-Ereignisse.*

Q^2-Bin. Es ist nur der statistische Fehler der Daten eingezeichnet, quadratisch addiert mit dem statistischen Fehler des Korrekturfaktors. Neben der Vorhersage des LEPTO-MEPS-Modells ist die des LEPTO-ME Modells dargestellt. Obwohl der dominierende Beitrag zur 2+1 Jetrate von den $\mathcal{O}(\alpha_s)$-Matrixelementen kommt, liefert besonders für kleine Q^2 der Partonschauer einen großen Beitrag (siehe Abschnitt 2.4).

Um die Sensitivität der der 2+1 Jetrate auf das laufende $\alpha_s(Q^2)$ zu zeigen, ist für das LEPTO-MEPS-Monte-Carlo die Vorhersage für festgehaltenes α_s ($\alpha_s = 0.25$) in Abbildung 8.10 dargestellt. Die Kurve mit dem laufendem α_s beschreibt die Daten besser, doch ist hier mit den großen statistischen und systematischen Fehlern derzeit keine quantitative Unterscheidung möglich.

Da die Hadronisierungskorrektur, zumindest für das LEPTO-MEPS Modell, klein ist (siehe Abbildung 6.4), wird die auf Detektoreffekte korrigierte 2+1 Jetrate in Abbildung 8.11 direkt mit $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$-Rechnungen verglichen. Für die Renormierungs- und Faktorisierungsskala wurde Q^2 verwendet, und für die Partonstrukturfunktionen die MRSD0 Parametrisierung benutzt. Der hier benutzte Wert für $\Lambda_{\overline{MS}}$ von $341\,MeV$ wurde von den LEP-Experimenten ermittelt [111]. Die α_s^2-Korrektur bewirkt eine Verminderung der 2+1 Jetrate gegenüber den $\mathcal{O}(\alpha_s^1)$-Rechnungen (Abbildung 1.3). Die gemesse 2+1 Jetrate von Ereignissen mit großem Q^2 wird gut von den $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$-Rechnungen beschrieben. Allerdings ist derzeit der statistische Fehler der Messung noch sehr groß, sodaß hier keine präzisen Aussagen über $\Lambda_{\overline{MS}}$ bzw. α_s aus der Messung abzuleiten sind. Für Ereignisse mit kleinem Q^2 liegt die Vorhersage der $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$-Rechnungen unter den Datenpunkten.

Bei den den bisherigen Vergleichen in dieser Analyse mit QCD-Modellen wurde im allgemeinem die Strukturfunktion MRSD0 benutzt. Allerdings lassen sich Messungen von F_2 bei HERA [113, 114] besser mit der MRSD$^-$-Strukturfunktion beschreiben.

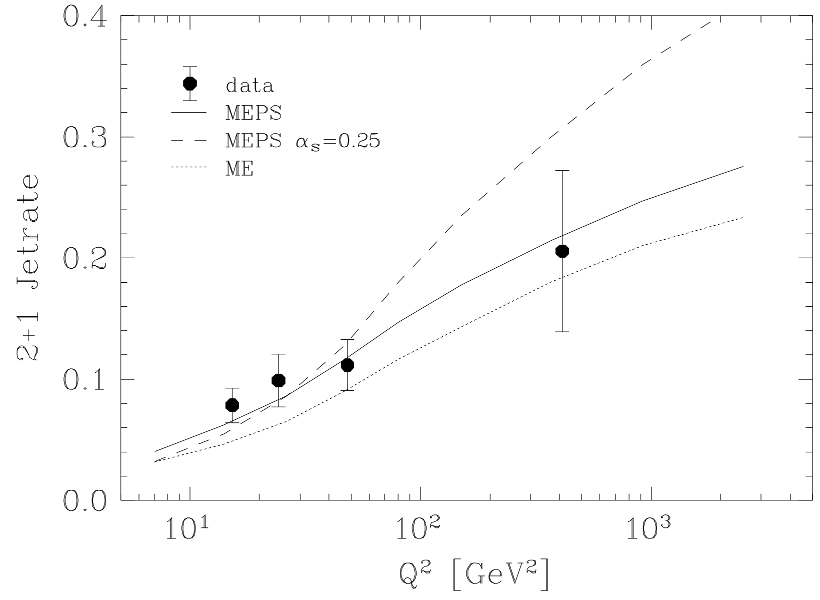


Abb. 8.10: *Die korrigierte 2+1 Jetrate als Funktion Q^2 im Vergleich mit dem LEPTO-MEPS-Modell und dem LEPTO-ME-Modell für die MRSD0 Strukturfunktion und $\Lambda^{(5)} = 200\,MeV$. Ebenfalls eingezeichnet ist die 2+1 Jetrate für das MEPS-Modell und festgehaltenem α_s. Der vertikale Fehlerbalken entspricht dem statistischen Fehler.*

