Messung der Protonstrukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ in radiativer ep–Streuung mit dem H1–Detektor bei HERA

Dem Fachbereich Physik
der Universität Dortmund
zur Erlangung des akademischen Grades
eines Doktors der Naturwissenschaften

vorgelegte

Dissertation

von
Diplom–Physiker Martin Hütte
aus Olpe

November 1996

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

Das Ziel der Elementarteilchenphysik ist die Erforschung der elementaren Bausteine der Materie und der Wechselwirkungen, die zwischen ihnen bestehen. Streuexperimente, bei denen hochenergetische Teilchen auf ein Target geschossen werden oder mit anderen hochenergetischen Teilchen zur Kollision gebracht werden, haben sich zur Klärung dieser Fragen als überaus erfolgreich erwiesen. E. Rutherford [Rut11] stellte die Hypothese auf, daß fast die gesamte Masse eines Atoms in einem relativ kleinen, elektrisch geladenen Atomkern konzentriert ist. Diese Theorie konnte wenig später durch Streuung von α–Teilchen mit einer Energie von einigen MeV an einer Goldfolie mit großer Genauigkeit bestätigt werden [Gei13].

Eine genauere Untersuchung der Atome wurde durch eine Steigerung der Impulse der Strahlteilchen möglich, da nach der Heisenbergschen Unschärferelation [Hei27] bei einem Streuprozeß Strukturen bis zu einer Größe von $\lambda \simeq \hbar/p$ aufgelöst werden können, wobei $\hbar$ das Plancksche Wirkungsquantum und p der Impuls des Projektilteilchens im Schwerpunktsystem der Kollision ist. Durch Streuversuche mit Elektronen der Energie 400 MeV an ruhenden Protonen konnte R. Hofstadter zeigen, daß das Proton nicht punktförmig ist und einen mittleren Ladungsradius von etwa $0,8\,\mathrm{fm}$ besitzt [Hof56].

Eine weitere Erhöhung der Energie der Projektilteilchen auf etwa 20 GeV führte 1968 am SLAC[1] zu dem Ergebnis, daß das Proton aus punktförmigen Konstituenten, den Partonen, besteht [Pan68]. Bereits 1969 konnte durch Kombination der Ergebnisse vom SLAC mit Meßdaten vom DESY[2] gezeigt werden, daß die Partonen den Spin $1/2$ tragen [Alb69].

Später stellte sich heraus, daß es neben den Partonen noch andere Teilchen im Proton gibt, die Gluonen [Per75]. Die Wechselwirkung der Gluonen untereinander und mit den Partonen wird durch die Quanten–Chromo–Dynamik (QCD) [Fri73] beschrieben. Die Vorhersagen dieser Theorie sind seither in zahlreichen Experimenten überprüft und bestätigt worden.

Ende 1991 wurde der Elektron–Proton Speicherring HERA[3] am DESY in Betrieb genommen, bei dem Elektronen der Energie $27,5\,\mathrm{GeV}$ mit Protonen der Energie 820 GeV zur Kollision gebracht werden. Im Vergleich zu früheren Experimenten mit ruhenden Zielteilchen steht bei den Streuprozessen bei HERA eine hundertfach höhere Schwerpunktsenergie

[1]SLAC = **S**tanford **L**inear **Ac**celerator
[2]DESY=**D**eutsches **E**lektronen **Sy**nchrotron
[3]HERA =**H**adron **E**lektron **R**ing **A**nlage

zur Verfügung. Hierdurch kann der Streuprozeß in einem bisher unzugänglichen kinematischen Bereich untersucht werden. Von besonderem Interesse ist der kinematische Bereich, in dem die Partonen nur einen sehr kleinen Impulsbruchteil x des Protons tragen. Im Bild der QCD wird erwartet, daß die Struktur des Protons bei kleinen Werten von x durch die Gluonen und die "See"-Quarks bestimmt wird, die sich dynamisch aus der Gluonabstrahlung der Quarks und der Paarerzeugung von Quark–Antiquark Paaren durch Gluonen entwickeln. Durch die Messung der Strukturfunktion des Protons werden die Quarkdichten und die Gluondichte im Proton zugänglich, was eine direkte Überprüfung der QCD ermöglicht. Die Vorhersagen der QCD basieren auf störungstheoretischen Rechnungen, wobei die starke Kopplungskonstante α_s als Entwicklungsparameter verwendet wird. Da α_s zu kleinen Impulsüberträgen Q^2 ansteigt, ist bisher ungeklärt, bis zu welchem minimalen Q^2 die Methoden der Störungstheorie anwendbar sind. Die Untersuchung der tiefinelastischen Elektron–Proton–Streuung bei kleinen Impulsüberträgen Q^2 kann zur Überprüfung und zur Weiterentwicklung der QCD beitragen.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde der zugängliche kinematische Bereich durch die Selektion tiefinelastischer Ereignisse mit einem kollinear zum einlaufenden Elektron abgestrahlten hochenergetischen Photon zu kleinen Werten von Q^2 erweitert und die Strukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ in diesem neuen Bereich gemessen.

Die Arbeit gliedert sich folgendermaßen: Kapitel 2 gibt einen Überblick über die Grundlagen der tiefinelastischen Elektron–Proton–Streuung. Insbesondere werden das Quark–Parton–Modell und die Quantenchromodynamik erläutert. Zusätzlich wird die Bedeutung elektroschwacher Korrekturen für die Messung der Protonstrukturfunktion begründet. Kapitel 3 beschreibt den Aufbau der Speicherringanlage HERA und des H1–Detektors. Die am H1–Detektor vorgenommenen Modifikationen werden in Kapitel 4 motiviert und erläutert. Kapitel 5 verdeutlicht zunächst die charakteristischen Eigenschaften der im Rahmen dieser Arbeit analysierten Ereignisse, bevor die Selektion der Ereignisse vorgestellt wird. Zur Bestimmung der Strukturfunktion werden Ereignisse der tiefinelastischen Elektron–Proton–Streuung verwendet, bei denen ein hochenergetisches Photon kollinear zum einlaufenden Elektron abgestrahlt und im Photondetektor des Luminositätssystems nachgewiesen wird. Um eine zuverlässige Messung zu gewährleisten, werden in Kapitel 6 die Kalibrierung, die Homogenität und die Auflösung dieses Photondetektors überprüft. Kapitel 7 beschäftigt sich mit der Bestimmung der Strukturfunktion des Protons. Zunächst wird die prinzipielle Vorgehensweise und die Einteilung der Intervallgrenzen in x und Q^2 festgelegt. Es folgt eine Bestimmung der Effizienzen der Selektionsschnitte. Anhand von Simulationsrechnungen wird im Anschluß daran der verbleibende Untergrund in der Stichprobe der selektierten Ereignisse abgeschätzt. Es folgt eine Diskussion der Strahlungskorrekturen, die unter Verwendung zweier unabhängiger Programmpakete bestimmt werden. Um sicherzustellen, daß alle Detektoreffekte durch die Simulation berücksichtigt werden, erfolgt ein Vergleich zwischen simulierten Ereignissen und den Daten. Die Protonstrukturfunktion wird unter Anwendung von zwei unabhängigen Methoden zur Rekonstruktion der Ereigniskinematik bestimmt, die unterschiedliche systematische Fehler aufweisen. Nach der Bestimmung der systematischen Fehler erfolgt ein Vergleich mit anderen Messungen und die Interpretation der Ergebnisse. Abschließend wird eine kurze Zusammenfassung der Arbeit gegeben.

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen der tiefinelastischen Elektron–Proton–Streuung

Das Thema dieses Kapitels sind die theoretischen Grundlagen der tiefinelastischen Elektron–Proton–Streuung. Zunächst werden die kinematischen Größen definiert, die den tiefinelastischen Streuprozeß beschreiben und mehrere Methoden zu ihrer Messung aufgezeigt. Anschließend folgt eine Diskussion des Wirkungsquerschnitts und dessen Interpretation im Quark–Parton–Modell. Danach werden die tiefinelastische Elektron–Proton–Streuung im Rahmen der QCD sowie zwei Modelle für Partondichten im Proton erläutert. Zum Abschluß dieses Kapitels werden elektroschwache Strahlungskorrekturen der tiefinelastischen Elektron–Proton–Streuung diskutiert.

2.1 Die Kinematik der tiefinelastischen Elektron–Proton–Streuung

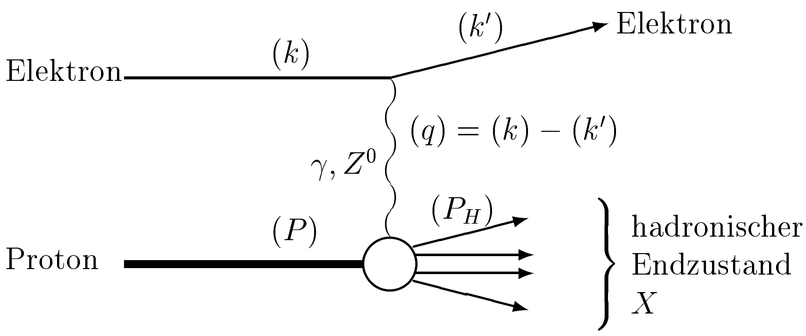

Abbildung 2.1: *Der Feynmangraph der tiefinelastischen Elektron–Proton–Streuung in niedrigster Ordnung der Störungstheorie. In Klammern ist der jeweilige Viererimpuls des Teilchens angegeben.*

Abbildung 2.1 zeigt den Feynmangraphen für die tiefinelastische Elektron–Proton–Streuung in niedrigster Ordnung der Störungstheorie. Ein einlaufendes Elektron wechselwirkt mit einem einlaufenden Proton durch Austausch eines neutralen Eichbosons. Dieser Austausch wird als neutraler Strom bezeichnet. Bei Prozessen des geladenen Stroms wird ein geladenes W–Boson ausgetauscht, und statt des gestreuten Elektrons tritt ein Neutrino ν_e im Endzustand auf. Prozesse des geladenen Stroms werden in dieser Arbeit nicht untersucht und daher im folgenden nicht näher erläutert.

Während das Elektron bei dem Streuprozeß seine Identität behält, wird das Proton in der Regel durch den Austausch zerstört und es entsteht ein aus vielen Teilchen bestehender hadronischer Endzustand.

Zur Beschreibung der Ereigniskinematik in der tiefinelastischen Elektron–Proton–Streuung ist es üblich, die folgenden lorentzinvarianten Größen zu definieren[1]:

- Das Quadrat der Schwerpunktsenergie:

$$s = (k + P)^2 = (k' + P_H)^2 = 4E_eE_p \tag{2.1}$$

  k, k', P und P_H sind die Viererimpulse des ein– und auslaufenden Elektrons, des einlaufenden Protons und des hadronischen Endzustandes. E_e und E_p bezeichnen die Energie des einlaufenden Elektrons und Protons und sind durch die Parameter des Speicherrings HERA festgelegt.

- Der Betrag des quadrierten Viererimpulsübertrages q:

$$Q^2 = -q^2 = -(k - k')^2 \tag{2.2}$$

  Im folgenden wird Q^2 vereinfachend als Impulsübertrag bezeichnet.

- Die Bjorken Skalenvariable:

$$x = \frac{Q^2}{2P \cdot q} \tag{2.3}$$

  Im Rahmen des Quark–Parton–Modells kann x unter Vernachlässigung aller Teilchenmassen und der Transversalimpulse der Partonen im Proton als der Bruchteil des Protonimpulses interpretiert werden, den das Parton vor dem Streuprozeß trägt.

- Der normierte Energieübertrag im Ruhesystem des Protons:

$$y = \frac{P \cdot q}{P \cdot k} \tag{2.4}$$

  y liegt im Wertebereich $0 \leq y \leq 1$ und ist ein Maß für die Inelastizität des Streuprozesses.

Diese 4 Größen sind über die Beziehung

$$Q^2 = x \cdot y \cdot s \tag{2.5}$$

miteinander verknüpft. Bei vorgegebener Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$ ist daher die Bestimmung von zwei der obengenannten lorentzinvarianten Größen ausreichend, um die Kinematik des Streuprozesses eindeutig festzulegen.

[1] Die Abstrahlung von Photonen bleibt zunächst unberücksichtigt; die Kinematik bei Ereignissen mit Photonabstrahlung wird in Abschnitt 2.8 diskutiert.

