THÈSE

présentée

A L'UNIVERSITÉ DE PARIS-SUD
Centre d'Orsay

Pour obtenir

LE TITRE DE DOCTEUR EN SCIENCES PHYSIQUES

par

Bertrand LAFORGE

ÉTUDE DES ÉVÉNEMENTS À DI-JETS DANS LA DIFFUSION PROFONDÉMENT INÉLASTIQUE AVEC LARGE INTERVALLE DE RAPIDITÉ DANS L'EXPÉRIENCE H1 AUPRÈS DE L'ACCÉLÉRATEUR HERA.

MM.	Jochen	Bartels	
	Georges	Cozzika	
	John	Dainton	Rapporteur
	Michel	Davier	Président
	Hannes	Jung	
	Claude	Longuemare	Rapporteur
	André	Rougé	

Soutenue le 21 mai 1997

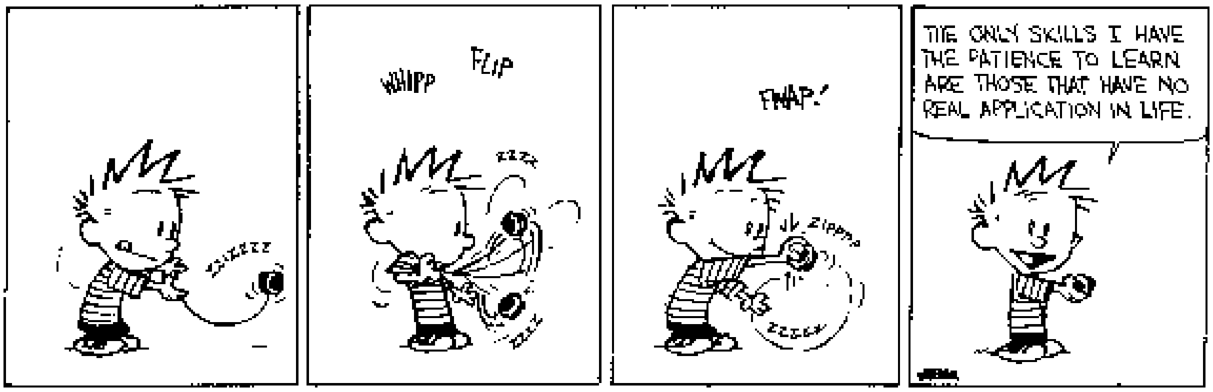
Résumé

Au cours de cette thèse, nous nous sommes attachés à étudier la dynamique des collisions électron-proton produisant un large intervalle de rapidité sans activité hadronique dans la direction du proton incident. Ces évéments sont interprétés comme une collision électron-poméron ($\mathbb{P}$), ce dernier étant émis par le proton. Nous avons étudié l'état final de ces collisions de manière exclusive en étudiant la production de di-jets dans le référentiel photon-$\mathbb{P}$. De tels événements signent l'existence de processus perturbatifs, calculables dans le cadre de la Chromo-Dynamique Quantique (QCD). Avec les données accumulées par H1 en 1994, nous avons mis en évidence l'existence de tels événements et avons mesuré leur section efficace de production en fonction de plusieurs variables cinématiques pertinentes : le ${p_\perp}^2$ des jets, la fraction $\xi_{\mathbb{P}}$ d'impulsion longitudinale du $\mathbb{P}$ emportée par les deux jets et $\Phi_{e,jet}$, l'angle azimuthal entre l'électron et le jet le plus à l'avant. Nous montrons que les résultats obtenus sont en accord avec les résultats de l'analyse QCD de la fonction de structure diffractive $F_2^{D(3)}$ et que les données favorisent $\hat{s}$ (l'énergie disponible pour la collision parton-photon dans le centre de masse de ce systeme) comme échelle perturbative pertinente dans le processus de production de di-jet.
mots clefs : Diffraction, QCD, jet, poméron

Abstract

During this PhD thesis, we concentrated studying electron-proton collision dynamics with a large rapidity gap without hadronic activity in the incoming proton direction. These events are interpreted as an electron-pomeron collision where the latter is "emitted" by the proton. We studied the hadronic final state in an exclusive way studying di-jet production in the $\gamma^* - \mathbb{P}$ CM frame. Such a process is calculable with perturbative QCD theory. Using the H1 1994 data, we have proved the existence of such events and measured their production cross section as functions of the ${p_\perp}^2$ of jets, the fraction $\xi_{\mathbb{P}}$ of the $\mathbb{P}$ longitudinal momentum carried by the two jets and $\Phi_{e,jet}$, the azimuthal angle between the electron and the most forward jet. We show that the results are in agreement with the structure function $F_2^{D(3)}$ QCD analysis results and that $\hat{s}$, the invariant mass of the colliding parton and the photon system, is favoured by the data to be the relevant perturbative scale for di-jet production.
key words : Diffraction, QCD, jet, pomeron

A mon père,
A mon grand père,



Remerciements

Je remercie Jacques Haïssinski et Joël Feltesse, Chefs successifs du DAPNIA, et Michel Spiro, Chef du SPP, pour m'avoir accueilli dans leur structure et pour tous les moyens aussi bien humains que matériels qu'ils ont mis à ma disposition.

Je remercie l'ensemble des physiciens du laboratoire avec qui j'ai eu l'occasion de partager ma passion pour la physique et auprès de qui j'ai beaucoup appris.

Je remercie l'ensemble des membres du groupe H1 pour les conseils et la gentillesse qu'ils m'ont témoignés au cours des trois années passées avec eux. Vraiment un grand Merci à Marc, Georges, Christian, Marc, Joël, Hannes, Jean-François, Emmanuelle, Christophe, Laurent, Patrice, Gérard et Janos.

Je remercie tout particulièrement Georges Cozzika, Chef du groupe H1, qui a accepté d'encadrer cette thèse et qui a toujours été à l'écoute de mes besoins ou de mes préoccupations. Je le remercie également pour l'ensemble des explications qu'il m'a données surtout au niveau du complexe appareillage de H1. Je le remercie également pour la lecture attentive du manuscrit de cette thèse. J'ai vraiment apprécié sa gentillesse et sa grande disponibilité.

Je remercie spécialement Hannes Jung pour ses conseils et ses explications concernant mon analyse. Je le remercie également pour les qualités humaines dont il a fait preuve à mon égard. Je remercie également Jean-François Laporte et Emmanuelle Perez pour les longues discussions que nous avons eues et pour l'ensemble des conseils qu'ils m'ont prodigués. Je les remercie tout particulièrement d'avoir su me faire comprendre les tenants et les aboutissants du code d'analyse de H1. Je remercie également Laurent Schoeffel pour toutes les discussions que nous avons eues, tout particulièrement lors de l'écriture des notes ou des articles que nous avons faits ensemble.

Je remercie tout particulièrement les membres du groupe de travail sur la diffraction de H1 à DESY qui m'ont vraiment beaucoup aidé au cours de cette thèse. Je remercie chaudement John Dainton, Julian Phillips, Andrew Mehta et Paul Newman pour leurs conseils et leur gentillesse. Je remercie également Julian et Andy pour leurs efforts répétés pour me faire connaître les attraits de Hambourg. Je remercie également l'ensemble de mes amis belges qui m'ont parfois sorti de problèmes périlleux. Merci donc à Pierre Marage, Barbara Clerbaux, Robert Roosen, Patrick Van Esch et Arcadi Panitch. Merci également à Grégoire, le Philosophe, pour la relecture de ce manuscrit.

Je remercie également tous les physiciens de l'IN2P3 qui m'ont parfois aidé dans mon travail mais avec qui surtout nous avons passé d'agréables soirées à discuter de physique ou d'autres sujets passionnants. Merci donc à Fabian, Bernard, Fabrice, Pascal, Philippe, Axel, Ursula, Greg, Etienne, François, Yves, Michel, Isabelle, Smain, Claude, Beatrice, Vincent, ...

Je remercie particulièrement Etienne Barrelet pour ses explications sur l'électronique de SPACAL et pour certaines discussions nocturnes que nous avons eues à DESY au sujet de la physique et de sa sociologie.

Je remercie l'ensemble des théoriciens avec qui j'ai eu l'occasion de discuter et auprès de qui j'ai beaucoup appris. Merci à S. Wallon, R. Peschanski, H. Navelet, G. Ingelman, J. Bartels, W. Buchmüller, H. Lotter, Y. Dokshitzer, M. Diehl, V. Brindejonc et G. Cohen-Tannoudji.

Je remercie également l'ensemble des membres du jury qui ont bien voulu me consacrer un peu de leur temps alors que leur agenda débordait de sollicitations de toutes natures. Je remercie Michel Davier pour avoir bien voulu présider ce jury. Je remercie particulièrement J. Dainton et C. Longuemare pour avoir accepté d'être les rapporteurs de cette thèse.

Je remercie aussi Laurent Chevalier qui a bien voulu accepter d'être mon parrain. J'ai vivement apprécié sa grande disponibilité ainsi que ses conseils, sa gentillesse et son sens de l'humour.

Je remercie également mes proches en général sans qui rien de tout ceci n'aurait été possible. Je remercie spécialement mes parents qui m'ont toujours donné les moyens d'assouvir mes passions et qui m'ont toujours encouragé au long de mes études.

Je remercie tout particulièrement Alexia, la femme de ma vie, qui a su supporter mes angoisses, partager mes moments de joies et de peines et m'accompagner tout au long de ces trois années difficiles mais passionnantes.

Table des matières

Conseils de lecture

Cette thèse est divisée en quatre parties distinctes. Les deux premières parties traitent de l'aspect théorique de la physique étudiée dans l'analyse présentée ici. La seconde partie traite plus spécifiquement de la physique des jets. La troisième partie présente le collisionneur HERA ainsi que le dispositif expérimental de H1. Enfin, la quatrième partie présente l'analyse de la production de di-jets dans les événements à grand intervalle de rapidité sans activité hadronique dans la direction du proton appelés encore "événements diffractifs" dans le reste de ce rapport de thèse.

La première partie, assez longue, est un essai de synthèse de notre compréhension de la diffraction à la lumière de la Chromodynamique Quantique (QCD). Nous avons essayé d'expliquer les liens qui existent entre différents domaines de physique qui se trouvent tous entremélés dès qu'on parle de diffraction à HERA. Après un bref rappel sur le modèle standard, nous introduisons le formalisme de la diffusion profondément inélastique et définissons la notion de fonction de structure. Nous faisons ensuite un rappel sur les théories de Regge et sur l'historique du poméron ($\mathbb{P}$). Enfin, nous présentons les approches basées sur QCD qui essaient de décrire la production d'événements diffractifs dans les collisions *ep*.

La seconde partie traite exclusivement des jets et commence par un chapitre sur le statut théorique de la notion de jet et sur les méthodes permettant de calculer la section efficace de production de jets dans le cadre de QCD. Un second chapitre présente ensuite les différents algorithmes existants et présente la notion d'algorithme factorisable. Enfin dans un troisième chapitre, Nous présentons une revue des différents calculs de section efficace de production de di-jets à HERA.

La troisième partie présente en détail le collisionneur HERA et le détecteur H1. En particulier, on trouvera la description de l'amélioration de H1 effectuée pendant l'hiver 94-95. A cette occasion, de nouveaux détecteurs ont été installés dont un nouveau calorimètre arrière sur lequel nous avons étudiés certains problèmes techniques. Un aperçu de ce travail se trouve à la fin de cette partie.

Enfin, la quatrième partie présente l'analyse effectuée pendant cette thèse. Les résultats physiques et leurs interprétations sont rassemblés dans les deux derniers chapitres. Les annexes comportent des informations précieuses sur le traitement statistique des erreurs dans les calculs d'acceptance, de pureté et d'efficacité pour des Monte Carlo pondérés ou non. Nous explicitons également comment traiter rigoureusement un terme de flux dans le calcul des erreurs sur les acceptances.

Préambule

Article tiré du courrier du CERN de Janvier/Février 1997
D'après Michael Albrow et Alan White.

Des lacunes dans notre incompréhension

Malgré son titre improbable de physique diffractive et à petit x, l'atelier de quatre jours récemment tenu à Argonne et parrainé par le laboratoire national d'Argonne et le laboratoire Fermi s'est intéressé à la force forte entre les quarks et en particulier à la structure de son vide.

L'élégante théorie de la force agissant entre les quarks, appelée QCD ou Chromodynamique Quantique, est à bien des égards similaire à l'électrodynamique, mais avec des différences fondamentales qui garantissent que les quarks restent liés en permanence à l'intérieur de leur nucléon propre et n'émergent jamais comme des particules libres. Les gluons sont les messagers de la force entre les quarks, ils portent une charge de "couleur". Bien qu'analogue à la charge électrique familière de l'électromagnétisme, la couleur en est très différente surtout en ce que les particules observables, comme les protons et les neutrons, ont toujours une charge de couleur nulle -elles sont "incolores"- et cette simple obligation permet d'expliquer l'éventail des différents états de particules observables.

La QCD a été soumise à des centaines d'épreuves, et elle n'a jamais été prise en défaut, de sorte que nous en sommes arrivés à croire qu'elle est LA théorie des interactions fortes. Cependant nous ne savons effectuer des calculs de QCD relativement précis que dans certains cas particuliers, le plus souvent lorsque les masses ou les impulsions échangées dans une réaction sont élevées. Dans l'immense majorité des interactions qui se produisent au collisionneur proton-antiproton Tevatron du laboratoire Fermi, cela n'est pas le cas et nous sommes incapables de calculer à l'aide de la QCD les probabilités de certaines réactions ordinaires comme la diffusion élastique dans laquelle le proton et l'antiproton émergents sont simplement déviés. Dans ce cas extrêmement simple une certaine impulsion est transférée d'une particule du faisceau à l'autre et le porteur de l'impulsion, quel qu'il soit, doit être incolore (sans quoi les protons acquerraient une charge de couleur).

Inventé en 1975, le "suspect" le plus probable est une particule incolore composée de deux gluons. Avant la découverte du gluon, c'est ce qu'on appelait traditionnellement le "poméron", ainsi nommé d'après le physicien russe Isaak Jakoblevich Pomeranchuk. Pourtant, dans le cadre de la QCD, il n'est guère raisonnable d'affirmer que le poméron est formé de deux gluons exactement, étant donné que les gluons échangent entre eux d'autres gluons aussi bien que des paires quark-antiquark virtuelles. Les effets de ce genre sont inclus dans une version moderne du poméron à deux gluons que l'on appelle le poméron de BFKL d'après les initiales de ses quatre inventeurs principaux (Balistsky/Fadin/Kuraev/Lipatov).

Le poméron est très particulier car il possède les mêmes nombres quantiques que le vide (à l'exclusion du spin qui est un sujet compliqué). Quelle relation compliquée existe-t-il entre le poméron et le vide? L'un et l'autre peuvent être considérés comme le vide -le comble de la simplicité, mais d'un autre point de vue le comble de la complexité quantique : continûment variable, bouillonnant de fluctuations du fait de la création de de l'annihilation de tous les types de paires particules-antiparticules (électrons, quarks, gluons, etc)-. Ces particules transitoires sont difficiles à détecter mais leurs effets se manifestent dans quelques expériences. Le vide n'est absolument pas "le néant".

Passant de la complexité du néant à celle d'une particule physique, on voit que les quarks et les gluons constitutifs de cette dernière n'ont guère eux-même d'identité bien définie. Ils changent continuellement de couleur, émettant et absorbant des gluons ; les gluons peuvent se métamorphoser en paires quark-antiquark, les antiquarks peuvent s'annihiler avec des quarks pour produire des gluons, etc.

"L'intérieur" des protons et de toutes les autres particules à interaction forte bouillonnent continuellement d'activité, tout comme le vide qui les entoure.

Comme on pourrait s'y attendre, mieux on regarde et plus on voit. c'est à dire que lorsqu'on sonde un proton avec des photons de longueur d'onde toujours plus courte, dans ce qui n'était initialement qu'une tâche confuse on voit graduellement apparaître trois quarks qui à leur tour se dissocient en quarks, antiquarks et gluons toujours plus nombreux.

Si le proton en mouvement possède une impulsion p, chacun de ses "constituants" possède une impulsion xp, x étant tel que la somme de toutes les fractions x de l'impulsion soit égale à 1. Aux courtes longueurs d'onde de la sonde, correspondant à une puissance de résolution élevée, nous observons que la densité de gluons croît rapidement lorsque x devient très petit, inférieur à 0.0001. Une telle croissance ne peut se poursuivre indéfiniment. On peut supposer que ce nuage de gluons à petit x deviendra finalement tellement dense que les paires de gluons commenceront à se recombiner, un peu comme dans un arbre qui produirait autour de lui un réseau de branches dont les ramilles touffues fusionneraient.

La densité de gluons plus élevée à petit x est intimement liée au poméron et ainsi à la croissance des probabilités d'interaction des particules avec l'énergie.

L'étude expérimentale du poméron a connu un développement important ces trois dernières années grâce aux expériences au Tevatron et au collisionneur électron-proton HERA de DESY. Dans le cadre des expériences CDF et D0 au Tevatron, le progrès principal a été enregistré grâce à l'étude des événements comportant deux "jets" étroits portant une énergie transversale élevée dont on sait qu'ils résultent de diffusions dures de quarks et de gluons et qu'ils sont associés à ce que l'on appelle des "cuvettes de rapidité".

Les cuvettes de rapidité correspondent à de vastes secteurs angulaires dépourvus de particules, on sait qu'elles proviennent d'interactions avec échange de poméron qui découpent des zones distinctes dans une région angulaire normalement uniformément peuplée de particules secondaires. La cuvette de rapidité peut apparaître entre les deux jets, auquel cas le poméron est porteur de la très grande impulsion transférée, ou sur un côté. Dans ce dernier cas, il semble que le quark ou le gluon participant à la diffusion provient du poméron.

Les premières données sur les jets produits dans des interactions des poméron sont venues de l'expérience UA8 au collisionneur proton-antiproton du CERN (mars 1992, page 4). CDF a également obtenu des preuves de la production de bosons W dans ce type d'interaction, une particule du faisceau est diffusée presque élastiquement et le poméron associé interagit avec d'autres particules pour former un état de masse élevée. La comparaison de la production des W et des jets permet d'évaluer les fractions de quarks et de gluons dans le poméron.

Les expériences UA1 et UA8 au collisionneur du CERN, et maintenant CDF et D0 au Tevatron, ont mis en évidence la production de jets avec deux cuvettes de rapidité à petit angle, on les interprète comme des collisions de pomérons dont les constituants donnent naissance aux jets.

Complémentaires des précédentes, les expériences ZEUS et H1 à HERA étudient les collisions des électrons et des protons. Les électrons rayonnent des photons qui sondent le proton avec des longueurs d'onde bien inférieures à la taille de celui-ci.

Dans quelque 10% de leurs événements le proton émerge de façon presque élastique, on peut les interpréter comme des cas d'émission d'un poméron par le proton ; Ce poméron est alors sondé par le photon émis par l'électron.

Étant un quantum électromagnétique, le photon sonde directement les constituants chargés du poméron et il est insensible aux gluons, soumis à l'interaction forte mais qui ne possèdent pas de charge électrique. Cependant, en mesurant les quarks du poméron et en observant la variation de leur distribution avec la longueur d'onde du photon, on peut en déduire la distribution des gluons du poméron.

Un résultat remarquable, et peut-être encore controversé, de H1 a permis à cette collaboration de conclure qu'aux longueurs d'onde "longues" ($Q^2 = 5$ GeV^2 pour les spécialistes) le poméron semble pratiquement réduit à un seul gluon ! Lorsque la longueur d'onde diminue (meilleur pouvoir de résolution), celui-ci se "métamorphose" par émission d'autres gluons et de quarks et les constituants du poméron devenus plus nombreux se caractérisent alors par une distribution plus égalitaire des impulsions.

Bien que sous certaines conditions le poméron semble présenter la dynamique d'un gluon solitaire, nous savons qu'il ne peut en être réellement ainsi car le gluon est porteur de couleur, tandis que le poméron doit être incolore. Nous sommes donc conduits à supposer que quelque chose de "mou" compense la couleur du gluon, c'est à dire qu'aux longueurs d'onde courtes le poméron est constitué par un un gluon portant l'essentiel de l'impulsion du poméron et par un ou deux autres gluons qui n'en portent qu'une petite partie.

On a ainsi une description apparemment correcte des observations bien que de grandes quantités de données soient nécessaires pour en être certain. Ce modèle du poméron soulève quelques questions théoriques qui pourraient avoir des conséquences profondes pour notre interprétation de la force forte. Bien d'autres travaux, théoriques aussi bien qu'expérimentaux, seront nécessaires avant d'arriver à savoir si ces idées sont correctes.

Cependant une conclusion s'impose clairement : ce domaine est maintenant très actif avec de nouvelles données passionnantes provenant du Tevatron et d'HERA ainsi que des progrès théoriques substantiels. Nous ne possédons pas encore un modèle cohérent du poméron capable de décrire toutes les données et d'aboutir à des prédictions vérifiables, mais une meilleure compréhension de cet aspect essentiel du "rien" reste un objectif majeur.

Première partie

La physique à HERA

Dans cette partie est présentée la physique étudiée à HERA. Le premier chapitre rappelle le cadre théorique général utilisé en physique des particules. Le second chapitre présente le calcul de la section efficace e-p. Ceci permettra alors d'introduire la notion de fonction de structure d'un hadron en Chromo-dynamique Quantique (QCD) ainsi que la notion de densité de partons. L'accent sera mis ensuite sur les équations gouvernant l'évolution de ces densités pouvant être prédites par QCD.
Le troisième chapitre présente le cadre théorique de la diffraction en physique des particules. Après un rappel historique des idées dans ce domaine, les résultats les plus importants seront rappelés. La seconde partie du chapitre présentera le rôle joué par cette physique dans les collisions e-p. Celui-ci est à l'origine du renouveau d'intérêt pour la physique diffractive. Puis on introduira la notion de fonction de structure diffractive. En dernier lieu, nous essaierons de présenter la question de la diffraction à la lumière de QCD en présentant les motivations d'une telle approche ainsi que les prédictions qui peuvent en découler. Nous introduirons ici le "Poméron de BFKL". Ce chapitre se terminera par la présentation d'une compilation des différents modèles actuellement discutés dans les publications traitant de la physique diffractive. Nous décrirons les idées physiques qu'ils contiennent, les prédictions qui en découlent et nous discuterons leurs succès à l'épreuve des données expérimentales.
Enfin, le dernier chapitre présente brièvement les sujets de physique étudiés à HERA en dehors de la diffraction.

Chapitre 1

Modéliser les interactions et la matière

«Ce qui est aujourd'hui un paradoxe pour nous sera pour la postérité une vérité démontrée»
Diderot.

1.1 Introduction

Au début du XX^{ème} siècle, on ne connaissait que deux particules élémentaires, l'électron et le proton, et trois forces, la gravitation, l'électromagnétisme, véhiculée par le photon, et l'interaction nucléaire responsable de la cohésion du noyau des atomes. En 1932, Chadwick découvre le neutron n. La même année, Pauli et Fermi interprètent le spectre β continu des noyaux radioactifs en introduisant une nouvelle particule, le neutrino ν, interagissant faiblement avec la matière. En 1933, Anderson découvre la première particule d'anti-matière, le positon, en étudiant le rayonnement cosmique. Cette découverte est suivie en 1937 par la découverte du lepton μ puis par la mise en évidence du méson π et des particules étranges en 1947. Ensuite, une grande variété de nouvelles particules (les hadrons) sont découvertes. Dans les années 60, on en compte plus de 200.
Ainsi, en moins d'un siècle, la représentation du monde des physiciens du XIX^{ème} siècle était mise à rude épreuve et il importait d'essayer de construire un modèle théorique rendant compte de la réalité. Sur les traces de Maxwell qui réussit à donner un cadre théorique aux phénomènes électriques et magnétiques, des physiciens tels que Fermi, Pauli, Feynman, Gell-Mann, Glashow, Salam, Weinberg et bien d'autres contribuèrent et l'ensemble de ce travail est rassemblé dans un modèle global de la matière et des interactions appelé le Modèle Standard [1, 2].

1.2 Le Modèle Standard en physique des particules

On cherche à construire un modèle qui traduise les propriétés de la matière et de l'espace. En particulier, ce modèle doit garantir l'invariance de la physique sous les changements de référentiels, la conservation de la charge électrique, de la quantité de mouvement, du spin, des nombres baryonique, leptonique et de couleur, ...

Ce modèle inclut la description des particules connues et de toutes les interactions à l'exclusion de la gravitation qui résiste encore à un traitement quantique cohérent. En effet, la quantification de la théorie de la gravitation générale d'Einstein n'est pas possible car cette théorie est non renormalisable dans un espace à 4 dimensions.

1.2.1 Le formalisme mathématique

Le modèle standard repose sur un formalisme Lagrangien de Théorie Quantique des Champs basé sur un principe de moindre action. Un système physique est représenté par un champ $\psi(x)$, où x décrit la 4-position dans l'espace temps sur lequel est définie la métrique de la relativité restreinte. L'évolution du système est gouvernée par un lagrangien $\mathcal{L}$ au travers de la moindre variation de l'action :

$$\mathcal{S} = \int d^4x \mathcal{L}(x) \tag{1.1}$$

Le théorème de Noether révèle une propriété remarquable des théories lagrangiennes qui est qu'à chaque symétrie du Lagrangien est associée une quantité conservée. Ainsi la conservation de l'énergie-impulsion est assurée par l'invariance du Lagrangien sous les translations d'espace et de temps. La procédure théorique consiste à imposer des invariances au Lagrangien sous l'action d'un groupe de symétrie afin de conduire aux quantités physiquement conservées par le théorème de Noether.

1.2.2 Symétrie de jauge et interaction

Considérons le lagrangien décrivant un fermion de Dirac libre de masse nulle :

$$\mathcal{L}_0 = i\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\partial_\mu\psi(x) \tag{1.2}$$

Ce Lagrangien est invariant sous une transformation globale quelconque de la phase des champs (transformation U(1) globale). Ceci impose la conservation du courant de probabilité $\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\partial_\mu\psi(x)$. Si l'on considère maintenant une transformation de phase locale du type :

$$\psi(x) \to \psi(x)' = e^{iQ\theta(x)}\psi(x) \tag{1.3}$$

alors on a :

$$\partial_\mu\psi(x) \to e^{iQ\theta}(\partial_\mu + iQ\partial_\mu\theta)\psi(x) \tag{1.4}$$

ce qui brise l'invariance de $\mathcal{L}_0$.

Demander l'invariance de jauge sous U(1) signifie demander l'invariance du Lagrangien sous les transformations de phase locales. Pour rétablir l'invariance du Lagrangien, il faut compenser le terme en $\partial_\mu\theta$ dans l'équation précédente. On introduit alors un champ vectoriel de spin 1 $A_\mu(x)$ (terme comportant un indice de Lorentz comme $\partial_\mu\theta$) qui se transforme sous U(1) selon :

$$A_\mu(x) \to A_\mu(x)' = A_\mu + \frac{\partial_\mu\theta}{e} \tag{1.5}$$

On définit également la dérivée covariante qui se transforme comme les champs selon :

$$D_\mu \psi(x) \rightarrow (D_\mu \psi(x))' = e^{iQ\theta(x)} D_\mu \psi(x) \tag{1.6}$$

Maintenant on peut construire le Lagrangien :

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}(x)\gamma^\mu D_\mu \psi(x) = \mathcal{L}_0 + eQA_\mu \bar{\psi}(x)\gamma^\mu \psi(x) \tag{1.7}$$

qui lui est invariant de jauge. Ainsi, demander l'invariance de jauge a généré un terme d'interaction entre le spineur de Dirac et le champ de jauge A_μ qui n'est rien d'autre que le vertex usuel de l'électrodynamique quantique (QED). Le champ A_μ est alors interprété comme le boson vecteur de l'interaction, c'est à dire le photon dans le cas de QED. Cependant si l'on veut construire une théorie avec un vrai champ de jauge qui se propage, il faut introduire un terme supplémentaire de propagation de A_μ :

$$\mathcal{L}_{cin\acute{e}tique} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \text{ où } F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \tag{1.8}$$

L'éventuel terme de masse $\frac{1}{2} m^2 A_\mu A^\mu$ est interdit car il brise l'invariance de jauge.

On vient donc de voir comment l'invariance de jauge permet d'écrire un Lagrangien incorporant une interaction. C'est cette démarche qui est appliquée à l'interaction électromagnétique, à l'interaction faible et à l'interaction forte pour construire le Modèle Standard. A chaque fois il s'agira de trouver les générateurs du groupe de symétrie $\mathcal{T}_i$ dans la représentation de même dimension que celle des champs ϕ sur lesquels ils agissent (spineurs, vecteurs, scalaires ...) et de demander l'invariance de jauge du lagrangien sous les transformations :

$$\phi(x) \rightarrow \phi(x)' = g e^{i\theta_i(x)\mathcal{T}^i} \phi(x) \tag{1.9}$$

où g est la constante de couplage de l'interaction. Il faudra alors introduire de nouveaux champs vectoriels de Lorentz (autant qu'il existe de générateurs du groupe de symétrie considéré) pour rétablir l'invariance du Lagrangien et ainsi incorporer une nouvelle interaction qui est complètement déterminée par la transformation de la dérivée $\partial_\mu \phi$.

1.2.3 Structure du modèle standard

Le Modèle Standard (MS) est une théorie de jauge renormalisable reposant sur trois groupes de symétrie de jauge distincts, ayant donc chacun une constante de couplage propre. Ces groupes sont $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ et agissent respectivement dans l'espace des couleurs, dans l'espace des isospins et dans l'espace de l'hypercharge Y. La matière est composée :

1. des leptons qui sont regroupés en trois familles de masses croissantes. La première famille contient l'électron et son neutrino associé (e, ν_e), la seconde le muon et son neutrino (μ, ν_μ) et la troisième le tau et son neutrino (τ, ν_τ),

2. des quarks, qui sont également regroupés en trois familles (u, d), (c, s) et (t, b). Ils sont les constituants de base des hadrons -les baryons (états qqq) et les mésons (états $q\bar{q}$)-. Ces quarks portent un nombre quantique de plus que les leptons qui est la couleur. Il y a trois couleurs différentes.

Les interactions faible et électromagnétique sont traitées dans un cadre commun introduit par Glashow, Salam et Weinberg [3] reposant sur la structure de groupe $SU(2)_L \times U(1)_Y$. On parle abusivement d'unification de ces interactions. Il n'en est rien puisqu'on a deux constantes de couplage différentes (g, g') correspondant respectivement à $SU(2)_L$ et $U(1)_Y$. L'interaction forte est traitée grâce au groupe $SU(3)_c$. Les bosons d'interaction (boson de jauge de spin 1) sont le photon (masse nulle, charge nulle) pour l'interaction électromagnétique, les bosons massifs Z^0 (charge nulle) et $W^{\pm}$ pour l'interaction faible et huit gluons de masse nulle pour l'interaction forte.

La génération des masses dans le MS est assurée par l'introduction d'un mécanisme ad hoc de brisure spontanée de symétrie qui prédit l'existence d'une nouvelle particule : le boson de Higgs. Ce mécanisme est présenté plus loin.

Les tableaux 1.2.3 et 1.2.3 présentent les propriétés des particules du modèle standard.

Fermions			Q	T_3	Y
$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L$	0 -1	$1/2$ $-1/2$	-1 -1
e_R	μ_R	τ_R	-1	0	-2
$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L$	$2/3$ $-1/3$	$1/2$ $-1/2$	$1/3$ $1/3$
u_R	c_R	t_R	$2/3$	0	$4/3$
d_R	s_R	b_R	$-1/3$	0	$-2/3$

TAB. 1.1 – *Les fermions du Modèle Standard et leurs principales caractéristiques.*

Bosons	spin	Q	masse (GeV)
gluons g_i $(i = 1..8)$	1	0	0
photon γ	1	0	0
$W^{\pm}$	1	± 1	80.2
Z^0	1	0	91.2
Higgs H	0	0	≥ 58.4

TAB. 1.2 – *Les bosons du Modèle Standard. Pour le boson de Higgs, on a donné la limite inférieure à 95% de confiance [4].*

1.2.4 Le secteur de l'interaction électro-faible

Le générateur des transformations de $U(1)$ est l'hypercharge Y alors que le générateur de $SU(2)$ est l'isospin faible $\vec{T} = \frac{\vec{\tau}}{2}$ où les composantes de $\vec{\tau}$ sont les matrices de Pauli. On introduit les champs vectoriels B_μ et W^i_μ pour rétablir l'invariance de jauge sous les transformations locales de $SU(2)_L \times U(1)_Y$. La dérivée covariante correspondante s'écrit alors :

$$D_\mu = \partial_\mu - ig'YB_\mu - ig\frac{\tau_i}{2}W^i_\mu \tag{1.10}$$

Le lagrangien fait apparaître un terme d'autocouplage des champs de jauge dû à la nature non abélienne du groupe $SU(2)$. Les états propres de masse γ, $W^\pm$ et Z^0 sont des combinaisons des champs de jauge B_μ et W^i_μ et s'écrivent :

$$\begin{pmatrix} W^+_\mu \\ W^-_\mu \\ Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & -i/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 1/\sqrt{2} & i/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta_W & \sin\theta_W \\ 0 & 0 & -\sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^1_\mu \\ W^2_\mu \\ W^3_\mu \\ B_\mu \end{pmatrix} \tag{1.11}$$

La charge électrique d'un état donné est liée à son hypercharge et la composante T_3 de son isospin par :

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2}$$

Afin de rendre compte de la violation de parité que l'on peut relier à une violation d'isospin dans les interactions faibles, les composantes de chiralité droite et gauche des fermions se transforment différemment sous l'action d'une transformation d'isospin. Les composantes gauches appartiennent à des doublets d'isospin du groupe $SU(2)_L$ alors que les composantes droites sont dans des singulets d'isospin (i.e. elles sont invariantes sous une telle transformation). On note les composantes gauches :

$$\psi_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L$$

et

$$e_R, \mu_R, \tau_R, u_R, d_R, c_R, s_R, t_R, b_R$$

les composantes droites. Dans ce modèle, les neutrinos sont supposés de masse nulle et ne sont représentés que par des états de chiralité gauche. Le dernier ingrédient du modèle consiste à incorporer le fait que les états propres de masse des quarks ne sont pas états propres de l'interaction faible. De manière très générale, on peut introduire deux matrices de rotation entre les états propres de masse et les états propres de l'isospin faible. L'une (U_1) agit sur les quarks up U_{up} et l'autre (U_2) sur les quarks down D_{down}. Cependant, on peut par convention s'affranchir d'une de ces matrices en redéfinissant une matrice $V = U_1^+ U_2$ agissant sur les seuls quarks down. Cette propriété est liée au fait que les termes du Lagrangien non diagonaux en saveurs des quarks sont ceux de la forme :

$$\bar{U}_{up}\gamma^\mu D_{down}$$

Les matrices U_i commutant avec les matrices γ^μ, on a alors :

$$\bar{U}_{up}\gamma^\mu D_{down} \to \bar{U}_{up}U_1^+\gamma^\mu U_2 D_{down} = \bar{U}_{up}\gamma^\mu U_1^+ U_2 D_{down} = \bar{U}_{up}\gamma^\mu V D_{down}$$

V s'appelle la matrice de Cabbibo-Kobayashi-Maskawa. Les éléments de cette matrice ne sont pas tous indépendants car c'est une matrice unitaire de O(3), elle vérifie $V^+V = 1$. La violation de CP peut être reliée à la présence d'un terme imaginaire dans cette matrice.

Génération des masses dans le Modèle Standard

L'écriture d'un terme de masse de la forme $\bar{\psi}\psi = \bar{\psi}_L\psi_R$ dans le Lagrangien n'est pas autorisée car ce terme brise l'invariance sous les transformations de SU(2). De même, nous avons vu qu'un terme de masse pour les bosons de jauge est interdit. Ainsi, pendant longtemps, on ne savait pas écrire de théorie avec des particules massives. C'est le mécanisme introduit par Higgs qui a permis de sortir de l'impasse.

On suppose l'existence d'un champ scalaire complexe ϕ, neutre électromagnétiquement et appartenant à un doublet de $SU(2)_L$, qui se couple aux bosons de jauge et aux fermions (ces derniers couplages sont appelés couplages de Yukawa). Le champ scalaire ϕ complexe peut s'écrire :

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix} e^{i\frac{\vec{\tau}}{2}\vec{\theta}(x)} \tag{1.12}$$

Le potentiel scalaire du Lagrangien du MS est choisi de telle sorte qu'au minimum, ϕ prenne une valeur moyenne v non nulle dans le vide ($v =< \phi >\simeq 250$ GeV). Moyennant une transformation de jauge on peut s'affranchir du terme exponentiel. Ce faisant les trois bosons de Goldstone θ_i sont absorbés dans le choix de jauge. Il reste un degré de liberté : le champ de Higgs H. La symétrie $SU(2)_L \times U(1)_Y$ se brise alors spontanément en $U(1)_{em}$ et les particules acquièrent une masse. Plus exactement, le Lagrangien reste invariant sous $SU(2)_L \times U(1)_Y$ mais l'état fondamental ne l'est plus.

Cependant les fermions et les bosons n'acquièrent pas leur masse de manière identique. Les fermions ne prennent une masse non nulle que si l'on introduit un couplage de Yukawa entre les champs fermioniques et le champ de Higgs. Par contre, les bosons acquièrent leur masse naturellement lorsqu'on réexprime le lagrangien autour du minimum v du potentiel de Higgs.

Les masses des bosons d'interaction sont prédites exactement en fonction de v et valent :

$$M_W^2 = \frac{g^2v^2}{4} \qquad M_{Z^0}^2 = \frac{(g^2 + g'^2)v^2}{4} \qquad M_\gamma = 0 \tag{1.13}$$

De plus, l'angle de Weinberg est prédit et vaut :

$$\tan\theta_W = \frac{g'}{g} \qquad \cos\theta_W = \frac{M_W}{M_{Z^0}} \tag{1.14}$$

1.2.5 Le secteur de l'interaction forte

Le modèle des partons

La découverte de centres de diffusion ponctuels dans le nucléon se produisit de la même manière que celle du noyau par Rutherford. Elle se fit en fait en deux temps. Dans un premier temps, l'étude des événements quasi-élastiques ep montrèrent que la section efficace $ep \rightarrow ep$ mesurée était inférieure à celle prédite par la formule de Dirac postulant une interaction entre deux fermions ponctuels [5]. Cette formule prédit une section efficace variant comme :

$$\sigma_{DIrac} \propto \frac{\alpha^2}{Q^4}(\cos^2\frac{\theta}{2} - \frac{Q^2}{2M_p^2}\sin^2\frac{\theta}{2}) \qquad (1.15)$$

où θ est l'angle entre les deux leptons incident et sortant, M_p la masse du proton et Q^2 le carré du quadri-moment du photon échangé par les deux particules initiales. Dans un premier temps, les théoriciens introduirent un facteur de forme du proton traduisant la répartition uniforme de la charge du proton dans une sphère égale au rayon de ce dernier. Une telle approche prévoit une chute de la section efficace à grand angle de diffusion ainsi qu'une baisse de la section efficace avec Q^2 car le photon voit alors une fraction de plus en plus petite de la charge du proton. Ces prédictions furent alors démenties par les premières expériences de diffusion profondément inélastique dans les années 60. En particulier, on observait une fraction importante d'événements où le lepton était émis à grand angle. Ce type de comportement était prédit par la formule de Mott. Une avancée spectaculaire dans la compréhension des observations fut leur interprétation par Feynman en terme de nucléon composé de particules ponctuelles : les partons. Ces partons furent ensuite identifiés aux quarks. Rappelons qu'à l'époque, l'idée de quark introduite par Gell-Mann et Zweig pour expliquer la spectroscopie des hadrons était généralement admise mais que l'absence de quarks libres posait problème. Certains pensaient que les quarks devaient être très lourds et très liés entre eux dans les hadrons alors que d'autres pensaient qu'ils n'étaient que des pseudo-particules (de simples objets mathématiques) sans lien réel avec la nature.

La figure (1.1) montre le processus sous-jacent au modèle des partons (QPM pour Quark Parton Model) dans lequel le photon voit des partons quasi–libres. Dans le référentiel du proton au repos, les partons sont très liés et les partons virtuels ont une durée de vie extrêmement brève. Cependant dans le référentiel dans lequel le proton a un grand moment, le temps de vie des partons virtuels peut devenir très grand du fait de la dilatation temporelle. Les hypothèses de QPM sont valables seulement dans les référentiels où le moment du proton est grand devant sa masse M_P. On suppose ensuite dans ce modèle que la section efficace totale est la somme incohérente des sections efficaces sur les différents partons.
Cependant pour expliquer l'existence d'état lié de quarks et le fait qu'on puisse casser ces états liés, il faut introduire une interaction entre les quarks qui assure à la fois leur interaction à faible énergie et leur quasi–liberté à haute énergie.

Nous allons maintenant voir comment construire une telle interaction.

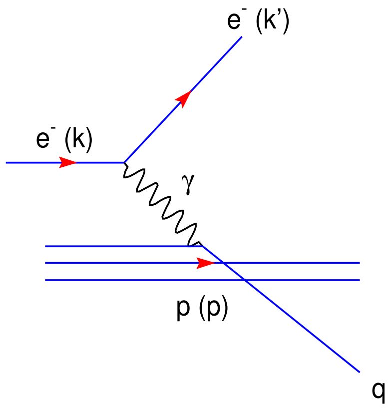


FIG. 1.1 – *Processus élémentaire de la diffusion ep dans le modèle des partons*

La chromo-dynamique quantique (QCD)

Toutes les observations expérimentales conduisent à organiser les quarks en triplets $\psi_q(x) = (q_1, q_2, q_3)$ dont chaque membre est caractérisé par un nombre quantique de couleur, c'est à dire qu'un quark est un vecteur à trois composantes dans l'espace des couleurs. De plus, il apparaît que les quarks de couleurs différentes ont un comportement indiscernable. Ceci conduit à demander l'invariance du Lagrangien sous toute rotation du groupe de symétrie dans l'espace des couleurs $SU(3)_C$:

$$\psi_q(x) \to \psi'_q(x) = e^{i\frac{g_s}{2}\lambda_a\theta^a(x)}\psi_q(x) \tag{1.16}$$

où les λ_a sont les générateurs de SU(3) - les matrices de Gell-Mann (1962) - en représentation 3×3 et les $\theta^a(x)$ sont 8 paramètres réels quelconques. La dérivée covariante correspondant à cette transformation s'écrit :

$$\partial_\mu \to D_\mu = \partial_\mu + i\frac{g_s}{2}\lambda_a G^a_\mu \tag{1.17}$$

où g_s est la constante de couplage associée au groupe $SU(3)$ et les G^a_μ sont les champs de jauge qui vont décrire les gluons. Ces champs sont les analogues du champ A_μ du photon en QED. Finalement, en développant le Lagrangien, on obtient un Lagrangien d'interaction qui s'écrit alors :

$$\mathcal{L}_{int} = -\frac{g_s}{2}\sum_{a=1}^{8}\sum_{i,j=1}^{3}\bar{q}_i\gamma^\mu\lambda_a^{ij}q_jG^a_\mu - \frac{1}{4}G^a_{\mu\nu}G_a^{\mu\nu} \tag{1.18}$$

$$\text{avec } G^a_{\mu\nu} = \partial_\mu G^a_\nu - \partial_\nu G^a_\mu - g_s f_{abc}G^b_\mu G^c_\nu \tag{1.19}$$

Les f_{abc} sont les constantes de structure du groupe $SU(3)$ qui traduisent la structure non abélienne de ce groupe au travers des relations de commutations :

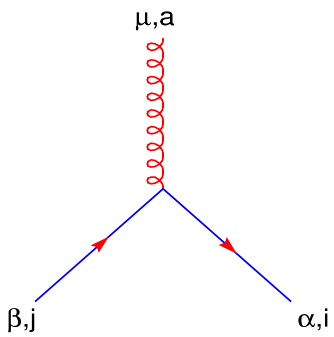
$$[\lambda_a, \lambda_b] = 2if_{abc}\lambda_c \tag{1.20}$$

Le premier terme du Lagrangien d'interaction traduit les interactions quark-gluon alors que le second est un terme d'autocouplage entre gluons.

Les règles de Feynman pour les termes d'interaction de QCD

Le Lagrangien $\mathcal{L}_{int}$ développé sur les champs q_i et G^a_μ permet d'écrire les règles de Feynman associées à ces termes d'interaction.

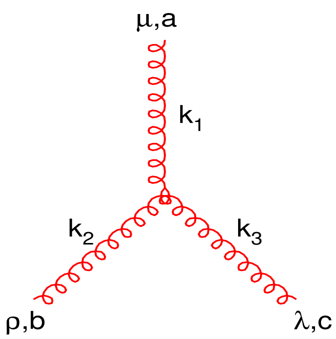
Le premier type de couplage décrit l'interaction quark-gluon $q_i q_j G^a_\mu$ et est donné sur la figure (1.2) [6]. Les autres termes sont des termes d'auto-couplage entre gluons.



$$i\frac{g_s}{2}\lambda^{ij}_a\gamma^\mu$$

FIG. 1.2 – *Règle de Feynman pour l'interaction quark-gluon*

Ils sont donnés sur les figures (1.3) et (1.4).



$$\begin{aligned} i g_s f_{abc} \quad & [g_{\mu\rho}(k_1 - k_2)_\lambda \\ & + g_{\rho\lambda}(k_2 - k_3)_\mu \\ & + g_{\mu\lambda}(k_3 - k_1)_\rho] \end{aligned}$$

FIG. 1.3 – *Règle de Feynman pour l'interaction à trois gluons*

Renormalisation de la constante de couplage forte

Le calcul des corrections d'ordres supérieurs au propagateur du gluon implique la renormalisation de la constante de couplage. Ainsi, si l'on considère les corrections à une boucle, la constante de couplage varie avec l'énergie suivant la formule :

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2n_f)\log(\frac{Q^2}{\Lambda^2})} \tag{1.21}$$

où n_f est le nombre de saveurs des quarks et Λ^2 est une échelle d'énergie non prédite par la théorie qui dépend du schéma de renormalisation. On rappelle que α_s et g_s

$$-g_s^2 \quad \begin{array}{l}[f_{eab}f_{ecd}(g_{\mu\lambda}g_{\nu\rho} - g_{\mu\rho}g_{\nu\lambda}) \\ +f_{eac}f_{edb}(g_{\mu\rho}g_{\lambda\mu} - g_{\mu\nu}g_{\lambda\rho}) \\ +f_{ead}f_{ebc}(g_{\mu\nu}g_{\rho\lambda} - g_{\mu\lambda}g_{\rho\nu})]\end{array}$$

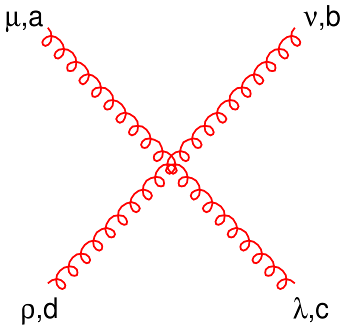


FIG. 1.4 – *Règle de Feynman pour l'interaction à quatre gluons*

sont reliés par $\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi}$.

Les conséquences de cette dépendance en Q^2 de la constante de couplage avec l'énergie sont très importantes. Une des plus importantes est la liberté asymptotique. En effet, plus Q^2 est grand, plus $\alpha(s)$ est petit. Cela signifie qu'à grande énergie il sera tout à fait justifié de faire des calculs perturbatifs en série de $\alpha_s(Q^2)$. C'est cette propriété qui permet de comprendre que l'on puisse casser le proton. D'autre part, à faible énergie, la constante de couplage est grande. La théorie présente donc toutes les bonnes caractéristiques pour expliquer le confinement des "partons" dans le proton.