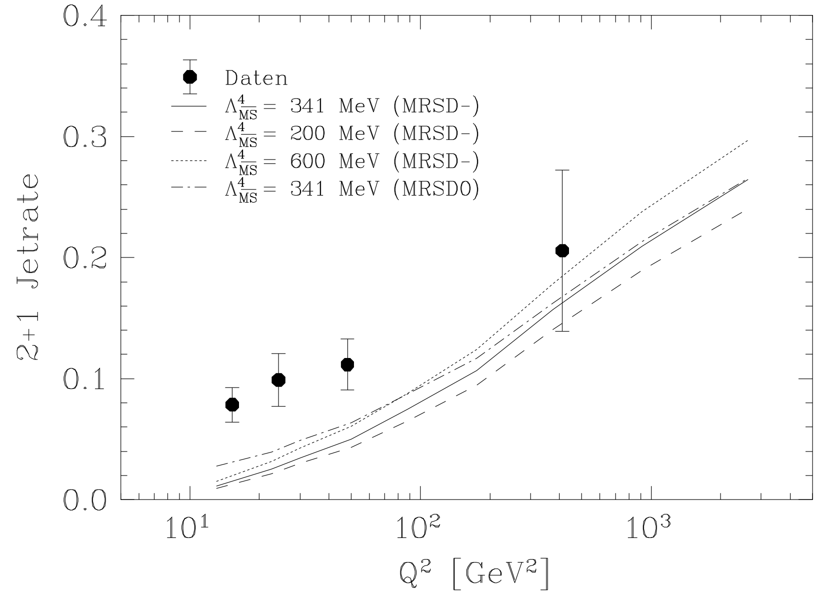


Abb. 8.11: *Die korrigierte 2+1 Jetrate als Funktion Q^2 im Vergleich mit $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$-Rechnungen für $\Lambda_{\overline{MS}} = 341\,MeV$, $200\,MeV$ und $600\,MeV$ (mit der MRSD$^-$-Strukturfunktion). Ebenfalls eingezeichnet ist die $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$-Rechnung für $\Lambda_{\overline{MS}} = 341\,MeV$ und der MRSD0-Strukturfunktion*

Die 2+1 Jetrate, basierend auf der $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$-Rechnung mit der MRSD$^-$-Strukturfunktion und den $\Lambda_{\overline{MS}}$-Werten von 341 MeV, 200 MeV sowie 600 MeV, ist ebenfalls in Abbildung 8.11 eingezeichnet. Diese $\Lambda_{\overline{MS}}$-Werte entsprechen etwa der Fehlerbreite des von den LEP-Experimenten ermittelten $\Lambda_{\overline{MS}}$-Wertes. Wie in Abschnitt 6.1.5 beschrieben, vermindert sich die Vohersage für die 2+1 Jetrate von Ereignissen mit kleinem Q^2 bei Verwendung dieser Strukturfunktion, sodaß die Vorhersage dadurch deutlicher unter den Daten liegt. Für kleine Q^2 bieten die $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$-Rechnungen also keine gute Beschreibung der gemessenen 2+1 Jetrate.

8.2.1 Systematische Fehler der Jetraten

Die systematischen Effekte bei der Bestimmung der 2+1 Jetrate sind ausführlich in Kaptilel 6 behandelt worden. In Tabelle 8.2.1 sind die daraus für die gemesse 2+1 Jetrate resultierenden systematischen Fehler zusammengefaßt. Werden diese Fehler quadratisch addiert, so ergibt sich für die gesamten systematischen Fehler der gemessenen 2+1 Jetrate ein Wert von 16% für Ereignisse mit kleinem Q^2 und ein Wert von 10% für Ereignisse mit großem Q^2.