2.2 Die Rekonstruktion der Ereigniskinematik

Bei dem H1–Experiment können Energie und Streuwinkel sowohl des gestreuten Elektrons als auch der Teilchen des hadronischen Endzustandes gemessen werden. Durch Kombination von zwei dieser vier Meßgrößen ist es bei vorgegebener Schwerpunktenergie möglich, die Ereigniskinematik vollständig festzulegen. In den folgenden Abschnitten sollen vier gebräuchliche Methoden zur Bestimmung der Kinematik beschrieben werden. Vorher werden grundlegende Eigenschaften der Kinematik bei HERA erläutert.

In Abbildung 2.2 sind Linien konstanter Energie und Streuwinkel des gestreuten Elektrons und des gestreuten Quarks in der kinematischen (x, Q^2)–Ebene abgebildet. Das gestreute Quark erzeugt Hadronen, die je nach Kinematik des Ereignisses mehr oder weniger stark zu einem sogenannten Jet gebündelt sind. Daher ist im folgenden von Jetenergie und Jetwinkel die Rede. Ein großer Bereich in dieser Ebene wird durch Ereignisse abgedeckt, bei denen die Energie des gestreuten Elektrons zwischen 25 und 30 GeV liegt, siehe Abbildung 2.2 a). Dieser Bereich wird als kinematischer Peak bezeichnet und kann zur Kalibrierung der Kalorimeter, in denen das gestreute Elektron nachgewiesen wird, benutzt werden [Fle93, Jan95], da die Lage des kinematischen Peaks in guter Näherung unabhängig von der zu bestimmenden Strukturfunktion des Protons ist. Außerdem erkennt man in Abbildung 2.2 a), daß in dem Bereich $y < 0,1$ bereits eine kleine Unsicherheit in der Energiemessung des gestreuten Elektrons zu einer großen Unsicherheit in der Bestimmung von x und Q^2 führt.

Aufgrund der $1/Q^4$–Abhängigkeit des Elektron–Proton–Wirkungsquerschnitts, siehe Abschnitt 2.3, treten bevorzugt große Elektronen–Streuwinkel auf, wie in Abbildung 2.2 b) deutlich wird. Der Streuwinkel wird dabei wie alle Winkel in dieser Arbeit relativ zur Richtung des einlaufenden Protons gemessen. Um die Protonstrukturfunktion bei kleinen Werten von x und Q^2 messen zu können, ist eine hohe Detektorakzeptanz bis zu möglichst großen Werten von θ_e hin wünschenswert. Bei dem H1–Experiment war während der Datennahmeperiode 1994 der Winkelbereich $151° \leq \theta_e \leq 177°$ durch das BEMC[2] abgedeckt, siehe dazu Abbildung 3.8, das eine Messung der Energie des gestreuten Elektrons bis zu einem Winkel von $\theta_e = 173°$ erlaubt [H1-96a].

In den Abbildungen 2.2 c) und d) sind Linien mit konstanter Jetenergie und konstantem Jetwinkel θ_{Jet} gezeigt. Bei kleinen Streuwinkeln des Jets ($\theta_{Jet} < 10°$) ist keine zuverlässige Rekonstruktion des Jets möglich, da ein großer Teil der Hadronen den Detektor durch das Strahlrohr verläßt. Bei Werten von $\theta_{Jet} > 140°$ trifft der Jet den Bereich des H1–Detektors, in dem ein elektromagnetisches, aber kein hadronisches Kalorimeter vorhanden ist, siehe Kapitel 3. Soll die Energiemessung von Teilchen des hadronischen Endzustandes zur Bestimmung der Kinematik eines Ereignisses herangezogen werden, so ist zur Vermeidung systematischer Fehler die Bedingung $10° \leq \theta_{Jet} \leq 140°$ erforderlich. Dies kann zum Beispiel durch einen Schnitt bei $y < 0,10$ in guter Näherung erreicht werden.

[2]**B**ackward **E**lectro**m**agnetic **C**alorimeter

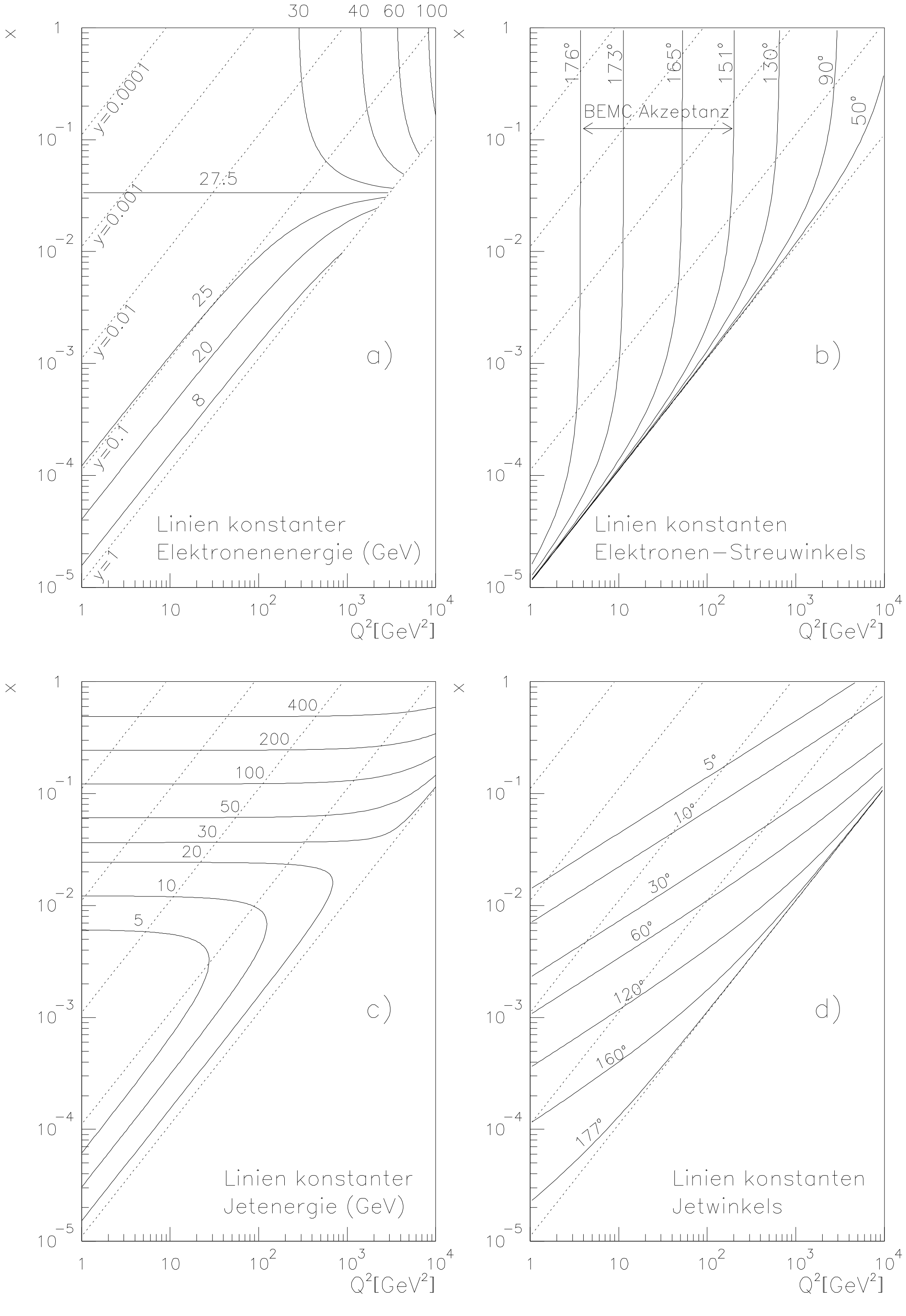

Abbildung 2.2: *Zusammenhang direkt meßbarer Größen mit den in diesem Abschnitt definierten lorentzinvarianten Größen x, y und Q^2. Linien mit konstanten und jeweils gleichen Werten von y sind in allen Abbildungen als gestrichelte Linien eingezeichnet. In a) und b) sind Linien konstanter Energie und konstanten Streuwinkels des Elektrons abgebildet. In c) und d) sind Linien konstanter Jetenergie und konstanten Jetwinkels dargestellt.*

2.2.1 Die Elektron–Methode

Die Standardmethode, die bei den meisten bisherigen Experimenten der Elektron–Proton–Streuung zur Rekonstruktion der Ereigniskinematik benutzt wird, ist die Elektron–Methode. Der Vorteil dieser Methode ist, daß es ausreicht, das gestreute Elektron nachzuweisen und dessen Energie E'_e sowie den Polarwinkel θ_e zu messen. Bei den HERA–Experimenten ist es üblich, θ_e relativ zur Richtung des einlaufenden Protons zu definieren. Mit dieser Definition gilt[3]:

$$Q_e^2 = 4E_eE'_e\cos^2(\frac{\theta_e}{2}) \tag{2.6}$$

$$y_e = 1 - \frac{E'_e}{E_e}\sin^2(\frac{\theta_e}{2}) \tag{2.7}$$

und unter Ausnutzung von Gleichung 2.5:

$$x_e = \frac{Q_e^2}{s \cdot y_e}. \tag{2.8}$$

Die relativen Auflösungen für Q_e^2 und y_e ergeben sich aus diesen Formeln zu [Kle91]:

$$\left(\frac{\sigma_{Q_e^2}}{Q_e^2}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_{E'_e}}{E'_e}\right)^2 + \left(\tan(\frac{\theta_e}{2})\ \sigma_{\theta_e}\right)^2 \tag{2.9}$$

und

$$\left(\frac{\sigma_{y_e}}{y_e}\right)^2 = \left((\frac{1}{y_e} - 1)\ \frac{\sigma_{E'_e}}{E'_e}\right)^2 + \left((\frac{1}{y_e} - 1)\cot(\frac{\theta_e}{2})\ \sigma_{\theta_e}\right)^2 \tag{2.10}$$

Die relative Auflösung $\sigma_{Q_e^2}/Q_e^2$ ist im gesamten kinematischen Bereich so gut, daß keine der im folgenden vorgestellten Methoden eine genauere Messung von Q^2 ermöglicht. Die relative Auflösung σ_{y_e}/y_e ist für kleine Werte von y_e proportional zu y_e^{-1}, so daß in diesem kinematischen Bereich nur eine ungenaue Rekonstruktion von y_e möglich ist. Daher wird die Elektron–Methode von der H1–Kollaboration nur in dem Bereich $y_e \geq 0,15$ eingesetzt, siehe [H1-95a] und [H1-96a].

2.2.2 Die Zweiwinkel–Methode

Bei der Zweiwinkel–Methode [Ben91, Hoe91] wird die Ereigniskinematik aus dem Streuwinkel θ_e des Elektrons und dem mittleren Streuwinkel θ_h des hadronischen Endzustandes bestimmt. θ_h ist durch

$$\cos(\theta_h) = \frac{(p_T^h)^2 - \Sigma^2}{(p_T^h)^2 + \Sigma^2} \tag{2.11}$$

gegeben, wobei für $(p_T^h)^2$ und Σ gilt:

$$(p_T^h)^2 = \sum_{i=1}^{N_h}(p_{x,i}^2 + p_{y,i}^2) \tag{2.12}$$

[3] In dem in dieser Arbeit verwendeten Einheitensystem gilt: $\hbar = c = 1$.

$$\Sigma = \sum_{i=1}^{N_h} (E_i - p_{z,i}) \tag{2.13}$$

Hierbei sind $p_{x,i}$, $p_{y,i}$, $p_{z,i}$ und E_i die Impulskomponenten und die Energie des Teilchens i und θ_i dessen Polarwinkel relativ zur Richtung des einlaufenden Protons. Die Summen in den Gleichungen 2.12 und 2.13 erstrecken sich jeweils über alle Teilchen des hadronischen Endzustandes. Unter Kenntnis der beiden Winkel θ_e und θ_h ergibt sich für die kinematischen Variablen:

$$Q^2_{\mathrm{zw}} = 4E_e^2 \, \frac{\sin(\theta_h)\,(1+\cos(\theta_e))}{\sin(\theta_h)+\sin(\theta_e)-\sin(\theta_h+\theta_e)} \tag{2.14}$$

$$y_{\mathrm{zw}} = \frac{\sin(\theta_e)\,(1-\cos(\theta_h)}{\sin(\theta_h)+\sin(\theta_e)-\sin(\theta_h+\theta_e)} \tag{2.15}$$

und unter Ausnutzung von Gleichung 2.5:

$$x_{\mathrm{zw}} = \frac{Q^2_{\mathrm{zw}}}{s \cdot y_{\mathrm{zw}}} \tag{2.16}$$

Der Vorteil der Zweiwinkel–Methode ist, daß die Bestimmung der Streuwinkel θ_e und θ_h in guter Näherung unabhängig von der absoluten Energie–Kalibrierung der benutzten Detektoren ist. Daher ist diese Methode in der Lage, die Kinematik auch für solche Ereignisse mit ausreichender Genauigkeit zu bestimmen, bei denen das Elektron in Bereiche des Detektors gestreut wird, in denen keine zuverlässige Energiemessung möglich ist. Dies sind einerseits Bereiche zwischen benachbarten Kalorimetermodulen [Pan95] und zum anderen Übergangsbereiche zwischen verschiedenen Kalorimetertypen [Con95].