De plus, en considérant naïvement une observable $\mathcal{R}$ sans dimension, on s'attend à ce que $\mathcal{R}$ soit indépendant de toute échelle d'énergie. Cela n'est plus vrai quand on a une théorie de jauge renormalisable. Si l'on considère le développement de $\mathcal{R}$ en série de α_s alors on s'aperçoit que chaque diagramme de Feynman contenant une boucle contient des divergences logarithmiques. On peut se débarrasser des ces divergences en renormalisant (reparamétrant) le modèle. Cependant on a alors une dépendance dans une échelle d'énergie μ et $\mathcal{R}$ est alors une fonction $\mathcal{R}(\log \frac{Q^2}{\mu^2})$. Si on resomme tous les termes, il n'y a pas de problème.
Le choix du schéma de renormalisation contraint la nouvelle expression des paramètres du modèle en fonction de μ^2 de manière à laisser $\mathcal{R}$ indépendant du schéma de renormalisation. En demandant explicitement cela au niveau de l'expression de $\mathcal{R}\left(\frac{Q^2}{\mu^2},\ \alpha_s(Q^2)\right)$, et en réexprimant α_s en fonction de g_s, on obtient l'équation du groupe de renormalisation :

$$\mu^2 \frac{d\mathcal{R}}{d\mu^2} = \left(\mu^2 \frac{\partial}{\partial_\mu} + \mu^2 \frac{\partial g_s}{\partial \mu^2} \frac{\partial}{\partial_{g_s}}\right) \mathcal{R}\left(\frac{Q^2}{\mu^2},\ g_s(Q^2)\right)$$

Il est usuel d'introduire la fonction :

$$\beta(g_s) = \frac{\partial g_s}{\partial \mu^2}$$

que l'on peut calculer de manière perturbative. Au premier ordre du calcul, on a :

$$\beta(g_s) = -\beta_o \frac{g_s^2}{16\pi^2} \tag{1.22}$$

β est la fonction du groupe de renormalisation et vérifie :

$$\frac{d\bar{g}_s}{dt} = \bar{g}_s \beta(\bar{g}_s) \tag{1.23}$$
$$\bar{g}(t=0) = g \tag{1.24}$$

où on a posé $t = \log(Q^2/\mu^2)$ et où $\bar{g}_s$ est la constante de couplage effective de l'interaction forte. En résolvant ces équations avec l'expression de la fonction β, on trouve l'expression de la dépendance de α_s donnée formule (1.21).

Les champs fantômes de Faddeev-Popov et l'invariance de jauge

Quand on veut faire des calculs de section efficace, il faut choisir une jauge de travail. Dans un formalisme d'intégrale fonctionnelle, la physique est contenue dans la fonction de partition du modèle de théorie des champs que l'on considère. Elle s'écrit :

$$Z = \int \mathcal{D}G_\mu exp(i \int \mathcal{L} dx) \tag{1.25}$$

où les G_μ sont les champs de jauge et $\mathcal{L}$ le Lagrangien du modèle. Z est une quantité invariante de jauge puisque la physique que l'on décrit l'est. Le choix de jauge est imposé par une équation sur les champs du type :

$$f^a(G^b_\mu) = 0 \qquad (a \text{ couvre le nombre de champ de jauge } G_\mu) \tag{1.26}$$

où f^a est une fonctionnelle des champs G^b_μ. La fonctionnelle génératrice peut alors se réécrire :

$$Z = N \int \mathcal{D}G_\mu det(iM) \delta(f^a(G^b_\mu)) exp\Big(i \int (\mathcal{L} - \frac{(f^a(A^b_\mu))^2}{2\alpha}) dx\Big) \tag{1.27}$$

où la matrice M est la réponse de $f^a(G_\mu)$ à un changement de jauge, N est une constante multiplicative et α un paramètre réel. Techniquement, il faut réussir à faire remonter le déterminant dans le terme exponentiel afin de pouvoir appliquer une technique de perturbation au calcul de Z. Ceci peut être fait grâce à l'introduction de champs scalaires de Grassmann (variables anticommutantes) qui permettent d'écrire :

$$det(iM) = \int \mathcal{D}\eta \mathcal{D}\bar{\eta} exp(i \int \bar{\eta} M \eta dx) \tag{1.28}$$

Ainsi Z peut finalement s'écrire :

$$Z = N \int \mathcal{D}G_\mu \mathcal{D}\eta \mathcal{D}\bar{\eta} exp\Big(i \int \mathcal{L}_{eff}(x) dx\Big) \tag{1.29}$$

où N est une constante de normalisation et $\mathcal{L}_{eff}$ s'écrit:

$$\mathcal{L}_{eff} = \mathcal{L} - \frac{\left(f^a(G^b_\mu)\right)^2}{2\alpha} - \bar{\eta} M \eta \tag{1.30}$$

On voit donc que le Lagrangien effectif comporte trois termes. Le premier est le Lagrangien standard, le second correspond à un terme de fixation de jauge et le troisième est un contre-terme qui fait apparaître de nouveaux champs : les fantômes de Faddeev-Popov. Notons que ces champs sont des fermions (anticommutants) mais qu'ils ne sont pas physiques car ils sont de spin 0. Cependant, ces champs ne violent pas la statistique de Dirac car ils n'apparaissent jamais comme des champs réels mais contribuent seulement dans des boucles. Comme ce sont des fermions un facteur -1 apparaît à chaque boucle. Notons également que ces termes de jauge sont présents dans toute théorie de jauge. Les éléments de la matrice M peuvent en effet s'exprimer en fonction des champs G^b_μ et des constantes de structure du groupe concerné. En particulier, on s'attendrait à avoir des champs de Faddeev-Popov pour les interactions électro-faibles. Cependant ces termes ne contribuent pas dans ce cas car la contribution des fantômes peut être factorisée et inclue dans N. Pour QCD ce n'est pas le cas et les champs fantômes se couplent aux gluons. Cependant il existe dans ce cas une jauge privilégiée qui permet de s'abstraire des contributions des champs de Faddeev-Popov, c'est la jauge axiale : $f_a = G^a_3 = 0$. Ceci permet d'identifier les problèmes : les termes de Faddeev-Popov assurent une compensation des divergences qui apparaissent lorsque les gluons ont une polarisation longitudinale.

Dans ce petit paragraphe, nous avons seulement esquissé les idées physiques sous-jacentes à l'apparition des champs de Faddeev-Popov. Une discussion détaillée de cette question peut être trouvée dans la référence [1] aux pages 250 à 256.

Les idées à retenir sur QCD

Au cours de cette introduction sur QCD, nous avons essayé de donner un aperçu des propriétés de ce modèle. On retiendra pour la suite la propriété de "running" de α_s, la structure de jauge non abélienne de $SU(3)$ qui donne naissance à des couplages entre gluons, le rôle particulier joué par la jauge axiale (jauge physique) pour éliminer la contribution des champs de Faddeev-Popov dans les calculs. On se rappellera également des différents couplages qui apparaissent dans le Lagrangien de QCD et qui permettent de construire les diagrammes de Feynman pertinents que nous utiliserons par la suite.

1.2.6 Les succès du Modèle Standard

Le MS réussit à décrire toutes les données expérimentales accessibles. Il a également prédit l'existence des bosons massifs $W^\pm$ et Z avant leur découverte au CERN en 1983. la prédiction du modèle standard :

$$\rho = \frac{M_W}{M_{Z^0} \cos\theta_W} = 1 \tag{1.31}$$

a été vérifiée au LEP avec une très grande précision ($\rho = 1.0012 \pm 0.0013 \pm 0.0018$). Cependant ce modèle n'est pas complètement satisfaisant comme nous allons le voir maintenant.

1.2.7 Au delà du modèle standard

Si le MS décrit l'ensemble des données expérimentales, il ne répond cependant pas à un certain nombre de questions fondamentales. Tout d'abord, c'est un modèle qui comporte 18 paramètres libres. Ce sont les 3 constantes de couplages g', g et g_s des groupes $U(1)_Y$,$SU(2)_L$ et $SU(3)_C$, les 9 masses des fermions (les masses des neutrinos sont supposées nulles), la masse du boson de Higgs, la valeur dans le vide du champ de Higgs et enfin 4 paramètres pour la matrice de Cabbibo-Kobayashi-Maskawa. Ce nombre élevé de paramètres laisse à penser que nous ne disposons encore que d'un modèle effectif des interactions et de la matière. Les points qui demeurent obscurs sont :

- 1 - le nombre de génération des fermions
- 2 - l'existence d'une théorie sous-jacente ou non
- 3 - l'absence d'une théorie quantique de l'interaction gravitationnelle
- 4 - le problème de naturalité du modèle standard

Le problème de naturalité concerne l'existence d'un champ scalaire (le Higgs) dans la théorie. Ce champ donne des divergences quadratiques dans les corrections à la masse des fermions. Cependant, ces divergences peuvent toujours être renormalisées à une échelle d'énergie choisie Λ, par exemple une échelle de grande unification ou l'échelle de Planck. A l'ordre d'une boucle, la masse m du Higgs s'écrit en fonction de sa masse nue m_0 :

$$m^2 = m_0^2 - \frac{\lambda^2\Lambda^2}{16\pi^2}$$

La masse du Higgs, étant liée à l'échelle de l'interaction électro-faible, doit être du même ordre que celle des bosons W et Z. Avec $m = 100$ GeV et $\Lambda = 10^{19}$ GeV, on a :

$$m_0^2 = 10^{35}(\lambda^2 + 10^{-34})$$

λ^2 doit donc être ajusté à 34 ordres de grandeur près. On parle de “fine-tuning”. On dit qu'une théorie est naturelle lorsqu'une faible modification de ses paramètres fondamentaux affecte très peu la physique à basse énergie. Avec cette définition, le MS n'est pas une théorie naturelle.

Deux types de théories permettent de construire une extension du modèle standard naturelle i.e. qui élimine le problème de naturalité : la supersymétrie et les modèles de technicouleurs [67]. Ces derniers supposent une structure au champ de Higgs qui devient un condensat de nouvelles particules : les technifermions. Le champ scalaire n'est plus qu'effectif et les divergences quadratiques disparaissent. Cependant ces modèles n'arrivent pas pleinement à justifier les masses des fermions telles qu'on les observe. Les modèles supersymétriques introduisent une symétrie entre les bosons et les fermions. Cette nouvelle symétrie permet de débarrasser des divergences quadratiques en introduisant de nouvelles compensations dans les diagrammes en boucles. On a ainsi deux fois plus de particules que dans le MS. Une bonne introduction à la supersymétrie peut être trouvée dans la référence [68].

Pour essayer de réduire le nombre de paramètres du modèle, on peut également essayer de réduire le nombre de constantes de couplage en essayant de construire un modèle dont le groupe de symétrie contenant $U(1) \times SU(2)_L \times SU(3)_C$ est brisé spontanément pour donner les symétries effectives liées à ces trois sous-groupes. Ce sont les modèles de grande unification. Un des premiers essais dans cette voie se basait sur le groupe $SU(5)$. Cependant ce modèle prédit une durée de vie du proton beaucoup plus courte que celle observée.

Chapitre 2

Les collisions électron-proton

«Les entités fondamentales sont des champs des quarks et des gluons qui ne correspondent pas à des particules observables, même en principe, tandis que les particules à interaction forte observées ne sont pas du tout élémentaires, mais sont les simples conséquences d'une théorie quantique des champs sous-jacente»
S. Weinberg.

Dans ce chapitre, nous présentons le calcul de la section efficace électron-proton dans le cas de l'échange d'un photon. Après avoir introduit la cinématique, nous effectuons les calculs explicitement et nous débouchons sur l'introduction des fonctions de structure du proton puis des densités de partons. En dernier lieu, nous discuterons les différentes hypothèses qui conduisent à la dérivation des différentes équations d'évolution des densités de partons.

2.1 La section efficace $ep \to eX$

On considère ici la section efficace $ep \to eX$ complètement inclusive. Ici on ne s'intéresse pas du tout à l'état final hadronique X. Dans ces conditions, en faisant le décompte des degrés de liberté et du nombre de contraintes imposées par les lois de conservation, la section efficace ne dépend que de trois variables indépendantes. A énergie des faisceaux fixée, elle ne dépend plus que de deux variables indépendantes, par exemple l'angle et l'énergie de l'électron diffusé.

2.1.1 Définition des variables cinématiques

La figure (2.1) présente le schéma définissant la diffusion $ep \to eX$. On note respectivement k et k' les quadrivecteurs des leptons incident et diffusé, $q = k - k'$ le quadri-moment du boson échangé, p le quadri-moment du proton incident, et enfin $E_e = 27.5$ GeV et $E_p = 820$ GeV les énergies de l'électron et du proton incidents.

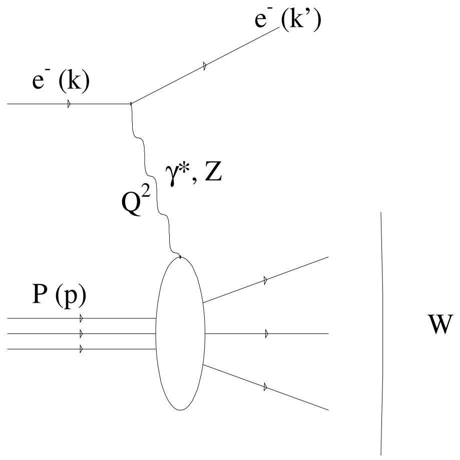


FIG. 2.1 – *Schéma de l'interaction $ep \to eX$ par échange de courant neutre*

On définit alors plusieurs invariants de Lorentz :

$$Q^2 = -q^2 \qquad x = \frac{-kq}{pq} = \frac{Q^2}{2pq} \qquad y = \frac{pq}{pk} \qquad \nu = \frac{pq}{M_p}$$

où M_p est la masse du proton. $-Q^2$ est la masse virtuelle du photon et est négatif. x et y sont les variables de Bjorken. Si on néglige la masses des particules devant leur impulsion, les trois premières variables sont reliées par la relation :

$$Q^2 = xyS \tag{2.1}$$

où $S = (k+p)^2 = 4E_pE_e = 90200\ GeV^2$ est le carré de l'énergie disponible dans le centre de masse de la réaction. x s'interprète dans le référentiel où le proton a un moment infini comme la fraction d'impulsion longitudinale du proton emportée par le parton qui interagit avec le boson échangé. y s'interprète comme la fraction d'énergie perdue par l'électron incident dans le référentiel du proton au repos alors que ν s'interprète comme l'énergie cédée par l'électron au proton dans ce même référentiel.

On définit la masse invariante de l'état final X par :

$$W^2 = (p+q)^2 = \frac{Q^2}{x}(1-x) + M_p^2 \cong \frac{Q^2}{x}(1-x)$$

Si on utilise l'angle polaire de l'électron diffusé et son énergie comme variables indépendantes, on a :

$$Q^2 = 4E_eE'_e\cos^2\theta/2 \qquad y = 1 - \frac{E'_e}{E_e}\sin^2\theta/2 \tag{2.2}$$

$$x = \frac{E'_e \cos^2 \theta/2}{E_p(E_e - E'_e \sin^2 \theta/2)} \tag{2.3}$$

La région physique couverte par ces variables à HERA est donnée par les limites suivantes :

$$Q^2 \in [0,\, S] \qquad W^2 > M_p^2 \qquad x \in [0,\, 1] \qquad y \in [0,\, 1]$$

Cependant la relation (2.1) empêche ces variables de varier indépendamment ($Q^2 < Sx$).

2.1.2 Calcul de la section efficace $ep \to eX$

On se limite ici à l'échange d'un photon. Le diagramme que l'on considère est donné sur la figure (2.2). On se reportera pour toute cette partie aux références [6, 7]. L'état final hadronique X est composé de n particules de moment $p_1, \ldots, p_n$. Le

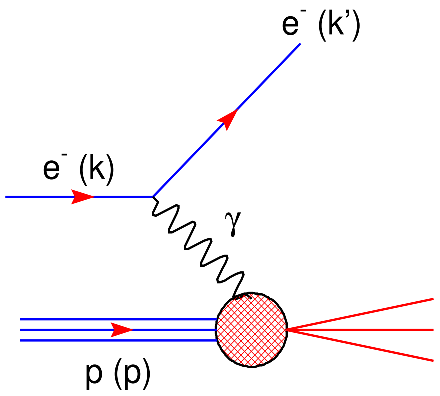


FIG. 2.2 – *Diagramme $ep \to eX$*

moment de ce système est noté $p_X = \sum_{i=1}^n p_i$. On choisit de fixer la cinématique en utilisant les variables E'_e et θ'_e pour effectuer le calcul. On se ramènera ensuite à une expression de la section efficace en fonction des invariants de Lorentz x et Q^2.
Si on écrit les règles de Feynman pour l'élément de matrice $\mathcal{M}_X$ correspondant à la figure (2.2), il vient :

$$\mathcal{M}_X = e^2 \bar{u}_e(k,\lambda)\gamma^\mu u(k,\lambda')\frac{1}{q^2} < X|J_\mu(0)|p,\sigma > \tag{2.4}$$

Les λ,λ' et σ sont respectivement les spins des électrons incident et diffusé et du proton incident. $< X|J_\mu(0)|p,\sigma >$ est le courant hadronique qui interagit avec le photon dont on ne connaît pas la forme exacte.
La section efficace non polarisée complètement différentielle s'écrit alors :

$$d\sigma_X = \frac{1}{4pk}\frac{d^3k'}{(2\pi)^3 2E'_e}\prod_{i=1}^{n}\left[\frac{d^3p_i}{(2\pi)^3 2E_i}\right]\delta^4(p+k-k'-p_X)\sum_{\lambda,\lambda',\sigma}|\mathcal{M}_X|^2$$

Pour calculer la section efficace différentielle, il faut sommer sur tous les états finals X accessibles. On peut donc écrire :

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'_e} = \frac{\alpha^2}{q^4}\frac{E'_e}{E_e} l^{\mu\nu} W_{\mu\nu} \tag{2.5}$$

où $\alpha = e^2/4\pi$ est la constante de structure fine et où les tenseurs leptonique $l_{\mu\nu}$ et hadronique $W_{\mu\nu}$ s'écrivent :

$$l_{\mu\nu} = \frac{1}{2}Tr(\not{k}'\gamma_\mu \not{k}\gamma_\nu) = 2(k_\mu k'_\nu + k_\nu k'_\mu + \frac{q^2}{2}g_{\mu\nu})$$

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu}(p,q) = \frac{1}{4M_p}\sum_\sigma \sum_X \int \prod_{i=1}^{n} \left[\frac{d^3p_i}{(2\pi)^3 2E_i}\right] \\ \times < p,\sigma|J_\mu(0)|X >< X|J_\nu(0)|p,\sigma > (2\pi)^3\delta^4(p+k-k'-p_X) \end{aligned} \tag{2.6}$$

Décomposition du tenseur hadronique

Malheureusement, on ne connaît rien de la forme de $W_{\mu\nu}(p,q)$. Cependant, on peut utiliser la nature tensorielle de ce terme en essayant de construire le tenseur d'ordre 2 le plus général possible à partir des paramètres de la collision. Les quantités disponibles sont q_μ, p_ν. Les grandeurs tensorielles d'ordre 2 que l'on peut alors construire sont :

$$g_{\mu\nu}, \qquad q_\mu q_\nu, \qquad p_\mu p_\nu, \qquad p_\mu q_\nu, \qquad p_\nu q_\mu, \qquad \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}p^\alpha q^\beta$$

où $\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$ est le tenseur d'ordre 4 complètement antisymétrique. On peut alors écrire l'expression la plus générale de $W_{\mu\nu}(p,q)$ sous la forme :

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu}(p,q) &= ag_{\mu\nu} + bq_\mu q_\nu + c(p_\mu q_\nu + p_\nu q_\mu) \\ &+ d(p_\mu q_\nu - p_\nu q_\mu) + e\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}p^\alpha q^\beta + fp^\mu p^\nu \end{aligned} \tag{2.7}$$

où les a, b, c, d, e, f sont des facteurs multiplicatifs qui ne peuvent dépendre que des scalaires de Lorentz disponibles dans le problème. Comme seuls deux de ces scalaires sont indépendants, ces facteurs ne dépendent par exemple que de x et Q^2. D'autre part, la conservation du courant hadronique J_μ s'écrit :

$$\partial^\mu J_\mu(x) = 0$$

En passant dans l'espace des moments, ceci implique :

$$q^\mu J_\mu = 0$$

et donc :

$$q^\mu W_{\mu\nu} = 0$$

En écrivant cette égalité avec l'expression de $W_{\mu\nu}$ de l'équation 2.7, il vient :

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu}(p,q) = (-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2})W_1 + \frac{1}{M_p^2}(p_\mu - \frac{pq}{q^2}q_\mu)(p_\nu - \frac{pq}{q^2}q_\nu)W_2 \\ - i\frac{\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}p^\alpha q^\beta}{2M_p^2}W_3 \end{aligned} \tag{2.8}$$

où les W_i sont des fonctions ne dépendant que de x et Q^2. W_3 ne contribue que dans le cas où il y a une violation de la parité. Ce terme est donc nul tant que l'on considère l'échange d'un photon. Ce terme devient non nul dès que l'on considère les contributions venant de l'échange de bosons $W^\pm$ ou Z^0. Dans la suite on ne considérera que l'échange de photons et on négligera donc la contribution provenant de W_3.

2.2 Les fonctions de structure du proton

On peut donc maintenant réécrire la section efficace inclusive ep non polarisée en fonction de θ et E'_e :

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'_e} = \frac{\alpha^2}{4E_e^2 \sin^4\frac{\theta}{2}} \left(2W_1 \sin^2\frac{\theta}{2} + W_2 \cos^2\frac{\theta}{2} \right) \tag{2.9}$$

En utilisant la relation :

$$dxdy = \frac{1}{M_p}\frac{E'_e}{E_e}\frac{d\Omega dE'_e}{2\pi y}$$

et en posant :

$$M_p W_1(x,Q^2) = F_1(x,Q^2)$$
$$\nu W_2(x,Q^2) = F_2(x,Q^2)$$

on peut réécrire la section efficace sous la forme :

$$\frac{d^2\sigma}{dxdy} = \frac{8\pi\alpha^2}{M_p E_e x^2 y^2}\left(xy^2 F_1(x,Q^2) + \left(1 - y - \frac{M_p}{2E_e}xy\right) F_2(x,Q^2)\right)$$

Finalement, en négligeant les masses et en utilisant les relations (2.1), (2.2) et (2.3), on peut encore écrire :

$$\begin{aligned}\frac{d^2\sigma}{dxdQ^2} &= \frac{2\pi\alpha^2}{xQ^4}\left(\left(2(1-y) + y^2\right) F_2(x,Q^2) - y^2 F_L(x,Q^2)\right) \\ &= \frac{2\pi\alpha^2}{xQ^4}\left(2(1-y) + \frac{y^2}{1+R(x,Q^2)}\right) F_2(x,Q^2)\end{aligned} \tag{2.10}$$

où on a posé :

$$F_L(x,Q^2) = F_2(x,Q^2) - 2xF_1(x,Q^2) \tag{2.11}$$

et

$$R(x,Q^2) = \frac{F_L}{F_2 - F_L} = \frac{\sigma_L}{\sigma_T} \tag{2.12}$$

Les sections efficaces σ_L et σ_T sont les sections efficaces ep correspondant à l'échange d'un photon polarisé longitudinalement ou transversalement. La dernière égalité résulte d'un calcul assez classique que l'on trouvera dans les références données au début du paragraphe 2.1.2.

La mesure de la section efficace inclusive ep permet d'avoir des informations sur les fonctions F_i que l'on appelle fonctions de structure du proton. En se donnant un modèle microscopique de l'interaction forte, on peut prédire la valeur et les propriétés des fonctions de structure. C'est ce que nous allons voir maintenant.

2.2.1 Le cas du modèle des partons : l'invariance d'échelle

On suppose ici le proton constitué de partons indépendants les uns des autres pendant le temps de la collision avec le photon. Soit η la fraction d'impulsion du proton portée par un parton. On suppose que les partons des différents types q sont des fermions de spin 1/2 et de charge $e_q e$ où e est la charge du proton. Soit $f_q(\eta)$ la densité de partons de type q portant une fraction d'impulsion du proton comprise entre η et $\eta + d\eta$. la masse effective de ce quark est alors $M_q = \sqrt{\eta^2 p^2} = \eta M_p$. On suppose l'impulsion du proton portée entièrement par les partons, il en découle alors :

$$\sum_q \int \eta f_q(\eta) d\eta = 1 \tag{2.13}$$

On note h et h' les moments initiaux et finaux du quark qui interagit avec le photon. On a évidemment $h = \eta p$. La section efficace $ep \to eX$ peut alors s'écrire sous la forme :

$$\frac{d^2\sigma_{ep\to eX}}{dxdQ^2} = \sum_q \int d\eta f_q(\eta) \frac{d^2\hat{\sigma}_{eq\to eq}}{d\eta dQ^2} \tag{2.14}$$

où $\frac{d^2\hat{\sigma}_{eq\to eq}}{d\eta dQ^2}$ est la section efficace élastique de la réaction $eq \to eq$.

On considère maintenant le diagramme de la figure (2.3). Le calcul de $\frac{d^2\hat{\sigma}_{eq\to eq}}{dxdQ^2}$ se fait de la même manière que dans le calcul précédent sauf que cette fois on connaît tous les courants associés et donc également l'expression des tenseurs associés. On a un tenseur $l_{\mu\nu}$ pour l'électron et un tenseur analogue pour le quark. Si on néglige les masses , le carré de l'élément de matrice moyenné sur les polarisations s'écrit alors :

$$|\bar{\mathcal{M}}|^2 = \frac{8e_q^2 e^4}{q^4}\left((k'.h')(k.h) + (k'.h)(k.h')\right) \tag{2.15}$$

En utilisant les variables de Mandelstam (pour leur définition voir le chapitre 3), il vient :

$$|\bar{\mathcal{M}}|^2 = 2e_q^2 e^4 \left(\frac{s^2 + u^2}{t^2}\right) \tag{2.16}$$

En calculant ces variables dans le référentiel du proton au repos et la définition standard de l'angle de diffusion, il vient :

$$\frac{d^2\sigma_{ep\to eX}}{dE'_e d\Omega} = \frac{4e_q^2 \alpha^2 {E'_e}^2}{Q^4}(\cos^2\frac{\theta}{2} - \frac{q^2}{2M_q^2}\sin^2\frac{\theta}{2})\,\delta\left(\nu + \frac{q^2}{2M_q}\right) \tag{2.17}$$

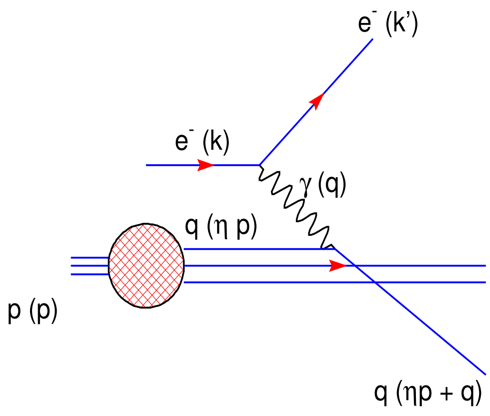


FIG. 2.3 – *Diagramme $ep \to eX$ dans le modèle des partons*

où M_q est la masse du quark. En comparant les équations (2.9) et (2.17), et en utilisant :

$$Q^2 = 4E_e E'_e \sin^2\frac{\theta}{2} \qquad \text{et} \qquad \delta(ax) = \frac{1}{a}\delta x$$

il vient :

$$w_1(\nu, Q^2) = e_q^2 \frac{x}{\eta M_p}\delta\Big(\eta - x\Big) \tag{2.18}$$

$$w_2(\nu, Q^2) = e_q^2 \frac{2M_p x\eta}{Q^2}\delta\Big(\eta - x\Big) \tag{2.19}$$

Nous avons donc trouvé la contribution venant d'un quark donné : les w_i. Pour passer aux fonctions de structure du proton, il faut sommer sur tous les quarks q à l'intérieur du proton et sur toutes les impulsions ηp qu'ils peuvent prendre. En remplaçant M_q par ηM, il vient alors pour W_1 :

$$\begin{aligned} W_1(\nu, Q^2)) &= \sum_q \int f(\eta) d\eta w_1(\nu, Q^2) \\ &= \sum_q \int f(\eta) d\eta e_q^2 \frac{x}{\eta M_p}\delta\Big(\eta - x\Big) \end{aligned} \tag{2.20}$$

L'intégration est évidente grâce à la distribution δ qui est non nulle pour $\eta = x$ et il vient alors :

$$F_1(\nu, Q^2) = M_p W_1 = \sum_q e_q^2 \frac{f_q(x)}{2} = F_1(x) \tag{2.21}$$

De même, pour F_2, il vient:

$$F_2(\nu, Q^2) = \nu W_2 = \sum_q e_q^2 x f_q(x) = F_2(x) \tag{2.22}$$

Ces résultats sont tout à fait remarquables car on a démontré ici que les fonctions de structure du proton ne dépendent que de x et pas de Q^2 dans le modèle des partons. C'est la propriété d'invariance d'échelle connue sous le nom "scaling de Bjorken". Cette propriété est liée à la structure ponctuelle de l'interaction photon-parton.

Des relations (2.21) et (2.22), on tire la relation de Callan Gross entre les fonctions de structure F_1 et F_2 :

$$F_2(x) = 2xF_1(x) \tag{2.23}$$

Ceci entraîne :

$$F_L(x) = 0 \text{ et donc } R(x) = 0. \tag{2.24}$$

Cette relation a un lien très fort avec le spin des partons qui interdit au premier ordre l'interaction d'un photon polarisé longitudinalement avec un quark de spin 1/2 afin de conserver l'hélicité. De plus, l'extraction des densités de quarks à partir des données expérimentales a montré que les quarks ne portent environ que 50 % de l'impulsion du proton. Cela signifie que les gluons portent environ également la moitié de l'impulsion du proton.

2.2.2 Le cas général de QCD

Le calcul que nous venons de faire correspond à l'ordre le plus bas dans le développement perturbatif de la section efficace totale $e - parton$ par échange d'un photon. Les termes d'ordres supérieurs correspondent à la possibilité de radiation de gluons et de quarks tant dans l'état initial que dans l'état final.
Les divergences qui apparaissent sont de trois types :

- les singularités ultraviolettes ($k \to \infty$) sont réabsorbées dans la renormalisation de la constante de couplage.
- les singularités infrarouges disparaissent dans les processus inclusifs car elles sont compensées par les corrections virtuelles.
- les singularités colinéaires ($k_\perp \to 0$) sont réabsorbées dans les densités de partons qui sont des quantités non perturbatives qu'il faut mesurer expérimentalement. On est alors obligé d'introduire une nouvelle échelle pour renormaliser les densités de partons. Cette renormalisation est appelée factorisation de masse.

La régularisation des divergences implique donc une dépendance des densités de partons dans une échelle d'énergie M^2. Deux échelles d'énergie ont été introduites dont dépendent d'une part α_s et d'autre part les densités de partons. On a ainsi :

$$\alpha_s\left(\log\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)\right) \text{ et } f_q(x, M^2)$$

On a donc ici un choix pour l'échelle de factorisation. Souvent on prend $M^2 = Q^2$ et on parle donc de $f_q(x, Q^2)$.

Brisure de l'invariance d'échelle

On a donc **une brisure de l'invariance d'échelle** qui apparaît. Cette brisure est douce car la dépendance dans l'échelle M^2 n'est que logarithmique, les divergences étant en $1/k$. La brisure d'invariance d'échelle a été mise en évidence par les expériences de SLAC ainsi que dans les expériences EMC [9], BCDMS [10] et CDHSW [11] dans les années 80. C'est un des premiers succès de QCD. Pour toute cette discussion, on pourra se reporter à la référence [12].

Diagrammes en échelle

La figure (2.4) présente la forme générale des diagrammes qu'il faut prendre en compte dans le calcul de la section efficace $ep \to eX$. On a dessiné sur cette figure un gluon venant du proton, mais il faut également considérer les termes où c'est un quark qui sort du proton. L'échelle contient indifféremment des quarks ou des gluons dans la mesure où chaque vertex est permis par le Lagrangien de QCD. Parler de section efficace ep en termes de diagrammes en échelle n'a un sens que dans la jauge axiale dans l'approximation des logarithmes dominants où les gluons sont polarisés transversalement [8] car autrement il faut également considérer des diagrammes plus compliqués faisant notamment intervenir des fantômes de Faddeev-Popov. Pour

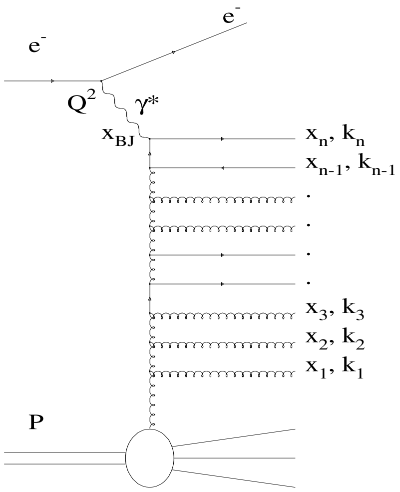


FIG. 2.4 – *Exemple de diagramme en échelle à prendre en compte dans le calcul de la section efficace $ep \to eX$*

sommer l'ensemble des contributions de ces diagrammes en échelle, il faut faire des hypothèses simplificatrices sinon les calculs deviennent trop compliqués. Il faut donc trouver les diagrammes dominants.

2.3 Équations d'évolution

Comme nous venons de le voir notre ignorance du domaine non perturbatif nous oblige à introduire des objets non prédits par la théorie : les densités de quarks et de gluons. La présence de divergences oblige redéfinir les densités de partons afin d'y absorber les divergences. Cependant la théorie (QCD) est capable de prédire l'évolution de ces densités de partons en fonction de différentes variables cinématiques. Suivant les approches, c'est à dire les hypothèses simplificatrices, on peut obtenir la prédiction du comportement de ces densités (et par extension des fonctions de structure) en fonction de l'échelle à laquelle on sonde le proton (Q^2) (DGLAP), en fonction de x (BFKL). Il existe une approche plus générale qui devrait permettre de prédire l'évolution sur la totalité du domaine perturbatif (CCFM). Nous présentons ci-après ces trois approches avant de présenter une autre approche où les objets fondamentaux que l'on manipule ne sont plus les partons mais des dipôles de couleurs. On peut en fait montrer que cette dernière approche est équivalente à celle développée par BFKL. Nous reviendrons sur ce point au cours de ce chapitre.

2.3.1 Contributions dominantes dans les diagrammes en échelle

Le choix de la jauge axiale permet de simplifier de manière drastique le nombre des diagrammes qu'il faut considérer pour calculer les fonctions de structure du proton. En effet, cette jauge permet d'éliminer toute contribution des champs fantômes de Faddeev-Popov et simplifie la prise en compte de la polarisation des gluons qui ont une polarisation transverse. De plus, on peut[15] montrer que les termes dominants correspondent à des termes qui apportent une contribution logarithmique. Ceux-ci sont de deux types. On trouve les contributions en :

$$\left(\alpha_s \log \frac{Q^2}{\mu^2}\right)^n \text{ et en } \left(\alpha_s \log \frac{1}{x}\right)^n \tag{2.25}$$

Dans l'approximation des logarithmes dominants (LLA pour Leading Log Approximation), on recherche à resommer les termes précédents. Il est évident que dès que x n'est plus tout petit (la région de transition n'est pas connue), seuls les termes en $\log Q^2$ sont à considérer. C'est l'objet du calcul de Altarelli-Parisi qui est présenté dans la sous-section suivante et qui donnera un jeu d'équations d'évolution des densités de partons donnant leur dépendance en $\log Q^2$. Par contre, à petit x, on peut montrer que les termes les plus importants sont les termes en $\log 1/x$. C'est cette approche qui a été développée par Lipatov et ses collaborateurs pour obtenir une prédiction de l'évolution des densités de partons avec x. Cette approche est également décrite ci-après. On ne présentera pas ici en détail l'approche DLLA (pour Double Logarithmic Approximation) qui resomme les deux types de contributions en prenant en compte les termes en :

$$\left(\alpha_s \log \frac{Q^2}{\mu^2} \log \frac{1}{x}\right)^n$$

et qui aboutit à la prédiction suivante de F_2 à bas x :

$$F_2(x, Q^2) \sim exp\sqrt{4\frac{N_c \alpha_s}{\pi} \log \frac{Q^2}{\mu^2} \log \frac{1}{x}} \tag{2.26}$$

où N_c est le nombre de couleurs que peut prendre un quark.

Domaine de validité des différentes approches

La resommation en $\alpha_s \log \frac{Q^2}{\mu^2}$ est possible si :

$$\alpha_s << 1 \tag{2.27}$$
$$\alpha_s \log \frac{1}{x} << 1 \tag{2.28}$$
$$\alpha_s \log \frac{Q^2}{\mu^2} \sim 1 \tag{2.29}$$

Ces conditions se traduisent par un fort ordonnancement en $k_\perp^2$ le long de l'échelle :

$$Q^2 >> {k_\perp}^2{}_n >> {k_\perp}^2{}_{n-1} >> \ldots >> {k_\perp}^2{}_1 >> Q_0^2 \tag{2.30}$$

La resommation en $\alpha_s \log \frac{1}{x}$ est possible si :

$$\alpha_s << 1 \tag{2.31}$$
$$\alpha_s \log \frac{Q^2}{\mu^2} << 1 \tag{2.32}$$
$$\alpha_s \log \frac{1}{x} \sim 1 \tag{2.33}$$

Ces condition se traduisent par un fort ordonnancement en x le long de l'échelle :

$$x << x_n << x_{n-1} << \ldots << x_1 \tag{2.34}$$

La double resommation implique un fort ordonnancement dans les deux variables.

L'ordonnancement en x ou en $k_\perp^2$ se comprend en regardant la forme des contributions que l'on resomme. Par exemple, quand les termes en $\log 1/x$ sont petits, les termes dominants viennent d'intégrales de la forme (voir équation (2.16) en se rappelant que $t \propto p_\perp^2$) :

$$\int_{{k_\perp}_1^2}^{{k_\perp}_2^2} \frac{1}{p_\perp^2} dp_\perp^2 = \log\left(\frac{{k_\perp}_2^2}{{k_\perp}_1^2}\right)$$

Ces termes sont grands et ne contribuent réellement que si ${k_\perp}_2^2 > {k_\perp}_1^2$, d'où un ordonnancement en $k_\perp^2$. C'est le même type d'argument qui explique l'ordonnancement en x.

2.3.2 Équations de Dokshitzer, Gribov, Lipatov, Altarelli et Parisi (DGLAP)

Il existe plusieurs moyens de dériver les équations d'évolution d'Altarelli-Parisi. Les deux approches les plus connues sont l'approche originale diagrammatique de Altarelli et Parisi et l'approche de Wilson en développement d'opérateurs basée sur l'équation du groupe de renormalisation. Pour des raisons de concision, nous présentons seulement ici l'approche diagrammatique qui est celle qui fait le plus facilement comprendre les enjeux et les difficultés du problème. Une introduction en français à l'autre approche peut être trouvée dans la référence [13]. Une introduction plus complète à l'ensemble des approches, en anglais, peut être trouvée dans les références [7, 12]. Pour un développement en français plus complet sur l'approche diagrammatique, on se reportera à la référence [14].

Approche diagrammatique

Les diagrammes concernant à l'ordre α_s le courant de quarks initiés par $f_q(x, Q^2)$ sont présentés sur la figure (2.5). A cet ordre, contrairement à l'ordre précédent, il faut introduire les diagrammes correspondant au courant de gluons initié par $xG(x, Q^2)$. Ils sont présentés sur la figure (2.6).

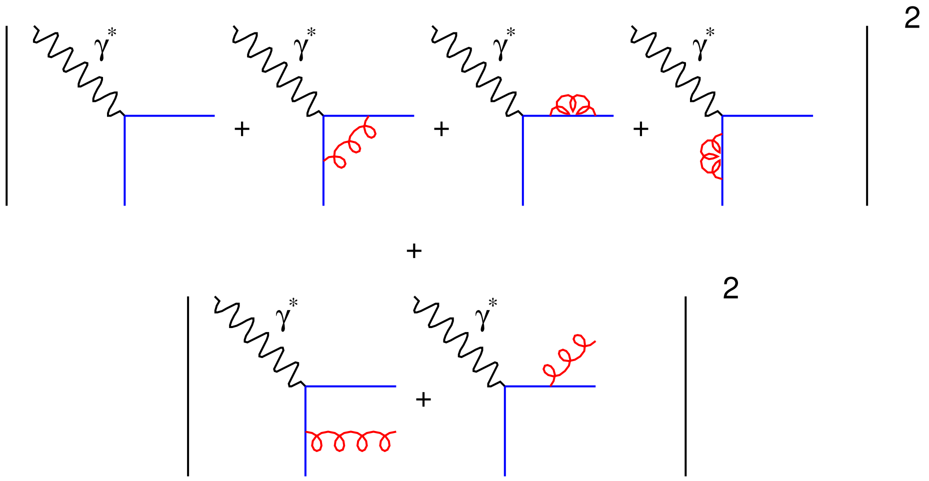


FIG. 2.5 – *Ensemble des diagrammes à prendre en compte dans le calcul de la section efficace concernant le courant de quark à l'ordre α_s du calcul de perturbation*

Une première étape du calcul consiste à calculer la section efficace $\sigma_{\gamma^* q \to qg}$. On introduit :

$$z \equiv \frac{Q^2}{2p_q q} = \frac{Q^2}{\hat{s} + Q^2} \text{ où } p_q \text{ est l'impulsion du quark entrant}$$

Dans la suite on notera toujours avec un chapeau les variables de Mandelstam relatives au processus partonique. L'application des règles de Feynman conduit directement à :

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dp_\perp^2} &\backsimeq \frac{8\pi e_q^2 \alpha \alpha_s}{-3\hat{s}\hat{t}} \left[\hat{s} + \frac{2(\hat{s} + Q^2)Q^2}{\hat{s}} \right] \\ &\backsim \frac{4\pi^2 e_q^2 \alpha}{\hat{s}} \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{1}{p_\perp^2} P_{qq}(z) \end{aligned} \tag{2.35}$$

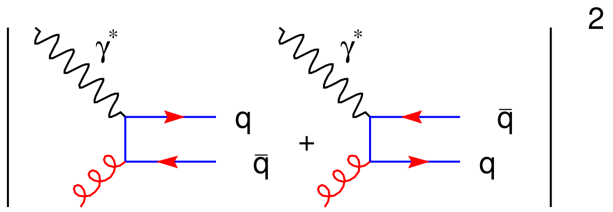


FIG. 2.6 – *Ensemble des diagrammes à prendre en compte dans le calcul de la section efficace concernant le courant de gluons à l'ordre α_s du calcul de perturbation*

On a utilisé ici le fait que $\hat{t} << \hat{s}$ et on a introduit :

$$P_{qq}(z) = \frac{4}{3}\left(\frac{1+z^2}{1-z}\right)$$

On évalue ensuite le $p_\perp^2$ maximum que peut prendre le gluon dans l'état final. Il vient :

$$p_{\perp}{}^2_{max} = \frac{\hat{s}}{4} = Q^2\frac{1-z}{4z} \tag{2.36}$$

On obtient finalement la section efficace intégrée :

$$\begin{aligned}
\sigma_{\gamma^* q\to qg} &= \int_{\mu^2}^{s^2/4} dp_\perp^2 \frac{d\sigma}{dp_\perp^2} \\
&= \int_{\mu^2}^{s^2/4} \frac{dp_\perp^2}{p_\perp^2}\frac{\alpha_s}{2\pi}P_{qq}(z) \\
&= \frac{4\pi e_q^2\alpha^2}{\hat{s}}\left[\frac{\alpha_s}{2\pi}P_{qq}(z)\log\frac{Q^2}{\mu^2}\right]
\end{aligned} \tag{2.37}$$

où on a introduit le "cut-off" μ pour régulariser la divergence qui apparaît dans l'intégrale pour $p_\perp^2 = 0$.

En calculant explicitement les diagrammes relatifs aux quarks -sans les corrections virtuelles qui n'apportent que des termes d'ordre $\alpha\alpha_s$ dont l'importance n'est que dans le mécanisme de compensation des divergences déjà mentionné plus haut-, on trouve :

$$\frac{F_2(x,Q^2)}{x} = \sum_q e_q^2\int_x^1 \frac{dy}{y}f_q(y)\left(\delta(1-\frac{x}{y}) + \frac{\alpha_s}{2\pi}P_{qq}(\frac{x}{y})\log\frac{Q^2}{\mu^2}\right) \tag{2.38}$$

Le membre de droite de cette équation peut être vu comme la somme des premiers termes d'un développement perturbatif en α_s qui est un paramètre tout à fait adapté au développement à grand Q^2 puisque qu'il décroît comme $1/\log Q^2$. Malheureusement, le terme en α_s est multiplié par $\log \frac{Q^2}{\mu^2}$. Ce terme est donc problématique car rien ne garantit qu'il soit plus petit que le terme en α_s^0. Comment faire alors ? L'idée est d'absorber le terme en $\log Q^2$ dans une redéfinition de la densité de partons. Pour ce faire, on réécrit cette équation sous la forme :

$$\begin{aligned}
\frac{F_2(x,Q^2)}{x} &= \sum_q e_q^2 \int_x^1 \frac{dy}{y}\Big(f_q(y) + \Delta f_q(y,Q^2)\Big)\Big(\delta(1-\frac{x}{y})\Big) \\
&= \sum_q e_q^2 \Big(f_q(x) + \Delta f_q(x,Q^2)\Big) \qquad (2.39) \\
&= \sum_q e_q^2 f_q(x,Q^2)
\end{aligned}$$

où on a défini :

$$\Delta f_q(x,Q^2) \equiv \frac{\alpha_s}{2\pi}\log\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)\int_x^1 \frac{dy}{y} f_q(y) P_{qq}\left(\frac{x}{y}\right) \qquad (2.40)$$

La densité de quarks $f_q(x,Q^2)$ dépend maintenant de Q^2, on a donc la violation de l'invariance d'échelle.

Si on prend maintenant la dérivée par rapport à $\log Q^2$ de la dernière équation alors on obtient une équation d'évolution des densités de partons, c'est l'équation d'Altarelli Parisi :

$$\frac{df_q(x,Q^2)}{d\log Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi}\int_x^1 \frac{dy}{y} f_q(y,Q^2) P_{qq}\left(\frac{y}{x}\right) \qquad (2.41)$$

Bien sûr, pour avoir un traitement complet de la structure du proton, il faut inclure la contribution qui vient des gluons. La contribution à la fonction de structure F_2 s'écrit en considérant les diagrammes de la figure 2.6 :

$$\frac{F_2(x,Q^2)}{x} = \sum_q e_q^2 \int_x^1 \frac{dy}{y} g(y) \frac{\alpha_s}{2\pi} P_{qg}\left(\frac{x}{y}\right)\log\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)$$

où $g(x)$ est la densité de gluons dans le proton et où :

$$P_{qg}(z) = \frac{1}{2}\Big(z^2 + (1-z^2)^2\Big)$$

Là encore, il faut redéfinir la densité de gluons pour se débarrasser du terme en $\log Q^2$. L'équation d'Altarelli-Parisi complète s'écrit alors:

$$\frac{d}{d\log Q^2} f_q(x,Q^2) = \frac{\alpha_s}{2\pi}\int_x^1 \frac{dy}{y}\left[f_q(y,Q^2)P_{qq}\left(\frac{y}{x}\right) + g(y,Q^2)P_{qg}\left(\frac{y}{x}\right)\right] \qquad (2.42)$$

$$\frac{d}{d\log Q^2} f_g(x,Q^2) = \frac{\alpha_s}{2\pi}\int_x^1 \frac{dy}{y}\left[f_q(y,Q^2)P_{gq}\left(\frac{y}{x}\right) + g(y,Q^2)P_{gg}\left(\frac{y}{x}\right)\right] \qquad (2.43)$$

avec à l'ordre dominant (LO) :

$$P_{gq}(z) = \frac{4}{3}\frac{1+(1-z)^2}{z}$$

et

$$P_{gg}(z) = 6\left(\frac{1-z}{z} + \frac{z}{1-z} + z(1-z)\right)$$

On remarque que l'évolution des densités de partons est dirigée par les noyaux P_{qq}, P_{qg}, P_{gq} et P_{gg} des équations intégro-différentielles d'Altarelli Parisi. Ces termes ont un sens physique bien précis. Par exemple, P_{gq} représente pour le photon la probabilité de voir un gluon dans un quark q. De plus, les propriétés d'invariance de la théorie imposent des contraintes sur ces fonctions. Ainsi, la conjugaison de charge impose $P_{\bar{q}g} = P_{qg}$ et $P_{g\bar{q}} = P_{gq}$. La conservation de la charge impose :

$$\int_0^1 P_{qq}(x)dx = 0 \tag{2.44}$$

La conservation de la 4-impulsion aux vertex permet d'écrire $P_{qq}(x) = P_{qq}(1-x)$, $P_{qg}(x) = P_{qg}(1-x)$ et $P_{gg}(x) = P_{gg}(1-x)$. Enfin, la conservation totale de l'impulsion donne les relations suivantes :

$$\int_0^1 x\left[P_{qq}(x) + P_{gq}(x)\right]dx = 0 \tag{2.45}$$

$$\int_0^1 x\left[2N_f P_{qg}(x) + P_{gg}(x)\right]dx = 0 \tag{2.46}$$

où N_f est le nombre de saveurs de quark.

2.3.3 Réécriture en fonction des moments de Mellin des densités de partons

Afin de préparer l'étude des diagrammes en échelle d'ordre n, il est intéressant de réécrire les équations d'évolution sous une forme un peu différente.