Quelle des systematischen Fehlers	Fehler der 2+1 Jetrate	
	$Q^2 < 80\,GeV^2$	$Q^2 > 100\,GeV^2$
Fehler der Energieskala des LAR von ±7%	7%	7%
Fehler der Auflösung des LAR von ±20%	5%	2%
Fehler der Energieskala des BEMC von ±50%	$< 5\%$	$< 5\%$
Variation der zusätzlichen Vorwärtsenergie um ±30%	13%	$< 5\%$

Tab. 8.1: *Die systematischen Fehler der 2+1 Jetrate.*

Die Korrekturfaktoren für die Detektoreffekte bei der Bestimmung der 2+1 Jetrate als Funktion von Q^2 wurden mit Hilfe des LEPTO-MEPS-Monte-Carlos ermittelt. Um eine Abschätzung der Modellabhängigkeit der Korrekturfaktoren zu erhalten, wurden diese mit verschiedenen Monte-Carlo-Modellen bestimmt. Der statistische Fehler der Korrektur ist fast so groß wie die Unterschiede zwischen den Korrekturfaktoren für die verschiedenen Modelle, sodaß eine Bestimmung der Modellabhängigkeit der Korrekturfaktoren schwierig ist. Ferner ist das LEPTO-MEPS-Modell das einzige, das sowohl Jetraten als auch Jetprofile zufriedenstellend beschreibt. Somit ist der aus der Schwankung der Korrekturfaktoren für die verschiedenen Modelle erhaltene systematische Fehler des Faktors von 14% als obere Abschätzung zu betrachten. Damit ergibt sich für die korrigierten Jetraten ein gesamter systematischer Fehler von 21% für Ereignisse mit kleinem Q^2 bzw. 17% für Ereignisse mit großem Q^2.

Für den Vergleich der korrigierten Jetraten mit QCD-Rechnungen bzw. Monte-Carlo-Modellen auf Partonniveau müssen noch die systematischen Fehler bei der phänomenologischen Beschreibung der Hadronisierung betrachtet werden. Diese betragen für Ereignisse mit kleinem Q^2 ca. 20% und für Ereignisse mit großem Q^2 ca. 10%.

Zusammenfassung und Ausblick

Die in dieser Arbeit vorgestellte Analyse beruht auf Daten, die mit dem H1-Detektor während des ersten Meßbetriebes bei HERA 1992 aufgezeichnet wurden. Die Datenmenge entspricht einer integrierten Luminosität von $22.5\,nb^{-1}$. Gegenstand der Analyse ist die Bestimmung von Multijetraten in dem neuen kinematischen Bereich der tief inelastischen ep-Streuung bei HERA.

Unter Benutzung des JADE-Algorithmus, mit der Forderung nach invarianten Jet-Jet Massen von über $10\,GeV$, konnte Multijetproduktion beobachtet werden. Zwischen 10% und 20% der Ereignisse enthalten 2+1 Jets, d.h. 2 Jets mit großem Transversalimpuls und dem Protonrestjet. Es wurden Jetenergieprofile und Jetenergie- und Winkelverteilungen sowie die Abhängigkeit der Multijetproduktion vom Auflösungsparamter des JADE-Algorithmus und von Q^2 gezeigt. Weiterhin wurde gezeigt, daß Hadronisations- und Detektoreffekte bei der Jetrekonstruktion mit dem JADE-Algorithmus klein und kontrollierbar sind. Dieses wurde dadurch erreicht, daß der im Strahlrohr verschwindende Protonrestjet durch Einführung eines Pseudoteilchens rekonstruiert wurde. Eine innerhalb der statistischen und systematischen Fehler zufriedenstellende Beschreibung der beobachteten Jetproduktion ist durch ein Monte-Carlo-Modell möglich, das auf $\mathcal{O}(\alpha_s)$-Matrixelementen basiert und zur Beschreibung von Effekten höherer Ordnung Partonschauer verwendet. Für Ereignisse mit großem Q^2 ($Q^2 > 100\,GeV^2$) ergibt sich ebenfalls eine Übereinstimmung mit den Vorhersagen von QCD-Rechnungen der Ordnung (α_s^2), mit dem bei den LEP-Experimenten bestimmten $\Lambda_{\overline{MS}}$. Allerdings liegen die Vorhersagen der QCD-Rechnungen für Ereignisse mit kleinem Q^2 ($Q^2 < 100\,GeV^2$), systematisch unter der gemessenen 2+1 Jetrate.