Die Zweiwinkel–Methode liefert eine sehr gute Rekonstruktion der Kinematik in dem Bereich $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$ [Ber91]. Die Auflösungen $\sigma_{Q^2_{\mathrm{zw}}}$ und $\sigma_{y_{\mathrm{zw}}}$ sind jedoch relativ schlecht bei kleinen Werten von x und Q^2 [Bas95].

2.2.3 Die Methode von Jaquet und Blondel

Da mit dem H1–Detektor nicht nur das gestreute Elektron, sondern auch der hadronische Endzustand der tiefinelastischen Elektron–Proton–Streuung nachgewiesen werden kann, ist es möglich, die Ereigniskinematik allein aus den Meßgrößen des hadronischen Endzustandes zu bestimmen. Es gilt [Jaq79]:

$$y_{\mathrm{JB}} = \frac{\Sigma}{2E_e} \tag{2.17}$$

$$Q^2_{\mathrm{JB}} = \frac{(p_T^h)^2}{1-y_{\mathrm{JB}}} \tag{2.18}$$

und

$$x_{\mathrm{JB}} = \frac{Q^2_{\mathrm{JB}}}{s \cdot y_{\mathrm{JB}}} \tag{2.19}$$

Systematische Untersuchungen haben gezeigt [Ben91], daß diese Methode im gesamten bei HERA zugänglichen kinematischen Bereich eine schlechtere Auflösung $\sigma_{Q^2_{JB}}$ hat als die Elektron–Methode. Der Vorteil dieser Methode ist, daß sie bei kleinen und mittleren Werten von y ($y < 0,20$) eine genauere Messung von y ermöglicht als die Elektron–Methode [Bas95]. Darüber hinaus ist die Methode von Jaquet und Blondel die einzige Methode, die es erlaubt, die Kinematik von Ereignissen des geladenen Stroms zu messen.

2.2.4 Die Sigma–Methode

Die Sigma–Methode [Bas95] ist eine Weiterentwicklung der Methode von Jaquet und Blondel. Die kinematischen Größen werden hierbei wie folgt definiert:

$$y_\Sigma = \frac{\Sigma}{\Sigma + E'_e(1 - \cos\theta_e)} \tag{2.20}$$

$$Q^2_\Sigma = \frac{E'^2_e \sin^2\theta_e}{1 - y_\Sigma} \tag{2.21}$$

und

$$x_\Sigma = \frac{Q^2_\Sigma}{s \cdot y_\Sigma} \tag{2.22}$$

Zur Bestimmung von y_Σ wird der Nenner aus Gleichung 2.17 durch $(\Sigma + E'_e(1 - \cos\theta_e))$ ersetzt, was aufgrund von Energie– und Impulserhaltung gleich $2E_e$ ist, falls keine Photonabstrahlung vom einlaufenden Elektron stattfindet. Durch diese Definition ist y_Σ unabhängig von der Energie E_e des einlaufenden Elektrons. Strahlt das einlaufende Elektron ein Photon der Energie E_γ ab, so steht dem Elektron für den tiefinelastischen Streuprozeß die Energie $E^{\mathrm{eff}}_e = E_e - E_\gamma$ zur Verfügung und y_{JB} wird gemäß Gleichung 2.17 systematisch falsch rekonstruiert, während y_Σ korrekt bestimmt werden kann. Das gleiche gilt auch für Q^2_Σ, das im Gegensatz zu Q^2_{JB} unabhängig von der Energie des einlaufenden Elektrons ist.

Zur Bestimmung von Q^2_Σ wird ausgenutzt, daß der Transversalimpuls des hadronischen Endzustandes vom Betrag her gleich dem Transversalimpuls des gestreuten Elektrons sein muß: $(p^h_T)^2 = (p^e_T)^2 = E'^2_e \sin^2\theta_e$. Da die Energie des gestreuten Elektrons mit einer höheren Genauigkeit bestimmt werden kann als die Energie des hadronischen Endzustandes, ergibt sich im Vergleich zur Methode von Jaquet und Blondel eine verbesserte Auflösung: $\sigma_{Q^2_\Sigma} < \sigma_{Q^2_{\mathrm{JB}}}$. Aufgrund dieser Eigenschaften wird die Σ–Methode von der H1–Kollaboration in dem kinematischen Bereich $y_\Sigma < 0,15$ eingesetzt, siehe [H1-95a].

2.3 Der Wirkungsquerschnitt der tiefinelastischen Elektron–Proton–Streuung

Vergleicht man den Wirkungsquerschnitt bei Austausch eines Z_0–Bosons mit dem Austausch eines Photons, so ergibt sich [Ing88]:

$$\frac{\sigma(Z_0)}{\sigma(\gamma)} \propto \left(\frac{Q^2}{Q^2 + M^2_{Z_0}}\right)^2 \tag{2.23}$$

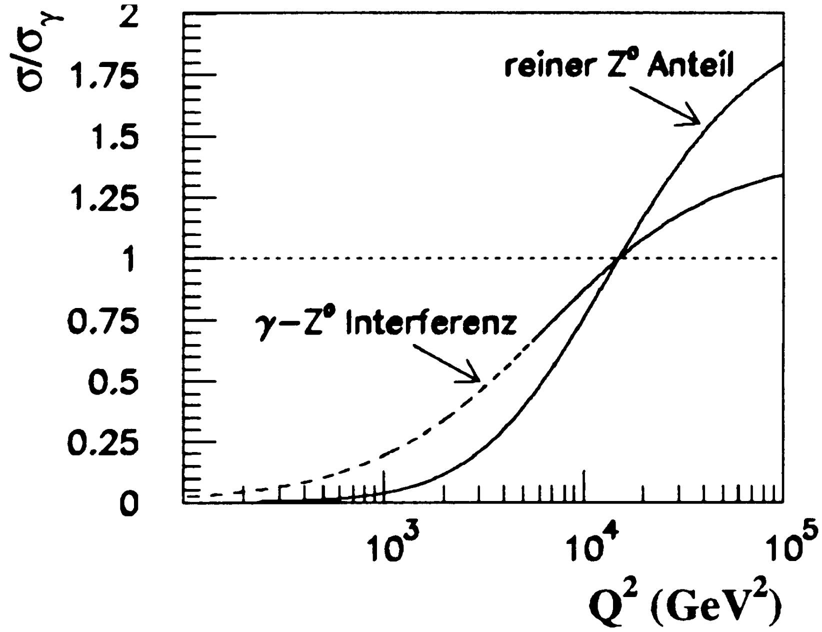

Abbildung 2.3: *Verhältnis der Wirkungsquerschnitte durch Z_0–Austauch und Photonaustausch. Der Anteil des Interferenzterms ist ebenfalls gezeigt, entnommen aus [Lip96].*

Da das Z_0–Boson die Masse $M_{Z_0} = 91,187 \pm 0,007\,\mathrm{GeV}$ besitzt [PDG94], ist der Austausch eines Z_0–Bosons bei kleinen Werten von Q^2 stark unterdrückt. Terme, die sich durch quantenmechanische Interferenz eines Z_0–Austauschs mit einem Photonaustausch ergeben, sind bei Impulsüberträgen $Q^2 \ll M_{Z_0}^2$ ebenfalls unterdrückt:

$$\frac{\sigma(\gamma/Z_0)}{\sigma(\gamma)} \propto \frac{Q^2}{Q^2 + M_{Z_0}^2} \tag{2.24}$$

In Abbildung 2.3 sind die Verhältnisse $\sigma(\gamma/Z_0)/\sigma(\gamma)$ und $\sigma(Z_0)/\sigma(\gamma)$ dargestellt. Der Interferenzterm trägt für $Q^2 > 10^2\,\mathrm{GeV}^2$ und der reine Z_0–Austausch für $Q^2 > 10^3\,\mathrm{GeV}^2$ zum Gesamtwirkungsquerschnitt bei. Für $Q^2 > 10^4\,\mathrm{GeV}^2$ dominiert die schwache Wechselwirkung. Da im Rahmen dieser Arbeit Ereignisse in dem Bereich $1\,\mathrm{GeV}^2 \leq Q^2 \leq 10\,\mathrm{GeV}^2$ analysiert werden, werden die Effekte der schwachen Wechselwirkung im folgenden vernachlässigt.

In Bornscher Näherung kann der differentielle Wirkungsquerschnitt für die tiefinelastische Elektron–Proton–Streuung bei Austausch eines Photons wie folgt geschrieben werden, siehe z.B. [Hal84]:

$$\frac{d^2\sigma(\gamma)}{dx\,dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{xQ^4}\left(y^2 x\,F_1(x,Q^2) \;+\; (1-y)\;F_2(x,Q^2)\right) \tag{2.25}$$

Die Funktionen $F_1(x,Q^2)$ und $F_2(x,Q^2)$ beschreiben den inneren Aufbau des Protons und werden Strukturfunktionen des Protons genannt. Diese Strukturfunktionen wurden in der Vergangenheit von mehreren Experimenten gemessen. Durch die Inbetriebnahme der Speicherringanlage HERA wird die Messung in einem bisher unzugänglichen kinematischen Bereich ermöglicht.

Im naiven Quark–Parton–Modell sind die Strukturfunktionen F_1 und F_2 des Protons nicht unabhängig voneinander, siehe Gleichung 2.30, sondern es gilt: $F_2 = 2xF_1$ [Cal69]. Im Rahmen der QCD, die in Abschnitt 2.5 beschrieben wird, treten Abweichungen von dieser als Callan–Gross–Relation bezeichneten Beziehung auf. Diese Abweichungen werden durch die Funktion $R(x, Q^2)$ beschrieben:

$$R(x, Q^2) = \frac{F_2(x, Q^2) \ - \ 2xF_1(x, Q^2)}{2xF_1(x, Q^2)} \tag{2.26}$$

Unter Ausnutzung dieser Gleichung erhält man für den differentiellen Wirkungsquerschnitt:

$$\frac{d^2\sigma(\gamma)}{dx\ dQ^2} = \frac{2\pi\alpha^2}{xQ^4}\left(2\ (1-y)\ +\ \frac{y^2}{(1+R(x,Q^2))}\right)\ F_2(x, Q^2) \tag{2.27}$$

Diese Gleichung wird dazu benutzt, um aus dem gemessenen doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitt $d^2\sigma(\gamma)/(dx\ dQ^2)$ die Strukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ zu bestimmen. Da die Funktion $R(x, Q^2)$ bisher noch nicht bei HERA gemessen werden konnte, werden in dieser Arbeit Werte benutzt, die mit Hilfe der QCD vorhergesagt wurden. Der Einfluß von $R(x, Q^2)$ ist aufgrund des y^2–Terms in Gleichung 2.27 lediglich bei großen Werten von y relevant.