Pour toute fonction $f(x)$, on définit f^n le $n^{ième}$ moment de Mellin de la fonction f obtenu par la transformation suivante :

$$f^{(n)} = \int_0^1 dx x^{n-1} f(x) \tag{2.47}$$

Écrivons la transformation de Mellin de l'équation d'évolution (2.43) de la densité de quarks que nous avons obtenue précédemment, il vient :

$$\frac{df_q^{(n)}(Q^2)}{d\log Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} f_q^{(n)}(Q^2) P_{qq}^{(n)} \tag{2.48}$$

En intégrant cette équation différentielle, il vient :

$$f_q^{(n)}(Q^2) = f_q^{(n)}(Q_0^2)\left(\frac{Q^2}{Q_0^2}\right)^{\frac{\alpha_s}{2\pi}P_{qq}^{(n)}} \tag{2.49}$$

Ce résultat est obtenu en considérant α_s constant et prédit une violation brutale (linéaire) de l'invariance d'échelle. En fait, il faut prendre en compte la variation de α_s avec Q^2. On trouve alors une dépendance logarithmique. En exprimant F_2 en fonction des densités de partons, on peut montrer qu'on a une relation analogue pour les moments de Mellin de la fonction de structure F_2 :

$$F_2^n \propto \left(\log\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)\right)^{\mathcal{A}} \tag{2.50}$$

$$\propto \left(\frac{\alpha_s(Q^2)}{\alpha_s(Q_0^2)}\right)^{\mathcal{A}} \tag{2.51}$$

avec

$$\mathcal{A} = \frac{\alpha(Q^2)}{2\pi}\int_0^1 x^{n-1}P_{qq}$$

2.3.4 Diagrammes en échelle d'ordre n

Nous nous sommes intéressés pour l'instant aux diagrammes correspondant à une échelle avec un seul barreau comme celui qui est présenté sur la (2.7). Que se passe-t-il quand on passe à l'ordre supérieur et qu'on considère des diagrammes tels que ceux présentés sur la figure (2.8)?
En fait on peut montrer que le formalisme reste identique et que la seule modifi-

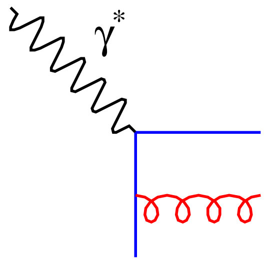


FIG. 2.7 – *Diagramme en échelle à un seul barreau*

cation réside dans l'apparition de nouvelles expressions des noyaux P_{ij} (i,j= q ou g) qu'il faut recalculer. Cependant, tant qu'on regarde les termes dominants (approximations des logarithmes dominants), il est possible d'établir une formule de récurrence entre la contribution d'un diagramme à n barreaux et son suivant à n+1 barreaux. Ceci permet d'écrire ensuite la série de tous ces termes qui donnent alors une contribution que l'on sait évaluer.

On considère le diagramme de la figure (2.4). La condition de dominance des diagrammes impose un ordonnancement en $k_\perp$ des partons émis le long de l'échelle.

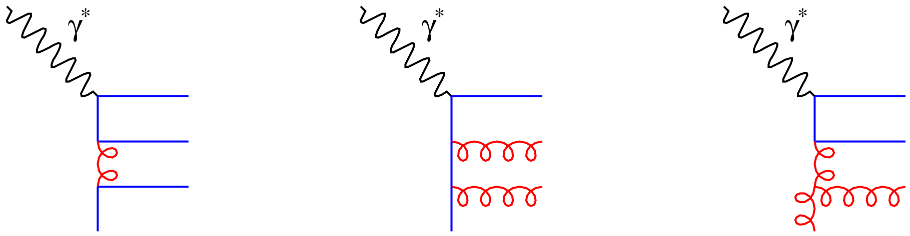


FIG. 2.8 – *Quelques possibilités de diagrammes en échelle à deux barreaux*

On suppose que le montant de l'échelle n'est constitué que de quarks. Cependant le résultat que l'on va obtenir a un caractère général. Soit σ_j la contribution de ce diagramme à n barreaux. On peut montrer que l'on peut écrire avec les notations de la figure (2.4) la relation de récurrence suivante :

$$\sigma_j(p,q,{k_\perp}_j^2) = \int \frac{dx_n}{x_j}\frac{d{k_\perp}_j^2}{{k_\perp}_j^2}\frac{\alpha_s({k_\perp}_j^2)}{P_{qq}}(x_{j+1})\sigma_{j+1}(x_{j+1}p,q,{k_\perp}_{j+1}^2)$$

En utilisant cette relation de récurrence n fois, ainsi que le fait que :

$$\alpha_s({k_\perp}_j) = \frac{1}{4\pi b \log {k_\perp}_j^2}$$

il vient :

$$\begin{aligned}\sigma_n \sim \quad & \frac{1}{8\pi^2}\int_{m^2}^{Q^2}\frac{d{k_\perp}_n^2}{{k_\perp}_n^2\log{k_\perp}_n^2}\int_{m^2}^{{k_\perp}_n^2}\frac{d{k_\perp}_{n-1}^2}{{k_\perp}_{n-1}^2\log{k_\perp}_{n-1}^2}\cdots\int_{m^2}^{{k_\perp}_{n-1}^2}\frac{d{k_\perp}_{n-2}^2}{{k_\perp}_{n-2}^2\log{k_\perp}_{n-2}^2}\\ & \int_0^1\frac{dx_1}{x_1}P_{qq}(x_1)\int_0^{x_1}\cdots\int_0^{x_n}\frac{dx_n}{x_n}P_{qq}(x_n)\,\delta\left(1-\frac{x}{x_n}\right)\end{aligned}$$

où m^2 désigne une coupure infrarouge convenablement choisie. La dérivée de σ_n par rapport à $\log Q^2$ fait intervenir les termes à $n-1$ barreaux. En organisant correctement ces contributions, on obtient une dérivation exacte des équations d'évolution de Altarelli-Parisi que l'on a écrit dans les formules (2.42) et (2.43).

2.3.5 Equations de Balitskii, Fadin, Kuraev et Lipatov (BFKL)

A petit x, les approximations d'Altarelli Parisi ne sont plus valables et il faut à nouveau rechercher les termes dominants. Comme nous l'avons vu, ce sont tous les diagrammes contribuant en $\alpha_s \log\frac{1}{x}$. La condition de dominance des diagrammes impose un ordonnancement en x des partons émis le long de l'échelle mais pas en $k_\perp$. En effet, la ressommation de termes en $\log 1/x$ doit se faire en gardant la dépendance totale en Q^2. Il faut ainsi intégrer sur la totalité de l'espace de phase en $k_\perp$. A petit x, on peut montrer que la fonction de structure est dominée par le gluon. Dans l'approche de Lipatov [16], on s'intéresse donc seulement à des échelles de gluons. Le calcul est trop compliqué pour être facilement expliqué ici, nous reviendrons cependant sur cette approche dans le chapitre suivant sur la diffraction.

Afin de simplifier les choses, le calcul est mené dans l'hypothèse d'une constante de couplage fixe. Le résultat final est la prédiction de l'équation d'évolution du gluon en fonction de x. Le calcul ne donne pas directement l'évolution de la densité de gluon $xG(x,Q^2)$ mais celle de la fonction $f(x,k^2)$ qui lui est reliée par :

$$xG(x,Q^2) = \int_0^{Q^2} \frac{dk^2}{k^2}\, f(x,k^2) \tag{2.52}$$

La prédiction de BFKL s'écrit alors :

$$f(x,q^2) = f^{(0)}(x,q^2) + \int dk^2\ K(q^2,k)\ \int_0^1 \frac{dy}{y} f(y,k^2) \tag{2.53}$$

où le noyau K de l'équation intégro-différentielle s'écrit avec les notations de [17] :

$$K(q,k) = \frac{3\alpha_s}{\pi}\ q^2 \left[\frac{1}{q^2|k^2-q^2|} - \beta(q^2)\delta(q^2-k^2)\right] \tag{2.54}$$

avec :

$$\beta(q^2) = \int \frac{dk^2}{k^2}\left[\frac{1}{|k^2-q^2|} - \frac{1}{(4k^2-q^4)^{\frac{1}{2}}}\right] \tag{2.55}$$

Le terme inhomogène désigne le couplage entre le gluon et les quarks.

La solution asymptotique de cette équation est de la forme :

$$f(x,{k_\perp}^2) \sim x^{-\lambda}\sqrt{k_\perp^2}\, exp\left(\frac{-\log^2(k_\perp^2/\bar{k})}{\log(1/x)}\right) \tag{2.56}$$

avec :

$$\lambda = \left(\frac{3\alpha_S}{\pi}\right) 4\log 2 \simeq 0.5 \tag{2.57}$$

pour $\alpha_s \sim 0.19 \sim \alpha_s(10\ \text{GeV}^2)$. Cette expression révèle le comportement en $x^{-\lambda}$ singulier à petit x ainsi qu'une structure gaussienne de diffusion en $\log k_\perp^2$ qui s'élargit à petit x. Cette diffusion est liée au relâchement de l'ordonnancement en $k_\perp^2$ qui conduit à “une marche au hasard” du $k_\perp$ le long de l'échelle de gluons. Pour plus de détails, on pourra se reporter aux références [18, 19]. D'autre part, une estimation de l'exposant de Lipatov λ dans le cadre d'une constante de couplage forte variant avec Q^2 a été faite à l'aide d'une intégration numérique d'une forme approchée de l'équation (2.53). Cette étude a montré que l'exposant de Lipatov voit alors sa valeur baisser [20].

2.3.6 Effet d'écrantage et unitarité: équation de Gribov Levin Ryskin (GLR)

La croissance de $f(x, {k_\perp}^2)$ à petit x implique un comportement du gluon également singulier en $x^{-\lambda}$. Ce comportement doit s'arrêter à une certaine valeur de x afin de ne pas violer l'unitarité. Physiquement, plus x est petit et plus la densité de partons est grande. A partir d'une certaine densité, les partons ne peuvent plus être considérés comme libres. La croissance à petit x doit être sûrement stoppée par la recombinaison des gluons. Cette recombinaison est favorisé par le terme à trois gluons du Lagrangien de QCD. Les effets d'un tel phénomène ont été évalués par GLR. Effectivement, le résultat du calcul [21] prédit la saturation de la densité de gluons à petit x.

2.3.7 Équations de Ciafaloni, Catani, Fiorani, et Marchesini (CCFM)

Une approche basée sur l'ordonnancement en angle et non sur un ordonnancement en $k_\perp$ ou en x dans les diagrammes en échelle a été développée récemment par Ciafaloni, Catani, Fiorani, et Marchesini [22]. Cette approche mène à l'écriture d'équations d'évolution sur l'ensemble du domaine perturbatif. Le fait intéressant est que les comportements asymptotiques de ces équations correspondent à un comportement à la BFKL à petit x et à un comportement à la DGLAP dans le domaine de validité de cette dernière équation.

2.4 L'approche des dipôles de Mueller-Patel

Une revue en français sur ce modèle peut être trouvée dans la référence [23]. Les papiers originaux de Mueller et al. sont donnés référence [24]. Une application de ce modèle à la physique de HERA peut être trouvée dans la référence [26].

2.4.1 Idées générales

L'idée initiale est de traiter le modèle des partons ponctuels comme un modèle de dipôles de couleur ayant une structure interne. L'objet de base de la théorie est une paire de quark-antiquark lourde, l'onium. La masse de cette objet fixe la taille transverse dans l'espace des impulsions au travers des relations de Heisenberg. Cette taille transverse va jouer le rôle d'échelle dure dans le calcul perturbatif qui est développé dans ce modèle. Le résultat important est qu'il est possible, moyennant l'hypothèse d'un grand nombre de couleurs et dans la limite de grande énergie qui donne lieu à la radiation de gluons mous, de calculer l'évolution de la fonction d'onde de l'onium. On peut montrer ensuite que l'équation d'évolution qui découle de cette approche est équivalente à l'équation d'évolution de BFKL. Fort de ce constat, on pourra ainsi calculer la section efficace de certains processus avec le formalisme des dipôles pour rechercher des comportements de type BFKL.

2.4.2 Coordonnées sur le cône de lumière

L'équation (2.6) peut se réécrire sous la forme :

$$W_{\mu\nu}(p,q) = \frac{1}{4M_p}\sum_\sigma \int \frac{d^4x}{2\pi} e^{iqx} < p,\sigma|J_\mu(x)J_\nu(0)|p,\sigma > \tag{2.58}$$

où on a utilisé :
• la relation de fermeture :

$$\sum_X |X>< X| = 1,$$

• la formule de transformation des courants qui traduit l'invariance des courants par translation :

$$J_\mu(x) = e^{iPx}J_\mu(0)e^{-iPx},$$

• les relations

$$e^{iPx}|X >= e^{ixp_X}|X > \qquad < p,\sigma|e^{-iPx} = e^{-ixp} < p,\sigma| \qquad (2\pi)^4\delta^4(u) = \int d^4u e^{iu}$$

où P est le générateur des translations.

Il est parfois intéressant de réexprimer $W_{\mu\nu}(p,q)$ en faisant apparaître les commutateurs des courants $J_\mu(x)$ et $J_\nu(0)$:

$$W_{\mu\nu}(p,q) = \frac{1}{4M_p}\sum_\sigma \int \frac{d^4x}{2\pi} e^{iqx} < p,\sigma|[J_\mu(x),J_\nu(0)]|p,\sigma > \tag{2.59}$$

en observant que :

$$\begin{aligned}
&\int \frac{d^4x}{2\pi} e^{iqx} < p,\sigma|J_\nu(0)J_\mu(x)|p,\sigma > \\
&= \sum_X \int \frac{d^4x}{2\pi} e^{(p_X-p+q)x} < p,\sigma|J_\nu(0)|X >< X|J_\mu(0)|p,\sigma > \\
&= \sum_X (2\pi)^3\delta(p_X-p+q) < p,\sigma|J_\nu(0)|X >< X|J_\mu(0)|p,\sigma >= 0
\end{aligned}$$

car la conservation de l'impulsion au niveau du vertex proton-photon impose $p+q = p_X$, ce qui implique : $p_X - p + q = 2q \neq 0$ et donc $\delta(p_X - p + q) = 0$

Il est intéressant de constater que, dans l'hypothèse d'un grand Q^2, la contribution dominante à l'intégrale de (2.59) vient du domaine $x^2 \sim 0$, c'est à dire des points sur le cône de lumière. Pour exploiter cette propriété, on introduit les coordonnées sur le cône de lumière définies par :

$$x^+ = \frac{x^0 + x^3}{\sqrt{2}} \tag{2.60}$$

$$x^- = \frac{x^0 - x^3}{\sqrt{2}} \tag{2.61}$$

$$\underline{x} = (x^1, x^2) \tag{2.62}$$

Avec ces notations, le produit scalaire entre deux vecteurs s'écrit :

$$v_1.v_2 = v_1^+ v_2^- + v_1^- v_2^+ + \underline{v}_1 \underline{v}_2 \tag{2.63}$$

2.4.3 Fonction d'onde de l'onium

Le système de coordonnées précédent est utilisé dans le modèle des dipôles. On se place dans le référentiel de moment infini de la paire quark-antiquark pour lequel $p^+ \to \infty$. On utilise la théorie des perturbations non covariante en se plaçant dans la jauge du cône de lumière [28, 29]. Nous donnons ici la méthode sans vraiment expliciter des calculs qui demanderaient beaucoup de développements qui n'ont pas leur place ici.

Fonction d'onde à l'ordre 0

Par définition, $\phi^{(0)}_{\alpha\beta}(\underline{k}_1, z_1)$ est la fonction d'onde à l'ordre 0 (sans gluon) de l'état lié quark-antiquark. Les indices α, β sont les indices spinoriels des deux quarks et k_1 est le moment de l'antiquark. Le quark a alors le moment $p - k_1$. La figure (2.9) présente ces notations. On note $z_1 = \frac{k_1^+}{p^+}$.

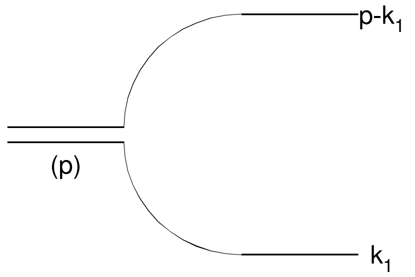


FIG. 2.9 – *Diagramme décrivant la fonction d'onde à l'ordre 0*

Le carré de la fonction d'onde de l'onium est alors donné par :

$$\Phi^{(0)}(\underline{k}_1, z_1) = \sum_{\alpha,\beta} \left|\phi^{(0)}_{\alpha\beta}(\underline{k}_1, z_1)\right|^2$$

Elle correspond à la densité de probabilité de trouver dans l'onium un dipôle avec le moment transverse $\underline{k}_1$ et le moment longitudinal z_1. Il est pratique dans la suite de prendre la transformée de Fourier de cette quantité :

$$\Phi^{(0)}(\underline{x}_1, z_1) = \sum_{\alpha,\beta} \left|\phi^{(0)}_{\alpha\beta}(\underline{x}_1, z_1)\right|^2$$

Fonction d'onde à l'ordre 1

Elle correspond à la prise en compte des diagrammes comme celui montré sur la figure (2.10). On peut montrer que le carré de la fonction d'onde d'ordre 1 s'écrit alors :

$$\Phi^{(1)}(\underline{x}_1, z_1) = \int d^2\underline{x}_2 \int \frac{dz_2}{z_2} \frac{\alpha_s C_F}{\pi^2} \frac{\underline{x}_{10}^2}{\underline{x}_{21}^2 \underline{x}_{20}^2} \Phi^{(0)}(\underline{x}_1, z_1)$$

où on a défini $\underline{x}_{ij} = \underline{x}_i - \underline{x}_j$ et où C_F est une constante de structure du groupe SU(3) de couleur définie par :

$$C_F = \frac{1}{N_c} \sum_a Tr\left(T^a T^a\right)$$

On constate donc une factorisation intégrale entre le terme d'ordre 0 et le terme d'ordre 1.

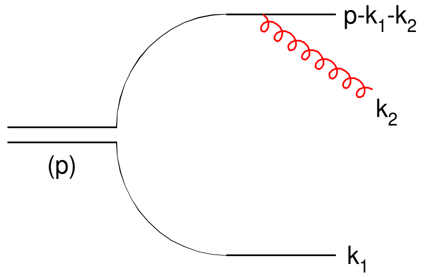


FIG. 2.10 – *Un des diagrammes décrivant la fonction d'onde à l'ordre 1. On a évidement à prendre en compte le diagramme dans lequel le gluon est émis par l'autre quark.*

Fonction d'onde à tous les ordres

La généralisation se fait en considérant un terme à n gluons mous d'impulsions $k_2, \ldots, k_{n+1}$ ordonnés tels que $z_2 >> z_3 >> \ldots >> z_{n+1}$ où z_i est la fraction d'impulsion longitudinale de l'onium emportée par le gluon i. Dans l'approximation des logarithmes dominants, on peut montrer que la factorisation précédente existe à tous les ordres à condition de ne prendre en compte que les termes planaires (i.e. où les gluons émis ne se chevauchent pas quand on dessine le diagramme de l'amplitude au carré). Dans la représentation de G. 't Hooft [25], un quark est vu comme des lignes portant un indice de couleur et un gluon comme deux lignes de couleur ayant des directions opposées. On appelle alors "dipôle" une paire de lignes couleur, anti-couleur. Dans cette représentation, les termes planaires et non planaires sont très faciles à identifier. Les termes non coplanaires sont pondérés par un terme en $1/N_c^2$ et sont donc négligeables dans la limite $N_c \to \infty$.

2.4.4 Distributions de dipôles dans un onium

En utilisant le formalisme précédent, on peut montrer que le nombre de dipôles de taille transverse x dans un dipôle de taille transerve x_{01}, pour une valeur donnée de $Y = \log z_1/z$ où z est la fraction d'impulsion de l'onium emportée par le gluon le plus mou du dipôle considéré, peut s'écrire :

$$n(x_{01}, x, Y) = \frac{1}{2}\frac{x_{01}}{x}\frac{e^{(\alpha_p - 1)Y}}{\sqrt{7\alpha_s C_F \zeta(3) Y}} \exp\left(- \frac{\pi \log^2 \frac{x_{01}}{x}}{28\alpha_s C_F \zeta(3) Y}\right) \qquad (2.64)$$

avec :

$$\alpha_p - 1 = 8\frac{\alpha_s C_F}{\pi} \log 2$$

On voit donc que la distribution de dipôles a une évolution du type BFKL (comparer avec l'équation (2.56)). Nous allons voir comment utiliser ce formalisme pour décrire les collisions électron-proton.

2.4.5 Prédictions pour les fonctions de structure du proton

Fonction de structure de l'onium

Pour obtenir la fonction de structure de l'onium, on utilise une hypothèse de factorisation en impulsion transverse introduite par Catani [27] qui est valable à grande énergie i.e. à petit x. La section efficace photon-onium s'écrit alors en suivant [23] :

$$\sigma_{\gamma^* - onium} = \int d^2\underline{r}\, dz \Phi^{(0)}(\underline{r}, z)\sigma(x, Q^2; r)$$

où $\Phi^{(0)}(\underline{r}, z)$ est la densité de probabilité de trouver des configurations de dipôles avec un moment transverse $\underline{r}$. La k$_t$-factorisation permet d'écrire :

$$Q^2\sigma(x, Q^2; Q_0^2) = \int d^2\underline{k} \int_0^1 \frac{dz}{z}\hat{\sigma}(x/z, \underline{k}^2/Q^2) F\left(z, \underline{k}; Q_0^2\right)$$

où $\hat{\sigma}/Q^2$ est la section efficace de Born du processus ($\gamma\, gluon \rightarrow q\bar{q}$) pour un gluon hors couche de masse et de moment transverse $\underline{k}$. $F(z, \underline{k}; Q_0^2)$ est la densité de gluon non intégrée dans un onium d'impulsion transverse. Elle est reliée à la densité de gluons usuelle par :

$$G(x, Q^2; Q_0^2) = \int_0^{Q^2} d^2\underline{k} F(x, \underline{k}; Q_0^2)$$

où F est égale à f dans l'équation (2.48) à des facteurs multiplicatifs près.

La k$_t$-factorisation peut s'appliquer également à la section efficace gluon-dipôle. En appliquant cette idée, on peut calculer $F\left(x, \underline{k}; Q_0^2\right)$ en fonction de la densité de dipôle $n(\underline{x}_{01}, \underline{x}, z')$ dans l'onium que nous avons calculé précédemment. Il vient alors :

$$\underline{k}^2 F\left(x, \underline{k}; x_{01}^2\right) = \int \frac{d^2\underline{x}}{\underline{x}^2} \int \frac{dz'}{z'} n(\underline{x}_{01}, \underline{x}, z')\hat{\sigma}_{g-d}(z/z', \underline{x}^2\underline{k}^2)$$

où $\underline{k}^2$ est la virtualité du gluon échangé et $\hat{\sigma}_{g-d}(z/z', \underline{x}^2\underline{k}^2)$ est la section efficace d'interaction gluon-dipôle. On peut ensuite trouver l'expression de F en utilisant l'expression de n calculée précédemment.

Fonction de structure du proton

Pour décrire l'interaction électron-proton dans le cadre du modèle des dipôles, on suppose une distribution initiale de dipôles de taille transverse x_{01} dans le proton sur lequel va venir interagir le gluon. Cette densité n'est pas calculable perturbativement et est introduite comme paramètre dans le modèle. On peut ensuite appliquer toute la mécanique précédente et obtenir des prédictions pour les fonctions de structure du proton. On obtient pour F_2 la prédiction suivante valable dans le domaine des petits x et des Q^2 modérés :

$$F_2(x, Q^2) = C \frac{1}{\sqrt{\frac{\alpha_s N_c}{\pi} 7\zeta(3) \log \frac{1}{x}}} e^{(\alpha_p - 1)\log 1/x} \frac{Q}{Q_0} \exp\left(- \frac{\pi}{14\alpha_s N_c \zeta(3) \log \frac{1}{x}} \log^2 \left(\frac{Q^2}{Q_0^2} \right) \right)$$

où C, Q_0^2 et α_p sont trois paramètres et ζ est une fonction connue. On a également des prédictions similaires pour F_L et R. L'ajustement de la fonction de structure F_2 expérimentale permet de fixer les 3 paramètres et de faire des prédictions pour F_L et R. Le calcul prédit alors une valeur de R deux fois plus petite dans cette approche que dans l'approche DGLAP pour des valeurs de Q^2 autour de 10 GeV^2.

D'autre part, il a été montré que la dynamique des dipôles est équivalente à la dynamique de BFKL. Ce modèle permet parfois d'aborder des calculs qu'il est difficile d'appréhender avec le formalisme développé par Lipatov.

2.5 Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons présenté les différentes approches qui permettent de calculer les sections efficaces ep dans le cadre de QCD. Ceci nous a permis d'introduire la notion de fonction de structure, de densité de partons à l'intérieur d'un hadron et d'équation d'évolution de ces dernières. Munis de tous ces éléments de base, nous sommes maintenant en mesure d'étudier le cas particulier de la diffraction.

Chapitre 3

La physique diffractive

«L'existence des phénomènes de diffraction m'était apparue comme exigeant la constitution d'une Mécanique nouvelle qui serait aux anciennes Mécaniques (y compris celle d'Einstein) ce que l'Optique ondulatoire est à l'optique géométrique.»
L. de Broglie.

Nous présentons ici un essai de synthèse sur le sujet de la diffraction dans les collisions *ep*. Après un rappel historique sur la diffraction en général, nous verrons ce que signifie la diffraction à la lumière de QCD. Nous présenterons ensuite la phénoménologie de la diffraction dans le cadre des interactions *ep*. Nous introduirons ici les fonctions de structure diffractives. En dernier lieu, nous décrirons les modèles actuels qui sont utilisés pour interpréter les données de la physique diffractive.

3.1 Un peu d'histoire ...

Nous essayons dans cette section de rappeler les grandes propriétés du formalisme de la matrice S et des théories de Regge qui sont des éléments clés pour bien comprendre les discussions sur la diffraction. En effet, les résultats des calculs perturbatifs sont souvent réexprimés en termes de paramètre des théories de Regge. De plus, ce formalisme permet d'aborder la discussion sur la transition entre le domaine non perturbatif et le domaine perturbatif où on peut utiliser le formalisme de QCD pour faire des prédictions.

3.1.1 Pourquoi parle-t-on de diffraction ?

Nous essayons ici de donner les idées physiques qui lient la diffraction en optique et en physique des particules. Pour plus de détails, on pourra se reporter au cours de l'école de Gif de 1975 [30].

Amplitude de diffusion en théorie ondulatoire de la lumière

Soit un champ scalaire monochromatique $\psi(x, y, z, t)$. Il peut s'écrire :

$$\psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z)\, e^{-i\omega t} \tag{3.1}$$

L'évolution d'un tel champ d'impulsion k et de fréquence $\omega/2\pi$ est gouvernée par l'équation de Helmholtz :

$$\Delta\psi^2 - \frac{\omega^2}{k^2}\frac{\partial\psi}{\partial t^2} = 0 \tag{3.2}$$

L'étude de la diffraction consiste en la recherche des solutions de cette équation avec des conditions aux limites données. A part quelques cas particuliers, il est très difficile de résoudre cette équation. On peut cependant utiliser une méthode approchante basée sur un principe donné par Huygens et Fresnel :

le champ $\psi(P)$ au point P est égal à la superposition des ondes sphériques émises par l'ensemble des points d'un front d'onde S. On peut donc écrire :

$$\psi(P) = \int_S ds\psi(s)\,\frac{e^{ikr-i\omega t}}{r} \tag{3.3}$$

où r est la distance entre l'élément de surface ds du front d'onde et le point P. On peut montrer que cette équation peut être dérivée de l'équation de Helmoltz dans l'approximation de faible déviation à l'optique géométrique.

Quand on considère la diffraction, sur un disque semi-transparent de facteur d'atténuation $\eta(x,y)$ et de rayon a, d'une onde plane se propageant perpendiculairement au disque suivant l'axe z, on peut montrer que l'amplitude de l'onde diffusée à un angle θ s'écrit :

$$f(\theta) = ik\int_{|\vec{b}|<a} bdb\,[1-\eta(b)]J_0(bk\theta) \tag{3.4}$$

où $J_0(bk\theta)$ est la fonction de Bessel d'ordre 0. La section efficace dans l'angle solide $d\Omega$ s'obtient alors par :

$$d\sigma = |f(\theta)|^2 d\Omega \tag{3.5}$$

Amplitude de diffusion en mécanique quantique

En mécanique quantique, le comportement de la fonction d'onde d'un système donné est gouverné par l'équation de Schrödinger. Si on considère la diffusion d'un quantum incident sur une cible infiniment lourde, on peut montrer en résolvant l'équation de Schrödinger associée dans le référentiel du centre de masse que l'amplitude de diffusion émise à l'angle θ s'écrit en utilisant un développement de l'amplitude de diffusion sur la base des polynômes de Legendre :

$$f(\theta) = \frac{i}{k}\sum_j (j+\frac{1}{2})\,(1-\eta_j)\,P_j(\cos\theta) \tag{3.6}$$

En utilisant la relation asymptotique $P_j(\cos\theta) \sim J_0(j\theta)$, en posant $j = bk$ et en remplaçant la somme précédente par une intégrale, on retrouve l'équation (3.4). Ces approximations sont valables quand $j >> 1$ et $\theta << 1$. Notons que b a ici la signification du paramètre d'impact.

On montre ensuite que les sections efficaces d'absorption et de diffusion élastique d'un quantum incident sur la cible s'écrivent :

$$\sigma_{abs.} = 2\pi \int bdb(1 - |\eta(b)|^2) \qquad \sigma_{\text{elas.}} = 2\pi \int bdb|1 - \eta(b)|^2 \tag{3.7}$$

On remarque que la section efficace élastique n'est nulle que si $\eta(b) = 1$ pour tout b i.e. s'il n'y a pas d'interaction. D'autre part, la présence d'absorption ($|\eta(b)| < 1$) impose la non-nullité de de la section efficace élastique.

Notons tout de même que les équations dérivées ici sont générales et s'appliquent à des cas beaucoup plus complexes que le disque semi-transparent. En particulier, travailler dans l'espace des paramètres d'impact n'impose pas une cible en forme de disque et infiniment plate qui n'aurait aucune utilité pour modéliser une collision hadron-hadron.

Conséquences

Nous voyons que nous avons dérivé ici les résultats habituels de la mécanique quantique en développant une analogie avec l'optique ondulatoire. Il reste cependant à donner une interprétation physique à l'absorption dans le cas de chocs entre particules élémentaires. On peut montrer que l'absorption d'une onde de de Broglie représente l'existence de transitions inélastiques dans la collision. La section efficace d'absorption n'est alors rien d'autre que la section efficace inélastique. Dans ce cas, on a défini tout changement de nombre quantique autre que l'impulsion comme une interaction inélastique. L'utilisation de l'analogie optique permet alors de faire des prédictions immédiates sur la diffraction hadronique. Cependant, la croissance de la section efficace totale n'a pas d'analogie optique, il est donc nécéssaire d'étudier la dynamique de la diffraction hadronique pour l'expliquer. En étudiant cette dynamique, on peut montrer que la dissociation diffractive résulte de l'absorption inégale des états virtuels échangés notamment en fonction du paramètre d'impact b. Elle ne peut donc avoir lieu quand la cible est complètement opaque. Si on accepte l'idée intuitive selon laquelle l'absorption est plus forte au centre de la cible, il vient en corollaire que la dissociation diffractive (phénomène inélastique d'origine diffractive) a un caractère plus périphérique que la diffusion diffractive élastique.

3.1.2 La théorie de la matrice S

Pour plus de détails sur toute cette section, on se reportera à la référence [31]. On pourra également consulter la référence [32] qui présente d'une manière très pédagogique l'ensemble de la physique de l'interaction forte avant l'apparition de QCD.

Généralités

Dans une expérience de diffusion, on observe des particules (de caractéristiques initiales connues) qui rentrent en collision et qui produisent un certain nombre de particules finales que l'on observe ensuite dans les détecteurs. Le temps qui s'écoule entre le moment où l'on détecte les particules finales et le moment de l'interaction est toujours long devant le temps d'interaction. Ainsi, on peut supposer que les particules finales ne sont plus en interaction au moment où on les détecte.

On peut formaliser ceci sous certaines hypothèses :

- i) On suppose d'abord que les particules initiales sont décrites (à $t \to -\infty$) par un ensemble d'états $|in>$.

- ii) On suppose ensuite que les particules finales sont également décrites (à $t \to +\infty$) par un ensemble d'états $|out>$.

Ces états quantiques vérifient deux propriétés essentielles. Tout d'abord, ils vérifient le principe de superposition. Cela signifie que la somme pondérée de deux tels états physiques décrit également un état physique. De plus, ces ensembles d'états sont complets et normalisés de manière à satisfaire aux relations d'orthogonalité et de complétude suivantes:

$$< m, in|n, out >= \delta_{mn} \qquad\qquad \sum_m |m, in(out) >< m, in(out)| = 1 \tag{3.8}$$

On définit alors la matrice de diffusion S par :

$$S = \sum_{m,n} |m, in >< n, out| \tag{3.9}$$

Grâce aux conditions de complétude et d'orthogonalité précédentes, l'élément de la matrice S reliant les deux états physiques, initial et final, ϕ et ψ satisfait:

$$< \phi, in|S|\psi, in >=< \phi, out|\psi, in >=< \phi, out|S|\psi, out > \tag{3.10}$$

et contient toute l'information sur la dynamique de la diffusion qui fait passer de l'état $|\phi>$ à l'état $|\psi>$. Cet élément de matrice correspond à l'amplitude de transition de l'état $|\phi>$ à $|\psi>$ et on peut montrer que son module au carré est la probabilité de l'occurence d'une telle transition.

De plus cette matrice vérifie la propriété d'unitarité suivante :

$$SS^\dagger = S^\dagger S = 1 \tag{3.11}$$

Cette relation traduit la conservation des probabilités que l'on attend physiquement.

On définit également la matrice de transition T réduite en posant :

$$S = 1 + iT \tag{3.12}$$

On peut alors montrer que la section efficace du processus $a + b\ (|\phi>) \to\ 1 + 2 + \ldots + n\ (|\psi>)$ s'écrit alors :

$$\sigma_{a+b\to 1+2+\ldots+n} = \frac{1}{F} \sum_{int} \int | < \psi|T|\phi > |^2 (2\pi)^4 \delta^4(P_f - P_i) \prod_{k=1}^{n} \frac{d^3 p_k}{(2\pi)^3 2E_k} \tag{3.13}$$

où la somme discrète représente la somme sur tous les degrés de liberté internes des particules finales, l'intégrale continue porte sur les impulsions des particules finales, les p_k et E_k sont les impulsions et énergies des particules finales et P_f (P_i) l'impulsion totale du système de particules finales (initiales).

Analycité, relations de dispersion et de croisement (voie s, voie t)

Quand on ne disposait pas de théorie microscopique de l'interaction forte, on a cherché à tirer le maximum d'informations sur la dynamique des processus en exploitant systématiquement les propriétés de la matrice S.

Pour comprendre un peu la stratégie développée alors, on s'intéresse maintenant à des processus du type $A + B \to C + D$ dont on cherche à connaître les propriétés. La dynamique de tels processus peut être décrite par deux variables cinématiques indépendantes. Une manière agréable d'aborder le problème est de travailler avec les variables de Mandelstam s, t et u qui sont invariantes de Lorentz et qui sont définies par :

$$s = (A + B)^2 = (C + D)^2 \tag{3.14}$$

$$t = (A - C)^2 = (B - D)^2 \tag{3.15}$$

$$u = (A - D)^2 = (B - C)^2 \tag{3.16}$$

où A, B, C, D sont les 4-impulsions des particules entrantes et sortantes a, b, c, d. La variable s est le carré de l'énergie disponible dans le centre de masse de la réaction et t, qui est négatif, est le quadrimoment transféré entre les particules a et b qui interagissent comme le suggère la figure (3.1.a)). Ainsi l'amplitude associée au processus considéré peut s'écrire :

$$A = A(s, t) \tag{3.17}$$

De plus, on constate facilement en faisant quelques lignes de calcul que les trois variables de Mandelstam vérifient la relation suivante :

$$s + t + u = M_A^2 + M_B^2 + M_C^2 + M_D^2 \tag{3.18}$$

où les masses sont celles des particules A, B, C et D.

En théorie des champs les interactions sont décrites en termes d'états échangés entre les particules entrantes et sortantes. Ces états sont de deux types : les échanges et les résonances. Ces dernières correspondent à la fusion des particules incidentes en une troisième qui se désintègre pour donner les particules finales. On considère le processus présenté sur la figure (3.1.a) qui est appelé processus dans la voie S et qui correspond à un échange.

Quand on impose la causalité à la théorie, cela donne naissance à des relations de commutation entre les valeurs des champs en deux points séparés par un intervalle du genre espace qui se traduisent dans l'espace des impulsions par une propriété d'analycité de la matrice S en fonction des moments.

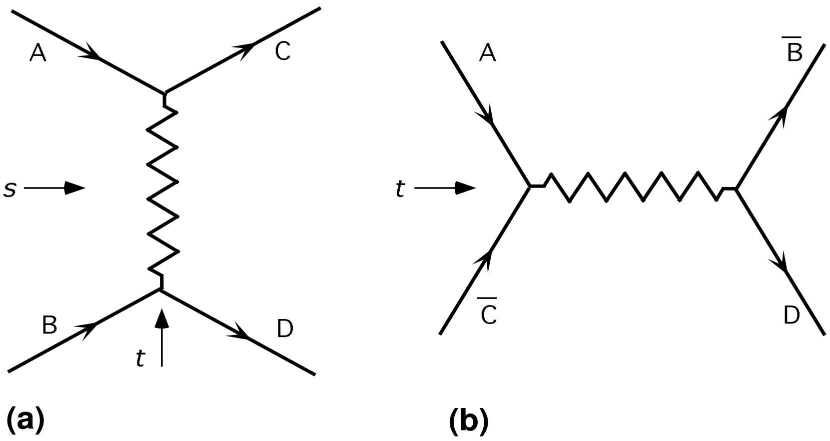


FIG. 3.1 – *Représentation diagrammatique : a) du processus $A + B \to C + D$ dans la voie S, b) processus symétriquement associé dans la voie t.*

De plus, les propriétés de symétrie (CPT) de la physique impliquent une relation directe entre l'élément de matrice associé au processus $A+B \to C+D$ et les éléments de matrices associés aux processus croisés $A+\bar{C} \to \bar{B}+D$, $A+\bar{D} \to \bar{B}+C$, $B+\bar{C} \to \bar{A}+D$, $B+\bar{D} \to \bar{A}+C$ et $\bar{C}+\bar{D} \to \bar{A}+\bar{B}$. Ces processus diffèrent dans l'échange de particules de l'état initial par leur antiparticule dans l'état final et vice versa. Ceci traduit qu'un champ en interaction joue exactement le même rôle dans l'annihilation de particules que dans la création des antiparticules associées. Par exemple, la figure (3.1.b)) présente l'un des processus associé à la réaction $A + B \to C + D$ que l'on appelle par définition processus dans la voie t. Les amplitudes des deux processus présentés sur la figure (3.1) sont reliées par la relation de croisement suivante :

$$A_{AB \to CD}(s, t) = A_{A\bar{C} \to \bar{B}D}(t, s) \tag{3.19}$$

Les propriétés d'analycité précédentes impliquent de plus que les éléments de matrice S précédents constituent une unique fonction analytique de s et de t qui décrit dans les régions physiques permises par la cinématique à différents processus croisés. Les régions physiques sont connectées les unes aux autres par un prolongement analytique. Ce constat nous permet alors d'exploiter les propriétés des fonctions analytiques pour obtenir des informations sur la fonction $T(s,t)$. En particulier, on utilise le théorème de Cauchy qui permet d'écrire :

$$A(s,t) = \frac{1}{2i\pi} \oint_C \frac{A(s',t)}{s'-s} ds' \tag{3.20}$$

On utilise ensuite le théorème sur les fonctions analytiques qui dit qu'une telle fonction est complètement déterminée par ses singularités. On cherchera par la suite à s'intéresser à ces discontinuités qui contiennent toute l'information sur la dynamique de la réaction.

Sans être un résultat clairement établi, il semble qu'il n'existe que deux types de discontinuités auxquelles on puisse être confronté en physique des particules. La première forme de discontinuité est relative à des pôles de l'amplitude de diffusion alors que la seconde a pour origine les seuils de production qui limitent les processus physiques. Ces derniers donnent des coupures dans le domaine d'analycité de l'amplitude. Comme la matrice S comporte une phase globale arbitraire, on peut choisir de mettre les coupures sur les axes réels. On travaille alors avec des amplitudes réelles sur l'axe réel, c'est à dire qui vérifient sur cet axe :

$$A(s,t) = A^*(s^*,t) \tag{3.21}$$

Moyennant un peu d'analyse complexe, on peut aussi écrire une relation liant la partie réelle de l'amplitude de diffusion en fonction de sa partie imaginaire. Ce type de relation est appelé relation de dispersion. Ce sont des relations du type :

$$ReA(s,t) = \frac{1}{\pi}\int_{s_o}^{+\infty} P\frac{ImA(s'+i0,t)}{s'-s}ds' + \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{s_1} P\frac{ImA(s'+i0,t)}{s'-s}ds' \tag{3.22}$$

où P désigne la partie principale.

Propriété d'unitarité : le théorème optique

En utilisant $S = 1 + iT$ et $S^\dagger = 1 - iT^\dagger$ dans la relation d'unitarité $SS^\dagger = 1$, il vient :

$$TT^\dagger = i(T - T^\dagger)$$

En prenant cette relation entre deux états $|in>$ et en introduisant une relation de fermeture sur les états $|X>$, il vient :

$$\sum_X |<in|T|X>|^2 = -2iIm <in|T|in> \tag{3.23}$$

Traduit en terme de section efficace, le terme de gauche donne la section efficace totale du processus $|in> \to |X>$ alors que le terme de droite donne, à un terme multiplicatif près, l'amplitude de diffusion élastique ($t = 0$) du processus $|in> \to |in>$. Ceci constitue le théorème optique qui s'écrit donc :

$$\sigma_{tot}(|in> \to |X>) = -2i\frac{1}{s}A_{|in>\to|in>}(s,t=0) \tag{3.24}$$

Ce théorème permet donc de relier la section efficace inclusive que l'on ne sait pas calculer précisément à l'amplitude de diffusion élastique (t=0) aisément calculable. Il constitue donc un outil important de la théorie de la matrice S.

Unitarité et borne de Froissart

M.Froissart a montré que la prise en compte des propriétés d'analyticité et d'unitarité de la matrice S imposait un comportement asymptotique maximal à l'amplitude élastique d'un processus et donc à sa section efficace totale. Cette limite asymptotique à grand s, connue sous le nom de borne de Froissart, s'exprime de la manière suivante :

$$|A(s,t=0)| < C\ s\ (\log s)^2 \tag{3.25}$$
$$\sigma_{tot} < C'\ (\log s)^2 \tag{3.26}$$

où C et C' sont des constantes.

3.1.3 Échanges de pôles de Regge

Pour toute cette partie, on trouvera une mine d'explications dans la référence [33]. Des renseignements complémentaires, en particulier sur les propriétés des fonctions analytiques et le développement en ondes partielles peuvent être trouvés dans la référence [34].

Situation initiale

Phénoménologiquement, on sait depuis longtemps que dans les réactions de type $1+2 \to 3+4$, les nombres quantiques échangés entre la particule 1 et la particule 3, et entre la particule 2 et la particule 4 (nombre baryonique, isospin, charge, hypercharge, spin, parité, ...) peuvent être ceux d'une particule ou d'une résonnance connue. Dans ce cas, la réaction a lieu et sa section efficace bien que décroissante en général est encore importante à haute énergie.

Inversement, quand on ne connaît pas de particule pouvant porter ces nombres quantiques échangés, la section efficace de la réaction décroît tellement vite avec l'énergie qu'on ne peut pratiquement plus observer la réaction à relativement haute énergie.

Devant un tel constat, le premier modèle qui vient à l'esprit est celui faisant intervenir l'échange d'un pôle dans la voie t. Comme l'amplitude est analytique, elle admet sur son domaine d'analyticité un développement en série qui converge. On peut écrire ce développement en termes de polynômes de Legendre. C'est ce qu'on appelle le développement en amplitudes d'ondes partielles. Écrivons ce développement de l'amplitude de réaction de la voie t :

$$A_t(s,t) = \sum_l (2l+1) P_l(\cos\theta_t) a_l(t) \tag{3.27}$$

où C est une constante et θ_t correspond à l'angle de diffusion de l'une des particules produite dans la voie t. Cet angle est conventionnellement défini par l'angle entre $\bar{3}$ et 4. Une particule de masse M de spin J échangée dans la voie t apparaît comme un pôle dans l'amplitude d'onde partielle $a_l(t)$. Si on néglige les contributions de toutes les autres ondes partielles, on a alors :

$$A_t(s,t) \sim \frac{C\ (2J+1) P_J(cos\theta_t)}{t - M^2} \tag{3.28}$$

On s'intéresse au processus de la voie s et on utilise les propriétés analytiques du croisement pour approcher la valeur de l'amplitude dans la voie s. On cherche donc à aller de la région physique de la voie t ($|\cos\theta_t| \leq 1$) vers la région physique de la voie s ($|\cos\theta_t| >> 1$). Dans cette dernière, on peut utiliser l'approximation $P_J(s) \sim s^J$ valable à grand s. On a donc pour s grand :

$$A_t(s,t) \sim s^J \tag{3.29}$$

On s'aperçoit que pour $J > 1$, la croissance de l'amplitude viole la borne de Froissart. D'autre part, une telle expression est en désaccord flagrant avec l'expérience. La raison essentielle de cet échec est que l'on a fait le prolongement analytique de l'expression (3.28) dont on sait que le développement n'est convergent que sur une ellipse de foyers $\cos\theta_t = \pm 1$. On a en fait négligé dans (3.28) des contributions dominantes à s grand.

Le modèle de Regge que nous allons maintenant découvrir permet d'effectuer le prolongement analytique d'une manière sûre tout en préservant l'hypothèse de départ. L'idée est de constater qu'il est plus facile d'effectuer le prolongement analytique d'une fonction définie par une intégrale de contour que de le faire à partir de son développement en série. En effet, dans ce cas, on peut étudier les propriétés d'analyticité de l'intégrant en fonction de la variable d'intégration et effectuer les déformations du contour nécessaire pour collecter les contributions de singularités dominantes et ainsi aboutir à une approximation prolongeable de la fonction.

Passage à une intégrale de contour

Pour passer de la forme série à une expression intégrale de contour, on utilise la propriété remarquable et bien connue de $\sin(\pi z)$ dont l'ensemble de ses zéros est l'ensemble des entiers naturels. Ainsi si $f(z)$ admet un développement en série entière :

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n \tag{3.30}$$

et si on sait trouver une fonction $a(z)$ interpolante i.e. telle que $a(i) = a_i$ pour tout entier naturel, on peut alors écrire $f(z)$ sous la forme intégrale suivante, moyennant l'hypothèse que la fonction $f(z)$ est nulle à l'infini :

$$f(z) = \frac{1}{2i\pi} \oint_C dz' \frac{a(z')\,(-z')^n}{\sin \pi z'} \tag{3.31}$$

où le contour d'intégration dans le plan complexe z' vient de l'infini le long de l'axe réel (au dessus), contourne le point origine $z' = 0$ et repart vers l'infini le long de l'axe réel (en dessous).

Dans le modèle précédent, cela revient à prendre en compte l'échange de spin J en écrivant le pôle en $(t - M^2)$ sous la forme $(\alpha(t) - J)$. La fonction $\alpha(t)$ prenant la valeur du spin de la résonance échangée quand $-t = M^2$. Cette expression des pôles en fonctions des spins est rendue possible en faisant le développement limité de $\alpha(t) = J + \alpha'(t - M^2)$ autour de J et en réécrivant ensuite :

$$\frac{1}{t - M^2} = \frac{\alpha'}{\alpha(t) - J}$$

Transformation de Sommerfeld-Watson

On applique maintenant la stratégie que nous venons d'expliciter aux développement en ondes partielles dans la voie t (équation 3.27). Sommerfeld et Watson ont montré qu'une forme intégrale de cette équation peut s'écrire :

$$A(s,t) = \frac{1}{2i\,\pi} \oint_C \frac{a(z',t)\,(2z'+1)\,P_{z'}(-\cos\theta_t)}{\sin\pi z'} dz' \tag{3.32}$$

où le contour C est le même que celui décrit ci-dessus. $P_{z'}$ est la fonction de Legendre de première espèce qui interpole les polynômes de Legendre : $P_{z'}(z) = P_l(z)$ quand $z = l$ (entier naturel). On peut se convaincre du résultat en appliquant le théorème des résidus à l'intégrale qui est dans cette formule en se rappelant quels sont les zéros de $\sin\pi z$.