Weiterhin wurden detailliert systematische Effekte bei der Messung der 2+1 Jetrate untersucht. Es wurden sowohl experimentelle Unsicherheiten als auch theoretisch begründete Unsicherheiten studiert. Für Ereignisse mit $Q^2 < 80\,GeV^2$ müssen experimentelle systematische Unsicherheiten von ca. 16% beachtet werden. Dabei wird dieser Fehler wesentlich durch einen Effekt bestimmt, der durch sekundäre Wechselwirkungen von Teilchen des hadronischen Endzustandes im inaktiven Material in extremer Vorwärtsrichtung verursacht wird. Für Ereignisse mit $Q^2 > 100\,GeV^2$ ist die Auswirkung dieses Effektes auf die 2+1 Jetrate geringer, und es ergibt sich ein experimenteller systematischer Fehler von ca. 7%. Für Vergleiche der gemessenen 2+1 Jetrate mit QCD-Rechnungen müssen diese auf Partonniveau korrigiert werden. Dabei ist diese Korrektur sowohl von dem Modell abhängig, das zur Beschreibung des partonischen Endzustandes verwendet wird, als auch von dem Modell für die Hadronisierung selbst. Für Ereignisse mit $Q^2 < 80\,GeV^2$ ergibt sich dadurch eine Unsicherheit für den Übergang Hadronen→Partonen von ca. 20% und für Ereignisse mit $Q^2 > 100\,GeV^2$ von ca. 10%.

Die QCD-Vorhersagen für die 2+1 Jetrate hängen von den Strukturfunktionen des Protons ab. Da Ereignisse mit kleinem Q^2 in einem Bereich der Bjorkenvariablen x liegen, der erstmals durch HERA erschlossen wird, gibt es in diesem Bereich ausschließlich Messungen der Strukturfunktionen von den HERA-Experimenten selbst. Aus den statistischen und systematischen Fehlern der bisher von den HERA-Experimenten veröffentlichten F_2-Messungen kann eine Unsicherheit der Vorhersagen für die 2+1 Jetraten bei kleinem Q^2 von ca. 40% abgeschätzt werden. Für Ereignisse mit großem Q^2 sind die Strukturfunktionen im wesentlichen durch die Messungen von Experimenten mit ruhendem Target vorgegeben, so daß hier die Unsicherheit kleiner als 10% ist. Die Gluonstrukturfunktion folgt nur indirekt aus den F_2-Messungen, ist aber proportional zu der Anzahl der gluoninitiierten 2+1 Jetereignisse (Boson-Gluon-Fusion). Die von dem NMC-Experiment aus einer QCD-Anpassung erhaltene Gluonstrukturfunktion deckt den hier für 2+1 Jetproduktion relevanten Bjorken-x Bereich ab. Der vom NMC Experiment angegebene Fehler der Gluonstrukturfunktion übersetzt sich in eine Unsicherheit der Vorhersage für die 2+1 Jetrate von ca. 10% für Ereignisse mit kleinem Q^2 und 5% für Ereignisse mit großem Q^2.

Die in dieser Analyse diskutierten Unsicherheiten, sowohl experimentelle als auch theoretische, nehmen mit steigendem Q^2 ab. Bei ausreichender Statistik bei hohem Q^2 kann deshalb aus der Messung der Jetraten eine präzise Bestimmung von α_s erfolgen und die Abhängigkeit von α_s von Q^2 innerhalb eines Experimentes beobachtet werden. Eine Ausnahme bildet der aus den Kalibrationsunsicherheiten des Flüssigargonkalorimeters resultierende systematische Fehler. Dieser geht unabhängig von Q^2 linear in die 2+1 Jetrate ein.

Andererseits kann der von anderen Experimenten ermittelte Wert von α_s genutzt werden, um aus der Messung des 2+1 Jetwirkungsquerschnittes die Gluonstrukturfunktion zu bestimmen. Dafür sind Ereignisse mit kleinem Q^2 relevant, da bei kleinem Q^2 der Anteil der gluoninitiierten 2+1 Jetereignisse am größten ist.

Literaturverzeichnis

[1] E. Rutherford, Phil. Mag. 21 (1911) 669.

[2] R. Hofstadter, Rev. Mod. Phys. 28 (1956) 214.

[3] T. Janssens, R. Hofstadter et al., Phys. Rev. 142 (1966) 922.