2.4 Das naive Quark–Parton Modell

Um das komplexe Spektrum der in den 50er und 60er Jahren entdeckten Hadronen zu beschreiben, schlug Gell–Mann vor [Gel64], daß Hadronen aus Quarks zusammengesetzt sind. Dieses nichtrelativistische Quark–Modell ist in der Lage, die statischen Eigenschaften wie Ladung und Spin der Hadronen zu erklären. Um auch die Wechselwirkungen der Hadronen beschreiben zu können, wurde ein auf dem Quark–Modell aufbauendes Modell entwickelt, das im folgenden das naive Quark–Parton Modell genannt wird. Die Annahmen, die in diesem Modell gemacht werden, sind:

- Das Proton besteht wie alle Hadronen aus Quarks
- Die Quarks bewegen sich parallel zueinander in der Richtung des Protonimpulses
- Die Quarks besitzen drittelzahlige Ladungen, gemessen in Einheiten der Elementarladung e. Das Proton besteht aus zwei u–Quarks mit der Ladung $+\frac{2}{3}e$ und einem d–Quark der Ladung $-\frac{1}{3}e$
- Die Quarks besitzen den Spin $\frac{1}{2}\hbar$
- In der tiefinelastischen Elektron–Proton–Streuung wird das Elektron an einem Quark elastisch gestreut

Mit diesen Annahmen ergibt sich der Wirkungsquerschnitt für die tiefinelastische Elektron–Proton–Streuung als die inkohärente Summe der Wirkungsquerschnitte für die elastische Elektron–Quark–Streuung und man erhält für die Strukturfunktionen [Bjo69]:

$$F_1(x) = \frac{1}{2x} \sum_{l=1}^{N_{\text{parton}}} e_l^2 \, x \, f_l(x) \tag{2.28}$$

$$F_2(x) = \sum_{l=1}^{N_{\text{parton}}} e_l^2 \, x \, f_l(x) \tag{2.29}$$

Hierbei sind:

x	=	Die Bjorken–Skalenvariable. Sie entspricht unter Vernachlässigung der Quarkmassen im Quark–Parton–Modell dem Bruchteil des Protonimpulses, den das Quark vor dem Streuprozeß getragen hat
N_{parton}	=	Anzahl der Quarks, aus denen das Proton aufgebaut ist
e_l	=	Ladung des Quarks l in Einheiten der Elementarladung
$f_l(x)\,dx$	=	Wahrscheinlichkeit, das Quark l mit einem Bruchteil des Protonimpulses aus dem Intervall $[x, x+dx]$ zu finden

Aus der Annahme, daß die tiefinelastische Elektron–Proton–Streuung eine elastische Streuung an den Quarks ist, folgt, daß die Strukturfunktionen nicht vom Impulsübertrag Q^2, sondern allein von der dimensionslosen Größe x abhängen, siehe Gleichungen 2.28 und 2.29. Diese Vorhersage des Quark–Parton–Modells konnte durch Streuexperimente bei Werten von $x \simeq 0,25$ am SLAC bestätigt werden [Blo69] und wird als Skaleninvarianz bezeichnet.

Eine weitere Vorhersage des Quark–Parton–Modells erhält man aus dem Vergleich der Strukturfunktionen F_1 und F_2:

$$F_2(x) = 2x \, F_1(x) \tag{2.30}$$

Diese Beziehung wird als Callan–Gross–Relation [Cal69] bezeichnet und folgt aus der Annahme, daß die Quarks den Spin $1/2\,\hbar$ besitzen. Auch diese Vorhersage konnte experimentell bestätigt werden [Alb69].

Spätere Messungen konnten durch Erweiterung des zugänglichen kinematischen Bereichs und durch Erhöhung der Meßgenauigkeit zeigen, daß die Skaleninvarianz nicht für alle Werte von x erfüllt ist. Darüber hinaus stellte man fest, daß die Quarks nur etwa 50% des Protonimpulses tragen, was ein Hinweis darauf ist, daß es neben den Quarks noch andere Teilchen im Proton gibt. Diese Widersprüche zum naiven Quark–Parton–Modell können durch die starke Wechselwirkung erklärt und im Rahmen der QCD berechnet werden. Daher sollen im folgenden Abschnitt die Grundlagen der QCD erläutert werden.

2.5 Die Grundlagen der QCD

Die QCD ist die Theorie zur Beschreibung der starken Wechselwirkung. Sie geht von den folgenden grundlegenden Annahmen aus, siehe z.B [Sch88]:

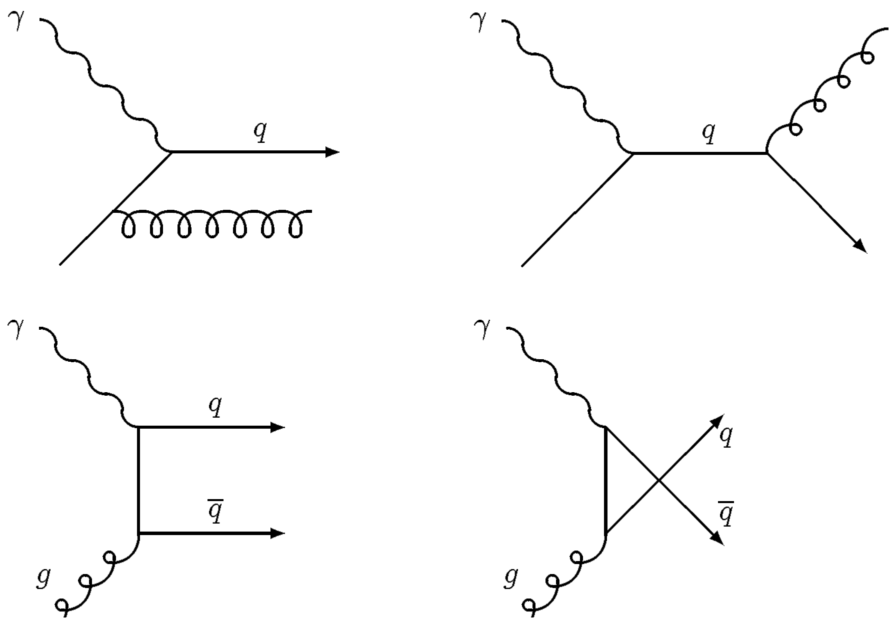

Abbildung 2.4: *Graphen für QCD–Korrekturen zur tiefinelastischen Elektron–Proton–Streuung in niedrigster Ordnung. Die Abbildungen zeigen: Gluonabstrahlung eines Quarks im Anfangszustand und im Endzustand (oben) sowie die Boson–Gluon–Fusion (unten).*

- Jede Quark–Sorte existiert in 3 verschiedenen Farben Rot, Gelb, Blau.
- Die Wechselwirkung bleibt ungeändert bei Vertauschung der Farben, d.h. die starke Wechselwirkung ist invariant unter $\mathrm{SU}(3)_C$–Transformationen (C=Colour), die die Farbladungen tauschen oder vermischen.
- Die Hadronen sind farbneutral ("weiß").
- Nur farbneutrale Systeme können als freie Teilchen existieren, die Quarks und auch die Gluonen, die alle eine Farbladung tragen, sind eingesperrt (Confinement).

Analog zur elektromagnetischen Wechselwirkung, in der ein geladenes Teilchen ein Photon abstrahlen kann ($e^- \rightarrow e^-\gamma$), können die farbgeladenen Quarks in der QCD ein Gluon abstrahlen ($q \rightarrow qg$). Diese Gluonen können ihrerseits Quark–Antiquark–Paare erzeugen, die als Seequarks bezeichnet werden. Die Graphen für diese Prozesse sind in Abbildung 2.4 in niedrigster Ordnung abgebildet. Das Proton enthält also nicht nur, wie im Quark–Parton–Modell angenommen wurde, die Valenzquarks, sondern zusätzlich Seequarks und Gluonen.

Da experimentell festgestellt wurde, daß alle Quarks zusammen nur etwa 50% des Protonimpulses tragen, wird im Rahmen der QCD angenommen, daß die verbleibenden 50% von den Gluonen getragen werden. Auch die Verletzung der Skaleninvarianz in der tiefinelastischen Elektron–Proton–Streuung kann durch die QCD erklärt werden: Mit größer werdenden Werten des Impulsübertrages Q^2 kann das ausgetauschte virtuelle Photon immer kleinere Strukturen im Proton auflösen und wird sensitiv auf Gluonabstrahlungen des gestreuten Quarks. Hierdurch erhalten die Quarkdichteverteilungen $f_l(x)$ aus den Gleichungen 2.28 und 2.29 eine Abhängigkeit von Q^2. Analog zu den Quarkdichteverteilungen wird die entsprechende Gluondichteverteilung $g(x,Q^2)$ eingeführt, wobei $g(x,Q^2)dx$ die Wahrscheinlichkeit angibt, ein Gluon mit dem Impulsbruchteil aus dem Intervall $[x, x+dx]$ des Protons zu finden.

Die Q^2–Abhängigkeit der Quark– und Gluondichteverteilungen wird durch die Dokshitzer–Gribov–Lipatov–Altarelli–Parisi–Gleichungen [Alt77, Gri72, Dok77] beschrieben:

$$\frac{\partial f_l(x,Q^2)}{\partial \log Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left(f_l(y,Q^2) P_{qq}(\frac{x}{y}) + g(y,Q^2) P_{qg}(\frac{x}{y}) \right) \tag{2.31}$$

$$\frac{\partial g(x,Q^2)}{\partial \log Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left(\sum_{l=1}^{N_f} (f_l(y,Q^2) P_{gq}(\frac{x}{y})) + g(y,Q^2) P_{gg}(\frac{x}{y}) \right) \tag{2.32}$$

Hierbei sind

$P_{ij}(z)$	=	die Splitting–Funktion gibt die Wahrscheinlichkeit für den Prozeß an, daß ein Parton j ein Parton i erzeugt, das den Bruchteil z des Impulses des Partons j besitzt
$\alpha_s(Q^2)$	=	Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung
N_f	=	Anzahl der Quarksorten im Proton

Die Splitting–Funktionen in erster Ordnung $P_{ij}(z)$ sind im Rahmen der QCD berechenbar und mit den entsprechenden Graphen in Abbildung 2.5 dargestellt. Da das Eichboson der starken Wechselwirkung, das Gluon, selber eine Farbladung trägt, ist auch die Gluonselbstwechselwirkung ($g \to gg$) möglich, so daß es insgesamt 4 Splitting–Funktionen gibt: $P_{qq}(z)$, $P_{gq}(z)$, $P_{qg}(z)$ und $P_{gg}(z)$.

Die Abhängigkeit der starken Kopplungskonstanten α_s vom Impulsübertrag Q^2 ist gegeben durch [Nac86]:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33-2N_f)\log(Q^2/\Lambda^2)} \tag{2.33}$$

Hierbei ist Λ ein Skalenparameter, der im Rahmen der QCD nicht berechnet werden kann. Von Experimenten der tiefinelastischen Lepton–Nukleon–Streuung kann Λ bestimmt werden. Durch eine Mittelung der verfügbaren Meßwerte [Sch95] ergibt sich ein Wert von $\Lambda = (245 \pm 26)\,\mathrm{MeV}$. Die Formel 2.33 ist nur gültig in dem kinematischen Bereich $Q^2 \gg \Lambda^2$. Für N_f ist die Anzahl der Quarksorten mit $M_{Quark} < Q^2$ einzusetzen, so daß der Nenner in Gleichung 2.33 stets positiv ist und α_s mit steigenden Werten von Q^2 logarithmisch abnimmt [Sch88]. Dieses Verhalten ist entgegengesetzt zur Q^2–Abhängigkeit der elektromagnetischen Kopplungskonstanten α und kann dadurch erklärt werden, daß die Gluonen Farbladungen tragen.