Choix des fonctions interpolantes $a(z',t)$, formule de Froissart-Gribov et théorème de Carlson

De manière habituelle les amplitudes d'ondes partielles s'écrivent :

$$a_l(t) = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} P_l(\cos\theta_t) A_t(s,t) d\cos\theta_t \tag{3.33}$$

On pourrait donc essayer de définir les fonctions interpolantes $a_{z'}(t)$ par :

$$a_{z'}(t) = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} P_{z'}(\cos\theta_t) A_t(s,t) d\cos\theta_t \tag{3.34}$$

mais il y a dans cette démarche une grande ambiguïté car les fonctions :

$$a_{z'}(t)\left(1 + sin\pi z'\right) \text{ ou encore } a_{z'}(t)\left(1 + \frac{189,823}{\Gamma(-z')}\right)$$

sont également des fonctions analytiques de z' interpolant la suite a_n. La grande différence entre tous ces choix est liée au comportement asymptotique à grand $|z'|$. Or on a besoin dans notre approche d'un comportement de $a_{z'}(t)$ qui permette de négliger la contribution à l'intégrale de contour venant d'un cercle de rayon infini. Le théorème de Carlson nous dit que si le comportement asymptotique à l'infini de la fonction que l'on choisit est moins irrégulier que celui de $\sin\pi l$ alors l'interpolation analytique est déterminée de manière unique. On choisit donc d'utiliser une interpolation Carlsonnienne qui garantit le comportement à l'infini et qui lève toute ambiguïté dans l'interpolation des a_l.

Il faut alors considérer la région d'analycité de A_t dans le plan complexe $\cos\theta_t$ que l'on a représenté sur la figure (3.2). Froissart et Gribov ont mené les calculs et sont arrivés aux formules suivantes :

$$a^+_{z'}(t) = \frac{1}{\pi}\int_{x_o}^{+\infty} dz Q_{z'}(z)\Big[A_s(z,t) + A_u(-z,t)\Big] \tag{3.35}$$

$$a^-_{z'}(t) = \frac{1}{\pi}\int_{x_o}^{+\infty} dz Q_{z'}(z)\Big[A_s(z,t) - A_u(-z,t)\Big] \tag{3.36}$$

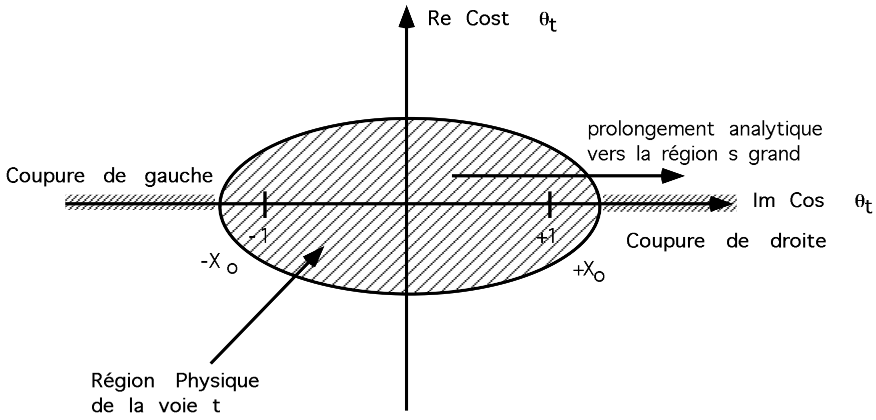


FIG. 3.2 – *Représentation des régions d'analycité de la voie t dans le plan* $\cos\theta_t$.

où A_s et A_u sont respectivement les discontinuités de $A_t(s,t)$ sur la coupure de droite et sur la coupure de gauche et $Q_{z'}(z)$ est la fonction de Legendre de seconde espèce définie par :

$$Q_{z'}(z) = \frac{1}{2}\int_{-1}^{+1} \frac{P_{z'}(x)dx}{z-x}$$

La séparation entre des ondes de parité + et - est rendue nécessaire par la propriété des polynômes de Legendre qui vérifient :

$$P_l(-\cos\theta_t) = (-1)^l P_l(\cos\theta_t)$$

Les fonctions $Q_z(x)$ se comportent comme $|x|^{-1-Rez}$ pour $|x|$ grand. Les intégrales précédentes ne convergent donc que pour $Re(z') > N$. Pour $Re(z') \leq N$, on utilisera donc la définition initiale des ondes partielles.

En introduisant, les fonctions :

$$A_t^{\pm}(s,t) = \frac{1}{2}\Big[A_t(s,t) \pm A_t(-s,t)\Big] \tag{3.37}$$

il vient :

$$\begin{aligned} A^{\xi}(x,t) &= \sum_{0\leq l\leq N} \frac{2l+1}{2} a_l(t)\Big[P_l(x) + \xi P_l(-x)\Big] \\ &+ \frac{1}{4i}\oint_{C'} \frac{dz\ (2z+1)\ a_z^{\xi}(t)\Big[P_z(-x) + \xi P_z(x)\Big]}{\sin\pi z} \end{aligned} \tag{3.38}$$

Le chemin C' est représenté sur la figure (3.3). $\xi = \pm$ est la signature. On a bien sûr $A_t(s,t) = A_t^+(s,t) + A_t^-(s,t)$. De plus, on peut montrer aisément que $F^{+(-)}(s,t)$ n'a que des ondes partielles paires (impaires) (voir équation 3.37).

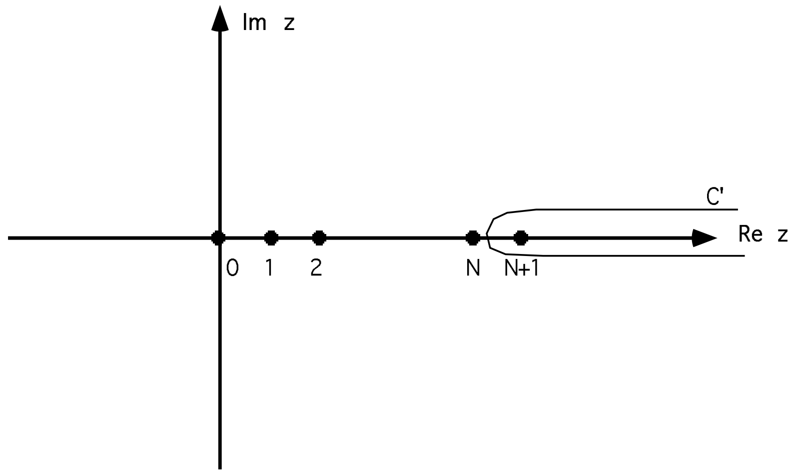


FIG. 3.3 – *Représentation du contour d'intégration C' dans l'équation (3.38).*

3.1.4 le modèle de Regge

Les hypothèses du modèle de Regge sont les suivantes :

- i) l'onde partielle $a_z^\xi(t)$ a des pôles dans le plan s dont les positions sont des fonctions de t ($\alpha_j^\xi(t)$) (pôles de Regge) de résidu γ_j^ξ,
- ii) le comportement de $a_z^\xi(t)$ est tel que l'on peut déformer le contour d'intégration C' pour le réduire au chemin C'' présenté sur la figure (3.4). Ceci suppose un bon comportement asymptotique de l'intégrant.

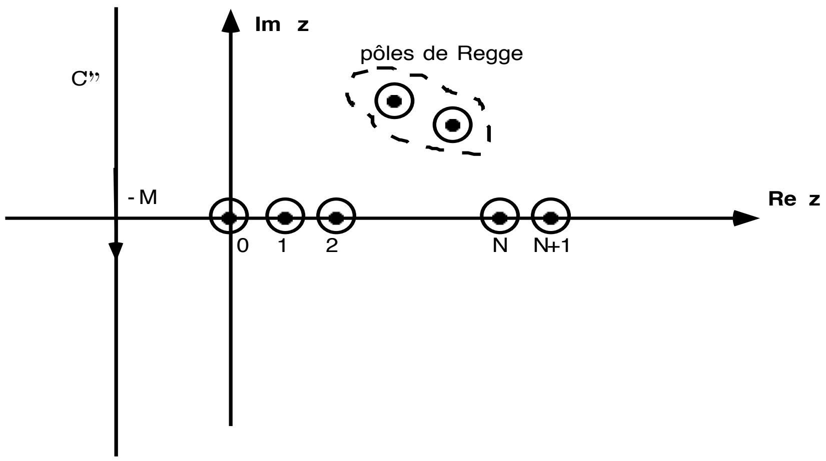


FIG. 3.4 – *Représentation du contour d'intégration C'' (voir texte).*

En appliquant la formule des résidus, on constate tout d'abord que la somme finie d'ondes partielles dans l'équation (3.38) s'élimine avec la contribution des pôles sur l'axe et on obtient la forme suivante pour $A^{\xi}(s,t)$:

$$\begin{aligned} A^{\xi}(z,t) = \frac{1}{4i} \int_{-M+i\infty}^{-M-i\infty} & \frac{dz\ (2z+1)\ a_z^{\xi}(t) \Big[P_z(-x) + \xi P_z(x) \Big]}{\sin \pi z} \\ & - \pi \sum_j \frac{2\alpha_j^{\xi}(t)+1}{2 \sin \pi \alpha_j^{\xi}(t)} \gamma_j^{\xi}(t) \Big[P_{\alpha_j^{\xi}(t)}(-z) + \xi P_{\alpha_j^{\xi}(t)}(z) \Big] \end{aligned} \tag{3.39}$$

L'intégrale précédente est nommée intégrale de background. La situation intéressante dans laquelle on se placera dans la suite correspond au cas où la contribution de cette intégrale peut être négligée devant la contribution des pôles.

On a donc finalement :

$$A(z,t) = -\pi \sum_{j,\ \xi=\pm} \frac{2\alpha_j^{\xi}+1}{2 \sin \pi \alpha_j^{\xi}(t)} \gamma_j^{\xi}(t) \Big[P_{\alpha_j^{\xi}(t)}(-z) + \xi P_{\alpha_j^{\xi}(t)}(z) \Big] \tag{3.40}$$

3.1.5 Les résultats importants

Expression de l'amplitude de diffusion à grande énergie

Quand on se place à grande énergie $s >> 1$, on a dans le cas de 4 particules de même masse :

$$x = 1 + \frac{2s}{t-4m^2} \simeq \frac{2s}{t-4m^2}$$

Dans ce cas, on peut utiliser le comportement asymptotique des polynômes de Legendre :

$$\begin{aligned} P_\alpha(-\frac{2s}{t-4m^2}) & \propto \frac{s^\alpha}{4m^2-t} \\ P_\alpha(\frac{2s}{t-4m^2}) & \propto \frac{(-s)^\alpha}{4m^2-t} \end{aligned} \tag{3.41}$$

On a encore ici un problème de détermination de $(-s)^\alpha$ qui peut être égale à $s^\alpha e^{i\pi\alpha}$ ou $s^\alpha e^{-i\pi\alpha}$. Pour des raisons de cohérence liées à la définition de la zone physique de la voie S et à la variation de la partie imaginaire lors du prolongement analytique, on prend $s^\alpha e^{-i\pi\alpha}$.

D'autre part, on s'aperçoit que l'on a une singularité en $t = 4m^2$ qui est gênante. Cependant elle correspond au seuil de la réaction physique où le comportement connu des amplitudes est du type : $(4m^2-t)^l$. Il est donc raisonnable de supposer que $\gamma_j^{\xi}(t)$ peut se factoriser en :

$$\gamma_j^{\xi}(t) = \tilde{\gamma}_j^{\xi}(t) \left(\frac{4m^2-t}{s_o} \right)^{\alpha_j^{\xi}(t)}$$

où $\tilde{\gamma_j}^{\xi}(t)$ est le résidu réduit et s_o un paramètre d'échelle typiquement de l'ordre du GeV. On obtient alors le modèle de Regge simplifié :

$$\begin{aligned} A(s,t) = & \sum_j \beta_j^+(t) \left(\frac{s}{s_o}\right)^{\alpha_j^+(t)} \frac{1 + e^{-\pi\alpha_j^+(t)}}{sin\pi\alpha_j^+(t)} \\ & + \sum_j \beta_j^-(t) \left(\frac{s}{s_o}\right)^{\alpha_j^-(t)} \frac{1 - e^{-\pi\alpha_j^-(t)}}{sin\pi\alpha_j^-(t)} \end{aligned} \tag{3.42}$$

où on a mis dans les termes $\beta_j^{\pm}$ tous les termes $(2\alpha_j + 1)$, ... , et autres termes multiplicatifs provenant du développement asymptotique des polynômes de Legendre.

Comportement de la section efficace différentielle $\frac{d\sigma}{dt}$

Dans l'hypothèse d'une trajectoire dominante, la section efficace différentielle $\frac{d\sigma(a+b)}{dt}$ peut s'écrire dans la voie s dans la limite de Regge ($s >> t$, $s \to \infty$) :

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma(a+b)}{dt} & \sim \frac{1}{s^2}|A(s,t)|^2 \\ & \sim \beta(t)\left(\frac{s}{s_o}\right)^{2\alpha_j(t)-2} \end{aligned} \tag{3.43}$$

Dépendance en t et "shrinkage"

En reprenant le développement limité de $\alpha(t)$ autour du spin de la particule ou de la résonnance échangée, il vient :

$$\alpha(t) = \alpha(0) + \alpha' \, t, \tag{3.44}$$

on peut expliciter la dépendance en t de la section efficace élastique différentielle. Il vient alors :

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma(a+b)}{dt} & \sim \beta(t)\left(\frac{s}{s_o}\right)^{2(\alpha_j(0)-1)} \left(\frac{s}{s_o}\right)^{2\alpha' t} \\ & \sim \beta(t)\left(\frac{s}{s_o}\right)^{2(\alpha_j(0)-1)} e^{2\alpha' \log\frac{s}{s_o} t} \\ & \sim \left(\frac{d\sigma(a+b)}{dt}\right)_{t=0} e^{bt} \end{aligned} \tag{3.45}$$

où b est la pente logarithmique de la dépendance en t et varie comme :

$$b = b_O + 2\alpha' \log\frac{s}{s_o} \tag{3.46}$$

Cette dépendance traduit l'amortissement ("shrinkage") de la section efficace élastique avec l'augmentation de l'énergie dans le centre de masse.

Les trajectoires de Regge

On appelle **trajectoires de Regge**, les fonctions $\alpha_j^\xi(t)$. La forme des pôles en t des amplitudes partielles que nous avons sont du type $t - M^2$. De plus, on a vu que ce pôle est équivalent à un pôle en $\alpha(t) - J$. Le long d'une trajectoire de Regge, on a l'échange de particule réelle quand $t = \alpha^{-1}(J)$ est réel et l'échange d'une résonance quand $t = \alpha^{-1}(J)$ est complexe. Dans ce dernier cas, en exprimant la section efficace autour de ce pôle, on trouve un comportement de la forme Breit-Wigner, d'où l'utilisation habituelle de cette paramétrisation pour ajuster une résonance autour de son pic en énergie.

On voit donc que le graphe des particules dans le plan *spin-masse*^{2} donne une information sur la nature de la trajectoire auxquelles elles appartiennent. On appelle ce graphe représentation de Chew-Frautschi. En première approximation, l'évolution en t est linéaire pour passer de la région physique de la voie t vers la région asymptotique de la voie s car elle implique une faible migration en t et une grande migration en s. On s'attend donc à voir les particules s'aligner sur des droites. La figure (3.5) montre la représentation de Chew-Frautschi pour la trajectoire de Regge du ρ, ainsi que quelques autres trajectoires. Le fait marquant à retenir est que la valeur $\alpha(0)$ de ces trajectoires est à peu près toujours égale à $\sim .5$. Le paramètre $\alpha(0)$ est appelé **l'intercept de la trajectoire**.

Comportement asymptotique des sections efficaces hadroniques

Si on traduit les résultats précédents en termes de dépendance de la section efficace totale, via le théorème optique, on trouve que dans le cas d'une trajectoire dominante, cette section efficace varie comme :

$$\sigma_{tot} \propto \left(\frac{s}{s_o}\right)^{\alpha(0)-1} \tag{3.47}$$

La figure (3.6) montre l'évolution du comportement de différentes sections efficaces en fonction de l'énergie dans le centre de masse. On voit que ces sections efficaces deviennent constantes à grande énergie pour même amorcer une légère remontée. Un tel comportement ne correspond pas aux intercepts des trajectoires connues qui prennent, comme nous l'avons vus, leur valeur autour de 0.5. Ces derniers impliquent en effet une chute de la section efficace totale à grande énergie environ comme $\frac{1}{\sqrt{s}}$.

La trajectoire du poméron

L'idée est alors d'introduire une nouvelle trajectoire qui domine le comportement de la section efficace à grande énergie et dont l'intercept est 1. Afin de pas briser l'unitarité et donc la borne de Froissart, cet intercept ($\alpha_{\mathbb{P}}(0)$) ne peut être plus grand que 1. Néanmoins, phénoménologiquement, des valeurs de $\alpha_{\mathbb{P}}(0)$ légèrement supérieures à 1 impliquent une violation de l'unitarité à des énergies très élevées où nous attendons de toutes façons une nouvelle physique. Pour $\alpha_{\mathbb{P}}(0) > 1$, on parle de $\mathbb{P}$ super-critique. Pour quantifier la criticité de la trajectoire du $\mathbb{P}$, on note souvent :

$$\alpha_{\mathbb{P}}(0) = 1 + \epsilon \tag{3.48}$$

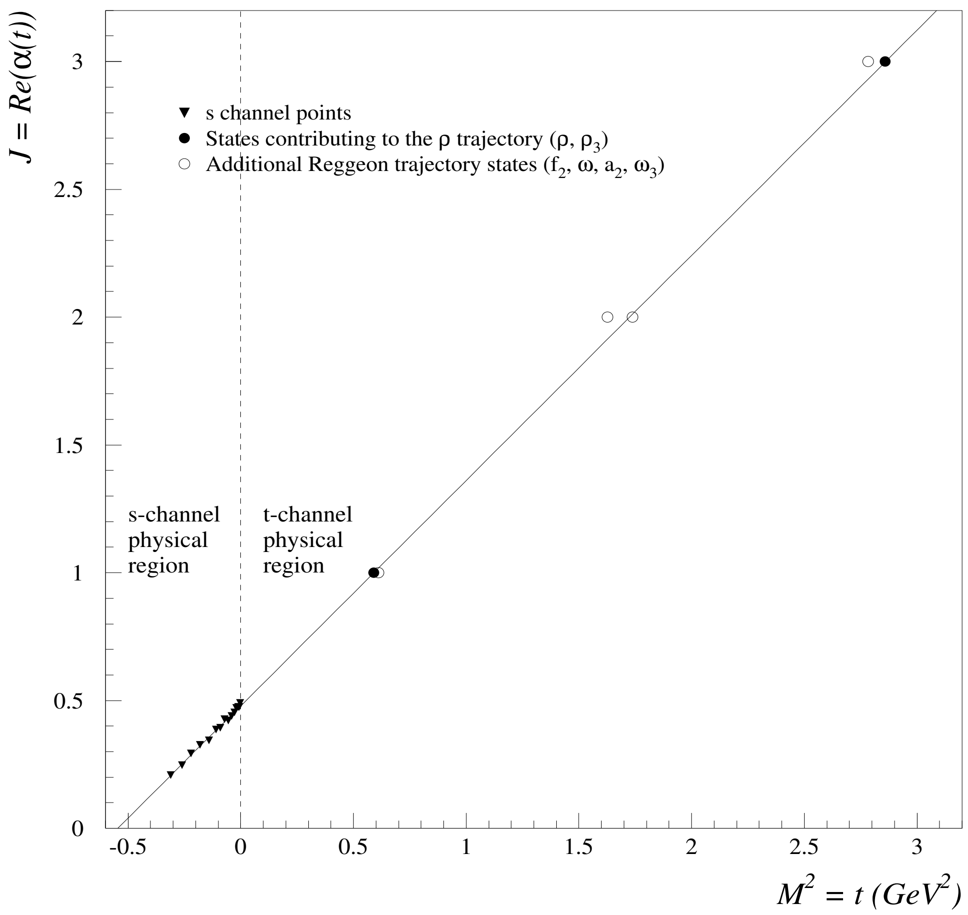


FIG. 3.5 – *Représentation de Chew-Frautschi pour la trajectoire de Regge du ρ, ainsi que quelques autres trajectoires.*

Une telle trajectoire doit porter les nombres quantiques du vide afin d'avoir les bonnes propriétés pour décrire la diffusion élastique. De plus, cette trajectoire doit se coupler de manière identique aux particules et aux antiparticules pour satisfaire au comportement asymptotique imposé par le théorème de Pomerančuk [35] :

$$\sigma_{tot}(AB) \overset{s\to\infty}{\longrightarrow} \sigma_{tot}(\bar{A}B) \tag{3.49}$$

En extrapolant sur le graphe de Chew–Frautschi les points mesurés dans la voie s, on trouve une dépendance du pôle du $\mathbb{P}$ qui s'écrit :

$$\alpha_{\mathbb{P}}(t) = 1.085 + 0.25\ t \tag{3.50}$$

Dans ces conditions, on attend une résonance du type $J^{PC} = 2^{++}$ (C étant la parité et P étant la parité) aux environs de la masse $M \sim 1.9$ GeV. Quand on regarde ceci avec le regard neuf de QCD, il y a un certain nombre d'arguments pour dire que la trajectoire du $\mathbb{P}$ est associée à l'échange de plusieurs gluons dans la voie t. Dans ce cas, on s'attend à ce que le pôle recherché ait une structure avec une composante gluon de valence importante. On dénote ces états sous le nom de boules de

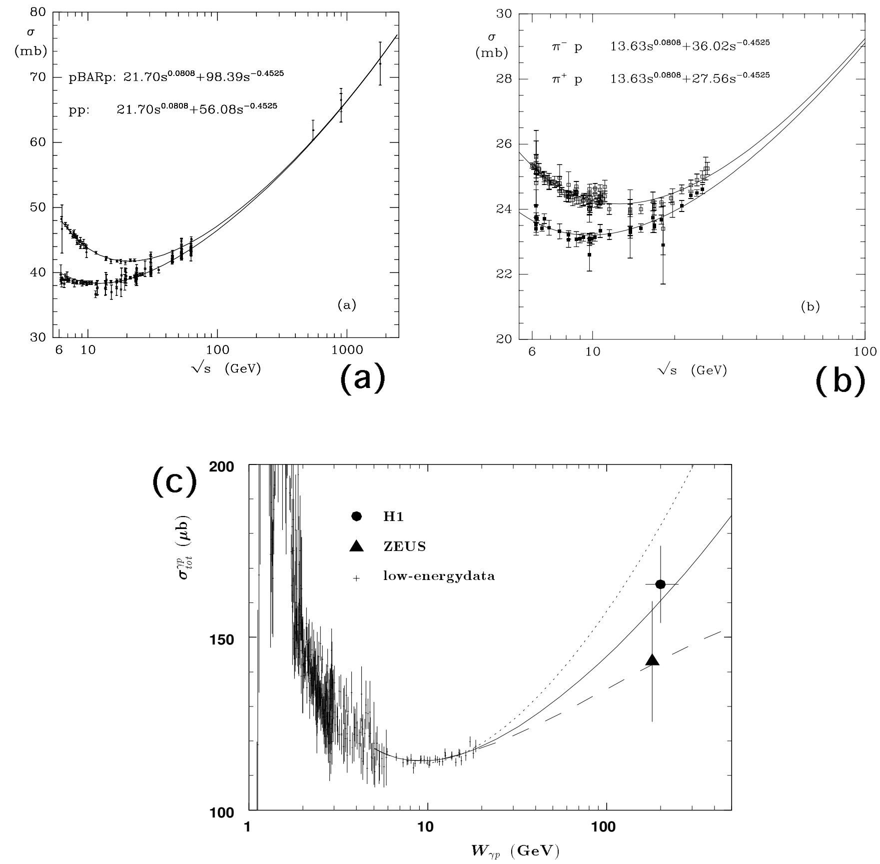


FIG. 3.6 – *Ajustement du comportement avec l'énergie des données des collisions hadroniques (a) pp et $p\bar{p}$, b) π^-p et π^+p et c) γp) avec un terme d'échange de poméron $\mathbb{P}$ et un terme d'échange de reggeon $\mathbb{R}$ (voir texte). Les points à haute énergie viennent des données du Tevatron pour $p\bar{p}$ et des données de HERA pour le cas γp.*

glue ("glueball"). Un tel état n'a jamais été complètement identifié bien qu'il y ait quelques candidats qui soient apparus ces dernières années comme dans la référence [36] par exemple.

La figure (3.6) présente un ajustement du comportement des données de collisions hadroniques en fonction de l'énergie dans le centre de masse de la collision effectué par Donnachie et Landshoff [37]. En utilisant le type de comportement suggéré par l'équation (3.47), les deux auteurs ont utilisé la fonction d'ajustement :

$$\sigma_{tot} = A_{\mathbb{P}} s^{\alpha_{\mathbb{P}}(0)-1} + A_{\mathbb{R}} s^{\alpha_{\mathbb{R}}(0)-1} \tag{3.51}$$

où les paramètres libres étaient les normalisations $A_{\mathbb{P}}$, $A_{\mathbb{R}}$, et les intercepts $\alpha_{\mathbb{P}}(0)$ et $\alpha_{\mathbb{R}}(0)$. Cet ajustement prend en compte un terme lié à l'échange de la trajectoire du poméron et un terme lié à l'échange de trajectoires mésoniques.

Le théorème précédent est satisfait en imposant $A_{\mathbb{P}}$ dans les cas pp et $p\bar{p}$. Les résultats de cet ajustement donnent les valeurs suivantes des intercepts :

$$\alpha_{\mathbb{P}}(0) = 1.0808 \tag{3.52}$$
$$\alpha_{\mathbb{R}}(0) = 0.5475 \tag{3.53}$$

On utilise ensuite la valeur de ces intercepts pour décrire les sections efficaces $\pi^- p$, $\pi^+ p$ et $\gamma - p$ en relâchant les normalisations. L'ensemble des résultats de ces ajustements permettent de tirer quelques conclusions importantes :

- 1) toutes les sections efficaces hadroniques peuvent être décrites sur un large domaine en énergie par un modèle universel d'échange de pôles de Regge ($\mathbb{P}$,$\mathbb{R}$). La composante reggeon $\mathbb{R}$ se couple aux hadrons de manière plus importante que la composante $\mathbb{P}$ et domine donc à basse énergie. Cette contribution tombe environ comme $\frac{1}{\sqrt{s}}$. La composante $\mathbb{P}$ se comporte comme $\sim s^{0.08}$ et domine le comportement de la section efficace à grande énergie qui croit lentement à grande énergie.

- 2) En accord avec le théorème de Pomerančuk, les constantes de couplage aux particules conjuguées de charge sont égales de manière à garantir $\sigma_{tot}(p\bar{p}) \stackrel{s\to\infty}{\longrightarrow} \sigma_{tot}(pp)$, $\sigma_{tot}(\pi^- p) \stackrel{s\to\infty}{\longrightarrow} \sigma_{tot}(\pi^+ p)$

3.2 La dissociation diffractive dans les théories de Regge

Pour toute cette partie, on pourra lire la référence [40] qui détaille et explique très bien la démarche que nous allons résumer maintenant.

3.2.1 Dynamique à trois pôles et le couplage à trois $\mathbb{P}$

Le phénomène diffractif qui nous intéresse est une réaction du type $AB \to CX$. Contrairement au cas entièrement inclusif que nous avons vu précédemment, on demande explicitement qu'il y ait la particule C dans l'état final. Le reste des produits de la réaction définit le système X de masse M_X. Comme on ne somme plus sur tous les états finals de la réaction AB, on ne peut plus utiliser le théorème optique comme précédemment. Al Mueller [41] a proposé une extension du théorème optique au cas des collisions à trois corps. La figure (3.7) donne une représentation de l'idée physique invoquée dans ce nouveau théorème optique. Ainsi, la section efficace du processus $AB \to CX$ s'exprime en fonction du processus $AB\bar{C} \to AB\bar{C}$ qui reste calculable. Encore une fois, c'est la propriété d'analycité qui permet d'utiliser la même amplitude pour décrire les processus $AB \to CX$ et $AB\bar{C} \to X$. On a alors :

$$\sigma_{tot}(AB\bar{C} \to X) \sim \frac{1}{s}\, Im\Big(T(AB\bar{C} \to AB\bar{C})\Big)_{t=0} \tag{3.54}$$

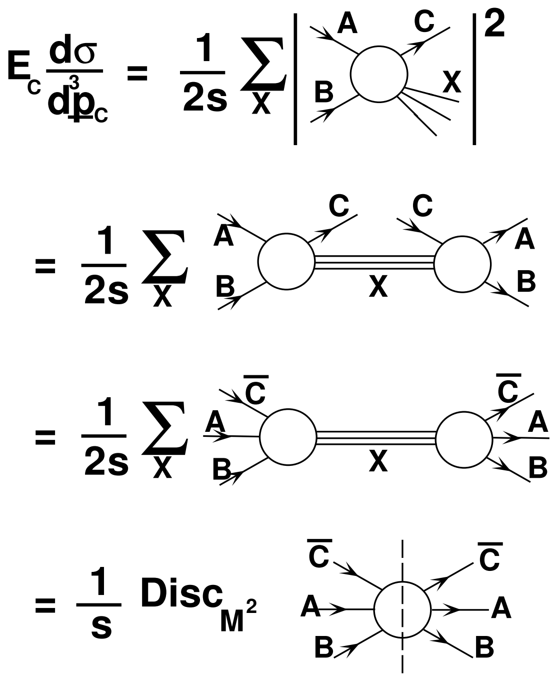


FIG. 3.7 – *Représentation diagrammatique de l'extension du théorème optique proposée par Al Mueller pour décrire la dissociation diffractive.*

qui permet également d'écrire :

$$\frac{d\sigma_{tot}(AB \to CX)}{dM_X^2 dt} = \frac{\pi}{s^2}\ Disc_{M_X^2} T(AB\bar{C} \to AB\bar{C}) \tag{3.55}$$

Le terme $Disc_{M_X^2}$ représente la discontinuité de part et d'autre de la coupure en masse M_X^2 qui intervient dans l'amplitude de diffusion élastique pour contraindre l'état intermédiaire X à une masse M_X donnée. On a ici la relation :

$$M_X^2 = (A + B + \bar{C})^2 \tag{3.56}$$

On peut alors utiliser un développement en termes de Regge de l'équation (3.55) dans différentes régions de l'espace des phases. Quand la particule C se trouve dans la région de fragmentation de la particule incidente A, l'amplitude de diffusion élastique à trois corps est dominée par l'échange de pôles de Regge entre le système $A\bar{C}$ et le système B. Dans le cas particulier où la particule C est isolée en rapidité du reste des autres produits de la collision, elle définit à elle seule la région de fragmentation de A. On peut alors représenter ce processus par analogie avec la diffusion profondément inélastique habituelle mais dans lequel un reggeon est échangé en lieu et place du photon habituel. On a représenté ceci sur la figure (3.8).

La région d'espace des phases où $s >> M_X^2 >> t$ est connue sous le nom de région "Triple Regge". Le développement du calcul dans le formalisme de Regge

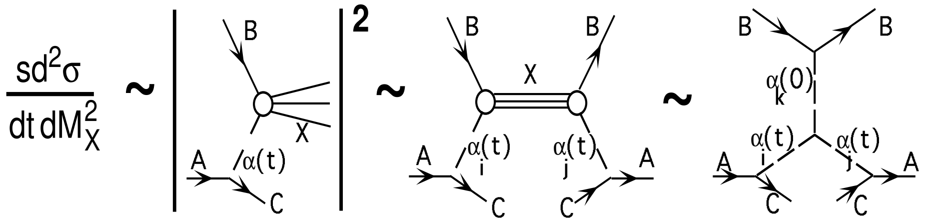


FIG. 3.8 – *Représentation diagrammatique du calcul de la section efficace différentielle du processus de dissociation diffractive. On voit que cette dernière peut être exprimée en fonction de l'amplitude à trois reggeons représentée sur le diagramme de droite.*

conduit alors à l'expression suivante de la section efficace inclusive [38] :

$$\frac{d^2\sigma(AB \to CX)}{dM^2dt} = \frac{1}{4}\sum_{i,j} \beta^i_{AC}(t)\beta^j_{AC}(t)\left(\frac{1}{M_X^2}\right)^2\left(\frac{s}{M_X^2}\right)^{\alpha_i(t)+\alpha_j(t)-2} \sigma^{tot}_{iB\to jB}(M_X^2, t) \tag{3.57}$$

où on a suivi la notation de la figure (3.8) et où la somme court sur l'ensemble des trajectoires de Regge échangées. Les termes β^i_{AC} sont les constantes de couplage effectives du reggeon i au système AC. Le terme $\sigma^{tot}_{iB\to jB}(M_X^2, t)$ représente la section efficace reggeon-hadron, $iB \to X$ où la masse du système X est contrainte à M_X^2. Cette section efficace est reliée via le théorème optique à l'amplitude de diffusion élastique $iB \to jB$ (selon le diagramme de la figure (3.8)). La collision reggeon-hadron peut elle-même être traitée en terme de pôles de Regge et on obtient :

$$\sigma^{tot}_{iB\to jB}(M_X^2, t) = 8\pi \sum_k g_{ijk}(t)\beta^k_{BB}(0)\left(\frac{M_X^2}{s_o}\right)^{\alpha_k(0)-1} \tag{3.58}$$

où g_{ijk} sont les couplages effectifs à trois reggeons qui apparaissent au centre du diagramme de droite dans la figure (3.8). En combinant les deux équations précédentes, on obtient la formule finale de la section efficace différentielle qui s'écrit :

$$\frac{d^2\sigma}{dM_X^2\,dt} = \frac{2\pi}{s^2}\sum_{i,j,k} g_{ijk}(t)\beta^i_{AC}(t)\beta^j_{AC}(t)\beta^k_{BB}(0)s^{\alpha_i(t)+\alpha_j(t)}\left(M_X^2\right)^{\alpha_k(0)-\alpha_i(t)-\alpha_j(t)} \tag{3.59}$$

Cette équation permet d'étendre la description de processus physiques en termes de théorie de Regge depuis le processus exclusif à deux corps jusqu'au processus général inclusif $AB \to CX$ où la particule C définit à elle seule la région de fragmentation de A.

3.2.2 Amplitude triple-$\mathbb{P}$, propriété d'invariance et "shrinkage"

On peut démontrer que dans la limite "triple-regge" le reggeon qui se couple à la particule B dans la figure (3.8) est dominé par le $\mathbb{P}$. Dans le cas de la dissociation diffractive $AB \to AX$, les deux reggeons se couplant à la particule A sont également dominés par le $\mathbb{P}$. La section efficace se réduit alors à :

$$\frac{d^2\sigma}{dM_X^2\,dt} = \frac{\beta_{A\mathbb{P}}^2(t)\beta_{B\mathbb{P}}(0)g_{\mathbb{P}\mathbb{P}\mathbb{P}}(t)}{16\ \pi s^2}\left(\frac{s}{M_X^2}\right)^{2\alpha_{\mathbb{P}}(t)}(M_X^2)^{\alpha_{\mathbb{P}}(0)} \tag{3.60}$$

En utilisant l'expression :

$$\alpha_{\mathbb{P}}(t) = 1 + \epsilon + \alpha' t,$$

on obtient :

$$\frac{d^2\sigma}{dM_X^2\,dt} = C(t)s^{2\epsilon+2\alpha' t}\left(\frac{1}{M_X^2}\right)^{1+\epsilon+2\alpha' t} \tag{3.61}$$

où $C(t)$ contient tous les couplages de l'expression précédente.

Cette formule implique que si ϵ est petit et que t n'est pas trop grand, la section efficace de dissociation diffractive doit présenter une quasi-invariance en fonction de s et doit présenter une dépendance linéaire en $1/M_X^2$.

Les sections efficaces disponibles provenant de collisions pp, $p\bar{p}$ et γp montrent que les processus élastiques et diffractifs sont dominés par l'échange d'une seule trajectoire de Regge, le $\mathbb{P}$, et qu'elles vérifient les propriétés que nous venons d'établir.

Les expériences ont également révélé que la section efficace de dissociation diffractive présentait un pic dans la direction avant (t=0) dont la largeur diminue vite quand M_X^2 croit. A petit t, l'équation précédente peut s'écrire en terme de pente logarithmique :

$$s\frac{d^2\sigma}{dt dM_X^2} \sim \left(\frac{s}{M_X^2}\right)^{\alpha_{\mathbb{P}}(0)} e^{bt} \tag{3.62}$$

où b varie selon :

$$b \sim b_0 + 2\alpha' \log\left(\frac{s}{M_X^2}\right) \tag{3.63}$$

Cette équation conduit à la diminution rapide de la largeur du pic diffractif avec t. Cette caractéristique a été étudiée dans le cas de collisions pp, $p\bar{p}$, πp et Kp et il a été démontré que le paramètre b vaut environ la moitié de la valeur qu'il prend dans la région élastique "triple Regge". On a également observé que ce paramètre ne dépend presque pas de M_X^2. La propriété de "shrinkage" logarithmique en s/M_X^2 a été démontrée en comparant les données des ISR ($\sqrt{s} = 62$ GeV) et du collisionneur SPS ($\sqrt{s} = 600$ GeV) [39].

3.3 La diffraction dans les collisions e-p

3.3.1 Définition de la cinématique de la réaction $ep \to epX$

La figure (3.9) présente le graphe générique associé à la réaction $ep \to epX$ à partir duquel on peut fixer la cinématique de la collision. Contrairement au cas de

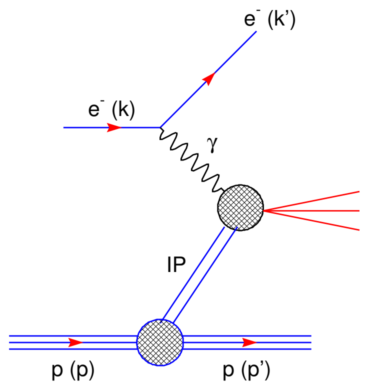


FIG. 3.9 – *Diagramme décrivant la réaction $ep \to epX$*

la réaction complètement inclusive $ep \to eX$ où, à énergie dans le centre de masse fixée, il suffit de deux variables indépendantes pour décrire complètement la cinématique de la collision, la réaction $ep \to epX$ requiert 5 variables indépendantes pour fixer la cinématique. L'une des variables pertinentes correspond à l'angle azimuthal entre le plan des leptons et le plan des protons. La section efficace est considérée plate en fonction de cette angle. La section efficace mesurée est intégrée sur cette variable entre 0 et 2π dans le référentiel de centre masse de la collision. Ainsi, le processus ne dépend effectivement que de 4 variables indépendantes. Les nouveaux degrés de liberté proviennent de la séparation de l'état hadronique en deux parties distinctes composées d'une part du proton et d'autre part du système X. Les invariants de Lorentz qui sont habituellement utilisés sont les variables associées à la diffusion profondément inélastique classique (x, Q^2, y et W^2) dont nous avons donné la définition précédemment ainsi que les variables définies par les relations suivantes :

$$M_X^2 = \left(\sum_{h \in X} p_h \right)^2 , \tag{3.64}$$

$$X_{\mathbb{P}} = \frac{q.(p-p')}{q.p} = \frac{M_X^2 + Q^2 - t}{W^2 + Q^2 - M_p^2} \simeq x \frac{Q^2 + M_X^2}{Q^2} \tag{3.65}$$

et

$$\beta = \frac{Q^2}{2(p-p').q} = \frac{Q^2}{Q^2 + M_X^2 - t} \simeq \frac{x}{X_{\mathbb{P}}} \qquad t = (p-p')^2 \tag{3.66}$$

où p et p′ sont les moments du proton entrant et sortant de la réaction. Le cinquième invariant de Lorentz indépendant se construit à partir du produit scalaire $k.p'$. Les approximations indiquées ci-dessus consistent à négliger t et M_P, la masse du proton, devant les autres grandeurs en jeu ($|t| << Q^2$, $|t| << M_X^2$ et $M_p^2 << Q^2$, $M_p^2 << W^2$). La réaction est décrite par l'échange d'un poméron ($\mathbb{P}$) qui est un objet blanc de couleur. Suivant les modèles, ce poméron est une particule ou non. **L'appellation poméron est ici tout à fait générique et ne présuppose en aucun cas de la nature de l'échange diffractif.**

Ces variables s'interprètent assez facilement dans le modèle des partons dans le référentiel de moment infini du proton en considérant la diffusion profondment inélastique $e\mathbb{P}$ représentée sur la figure (3.10). On définit $\mathbb{P}$, le moment du poméron,

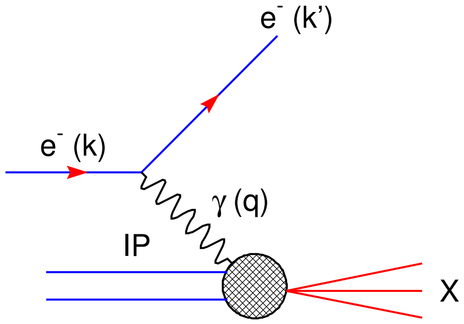


FIG. 3.10 – *Diagramme décrivant la réaction de diffusion profondément inélastique $e\mathbb{P}$.*

par :

$$\mathbb{P} = p - p' \tag{3.67}$$

On a alors :

$$X_{\mathbb{P}} = \frac{q\mathbb{P}}{qp} \tag{3.68}$$

qui s'interprète alors comme la fraction d'impulsion du proton emportée par le $\mathbb{P}$ et

$$\beta = \frac{Q^2}{2\mathbb{P}q} \tag{3.69}$$

qui joue le rôle de $x_{Bjorken}$ pour la diffusion profondément inélastique entre l'électron et le $\mathbb{P}$.

De plus, dans tous les référentiels, M_X est la masse invariante de l'état final hadronique issu de la collision entre le photon virtuel et le $\mathbb{P}$. t est le carré du moment transféré au $\mathbb{P}$ et vaut donc :

$$t = \mathbb{P}^2 \tag{3.70}$$

Cette dernière grandeur est essentiellement liée à l'impulsion transverse emportée par le $\mathbb{P}$. Cette grandeur est toujours très faible dans le domaine expérimental auquel est sensible l'expérience H1. Par conséquent, on néglige t dans les calculs.

On définit également la variable $\xi_{\mathbb{P}}$ par :

$$\xi_{\mathbb{P}} = \beta\left(1 + \frac{\hat{s}}{Q^2}\right) \tag{3.71}$$

où $\hat{s}$ est le carré de l'énergie entrant dans le processus partonique. Cette variable s'interprète au niveau partonique comme la fraction d'impulsion du poméron emportée par le parton interagissant dans le processus dur.

Les contraintes cinématiques sont telles que l'intervalle de rapidité $\Delta\eta$ séparant les fragments du $\mathbb{P}$ et le proton diffusé vérifie la relation [44] suivante :

$$\Delta\eta \geq \log \frac{1}{X_{\mathbb{P}}} \tag{3.72}$$

3.3.2 Phénoménologie

Nous décrivons ici comment la diffraction se manifeste dans les collisions ep à HERA et quelles sont les observables qui sont mesurées et qui permettent d'avoir un accès à la structure de l'objet échangé lors de l'interaction diffractive.

Observation des événements à grand intervalle de rapidité

L'analyse des données de HERA prises en 1993 par les expérience H1 [42] et ZEUS [43] a permis de mettre en évidence un désaccord entre les données observées et les prédictions des Monte Carlo de diffusion profondément inélastique dans la distribution de la pseudo-rapidité de la particule émise la plus à l'avant dans le domaine d'acceptance des détecteurs. La figure (3.11) montre la différence entre les données 1993 de H1 et les prédictions du Monte Carlo DJANGO.

Sur cette figure, on observe un excès d'événements vers les faibles valeurs de la pseudo-rapidité. Ces événements présentent un large intervalle de rapidité sans activité hadronique dans la direction du proton. Dans l'hypothèse d'une interaction profondément inélastique, le photon interagit avec l'un des quarks du proton. Ce quark est alors éjecté à l'extérieur du proton. Cependant ce quark portant une charge de couleur voit le champ de couleur intense des débris du proton qui ne sont pas non plus blanc de couleur. Au fur et à mesure que les deux systèmes s'écartent le potentiel entre eux croît jusqu'à atteindre le seuil de création d'une paire quark-antiquark. En fait, le processus d'hadronisation est bien plus complexe mais le caractère important de ce mécanisme est qu'il y a production de hadrons dans l'intervalle de rapidité séparant le quark de courant et les débris du proton. Néanmoins, ce processus d'hadronisation est soumis à des fluctuations statistiques et il peut arriver qu'un intervalle de rapidité plus ou moins grand soit vide d'activité hadronique. Cependant, quand on construit un générateur basé sur cette idée, il ne produit pas assez de ces événements à grand intervalle de rapidité. Il est donc naturel de se demander si on est face à un nouveau mécanisme de production. L'idée la plus

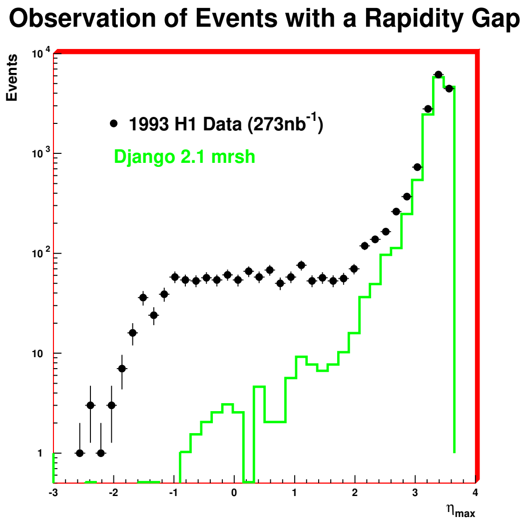


FIG. 3.11 – *Distribution de la pseudo-rapidité de la particule détectée le plus vers l'avant du détecteur H1 pour les données de 1993 et le Monte Carlo DJANGO. La valeur* $\eta_{max} = 3.6$ *correspond à la limite de l'acceptance géométrique du calorimètre à argon liquide. Les grandes valeurs de* η_{max} *correspondent à des intervalles de rapidité de plus en plus réduits dans la direction du proton incident.*

simple est d'introduire un objet, blanc de couleur, le poméron, dans le mécanisme. De manière imagée, cet objet est émis par le proton et constitué alors un système complètement séparé de ce dernier en termes de champs de couleur. On introduit alors un mécanisme de diffusion profondément inélastique qui sonde la structure de cet objet. En comparant les données aux prédictions de ce type d'approches dans un formalisme d'échange d'un reggeon, on observe une bonne description des distributions physiques observées. De plus, l'intercept résultant de l'ajustement par un modèle d'échange de $\mathbb{P}$ factorisable -i.e. dont le facteur de flux d'émission par le proton ne dépend que de $X_{\mathbb{P}}$- aux données est proche de celui du $\mathbb{P}$ extrait par Donnachie et Landshoff [37].

En 1994, la quantité de données acquises par H1 a été beaucoup plus importante qu'en 1993 et on dispose ainsi de données plus précises pour tester le modèle précédent. L'analyse a dans un premier temps montré une brisure de la factorisation en fonction de β. Cependant, on s'est ensuite aperçu que l'on pouvait tout à fait bien modéliser les données par l'échange d'un reggeon supplémentaire, un méson, en plus du $\mathbb{P}$ précédent. Dans ce modèle, la brisure de factorisation apparaît donc seulement comme effective. Les motivations pour introduire l'échange d'une autre trajectoire que celle du $\mathbb{P}$ réside essentiellement dans le fait que l'on attend une contribution unique du $\mathbb{P}$ que dans la limite $X_{\mathbb{P}} \to 0$, ce qui n'est évidemment pas le cas des événements que l'on observe.

3.3.3 Fonctions de structure diffractives

De manière très générale, il est possible de définir des fonctions de structure diffractives du proton par analogie avec la définition des fonctions de structures standards du proton que nous avons vues au chapitre précédent. Cette fonction de structure dépend a priori de quatre variables cinématiques. On peut alors écrire l'expression de la section efficace diffractive sous la forme :

$$\frac{d^4\sigma(X_{\mathbb{P}},t,x,Q^2)}{dX_{\mathbb{P}}\,dt\,dx\,dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{xQ^4}\left(1-y+\frac{y^2}{2(1+\mathcal{R})}\right)F_2^{D(4)}(x,Q^2,X_{\mathbb{P}},t) \tag{3.73}$$

où on a négligée la contribution de F_3^D et où $\mathcal{R}$ est défini par :

$$\mathcal{R} = \frac{F_L^{D(4)}}{F_2^{D(4)} - F_L^{D(4)}} \tag{3.74}$$

Cette quantité n'est théoriquement pas nécessairement la même que le rapport R que l'on écrit pour la fonction F_2 inclusive du proton. Ce paramètre n'est contraint ni par la théorie ni par la mesure et peut varier entre 0 et l'infini.