[4] R.R. Tayler, ,,Proc. 4th Intern. Symp. Electron Photon Interactions at High Energies", Daresbury Nucl. Phys. Lab., (1969) 251.

[5] D.J. Fox et al, Phys. Rev. Lett. 41 (1974) 1504.

[6] G. Altarelli, Phys. Rep. 81 (1982) 1, und dort zitierte Referenzen.

[7] F. Yndurain, ,,Quantum Chromodynamics", Springer-Verlag (1983).

[8] L.D. Fadeyev and Y.N. Popov Phys. Lett. 25B (1967) 29.

[9] P. Becher, M. Böhm and H. Joos, ,,Eichtheorien", Teubner-Verlag Stuttgart (1983).

[10] G. t'Hooft and M. Veltman, Nucl. Phys. B44 (1972) 189.

[11] G. t'Hooft, Nucl. Phys. B61 (1973) 455.

[12] E.C.G. Stückelberg and A. Petermann, Helv. Phys. Acta 26 (1953) 499.

[13] C.G. Callan, Phys. Rev. D2 (1970) 1541.

[14] K. Symanzik, Commun. Math. Phys. 18 (1970) 227.

[15] P.M. Stevenson, Phys. Rev. D23 (1981) 2916.

[16] W. Marciano, Phys. Rev. D29, (1984) 580.

[17] W. Celmaster and R.J. Gonsalves, Phys. Rev. D20, (1979) 1420.

[18] O. Nachtmann, ,,Phänomene und Konzepte der Elementarteilchenphysik, Vieweg Verlag (1986).

[19] S. Bentvelsen et al. Physics at HERA, Proceedings of the workshop, Eds. W. Buchmüller and G. Ingelman Hamburg (1991), Vol. 1, 23.
K. C. Hoeger, ibid., Vol. 1, 43.

[20] R.P. Feynman, ,,Photon-Hadron Interactions", Reading, Mass., Benjamin, (1972).

[21] T. Kinoshita, J. Math. Phys. 3 (1962) 650.
T.D. Lee and M. Nauenberg, Phys. Rev. D133 (1964) 1549.

[22] A. Mendez, Nucl. Phys. B145 (1978) 199.

[23] G. Altarelli, R.K. Ellis and G. Martinelli, Nucl. Phys. B143 (1978) 521, Erratum Nucl. Phys. B146 (1978) 544.

[24] G. Altarelli, R.K. Ellis and G. Martinelli, Nucl. Phys. B157 (1979) 461.

[25] G. Altarelli and G. Martinelli, Phys. Lett. B76 (1978) 89.

[26] R.D. Peccei and R. Rückl, Nucl. Phys. B162 (1980) 125.

[27] Ch. Rumpf, G. Kramer and J. Willrodt, Z. Phys. C7 (1981) 337.

[28] J. G. Körner, E. Mirkes and G. A. Schuler, Int. Mod. Phys. A4 (1989) 1781.

[29] G. Altarelli and G. Parisi, Nucl. Phys. B126 (1977) 298.

[30] D. Graudenz, Phys. Lett. B256 (1991) 518.

[31] D. Graudenz, LBL-preprint LBL-34147 (1993).

[32] D. Graudenz, „Der Drei-Jet-Wirkungsquerschnitt zur Ordnung O(α_s^2) in der tief inelastischen Elektron-Proton Streuung", DESY-T-90-01.

[33] D. Graudenz, PROJET 3.6 manual (1993).

[34] T. Brodkorb and J. G. Körner, Z. Phys. C54 (1992) 519.

[35] T. Brodkorb, J. G. Körner, E. Mirkes and G. A. Schuler Z. Phys. C44 (1989) 415.

[36] F. A. Berends, W. T. Giele and H. Kuijf, Nucl. Phys. B321 (1989) 39;

[37] K. Hagiwara and D. Zeppenfeld, Nucl. Phys. B313 (1989) 560.

[38] M. Gennis, Diplomarbeit, 1. Inst. für Experimentalphysik, Universität Hamburg, (1987).

[39] A. Wegner, H1 Report, H1-01/91-160 (1991).

[40] H. Bergstein et al., H1-Report H1-10/91-197, DESY, Hamburg (1991).

[41] H1 Collab., I. Abt et al., „The H1 detector at HERA", DESY preprint 93-103 (1993), to be submitted to Nucl. Instr. and Meth..

