Thèse de Doctorat
de l'Université
Paris VI

Spécialité

Physique des particules élémentaires

présentée par

Emmanuelle PEREZ

pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université Paris VI

Recherche de Particules Supersymétriques dans l'expérience H1

soutenue le 17 Juin 1996

devant le jury composé de

P. Binétruy Président

J. Chauveau

M. David

H. Dreiner Rapporteur

J.-F. Grivaz Rapporteur

Y. Sirois

Sommaire

Introduction

Le Modèle Standard est le cadre théorique adopté à l'heure actuelle pour décrire les particules élémentaires et leurs interactions faibles, électromagnétiques et fortes. Bien qu'il n'ait pas été mis en défaut expérimentalement, les motivations théoriques sont nombreuses pour penser que ce modèle est seulement la théorie effective, valable aux énergies accessibles aujourd'hui, d'une théorie plus fondamentale. Plusieurs extensions de ce modèle ont été proposées, mais pour l'instant l'expérience n'a pas permis de confirmer une de ces hypothèses. Parmi elles, la supersymétrie occupe une place de choix. Cette théorie prédit l'existence, pour chaque particule connue, d'un "partenaire supersymétrique". Le sujet de cette thèse concerne la recherche de telles particules dans l'expérience H1, à HERA. Le cadre théorique considéré est celui de l'extension supersymétrique la plus simple du Modèle Standard, mais où la R-parité, un nouveau nombre quantique introduit en supersymétrie, n'est pas conservée.
Cette thèse est organisée en sept chapitres, dont on va brièvement décrire le contenu.

Le premier chapitre est une présentation de la machine HERA, qui est un collisionneur *ep*. On y rappellera aussi le Modèle Standard dans ses grandes lignes, et on verra quelles sont ses principales insuffisances, parmi lesquelles émergent des motivations pour la supersymétrie. Enfin, une rapide revue des sujets de physique étudiés à HERA sera proposée.

Le chapitre suivant présente le cadre théorique de l'extension supersymétrique du Modèle Standard. On y verra comment construire une théorie supersymétrique possédant aussi certaines symétries de jauge. On insistera sur la nécessité de briser la supersymétrie et sur les moyens d'y arriver. Pour ce faire, quelques notions de supergravité seront introduites. Le Modèle Standard Supersymétrique Minimal sera ensuite présenté, et la R-parité définie. C'est un modèle dans lequel cette R-parité n'est pas conservée que nous considérerons par la suite.

La phénoménologie de la supersymétrie à HERA sera étudiée dans le chapitre suivant. On verra en quoi les signatures attendues sont différentes suivant que HERA tourne avec des électrons ou des positrons. Le cas qui va nous intéresser pour notre analyse n'ayant pas été traité dans la littérature, une partie de mon travail de thèse a été consacrée à cette étude. Les processus supersymétriques étudiés seront présentés, à savoir la production de squarks (partenaires supersymétriques de quarks) par résonance, et la production de paires de squarks. Ce dernier processus est intéressant à HERA dans l'hypothèse d'un stop (partenaire supersymétrique du quark top) léger. On y verra les sections efficaces de production des processus recherchés, les différents modes de désintégration des particules supersymétriques mises en jeu, et les états finals attendus. Pour la production résonante de squarks, ces états finals seront classés en huit topologies discernables, chacune correspondant à un canal d'analyse particulier.

Dans le chapitre 4, on présentera l'expérience H1. Les parties du détecteur qui nous seront les plus utiles pour notre analyse seront décrites en détail.

Divers outils nécessaires à notre analyse seront exposés dans le chapitre 5. Dans un premier temps, on présentera les générateurs d'événements de "physique standard" grâce auxquels nos données seront comparées aux prédictions du Modèle Standard. Les autres outils ont principalement été développés dans le cadre de cette thèse. On détaillera en particulier la génération d'événements supersymétriques. La présence d'un électron dans le calorimètre à Argon Liquide constituant la pierre angulaire de notre analyse, on verra ensuite comment nous identifions un tel électron. Enfin, les méthodes employées pour reconstruire les variables cinématiques qui vont nous être utiles seront présentées.