Die Größen $f_l(x,Q^2)$ und $g(x,Q^2)$ wurden vor Inbetriebnahme von HERA in dem kinematischen Bereich $x \gtrsim 0,001$ bestimmt, wie aus Tabelle 2.1 hervorgeht. In Gegensatz zur Abhängigkeit dieser Funktionen von Q^2, die durch die Gleichungen 2.31 und 2.32 beschrieben wird, existiert für die Entwicklung zu kleineren Werten von x keine eindeutige

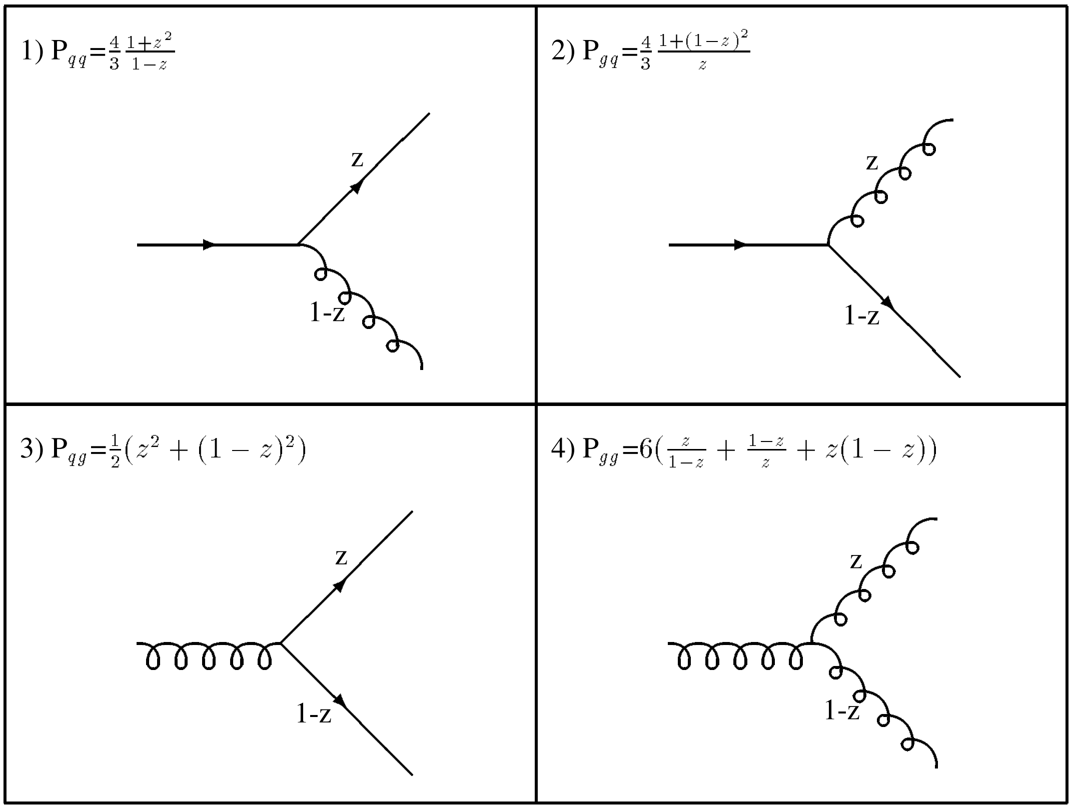

Abbildung 2.5: *Splitting–Funktionen $P_{ij}(z)$ und die entsprechenden Graphen für die 4 möglichen Prozesse in erster Ordnung der Störungstheorie, bei denen das Parton j ein Parton i mit Impulsbruchteil z abstrahlt.*

theoretische Vorhersage. Im folgenden Abschnitt sollen daher einige Grundlagen der Partonverteilungen bei kleinen Werten von x diskutiert und ein Modell vorgestellt werden, das in der Lage ist, eine Vorhersage für die Partonverteilungen bei kleinen Werten von x zu liefern.

2.6 Partonverteilungen bei kleinen Werten von x

Im naiven Quark–Parton–Modell besteht das Proton aus den drei Valenzquarks, die untereinander nicht wechselwirken. Jedes dieser Quarks trägt genau $\frac{1}{3}$ des Protonimpulses, siehe Abbildung 2.6 oben. Im Rahmen der QCD wird erwartet, daß die Valenzquarks durch Austausch von Gluonen untereinander wechselwirken, so daß der Impulsbruchteil x auch andere Werte als $\frac{1}{3}$ annehmen kann. Die Quarkdichteverteilung $f_l(x)$ ist in diesem Fall im gesamten zulässigen Bereich $0 \leq x \leq 1$ von 0 verschieden, siehe Abbildung 2.6 Mitte, wobei der Mittelwert bei $\frac{1}{3}$ liegt. Wie in Abschnitt 2.5 erläutert wurde, enthält das Proton neben den Valenzquarks auch Gluonen und Seequarks. Da die Gluonen und Seequarks durch Strahlungsprozesse erzeugt werden, tragen sie bevorzugt Impulsbruchteile

Experiment	Projektil–teilchen	Target–material	kinematischer Bereich
CDHS	ν	Fe	$0,015 \leq x \leq 0,65$ $0,5 \leq Q^2 \leq 200\,\mathrm{GeV}^2$
EMC	μ	H^2, D^2, Fe	$0,030 \leq x \leq 0,80$ $3 \leq Q^2 \leq 250\,\mathrm{GeV}^2$
BCDMS	μ	H^2, D^2	$0,070 \leq x \leq 0,75$ $7 \leq Q^2 \leq 260\,\mathrm{GeV}^2$
		C	$0,250 \leq x \leq 0,75$ $25 \leq Q^2 \leq 260\,\mathrm{GeV}^2$
CDHSW	ν	Fe	$0,015 \leq x \leq 0,65$ $0,5 \leq Q^2 \leq 200\,\mathrm{GeV}^2$
SLAC	e	H^2, D^2	$0,070 \leq x \leq 0,85$ $Q^2 \leq 25\,\mathrm{GeV}^2$
E665	μ	H^2, D^2	$0,0008 \leq x \leq 0,60$ $0,2 \leq Q^2 \leq 75\,\mathrm{GeV}^2$
CCFR	ν	Fe	$0,070 \leq x \leq 0,65$ $0,5 \leq Q^2 \leq 200\,\mathrm{GeV}^2$
NMC	μ	H^2, D^2	$0,008 \leq x \leq 0,50$ $0,5 \leq Q^2 \leq 200\,\mathrm{GeV}^2$

Tabelle 2.1: *Liste von Experimenten der tiefinelastischen Lepton–Nukleon–Streuung, bei denen die Projektilteilchen am ruhenden Target gestreut wurden. Der zugängliche kinematische Bereich in x und Q^2 ist ebenfalls aufgeführt.*

x mit $x \ll 1$, siehe Abbildung 2.6 unten.

Um quantitative Vorhersagen für die Gluon– und Quarkdichten in einem bisher experimentell nicht zugänglichen kinematischen Bereich der Bjorkenvariablen x machen zu können, müssen vereinfachende Modellannahmen verwendet werden. Dabei ist zu beachten, daß die folgenden Gleichungen erfüllt sind:

$$\int_0^1 \left(g(x,Q^2) + \sum_{Quarksorten} f_l(x,Q^2) \right) x\,dx = 1 \tag{2.34}$$

$$\int_0^1 f_{u_v}(x,Q^2)\,dx = 2 \tag{2.35}$$

$$\int_0^1 f_{d_v}(x,Q^2)\,dx = 1 \tag{2.36}$$

Die Gleichung 2.34 muß erfüllt sein, da alle Konstituenten des Protons zusammen den Protonimpuls tragen. Gleichungen 2.35 und 2.36 gelten, da das Proton aus zwei Valenz u–Quarks und einem Valenz d–Quark besteht.

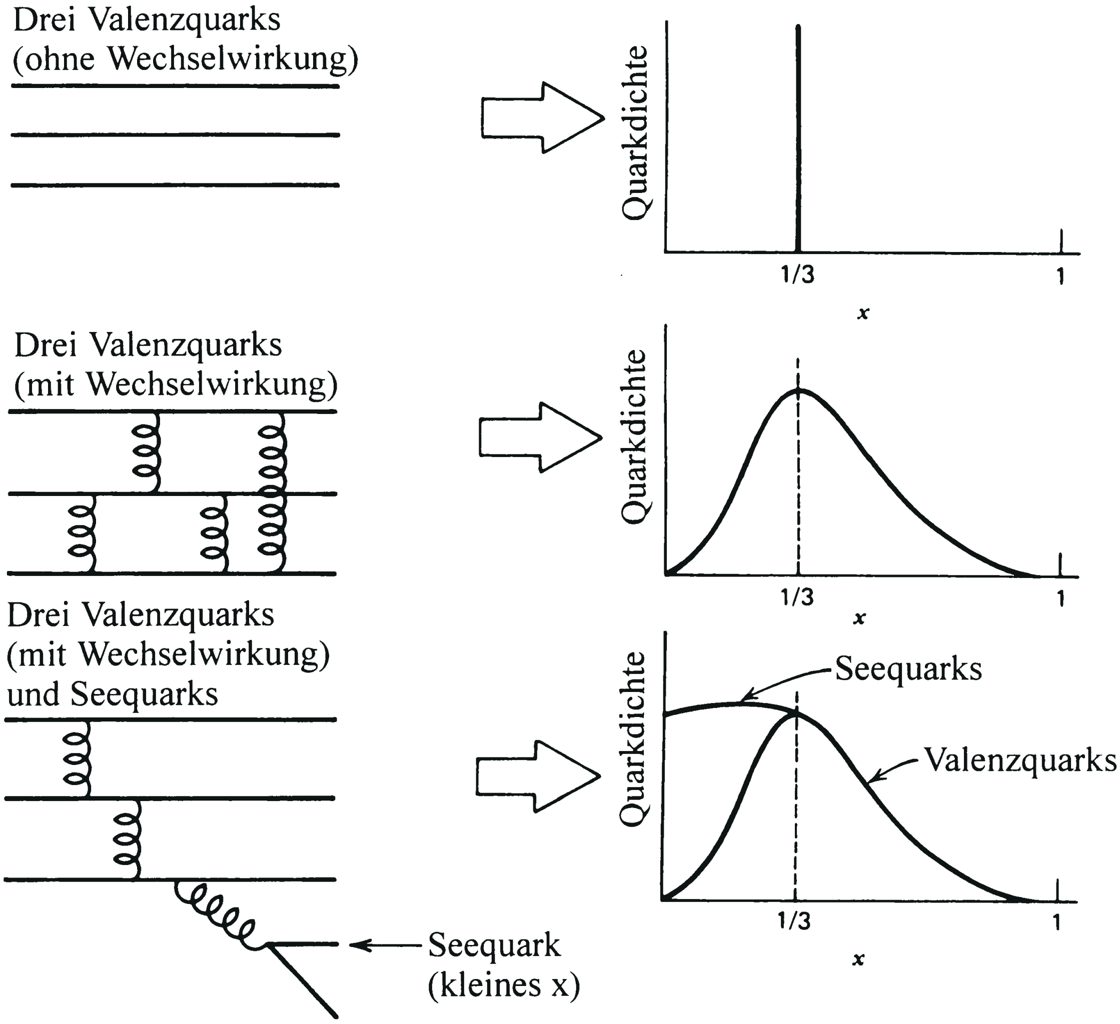

Abbildung 2.6: *Quarkdichten unter drei vereinfachenden Modellannahmen, entnommen aus [Hal84].*

2.6.1 Die Partonverteilungen von Glück, Reya und Vogt

Das Modell von Glück, Reya und Vogt liefert Vorhersagen für die Partondichten in dem bei HERA zugänglichen Bereich $x < 0,01$. Es hat sich herausgestellt, daß diese Vorhersage die Messungen der H1– und ZEUS–Kollaborationen sehr gut beschreibt, siehe Abbildung 2.7. Daher soll dieses Modell näher erläutert werden.

Die ursprüngliche Annahme des Modells von Glück und Reya ist [Glu77], daß das in der tiefinelastischen Lepton–Nukleon–Streuung ausgetauschte virtuelle Photon bei hinreichend kleinen Werten des Impulsübertrages Q^2 nicht sensitiv auf die Gluonabstrahlung der Valenzquarks ist und das Proton somit nur aus den drei Valenzquarks besteht. Es