Expérimentalement, on ne mesure pas t et la section efficace mesurée est intégrée sur $|t| \in [|t|_{min}, |t|_{lim}]$. La valeur de $|t|_{min}$ dépend de Q^2, W^2, M_X^2 et de la masse du proton final (ou de son état excité). Celle de $|t|_{lim}$ est déterminée en demandant qu'aucune particule provenant du proton diffusé (ou d'un de ses états excités) ne soit détecté dans le détecteur H1. Pour le domaine $X_{\mathbb{P}} < 0.05$ où nous avons des données, la valeur de $|t|_{lim}$ correspond au maximum à environ 7 GeV^2.

Comme on ne connaît pas $\mathcal{R}$, il est usuel de présenter la mesure de la section efficace tri-différentielle en terme de la fonction de structure $F_2^{D(3)}$ définie par :

$$\frac{d^3\sigma(X_{\mathbb{P}},t,x,Q^2)}{dX_{\mathbb{P}}\,dt\,dx\,dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{xQ^4}\left(1-y+\frac{y^2}{2}\right)\,F_2^{D(3)}(x,Q^2,X_{\mathbb{P}}) \tag{3.75}$$

où on pose $\mathcal{R} = 0$ pour toute valeur de t suivant la procédure proposée originellement par G. Ingelman et K. Prytz [45]. Comme dans le cas F_2^P, on est peu sensible à la valeur du rapport $\mathcal{R}$ car on a des données à relativement petit y.

3.3.4 L'hypothèse de factorisation

La figure (3.12) présente l'évolution de la fonction de structure $F_2^{D(3)}$ en fonction de $X_{\mathbb{P}}$ pour différentes valeurs de β et Q^2 sur l'intervalle mesuré $X_{\mathbb{P}} \in [3.10^{-4}, 0.05]$ avec les données de 1993. Un ajustement de la fonction de structure avec une fonction de la forme $X_{\mathbb{P}}^{-n}$ où n est indépendant de Q^2 et β décrit très bien le comportement des valeurs de $F_2^{D(3)}$ mesurées. Le résultat de l'ajustement donne la valeur $n = 1.19 \pm 0.06(stat.) \pm 0.07(syst.)$. Ce résultat est en bon accord avec ce que l'on attendrait pour un $\mathbb{P}$ "soft" à la Donnachie et Landshoff pour lequel on prédit un comportement en :

$$F_2^{D(3)} \propto X_{\mathbb{P}}^{1-2\alpha_{\mathbb{P}}(t)} \tag{3.76}$$

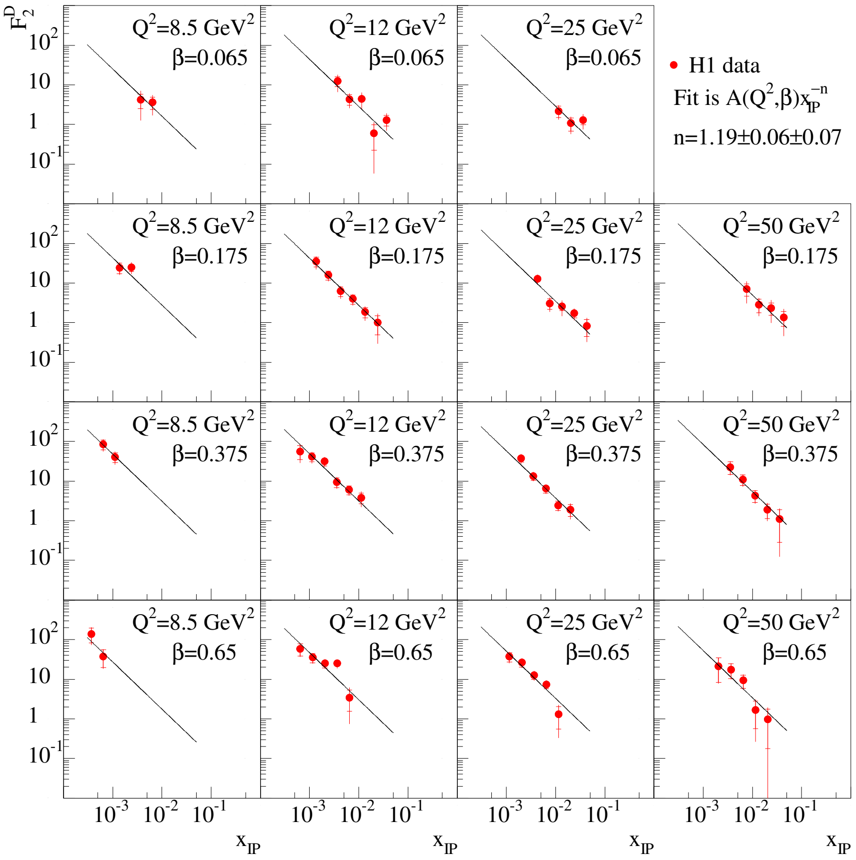


FIG. 3.12 – *Évolution de la fonction de structure $F_2^{D(3)}$ mesurée par H1 avec les données de 1993 en fonction de $X_{\mathbb{P}}$. On présente également le résultat de l'ajustement de ces données par une fonction de la forme $X_{\mathbb{P}}^n$ où n est indépendant de Q^2 et β.*

Une telle dépendance universelle en $X_{\mathbb{P}}$, indépendante de Q^2 et β permet de postuler une factorisation de la section efficace en deux termes indépendants de la forme :

$$\frac{d^3\sigma_{ep\to epX}}{dX_{\mathbb{P}}\,dt\,d\beta\,dQ^2} = f_{\mathbb{P}/\mathrm{p}}(X_{\mathbb{P}},t) \times \frac{d^2\sigma_{\mathrm{e}\mathbb{P}\to\mathrm{eX}}}{d\beta dQ^2} \tag{3.77}$$

où $\frac{d^2\sigma_{\mathrm{e}\mathbb{P}\to\mathrm{eX}}}{d\beta dQ^2}$ décrit la section efficace de la diffusion profondément inélastique de l'électron sur le $\mathbb{P}$. Le terme $f_{\mathbb{P}/\mathrm{p}}(X_{\mathbb{P}},t)$ représente le flux de $\mathbb{P}$ à l'intérieur du proton. Dans le cadre de l'échange d'une trajectoire de Regge $\alpha(t)$, dans la limite asymptotique $X_{\mathbb{P}} \to 0$, $t/s \to 0$, le terme de flux prend la forme $X_{\mathbb{P}}^{-2\alpha(t)+1}$. La dépendance en t peut être négligée dans une bonne approximation car la dépendance en t est douce pour les interactions hadroniques non perturbatives qui sont essentiellement périphériques.

3.3.5 Les fonctions de structure du $\mathbb{P}$

En supposant la factorisation, il est possible de définir des fonctions de structure du $\mathbb{P}$ en exprimant la section efficace $\frac{d^2\sigma_{e\mathbb{P}\to eX}}{d\beta dQ^2}$ sous la forme :

$$\begin{aligned}\frac{d^2\sigma_{e\mathbb{P}\to eX}}{d\beta dQ^2} &= \frac{2\pi\alpha^2}{\beta Q^4}\left(\left(2(1-y)+y^2\right)F_2^{\mathbb{P}}(\beta,Q^2) - y^2F_L^{\mathbb{P}}(\beta,Q^2)\right)\\ &= \frac{2\pi\alpha^2}{\beta Q^4}\left(2(1-y)+\frac{y^2}{1+R^{\mathbb{P}}(\beta,Q^2)}\right)F_2^{\mathbb{P}}(\beta,Q^2)\end{aligned} \tag{3.78}$$

Encore une fois, on ne connaît pas la valeur de $R^{\mathbb{P}}$ qui le rapport $\mathcal{R}$ précédent intégré sur t. De manière expérimentale, on définit :

$$\tilde{F}_2^D(\beta,\ Q^2) = \int_{X_{\mathbb{P}_\mathrm{L}}}^{X_{\mathbb{P}_\mathrm{H}}} F_2^{D(3)}(\beta,Q^2,X_{\mathbb{P}})\,dX_{\mathbb{P}} \tag{3.79}$$

où l'intégration est faite sur le domaine $[X_{\mathbb{P}_\mathrm{L}}, X_{\mathbb{P}_\mathrm{H}}]$ correspondant au domaine de mesure. Cette quantité est proportionnelle à la fonction de structure $F_2^{\mathbb{P}}$ si l'hypothèse de factorisation est vérifiée.

3.3.6 Observation de la brisure de factorisation

En 1994, les données acquises par le détecteur H1 ont permis d'accéder à une statistique beaucoup plus grande qu'en 1993. Les erreurs sur la mesure de la fonction de structure diffractive ont ainsi significativement diminué. Cette plus grande acuité des données a permis de mettre en évidence une brisure de la factorisation. La figure (3.13) présente l'évolution de l'exposant n qui gouverne le comportement en $X_{\mathbb{P}}$ de la fonction de structure diffractive en fonction de β et Q^2. On voit donc que la brisure de factorisation n'affecte que β et pas Q^2. Une possible explication de cette brisure pourrait, en termes de théorie de Regge, venir de la contribution d'une trajectoire mésonique en plus de celle venant de la trajectoire du $\mathbb{P}$ factorisable initialement considéré. En effet, la contribution d'un méson varie avec β alors que celle du $\mathbb{P}$ est plate comme le présente la figure (3.14). Le comportement observé est alors interprété comme un comportement effectif.

3.3.7 Ajustement QCD de $F_2^{D(3)}$: structure du $\mathbb{P}$

On peut montrer que les données sont ajustées de manière très satisfaisante en incorporant la contribution d'une trajectoire supplémentaire. On utilise une paramétrisation de la forme :

$$F_2^{D(3)}(\beta,Q^2) = F_2^{\mathbb{P}}(\beta,Q^2)\ X_{\mathbb{P}}^{-n_1} + C_M\ F_2^M(\beta,Q^2)\ X_{\mathbb{P}}^{-n_2} + IT \tag{3.80}$$

où on a en plus incorporé un terme d'interférence avec une phase Δ de 45^o de la forme :

$$IT = 2\cos(\Delta)\sqrt{F_2^{\mathbb{P}}(\beta,Q^2)\ F_2^M(\beta,Q^2)}F_I(X_{\mathbb{P}},t) \tag{3.81}$$

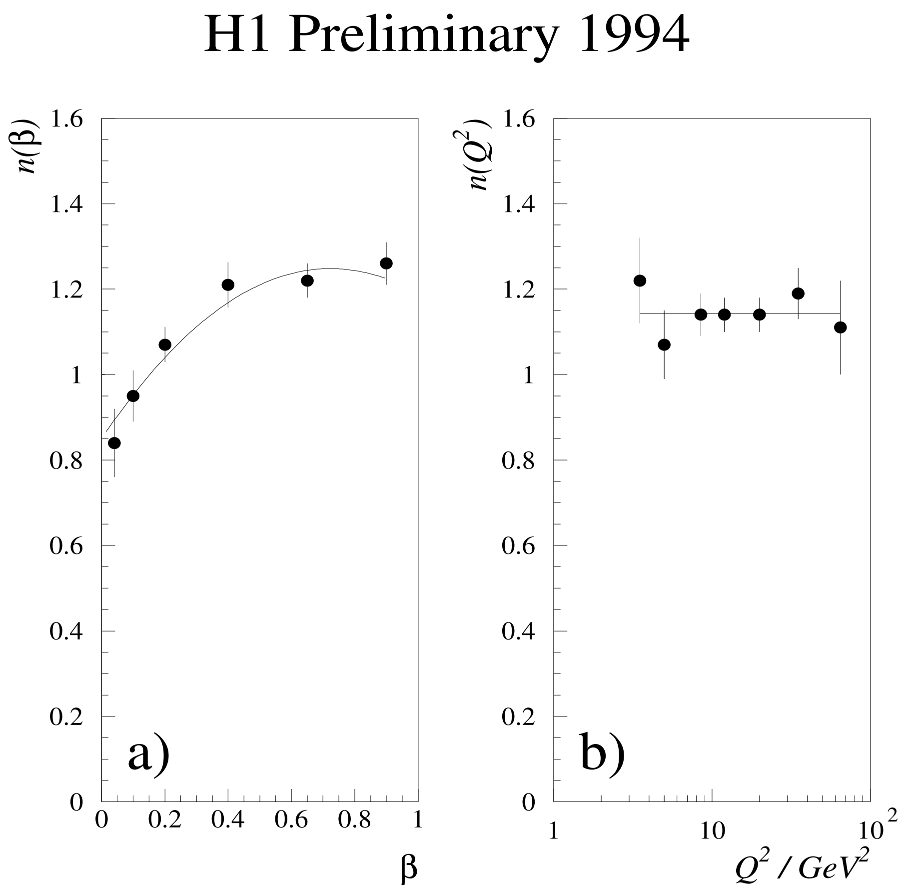


FIG. 3.13 – *Évolution de l'exposant n fixant le comportement en $X_{\mathbb{P}}$ de la fonction de structure diffractive en fonction de β et Q^2.*

où F_I est le flux du terme d'interférence qui a les caractéristiques moyennes des deux trajectoires précédentes [46]. Les quantités que l'on ajuste sont $F_2^{\mathbb{P}}(\beta, Q^2)$, n_1, n_2 et C_M. Dans ce fit, on a supposé que la fonction de structure du méson était celle du pion : $F_2^M = F_2^\pi$ dans la paramétrisation de GRV [47]. La figure (3.15) présente le résultat de l'ajustement pour deux valeurs de β et pour $Q^2 = 20$ GeV^2. On voit dans un premier temps que la contribution du méson n'est importante qu' à grand $X_{\mathbb{P}}$ et petit β où elle représente une intensité d'environ 50 %. Cette contribution tombe très vite avec $X_{\mathbb{P}}$.

Les valeurs des pentes en $X_{\mathbb{P}}$ qui résultent de l'ajustement sont :

$$n_1 = 1.29 \pm 0.03(stat) \pm 0.06(syst) \pm 0.03(model) \tag{3.82}$$

$$n_2 = 0.3 \pm 0.3(stat) \pm 0.6(syst) \pm 0.2(model) \tag{3.83}$$

Ces résultats se convertissent en une mesure de l'intercept de chacune des deux trajectoires moyennant quelques approximations. Si on suppose que la dépendance en t est exponentielle ($e^{-|b|t}$) et que les trajectoires sont linéaires en t i.e. de la forme :

$$\alpha(t) = \alpha(0) + \alpha' t \tag{3.84}$$

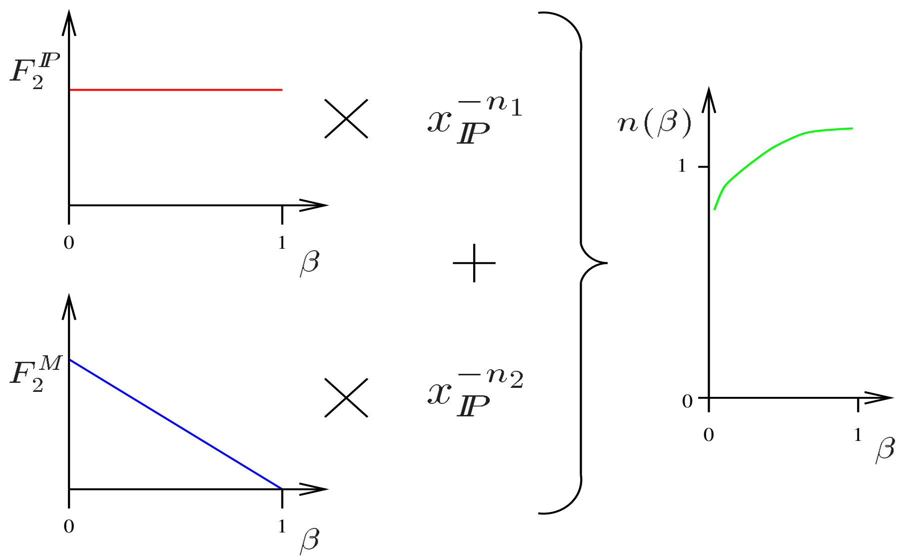


FIG. 3.14 – *Possible explication de la brisure de factorisation observée.*

on a alors :

– si $b_M = 5$ GeV^{-2} et $\alpha'_M = 1$ GeV^{-2},

$$\alpha_M(0) = 0.6 \pm 0.1(stat) \pm 0.3(syst)$$

– si $\alpha'_{\mathbb{P}} = 0$ GeV^{-2},

$$\alpha_{\mathbb{P}}(0) = 1.15 \pm 0.02(stat) \pm 0.04(syst)$$

– si $\alpha'_{\mathbb{P}} = 0.3$ GeV^{-2} et $b_{\mathbb{P}} = 6$ GeV^{-2},

$$\alpha_{\mathbb{P}}(0) = 1.18 \pm 0.02(stat) \pm 0.04(syst)$$

L'erreur systématique sur les paramètres du méson est grande car on a une large liberté dans la structure de ce dernier. Le résultat de l'ajustement précédent permet également d'étudier la structure du $\mathbb{P}$. Dans un premier temps, on a essayé de décrire le $\mathbb{P}$ avec une structure en quarks d'une part et avec une structure gluonique d'autre part (à $Q_0^2 = 2.5$ GeV^2). La figure (3.16) présente le résultat de ces ajustements. Le χ^2 obtenu dans le cas des quarks seuls est très mauvais alors que la seconde hypothèse donne une valeur proche de 1. Les données favorisent donc un $\mathbb{P}$ fortement composé de gluons.

La figure (3.17) présente l'évolution en Q^2 de la fraction d'impulsion. Encore une fois, le $\mathbb{P}$ semble être dominé par les gluons qui portent une très large fraction de son impulsion. La figure (3.18) présente les densités de quarks et de gluons obtenues par l'ajustement de la fonction de structure du $\mathbb{P}$. La caractéristique essentielle de ces

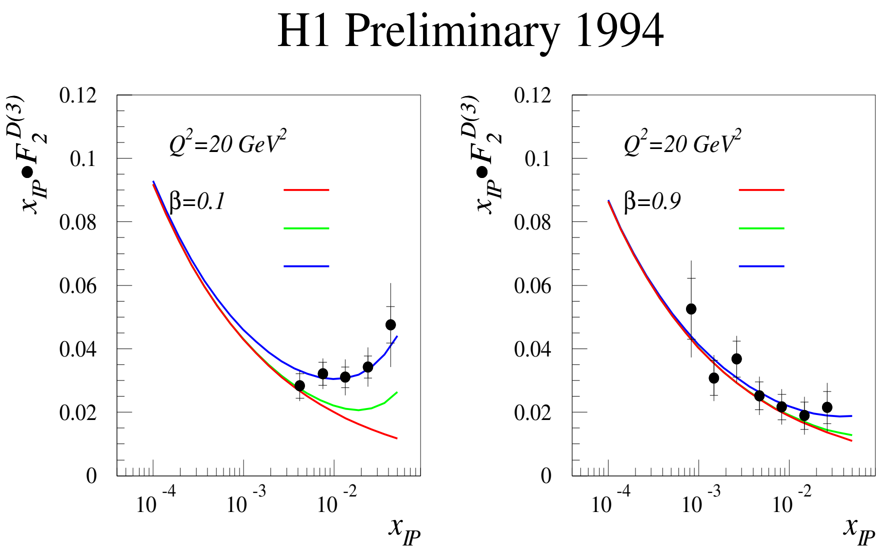


FIG. 3.15 – *Ajustement de la fonction de structure du $\tilde{F}_2^{D(3)}$ par un modèle phénoménologique d'échange de deux trajectoires de Regge (un $\mathbb{P}$ et un méson). La courbe inférieure est la contribution du $\mathbb{P}$, la courbe intermédiaire la contribution $\mathbb{P}$ + méson et la courbe supérieure la contribution $\mathbb{P}$ + méson + terme d'interférence.*

densités concerne la nature gluonique du $\mathbb{P}$. A la vue de ces courbes, il apparaît que le $\mathbb{P}$ est constitué d'un gluon très dur (gluon de "valence") qui emporte la quasi-totalité de son impulsion. Des gluons mous accompagnent ce dernier afin de compenser le champ de couleur et donner fréquemment naissance à un grand intervalle de rapidité que l'on observe expérimentalement.

3.4 La diffraction à la lumière de QCD

Dans cette section, nous donnons les motivations qui conduisent à étudier la diffraction à la lumière de QCD. Nous discuterons également la contribution de la physique perturbative en diffraction en présentant les différentes approches sur la question. Finalement, nous discuterons plus précisément du $\mathbb{P}$ de BFKL.

3.4.1 Motivations

La grande nouveauté avec l'apparition de QCD est que nous disposons maintenant d'une théorie microscopique de l'interaction forte. Cette théorie est censée décrire l'ensemble des caractéristiques observées dans les collisions hadron-hadron ou photon-hadron. Il est donc naturel d'étudier le pouvoir de description et de prédiction de QCD en diffraction. Ainsi, la diffraction n'est plus vue sous le même jour et n'est plus questionnée de la même manière aujourd'hui.

Alors que les données expérimentales se sont accumulées, les physiciens veulent comprendre comment la théorie QCD est capable de décrire tous les comporte-

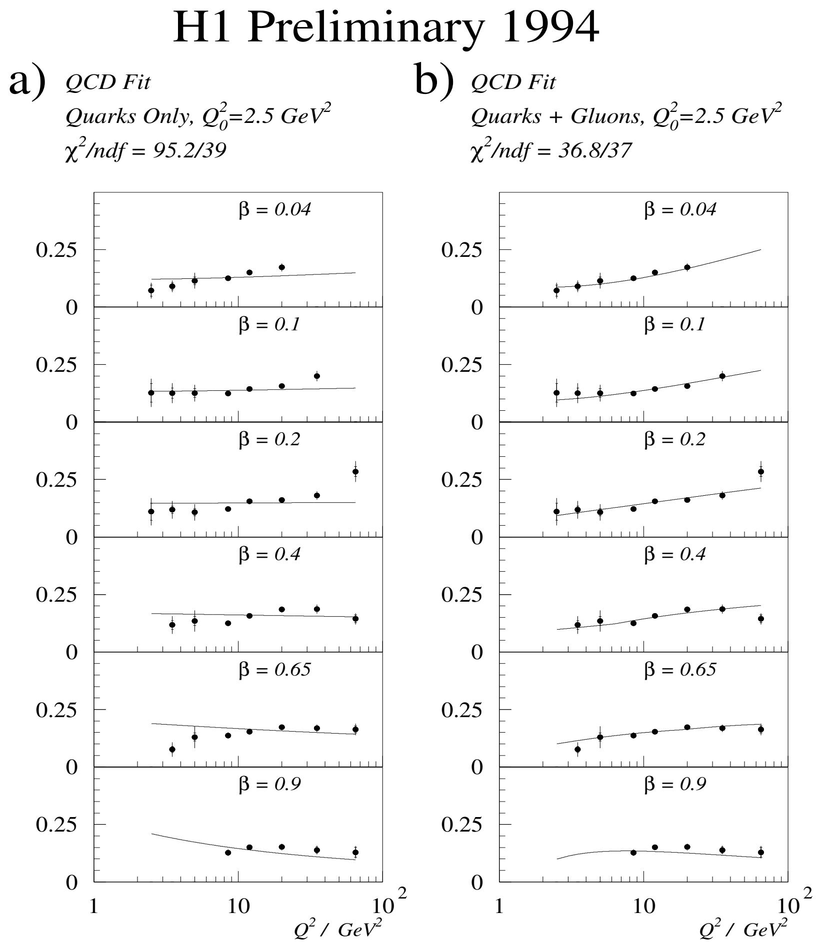


FIG. 3.16 – *Ajustement de la fonction de structure du $\tilde{F}_2^D(\beta, Q^2)$ a) en termes de quarks seuls ou b) en termes de quarks et de gluons.*

ments observés (comportement asymptotique des sections efficaces, "shrinkage", ...), dégager une interprétation simple de ces phénomènes en terme d'interaction de partons et, fort de cette compréhension, rechercher des comportements non triviaux que pourrait prédire QCD [48].

Il existe plusieurs observations non triviales que QCD se doit d'expliquer. Par exemple, il est tout à fait remarquable que le rapport de la section efficace de production d'événements à grand intervalle de rapidité sur la section efficace totalement inclusive ne décroisse pas brutalement à grand Q^2. Naïvement, on s'attend à ce que la probabilité de résoudre plus d'un parton dans le proton tombe avec Q^2. Or ce n'est pas le cas. Il y a donc ici un défi théorique pour établir ce comportement d'ordre supérieur de la section efficace diffractive à partir de QCD.

A terme, une des questions cruciales à laquelle on espère répondre concerne la structure partonique du $\mathbb{P}$ ou plus généralement de la dissociation diffractive en

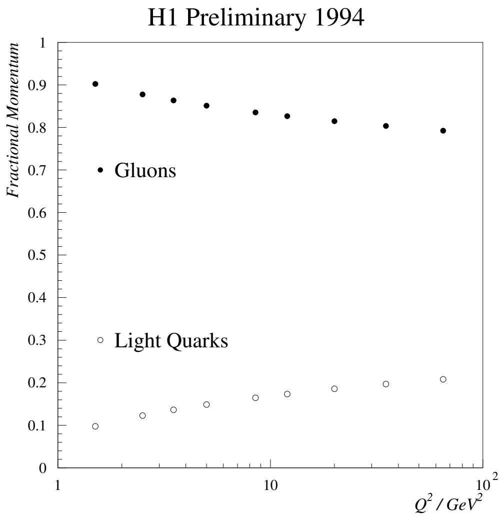
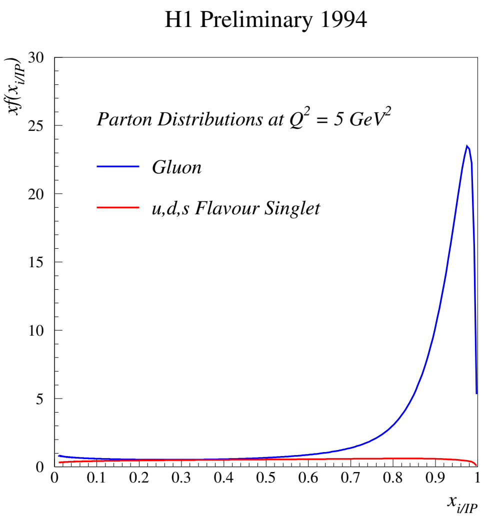


FIG. 3.17 – *Évolution de la fraction d'impulsion du $\mathbb{P}$ emportée par les quarks ou les gluons avec Q^2.*



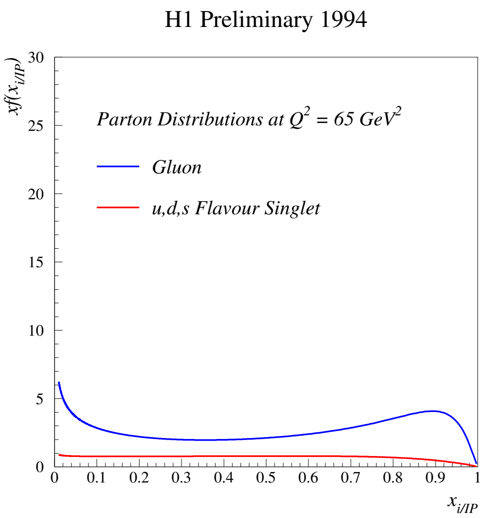


FIG. 3.18 – *Densité de partons en fonction de la fraction d'impulsion longitudinale du $\mathbb{P}$ qui entre dans le processus dur pour deux valeurs de Q^2. A petit Q^2, le $\mathbb{P}$ peut être considéré comme un gluon très dur (gluon de "valence") accompagné d'un nuage de gluons mous assurant la neutralité de couleur.*

termes de processus partoniques.

Malheureusement, la seule technique de calcul que nous sachions bien utiliser est le développement en série de perturbation. L'utilisation de cette technique requiert l'existence d'un paramètre de développement (la constante de couplage) dont les puissances tendent très vite vers 0. L'interaction entre partons étant très intense, cette technique est très mal adaptée au calcul de QCD dans de nombreux cas. Le seul cas favorable se présente quand l'énergie (Q^2 par exemple) mise en jeu est grande et que la constante de couplage effective devient petite. Dans ce cas on peut se contenter de comparer les données à la réponse théorique obtenue avec le(s) premier(s) ordre(s) de la série de perturbation. Comme nous l'avons vu précédemment, on peut parfois raffiner les prédictions en prenant en compte une infinité de diagrammes dont on resomme les contributions.

Pour tester la capacité de QCD à décrire la diffraction, il faut donc rechercher des processus durs pour lesquels nous pourrons comparer résultats expérimentaux et prédictions théoriques.

Cependant, quand le calcul perturbatif ne s'applique pas, on peut néanmoins construire des modèles effectifs dans lesquels les objets utilisés sont des champs composites ou des excitations collectives de quarks et de gluons. On utilise par exemple des mésons, des condensats ou des instantons. C'est l'un des challenges de QCD que de trouver et d'expliciter les liens existant entre ces objets composés et les quarks et gluons perturbatifs. C'est dans ce cadre que se place l'étude de la structure du $\mathbb{P}$.

Dans le cas du $\mathbb{P}$, on a vu que c'est un objet hérité des théories de Regge et qu'il est sensé dominer la section efficace dans la limite de Regge (grand s). Dans la grande majorité des cas, on ne peut pas mettre en évidence une échelle perturbative dans l'état final, c'est la raison pour laquelle on considère souvent le $\mathbb{P}$ comme un objet non perturbatif. Cependant, on connaît certains états finals pour lesquels le calcul perturbatif s'applique. Pour étudier la structure du $\mathbb{P}$, l'idée est donc de regarder de tels processus dans la limite de Regge où le $\mathbb{P}$ est à l'oeuvre.

Nous allons nous intéresser maintenant à mettre en évidence quelles sont les contributions perturbatives et non perturbatives qui interviennent dans la diffraction à HERA.

3.4.2 Contributions de la physique perturbative dans la dissociation diffractive ep

Classification des processus

Afin de bien comprendre l'importance des relations entre physique molle ("soft") et dure ("hard") dans les processus de hautes énergies, il est intéressant de classifier ces derniers en fonction du nombre d'échelles d'énergie naturelles y apparaissant. On trouve tout d'abord les événements "mous" dans lesquels la seule échelle d'énergie est donnée par la taille transverse du proton $R \sim 1fm$ qui équivaut à environ une fraction de GeV. On trouve ensuite les classes des processus "durs" qui présentent une échelle ou plusieurs échelles d'énergie perturbatives (typiquement plus grande que 5 à 10 GeV) dans leur cinématique. C'est le cas de la diffusion profondément inélastique à grand Q^2, de la production de jets à grand ${p_\perp}^2$, de la production de particules charmées ... Pour pouvoir appliquer le calcul perturbatif, il faut pouvoir séparer la physique à courte distance de la physique à grande distance. Ceci implique l'utilisation de théorèmes de factorisation comme ceux que nous avons utilisés pour établir les équations DGLAP ou BFKL dans le chapitre précédent.

Transparence et Opacité de couleur

Le concept de transparence de couleur est essentiel en QCD pour décrire les collisions dans les réactions d'électroproduction où le photon fluctue en une paire $q\bar{q}$ qui dans la plupart des cas est de petite taille (donc de grand $p_\perp$ relatif) et où les deux partons écrantent mutuellement le champ de couleur de leur partenaire. En effet, la transparence de couleur est le mécanisme de QCD qui permet de décrire l'interaction de configurations partoniques de petite taille, neutres de couleur, avec une cible hadronique. La quintessence du phénomène est réunie dans la formule suivante [49, 50, 51] :

$$\sigma_H^{q\bar{q}} = 2\alpha_s \pi^2 b^2 \frac{1}{N_c} Tr\left(\frac{F^2}{8}\right) x f_g^H(x, 9/b^2) \tag{3.85}$$

où b est la distance transverse entre le système $q\bar{q}$, F^2 est l'opérateur de Casimir du groupe SU(3) et f_g^H est la densité de gluons dans la cible hadronique H. Ce mécanisme est pertinent à grande énergie car les processus sont alors dominés par l'échange de gluons.

La décroissance de la section efficace quand le paramètre d'impact diminue est compensée en partie par la croissance de la densité de gluons. Quand on reste à paramètre d'impact fixé, la section efficace augmente avec l'énergie dans le centre de masse. A grande énergie, la densité de gluons devient grande et la section efficace devient vraiment importante. On parle alors d'opacité de couleur perturbative. Cette opacité perturbative est différente de l'opacité non perturbative liée à des interactions à grande distance et traditionnellement associée aux configurations de grande taille transverse. Ces concepts permettent de tester la diffusion de configurations de petite taille dans un hadron de taille normale. On peut donc espérer observer des effets différents dans le cas de collisions γp ou $\gamma \mathbb{P}$ qui pourraient nous renseigner sur l'extension spatiale du $\mathbb{P}$ comparée à celle du proton.

On retiendra que les interactions mettant en jeu des configurations de petite taille sont associées a des processus durs dont la section efficace croit avec l'énergie alors que les interactions impliquant des configurations de grande extension spatiale sont associées à des processus "mous". On se rappellera également que l'étude des événements à grand intervalle de rapidité (collision $\gamma \mathbb{P}$) peuvent nous révéler des informations sur la dynamique de couleur entrant en jeu comparée à celle qui est à l'oeuvre dans le cas de collisions γp.

Transition du domaine perturbatif vers le domaine non perturbatif

D'une manière générale il est attendu qu'à petit x, l'évolution des densités de partons ne soit plus gouvernée par l'équation de DGLAP mais par celle de BFKL. Néanmoins, ce comportement prédit une violation de l'unitarité à très petit x (c'est à dire à grand s) qui doit être corrigée par des contributions d'ordre supérieur ou non perturbatives. La compréhension et l'observation de ces phénomènes de saturation constituent deux des défis de la physique à petit x. Dans ce but, les événements à grand intervalle de rapidité permettent, à x fixé, de sonder différentes régions de l'espace du paramètre d'impact b et offrent l'excitante possibilité d'observer des déviations à l'évolution DGLAP ou des effets de saturation. A terme, ce type d'observation devrait permettre de mieux comprendre la région de transition entre physique perturbative et physique "douce".

Manifestations attendues des processus perturbatifs

Les principales différences qui sont prévues entre les processus durs et la physique non perturbative concernent plusieurs traits généraux que nous donnons ici. Dans la référence [48] on trouvera le détails des justifications de ces derniers.

- **Dépendance en énergie des sections efficaces :** Il est prédit que les sections efficaces de processus durs diffractifs croissent beaucoup plus rapidement avec l'énergie dans le centre de masse que celles correspondant à des processus non perturbatifs. Dans le cas d'une loi de puissance pour ces sections efficaces, l'exposant dépend de l'échelle perturbative dans le processus.
- **Dépendance en t des sections efficaces :** la dépendance exponentielle en t des sections efficaces est une sonde tout à fait sensible de la dureté des processus. Dans la limite de Regge, quand la physique soft domine, on attend un comportement universel de la forme $b_{soft} = b_o + 2\,\alpha'_{\mathbb{P}} ln(\frac{s}{s_o})$. Dans le domaine cinématique accessible à HERA, on devrait pouvoir observer une déviation jusqu'à 2 unités de cette pente logarithmique si un processus dur domine. Dans le régime QCD perturbatif, on s'attend à $\alpha' \propto 1/Q^2$ et $s_o \simeq Q^2$.

D'autre part, il existe quelques canaux exclusifs pour lesquels nous pouvons mener des calculs complètement perturbatifs avec QCD. Les principaux canaux concernent la production de charme et de jets. Dans le premier, l'échelle perturbative est donnée par la masse au carré du charme alors que dans le cas de la production diffractive de di-jet, il y a plusieurs échelles candidates : Q^2, $p_{\perp}{}^2_{jet}$ ou encore $\hat{s}$, la masse invariante des deux jets.

3.5 Les modèles pour décrire le DDIS à HERA

Nous donnons ici la base de l'argumentation propre aux modèles les plus courants développés pour décrire la diffusion profondément inélastique diffractive (DDIS) à HERA.

3.5.1 Modèle de Ingelman et Schlein (IS)

Ce modèle a été proposé par Ingelman et Schlein [52] en 1985 afin d'étudier la structure partonique du $\mathbb{P}$ dans le cadre des collisions $p\bar{p} \to X\bar{p}$. Il postule la possibilité de décomposer l'interaction en plusieurs sous-processus. Le $\mathbb{P}$ est émis par le proton et va ensuite interagir avec l'antiproton. La section efficace peut alors être calculée grâce aux techniques de calcul de QCD. Des fonctions de structure du $\mathbb{P}$ sont alors introduites. Si on applique cette idée au collision $ep \to epX$, la section efficace différentielle peut s'écrire :

$$\frac{d^4\sigma}{dX_{\mathbb{P}}\,dt\,dQ^2dx} = f_{\mathbb{P}/\mathrm{p}}(X_{\mathbb{P}},t) f_{q(g)/\mathbb{P}}(\beta) f_{\gamma/e}(x,Q^2) \frac{d^2\hat{\sigma}_{\gamma q(g)\to X}}{dx dQ^2} \tag{3.86}$$

où $f_{\mathbb{P}/\mathrm{p}}(X_{\mathbb{P}},t)$ est le facteur de flux de $\mathbb{P}$ dans le proton, $f_{\gamma/e}(x,Q^2)$ le facteur de flux de photons dans l'électron, $f_{q(g)/\mathbb{P}}(\beta)$ la densité de partons q (g) dans le $\mathbb{P}$ et $\frac{d^2\hat{\sigma}_{\gamma q(g)\to X}}{dxdQ^2}$ la section efficace partonique du processus dur de l'interaction. Le terme dominant la section efficace $\hat{\sigma}$ est le terme provenant du processus $\gamma + g \to q\bar{q}$.

Le facteur de flux de $\mathbb{P}$ dans le proton est dans ce modèle paramétré par la formule :

$$f_{\mathbb{P}/\mathrm{p}}(X_{\mathbb{P}},t) = \frac{1}{2}\,\frac{1}{2.3\ X_{\mathbb{P}}}\left(6.38e^{8t} + 0.424e^{3t}\right) \tag{3.87}$$

dont les coefficients numériques ont été obtenus par un ajustement des données $p+\bar{p}$ et $p+p$. Étant donnée la nature quasi-hadronique du $\mathbb{P}$ dans ce modèle, on introduit la fonction de structure du $\mathbb{P}$ définie par :

$$F^{\mathbb{P}}(\beta,Q^2) = \sum_i e_i^2\left(\beta\, q_i(\beta) + \beta\,\bar{q}_i(\beta)\right) \tag{3.88}$$

La normalisation des densités de partons est assurée en demandant une règle de somme pour la quantité de mouvement du $\mathbb{P}$.

3.5.2 Modèle de Donnachie et Landshoff (DL)

Dans le modèle de Donnachie Landshoff [53], la dissociation profondément inélastique diffractive est décrite par l'échange d'un $\mathbb{P}$ "soft" entre le photon virtuel et le proton. Le $\mathbb{P}$ se couple préférentiellement aux quarks, par analogie avec le photon. La section efficace est ensuite calculée en utilisant le formalisme des théories de Regge et s'écrit :

$$\frac{d^2\sigma}{dt\,d\beta} = f_{\mathbb{P}}(X_{\mathbb{P}},t)\ F_{q/\mathbb{P}}(\beta,Q^2)$$

Le facteur de flux de $\mathbb{P}$ est relié au facteur de forme du proton

$$F_1(t) = \frac{4M_p^2 - 2.8t}{M_p^2}\left(\frac{1}{1-t/0.7}\right)^2$$

par :

$$f_{\mathbb{P}}(X_{\mathbb{P}},t) = \frac{9\beta_0^2}{4\pi^2}\,F_1^2(t)\,X_{\mathbb{P}}{}^{1-2\alpha(t)} \tag{3.89}$$

$\beta_0 \simeq 1.8$ Gev^{-1} est la constante de couplage effective quark-$\mathbb{P}$ extraite des données des collisions hadron-hadron. La trajectoire du $\mathbb{P}$ est appelée trajectoire douce ("soft $\mathbb{P}$") et a été ajustée aux données hadron-hadron. Elle vaut : $\alpha(t) = 1.08 + 0.25t$. La ressemblance dans ce modèle entre le photon et le $\mathbb{P}$ conduisent tout naturellement à une structure en quark du $\mathbb{P}$ de la forme :

$$F_{q/\mathbb{P}} = \frac{1}{3}\, C\, \beta\, (1-\beta) \tag{3.90}$$

avec $C \sim 0.25$ pour chaque type de quark ou d'antiquark léger. Comme dans le cas du photon, un terme de la forme β^{ϵ} (avec $\epsilon \sim 0.08$ ou plus) doit être ajouté à petit β. Ce modèle ne fait aucune prédiction pour la structure en gluons du $\mathbb{P}$. De plus, comme le $\mathbb{P}$ n'est pas une vraie particule, les densités de partons du $\mathbb{P}$ ne vérifient aucune règle de somme sur l'impulsion.

3.5.3 Modèle du poméron de BFKL : le $\mathbb{P}$ "dur"

Dans ce modèle, on resomme comme nous l'avons vu dans le second chapitre, des diagrammes en échelle dans la jauge axiale. Ces échelles sont composées de gluons effectifs. On parle de gluons ''reggeisés" (ces derniers incorporent un certain nombre de corrections qui permettent d'écrire les diagrammes en échelle avec seulement des barreaux sans autre terme correctif). Le calcul complet est très compliqué et conduit à une dépendance de la section efficace de dissociation diffractive de la forme $X_{\mathbb{P}}^{-n}$ où n vaut environ 1.5.

Pour bien comprendre le lien entre le calcul de BFKL et le $\mathbb{P}$, il faut se rappeler que ce calcul est valable à petit x où il prévoit un comportement de la section efficace en $x^{-\lambda}$ avec $\lambda \simeq 0.5$. Or la limite $x \to 0$ correspond (à Q^2 fixé) à la limite de Regge pour le processus $\gamma - proton$ dont l'énergie dans le centre de masse

$$W^2 \sim \frac{Q^2}{x}$$

tend vers l'infini. Cette région correspond également au domaine en énergie où le $\mathbb{P}$ est sensé diminuer la section efficace. En terme de théorie de Regge, on s'attend alors à un comportement asymptotique de la forme :

$$\left(W^2\right)^{1-\alpha_{\mathbb{P}}} \sim x^{1-\alpha_{\mathbb{P}}}$$

En identifiant les deux comportements précédents, on peut écrire :

$$-\lambda = 1 - \alpha_{\mathbb{P}} \text{ soit } \alpha_{\mathbb{P}} = 1 + \lambda \simeq 1.5$$

Quand on inclut des corrections d'unitarité et de "running" de la constante de couplage, cet exposant redescend jusqu'à une valeur autour de 1.3. Le calcul à l'ordre NLO est en cours à l'heure actuelle. C'est ce modèle que l'on appelle communément le $\mathbb{P}$ "hard".

3.5.4 Modèle de Low-Nussinov

On sait que la diffraction se caractérise par l'échange d'un objet neutre de couleur dans la voie t. Intuivement, on peut comprendre que l'échange de plusieurs échelles de gluons permet de décrire l'échange d'un objet blanc de couleur. A l'ordre le plus bas, la façon la plus simple d'échanger un objet sans couleur consiste à échanger deux gluons. Dans cette hypothèse, moyennant la présence une échelle perturbative, la section efficace d'un processus exclusif donné peut être calculée. Cette section efficace est alors proportionnelle au carré de la densité de gluons dans le proton.

3.5.5 Modèle de Nikolaev et Zakharov (NZ)

Dans ce modèle, la diffraction est vue comme la dissociation diffractive du photon sur le proton [54]. Le photon peut fluctuer en une multitudes d'états hadroniques. La fonction d'onde du photon s'écrit alors :

$$|\gamma >= |\gamma >_{nu} + |q\bar{q} > + |q\bar{q}g > + \dots$$

La propriété de transparence de couleur implique que la section efficace état hadronique - proton varie avec la taille transverse ρ de cette fluctuation suivant la loi :

$$\sigma(\rho) \propto \alpha^2 \rho^2$$

Cette relation appliquée aux fluctuations $q\bar{q}$ donne une prédiction précise de ce modèle. En effet, pour une telle configuration, $\rho \propto \frac{1}{m_f}$ où m_f est la masse du quark de saveur f. On obtient ainsi :

$$\sigma \propto \frac{1}{m_f^2} \tag{3.91}$$

Cette formule signifie que la production de quarks lourds est fortement supprimée.

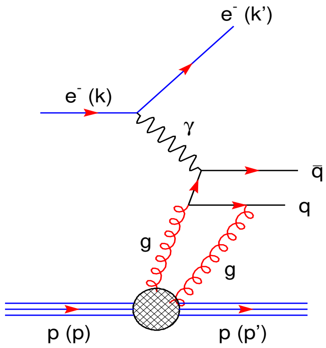
L'interaction avec le proton est décrite sans introduire les notions de $\mathbb{P}$, de fonctions de structure du $\mathbb{P}$ et de flux de $\mathbb{P}$ dans le proton. L'interaction avec le proton se fait par l'échange de deux gluons. La figure 3.19 présente le type de diagrammes considérés dans cette approche. La section efficace correspondant aux quarks de valence est attribuée aux fluctuations $q\bar{q}$ et vaut :

$$\left.\frac{d^2\sigma}{dt\,dM_X^2}\right|_{t=0} \propto \frac{M_X^2}{(Q^2 + M_X^2)^3} \tag{3.92}$$

alors que la partie correspondant à la contribution de la mer est donnée par :

$$\left.\frac{d^2\sigma}{dt\,dM_X^2}\right|_{t=0} \simeq \frac{\sigma_{tot}(\gamma^* p)\ A_{3\mathbb{P}}}{M_X^2} \tag{3.93}$$

où $A_{3\mathbb{P}}$ est la constante de couplage du vertex effectif à trois $\mathbb{P}$ qui apparaît lorsqu'on écrit diagrammaticalement le carré de l'amplitude de la figure (3.19.b). Bien que dans ce modèle le $\mathbb{P}$ n'est pas traité comme une particule, il est possible de donner une définition des fonctions de structure diffractive correspondant à la mer et à

a) 

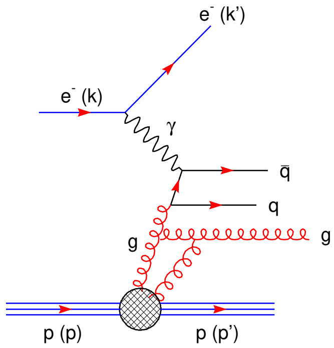
b) 

FIG. 3.19 – *Diagrammes décrivant la production diffractive d'états $q\bar{q}$ et $q\bar{q}g$ dans le modèle de Nikolaev-Zakharov.*

la valence. Cette séparation de la section efficace en deux termes distincts met en exergue la brisure de factorisation prédite par ce modèle. La dépendance en $X_{\mathbb{P}}$ et β se factorise alors pour chaque contribution et on obtient la forme suivante pour la section efficace différentielle :

$$X_{\mathbb{P}} \left. \frac{d^2\sigma}{dtdX_{\mathbb{P}}} \right|_{t=0} = \frac{\sigma_{tot}(pp)}{16\,\pi B_{3\mathbb{P}}} \frac{4\pi^2\alpha}{Q^2} \times \left[\frac{B_{3\mathbb{P}}}{B_{el}} \phi_{\mathbb{P}}(X_{\mathbb{P}}) F^{\mathbb{P}}_{val}(\beta, Q^2) + f_{\mathbb{P}}(X_{\mathbb{P}}) F^{\mathbb{P}}_{mer}(\beta, Q^2) \right] \quad (3.94)$$

où $\phi_{\mathbb{P}}(X_{\mathbb{P}})$ et $f_{\mathbb{P}}(X_{\mathbb{P}})$ sont alors des facteurs de flux associés à chaque contribution.