Le chapitre suivant présente l'analyse menée à partir des données accumulées par l'expérience H1 en 1994, correspondant à une luminosité de $\simeq 3$ pb^{-1}. On y détaillera la sélection des données, pour chacun des huit canaux correspondant à la production de squarks par résonance, et pour la production de paires de stops. Dans chaque cas, on explicitera les critères de sélection, les efficacités avec lesquelles on serait à même de détecter un signal, et on verra comment les données étudiées se comparent aux prédictions du Modèle Standard.

Les résultats de notre analyse seront proposés au chapitre 7. On verra entre autres comment, à partir de la non-observation d'un signal, on peut dériver des limites de rejet sur la masse des particules cherchées. Ces résultats seront comparés aux limites existantes, directes ou indirectes.

En conclusion, les points importants de notre analyse seront rappelés. On verra aussi comment cette analyse peut être étendue, et les potentialités de découverte de la supersymétrie à HERA et auprès des autres expériences seront mises en perspectives.

Chapitre 1

HERA ET LE MODELE STANDARD

Dans ce chapitre, on va présenter le collisionneur HERA ainsi que les analyses de physique qui y sont menées. Après une description de la machine, le Modèle Standard sera rappelé dans ses grandes lignes. On verra aussi quelles sont les insuffisances de ce modèle, et quelques possibilités pour y remédier, parmi lesquelles la supersymétrie. Dans la dernière section, on définira la diffusion profondément inélastique, qui est un processus essentiel à HERA. Les sujets de physique étudiés seront ensuite présentés.

1.1 Le collisionneur HERA

Le collisionneur HERA (pour Hadron Elektron Ring Anlage) est situé à DESY (Deutsches Elektronen SYnchroton) à Hambourg, en Allemagne. Des collisions entre des électrons (ou des positrons) d'une trentaine de GeV et des protons de 820 GeV y sont réalisées. L'énergie disponible dans le centre de masse de la réaction vaut $\sqrt{s} \simeq 300$ GeV . Notons que, pour obtenir la même énergie lors d'interactions entre un faisceau d'électrons et les protons d'une cible fixe d'hydrogène, il aurait fallu disposer d'un faisceau d'électrons d'énergie $\simeq$ 1700 fois plus élevée. Ceci illustre l'intérêt du mode collisionneur par rapport au mode cible fixe. HERA est constitué de deux accélérateurs indépendants, l'un pour les électrons et l'autre pour les protons, en raison de la différence de masse entre les deux types de particules. Ces deux accélérateurs sont situés à l'intérieur d'un tunnel de 6.3 km de circonférence, qui se trouve à une profondeur d'une vingtaine de mètres.
Les électrons et les protons sont injectés dans HERA par PETRA, à des énergies respectives de 14 et 40 GeV . La chaîne d'injection est représentée sur la Fig. 1.1. Les particules sont alors accélérées jusqu'à ce qu'elles atteignent l'énergie voulue pour les collisions. Les faisceaux sont constitués de paquets (ou "bunches") de particules, qui peuvent se croiser en quatre zones d'interaction. Trois de ces zones sont actuellement équipées de détecteurs : il s'agit des expériences H1, ZEUS et HERMES. Une nouvelle expérience viendra bientôt occuper la quatrième zone d'interaction : l'expérience HERA-B de diffusion de protons sur cible fixe étudiera la violation de CP dans le système $B - \bar{B}$. L'expérience HERMES est aussi une expérience sur