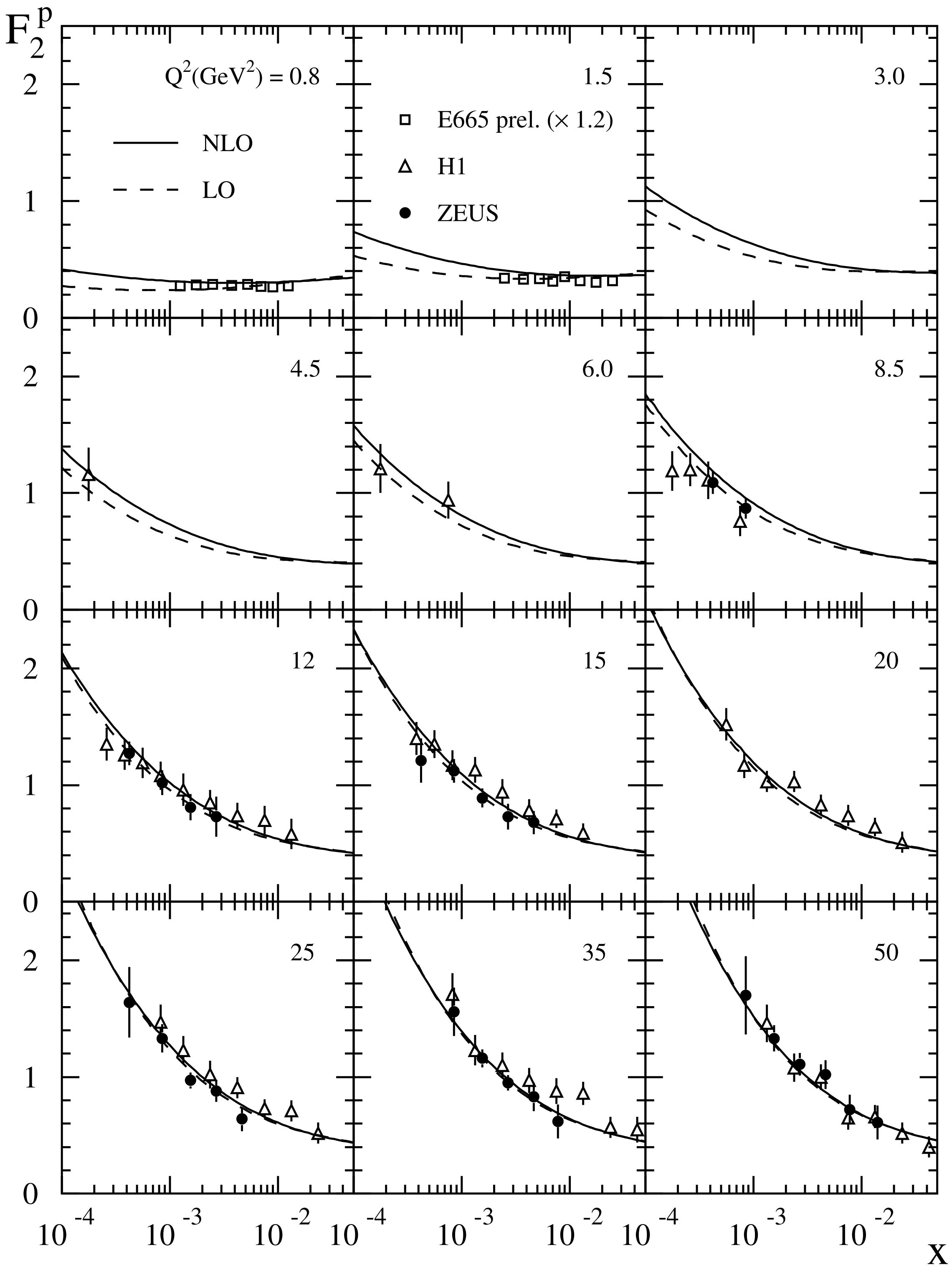

Abbildung 2.7: *Vergleich der Strukturfunktion von Glück, Reya und Vogt mit Messungen, entnommen aus [Glu95]. Die Daten der Kollaborationen H1 und ZEUS wurden in der Datennahmeperiode 1993 aufgezeichnet. Für alle bisher zugänglichen Impulsüberträge Q^2 ist eine sehr gute Übereinstimmung festzustellen.*

wird angenommen, daß bei $Q^2 = \mu^2 \simeq 0,1...0,5\,\mathrm{GeV}^2$ für alle Werte von x gilt:

$$g(x,\mu^2) = f_{l_s}(x,\mu^2) = f_{l_{\bar{s}}}(x,\mu^2) = 0 \tag{2.37}$$

Hierbei sind $f_{l_s}(x,Q^2)$ die Dichte der Seequarks und $f_{l_{\bar{s}}}(x,Q^2)$ die Dichte der Antiseequarks der Quarksorte l und $g(x,Q^2)$ die Gluondichte. Diese Randbedingungen können zusammen mit einer Messung der Valenzquarkdichten $f_{u_v}(x,Q_0^2)$ und $f_{d_v}(x,Q_0^2)$ bei Werten von $Q_0^2 \gg \mu^2$ benutzt werden, um mit Hilfe der Entwicklungsgleichungen 2.31 und 2.32 die Teilchendichten $g(x,Q^2)$, $f_{l_s}(x,Q^2)$ und $f_{l_{\bar{s}}}(x,Q^2)$ in dem Bereich $Q^2 > \mu^2$ zu berechnen.

Dieses Modell konnte quantitativ beschreiben [Glu77], daß die Gluonen bei Impulsüberträgen $Q^2 \gtrsim 3\,\mathrm{GeV}^2$ etwa 50% des Protonimpulses tragen. Messungen der EMC–Kollaboration haben aber gezeigt [EMC90], daß die vorhergesagten Gluon– und Seequarkdichten [Glu89] zu kleinen Werten von x hin im Vergleich zu den Meßdaten zu stark ansteigen.

Um eine bessere Übereinstimmung mit den Meßdaten zu erlangen, wurde angenommen [Glu90], daß sich die Gluonen bei Impulsüberträgen von $Q^2 = \mu^2 \simeq 0,3\,\mathrm{GeV}^2$ wie Valenzquarks verhalten. Die Annahme $g(x,\mu^2) = 0$ wurde also geändert in

$$g(x,\mu^2) = \frac{n_g}{3}\left(f_{u_v}(x,\mu^2) + f_{d_v}(x,\mu^2)\right), \tag{2.38}$$

während die Bedingung

$$f_{l_s}(x,\mu^2) = f_{l_{\bar{s}}}(x,\mu^2) = 0 \tag{2.39}$$

aufrecht erhalten wurde. Die Anwendung der Summenregeln 2.35 und 2.36 liefert:

$$\int_0^1 g(x,\mu^2)dx = \frac{n_g}{3}(2+1) = n_g. \tag{2.40}$$

Der freie Parameter n_g kann als die Anzahl von Valenzgluonen im Proton interpretiert werden. Eine Anpassung an die Meßergebnisse lieferte den Wert [Glu90]: $n_g^{exp} \cong 2$. Daher wurde im folgenden $n_g = 2$ benutzt. Dieses Resultat erscheint physikalisch sinnvoll, denn ein System aus 2 Valenzgluonen kann durch antisymmetrische Kopplung ein farb– und spinneutrales Objekt bilden.

Eine weitere Verbesserung des Modells von Glück, Reya und Vogt ergibt sich unter der Annahme, daß sich bei Impulsüberträgen $Q^2 = \mu^2 \simeq 0,3\,\mathrm{GeV}^2$ nicht nur die Gluondichte $g(x,\mu^2)$, sondern auch die Dichte der u– und d–Seequarks $f_{u_s}(x,\mu^2)$ und $f_{d_s}(x,\mu^2)$ wie die Dichte der Valenzquarks verhält [Glu92] und wie folgt parametrisiert werden kann:

$$\begin{aligned} xg(x,\mu^2) &= ax^b(1-x)^c && (2.41)\\ xf_{u_s}(x,\mu^2) = xf_{d_s}(x,\mu^2) &= a'x^{b'}(1-x)^{c'} && (2.42)\\ & && (2.43)\end{aligned}$$

Da es experimentelle Hinweise dafür gibt [CDH82, CCF90], daß sich s–Seequarks anders verhalten als die u– und d–Seequarks, wird weiterhin angenommen:

$$xf_{s_s}(x,\mu^2) = 0 \tag{2.44}$$

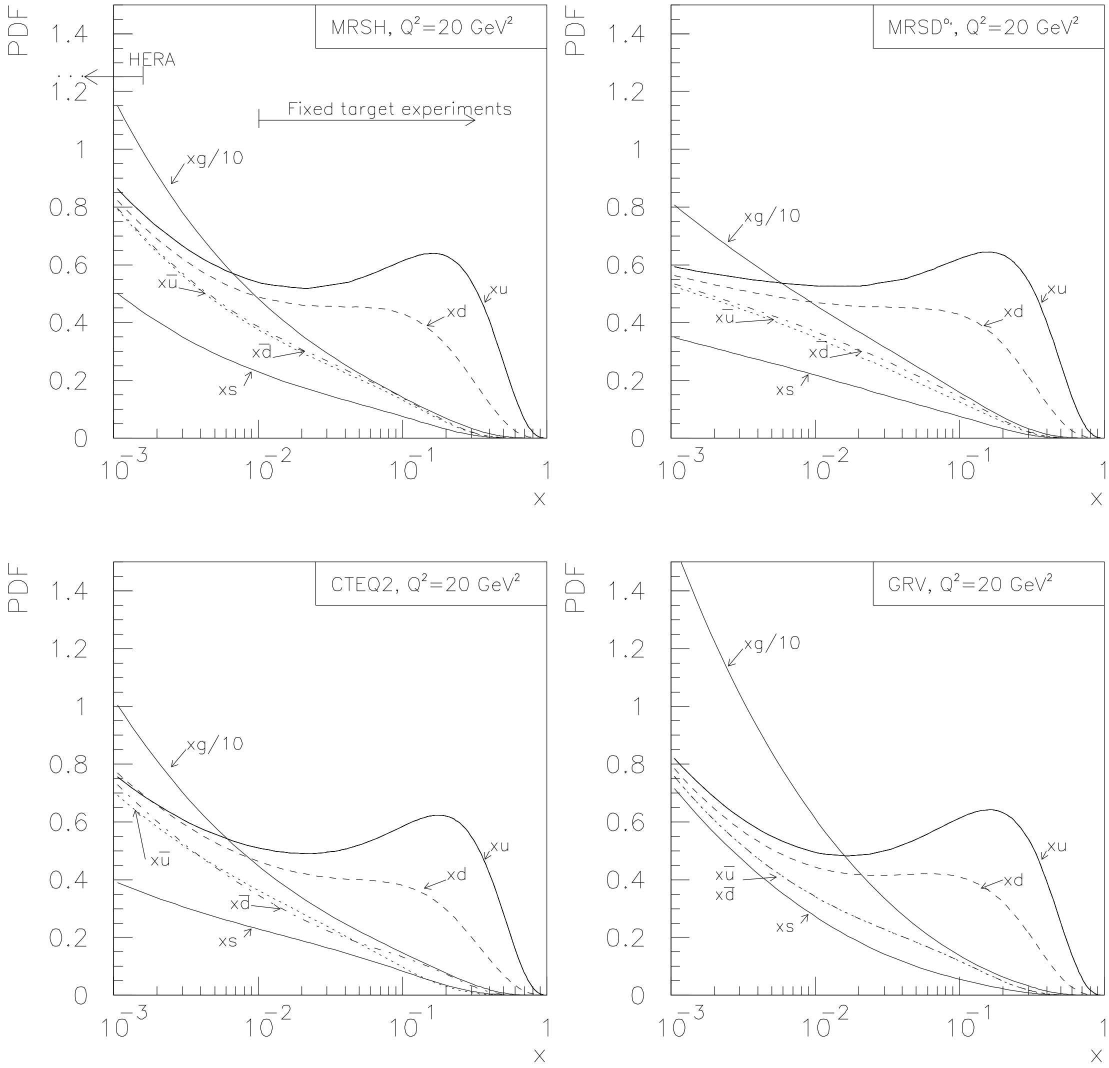

Abbildung 2.8: *Unterschiedliche Parametrisierungen der Quark– und Gluondichten als Funktion von x bei einem festen Wert von $Q^2 = 20\,\mathrm{GeV}^2$. Es sind die Parametrisierungen von Martin, Roberts und Stirling (MRSH) [Mar93], (MRSD^0) [Mar91], von der CTEQ–Kollaboration (CTEQ2) [CTE93] und von Glück, Reya und Vogt (GRV) [Glu93]gezeigt.*

Die freien Parameter a, a', b, b', c und c' werden durch eine Anpassung an die experimentell gemessenen Quarkdichten bei $x > 0,01$ und $Q^2 > \mu^2$ bestimmt. Ist diese Anpassung durchgeführt, so erhält man eine Vorhersage der Quark– und Gluondichten für Werte von $Q^2 \geq \mu^2$ und $x < 0,01$. Die Dichte der Valenzquarks läßt sich in dem kinematischen Bereich $0,34\,\mathrm{GeV}^2 = \mu^2 \leq Q^2 \leq 10^8\,\mathrm{GeV}^2$, $10^{-5} \leq x \leq 1$ nach dieser Vorhersage wie folgt parametrisieren:

$$xf_{u_v} = N_u x^{d_u}(1 + e_u\sqrt{x} + f_u x)(1-x)^{g_u} \qquad (2.45)$$

$$xf_{d_v} = N_d x^{d_d}(1 + e_d\sqrt{x} + f_d x)(1-x)^{g_d} \qquad (2.46)$$

und die Dichte der u– und d–Seequarks sowie die Dichte der Gluonen:

$$xw(x,Q^2) = \left[x^a(A+Bx+Cx^2)\left(\ln\frac{1}{x}\right)^b + s^\alpha \exp\left(-E+\sqrt{E's^\beta \ln\frac{1}{x}}\right)\right](1-x)^D \tag{2.47}$$

Hierbei sind α und β Parameter und $N_u, N_d, d_u, d_d, e_u, e_d, f_u, f_d, g_u, g_d, A, B, C, D, E$ und E' Funktionen von $\ln(Q^2)$. Abbildung 2.8 zeigt die Quark– und Gluondichten als Funktion von x nach dem Modell von Glück, Reya und Vogt (GRV) sowie für drei andere Modelle bei einem festen Wert von $Q^2 = 20\,\mathrm{GeV}^2$. Es hat sich gezeigt [Glu93, ZEU95, H1-96a], daß die Vorhersage GRV sehr gut mit den Meßergebnissen in dem Bereich $10^{-4} \le x \le 10^{-2}$ für $1,5\,\mathrm{GeV}^2 \le Q^2 \le 5000\,\mathrm{GeV}^2$ übereinstimmt.