3.5.6 les modèles avec échange de couleur non perturbatif

Dans ces modèles, on considère que les événements à grand intervalle de rapidité en diffusion profondément inélastique procèdent des mêmes processus que ceux du DIS standard. La seule différence réside dans un mécanisme nouveau d'interaction non perturbative des quarks avec la matière hadronique du proton qui permet à ceux-ci de changer de couleur et de former ainsi un système final présentant des champs de couleur propices à l'apparition d'un grand intervalle de rapidité sans activité hadronique. Deux systèmes partoniques neutres de couleurs peuvent ainsi se former et mener à la production de cet intervalle. On trouve ici deux approches. La première est une approche Monte Carlo dans laquelle la probabilité pour un quark de changer de couleur est un paramètre du modèle. La seconde est une approche formelle où la probabilité de changer de couleur est statistique et résulte d'une combinatoire sur le nombre de couleurs en présence.

Modèle Monte Carlo de Edin, Ingelman et Rathsman

Une description complète de ce modèle est donnée dans la référence [55]. Le Monte Carlo LEPTO 6.5 qui incorpore cet échange de couleur a été élaboré sur la base du Monte Carlo LEPTO 6.1 utilisé pour les études sur le DIS à HERA et qui s'est révélé capable de décrire les événements de diffusion profondément inélastique standard ainsi que les traits majeurs de l'état final hadronique. Le seul paramètre supplémentaire est la probabilité pour un quark de changer de couleur après l'interaction. Les différentes possiblités de réarrangement de couleur dans l'état final qui sont considérées sont données sur la figure (3.20). On fait ici l'hypothèse que le gluon domine à petit x. Ce modèle réussit dans une large mesure à décrire les

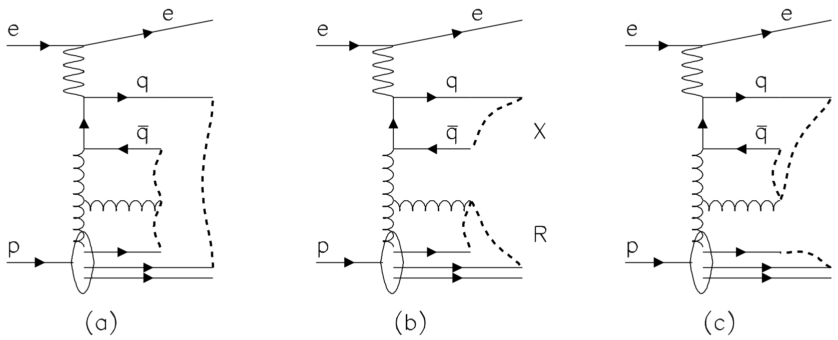


FIG. 3.20 – *Les différentes configurations de couleur dans l'état final de la diffusion profondément inélastique initiée par le gluon qui domine à petit x.*

données de la fonction de structure diffractive une fois que le paramètre définissant le taux de ré-interaction des quarks avec la matière hadronique du proton est ajusté aux données.

Modèle de Buchmüller et Hebecker

Dans ce modèle [56], on considère la dissociation du photon en une paire $q\bar{q}$ qui interagit comme un dipôle de couleur avec le proton. Ce modèle initial est appelé Aligned Jet Model et a été introduit par J. Bjorken pour décrire la fonction de structure du proton à petit x où les contributions asymétriques dans l'énergie longitudinale des deux quarks dominent. Les auteurs tentent ici d'appliquer cette idée à la production d'événements à grand intervalle de rapidité. Dans cette approche, un intervalle de rapidité peut être créé par un échange de couleur entre les deux quarks et la matière hadronique du proton via l'échange de gluons mous non perturbatifs. En fait, les auteurs adoptent ici une approche semi-classique car l'échange de gluons est traité comme l'interaction de la paire de quarks avec le champ de couleur moyen dans le proton. La figure (3.21) schématise cette approche. Nous allons maintenant essayer de voir comment fonctionne ce modèle. Il faut tout d'abord revenir un instant sur la fonction de structure inclusive du proton. On peut montrer qu'à petit x où le gluon domine, la contribution du courant de quarks à la fonction de structure F_2 peut être négligée. La contribution dominante provient de la densité de gluons au premier ordre via le diagramme de photon-gluon-fusion. La fonction de structure s'écrit alors :

$$F_2(x,Q^2) = x\frac{\alpha_s}{2\pi}\sum_q e_q^2 \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} g(\xi)\bigg((\beta^2+(1-\beta)^2 \log\frac{Q^2}{m_g^2\beta^2} - 2 + 6\beta(1-\beta)\bigg) \tag{3.95}$$

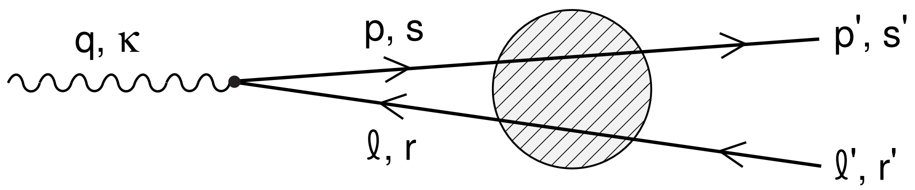


FIG. 3.21 – *Schéma décrivant l'approche de Buchmüller et Hebeker pour modéliser la production d'événements à grand intervalle de rapidité basée sur une réinteraction "douce" des quarks traversant la matière hadronique du proton.*

où ξ correspond à la fraction d'impulsion du proton portée par le gluon, m_g est la masse du gluon qui est introduit comme un cut-off pour régulariser la divergence colinéaire à $t = 0$ et β est définie par :

$$\beta = \frac{Q^2}{Q^2 + M^2} \tag{3.96}$$

où $M^2 = (q + p_g)^2$ est le carré de la masse invariante de la paire de quarks produite. L'intégration de cette expression mène à la prédiction suivante :

$$F_2(x, Q^2) \simeq \frac{\alpha_s}{3\pi} \sum_q e_q^2 x g(x) \left(\frac{2}{3} + \log \frac{Q^2}{m_g^2} \right) \tag{3.97}$$

Cette prédiction est en bon accord avec les données observées à HERA pour la fonction de structure à bas x, pour une valeur des paramètres données dans la référence [57].

Nous sommes maintenant prêts à aborder l'évaluation de la fonction de structure diffractive. On introduit alors l'élément suivant dans le modèle :

La paire de quark-antiquark produite initialement dans une configuration d'un octet de couleur change de couleur aléatoirement via des interactions extrêmement douces avec le champ de couleur des restes du proton.

Ainsi la paire de quark-antiquark évolue dans un état de l'octet de couleur avec la probabilité P_8 et dans un état singlet de couleur avec la probabilité $P_1 = 1 - P_8$. Dans le cas d'un état de l'octet, il y a un flux de couleur entre les restes du proton et le jet de courant alors que dans l'autre cas, le singlet de couleur se fragmente de manière indépendante des restes du proton donnant naissance à un intervalle de rapidité sans activité hadronique. Si la dynamique qui occasionne la rotation de couleur de chacun des quarks est assez rapide, les probabilités précédentes peuvent être donnée en considérant le poids statistique associé à la création d'une paire quark-antiquark de couleur donnée. En prenant en compte l'existence de trois couleurs possible pour chacun des deux quarks, il vient :

$$P_1 = \frac{1}{9} \text{ et } P_8 = \frac{8}{9} \tag{3.98}$$

En analogie avec le calcul précédent, on peut évaluer la fonction de structure diffractive et on obtient la forme suivante :

$$F_2^{D(3)}(\beta, Q^2, \xi) \simeq \frac{1}{9}\frac{\alpha_s}{2\pi}\sum_q e_q^2 g(\xi)\tilde{F}_2^D(\beta, Q^2) \tag{3.99}$$

avec :

$$\tilde{F}_2^D(\beta, Q^2) = \beta\left((\beta^2 + (1-\beta)^2 \log\frac{Q^2}{m_g^2\beta^2} - 2 + 6\beta(1-\beta)\right) \tag{3.100}$$

Comme la densité de gluons $g(\xi)$ et la masse m_g ont été déterminé dans l'approche précédente par un ajustement de la fonction de structure inclusive du proton, on peut prédire exactement dans ce modèle la valeur de la fonction de structure.

Au delà de la valeur de $F_2^{D(3)}$, ce modèle prédit également un lien direct entre la fonction de structure diffractive et la fonction de structure inclusive du proton que l'on obtient sous la forme suivante :

$$R_D = \frac{\int_x^1 d\xi F_2^{D(3)}(\beta, Q^2, \xi)}{F_2(x, Q^2)} \simeq \frac{1}{9} \tag{3.101}$$

Dans le cadre de ce modèle, ce rapport est une mesure directe de la probabilité de former un singlet de couleur dans le processus de diffusion profondément inélastique. Ce modèle est en excellent accord avec les données mesurées à HERA en 1993 par les expériences $H1$ [58].

3.5.7 Modèle des dipôles

Ce modèle reprend le formalisme développé dans le chapitre précédent. On trouvera le détail complet de cette approche dans les références [59, 60]. Dans la première référence, les auteurs calculent la section efficace inélastique dipôle-dipôle qui contribue à la dissociation diffractive du photon qui est représentée sur la figure (3.22.(a)). Cette composante est supposée dominer à petit β où elle correspond au couplage à trois $\mathbb{P}$ en langage de Regge. Cependant une contribution supplémentaire doit être prise en compte. C'est le sujet abordé dans la seconde référence où les auteurs calculent la composante photon-proton quasi-élastique à la section efficace de dissociation diffractive dans le formalisme des dipôles. Cette composante est représentée sur la figure (3.22.(b)).

Le formalisme étant complexe nous allons nous contenter de discuter les points cruciaux développés dans cette approche en discutant les idées physiques qui guident les calculs et en commentant les résultats.

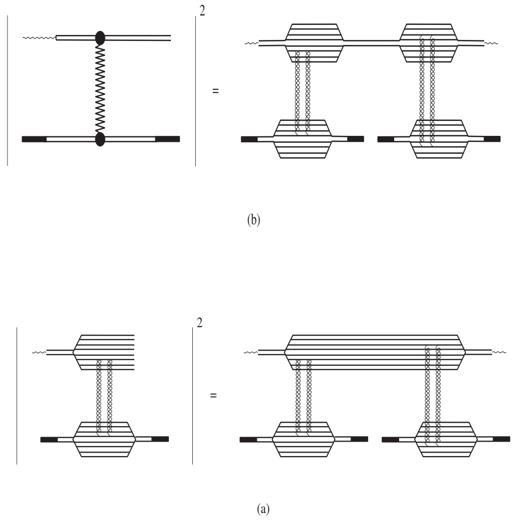


FIG. 3.22 – *Schémas des deux contributions à la fonction de structure diffractive dans le modèle des dipôles*

Les deux contributions

Le calcul de la section efficace via le théorème optique se fait techniquement en ayant recours aux règles de coupures AGK [61] qui disent que la partie imaginaire d'un diagramme est égale à la somme des amplitudes des diagrammes correspondant à toutes les coupures topologiquement différentes que l'on peut faire sur le diagramme initial. En appliquant ce théorème à l'échange du $\mathbb{P}$ entre le photon et le proton, il résulte les deux contributions qui sont représentées sur la figure (3.22).

Ce qui est intéressant à retenir du calcul de ces deux contributions est tout d'abord l'emploi du théorème de k_t-factorisation qui avait déjà été utilisé dans le cas du calcul de la fonction de structure du proton dans le modèle des dipôles (voir chapitre précédent) ainsi que le traitement des corrélations dans le mécanisme d'émission des dipôles dans le cas de la première contribution à grande masse i.e. à petit β. Essayons de voir comment s'écrivent ces deux termes afin de clarifier ces différents points.

La première contribution s'écrit :

$$\frac{\beta d\sigma}{d\beta d^2b} = \int d^2r dz \Phi(r,z;Q^2)\sigma_d(r,b,\beta,X_{\mathbb{P}}) \tag{3.102}$$

où b est le paramètre d'impact, $\Phi(r,z;Q^2)$ est la probabilité pour le photon de fluctuer en une paire $q\bar{q}$ de taille transverse r et dont un des quarks emporte une fraction z de son impulsion longitudinale. σ_d est la section efficace simplement diffractive dipôle-proton et s'écrit en suivant la référence [59] :

$$\begin{aligned}
\sigma_d = & \int \frac{dx}{x} d^2 s_1 \hat{\rho}_1(b+s1, x, \xi) \\
\times & \int \frac{dx'}{x'} d^2 s_2 \hat{\rho}_1(b+s2, x', \xi) \\
\times & \int\int \frac{dx_1}{x_1}\frac{dx_2}{x_2} \rho_2(r, s_1, x_1, s_2, x_2; x_{Bj}/\xi, X_{\mathbb{P}}/\xi) \\
\times & T(x, x_1) T(x', x_2)
\end{aligned} \tag{3.103}$$

où $T(x,y)$ est l'amplitude de diffusion élastique de deux dipôles de taille transverse respective x et y (calculée par l'échange de deux gluons), $\hat{\rho}_1(b,x,\xi)$ est la densité de dipôles de taille transverse x dans un dipôle de taille transverse r et ρ_2 est la double densité de dipôles de taille transverse x_1 et x_2 dans un dipôle de taille r. Cette dernière quantité prend en compte les corrélations entre les dipôles à l'intérieur du dipôle initial.

On considère le photon et le proton comme des objets ayant une structure hadronique que l'on peut traduire en une densité de dipôles de taille transverse donnée. On considère ensuite que cette partie de la section efficace est due à l'interaction élastique de deux dipôles corrélés de l'état résultant de la fluctuation du photon avec deux dipôles non corrélés du proton comme le suggère la figure (3.22.a)) sur le graphe de droite.

La seconde contribution est assez longue à écrire car il faut considérer les différentes configurations de couleur, de spin et de saveur de la paire $q\bar{q}$. On se reportera pour le détail des calculs à la référence [59]. Le calcul se fait de manière analogue à la première contribution avec un changement majeur à prendre en compte. Comme la collision est quasi-élastique, (voir la figure (3.22.b))) les deux dipôles issus du photon qui interagissent ne sont plus corrélés. On n'a donc plus de terme en ρ_2 dans l'écriture de la section efficace dipôle-proton.

Les résultats

Les deux composantes exhibent un identique comportement dominant en $X_{\mathbb{P}}$ de la forme :

$$\Phi_{\mathbb{P}} = {X_{\mathbb{P}}}^{-1-2\Delta_{\mathbb{P}}} \left(\frac{2a_{\mathbb{P}}}{\pi} \right) \tag{3.104}$$

avec

$$a_{\mathbb{P}} = [7\alpha_s N_c \zeta(3) \log(1/X_{\mathbb{P}})/\pi]^{-1} \text{ et } \Delta_{\mathbb{P}} = \alpha_{\mathbb{P}} - 1 = \frac{\alpha_s N_c}{\pi} 4 \log 2. \tag{3.105}$$

Ce terme prévoit une factorisation avec une dépendance prépondérante de la forme classique ${X_{\mathbb{P}}}^{-1-2\Delta_{\mathbb{P}}}$. Cet exposant universel est cependant violé logarithmiquement par un terme non dominant qui intervient dans les calculs. Le résultat final prévoit un exposant effectif de la forme suivante qui brise a priori la factorisation :

$$\Delta_{\mathbb{P}}^{eff} = \Delta_{\mathbb{P}} - \frac{3}{2\log(1/X_{\mathbb{P}})} \tag{3.106}$$

La figure (3.23) présente l'évolution des contributions des deux composantes à la fonction de structure diffractive en fonction de $X_{\mathbb{P}}$ pour différentes valeurs de β.

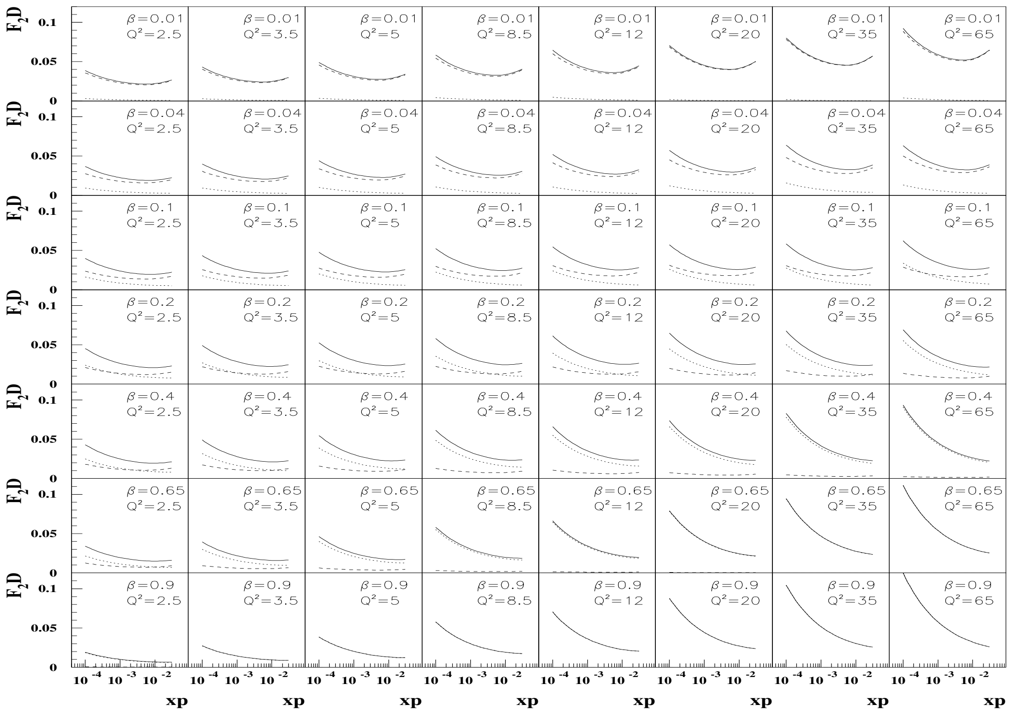


FIG. 3.23 – *Représentation de l'intensité des deux contributions discutées dans le texte en fonction de β pour un Q^2 et un $X_{\mathbb{P}}$ fixés. La première composante (courbes en tirets) domine à petit β (grande masse M_X) alors que la seconde (courbes en pointillés) domine à grand β [62]*
. En trait plein est représentée la somme des deux contributions.

Comme prévu, la première composante (courbes en tirets) domine à petit β alors que la seconde (courbes en pointillés) domine à grand β.

Dans ce modèle, on a comme résultat supplémentaire que la fonction de structure diffractive $F_2^{D(3)}$ croît avec Q^2 sur tout le domaine en β. Ce résultat contraste avec le cas de la fonction de structure F_2 du proton pour laquelle la monotonie en Q^2 dépend de la région en x considérée.

Chapitre 4

Les sujets étudiés à HERA en dehors de la diffraction

«Seuls les bosons sans masse (le photon et les gluons) sont élémentaires; à des distances de l'ordre de 10^{-17} cm, leptons, quarks et bosons intermédiaires sont composites; Les fermions sont composés de haplons simples»
H. Fritsch, workshop of current Problems in Particle Theory, Florence 1982

Nous présentons ici dans les grandes lignes les sujets de physique étudiés à HERA en dehors de la diffraction. Un aperçu plus complet peut être trouvé dans les références [63, 64, 65].

4.1 Étude des fonctions de structure du proton

L'étude de la structure partonique du proton est l'un des objectifs majeurs de la physique à HERA. Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, les fonctions de structure du proton sont directement liées aux densités de partons le constituant et dépendent des deux variables cinématiques x et Q^2. HERA, avec son mode collisionneur, permet d'étendre le domaine cinématique mesurable. Le domaine en Q^2 s'étend entre ~ 0.2 GeV^2 et 10^5 GeV^2 pour le DIS et la photoproduction. Le domaine accessible en x s'étend sur l'intervalle $[\sim 10^{-5}, \sim 0.5]$.
Un des principaux résultats a été l'observation de la violation de l'invariance d'échelle sur l'ensemble du domaine en Q^2 accessible. Un second résultat important et assez inattendu a été l'observation de la croissance de la fonction de structure F_2 quand x décroît.
L'évolution des densités de partons extraites des données de HERA sont compatibles avec les équations d'évolution DGLAP sur tout le domaine en Q^2, et avec les équations d'évolution BFKL dans la région à petit x (leur domaine de validité théorique). Les hypothèses menant aux équations de DGLAP étant valides à grand Q^2 (typiquement $Q^2 \sim 10$ GeV^2), il est particulièrement surprenant qu'elles soient compatibles avec les données à petit x.

4.2 Étude de la photoproduction

L'intérêt des événements de photoproduction ($Q^2 \sim 0$ GeV^2) réside dans l'absence dans la cinématique de l'événement d'une échelle d'énergie naturelle permettant un calcul perturbatif. Dans le cas où l'état final hadronique ne donne pas d'échelle dure (jets a grand $p_\perp$, production de quarks lourds, ...), la photoproduction est donc liée à une partie non perturbative de la théorie.
L'examen de ces événements permet d'étudier le régime de transition entre la partie perturbative et la partie non perturbative de la théorie des interactions fortes (QCD). Ceci est étudié en mesurant par exemple la production de mésons vecteurs (ρ et J/ψ).
Une autre information très importante peut être extraite des événements de photoproduction présentant une échelle dure dans l'état final. Ainsi, la mesure des jets à grand $p_\perp$ permettent de tester la densité de gluon du proton à faible Q^2 et à l'échelle perturbative $p_\perp^2$.

En dernier lieu, ces événements peuvent être utilisés pour étudier la structure hadronique du photon.

4.3 Étude de la physique électro-faible

Le collisionneur HERA permet pour la première fois l'étude du propagateur du W dans la voie t dans les collisions profondément inélastiques par échange de courant chargé. L'amortissement de la section efficace avec Q^2 décroissant, lié à la masse du W dans le propagateur du boson échangé, a bien été observée [70]. La valeur de la masse de W extraites des mesures de sections efficaces par échange de courant chargé à HERA s'avère compatible avec la masse du boson W mesurée auprès d'autres accélérateurs (LEP, Fermilab). Cependant ceci ne constitue pas un test très sévère car l'erreur expérimentale sur la mesure de M_W à HERA est grande; essentiellement du fait de la faible statistique disponible.

4.4 Etude de l'état final hadronique

4.4.1 Recherche de "jets", mesure de la constante de couplage fort

La mesure du rapport des sections efficaces d'événements à un et deux jets dans l'état final peut être comparée à une prédiction de QCD qui fait intervenir la constante de couplage fort $\alpha_s(Q^2)$. On accède ainsi à une mesure de α_s. En répartissant les événements par intervalle de Q^2, on mesure explicitement la dépendance de la constante de couplage effective avec Q^2 [69]. La valeur obtenue rapportée à la masse du Z est : $\alpha_s(M_Z) = 0.123 \pm 0.018$ compatible avec la valeur mondiale.

4.4.2 Étude de la topologie des événements (“Energy Flow”)

L'idée est ici de mettre en évidence une manifestation des hypothèses d'ordonnancement en $p_\perp$ dans les approches de DGLAP ou BFKL dans l'état final hadronique. Dans le cas de BFKL, il n'y a pas d'ordonnancement en $p_\perp$ le long des échelles. On s'attend donc à avoir une répartition de l'énergie transverse plus homogène le long de l'échelle. Dans l'approche DGLAP, on s'attend à une apparition de l'énergie transverse de manière croissante du proton vers le haut de l'échelle.

4.5 Recherche de nouvelles physiques

L'énergie accessible à HERA rend cette machine intéressante pour rechercher une nouvelle physique au delà du modèle standard. Jusqu'à fort récemment, les différentes recherches n'avaient débouché que sur des confirmations du modèle standard. En février 96, les physiciens de H1 et ZEUS ont constaté l'existence d'un excès d'événements à grand Q^2 et grand y [66] incompatible avec le modèle standard. De plus, le spectre de masse invariante de ces événements dans le canal électron-jet présente une accumulation autour d'une masse moyenne d'environ 200 GeV. Il est encore trop tôt pour statuer sur la nature de cet excès. La probabilité qu'il soit dû à une fluctuation statistique est de l'ordre de 10^{-3}. Si on considère cet excès comme un signal, le premier modèle qui vient à l'esprit est la désintégration d'un lepto-quark que l'on peut créer dans la voie s à HERA par fusion de l'électron incident et d'un quark du proton. De telles particules sont prédites dans plusieurs modèles d'extension du modèle standard comme par exemple les modèles de grande unification. Des modèles supersymétriques avec brisure de R-parité contiennent également la possiblité d'observer des particules nouvelles qui pourraient éventuellement expliquer également cet excès. De même, des modèles impliquant une structure aux quarks permettraient d'observer de telles déviations.

4.5.1 Recherche des lepto-quarks

Les leptoquarks sont des bosons scalaires ou vectoriels qui sont introduit dans des modèles de grande unification ou de technicouleur. Ils se couplent à un lepton et à un quark, ils peuvent être produits naturellement par la fusion entre le lepton incident et un des quarks du proton. Les recherches menées jusqu'à présent n'ont mis en évidence aucun signal assez significatif pour permettre une interprétation non ambiguë[71, 72, 73].

4.5.2 Recherche de la supersymétrie

Les recherches de particules supersymétriques à HERA se sont portées à la fois sur la recherche du s-top $\tilde{t}$, le partenaire supersymétrique du quark t, et sur des s-quarks dans le cadre de modèle ne conservant pas la R-parité, un nouveau nombre quantique introduit en supersymétrie [71, 72]. Ces modèles ouvrent en effet un large spectre de canaux de désintégration pour les s-quarks qui peuvent être recherchés à HERA. Cette machine est un outil privilégié pour la production de s-quarks dans la voie s s'il y a une brisure de R-parité. Ainsi $HERA$ se trouve en position de couvrir un domaine de l'espace des paramètres non couvert par les expériences de Fermilab et du LEP.

4.5.3 Recherche d'états fermioniques excités

La recherche d'états fermioniques excités à HERA est effectuée car de telles particules sont prédites par des modèles composites qui tentent d'expliquer l'organisation des fermions en familles. Les recherches n'ont pour l'instant pas permis d'observer un signal jusqu'à présent [74, 75].

Bibliographie

[1] L.H. Ryder, *"Quantum Field Theory"*, Cambridge University Press (1984).

[2] C. Itzykson et J.B. Zuber, *"Quantum Field Theory"*, Mc Graw-Hill International Editions.

[3] S.L Glashow, Nucl. Phys. **A22** (1961), 579
S.Weinberg, Phys. Rev. Lett. 19 (1967), 1264

[4] M. Aguiler et al., *"Review of Particle Properties"*, Phys Rev **D50** (1994), 1173.

[5] P. Renton, *"Electroweak Interactions"*, Cambridge University Press, p. 306 et p. 156.

[6] Ta-Pei Cheng et Ling-Fong Li, *"Gauge theory of elementary particle physics"* , Clarendon Press, Oxford (1984)

[7] F. Halzen et A.D. Martin, *"Quarks and Leptons"*, Edition John Wiley and Sons International, (1984)

[8] Yu. L. Dokshitzer, Sov. Phys. JETP **46** (1977) 641.

[9] J.J. Aubert et al., EMC Collaboration, Nucl. Phys. **B259** (1985), 189

[10] A.C. Benvenuti et al., BCDMS Collaboration, Nucl. Phys. **195B** (1987), 91

[11] Compte rendu de la Conférence Internationale des Hautes Energies, Bari, (1985)
B. Vallage, Thèse de l'université Paris-Sud (Orsay) (1986)

[12] G. Altarelli, *"The development of perturbative QCD"*, World Scientific Editions (1994)

[13] C. Royon, *"Mesure de la fonction de structure F_2 dans l'expérience H1 auprès du collisionneur HERA."*, thèse de l'Université de Paris XI (Orsay), 1994, preprint DAPNIA/SPP 95-23 .

[14] J.F. Laporte, *"Diffusion profondément inélastique à HERA et calibration absolue de la mesure en énergie d'un électron dans le calorimètre à argon liquide de l'expérience H1"* , thèse de l'Université de Paris XI (Orsay),1991, DAPNIA/SPP 92-18.

[15] Yu. L. Dockshitzer, V. A. Khose, A. H. Mueller et S.I. Troyan, *"Basics of Perturbative QCD"*, Editions Frontières (1991).

[16] E.A. Kuraev, L.N. Lipatov et V. Fadin, Sov. Phys. JETP **45** (1977), 199
Ya. Ya. Balitskij et L. N. Lipatov, Sov.J. Nucl. Phys. **28** (1978), 822
J.B. Bronzan et R.L. Sugar, Phys. Rev. **D17** (1978), 585
T. Jaroszewicz, Acta Phys. Polonica **B11** (1980), 965.

[17] L.V. Gribov et M. G. Ryskin, Nucl. Phys. **B188** (1981), 555.

[18] A.J. Askew, J. Kwiecinski, A.D. Martin et P.J. Sutton, Phys. Rev. **D49** (1994).

[19] J. Bartels et H. Lotter, Phys. Lett. **B309** (1993), 400.

[20] ref. étude numérique exposant lipatov.

[21] L.V. Gribov, E.M. Levin et M.G. Ryskin, Phys. Rep. **100** (1983), 1.

[22] M. Ciafaloni, Nucl. Phys. **B296** (1985) 49
S. Catani, F. Fiorani et G. Marchesini, Phys. Lett. **B234** (1990), 339

[23] S. Wallon, *"Diffusion Profondément inélastique à Grande Energie en Chromodynamique Quantique Perturbative "*, thèse de l'Université Paris-XI (Orsay), (1996).

[24] A. H. Mueller, Nucl. Phys. **B415** (1994), 486-494.
A. H. Mueller et B. Patel, Nucl. Phys. **B425** (1994), 471-488.
A. H. Mueller, Nucl. Phys. **B437** (1995), 107-126.
Z. Chen et A. H. Mueller, Nucl. Phys. **B451** (1995), 579-604.

[25] G. 't Hooft, *A planar diagram theory for strong interactions, Planar diagram field theories*, Nucl. Phys **B72** (1974), 461-473 ;
Progress in Gauge Field Theory, NATO adv. Study. Inst. Serie, Ed. G.'t Hooft et al., Plenum (1984), 271-335.

[26] H. Navelet, R. Peschanski, C. Royon et S. Wallon, *"Proton Structure functions in the dipole picture of BFKL dynamics"*, Rapport DESY 96-108, (1996); Phys. Lett. **B385**, (1996), 357-364.

[27] S. Catani, M. Ciafaloni et Hautmann, Phys. Lett. **B242** (1990), 97; Nucl. Phys. **B360** (1991), 3;
S. Catani et Hautmann, Phys. Lett. **B315** (1993), 157; Nucl. Phys. **B427** (1994), 475.

[28] S. Weinberg, *"The Quantum Theory of Fields"*, Cambridge University Press (1995)

[29] S. J. Brodsky et G. P. Lepage, *"Exclusive Processes in Quantum Chromodynamics, in Perturbative QCD"*, ed. A. H. Mueller, Word Scientific, Singapour (1989), 93-240.

[30] A.Krzywicki, **Les phénomènes diffractifs** , *Cours de l'école d'été de physique des particules de Gif sur Yvette*, septembre 1975.

[31] R.J Eden, P.V. Landshoff, D.I. Olive et J.C. Polkinghorne, *''The Analytic S-Matrix"*, Cambride University Press, 1966.

[32] R. Omnès et M. Froissart, *Mandelstam Theory and Regge Poles, An introduction for experimentalists*, Ed. W.A Benjamin INC., 1963.

[33] G. Cohen-Tannoudji, Communication privée. Cours sur la physique des pôles de Regge, non publié, disponible auprès de l'auteur ou du service de physique des particules du CEA Saclay (DAPNIA/SPP), France.

[34] L. Jauneau, *''Introduction to Regge Pôles ''*, LAL 1220, juillet 1969.

[35] I. Pomerančuk, Sov. Phys. JETP, **7** (1958), 499.

[36] WA91 Collaboration, Phys. Lett. **B234**, (1994), 227.

[37] A. Donnachie et P. Landshoff, Phys. Lett. **B296** (1992), 227.

[38] A. Kaidalov, Phys. Rep. **50**, (1979), 157.

[39] Collaboration UA4, Phys. Lett. **B 186**, (1987), 227.

[40] P.R. Newman, *"A Study of the Dynamics of Diffractive Photoproduction at HERA"*, thèse de l'Université de Birmingham, février 1996.

[41] A. Mueller, Phys. Rev. **D2**, (1970), 2963.

[42] T. Ahmed et al., H1 Collaboration, Nucl. Phys. **B348** (1995), 195.

[43] M. Derrick et al., ZEUS Collaboration, Z. Phys. **C68** (1995), 569.

[44] A. D. Martin, W. J. Stirling et R.G. Roberts, Phys. Lett. **B306** (1993), 145; Phys. Lett. **B309** (1993), 492.

[45] G. Ingelman et K. Janson-Prytz, *" The Pomeron Structure Function and QCD at Small x"*, Compte-rendu du Workshop " Physics at HERA ", p. 233, Octobre 1991, Ed. W. Buchmüller et G. Ingelman;
G. Ingelman et K. Prytz, Z. Phys. **C58** (1993), 285.

[46] H1 Collaboration, *"Diffractive Dissociation in Photoproduction at HERA"*, to be published in Nucl. Phys.**B**.

[47] M. Glück, E. Reya, A. Vogt, *Z.Phys.* **C67** (1995), 433.

[48] H. Abramowicz, J. Bartels, L. Frankfurft et H. Jung, *Diffractive Hard Scattering Summary Report of the Working Group*, Compte-rendu du Workshop " Future Physics at HERA ", Vol 2, p. 635-666, Ed. G. Ingelman, A. Deroeck et R. Klanner, 1996.

[49] B. Blättel et al., Phys. Rev. Lett. **70**, (1993), 896

[50] L. Frankfurt, G. Miller, M. Strikman, Phys. Lett. **B 304**, (1993), 1.

[51] L. Frankfurt, A. Radushkin et M. Strikman, à paraître.

[52] G. Ingelman et P. Schlein, Phys. Lett. **B152** (1985), 256.

[53] A. Donnachie et P. V. Landshoff, Nucl. Phys. **B224** (1984), 322.

[54] N. N. Nikolaev et B. G. Zakharov, Z. Phys. **C53** (1992), 331.
M. Genovese, N. N. Nikolaev et B. G. Zakharov, KFA-IKP(Th)-1994-37 et Cern-TH-13/95.

[55] A. Edin, G. Ingelman et J. Rathman, rapport DESY 96-060, avril 1996; hep-ph/9605281, mai 1996.

[56] W. Buchmüller et A. Hebeker, Phys. Lett. **B 355**, (1995), 573. W. Buchmüller et A. Hebeker, rapport DESY 95-208, (1995); à paraître dans Nucl. Phys. **B**, W. Buchmüller, M. F. McDermott et A. Hebecker, rapport DESY 96-126, juillet 1996; hep-ph/9607290, juillet 1996.

[57] W. Buchmüller et A. Hebeker, rapport DESY 95-077, (1995).

[58] A. Mehta, Compte rendu de la conférence de Sheffield 'Photon 95', *"Comparison of Diffractive and Non-Diffractive Deep Inelastic Scattering"*, p. 313, Sheffied, U.K., 8-13 April 1995, Editors D.J. Miller, S.L.Cartwright, Valery Khoze.

[59] A. Bialas, R. Peschanski, *"Hard diffraction in the QCD dipole picture"*, Phys. Lett. **B 378**, (1996), 302.

[60] A. Bialas, R. Peschanski, *"Hard diffraction from quasi-elastic dipole scattering"*, Phys. Lett. **B 387**, (1996), 405.

[61] V.N Gribov, V. Abramovskiǐ, O. Kancheli, *"Character of Inclusive Spectra and Fluctuations produced in inélastic processes by multi-pomeron exchange."*, Sov. J. Nucl. Phys. **18**, (1974), 308.;
D. Treleani, *"AGK Cutting Rules And Perturbative QCD"*, Int. Journal of Mod. Phys. **A**, Vol 11, N°4, (1996), 613-654.

[62] C. Royon, *"QCD Dipole Predictions for DIS and Diffractive Structure Functions"*, Compte-rendu de la $28^{ème}$ Conférence Internationale de Physique des hautes énergies (ICHEP 96), Varsovie, Pologne, 25-31 Jul. 1996.

[63] Compte-rendu du Workshop *"HERA"*, 1987, Ed. R.D. Peccei .

[64] Compte-rendu du Workshop *"HERA Physics"*, Octobre 1991, Ed. W. Buchmüller et G. Ingelman.

[65] Compte-rendu du Workshop *"Future Physics at HERA"*, 1996, Ed. G. Ingelman, A. De Roeck et R. Klanner.

[66] H1 Collaboration, *"Observation of Events at Very High Q^2 in ep Collisions at HERA"*, Rapport DESY 97-024, février 97;
ZEUS Collaboration, *"Comparison of ZEUS Data with Standard Model Predictions for $e + p \to e + X$ Scattering at High x and Q^2"*, Rapport DESY 97-025, février 97

[67] L. Susskind, Phys. Lett. **D20** (1979), 2619.

[68] E. Perez, *"Recherche de particules supersymétriques dans l'expérience H1"*, thèse de doctorat de l'Université Paris VI, (1996), preprint DAPNIA/SPP 96-1008.

[69] H1 Collaboration, T. Ahmed et al., Phys. Lett. **B346** (1995), 415.

[70] H1 Collaboration, T. Ahmed et al., Phys. Lett. **B324** (1994), 241.

[71] H1 Collaboration, T. Ahmed et al., Z. Phys. **C64** (1994), 545.

[72] Ch. Thiebaux, *"Recherche de leptoquarks, de leptogluons, et de s-quarks dans l'expérience H1 auprès du collisionneur ep HERA"*, thèse de doctorat de l'Université de Paris XI (1995).

[73] H1 Collaboration, S.Aid et al., Phys. Lett. **B**

[74] H1 Collaboration, T. Ahmed et al., Phys. Lett. **B340** (1994), 205.

[75] ZEUS Collaboration, M. Derrick et al., Z. Phys. **C65** (1995), 627.

Deuxième partie

Les Jets

Chapitre 1

Définition d'un jet au niveau théorique

«L'enfant et l'homme de la rue croient que l'accès au réel est immédiat : l'idée de l'existence de ce caillou ou de cette chaise lui paraît claire et évidente et il ne conçoit guère que soit mis en doute son caractère d'absolu : même s'il croit aux contes de fées.»
B. d'Espagnat, "A la recherche du réel", ed. Gauthier-Villars.

La physique des jets a permis de mieux connaître certains aspects de QCD car cette théorie permet de prédire certains aspects de la production d'états finals exclusifs présentant une échelle d'énergie perturbative [1]. Dans ce chapitre, nous définissons précisément comment se calcule une section efficace de production de jet(s) dans le cadre de QCD. Nous insisterons sur les divergences qui apparaissent dans ces calculs ainsi que sur leur mode de régularisation qui à un lien profond avec la définition du jet.

1.1 Calcul de la production de di-jet en QCD

Pour cette partie, on se reportera aux références citées dans le texte ci-dessous. Nous donnons simplement dans ce chapitre les idées principales qui guident les calculs de la production de di-jet dans le cas des collisions proton-électron. Nous parlons ici du processus $ep \rightarrow e + jet_1 + jet_2 + X$ qui est dénommé "production de 3-jets" ou "production de (2+1)-jets". Nous adoptons ici la seconde notation qui rappelle bien que les deux premiers jets sont produits par le processus dur alors que le "troisième jet" est issu des restes du proton.

1.1.1 Calcul à l'ordre dominant

A l'ordre dominant (LO), la production d'un di-jet est exactement associée à la production d'une paire de partons ($q\bar{q}$, qg ou $\bar{q}g$). Pour cette partie, on se reportera aux références [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9].

Pour décrire l'espace des phases de l'état final à deux partons, il faut introduire trois variables supplémentaires par rapport au cas complètement inclusif. On définit p_1 et p_2 (voir figure (1.1)), les moments des deux partons sortants et p_3 l'impulsion des restes du proton définie par $p_3 = p - p_1 - p_2$. On utilise alors les variables φ, x_p et z définies, pour les deux dernières, par :

$$x_p = \frac{Q^2}{2\wp.q} = \frac{x}{\eta} \qquad \text{et } z = \frac{\wp.p_1}{\wp.q} \tag{1.1}$$

où $\wp = \eta p$ est l'impulsion portée par le parton entrant dans le processus dur. φ est l'angle azimuthal φ entre le plan défini par $\{\vec{\wp}, \vec{p_1}\}$ et le plan défini par les leptons incident et sortant dans le référentiel où $\vec{\wp} + \vec{q} = \vec{0}$.

Pour calculer la section efficace de production de (2+1)-jets, il faut prendre en compte les différentes polarisation du photon. Les photons pouvant être virtuels, ils ont des polarisations longitudinales et transverses. On a un axe de polarisation longitudinale ($\vec{a}_z$) et deux axes de polarisation transverse ($\vec{a}_x$ et $\vec{a}_y$). Il en résulte donc, pour chaque processus, trois amplitudes que nous notons naturellement A_x, A_y, et A_z. La section efficace s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \sigma &\propto |A_x + A_y + A_z|^2 \\ &\propto (A_x^2 + A_y^2) + (A_z^2) + (2A_z(A_x + A_y)) + (2A_x A_y) \\ &\propto \sigma_U + \sigma_L + \sigma_I + \sigma_T \end{aligned} \tag{1.2}$$

où chaque section efficace correspond au terme entre parenthèses sur la ligne précédente dans l'ordre de celle-ci. U, L, I, T correspondent respectivement à des contributions transverses non polarisées, longitudinales, d'interférence, et transverses. Ce sont ces notations que l'on trouve dans certaines des références citées ci-dessus.

Plus précisément la section efficace s'écrit si on ne considère que l'échange d'un photon et qu'on néglige alors la contribution due à l'échange d'un Z ainsi que le terme d'interférence [3] :

$$\frac{2\pi x_p \, d^5\sigma}{dx dy dx_p dz d\varphi} = \frac{2\pi\alpha^2}{yQ^2}\frac{\alpha_s}{2\pi}\{I_q + I_g\} \tag{1.3}$$

avec :

$$I_q = \sum_q \left\{ f_q(x/x_p, Q^2) A(Q^2) \Bigg(\sum_{\alpha=U,T,L,I} g_\alpha(y,\varphi) \frac{d^2\sigma_q^\alpha}{dx_p dz} \Bigg) \right\} \tag{1.4}$$

et

$$I_g = f_g(x/x_p, Q^2) \left\{ \Bigg(\sum_q A(Q^2) \Bigg) \Bigg(\sum_{\alpha=U,T,L,I} g_\alpha(y,\varphi) \frac{d^2\sigma_g^\alpha}{dx_p dz} \Bigg) \right\} \tag{1.5}$$

les contributions des courants de quarks et de gluons. f_q et f_g sont les densités de quarks et de gluons dans le proton. Chaque section efficace, associée à une certaine polarisation (U,L,T,I), apporte une dépendance particulière en y et φ notée $g_\alpha(y, \varphi)$. Le terme $A(Q^2)$ prend en compte la dépendance en Q^2 due à la renormalisation de la constante de couplage forte. Les sections efficaces différentielles $\frac{d^2\sigma_q^\alpha}{dx_p dz}$ et $\frac{d^2\sigma_g^\alpha}{dx_p dz}$ sont calculables perturbativement dans QCD.

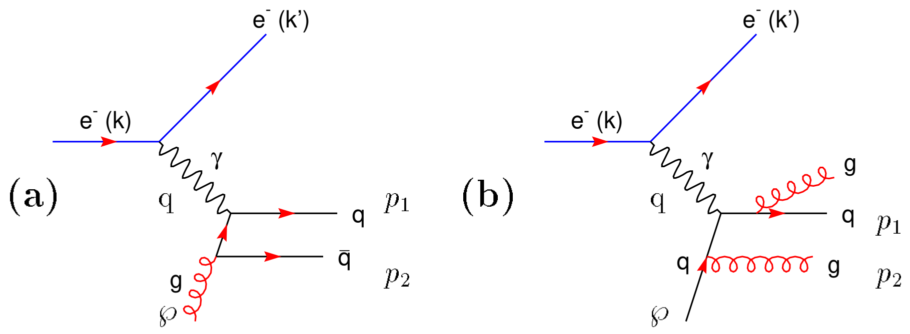


FIG. 1.1 – *Schémas décrivant la production de di-jet à l'ordre le plus bas dans QCD : (a) processus Boson Gluon Fusion (b) processus QCD Compton (on a représenté sur le même schéma les deux émissions de gluon possibles) .*

Il faut donc calculer ces contributions initiées par les gluons ou les quarks présentées sur les figures (1.1.a) et (1.1.b). Le calcul mène, pour les quarks, à [3]:

$$d\sigma_q \propto \frac{4[(\wp q - p_1p_2)^2(\wp p_1)^2(\wp q)^4]}{4\wp p_2\; p_1p_2\;(\wp q)^2} = \frac{1+x_p^2z^2}{(1-z)(1-x_p)} \tag{1.6}$$

Cette expression présente des divergences colinéaires quand p_2 est colinéaire à $\wp$ ($z \to 1$) ou quand p_2 est colinéaire à p_1 ($x_p \to 1$) et infra-rouges quand p_2 tend vers 0 ($z, x_p \to 1$).

Pour les gluons, on a de même :

$$\begin{aligned} d\sigma_g \;\; \propto \;& \frac{4[(\wp p_1)^2+(\wp p_2)^2][(\wp q-p_1p_2)^2+(p_1p_2)^2]}{4\wp p_1\;\wp p_2\;(\wp q)^2} \\ =\;& \frac{[z^2+(1-z)^2][x_p^2+(1-x_p)^2]}{z(1-z)} \end{aligned} \tag{1.7}$$

Cette expression présente des divergences colinéaires quand p_2 est colinéaire à $\wp$ ($z \to 1$) ou quand p_1 est colinéaire à $\wp$ ($z \to 0$) et infrarouges quand p_2 ou p_2 tend vers 0 ($z \to 1$ ou $z \to 0$).

Les divergences apparaissent en fait quand il devient impossible de résoudre l'un des partons par rapport à l'autre. Il faut donc se donner un critère pour décider quand les deux partons sont distincts. Le domaine cinématique qu'il faut considérer est donné dans sa totalité par :

$$x \leq x_p \leq 1 \qquad\qquad 0 \leq z \leq 1 \tag{1.8}$$

Il faut donc définir une zone en x_p et z qui évite les points de divergence précédents. C'est une région du type :

$$x_{p,min} \leq x_p \leq x_{p,max} \qquad\qquad z_{min} \leq z \leq z_{max} \tag{1.9}$$

Plusieurs types de critères ont été introduits. Le plus ancien fut introduit par Sterman-Weinberg [2] et consiste en une coupure en énergie et en angle. C'est cette idée qui a guidé (ou a été guidée par ?) l'apparition des algorithmes de type CONE dont nous reparlerons plus tard. On peut également introduire un critère sur la masse invariante des deux partons. Cela donne naissance aux algorithmes de jet de type JADE que nous verrons également par la suite.

La section efficace est alors obtenue en intégrant la section efficace différentielle précédente sur l'espace des phases des (2+1)-jets :

$$\frac{d^2\sigma}{dxdy}[(2+1)-jet] = \frac{2\pi\alpha^2}{yQ^2}\frac{\alpha_s}{2\pi}\int_{x_{p,min}}^{x_{p,max}}\frac{dx_p}{x_p}\int_{z_{min}}^{z_{max}}dz\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{2\pi}\{I_g + I_q\} \tag{1.10}$$

L'intégration pour les définitions de la résolution de 2 partons de type JADE ou CONE se trouve dans les références [3, 4, 10, 11, 12].

1.1.2 Corrections à l'ordre NLO

L'ordre dominant (LO) que nous venons de discuter correspond au modèle naïf des partons. Malheureusement, la nature est un peu plus compliquée et il faut prendre en compte la dépendance de la constante de couplage avec Q^2. De manière effective, l'ordre (LO) donne seulement l'ordre de grandeur d'une section efficace donnée. La précision sur la prédiction est gouvernée par l'ordre de grandeur des contributions d'ordre supérieur. Ainsi, toute prédiction perturbative requiert en général au moins le calcul des contributions à l'ordre suivant (NLO).

Par ailleurs, d'une manière générale, la section efficace d'un processus exclusif s'exprime comme la somme de produits de convolution d'une densité de partons, d'une section efficace partonique et de fonctions de fragmentation qui contiennent toute l'information relative à l'hadronisation des partons. Le traitement cohérent du calcul conduit à prendre une définition à l'ordre (NLO) de α_s, des densités de partons $f_q(x, Q^2)$ et des fonctions de fragmentation $d_q^h(x, Q^2)$. Ces dernières peuvent s'interprêter comme la densité de hadrons h produits lors de l'hadronisation du parton de type q.