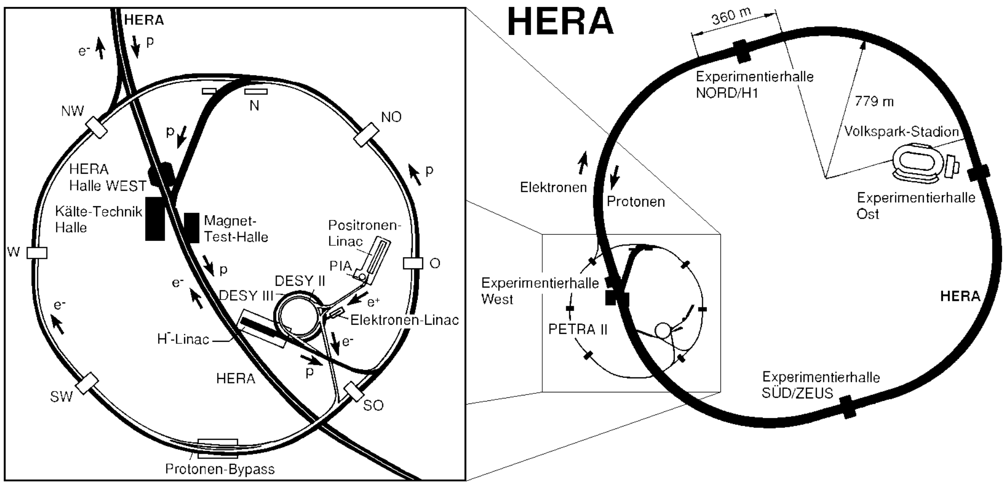


Figure 1.1: *Vue d'ensemble de l'accélérateur HERA.*

cible fixe : à l'aide d'un faisceau d'électrons polarisés longitudinalement, qu'on fait diffuser sur une cible gazeuse de protons polarisés, on peut étudier la structure en spin du nucléon.

Les paramètres nominaux de HERA, ainsi que les valeurs de ces paramètres pour les prises de données de 1994 et 1995, sont indiqués dans la table 1.1. Notons que les faisceaux sont constitués de 210 paquets "collisionnels" de particules en mode de fonctionnement nominal. De plus, 6 paquets de protons n'ont pas de correspondant dans le faisceau de leptons, et de même 15 paquets de leptons n'ont pas de partenaire dans le faisceau de protons. Ces paquets, appelés "paquets pilotes", servent à contrôler le bruit de fond pour calculer la luminosité. Remarquons que le temps de séparation entre deux paquets de particules est de 96 ns. La fréquence des collisions est donc nettement supérieure à celle du LEP, où ce temps de croisement est de 22 μs. Ceci implique que l'électronique d'acquisition soit très rapide, préfigurant en ce sens ce que seront les futures expériences BaBar ou au LHC, où ce temps de collision sera respectivement de 4 et 25 ns.

La première prise de données à HERA utilisable pour les analyses de physique a été réalisée en juillet 1992, avec des électrons de 26.7 GeV et des protons de 820 GeV . La luminosité instantanée culminait alors à $3.10^{29}\mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$, soit à une valeur encore bien inférieure à sa valeur nominale.
En 1993, les collisions étaient réalisées avec des électrons de 26.7 GeV et un facteur $\simeq 5$ a été gagné en luminosité. Ce gain est dû entre autres à une nette augmentation des courants par paquet d'électrons et de protons.
La prise de données de 1994 comporte deux phases distinctes :

- au début de la prise de données, des **électrons** de 27.5 GeV ont été délivrés par la machine HERA. La luminosité accumulée par H1 pendant cette période

	nominal	1994 e^-	1994 e^+	1995 e^+
énergie (leptons) (GeV)	30	27.5	27.5	27.5
énergie (protons) (GeV)	820	820	820	820
courant moyen (leptons) (mA)	60	10.5	17.0	18.4
courant moyen (protons) (mA)	160	28.6	41.0	54
nombre de paquets	210	153	153	174
paquets pilotes (leptons)		15	15	15
paquets pilotes (protons)		6	6	6
luminosité maximale ($cm^{-2}s^{-1}$)	$1.5\ 10^{31}$	$2.6\ 10^{30}$	$4.3\ 10^{30}$	$6.0\ 10^{30}$

Tableau 1.1: *Valeurs nominales des paramètres principaux de la machine HERA. Les valeurs de ces paramètres lors des prises de données de 1994 et 1995 sont également indiquées.*

correspond à $\simeq 0.5$ pb $^{-1}$.

- à partir du début du mois d'août 1994, les électrons ont été remplacés par des **positrons**. La principale motivation était que ce changement permettait d'accroître nettement la luminosité, en augmentant le courant par paquet de leptons. En effet, avec un faisceau d'électrons, le courant par paquet est limité du fait de la capture des électrons par des cations provenant des pompes à vide. Durant cette période, la luminosité instantanée maximale atteignait $\simeq 3.10^{30}\mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$, et une luminosité intégrée de $\simeq 3$ pb^{-1} a pu être utilisée pour les analyses de physique.

En 1995, l'intégralité de la prise de données a été effectuée avec des positrons. La luminosité maximale a atteint $\simeq 6.10^{30}\mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$, ce qui a permis à H1 d'accumuler $\simeq 5.5$ pb^{-1}. La Fig. 1.2 montre l'augmentation de la luminosité délivrée par HERA et accumulée par l'expérience H1 depuis 1992. Bien que la luminosité nominale ne soit pas encore atteinte, la statistique accumulée permet de mener à bien de nombreuses analyses de physique. Avant de présenter les sujets étudiés à HERA, je vais rappeler les bases du modèle décrivant à l'heure actuelle les interactions entre particules élémentaires, le Modèle Standard. On verra aussi en quoi ce modèle n'est pas pleinement satisfaisant, ceci justifiant que des recherches de nouvelles particules soient menées activement, à HERA et auprès des autres accélérateurs.