Die Vorhersagen des Modells von Glück, Reya und Vogt wurden in niedrigster Ordnung der Störungstheorie sowie in der nächst höheren Ordnung berechnet. Die aus beiden Rechnungen resultierenden Quark– und Gluondichten stimmen in weiten Bereichen von x und Q^2 miteinander überein. Daher wird angenommen, daß Beiträge höherer Ordnungen der Störungsrechnung klein sind und vernachlässigt werden können.

2.6.2 Die Vorhersage von Gribov, Levin und Ryskin

Die Dokshitzer–Gribov–Lipatov–Altarelli–Parisi–Gleichungen 2.31 und 2.32 beschreiben die Abhängigkeit der Quark– und Gluondichten von Q^2. Die hierbei berücksichtigten Strahlungsprozesse der QCD, die in Abbildung 2.5 dargestellt sind, führen zu einem starken Anstieg der Quark– und Gluondichten und somit zu einem Anstieg der Strukturfunktion $F_2(x,Q^2)$ des Protons. Ein solcher Anstieg wurde, wie im vorhergehenden Abschnitt gezeigt wurde, im Bereich $10^{-4} \le x \le 10^{-2}$ von den Experimenten ZEUS und H1 beobachtet.

Der Anstieg der Quark– und Gluondichten kann sich aber für $x \to 0$ nicht unvermindert fortsetzen, da die Partonen bei hohen Partondichten nicht mehr als freie Teilchen betrachtet werden können und somit untereinander wechselwirken. Da diese Wechselwirkungen in den Entwicklungsgleichungen 2.31 und 2.32 nicht berücksichtigt werden, schlugen Gribov, Levin und Ryskin [Gri83] vor, diese Gleichungen um einen nichtlinearen Term wie folgt zu erweitern:

$$\begin{aligned}\frac{\partial(xg(x,Q^2))}{\partial \log Q^2} &= \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi}\int_x^1 \frac{dx'}{x'}\left(\sum_{l=1}^{N_f} xf_l(x',Q^2)P_{gq}(\frac{x}{x'}) \;+\; xg(x',Q^2)P_{gg}(\frac{x}{x'})\right)\\ &\quad -\frac{81}{16}\cdot\frac{1}{r^2}\cdot\frac{\alpha_s(Q^2)}{Q^2}\int_x^1\frac{dx'}{x'}\left(x'\,g(x',Q^2)\right)^2\end{aligned} \tag{2.48}$$

Der nichtlineare Term berücksichtigt die Rekombination von Partonen zu Gluonen. Der Parameter r ist bisher nicht berechenbar und beschreibt, in welchem räumlichen Bereich die Gluonen aus den Rekombinationsprozessen entstehen. Eine mögliche Annahme ist, daß die Gluonen gleichmäßig im Proton verteilt sind. In diesem Fall nimmt r den Wert $r \simeq 5\,\mathrm{GeV}^{-1}$ an [Bar91], was näherungsweise dem Radius des Protons entspricht. Eine andere

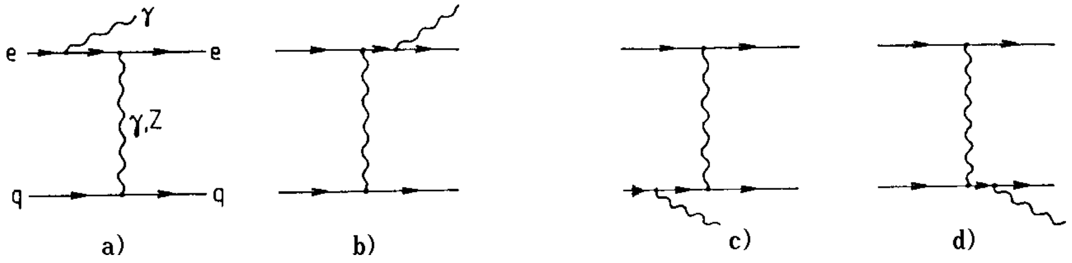

Abbildung 2.9: *Feynmangraphen der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha^3)$, die die Abstrahlung eines reellen Photons beschreiben, entnommen aus [Spi91].*

Annahme ist, daß sich die Gluonen bevorzugt in der Nähe der Valenzquarks befinden und sogenannte Hotspots [Mue91] bilden. Der Parameter r ist in diesem Fall kleiner: $r \leq 2\,\mathrm{GeV}^{-1}$ [Bar91]. Wenn es diese Hotspots gibt, so sollten die Rekombinationsprozesse im Proton schon bei größeren Werten von x beobachtbar und bei HERA nachweisbar sein. Ein experimenteller Nachweis der Rekombinationsprozesse im Proton ist durch die Messung der Strukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ des Protons möglich. Setzen diese Prozesse ein, so wachsen die Partondichten und damit auch $F_2(x, Q^2)$ mit kleiner werdenden Werten von x nicht weiter an, sondern erreichen einen Sättigungswert.

2.7 Strahlungskorrekturen in der tiefinelastischen Elektron–Proton–Streuung

Bisher wurde der Prozeß der tiefinelastischen Elektron–Proton–Streuung in der niedrigsten Ordnung $\mathcal{O}(\alpha^2)$ der elektroschwachen Störungstheorie, im folgenden als Born–Niveau bezeichnet, betrachtet. Zum meßbaren Wirkungsquerschnitt $d^2\sigma \;/\; (dx\; dQ^2)|_{\mathrm{Mess}}$ tragen jedoch auch alle Prozesse höherer Ordnungen der Störungstheorie bei. Es konnte gezeigt werden, daß diese Prozesse nicht vernachlässigt werden können [Bar89, Boe87]. Daher wird der Strahlungskorrekturfaktor δ eingeführt, der wie folgt definiert ist:

$$\left.\frac{d^2\sigma}{dx\; dQ^2}\right|_{\mathrm{Mess}} = \left.\frac{d^2\sigma}{dx\; dQ^2}\right|_{\mathrm{Born}} (1 \;+\; \delta) \tag{2.49}$$

Abbildung 2.9 zeigt die Feynmangraphen der Prozesse der nächst höheren Ordnung $\mathcal{O}(\alpha^3)$ der Störungstheorie. Hierbei wird ein reelles Photon vom Elektron oder vom Quark abgestrahlt, so daß im Endzustand zusätzlich ein Photon zu beobachten ist.

Abbildung 2.10 zeigt die virtuellen Korrekturen der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha^3)$ zur tiefinelastischen Elektron–Proton–Streuung in der Einschleifennäherung. Es handelt sich um Prozesse, bei denen zusätzlich zu dem in Abbildung 2.1 dargestellten Prozeß entweder ein weiteres Vektorboson emittiert und wieder absorbiert wird, oder eine Fermionschleife auftritt. Diese Zustände sind prinzipiell nicht von denen aus Abbildung 2.1 zu unterscheiden, tragen

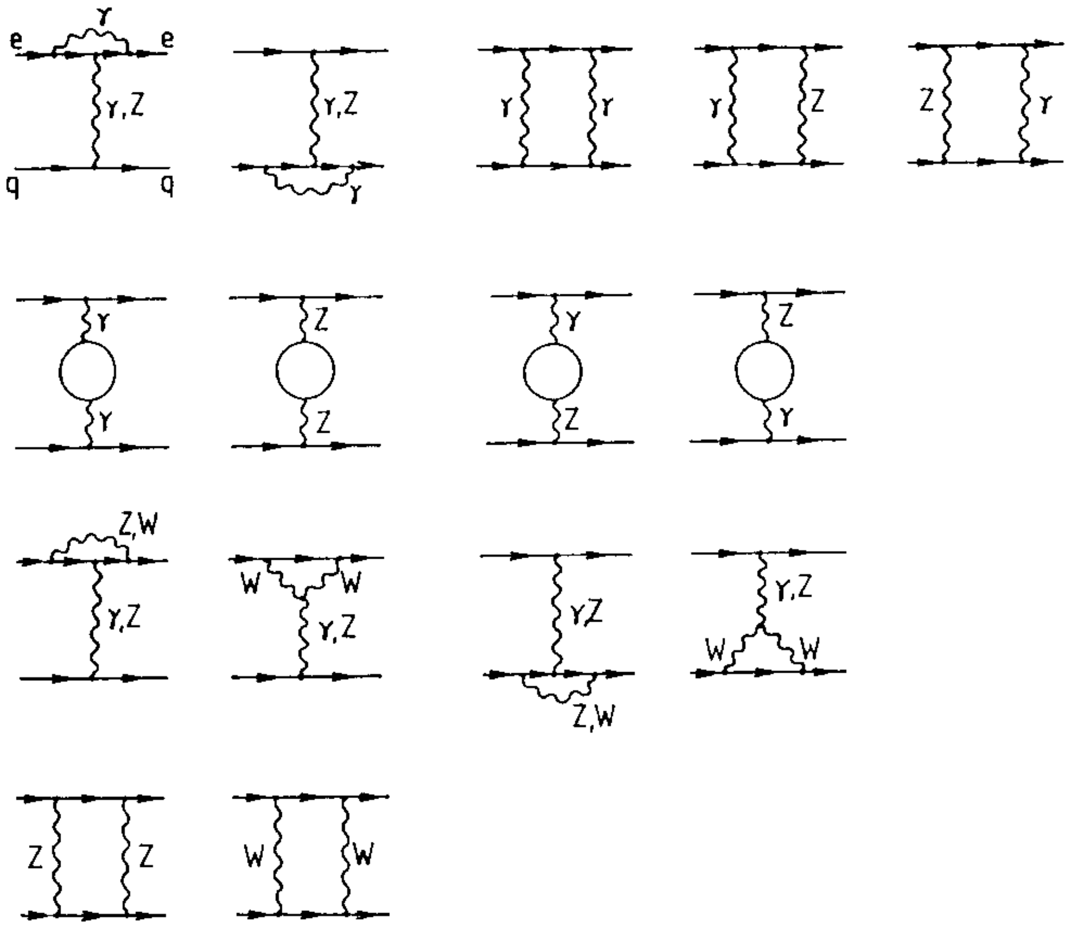

Abbildung 2.10: *Virtuelle Korrekturen zur tiefinelastischen Elektron–Proton–Streuung in der Einschleifennäherung, entnommen aus [Spi91].*

aber zum meßbaren Wirkungsquerschnitt bei. Bei der Berechnung von Wirkungsquerschnitten muß beachtet werden, daß lediglich die Summe aller Beiträge einer Ordnung der Störungstheorie zu endlichen Resultaten führt.

Die Strahlungskorrekturen aufgrund solcher Prozesse, bei denen das Quark ein Photon emittiert, werden üblicherweise in die Strukturfunktion des Protons absorbiert, so daß verbleibende Korrekturen vernachlässigbar klein sind [Hol88, Kri88]. Die Graphen mit Interferenz zwischen Photonabstrahlung von einem Quark und einem Elektron in Kombination mit den $\gamma\gamma$ und γZ Box–Diagrammen haben keine Singularitäten, so daß die entsprechenden Korrekturen zum Wirkungsquerschnitt kleiner als 1% sind [Spi91]. Es zeigt sich, daß der dominante Anteil der Strahlungskorrekturen auf die Abstrahlung von hochenergetischen Photonen vom einlaufenden oder vom gestreuten Elektron zurückzuführen ist.