Pour cette partie, on se référera aux articles [3, 4, 10, 11, 12, 13, 14, 15]. Dans dans cette partie, nous cherchons à évaluer la contribution à la production de di-jets à l'ordre α_s^2. Ainsi la section efficace que l'on recherche s'écrit :

$$\frac{d^2\sigma_{(2+1)-jets}}{dxdy} = \frac{d^2\sigma^{LO}}{dxdy} + \frac{d^2\sigma^{NLO}}{dxdy} \tag{1.11}$$

Les diagrammes à considérer au (NLO) sont de deux types. Ce sont soit des diagrammes présentant trois partons dans l'état final soit des diagrammes à deux partons dans l'état final mais ayant une correction virtuelle. Ces diagrammes comportant deux vertex en α_s supplémentaires contribuent par un terme d'interférence avec le diagramme à l'ordre de Born (LO). La contribution (NLO) s'écrit donc :

$$\sigma^{NLO} = \int_3 d\sigma^R + \int_2 d\sigma^V \tag{1.12}$$

où les indices R et V signifient respectivement "réel" et "virtuel". Les indices sous les intégrales désignent le nombre de partons sur lesquels on somme.

Nature des divergences

Les deux intégrales précédentes sont séparément divergentes bien que leur somme soit finie. Les différentes divergences qui apparaissent sont de trois types. On trouve tout d'abord des divergences ultraviolettes liées aux corrections virtuelles qui disparaissent grâce à la procédure de renormalisation. On trouve ensuite les divergences infrarouges et colinéaires comme dans le cas précédent. De manière à régulariser ces divergences, nous devons considérer des observables qui possèdent de bonnes propriétés. Ce sont des observables de type jet, c'est à dire des observables hadroniques qui sont sans divergence infrarouge ni divergence colinéaire. Dans le cas bien défini de telles quantités, la somme sur les différentes contributions cohérentes (réelles et virtuelles) conduit à une compensation des divergences infra-rouges. Les divergences colinéaires résiduelles sont alors factorisées dans les fonctions de fragmentation. Cette procédure permet alors de prédire des violations d'échelle pour ces fonctions. Il résulte de ceci que les sections efficaces de jets sont calculables ordre par ordre en théorie de perturbation. Toutes la dépendance dans la physique à longue distance est contenue dans les densités de partons ou dans les fonctions de fragmentation.

Calcul des sections efficaces exclusives au niveau partonique

Le calcul analytique de diagrammes à grand nombre de partons dans l'état final est très rapidement impossible du fait de la nature complexe de l'espace de phase multi-partons. Cependant, on peut espérer utiliser des méthodes numériques. Néanmoins, la présence de deux types d'intégrale (une sur les degrés de liberté de deux partons et l'autre sur ceux associés à trois partons) dans l'expression de σ^{NLO} implique deux intégrations indépendantes. Comme chaque intégrale est divergente, cette méthode ne marche pas. Pour résoudre ce problème, il faut faire un effort important. Ce travail théorique a été abordé par R.K. Ellis, D. A. Ross et A.E. Terrano [16] puis généralisé par S.Catani [15]. Nous présentons maintenant cette approche.

la procédure de soustraction

L'idée est de remplacer les deux intégrales précédentes par deux intégrales convergentes. On essaie donc de construire un terme que l'on va ajouter et soustraire de manière à compenser les divergences dans les deux intégrales en même temps. Cela n'est pas réellement une double difficulté car la somme des deux intégrales étant finie, la régularisation de l'une impose la régularisation de l'autre. La section efficace s'écrit alors :

$$\sigma^{NLO} = \int_3 \left[d\sigma^R - d\sigma^A \right] + \int_3 d\sigma^A + \int_2 d\sigma^V \tag{1.13}$$

On s'intéresse à la première intégrale correspondant au terme de production réelle. Il faut donc construire une quantité $d\sigma^A$ qui ait exactement les divergences de $d\sigma^R$. La construction d'une telle quantité est décrite par Catani dans la référence cidessus. Il montre en particulier que la quantité $d\sigma^A$ qu'il construit permet toujours de découpler l'intégration sur les variables cinématiques d'un parton ce qui permet d'écrire de manière très générale :

$$\sigma^{NLO} = \int_3 \left[d\sigma^R - d\sigma^A \right] + \int_2 \left[d\sigma^V + \int_1 d\sigma_A \right] \tag{1.14}$$

La procédure pour construire la quantité σ^A est basée sur les graphes à l'ordre de Born. Catani prouve que l'on peut écrire :

$$d\sigma^A = \sum_{dip\hat{o}les} d\sigma^{Born} \otimes dV_{dip\hat{o}les} \tag{1.15}$$

où $\otimes$ dénote une convolution proprement définie sur l'espace des phases et où les $dV_{dip\hat{o}les}$ sont des facteurs universels complètement indépendant des détails du processus et qui peuvent être calculés une fois pour toutes. Chaque contribution liée à un “dipôle” peut se comprendre de la manière suivante. Chaque configuration est obtenue en deux étapes : une configuration à 2 partons est tout d'abord produite puis l'un de ces partons se désintègre en deux partons (le dipôle). Ce processus en deux étapes conduit à la factorisation de l'expression précédente.

Finalement, on peut écrire :

$$\int_3 d\sigma^A = \sum_{dip\hat{o}les} \int_2 d\sigma^{Born} \times \int_1 dV_{dip\hat{o}le} = \int_2 \left[d\sigma^B \otimes I \right] \tag{1.16}$$

où le facteur universel I est défini par :

$$I = \sum_{dip\hat{o}les} \int_1 dV_{dip\hat{o}le} \tag{1.17}$$

La section efficace (NLO) s'écrit alors:

$$\sigma^{NLO} = \int_3 \left[d\sigma^R - \left(\sum_{dip\hat{o}les} d\sigma^{Born} \otimes dV_{dip\hat{o}le} \right) \right] + \int_2 \left[d\sigma^V + d\sigma^{Born} \otimes I \right] \tag{1.18}$$

Les deux intégrales sont maintenant convergentes et on peut donc utiliser celles-ci pour écrire un Monte-Carlo capable de calculer les prédictions théoriques de productions de di-jets. De manière effective, on tirera des événements Monte Carlo dont on calculera le poids et auxquelles on appliquera le critère de resolvabilité sur les partons obtenus afin de calculer la prédiction NLO pour un certain algorithme de jet et un certain schéma de recombinaison. Les références données en tête de section contiennent des exemples de calculs avec cette approche pour divers algorithmes de jets.

Il existe également une autre approche, dite “phase space slicing”, pour régulariser les divergences [17] mais elle nécessite une redéfinition [3, 13] des densités de partons (par rapport à celles de la librairie PDF). Cette méthode consiste à isoler les zones de divergences dans l'espace des phases par des coupures. A priori ce découpage est arbitraire et seule la stabilité des calculs permet de définir les meilleures coupures. Les calculs précédents justifient la méthode car on sait que les divergences se compensent à termes. Les deux programmes Monte Carlo que l'on peut actuellement utiliser et qui permettent des sections efficaces de production de mono et di-jet sont DISENT [18] et MEPJET [19]. Le premier, écrit par Catani et Seymour, est basé sur la méthode que nous avons détaillée ci-dessus et a été utilisé pour étudier la production de di-jets dans les collisions de diffusion profondément inélastiques à HERA [20, 21]. Le second programme est basé sur la seconde méthode de régularisation. De manière effective, ce programme utilise un cône de coupures théoriques et l'intégration se fait entre ce cône et le "cône" beaucoup plus large défini par l'algorithme de jet que l'on considère. On vérifie lors de l'utilisation que les prédictions ne dépendent pas du cône minimum considéré.

Chapitre 2

Les jets dans l'état final diffractif à HERA

«Il faut toujours avoir deux idées :
l'une pour tuer l'autre.»
G. Braque.

Après avoir discuté de l'intérêt d'étudier les di-jets dans l'état final diffractif à HERA, nous décrirons dans ce chapitre les différentes approches théoriques qui permettent de prédire la section efficace de production de di-jet à HERA.

2.1 Motivations pour étudier la production diffractive de di-jet

2.1.1 Collision dans le centre de masse du proton au repos, structure du photon

On considère ici les collisions photon-proton à petit x. Quand on se place dans le référentiel où le proton est au repos, le temps de vie d'une fluctuation du photon en une paire $q\bar{q}$ [22, 23] où les quarks sont sur leur couche de masse est, avec les notations standard de la diffusion profondément inélastique (DIS), :

$$\Delta t \sim \frac{1}{xM_p} \tag{2.1}$$

A petit x, ce temps est long. On peut donc considérer que l'image dominante dans ce référentiel est celle d'un photon qui fluctue en un hadron H.

Il convient donc de se demander qui de la contribution directe ou de la contribution résolue du photon va dominer la section efficace ep. On peut également se poser la même question dans le cas de la diffraction.

Il est intéressant de comparer le comportement en Q^2 de ces deux types d'interaction. La table (2.1) résume les comportements en Q^2 pour les deux types de processus dans le cas DIS et DDIS [24]. Dans ce type d'approche, on constate qu'en DIS, une fraction de physique "soft" contribue toujours à la section efficace observée. Les sections efficaces $\sigma^{direct,DIS}$ et $\sigma^{fluct.,DIS}$ contribuent au même ordre en Q^2. Par contre, en DDIS, la section efficace $\sigma^{fluct.,DDIS}$ domine et la quasi-totalité de la

DIS	$\sigma^{direct,DIS}$	$\frac{1}{Q^2}$	domine?
	$\sigma^{fluct.,DIS}$	$\frac{1}{Q^2}$	domine?
DDIS	$\sigma^{direct,DDIS}$	$\frac{1}{Q^4}$	ne domine pas
	$\sigma^{fluct.,DDIS}$	$\frac{1}{\mu^2 Q^2}$	domine

TAB. 2.1 – *Comportement en Q^2 des sections efficaces liées à l'interaction directe du photon ou à une de ces fluctuation $q\bar{q}$ dans le cas DIS et DDIS. μ^2 est l'échelle typique d'une fluctuation soft du photon en hadron et vaut de l'ordre de Λ_{QCD}.*

section efficace est liée à des processus “soft”. Ce constat va un peu à l'encontre des idées reçues qui postulent que la probabilité de fluctuation du photon baisse avec Q^2 croissant et qui laisserait supposer que la contribution douce tombe à grand Q^2. En fait, cet argument est valable mais ne constitue pas la totalité du phénomène. En effet, la section efficace $\sigma^{fluct.}$ résulte du produit de la probabilité pour le photon de fluctuer en un hadron H et de la section efficace hadronique Hp qui peut compenser la dépendance en Q^2 de la probabilité de fluctuation.

Dans ce cadre, il semble que l'analyse QCD de la fonction de structure diffractive ne soit que modérément pertinente puisque la section efficace diffractive est dominée par la physique "douce" hadron-hadron. Néanmoins, il peut être intéressant de mener à bien cette analyse de manière à voir quelle est la forme des densités de partons obtenues. Plus particulièrement, on peut ensuite utiliser ces densités de partons pour prédire, via un programme Monte Carlo, la section efficace de production de phénomènes perturbatifs comme la production de charme ou de jets. La comparaison avec les données permet alors de statuer sur la validité des calculs que nous venons de présenter et permettent de conclure sur l'importance relative des processus forts en diffusion profondément inélastique diffractive. De plus la recherche de di-jets, processus typiquement perturbatif, permet de tester l'universalité des densités de partons sur tout le domaine cinématique accessible à HERA, i.e. du régime de la photoproduction jusqu'au régime de la diffusion inélastique à grand Q^2. La statistique disponible dans les données de H1 prises en 1994 permet typiquement de couvrir des valeurs de Q^2 jusqu'à environ 100 GeV^2.

2.1.2 La production diffractive de di-jets : un processus calculable en QCD

Un des points forts de QCD est de pouvoir calculer la section efficace de production d'un processus dès qu'une échelle perturbative apparaît naturellement dans ce dernier. La production d'un di-jet dans l'état final hadronique est calculable dès que l'impulsion transverse $p_\perp$ de ces jets devient importante. L'échelle perturbative ${p_\perp}^2$ qu'on utilise alors garantit la pertinence du calcul. En particulier, les densités de partons, et tout particulièrement la densité de gluons, deviennent alors des grandeurs bien définies. Les processus de production de di-jets à l'ordre dominant sont liés à la densité de gluons via le processus de boson-gluon fusion (BGF) et à la densité de quarks via le processus de radiation Compton de QCD (QCDC). Ces deux processus sont présentés sur la figure (1.1).

2.1.3 Test de l'universalité des densités de parton du $\mathbb{P}$ extraites de l'analyse QCD de $F_2^{D(3)}$

Dans le contexte décrit ci-dessus, il apparaît clairement que la production de di-jets à grand $p_\perp$ est un processus calculable perturbativement dans tout le domaine cinématique accessible à HERA, de la photoproduction ($Q^2 = 0$) jusqu'à la diffusion profondément inélastique à grand Q^2. Dans ce cadre, on peut utiliser les densités de partons extraites lors de l'analyse QCD de la fonction de structure diffractive à la fois dans des Monte Carlo de photoproduction et de de diffusion profondément inélastique afin de faire une prédiction de la section efficace de di–jet. Le succès de ces prédictions à décrire les données mesurées à HERA constitue alors un test de l'universalité des densités de partons du $\mathbb{P}$.

2.2 Approches théoriques des di-jets diffractifs à HERA

Nous donnerons ici les idées fondatrices des différentes approches suivies pour calculer la section efficace de production de di-jets dans l'état final diffractif à HERA. Nous n'insisterons pas beaucoup sur les calculs qui sont souvent compliqués mais nous tâcherons cependant de donner les hypothèses simplificatrices qui permettent de mener à bien ces calculs. Pour l'instant, les calculs existants sont effectués dans tous les cas à l'ordre dominant (LO). Seule l'approche factorisable pourrait via une méthode Monte Carlo faire des prédictions à l'ordre NLO en utilisant la procédure décrite dans le premier chapitre de cette partie.

2.2.1 Approche d'un modèle de poméron factorisable

Dans ce type d'analyse, on suppose un poméron factorisable comme celui introduit dans l'analyse de la fonction de la structure diffractive $F_2^{D(3)}$ présentée dans le chapitre précédent (voir page 70). Les densités de quarks et de gluons résultant de l'ajustement QCD de cette dernière sont alors utilisées comme ingrédients aux calculs Monte Carlo des sections efficaces de productions de di-jet. On considère les mêmes diagrammes partoniques que ceux discutés au début de cette partie. Les diagrammes à l'ordre dominant (LO) sont présentés sur la figure (2.1). En utilisant, par exemple, le programme MEPJET [19] de E. Mirkes, on pourrait ainsi calculer la section efficace de production de di-jet dans QCD au LO (et même au NLO) avec l'algorithme de cône tel que nous l'avons utilisé dans l'analyse des données présentées dans cette thèse. Ce type d'approche n'a pas encore été étudiée.

2.2.2 Approche semi-classique de Büchmuller, Hebecker et McDermott

Dans cette approche de la production de di-jet, les auteurs considèrent le même type de processus que dans leur calcul de la fonction de structure plus des termes d'ordres supérieurs [25] présentés sur la figure (2.2). Le calcul des sections efficaces de production de di-jets n'est pas encore terminé à l'heure actuelle mais devrait être bientôt achevé.

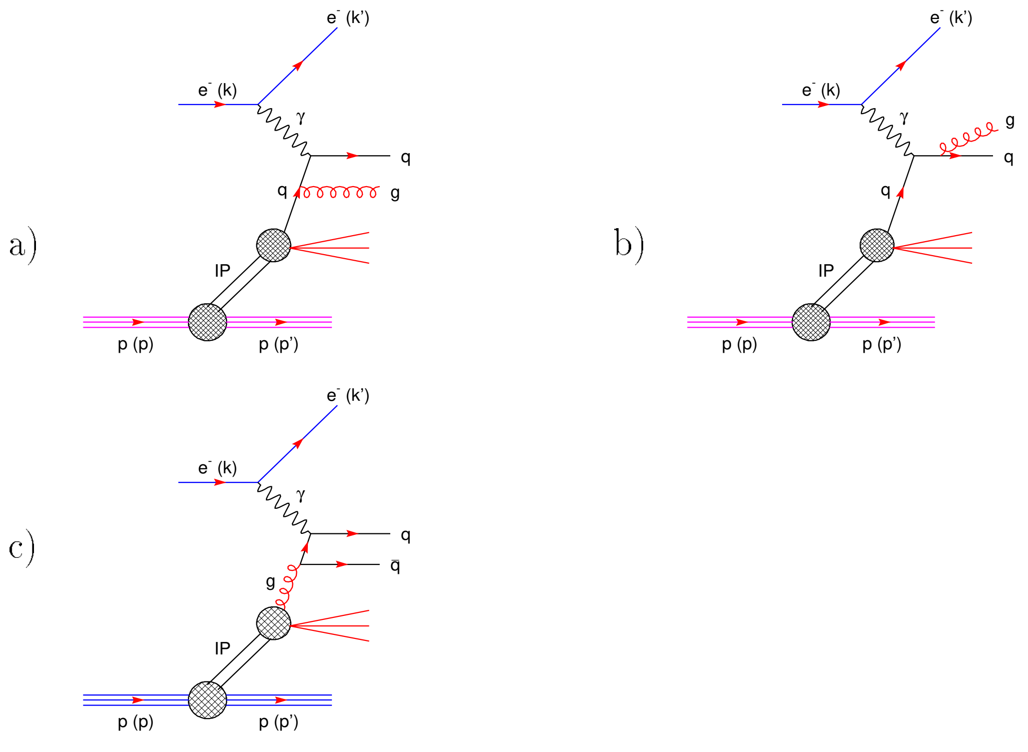


FIG. 2.1 – *Diagrammes considérés dans le calcul de production de di-jet à l'ordre dominant (LO) dans l'hypothèse d'un* $\mathbb{P}$ *factorisable.*

2.2.3 Approche de Bartels, Diehl, Ewers, Lotter et Wüsthoff

Dans ce modèle, les auteurs considèrent le calcul de la section efficace de production d'une paire $q\bar{q}$ (2 jets) dans la région de l'espace des phase où le $\mathbb{P}$ perturbatif est sensé dominer cette section efficace. La section efficace se décompose en deux contributions provenant des polarisations longitudinale et transverses du photon. On peut donc écrire la section efficace différentielle de production diffractive d'une paire $q\bar{q}$ ($\gamma^* + p \rightarrow q\bar{q} + p$) avec les notations usuelles déjà introduites précédemment, sous la forme :

$$\frac{d^5\sigma^{ep}}{dydQ^2dtdM_X^2dk_\perp{}^2} = \frac{\alpha}{yQ^2\pi}\left(\frac{1+(1-y)^2}{2}\frac{d\sigma_T^{\gamma^*p}}{dtdM_X^2dk_\perp{}^2} + (1-y)\frac{d\sigma_L^{\gamma^*p}}{dtdM_X^2dk_\perp{}^2}\right) \tag{2.2}$$

La masse M_X est ici la masse de la paire quark-antiquark et $k_\perp$ est le moment transverse du quark et de l'antiquark, l'axe des z étant défini par la direction du photon et du proton. Le calcul qui est fait dans la référence [26] est valable dans la région $X_{\mathbb{P}} << 1$ et $s >> Q^2$. La section efficace étant piquée à petit t les calculs sont menés à $t = 0$. Dans ce domaine, le $\mathbb{P}$ perturbatif est dominé par l'échange de deux gluons. On considère donc les diagrammes comme celui représenté sur la figure (2.3). En utilisant le théorème de K_t-factorisation, on peut écrire chacune des deux

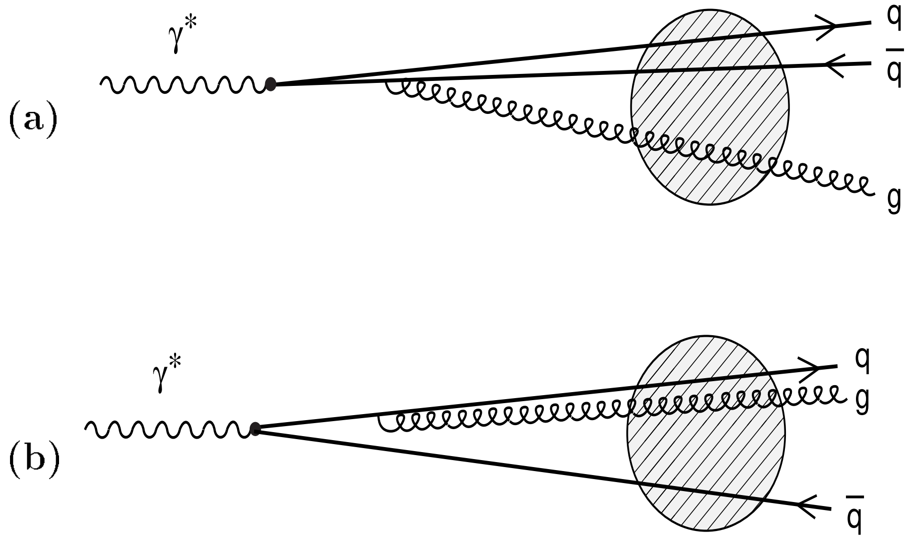


FIG. 2.2 – *Exemples de diagrammes d'ordre α_s décrivant l'approche de Buchmüller et Hebeker pour modéliser la production d'événements à grand intervalle de rapidité ayant deux jets dans l'état final hadronique.*

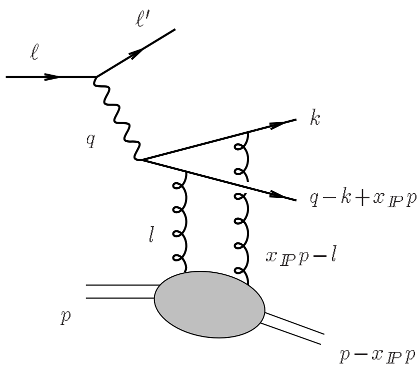


FIG. 2.3 – *Un des quatre diagrammes considérés pour la production de di-jet dans l'approche décrite dans le texte.*

contributions précédentes. Il vient alors :

$$\frac{d\sigma_T^{\gamma^* p}}{dt dM_X^2 d{k_\perp}^2|_{t=0}} = \sum_q e_q^2 \frac{\alpha\pi^2\alpha_s^2}{12} \frac{1}{M_X^4} \frac{(1 - \frac{2{k_\perp}^2}{M_X^2})}{\sqrt{1 - \frac{4{k_\perp}^2}{M_X^2}}} \Big(I_T(Q^2, M_X^2, {k_\perp}^2) \Big)^2 \tag{2.3}$$

et

$$\frac{d\sigma_T^{\gamma^* p}}{dt dM_X^2 d{k_\perp}^2|_{t=0}} = \sum_q e_q^2 \frac{\alpha\pi^2\alpha_s^2}{3} \frac{1}{Q^2 M_X^2} \frac{{k_\perp}^2}{M_X^2} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{4{k_\perp}^2}{M_X^2}}} \Big(I_L(Q^2, M_X^2, {k_\perp}^2) \Big)^2 \tag{2.4}$$

avec, en ne resommant que la contribution des logarithmes dominant $\log({k_\perp}^2 \frac{Q^2+M_X^2}{M_X^2})$:

$$I_T = \left[\frac{4Q^2M_X^4}{{k_\perp}^2(M_X^2+Q^2)^3} + b_t\frac{\partial}{\partial {k_\perp}^2}\right] X_{\mathbb{P}} f_g(X_{\mathbb{P}}, {k_\perp}^2\frac{Q^2+M_X^2}{M_X^2}) \tag{2.5}$$

et

$$I_L = \left[\frac{Q^2M_X^2(Q^2-M_X^2)}{{k_\perp}^2(M_X^2+Q^2)^3} + b_t\frac{\partial}{\partial {k_\perp}^2}\right] X_{\mathbb{P}} f_g(X_{\mathbb{P}}, {k_\perp}^2\frac{Q^2+M_X^2}{M_X^2}) \tag{2.6}$$

où f_g est la densité intégrée sur ${k_\perp}^2$ de gluons dans le proton et b_t est une fonction de Q^2 et M_X^2 obtenue dans le calcul. L'échelle $(Q^2+M_X^2)/M_X^2$ correspond physiquement à la virtualité du quark ou de l'anti-quark le moins dur. La formule précédente sous-estime la contribution des grandes masses M_X^2. Quand on essaie de les prendre en compte de manière plus exacte, on trouve finalement que les sections efficaces dues aux différentes polarisations du photon gardent la même dépendance dans la densité de gluons du proton. La section efficace est donc proportionnelle à la densité de gluons dans le proton au carré. Dans la référence [26], les auteurs ont calculé les sections efficaces pour certaines limites du domaine d'intégration et on donné la forme de la dépendance de celle ci dans certaines variables cinématiques comme ${k_\perp}^2$ ou β. La figure (2.5) présente sur le graphique de gauche la dépendance de la section efficace en fonction de β pour différentes valeurs de Q^2.

Ces calculs permettent également de prévoir [27] la dépendance de la section efficace en fonction de l'angle azimuthal Φ défini comme l'angle azimuthal entre l'un des jets et l'électron diffusé comme présenté sur la figure (2.4). La figure (2.5)

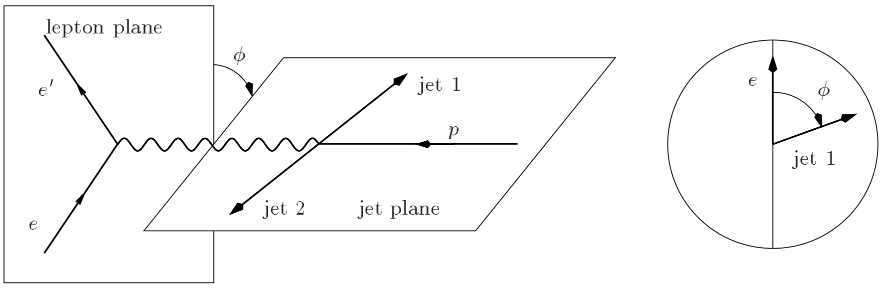


FIG. 2.4 – *Définition de l'angle azimuthal Φ discuté dans le texte.*

présente sur le graphique de droite l'évolution de la section efficace avec Φ pour le modèle calculé ci-dessus et montre les résultats de ce modèle, ceux résultant de l'échange d'un seul gluon (BGF) et ceux résultant d'une approche similaire mais où les gluons échangés ne sont pas perturbatifs. Cette dernière approche [28] utilise un modèle de $\mathbb{P}$ non perturbatif proposé par P. V. Landshoff et O. Nachtmann [29]. On voit une nette différence entre l'échange d'un gluon (BGF) et l'échange de deux gluons qui est liée aux propriétés de spin des éléments de matrice correspondant. Si les données montraient des caractéristiques propres à l'échange de 2 gluons, on

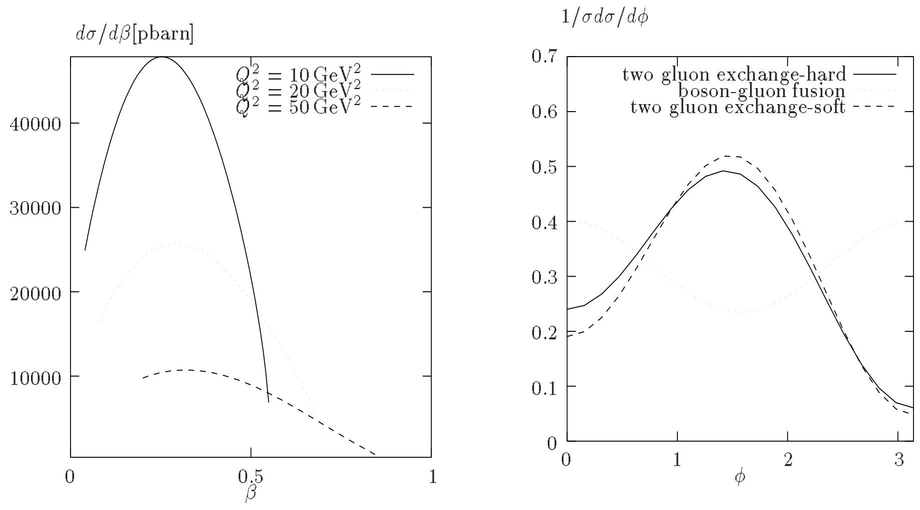


FIG. 2.5 – *Prévisions théoriques dans le cadre de ce modèle suivant trois hypothèses discutées dans le texte.*

disposerait alors d'un argument fort permettant d'invalider l'ajustement QCD de la fonction de structure diffractive avec des équations d'évolution DGLAP qui ne prennent pas en compte l'échange à plusieurs gluons.

2.2.4 Approche des dipôles

Il n'y a pas encore de prédiction pour la production de di-jet à grand ${p_\perp}^2$ dans ce modèle. Cependant cette approche est assez prometteuse pour pouvoir bientôt mener à bien de telles prédictions. En effet, dans ce modèle on peut prédire la densité de dipôles de couleur ayant un certain ${p_\perp}^2$ en prenant la transformée de Fourier dans l'espace des impulsions tranverses de l'équation (2.64). Le problème qui reste à éclaircir est le lien entre un dipôle de couleur de grande impulsion et les deux quarks libres qui en sortent pour constituer les jets.

Chapitre 3

Revue des algorithmes de jets

«Les hommes, d'habitude, voient les choses telles qu'elles sont et disent "pourquoi ?".
Je rêve de choses qui ne sont pas et je demande "pourquoi pas ?".»
R. Kennedy.

Dans ce chapitre, nous présenterons les différents algorithmes de jets qui sont utilisés en physique des particules en décrivant leurs principe et leurs caractéristiques. Dans un second temps, nous discuterons la notion d'algorithme de jet factorisable [30] en précisant son lien direct avec la théorie. On pourra trouver une étude comparative entre les différents algorithmes à HERA dans la référence [31]. Nous donnerons ensuite les éléments qui permettent de construire plusieurs types d'algorithmes de jet factorisables. Enfin, nous essaierons de présenter une approche théorique qui vise à terme à remplacer les algorithmes de jet usuels [32].

3.1 Les grandes familles d'algorithmes

Soit $\{p_i\}$ une collection de 4-vecteurs. Ces vecteurs peuvent être des agrégrats (clusters), des cellules ou des objets combinés. Un algorithme de jet est une méthode visant à attribuer ces vecteurs à des objets, les jets, dont les propriétés (masse, impulsion, ...) sont calculées à partir des moments de leurs 4-vecteurs associés. Cette démarche est motivée par la volonté de remonter au mécanisme partonique lors des collisions à grande énergie en essayant de reconstituer les informations cinématiques initiales altérées par le mécanisme de fragmentation des quarks. L'idée à la base de cette démarche est d'essayer de reconstituer l'impulsion d'un quark en collectant l'ensemble des hadrons issus de son hadronisation. On dénombre trois grandes classes d'algorithmes de jets :

• les algorithmes de type CONE [33]

Dans ce type d'algorithmes, on définit un cône de rayon $R = \sqrt{\Delta\eta^2 + \Delta\phi^2}$ dans le plan $\eta - \phi$ sur lequel on a distribué l'ensemble de la collection des quadri-vecteurs initiaux. En déplaçant le centre du cône dans le plan $\eta - \phi$ (en fait, le plan est discrétisé en une grille $\eta - \phi$), on compte un "jet" si la combinaison de tous les 4-vecteurs contenus dans le cône passe un critère de "jet" tel qu'une coupure en $p_\perp$

ou en énergie transverse. Deux paramètres déterminent le nombre de jets trouvés : la valeur du rayon du cône que l'on considère et la nature du critère précédent. De plus, la méthode utilisée pour combiner les 4-vecteurs (le schéma de recombinaison) dans le cône a également une influence sur le résultat final bien qu'habituellement cet effet soit très faible.

- les algorithmes de type DECO [34]

Dans ce type d'algorithmes, la répartition des quadrivecteurs initiaux se fait en minimisant une fonction topologique des ces vecteurs. On peut choisir plusieurs types de fonctions telles que la somme des masses des jets, la somme des masses au carré, la sphéricité de l'événement ou son "thrust", ... Ces algorithmes déterminent la configuration donnant la valeur minimum à la fonction choisie. Plutôt que d'essayer toutes les configurations possible, ce qui consommerait énormément de temps de calcul, on utilise des moyens mathématiques pour déplacer un vecteur pour passer d'une configuration donnée à une configuration plus favorable. Une fois la configuration optimale atteinte, on calcule en une fois les moments de jets associés. Un trait important dans ce type d'algorithmes est que l'on calcule la valeur de la fonction de test pour un nombre fixé de jets N. En fonction de la valeur de cette fonction, on décide ensuite si cette valeur est compatible avec une topologie à N jets.

- les algorithmes de type JADE [35, 36]

Contrairement aux algorithmes précédents, ces algorithmes de jet procèdent de manière itérative. La première étape consiste à calculer la distance $Y_{i,j}$ entre chaque couple de vecteurs (i, j) issu de la liste des 4-vecteurs initiaux. On compare alors la valeur minimale de ces distances Y_{i_0,j_0} à une certaine valeur de coupure Y_{cut}. Il y a alors deux résultats possibles :

- $Y_{i_0,j_0} \geq Y_{cut}$:

Ce cas correspond à la fin du processus d'agrégation ("clustering"), les jets finals sont constitués par la liste des 4-vecteurs à partir desquels ont été calculées les distances $Y_{i,j}$.

- $Y_{i_0,j_0} < Y_{cut}$:

Ici, les vecteurs p_{i_0} et p_{j_0} sont rassemblés en un unique vecteur suivant une procédure imposée par le schéma de recombinaison. Les deux vecteurs indicés i_0 et j_0 sont effacés dans la liste initiale et remplacés par un nouveau vecteur combinaison des deux premiers. On répète alors toutes les étapes précédentes avec la nouvelle liste. La valeur minimum $\min_{ij}(Y_{i,j})$ ainsi obtenue à la prochaine étape du processus sera alors plus grande que la précédente. Cette procédure se termine dès que la valeur Y_{cut} est atteinte. Cette condition de convergence constitue une contrainte sur la définition des distances et des schémas de recombinaison que l'on peut utiliser.

Le nombre final de jets trouvés par ce type d'algorithmes dépend d'une part de la définition de la distance et de la valeur du Y_{cut} et d'autre part du schéma de recombinaison désiré.

3.1.1 Choix d'une distance

Dans le processus du modèle des partons dans lequel un quark émet un gluon, la conservation de la quantité de mouvement impose en négligeant les masses :

$$p_{q_{in}} = p_{q_{out}} + p_g \tag{3.1}$$

et on a donc :

$$p_{q_{in}}^2 = m_q^2 = (p_{q_{out}} + p_g)^2 \simeq 2p_{q_{out}}p_g \simeq 2E_{q_{out}}E_g(1 - \cos\theta_{q,g}) \simeq 0 \tag{3.2}$$

Il apparaît donc que la masse invariante des deux vecteurs doit être faible s'ils sont les produits de la désintégration d'un quadri-vecteur initial. Ainsi, il est pratique de définir une distance entre les deux quadri-vecteurs (i, j) par :

$$d_{ij} = (p_i + p_j)^2 \simeq 2E_iE_j(1 - \cos\theta_{i,j}) \tag{3.3}$$

Cette distance doit avoir une faible valeur si les deux vecteurs sont issus de la désintégration d'un vecteur unique. Cette constatation est à la base des algorithmes de type JADE. Néanmoins, nous n'avons pas encore parfaitement défini une distance car les d_{ij} ont la dimension d'une énergie au carré. En divisant cette quantité par une grandeur de même dimension, appelée échelle d'énergie et notée : ξ^2 , on obtient une nouvelle définition de la distance :

$$Y_{i,j} = \frac{d_{ij}}{\xi^2} \tag{3.4}$$

Maintenant, il faut se pencher sur le choix de l'échelle ξ^2 que l'on va utiliser. Malheureusement, il n'y a pas de choix évident ou unique. Plusieurs schémas de recombinaison ont de fait été utilisés dans les analyses de physique. Néanmoins, il est naturel d'utiliser une échelle physique qui apparaît d'elle-même dans le processus physique. A HERA, les possibilités naturelles sont $W^2 = (p + q)^2$, la masse hadronique totale de l'événement, ou Q^2, le carré du moment du boson échangé.

Il sera possible à chaque physicien de choisir l'échelle de son choix parmi les différentes échelles décrites ci-dessous.

Les différentes distances couramment employées sont :

- $2\frac{E_iE_j}{\xi^2}(1-\cos\theta_{i,j})$: C'est la distance de l'algorithme de JADE standard. L'idée physique derrière cette distance est celle expliquée ci-dessus.
- $\frac{(p_i + p_j)^2}{\xi^2}$: C'est la distance de l'algorithme de jet JADE $E0$ et JADE $P0$. C'est la même distance que précédemment excepté que cette définition prend en compte la masse des objets qui constituent les jets.
- $\frac{8}{9}\frac{E_iE_j}{(E_i + E_j)^2}(1-\cos\theta_{i,j})$: c'est la distance de l'algorithme de JADE Geneva. La motivation physique derrière cette nouvelle distance est de prendre comme échelle d'énergie une énergie associée aux deux objets que l'on considère et non plus à la cinématique globale de l'événement. L'utilisation de cette distance améliore le traitement des particules de basse énergie dans la façon où elles sont assignées à un jet [40].

- $2\frac{\|\vec{p_i}\|\|\vec{p_j}\|}{\|\vec{p_i}+\vec{p_j}\|}\sin\frac{\theta_{ij}}{2}$: cette distance est celle de l'algorithme de LUCLUS. Certains théoriciens plaident contre l'emploi de cet algorithme car il est mal adapté aux calculs théoriques [41].

- $2\frac{min(E_i^2, E_j^2)}{\xi^2}(1-\cos\theta_{i,j})$: c'est la distance de l'algorithme de K_t que l'on appelle également algorithme de Durham. Cette approche amène également un gain dans le traitement des particules de basse énergie dans le processus d'agrégation (clustering).

3.1.2 Choix du schéma de recombinaison

Il y a plusieurs manières différentes pour combiner deux particules (p_i, p_j) en une particule unique (p). Cependant, il n'en existe qu'une seule qui soit covariante de Lorentz i.e. qui conserve la masse invariante de la particule combinée, c'est le schéma suivant :

$$p = p_i + p_j \tag{3.5}$$

Encore une fois, un large choix de schémas de recombinaison est disponible.

Au niveau expérimental, un schéma de recombinaison est toujours nécessaire pour constituer les jets. D'un point de vue théorique, aucun schéma de recombinaison n'est imposé par le calcul perturbatif à l'ordre dominant. C'est seulement à l'ordre supérieur que l'on a besoin de définir un critère de discernabilité entre deux partons afin de régulariser les divergences infrarouges. Néanmoins, à ce niveau n'importe quel schéma peut être utilisé. Un bon critère pour définir si un schéma de recombinaison est pertinent est de veiller à ce que les résultats finals ne dépendent que légèrement de celui-ci. On donnera un peu plus loin quelques arguments supplémentaires pour justifier le choix d'un schéma.

Les schémas les plus couramment utilisés sont :

- $p_k = p_i + p_j$: c'est celui de l'algorithme de JADE standard. Il conserve l'énergie totale et l'impulsion vectorielle. C'est le schéma qui vient naturellement à l'esprit quand on considère le calcul de la masse invariante d'une collection de quadri-moments (par exemple $W^2 = (p_1+p_2+p_3)^2 = ((p_1+p_2)+p_3)^2$). C'est également le schéma de recombinaison pour les algorithmes de Luclus, Durham et Geneva.

- $E_k = Ei + E_j$ et $\vec{p_k} = \frac{E_k}{\|\vec{p_i}+\vec{p_j}\|}(\vec{p_i}+\vec{p_j})$: c'est la distance de l'algorithme de JADE E0. Elle conserve l'énergie totale mais pas la quantité de mouvement.

- $E_k = \|\vec{p_k}\|$ et $\vec{p_k} = \vec{p_i}+\vec{p_j}$: c'est la distance de l'algorithme de JADE P0. Elle conserve la quantité de mouvement mais pas l'énergie totale.

- $E_k = Ei + E_j$ et $p_k = \sqrt{{E_k}^2 - (p_i+p_j)^2}\,\frac{\frac{E_i}{E_{tot}}\hat{p}_i + \frac{E_j}{E_{tot}}\hat{p}_j}{\|\frac{E_i}{E_{tot}}\hat{p}_i + \frac{E_j}{E_{tot}}\hat{p}_j\|}$: c'est la distance de l'algorithme de jet que nous allons étudier ci dessous.

3.1.3 Motivation pour choisir une distance et un schéma de recombinaison

Nous essayons de développer dans ce petit paragraphe quelques arguments pour motiver le choix d'une distance et d'un schéma de recombinaison.

Comme il n'y a pas de contraintes théoriques sur la manière de recombiner les quadrivecteurs pour faire des jets, on peut étudier l'effet du choix du schéma de recombinaison sur le calcul de certaines quantités physiques à comme des masses invariantes, des variables cinématiques, etc... La question à laquelle nous nous intéressons ici est la suivante : "Étant donnée une fonction f_1 de n 4-vecteurs, comment se transforme-t-elle en une fonction f_2 de $n-1$ vecteurs si on veut avoir $f_1 = f_2$ (f_1 peut être par exemple W^2, la masse invariante des n vecteurs.)?".

En 1995, des résultats très intéressants à propos des algorithmes de jet ont été discutés dans la référence [37] et des arguments intéressants donnant des éléments de réponse à la question précédente y sont présentés.

Quand on recherche des jets dans l'état final hadronique, c'est souvent afin d'essayer de reconstruire la cinématique du processus dur à partir du moment des jets reconstruits. Toutes les quantités auxquelles nous allons nous intéresser ici sont donc des fonctions des quadri-moments de l'état final hadronique.

Dans la référence [37], il est mis en exergue le rôle tout à fait spécifique joué par toute une classe particulière d'observables (au sens de la mécanique quantique) possédant des propriétés qui les rendent tout à fait intéressantes pour étudier la structure en jet de l'état final hadronique. Ces observables sont de la forme :

$$F(P) = \sum_{m=1}^{n} \epsilon_{i_1} ... \epsilon_{i_m} f_m(\hat{p}_{i_1}, ..., \hat{p}_{i_m}) \tag{3.6}$$

où ϵ_i et $\hat{p}_i$ sont respectivement la fraction d'énergie totale et la direction (un 3-vecteur unitaire) de la $i^{ème}$ particule de l'état final hadronique P composé de n particules. $[i_1, \ldots, i_m]$ représente n'importe quelle combinaison de m entiers parmi $[1, m]$ et f_m peut être n'importe quelle fonction différentielle symétrique. En supposant que toutes les particules sont de masse nulle, les observables $F(P)$ contiennent toute l'information physique liée à l'état final hadronique. On reconnaît aisément dans la forme précédente que les $F(P)$ sont des fonctions de corrélation entre les différentes particules p_i de l'état final hadronique. Toute quantité expérimentale (par exemple W^2), fonction des quadri-vecteurs $\{p_i\}$) de l'état final hadronique, peut être vue comme une fonction $F(P)$. Le développement de toute quantité fonction des $\{p_i\}$ en une somme pondérée des ϵ_i peut mathématiquement toujours être fait. Les coefficients sont alors seulement fonction des angles des p_i i.e. des $\hat{p}_i$. Une autre manière de justifier une telle décomposition est de remarquer qu'il est toujours possible de trouver un polynôme en $\{\epsilon_i\}$ qui interpole la fonction $F(P)$ de manière proche.

La propriété remarquable des fonctions $F(P)$ est leur "invariance par fragmentation". Cela signifie que si dans le calcul de la valeur d'une telle fonction on remplace un groupe de particules strictement colinéaires par une pseudo-particule se déplaçant dans la même direction et ayant une énergie égale à la somme des énergies de ces particules, la valeur de $F(P)$ ne change pas. Au delà de cette invariance exacte, il est très intéressant d'étudier l'invariance de telles quantités quand on remplace un ensemble de k particules $\{p_k\}$ par une pseudo-particule p dont le quadri-moment est calculé par une combinaison des p_k. C'est essentiellement ce qui se passe quand on utilise les jets pour reconstruire une quantité fonction de l'ensemble des moments de l'état final hadronique. La combinaison précédente peut formellement s'écrire :

$$p = \bigoplus_k p_k \tag{3.7}$$

Nous allons étudier plus précisément ce qui se passe lorsque que l'on considère la combinaison de seulement deux particules en une. Dans ce but, on considère la fonction suivante :

$$F(P) = \sum_i \epsilon_i f(\hat{p}_i) \tag{3.8}$$

Pour l'état final $P' = p \oplus P$, où on a isolé la contribution d'une particule particulière, les fonctions de corrélation peuvent s'écrire :

$$F(p \oplus P) = \epsilon f(\hat{p}) + \sum_i \epsilon_i f(\hat{p}_i) \tag{3.9}$$

Pour un état où deux particules sont isolées $P' = p_a \oplus p_b \oplus P$, les fonctions de corrélation s'écrivent alors :

$$F(p_a \oplus p_b \oplus P) = \epsilon_a f(\hat{p}_a) + \epsilon_b f(\hat{p}_b) + \sum_i \epsilon_i f(\hat{p}_i) \tag{3.10}$$

Pour avoir une idée sur l'effet du processus de l'agrégation de deux particules en une sur la valeur de F, essayons de calculer la différence entre les deux équations précédentes. On considère donc la quantité :

$$F(p_a \oplus p_b \oplus P) - F(p \oplus P) = \epsilon_a f(\hat{p}_a) + \epsilon_b f(\hat{p}_b) - \epsilon f(\hat{p}) \tag{3.11}$$

On suppose dans la suite que les angles entre chaque fragment et la particule combinée p sont petits. On peut donc faire un développement de Taylor de l'expression précédente en p_a et p_b autour de p en utilisant la formule :

$$f(\hat{p}_\alpha)_{\alpha=a,b} = f(\hat{p}) + \Delta\hat{p}_\alpha f'(\hat{p}) + \frac{1}{2}(\Delta\hat{p}_\alpha)^2 f''(\hat{p}) + \ldots \tag{3.12}$$

On arrive alors au résultat suivant :

$$\begin{aligned} F(p_a \oplus p_b \oplus P) - F(p \oplus P) &= (\epsilon_a + \epsilon_b - \epsilon) f(\hat{p}) \\ &+ (\epsilon_a \Delta\hat{p}_a + \epsilon_b \Delta\hat{p}_b) f'(\hat{p}) \\ &+ \frac{1}{2}[\epsilon_a (\Delta\hat{p}_a)^2 + \epsilon_b (\Delta\hat{p}_b)^2] f''(\hat{p}) \\ &+ \ldots \end{aligned} \tag{3.13}$$

(3.14)

Si on demande à ce que les deux premiers termes soient nuls, on obtient alors :

$$\begin{aligned} \epsilon &= \epsilon_a + \epsilon_b \\ \epsilon\hat{p} &= \epsilon_a \hat{p}_a + \epsilon_b \hat{p}_b \end{aligned} \tag{3.15}$$

Dans la seconde formule, la norme du vecteur $\hat{p}$ n'est plus unitaire. Ceci n'est en fait pas très important car les fonctions f ne dépendent que des variables angulaires des vecteurs $\hat{p}$. On a donc :

$$f(\hat{p}) = f(\lambda\hat{p}) \tag{3.16}$$

De plus, on peut évaluer une majoration de l'erreur sur la valeur de F provenant de l'utilisation de la pseudo-particule p. Il vient :

$$\left\| F(p_a \oplus p_b \oplus P) - F(p \oplus P) \right\| \leq \frac{1}{2}\left[\epsilon_a (\Delta\hat{p}_a)^2 + \epsilon_b (\Delta\hat{p}_b)^2\right] M_f \tag{3.17}$$

où $M_f \geq 0$ est le maximum de f''. Ce résultat peut alors se réécrire [37]:

$$\left\| F(p_a \oplus p_b \oplus P) - F(p \oplus P) \right\| \leq \frac{\epsilon_a \epsilon_b}{\epsilon}\left[1 - \cos\theta_{ab}\right] M_f \tag{3.18}$$

Cette expression fait tout à fait penser à la distance définissant les algorithmes de JADE et on peut donc imaginer construire un nouvel algorithme de jet avec la distance :

$$Y_{ij} = \frac{\frac{E_i}{E_{tot}} \frac{E_j}{E_{tot}}}{\frac{E_i + E_j}{E_{tot}}}\left[1 - \cos\theta_{ij}\right] \tag{3.19}$$

et le schéma de recombinaison :

$$\begin{aligned} E_k &= E_i + E_j \\ E_k \hat{p}_k &= E_i \hat{p}_i + E_j \hat{p}_j \end{aligned} \tag{3.20}$$

Cependant, nous devons encore faire face à deux petites difficultés résiduelles. Tout d'abord, la formule (3.20) définit un vecteur indiquant la direction de la pseudo-particule alors que nous voudrions avoir son moment puisque nous cherchons à faire des jets. En second lieu, nous devons faire face dans la réalité à des objets ayant une masse non nulle.