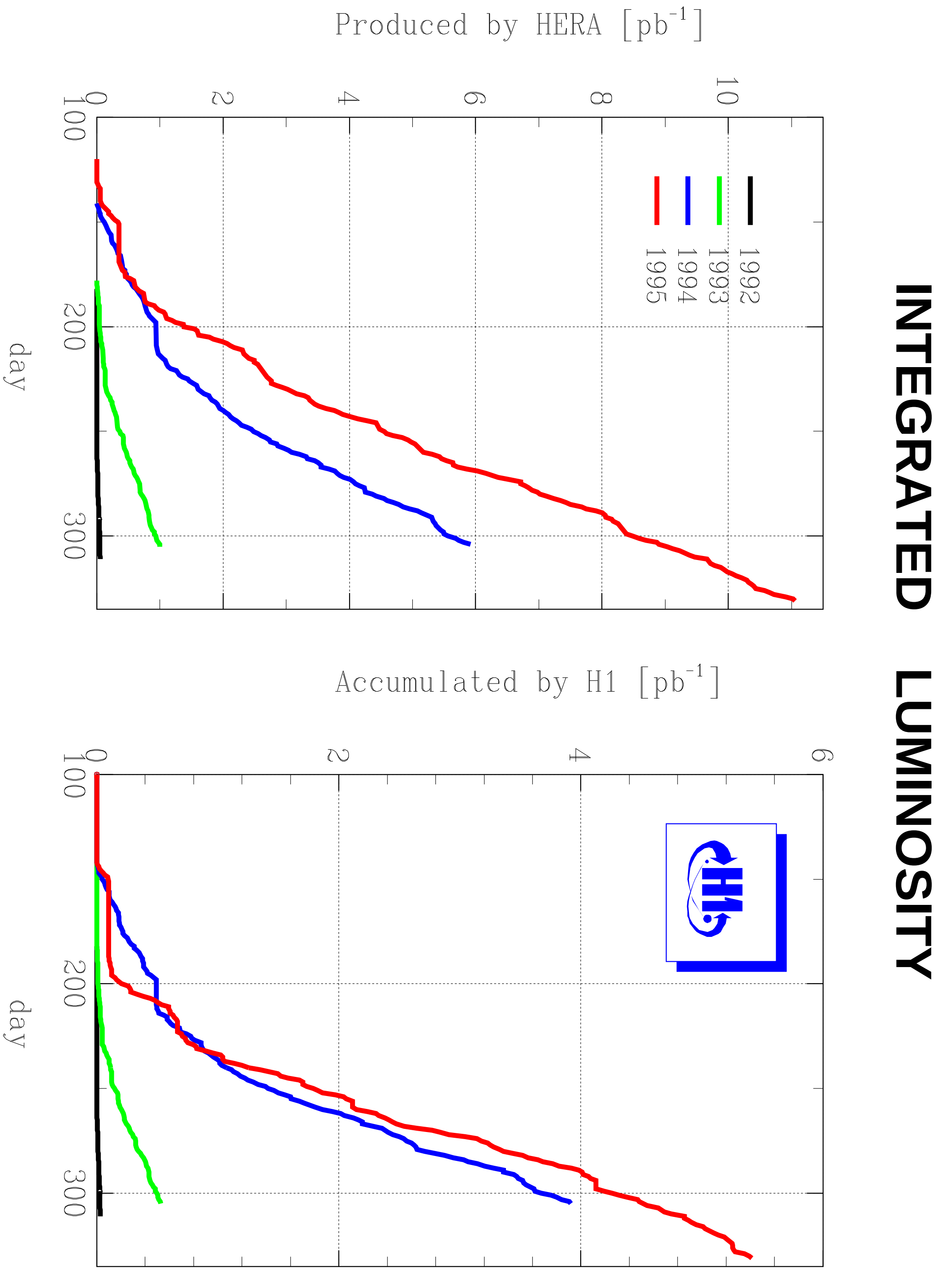


Figure 1.2: *Luminosité délivrée par HERA (en haut) et accumulée par H1 (en bas) depuis le début de la prise de données en 1992.*