[42] H. Krehbiel, H1 Report, H1-09/92-239 (1992).

[43] J. Ban et al., H1 Report, H1-07/92-235 (1992).

[44] H. Brettel et al., H1 Report, H1-MPI-140 (1990).

[45] Th. Wolff et al., H1 Report, H1-02/92-213 (1992).

[46] L. Görlich and H.P. Wellisch, H1-Report, H1-12/91-204 (1991).

[47] BEMC Group, H1-Report, H1-08/92-234 (1992).

[48] M. Fleischer, H1-Report, H1-07/92-236 (1992).

[49] T. Kurca, Dissertation, Universität Hamburg, 1993

[50] B.R. Webber, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 36 (1986) 253.

[51] T. Sjöstrand, Phys. Lett. B157 (1985) 321.

[52] M. Bengtsson and T. Sjöstrand, Z. Phys. C37 (1987) 465.

[53] M. Bengtsson, Phys. Lett. B214 (1988) 645.

[54] M. Bengtsson, G. Ingelmann and T. Sjöstrand, Nucl. Phys. B301 (1988) 554.

[55] H.R. Wilson, Nucl. Phys. B310 (1988) 589.

[56] M. Bengtsson and T. Sjöstrand, Phys. Lett. 185 (1987) 435.

[57] M. Bengtsson and T. Sjöstrand, Nucl. Phys. B289 (1987) 810.

[58] M. Bengtsson and T. Sjöstrand, M. van Zijl, Z. Phys. C32 (1986) 67.

[59] A.H. Mueller, Phys. Lett. B104 (1981) 161.

[60] Yu.L. Dokshitzer, V.A. Khoze and S.I. Troyan, Rev. Mod. PHys 60 (1988) 373.

[61] A. Bassetto, M.Ciafaloni and G. Marchesini, Phys. Rep. 100 (1983) 201.

[62] D. Amati et al., Nucl. Phys. B173 (1980) 429.

[63] G. Gustafson, Phys. Lett. B175 (1986) 453.

[64] G. Gustafson, Nucl. Phys. B306 (1988) 746.

[65] B. Andersson, G. Gustafson, L. Lönnblad and U. Petterson Z. Phys. C43 (1989) 625.

[66] R.D. Field and R.P. Feynman, Nucl. Phys. B136 (1978) 1.

[67] C. Peterson, D. Schlatter, I. Schmidt and P.M. Zerwas, Phys. Rev. D27 (1983) 105.

[68] W. Bartel et al., Phys. Lett. B101 (1981) 129, B134 (1984) 275.

[69] W. Bartel et al., Z. Phys. C21 (1983) 37.

[70] T. Sjöstrand, Int. Jour. Mod. Phys. A, Vol. 3, No 4 (1988) 751.

[71] G.C. Fox and S. Wolfram, Nucl. Phys. B188 (1980) 285.

[72] B.R. Webber, Nucl. Phys. B238 (1984) 492.

[73] G. Marchesini and B.R. Webber, Nucl. Phys. B238 (1984) 1.

[74] G. Marchesini and B.R. Webber, Nucl. Phys. B310 (1988) 461.

[75] B. Andersson, G. Gustafson and G. Ingelman, T. Sjöstrand, Phys. Rep. (1983) 31.

[76] G.Ingelman, „LEPTO 6.1", Physics at HERA , Proceedings of the workshop, Eds. W. Buchmüller and G. Ingelman, Hamburg (1991) Vol3, 1366.

[77] L. Lönnblad, Comp. Phys. Commun. 71 (1992) 15.

[78] G. Marchesini, B.R. Webber, G. Abbiendi, I.G. Knowles, M.H. Seymour and L. Stanco, Comp. Phys. Commun. 67 (1992) 465.

[79] H1 Collab., T. Ahmed et al., Phys. Lett. B298 (1992) 469.

[80] A. DeRoeck et al., H1-Report, H1-12/93-332 (1993).

[81] T. Merz, Dissertation, Universität Hamburg, 1994

[82] F. Jacquet, A. Blondel in „Proceedings of the study of an ep facility for Europe" Eds. U. Amaldi et al. (1979) 391.

[83] A.D. Martin, W.J. Stirling and R.G. Roberts, Phys. Rev. D47 (1993) 867.