Les deux problèmes sont résolus en une seule étape. On renormalise tout d'abord le vecteur $\hat{p_k}$ en le rendant unitaire. Le 4-moment de la pseudo-particule est alors calculé en prenant en compte la masse invariante des deux vecteurs initiaux. On calcule ${m_{ij}}^2 = (p_i + p_j)^2$, et on extrait $\|\vec{p_k}\| = \sqrt{{E_k}^2 - {m_{ij}}^2}$.

On peut donc définir un nouveau schéma de recombinaison par :

$$\begin{aligned} E_k &= E_i + E_j \\ \vec{p_k} &= \sqrt{{E_k}^2 - (p_i + p_j)^2}\, \frac{\frac{E_i}{E_{tot}}\hat{p}_i + \frac{E_j}{E_{tot}}\hat{p}_j}{\|\frac{E_i}{E_{tot}}\hat{p}_i + \frac{E_j}{E_{tot}}\hat{p}_j\|} \end{aligned} \tag{3.21}$$

Ce résultat est une extension des résultats obtenus dans [37] et il serait intéressant de tester cette approche.

3.2 Algorithmes de jet factorisable

Dans cette section, les conséquences de la factorisation dans les collisions de diffusion profondément inélastique (DIS) sont décrites et leurs implications sur les algorithmes de jet sont discutées en suivant la référence [38].

L'importance de la factorisation en DIS est connue depuis longtemps [39]. La section efficace différentielle peut s'écrire comme une fonction de $x_{Bjorken}$, y, Q^2 et s de la manière suivante :

$$\frac{d^2\sigma}{dxdy} = \frac{2\pi\alpha^2 s}{Q^4}\Big\{\left[1+(1-y)^2\right]F_T(x,Q^2) + 2(1-y)F_L(x,Q^2)\Big\} \tag{3.22}$$

où F_L et F_T sont les fonctions de structure correspondant aux polarisations longitudinale et transverse du photon virtuel (on a dans les notations plus standard $F_T = 2xF_1$ et $F_L = F_2 - 2xF_1$). La factorisation implique que les fonctions de structure peuvent s'écrire :

$$F_P(x,Q^2) = \sum_i \int_x^1 d\eta \frac{x}{\eta} C_{P,i}\Big(\frac{x}{\eta}, \alpha_S(\mu^2), Q^2, \mu^2\Big) D_i(\eta,\mu^2) \tag{3.23}$$

où P décrit les états de polarisation $P = L, T$. $D_i(\eta,\mu^2)$ représente la distribution de la fraction d'impulsion longitudinale du proton η des partons de type i dans le hadron cible sondé à une échelle d'énergie μ^2. Quand les échelles Q^2 et μ^2 sont suffisamment importantes pour que les techniques de calculs perturbatifs s'appliquent, les coefficients $C_{P,i}(x_p = \frac{x}{\eta}, \alpha_S(\mu^2), Q^2, \mu^2)$ sont calculables en série de perturbation.

Contrairement aux fonctions coefficients, les densités de partons D_i sont intriséquement non perturbatives. Cependant, une fois mesurées à une échelle μ^2, elles sont universelles et peuvent être utilisées pour calculer n'importe quelle section efficace impliquant le hadron considéré pouvant se factoriser sous la forme précédente. De plus, ces fonctions peuvent être évaluées à partir de l'échelle μ^2 jusqu'à n'importe quelle échelle en utilisant les équations de Altarelli-Parisi.

Dans une analyse en jet de l'état final hadronique, la section efficace est divisée en plusieurs sections efficaces partielles correspondant à un nombre $n = 1, 2, \ldots$ de jets trouvés dans l'état final. On peut donc écrire :

$$\frac{d^2\sigma}{dxdy} = \sum_n \frac{d^2\sigma^{(n)}}{dxdy} \tag{3.24}$$

Cependant, si on ne fait pas attention au choix de l'algorithme de jet que l'on utilise, la forme la plus générale des sections efficaces partielles ne garantit pas la préservation de la propriété de factorisation. De manière à avoir un lien clair avec la théorie, on voudrait avoir une contribution de la forme :

$$\frac{d^2\sigma^{(n)}}{dxdy} = \frac{2\pi\alpha^2 s}{Q^4}\Big\{\left[1+(1-y)^2\right]{F_T}^{(n)}(x,Q^2,Y_{cut}) + 2(1-y){F_L}^{(n)}(x,Q^2,Y_{cut})\Big\} \tag{3.25}$$

La forme la plus générale pour $F_{P=L,T}^{(n)}$ s'écrit :

$$F_P{}^{(n)}(x, Q^2, Y_{cut}) = \sum_i \int_x^1 d\eta \frac{x}{\eta} C_{P,i}{}^{(n)}\Big(x, \eta, \alpha_S(\mu^2), Q^2, \mu^2, Y_{cut}\Big) D_i(\eta, \mu^2, Y_{cut}) \tag{3.26}$$

Comme précédemment, les densités de partons ne dépendent pas de n, i.e. du paramètre de l'algorithme de jet (le Y_{cut}). C'est une propriété tout à fait remarquable. Par contre, la dépendance en η et x_{Bj} des coefficients $C_{P,i}{}^{(n)}$ n'est pas nécessairement la même que celle des coefficients $C_{P,i}$. **En effet, les coefficients $C_{P,i}$ dépendent de η et x_{Bj} seulement via une dépendance en $x_p = \frac{x}{\eta}$.** Il est souhaitable de conserver cette propriété dans l'expression des sections efficaces partielles. On a un **algorithme de jet factorisable** quand les $F_P{}^{(n)}$ de ces dernières peuvent s'écrirent :

$$F_P{}^{(n)}(x, Q^2) = \sum_i \int_x^1 d\eta \frac{x}{\eta} C_{P,i}{}^{(n)}\Big(\frac{x}{\eta}, \alpha_S(\mu^2), Q^2, \mu^2, Y_{cut}\Big) D_i(\eta, \mu^2) \tag{3.27}$$

Ainsi, la propriété de factorisation d'un algorithme de jet dans les collisions ep implique deux choses :

• les sections efficaces partielles peuvent s'écrire de manière analogue à la section efficace résultante. Il ne doit donc y avoir aucune dépendance supplémentaire en y et Q^2 dans les coefficients des $F_P^{(n)}$ dans l'expression précédente.

• les coefficients $C_{P,i}{}^{(n)}$ doivent avoir les mêmes dépendances en x et η que les $C_{P,i}$, i.e. une dépendance en $x_p = \frac{x}{\eta}$.

Cette dernière propriété des coefficients perturbatifs est une propriété très importante de la diffusion profondément inélastique. En effet, les seuls vecteurs entrant dans le processus sont $\{q, \eta p\}$. Les seules quantités indépendantes et invariantes de Lorentz que l'on peut former à partir de ces vecteurs sont : $q^2 = -Q^2$, $\eta pq = \frac{\eta}{x_{Bj}}$ et $\eta p^2 \sim 0$. On a donc une section efficace qui ne dépend que du rapport $x_p = \frac{x}{\eta}$.

Cette propriété de la section efficace différentielle a donc une signification physique profonde et doit être préservée pour les sections efficaces différentielles partielles de production de jets. Ceci permet d'extraire des données des quantités physiques qui sont facilement comparables aux prédictions théoriques i.e. les $C_{P,i}{}^{(n)}$. En effet, comme nous voulons relier les partons du processus dur et les jets reconstruits dans l'état final hadronique et ensuite comparer les prédictions de QCD perturbatif avec les données, nous devons définir des quantités dont les dépendances sont formellement les mêmes au niveau des partons et dans les données. Ainsi, les sections efficaces de production de jets doivent être fonction de x_p tout comme les coefficients perturbatifs $C_{P,i}{}^{(n)}$.

De plus, de manière à définir une distance sans dimension entre deux 4-vecteurs $\{p_i, p_j\}$ de manière covariante, un 4-vecteur supplémentaire $\bar{p}$ est nécessaire pour définir l'échelle d'énergie qui permet d'écrire $y_{i,j} = \frac{(pi+pj)^2}{\bar{p}^2}$. Dans la référence [38], il est montré qu'un algorithme de jet n'est factorisable que si $\bar{p}$:

$$\bar{p} = x f(Q^2) p + g(Q^2) q \tag{3.28}$$

où p est le moment du proton et q le moment du photon échangé. f et g sont seulement des fonctions de Q^2. Ce résultat se généralise et impose que tout vecteur supplémentaire utilisé dans un algorithme de jet brise la factorisation s'il n'est pas de la forme précédente. Si on calcule maintenant le module au carré de $\bar{p}$, il vient :

$$\bar{p}^2 = g(f-g)Q^2 \equiv F(Q^2)$$

Il apparaît donc naturel de choisir l'échelle Q^2 dans les algorithmes de type JADE. Contrairement au choix de Q^2, celui de $W^2 = Q^2\frac{(1-x)}{x}$ ne correspond pas à la définition d'un algorithme de jet factorisable à cause de la dépendance en x non triviale de W^2.

La forme générale (3.28) des vecteurs impliqués dans la définition de l'algorithme de jet a plusieurs conséquences supplémentaires dont les plus importantes sont :

• Le référentiel dans lequel nous recherchons les jets doit également être de la forme (3.28). Ceci implique que ni le référentiel du laboratoire ni le référentiel $\gamma - p$, ni le référentiel $\gamma - \mathbb{P}$ considéré au cours de cette thèse pour étudier l'état final diffractif ne sont adéquats pour utiliser un algorithme de jet factorisable. L'un des référentiels les plus simples ayant les bonnes propriétés est le **référentiel de Breit** défini comme le référentiel au repos du vecteur $2xp + q$.

• Le vecteur somme des restes du proton, défini comme $(1-\eta)p$, n'est pas non plus de la forme souhaitée (3.28), il faut donc isoler ce vecteur de l'état final hadronique avant de rechercher les jets. Cependant, il n'est pas possible de réaliser cette isolation indépendemment de la reconstruction des jets. **Néanmoins, on peut essayer de reconstruire les jets et d'isoler les fragments du proton en une seule étape comme explicité ci dessous.**

La nouvelle procédure, utilisant une seconde distance, procède de la manière suivante :

- on calcule les deux distances pour l'ensemble des vecteurs dans la liste initale.

- on trouve le minimum de l'ensemble des distances. Si le minimum correspond à une distance entre vecteurs de la liste, on fait la même opération que précédemment et on recombine les deux particules correspondantes. Si au contraire la distance minimum correspond à une distance d'isolation, le vecteur correspondant est retiré de la liste.

- on recommence jusqu'à ce que la distance minimale soit inférieure à la distance de coupure.

Algorithme de JADE factorisable

L'algorithme de JADE factorisable utilise les deux distances suivantes :

• $Y_{i,j} = 2\dfrac{E_iE_j}{Q^2}(1-\cos\theta_{ij})$ comme distance entre les jets.

• $Y_{i,p} = \dfrac{2xE_iE_P}{Q^2}(1-\cos\theta_{ip})$ comme distance d'isolation des fragments du proton.

Algorithme de Kt factorisable

L'algorithme de Kt factorisable utilise les deux distances suivantes :

- $Y_{i,j} = 2\frac{min(E_i^2, E_j^2)}{Q^2}(1 - \cos\theta_{ij})$ comme distance entre les jets.
- $Y_{i,p} = \frac{2xE_iE_P}{Q^2}(1 - \cos\theta_{ip})$ comme distance d'isolation des fragments du proton.

3.3 Perspectives au delà des algorithmes de jet : La C-Théorie

Nous mentionnons ici l'existence d'une nouvelle approche complètement détaillée et discutée dans la référence [32]. Nous n'avons pas utilisée du tout cette approche pour l'analyse des données mais les concepts fondateurs de cette nouvelle approche nous semblent assez intéressants pour mentionner ici l'existence de cette approche qui constitue une perspective très intéressante pour le futur de l'analyse de l'état final hadronique dans les collisions à HERA, au LEP, au LHC et ailleurs.

Bibliographie

[1] B. R. Webber, *"QCD and Jet Physics"*, preprint SCAN-9410086.

[2] G. Sterman et S. Weinberg, *"Jets from Quantum Chromodynamics"*, Phys. Rev. Lett. **39**, 1436.

[3] J. G. Körner, E. Mirkes et G. A. Schuler, *"QCD jets at HERA I. $O(\alpha_s)$ Radiative Corrections to Electroweak Cross Sections and Jet Rates"*, Int. Journ. of Modern Physics **A**, Vol. 4, N^o. 7 (1989), 1781-1825.

[4] E. Mirkes et D. Zeppenfeld, *"Jet Production in Deep Inelastic Scattering"*, hep-ph/9511348.

[5] R.D. Pecei et R. Rückl, *"Energy Flow and Energy Correlations In Deep Inelastic Scattering"*, Nucl. Phys. **B 162**, (1980), 125-167.

[6] A. Méndez, *"QCD Predictions for Semi-Inclusive and Inclusive Leptoproduction"*, Nucl. Phys. **B 145**, (1978), 199-220

[7] G. Altarelli, R.K. Ellis et G. Martinelli, *"Large Perturbative Corrections to the Drell-Yann Process in QCD"*, Nucl. Phys. **B 157**, (1979), 461-497.

[8] A. Méndez et T.Weiler, *"QCD Predictions for Jet Tranverse Momentum in Leptoproduction"*, Phys. Lett. **83 B**, number 2, (1979).

[9] Ch. Rumpf, G. Kramer et J. Willrodt, *"Jet Cross Sections in Leptoproduction from QCD"*, Z. Physics **C**, Particles and Fields, **7**, (1981), 337-348.

[10] E. Mirkes et D. Zeppenfeld, *"Di-jet Production at HERA in Next-to-Leading Order"*, hep-ph/9604281.

[11] E. Mirkes et D. Zeppenfeld, *"NLO Corrections to Jet Cross Sections in DIS"*, hep-ph/9608201

[12] E. Mirkes et D. Zeppenfeld, *"Jet Production in Deep Inelastic Scattering at Next-to-Leading Order"*, hep-ph/9609274

[13] D. Graudenz, *"Next-to-Leading Order QCD Corrections to Jet Cross Sections and Jet Rates in Deeply Inelastic Electron Proton Scattering"*, hep-ph/9307311.

[14] F. Gutbrod, G. Kramer, G. Rudolph et G. Schierholz, *"Recombinaition Dependance of the $O(\alpha_s^2)$ Three-jet Cross-section in e^+e^- Annihilation"*, Z. Phys. **C**-Particles and Fields **35**, 543-549 (1987).

[15] S. Catani, M. H. Seymour, *"A General Algorithm for Calculating Jet Cross Sections in NLO QCD"*, preprint CERN-TH/96-29, mai 1996.

[16] R. K. Ellis, D. A. Ross et A. E. Terrano, Nucl.Phys. **B 178**, (1981), 421.

[17] Z. Kunst et D. E. Soper, Phys. Rev. **D 46**, (1992), 192.

[18] S. Catani, M. H. Seymour, CERN-TH/96-28, hep-ph/9602277 ;
S. Catani, M. H. Seymour, CERN-TH/96-29, hep-ph/9605323

[19] E. Mirkes et D. Zeppenfeld, preprint TTP95, MADPH-95-916, (1995), hep-ph/9511448.

[20] F. Squinabol, *"Mesure de la constante de couplage de l'interaction forte as par l'etude des jets dans l'experience H1"*, thèse de l'Université Paris XI (Orsay), (1997).

[21] G. Lobo, *"Extraction de la densite du gluon dans le proton a partir de la mesure du taux d'evts à (2+1) jets dans H1."*, thèse de l'Université Paris XI (Orsay), (1997).

[22] J. D. Bjorken, *"Hard diffraction and Deep Inelastic Scattering"*, Compte-rendu de la conférence "International Workshop on Deep Inelastic and Related Subjects", Eilat, Israël, 1994.

[23] H. Abramowicz, L. Frankfurt, M Strikman, *"Interplay of Hard and Soft Physics in small x Deep Inelastic Processes"*, Rapport DESY 95-047, mars 1995.

[24] Séminaire de B. Koppeliovitch donné à DESY en novembre 1996.
B. Koppeliovitch et B. Povh, *"Interplay of Soft and Hard Physics interactions in nuclear shaddowing at High Q^2 and Low x"*, Z. Phys. **A 356**, 467-470, (1997).

[25] W. Buchmüller, M.F. McDermott et A. Hebeker, *"Gluon Radiation in Diffractive Electroproduction"*, rapport DESY 96-126, SLAC-PUB-7204, (1996).

[26] J. Bartels, H. Lotter et M. Wüsthoff, *"Quark-Anitiquark Production in DIS Diffractive Dissociation"*, rapport DESY 96-026, ANL-HEP-PR-96-11, hep-ph/9602363, (1996).

[27] J. Bartels, C. Ewers, H. Lotter et M. Wüsthoff, *"Azimuthal Distribution of Quark-Anitiquark Production in DIS Diffractive Dissociation"*, rapport DESY 96-085, ANL-HEP-PR-96-39, hep-ph/9605356, (1996).

[28] M. Diehl, *"Azimuthal Angles In diffractive ep Collisions"*, CPTH-S472-1096, DAMTP-96-91, hep-ph/9610430, (1996).

[29] P. V. Landshoff et O. Nachtmann, Z. Phys. *C 35*, (1987), 405.

[30] B. Laforge, *"QJJADE : a new jet algorithm routine for H1PHAN "*, note interne **H1-03/96-473** de la collaboration H1.

[31] P.N. Burrows, G. Ingelman et E. Ros, *"Jet reconstruction and jet properties at HERA"*, Z. Phys. **C**-Particles and Fields **39**, 257-267, (1988).

[32] F. V. Tkachov, *''Measuring Multijet Structure of hadronic Energy Flow or What is a jet''* FERMILAB-PUB-95/191-T, hep-ph/9601308, 19 janvier 1996.

[33] G. Arnison et al., Phys. Lett. 123B (1983) 115.

[34] G.Knies, A.Valkarova, H1 note H1-12/92-257.

[35] W.Bartel et al., JADE Collaboration, Z.Physics C33 (1986) 23 ;
S.Bethke et al., JADE Collaboration, Phys. Lett. B213 (1988) 235.

[36] S.Catani, Yu.L. Dokshitzer, B.R.Webber, Phys. Lett. 285B (1992) 291.

[37] Fyodor V.Tkachov, An "Optimal" Jet Algorithm, Nordita preprint-95/14.

[38] B.R.Webber, Factorization and Jet Clustering Algorithms for Deep Inelastic Scattering, CERN-TH.6871/93.

[39] A.H.Mueller, Phys. Rev. D 18 (1978) 3705 ;
S.B. Libby and G.Sterman, Phys. Rev. D 18 (1978) 1737;
D. Amati, R. Petronzio, Nucl. Phys. B175 (1980) ;
R.K.Ellis, H. Georgi, M. Machacek, H.D. Politzer and G.G Ross, Nucl. Phys. B152 (1979) 285.

[40] S.Bethke, Z.Kunszt, D.E.Soper, W.J.Stirling, Nucl. Phys. B 370 (1992) 310-334

[41] Michel Devel, Thèse de l'Université de Paris-Sud, Mai 1992, p.95. (LAL 92-21)

Troisième partie

Le dispositif expérimental

Chapitre 1

Le collisionneur HERA

«Hera's marriage was founded in strife with Zeus and continued in strife. Zeus courted her unsuccessfully. He then turned to trickery, changing himself into dishevelled cuckoo. Hera feeling sorry for the bird held it to her breast to warm it. Zeus then resumed his normal form and taking advantage of the surprise he gained, raped her. She then married him to cover her shame. »
Mythe Grec.

Dans ce chapitre est présentée toute l'infrastructure expérimentale mise en oeuvre pour étudier les collisions électron-proton à DESY. Dans un premier temps, le collisionneur HERA sera décrit en insistant sur ses principales caractéristiques. Nous détaillerons le détecteur H1 dans le chapitre suivant.

1.1 L'implantation de HERA

Le collisionneur HERA (Hadron Electron Ring Anlage) a été construit dans le complexe scientifique de DESY (Deutsches Elektronen SYnchrotron) à Hambourg qui regroupe des compétences multiples en physique des accélérateurs, en physique expérimentale et en physique théorique. C'est un collisionneur électrons (positons) - protons qui dispose de deux accélérateurs indépendants fournissant respectivement un faisceau de protons de 820 GeV et un faisceau d'électrons (positons) de 27.5 GeV.

L'accélération des particules est faite par une chaîne d'accélérateurs successifs. Ainsi les électrons et les protons sont d'abord accélérés par des pré-accélérateurs linéaires (LINAC) et circulaires (DESY II, DESY III) (voir fig. 1.1). Finalement, les électrons et les protons sont injectés dans HERA à la sortie de l'accélérateur PETRA avec des énergies respectives de 12 et 40 GeV (voir fig. 1.1). Les deux anneaux de HERA sont disposés dans un tunnel souterrain quasi-circulaire de 6.3 km de circonférence situé à environ 20m sous le niveau du sol. Les particules sont guidées par un ensemble très important d'aimants. On trouve en effet 406 aimants dipolaires et 564 aimants quadrupolaires pour l'anneau où circulent les électrons, et pas moins de 416 aimants dipolaires et 250 aimants quadrupolaires supraconducteurs pour l'anneau de protons. L'accès au dispositif se fait par quatre puits qui débouchent sur des sections droites des accélérateurs. C'est au fond de ces puits que sont construits

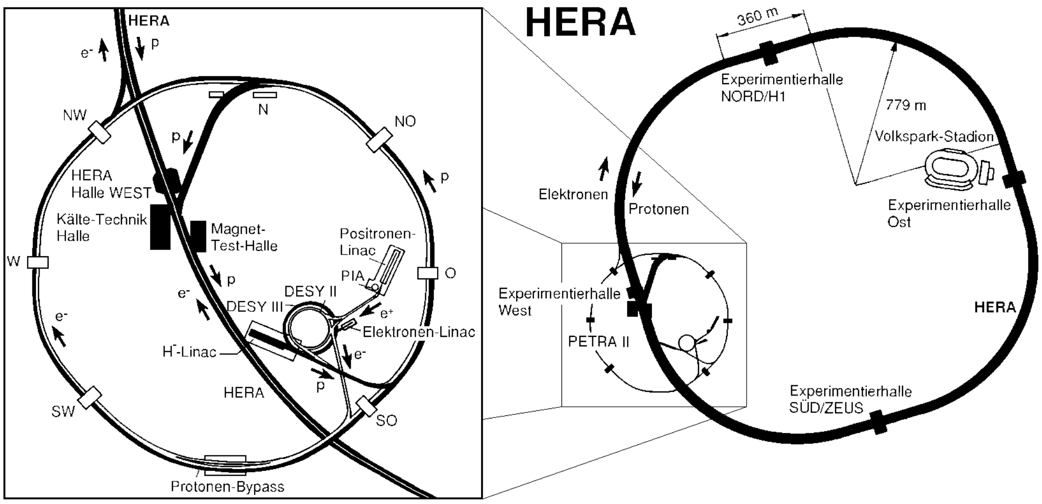


FIG. 1.1 – *Plan général de HERA et de son système injecteur*

les halls expérimentaux qui accueillent les différentes expériences. Sur les quatre sites potentiels, trois sont actuellement occupés. L'expérience H1 est installée dans le hall nord, l'expérience ZEUS se trouve dans le hall sud tandis que la dernière installée, l'expérience HERMES, est montée dans le hall est. Le hall ouest doit, quant à lui, accueillir prochainement l'expérience HERA-B. La longueur des sections droites où sont installées les expériences est de 360m.

Seules les deux premières expériences utilisent le mode collisionneur de HERA. HERMES utilise seulement le faisceau d'électrons polarisés pour le faire interagir sur une cible fixe (en fait un jet de gaz) dont les protons sont également polarisés. Des rotateurs de spin installés de part et d'autre de la région d'interaction permettent d'obtenir des polarisations longitudinales. Cette expérience se propose d'étudier les collisions entre un faisceau d'électrons polarisés et des protons afin de mesurer les fonctions de structure polarisées du proton.

L'expérience HERA-B propose l'étude de la physique des saveurs lourdes, et plus particulièrement de la physique du quark b (violation de CP dans le système $B_0 - \bar{B}_0$, spectroscopie, propriétés de l'hadronisation, ...). Elle utilise les protons du halo du faisceau de protons pour les faire interagir sur une cible fixe (un fil).

Les expériences H1 et ZEUS couvrent à peu près les mêmes domaines de physique avec des détecteurs très différents. Ceci devrait permettre d'avoir une vérification croisée des résultats expérimentaux ainsi qu'une complémentarité dans certaines analyses tirant partie de telle ou telle spécificité de l'un ou de l'autre détecteur.

1.2 Les caractéristiques du collisionneur HERA

Les premières expériences de diffusion inélastique lepton-proton ont été entreprises à la fin des années soixantes par R.E. Taylor et ses collaborateurs sur cible fixe à SLAC. Ces expériences ont imposé le modèle des quarks introduit par Gell-

TAB. 1.1 – *Paramètres nominaux de la machine HERA*

	Électrons	Protons
Énergie (GeV)	30	820
Énergie d'injection (GeV)	12	40
Fréquence R.F. (MHz)	499.776	52.033/208.13
Puissance R.F. (MW)	13.2	1.
Extension spatiale du faisceau σ_x (mm)	0.26	0.29
Extension spatiale du faisceau σ_y (mm)	0.02	0.07
Extension spatiale du faisceau σ_z (mm)	8	110
Champ magnétique (T)	0.165	4.68
Nombre de paquets	210	210
Séparation entre deux paquets (ns)	96	96
Nombre de particules par paquet ($\times 10^{11}$)	80	210
Intensité du faisceau (mA)	60	160
Énergie d'injection (GeV)	12	40
Temps de remplissage (mn)	15	20
Luminosité ($cm^{-2}.s^{-1}$)	$1.5\ 10^{31}$	
Luminosité intégrée par an (pb^{-1})	50	
points d'interaction	4	

Mann et Feynmann en observant, entre autres, l'invariance d'échelle de la fonction de structure F_2 du proton. La construction du collisionneur HERA s'inscrit dans toute une lignée d'expériences de diffusion inélastique qui ont suivi celles de SLAC.

Contrairement à tous les accélérateurs employés précédemment pour faire des collisions sur cible fixe, le mode collisionneur a été choisi pour HERA de manière à mieux utiliser l'énergie des faisceaux. Cette évolution a été rendue possible par de nombreux progrès technologiques en physique des accélérateurs dans le sillage de SPEAR, des ISR,de DORIS, de PETRA, ou encore CLEO. Ainsi, l'énergie dans le centre de masse accessible à HERA avec des faisceaux de protons de 820 GeV et d'électrons de 27.5 GeV est de $\approx$ 300 GeV. Pour atteindre la même énergie dans le cas d'une expérience sur cible fixe, il faudrait un faisceau d'électrons de 50 TeV ! C'est donc un tout nouveau domaine cinématique qui est rendu accessible grâce à HERA. La résolution spatiale obtenue à HERA, représentant l'échelle à laquelle on sonde la matière, est de l'ordre de $10^{-18}m$.

Dans les tableaux (1.1, 1.2) sont rassemblées les valeurs nominales prévues pour l'accélérateur HERA ainsi que les caractéristiques effectives de la machine en 1994 et 1995.

1.2.1 L'anneau à électrons (positons)

L'anneau à électrons est constitué d'aimants conventionnels et d'un ensemble de cavités radio-fréquence (R.F.) classiques et supraconductrices. L'énergie des électrons (positons) actuellement accessible est limitée à 27.5 GeV par la puissance R.F. disponible. Ce même système R.F. permet également de compenser la perte d'énergie des électrons par rayonnement synchrotron. Du fait de la faible masse de

	94			95	
	Positons	Électrons	Protons	Positons	Protons
Énergie (GeV)	27.5	27.5	820	27.5	820
Luminosité maximum ($cm^{-2}.s^{-1}$)	4.3 10^{30}	2.6 10^{30}		6.10^{30}	
Intensité typique (mA)	17.	7.7	41.0	17.	41.0
Luminosité intégrée par an (pb^{-1})	4.98			3.9	
points d'interaction équipés	2			3	

TAB. 1.2 – *Paramètres de la machine HERA obtenus en 1994 et 1995*

l'électron devant celle du proton, cette perte d'énergie est importante pour le faisceau d'électrons alors qu'elle est négligeable pour le faisceau de protons. Ceci explique la différence des puissances R.F. fournies aux différents faisceaux (voir tableau 1.1).
Le faisceau est naturellement polarisé transversalement, ce qui est intéressant pour étudier les fonctions de structure polarisées du proton ainsi que les propriétés de l'interaction faible. En 1994, la polarisation transverse maximum était de l'ordre de 60 %. En 1995, avec l'arrivée de l'expérience HERMES, des rotateurs de spin ont été installés, permettant d'obtenir une polarisation longitudinale le long de la direction du faisceau. La polarisation obtenue en 1995 a été d'environ 65%.

1.2.2 L'anneau à protons

L'anneau à protons se compose de dipôles et de quadrupôles supraconducteurs. Les dipôles ont été fabriqués par les industries allemande et italienne. Les quadrupôles ont été conçus par le C.E.A. (Saclay) qui en a fait l'étude et réalisé les prototypes. La production en série a été effectuée par les industries allemande et française. D'autre part, pour produire la quantité d'hélium liquide nécessaire au refroidissement des éléments magnétiques, la plus grande centrale de liquéfaction d'Europe a été construite sur le site de DESY.

1.2.3 Temps de croisement des faisceaux

Une des caractéristiques majeures de HERA est le faible temps qui sépare deux interactions. Ce dernier, de 96 ns -représentant une distance d'environ 29 m entre deux paquets -, permet d'atteindre une luminosité élevée mais apporte beaucoup de contraintes sur les temps de réponse des détecteurs et sur les systèmes d'acquisition de données. A titre de comparaison, le temps de croisement du LEP est de 22 μs. Cette caractéristique de HERA préfigure celles du LHC au CERN ou de l'expérience BaBar (Standford, USA) qui auront respectivement des temps de croisement de 25 et 4 ns. La luminosité accumulée par HERA est présentée sur la figure (1.2). En cours d'année 1994, le faisceau d'électrons a été remplacé par un faisceau de positons permettant d'accéder à une plus grande luminosité. Ceci est dû au fait qu'un faiceau de positons repoussent les ions positifs créés par les pompes à vide qui assurent le vide dans le tube faisceau alors qu'un faisceau d'électrons les attire et interagit avec eux. Ainsi le temps de vie d'un faisceaux de positons est sensiblement plus long que celui d'un faisceau d'électrons.

On notera que deux valeurs de fréquences sont données dans la table (1.1) pour le faisceau de protons. Elles correspondent à deux modes de fonctionnement des cavités RF. Lors de l'injection dans HERA les paquets de protons sont assez étalés longitudinalement, on utilise alors la première radio-fréquence à 52 MHz (96 $ns \iff$ 10.4 MHz) pour les accélérer et leur donner une taille longitudinale plus faible. On utilise ensuite la radio-fréquence 208 MHz pour encore diminuer la taille longitudinale du faisceau. Cependant, cette dernière opération coupe un petit peu les paquets et donne naissance à des paquets satellites. Une bonne introduction à la physique des accélérateurs peut être trouvée dans la référence [1]. Des détails plus précis sur le synchrotron HERA sont disponibles dans la référence [2].

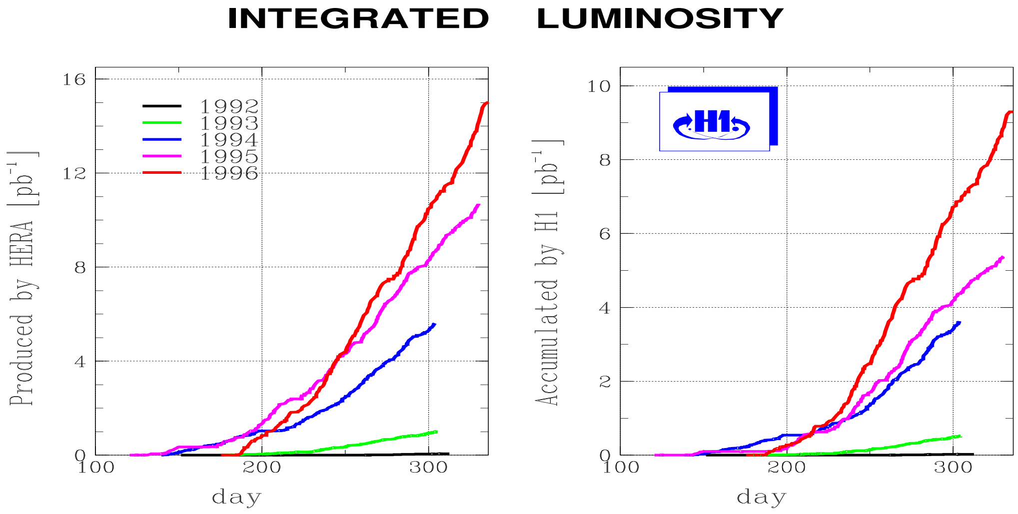


FIG. 1.2 – *Luminosité délivrée par HERA et accumulée par H1 depuis la mise en service de la machine*

1.2.4 Le futur de HERA

Il est prévu d'augmenter la luminosité accessible à HERA en deux phases. La première concerne une modification légère de l'accélérateur et une optimisation de l'optique des faiceaux. Elle devrait permettre une augmentation de la luminosité d'environ un facteur 2. La seconde étape permettra également une augmentation d'un facteur 2 mais imposera de profondes modifications des détecteurs. En effet, des aimants dipolaires devront être disposés à faible distance du point d'interaction afin de conserver des faisceaux étroits. Les détecteurs devraient ainsi perdre une partie importante de leur acceptance vers l'avant, ce qui condamnera toute étude de la physique diffractive à HERA. Cette dernière étape est encore en discussion à l'heure actuelle [3].

Lorsque les expériences de collisions $e-p$ non polarisées seront achevées à HERA, il est prévu d'utiliser HERA pour étudier d'autres types de physique. A l'heure actuelle, le choix entre les différentes options possibles n'est pas encore fait. Les physiciens hésitent encore entre des collisions $e-p$ polarisées destinées à étudier la structure du spin du nucĺeon dans un domaine cinématique encore jamais couvert (mesure des fonctions de structure polarisées du proton à petit x, de la densité de gluons polarisés) et des collisions $e-noyau$ qui permettraient également d'accéder à un domaine de physique inconnu à de telles énergies [4].

Chapitre 2

L'expérience H1

«Rien ne se crée, rien ne se perd, tout se transforme.»
Lavoisier.

2.1 Introduction

La collaboration H1 rassemble environ 500 physiciens venant de 39 laboratoires originaires de nombreux pays (Allemagne, Royaume-Uni, Belgique, France, Pologne, Etats Unis, Slovaquie, Suède, Russie, Tchéquie, Italie, Suisse).

2.2 Le détecteur H1

Dans ce chapitre, nous décrivons les différents éléments constituant le détecteur H1 en insistant sur les contraintes générales imposées par la physique étudiée à HERA ainsi que le rôle spécifique de chacun des sous-détecteurs. Le lecteur trouvera de plus amples informations dans la référence [5].

2.2.1 Considérations générales

L'expérience H1 a été optimisée pour assurer la meilleure mesure possible des événements de diffusion profondément inélastique $e-p$ dont l'état final se caractérise par un électron diffusé le plus souvent à grand angle et un système de particules hadroniques compensant l'électron en impulsion transverse. La seule mesure de l'électron (mesure inclusive) permet de remonter à des quantités très importantes de la théorie. Ainsi, le détecteur H1 a été élaboré dans la perspective d'avoir la meilleure identification possible des électrons ainsi qu'une bonne mesure de leur énergie. De plus, afin d'étudier les interactions impliquant l'échange d'un boson chargé, le détecteur H1 doit être capable de mesurer l'énergie manquante (due le plus souvent aux neutrinos qui n'interagissent pas ou très peu dans les détecteurs). Ceci implique la nécessité d'une grande herméticité globale de l'ensemble instrumental.

Un schéma général du détecteur H1 est présenté sur la figure (2.1). Cette figure donne également la définition du repère d'axes de référence que l'on considère dans l'expérience H1.

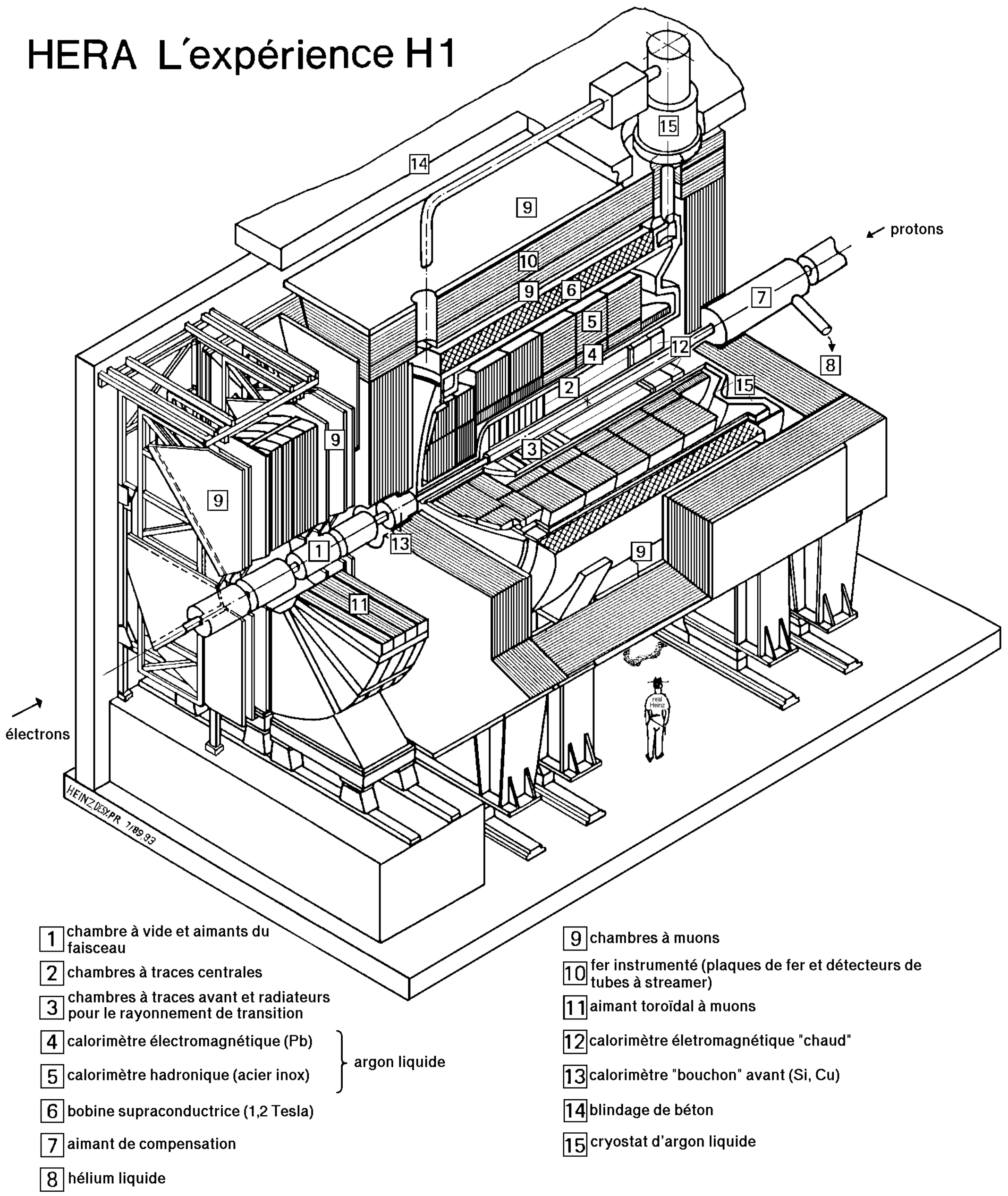


FIG. 2.1 – *Schéma général du détecteur H1: la taille du détecteur H1 est d'environ $12m \times 10m \times 15m$ et son poids d'environ 2800 t. Les détecteurs placés très loin du tube faisceau ne sont pas représentés ici.*

Alors que la symétrie cylindrique est la géométrie naturelle auprès d'un collisionneur, l'asymétrie en énergie des faisceaux d'électrons et de protons implique une asymétrie des collisions $e-p$ qui doit être prise en compte dans la conception de l'appareillage expérimental. On définit par commodité de langage deux directions qui reflètent l'asymétrie du détecteur : l'avant, la direction incidente du proton (z positif, $\theta = 0^o$) et l'arrière, la direction incidente de l'électron (ou du positon) (z négatif, $\theta = 180^o$). A HERA, le centre de masse du système e-p est accéléré dans la direction du proton avec $\gamma_{cm} = 2.86$. En conséquence, la masse du détecteur H1 sera beaucoup plus importante vers l'avant et sa granularité plus fine. Cette caractéristique apparaît nettement sur la figure (2.2).

En parcourant la structure du détecteur H1, tel qu'il était pendant la campagne de prise de données 94, du point d'interaction vers l'extérieur, on trouve :

• un système complet de détecteurs de traces de haute résolution composé de chambres à dérive (CIZ,COZ,CJC) et de chambres proportionnelles (CIP,COP,BPC). Il regroupe des détecteurs destinés à la reconstruction des traces vers l'avant ainsi que des détecteurs spécialisés dans la détection de traces plus centrales. La différence entre ces deux types se trouve essentiellement dans l'orientation des fils sensibles des chambres : une structure plane dans le premier cas, et une structure cylindrique dans le second. La présence d'un système dédié à la reconstruction des traces vers l'avant est justifiée par la très grande densité de traces dans la direction des débris du proton. Le système de mesures des traces sera largement utilisé dans ce travail de thèse pour reconstruire la masse invariante de l'état final hadronique.

• un calorimètre (LAr) central qui englobe les détecteurs de traces. C'est la technologie à argon liquide qui a été adoptée afin de profiter de son excellente stabilité, de sa bonne tenue au rayonnement, de sa calibration assez aisée ainsi que de sa fine granularité permettant de séparer aisément les électrons et les pions. L'homogénéité de sa réponse ainsi que la recherche de la meilleure herméticité ont été très soignées car ce seront des atouts majeurs pour une bonne mesure du flux d'énergie et, par conséquent, de l'énergie manquante. Le calorimètre est partagé en deux parties fonctionnelles. La partie électromagnétique est chargée de détecter les électrons alors que la partie hadronique est destinée à mesurer l'énergie des hadrons produits lors des collisions. Ce détecteur est prépondérant dans l'étude de l'état final hadronique et intéresse tout particulièrement les études menées dans cette thèse.

• une grande bobine cylindrique supraconductrice englobant le calorimètre (LAr). Son diamètre est de $6m$ et sa longueur de $5.75m$. Elle produit le champ longitudinal de $1.15T$ nécessaire à la mesure de l'impulsion des traces laissées dans les chambres à fils par les particules chargées.

• une structure en fer entourant la bobine de H1 et assurant la fermeture des lignes de champ magnétique. Ce système, composé de plusieurs plaques de fer superposées, est équipé de détecteurs permettant de mesurer les dépôts d'énergie dus aux particules le traversant. Cet instrument sert à la détection des muons et de la queue des gerbes hadroniques. L'identification des muons profite de la présence de chambres additionnelles à l'intérieur et à l'extérieur du fer instrumenté.

Ces deux derniers dispositifs sont placés derrière le calorimètre à argon liquide afin de ne pas compromettre la mesure de l'électron produit dans les réactions de diffusion profondément inélastique et diffusé dans ce dernier.

Les trous d'acceptance du calorimètre central à argon liquide (LAr) sont comblés par d'autres systèmes de détection de manière à essayer de couvrir le maximum d'angle solide.

Vers l'avant, on trouve :

• un calorimètre en cuivre-silicium instrumenté (PLUG) qui permet de mesurer l'énergie d'une partie des débris du proton émis très près du tube faisceau.

• un mur de fer instrumenté pour fermer la face avant du détecteur.

• un système de détection des muons vers l'avant ($F\mu$) placé à l'extérieur de la coquille métallique de H1. Ce détecteur, surtout important dans la recherche de J/ψ, sera utilisé également dans le cadre de cette thèse.

Encore plus à l'avant ($z = 22m$), on trouve un système destiné à détecter les débris du proton allant très à l'avant (PRT pour Proton Remnant Tagger).

A l'arrière se trouve un élément essentiel du détecteur H1 : le calorimètre arrière BEMC (pour Bacward Electromagnetic Calorimeter). Ce détecteur permet une mesure très précise de l'énergie des électrons. La mesure de l'énergie des hadrons y est cependant moins bonne. Ce dispositif est suivi par un mur de scintillateurs ($z = -2m$) (TOF pour Time of flight) permettant de rejeter une grande partie du bruit de fond. Ces deux derniers détecteurs ont été remplacés en 1995 par un détecteur (SPACAL) avec une granularité supérieure offrant une meilleure résolution en énergie et en temps. Enfin, fermant le détecteur, on trouve également dans cette direction un mur de fer instrumenté.

Très à l'arrière, on trouve un détecteur d'électrons à bas angle ($z = -33m$) puis un détecteur de photons (PD) ($z = -103m$). Ces deux derniers systèmes font partie du dispositif permettant la mesure de la luminosité délivrée par HERA à H1.

En 1995, le détecteur H1 a été profondément modifié afin d'étendre le domaine cinématique accessible. Ces changements sont décrits dans la deuxième partie de ce chapitre.

Après avoir décrit la structure du détecteur H1, nous allons maintenant détailler chacun des détecteurs en mettant l'accent sur les caractéristiques importantes que nous avons utilisées dans le travail effectué dans le cadre de cette thèse.

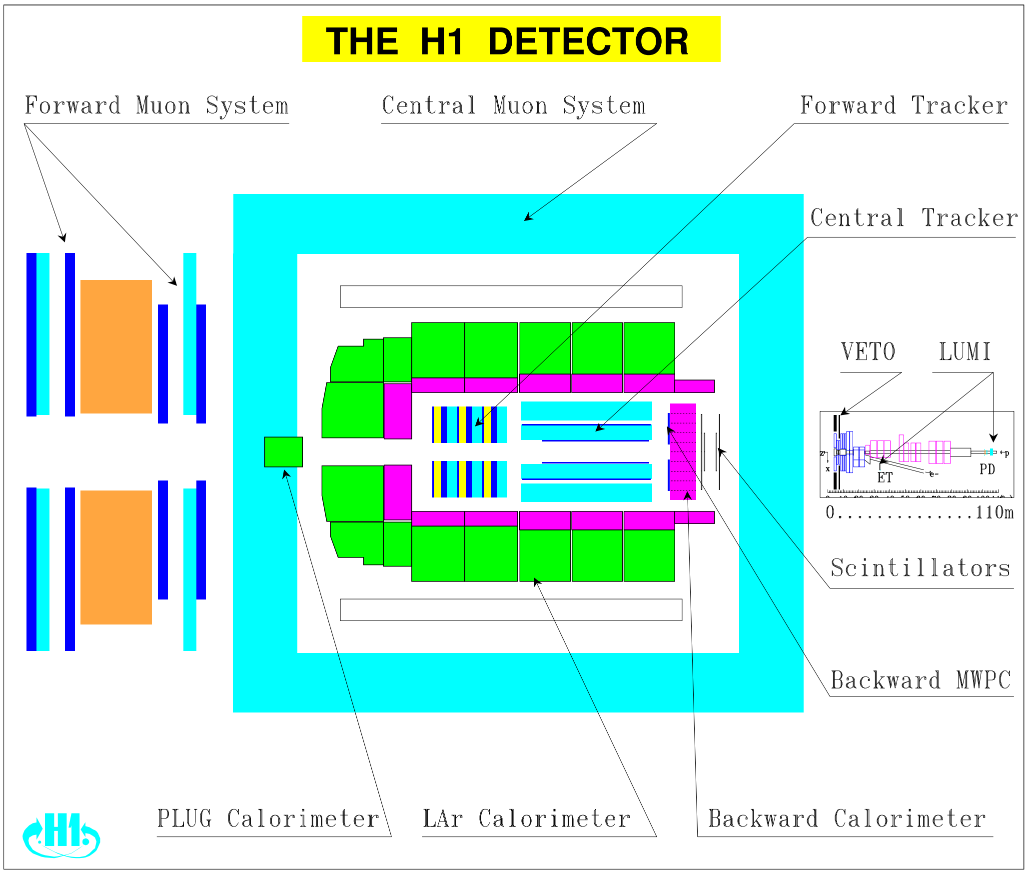


FIG. 2.2 – *Coupe longitudinale du détecteur H1. Cette vue met en évidence l'asymétrie avant-arrière de ce détecteur.*