1.2 Le Modèle standard

Le Modèle Standard (MS) est une théorie de jauge renormalisable qui repose sur le groupe $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. Parmi les fermions représentant les particules de matière, on distingue :

- les leptons, qui sont regroupés en trois familles. La première famille contient l'électron et son neutrino associé (e, ν_e), la seconde (μ, ν_μ) et la troisième (τ, ν_τ);

- les quarks, qui eux aussi sont groupés en trois générations (u, d), (c, s) et (t, b). Les quarks sont les constituants de base de la matière hadronique (par exemple du proton et du neutron).

Le MS décrit les interactions électromagnétique, faible et forte entre ces particules. Les deux premières interactions sont décrites de manière unifiée : c'est la théorie électrofaible de Glashow-Salam-Weinberg [1], qui repose sur le groupe de jauge $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Ce groupe est celui des transformations laissant invariant le Lagrangien des interactions faibles. Le groupe $SU(3)_c$ est le groupe de jauge de la théorie décrivant les interactions fortes, la Chromodynamique Quantique (QCD, pour Quantum Chromo Dynamics). Les interactions entre particules de matière sont véhiculées par les bosons de jauge (de spin 1), qui sont :

- le photon, de masse nulle, pour l'interaction électromagnétique;

- les bosons massifs $W^\pm$ et Z^0 pour l'interaction faible;

- les huit gluons de masse nulle pour l'interaction forte.

L'interaction électrofaible

Pour prendre en compte la violation de la parité dans les interactions faibles, les composantes de chiralité droite et gauche des fermions sont traitées différemment dans la théorie. Les composantes gauches des leptons appartiennent à des doublets d'isospin du groupe $SU(2)_L$:

$$\psi_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L$$

et les composantes droites à des singlets (c'est-à-dire une transformation de $SU(2)_L$ laisse invariantes ces composantes droites) :

$$e_R, \mu_R, \tau_R, u_R, d_R, c_R, s_R, t_R, b_R$$

Notons que les neutrinos, supposés de masse nulle dans le MS, ne sont représentés que par des états de chiralité gauche.
L'hypercharge Y est le générateur des transformations de $U(1)$, l'isospin faible $\vec{T} = \vec{\tau}/2$ (les $\vec{\tau}$ étant les matrices de Pauli) est celui des transformations de $SU(2)$. La charge électrique d'un état est liée à son hypercharge et à la troisième composante T_3 de son isospin faible par : $Q = T_3 + Y/2$.

Notons que les états propres de masse des quarks ne sont pas les mêmes que les états propres de l'interaction faible. Celle-ci agit sur des doublets $(u, d')_L, (c, s')_L, (t, b')_L$, les états d', s' et b' étant des combinaisons linéaires des états propres de masse d, s et b. Par convention, les quarks de charge 2/3 ne sont pas sujets au mélange. Le passage des états propres de masse aux états propres faibles fait intervenir la matrice V de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa :

$$\begin{pmatrix} \mathrm{d'} \\ \mathrm{s'} \\ \mathrm{b'} \end{pmatrix} = V \begin{pmatrix} \mathrm{d} \\ \mathrm{s} \\ \mathrm{b} \end{pmatrix}$$

Cette matrice est définie par quatre paramètres : trois angles et une phase mesurant la violation de CP.
Les constantes de couplage g de l'interaction faible et g' de l'interaction électromagnétique sont reliées par l'angle de Weinberg θ_W : $\tan\theta_W = g'/g$. La mesure de cet angle donne : $\sin^2\theta_W = 0.2319 \pm 0.0005 \pm 0.0002$ [2]. Notons que l'unification de ces deux interactions est formelle car la valeur de θ_W n'est pas prédite par la théorie.

L'interaction forte

Chaque type (ou saveur) de quark peut porter trois couleurs (rouge, bleu, vert) : les quarks appartiennent à des triplets de $SU(3)_c$. Les leptons au contraire, qui sont des objets non colorés, se comportent comme des singlets sous une transformation de $SU(3)_c$. Les gluons appartiennent quant à eux à des octets de $SU(3)_c$. Les générateurs des transformations de $SU(3)_c$ sont les matrices de Gell-Mann.
L'interaction forte, au contraire des interactions électromagnétique et faible, voit son intensité augmenter avec la distance. A faible distance, les quarks peuvent être considérés comme des particules libres (on parle de liberté asymptotique). Au contraire, lorsque la distance entre deux quarks q_1 et q_2 augmente, des paires quark-antiquark sont créées à partir du vide, de sorte que q_1 et q_2 ne sont pas observés individuellement mais forment des objets non colorés (les hadrons) : c'est la propriété dite du confinement.