Abbildung 2.11 zeigt theoretische Vorhersagen für den Strahlungskorrekturfaktor δ, wobei die Partondichteverteilungen von Duke und Owens [Duk84] verwendet wurden. Die Berechnungen, die mit dem analytischen Programm TERAD91 [Akh91] und mit dem Er-

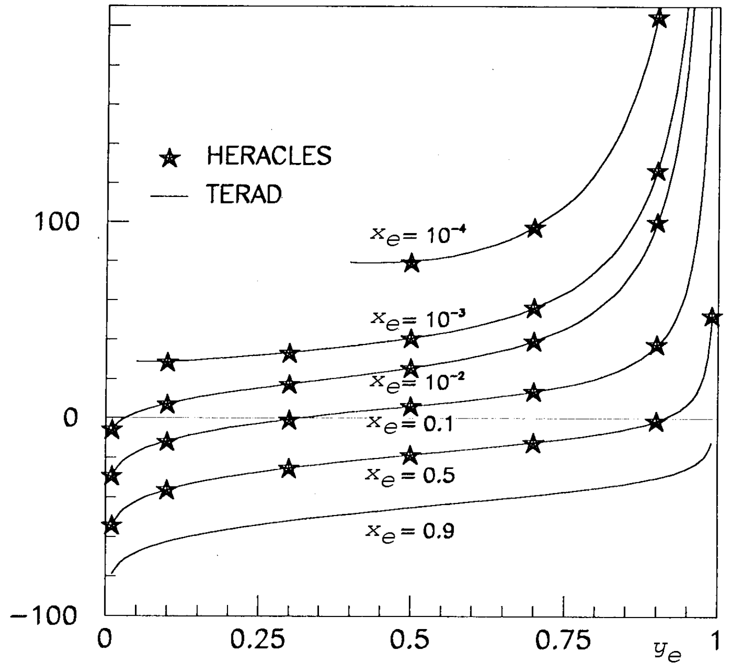

Abbildung 2.11: *Numerische Vorhersage des Strahlungskorrekturfaktors δ in der nächst höheren Ordnung in Abhängigkeit von y_e für verschiedene Werte von x_e, entnommen aus [Spi91].*

eignisgenerator HERACLES [Kwi91] durchgeführt wurden, zeigen gute Übereinstimmung. In dem bisher bei HERA untersuchten kinematischen Bereich bei Werten von $x \geq 10^{-4}$ und $y \leq 0,6$ kann δ Werte bis zu 80% annehmen. Da zur Messung von $F_2(x, Q^2)$ der Strahlungskorrekturfaktor aus theoretischen Vorhersagen benutzt wird, ist es wünschenswert, diese Vorhersagen experimentell zu überprüfen. Eine Methode zur Durchführung einer solchen Überprüfung wurde in [Obr94] entwickelt.

2.8 Die Kinematik bei Ereignissen mit Abstrahlung eines hochenergetischen Photons vom Elektron

Mo und Tsai haben gezeigt [Mo69], daß die Abstrahlung eines Photons vom Elektron in der tiefinelastischen Elektron–Proton–Streuung hauptsächlich unter kleinen Streuwinkeln stattfindet. Abbildung 2.12 zeigt die Korrelation der Streuwinkel $\theta_{e'}$ des gestreuten Elektrons und θ_γ des abgestrahlten Photons. Man erkennt zwei deutlich getrennte Bereiche: Ereignisse mit Streuwinkeln $\theta_\gamma \simeq \pi$ sind überwiegend auf Ereignisse mit Photonabstrahlung des einlaufenden Elektrons zurückzuführen, während bei Photonabstrahlung des auslaufenden Elektrons gilt: $\theta_\gamma \simeq \theta_{e'}$. Obwohl diese beiden Prozesse im Rahmen der Quantenmechanik prinzipiell nicht unterscheidbar sind, ist es dennoch aufgrund der beobachteten Winkelkorrelation sinnvoll, von Photonabstrahlung im Anfangs– und End-

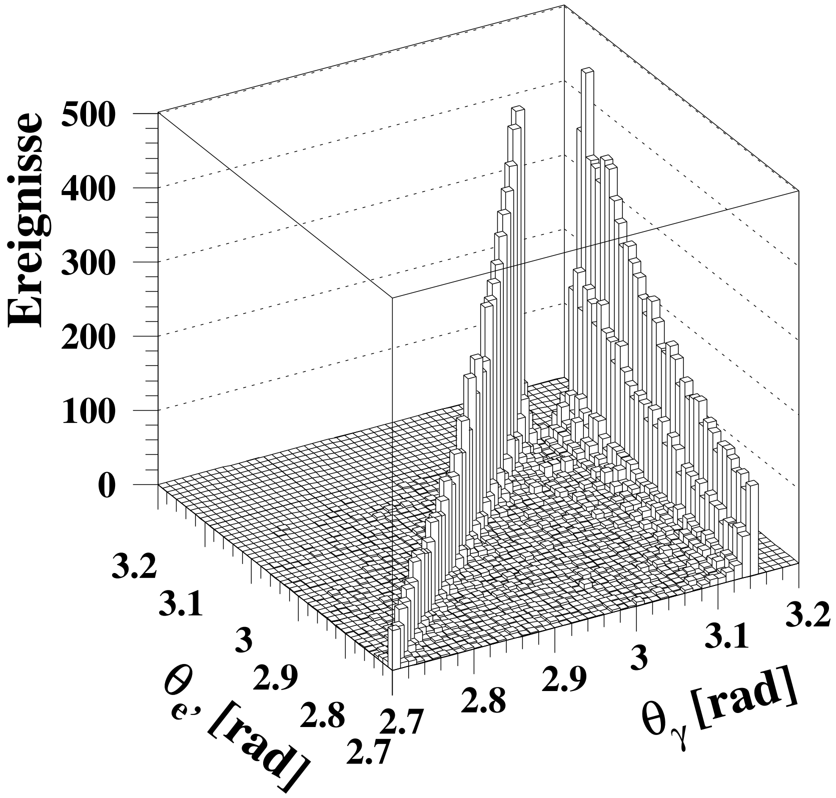

Abbildung 2.12: *Mit dem Generator DJANGO erhaltene Winkelverteilung abgestrahlter Photonen bei Prozessen der tiefinelastischen Elektron–Proton–Streuung. Deutlich zu erkennen sind Ereignisse mit Photonabstrahlung in Richtung des einlaufenden ($\theta_\gamma \simeq \pi$) sowie des auslaufenden Elektrons ($\theta_\gamma \simeq \theta_{e'}$).*

zustand zu reden. Im folgenden wird daher die Abstrahlung eines hochenergetischen Photons in Richtung des einlaufenden Elektrons als ISR[4] und die Abstrahlung in Richtung des gestreuten Elektrons als FSR[5] bezeichnet.

Bei Ereignissen mit FSR wird ein Photon kollinear zum gestreuten Elektron abgestrahlt. Aufgrund der groben Detektorgranularität sind diese beiden Teilchen in der Regel nicht voneinander zu trennen [Obr94], so daß die Summe der beiden Energien gemessen wird. Dies führt dazu, daß trotz der Photonabstrahlung die Ereigniskinematik richtig bestimmt wird, so daß Strahlungskorrekturen gering sind.

Die Abstrahlung eines Photons kollinear zum einlaufenden Elektron kann als eine Reduktion der Energie des Elektron–Strahls interpretiert werden [Kra91]. Die effektive Energie E_e^{eff} des Elektrons bei der Wechselwirkung mit dem Proton ist in diesem Fall gegeben

[4]**I**nitial **S**tate **R**adiation
[5]**F**inal **S**tate **R**adiation

durch:

$$E_e^{\text{eff}} = E_e - E_\gamma, \tag{2.50}$$

so daß für den tiefinelastischen Streuprozeß die effektive Schwerpunktsenergie

$$s^{\text{eff}} = 4E_e^{\text{eff}} E_p \tag{2.51}$$

zur Verfügung steht. Wie bereits im Abschnitt 2.2.4 gezeigt wurde, ist die Rekonstruktion der kinematischen Variablen Q^2 und y mit der Sigma–Methode unabhängig von der Energie des einlaufenden Elektrons, so daß Strahlungskorrekturen aufgrund von ISR klein sind.

Die mit der Elektron–Methode rekonstruierten kinematischen Variablen Q_e^2, y_e und x_e ergeben sich unter Benutzung der effektiven Energie E_e^{eff} zu:

$$Q_e^2 = 4E_e^{\text{eff}} E'_e \cos^2 \frac{\theta_e}{2} \tag{2.52}$$

$$y_e = 1 - \frac{E'_e}{E_e^{\text{eff}}} \sin^2 \frac{\theta_e}{2} \tag{2.53}$$

$$x_e = \frac{Q_e^2}{y_e s^{\text{eff}}} \tag{2.54}$$

Da E_e^{eff} stets kleiner als E_e ist, besitzen Ereignisse mit ISR bei gleichem Streuwinkel θ_e und gleicher Energie E'_e des gestreuten Elektrons kleinere Werte von Q^2 als Ereignisse ohne Photonabstrahlung. Die Inelastizität y_e und die Schwerpunktsenergie s^{eff} werden durch die Photonabstrahlung ebenfalls verkleinert, so daß die erreichbaren Werte von x in der gleichen Größenordnung liegen wie bei Ereignissen ohne Photonabstrahlung.

Im Rahmen dieser Arbeit werden Ereignisse mit ISR analysiert, bei denen das abgestrahlte hochenergetische Photon experimentell nachgewiesen wird. Da in diesem Fall die Energie des Photons bekannt ist, kann die Ereigniskinematik aus den Gleichungen 2.52, 2.53 und 2.54 korrekt bestimmt werden. Die Analyse dieser Ereignisse ermöglichte es, die Protonstrukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ in einem bisher unzugänglichen kinematischen Bereich bei Werten von $1,5\,\text{GeV}^2 \leq Q^2 \leq 5\,\text{GeV}^2$ und gleichzeitig kleinen Werten von x zu bestimmen. Die Untersuchung der Elektron–Proton–Streuung in diesem kinematischen Bereich ist von großem Interesse, da festgestellt werden kann, ob sich die Wechselwirkung analog zu Ereignissen mit Impulsüberträgen $Q^2 > 5\,\text{GeV}^2$ durch die störungstheoretische QCD beschreiben lassen.

Kapitel 3

Das H1–Experiment

In diesem Kapitel werden der Speicherring HERA und der H1–Detektor vorgestellt. Den Schwerpunkt bildet dabei die Beschreibung der für die durchgeführte Datenanalyse relevanten Detektorkomponenten. Eine ausführliche Beschreibung des H1–Detektors ist in [H1-96b] zu finden.

3.1 Der Speicherring HERA

Die Hadron–Elektron–Ring–Anlage HERA wurde im Jahre 1991 an der Großforschungsanlage DESY in Hamburg fertiggestellt und in Betrieb genommen. Mit diesem Speicherring können erstmals hochenergetische Elektronen– und Protonenstrahlen zur Kollision gebracht werden. Wie die Abbildung 3.1 zeigt, durchlaufen die Teilchen die Vorbeschleuniger DESY und PETRA und werden anschließend in den Speicherring HERA injiziert, in dem Elektronen einer Energie von 27,5 GeV und Protonen bis zu 820 GeV beschleunigt werden. HERA hat einen Umfang von 6336 m und besteht aus zwei separaten Ringen für Elektronen und Protonen. Um die beiden Speicherringe in einem gemeinsamen Tunnel bauen zu können, war der Einsatz supraleitender Ablenkmagnete für die Protonen und supraleitender Beschleunigungseinheiten für die Elektronen notwendig. Die Bündel der beiden Teilchenarten kreisen in entgegengesetzter Richtung und kollidieren alle 96 ns an den beiden dafür vorgesehenen Orten in den Experimentierhallen Nord und Süd. Die Detektoren H1 und ZEUS sind an diesen Wechselwirkungspunkten aufgebaut und dienen zum Nachweis der Reaktionsprodukte und somit zur Analyse der stattgefundenen physikalischen Prozesse.

Die wichtigsten Designparameter von HERA und die entsprechenden in der Datennahmeperiode 1994 tatsächlich erreichten Werte sind in Tabelle 3.1 aufgelistet. Während die geplanten Strahlenergien und die Anzahl der Teilchenpakete annähernd verwirklicht werden konnten, wurde der geplante Wert für die integrierte Luminosität 1994 noch nicht erreicht. Es ist geplant, durch eine verbesserte Fokussierung sowie durch eine Verringerung der Ausfallzeiten eine maximale Luminosität von $5,8 \cdot 10^{31}\mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$ und eine integrierte Luminosität von $173\,\mathrm{pb}^{-1}$ pro Jahr zu erreichen [Wil95].

Für Streuprozesse steht eine Schwerpunktsenergie von derzeit $\sqrt{s} = 300\,\mathrm{GeV}$ zur Verfügung.