[84] F. Fleischer, G. Ingelman, G. Knies, K. Meier, C. Pichler and A. Wegner, Physics at HERA, Proceedings of the workshop, Eds. W. Buchmüller and G. Ingelman Hamburg (1991), Vol. 1, 303;
M. Crombie and A. Wegner, ibid., Vol. 1, 321.

[85] T. Sjöstrand, Comp. Phys. Commun. 39 (1986) 347.
M. Bengtsson and T. Sjöstrand, Comp. Phys. Commun. 43 (1987) 367.
T. Sjöstrand, CERN-TH-6488-92 (1992).

[86] JADE Collab., W. Bartel et al., Z.Phys. C33 (1986) 23.

[87] H1 Collab., I. Abt et al., „Energy Flow and Charged Particle Spectra in Deep Inelastic Scattering at HERA", DESY preprint 94-033 (1994)

[88] EMC Collab., M. Arneodo et al., Phys. Lett. B149 (1984) 415.

[89] A. Kwiatkowski, H. Spiesberger and H.-J. Möhring, Comp. Phys. Commun. 69 (1992) 155.

[90] NMC Collab., M. Arneodo et al., Phys. Lett. B309 (1993) 222.

[91] W.K. Tung, Physics Simulations at High Energy, Conference Proceedings, Madison (1986) 601.

[92] H1 Collab., I. Abt et al., „The H1 detector at HERA", DESY preprint 93-103 (1993), to be submitted to Nucl. Instr. and Meth..

[93] H1 Calorimeter Group, B. Andrieu et al., Nucl. Instr. and Meth. A336 (1993) 460.

[94] H1 Calorimeter Group, B. Andrieu et al., Nucl. Instr. and Meth. A336 (1993) 499.

[95] H.P. Wellisch et al., „Hadronic Calibration of the H1 LAr Calorimeter using Software Weighting Techniques", MPI-PhE/94-03, January 1994.

[96] J. Gayler, H1-Report, H1-10/92-251 (1992).

[97] J. Gayler, persönliche Mitteilung.

[98] H. Fesefeldt, „The Simulation of Hadronic Showers: Physics and Applications", RWTH Aachen Pitha 85/02.

[99] P.A. Aarnio et al., CERN Fluka89 User Guide (1990).

[100] B. Flaugher and K. Meier, FERMILAB-Conf-90/248-E (1990).

[101] S. Bethke, Z. Kunszt, D.E. Soper, W.J. Stirling, Nucl. Phys B370 (1992) 310.

[102] S. Bethke, HD-PY 93/7 (1993).

[103] S. Catani et al., Phys. Lett. B269 (1991) 432.

[104] N. Brown and W. J. Sirling, Z. Phys. C53 (1992) 629.

[105] S. Catani, CERN-TH-6481-91 (1991).

[106] S. Catani, CERN-TH-6473-92 (1992).

[107] S. Catani, CERN-TH-6895-93 (1993).

[108] S. Catani et al., Phys. Lett. B285 (1992) 291.

[109] S. Catani et al., CERN-TH-6775-93 (1993).

[110] B.R. Webber, CERN-TH-6871-93 (1993).

[111] S. Bethke, S. Catani, CERN-TH-6484-92 (1992).

[112] J. Gayler, persönliche Mitteilung.

[113] H1 Collab., I. Abt et al., Nucl. Phys. B407 (1993) 515.

[114] ZEUS Collab., M. Derreck et al., Phys. Lett. B315 (1993) 481.

Danksagung

Ohne die gemeinsamen Anstrengungen aller Mitglieder der H1-Kollaboration bei Planung und Aufbau des Detektors, sowie bei der Datennahme und der Datenauswertung wäre diese Arbeit nicht möglich gewesen. Deshalb gilt ihnen allen mein Dank.

Besonders danken möchte ich Prof. Dr. G. Heinzelmann und Prof. Dr. K. Meier für die Aufgabenstellung und die Betreuung bei der Anfertigung dieser Arbeit, sowie für die Durchsicht des Manuskripts.

Ebenfalls danken möchte ich den Mitgliedern der HADES-Arbeitsgruppe, insbesondere Dr. J. Gayler, Dr. G. Grindhammer und Dr. H. Küster für zahlreiche Anregungen und die große Diskussionsbereitschaft.

Ferner gebührt meinen Zimmerkollegen Manfred Fleischer, Michael Hapke und Erich Peppel mein Dank für das gute Arbeitsklima.