La génération des masses

Tant que la symétrie $SU(2)_L \times U(1)_Y$ est exacte, les fermions sont de masse nulle (un terme de masse $\bar\psi\psi = \bar\psi_L\psi_R$ n'est pas invariant sous $SU(2)_L$). De même, à ce stade, la partie du Lagrangien décrivant les bosons de jauge (qui apparaissent techniquement en remplaçant la dérivée ∂_μ par une dérivée covariante D_μ, pour restaurer l'invariance sous des transformations de jauge locales), ne contient pas de terme de masse pour ces bosons. C'est le mécanisme de Higgs qui génère dans le MS les masses des particules.
On suppose l'existence d'un champ scalaire H, neutre électromagnétiquement et appartenant à un doublet de $SU(2)_L$, qui se couple aux bosons de jauge et aux fermions (ces derniers couplages sont appelés couplages de Yukawa). Le potentiel scalaire du MS est choisi de telle sorte qu'au minimum, H prenne une valeur moyenne

non nulle dans le vide ($v =< H >\simeq 250$ GeV). La symétrie $SU(2)_L \times U(1)_Y$ se brise alors spontanément en $U(1)_{em}$ et les particules acquièrent une masse.
Les tableaux 1.2 et 1.3 résument les propriétés des particules décrites par le Modèle Standard.

Fermions			Q	T_3	Y
$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L$	0 -1	$1/2$ $-1/2$	-1 -1
e_R	μ_R	τ_R	-1	0	-2
$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L$	$2/3$ $-1/3$	$1/2$ $-1/2$	$1/3$ $1/3$
u_R	c_R	t_R	$2/3$	0	$4/3$
d_R	s_R	b_R	$-1/3$	0	$-2/3$

Tableau 1.2: *Les fermions du Modèle Standard et leurs principales caractéristiques.*

Bosons	spin	Q	masse (GeV)
gluons g_i ($i = 1..8$)	1	0	0
photon γ	1	0	0
$W^\pm$	1	± 1	80.2
Z^0	1	0	91.2
Higgs H	0	0	≥ 58.4

Tableau 1.3: *Les bosons du Modèle Standard. Pour le boson de Higgs, on a donné la limite inférieure à 95% de confiance [2].*

La découverte des bosons W et Z en 1983 au CERN, ainsi que celle du quark top à Fermilab en 1995 [3], constituent les succès les plus marquants du MS. Les tests expérimentaux effectués (notamment au LEP, à la masse du Z) confirment également les prédictions du modèle dans le secteur électrofaible. Seul le boson de Higgs, qui constitue la pierre angulaire du modèle, n'a pas encore été mis en évidence. Quant à la QCD, elle ne peut être testée que dans des processus à courte distance, là où la constante de couplage α_S est suffisamment faible pour permettre des calculs perturbatifs. Ces tests de QCD constituent un domaine d'activité privilégié à HERA.
De manière générale, l'expérience laisse à penser que le Modèle Standard décrit bien la physique aux énergies accessibles aujourd'hui dans les accélérateurs, de l'ordre de la centaine de GeV . Néanmoins, ce modèle souffre de quelques faiblesses et il pourrait n'être que la théorie effective "basse énergie" d'une théorie plus fondamentale.

1.3 Les faiblesses du modèle standard

Le succès de l'unification des interactions faible et électromagnétique nous amène à souhaiter qu'on puisse construire une théorie qui décrive, dans un même cadre, les interactions électrofaible et forte.
En utilisant les équations du groupe de renormalisation, qui permettent d'extrapoler les constantes de couplage g, g' et α_S jusqu'à des énergies élevées, on s'aperçoît que ces trois constantes atteignent le même ordre de grandeur à une échelle d'énergie de l'ordre de $10^{15} - 10^{16}$ GeV . Ceci suggère l'existence d'un degré d'unification plus élevé à de grandes échelles d'énergie. Il est alors tentant d'essayer de construire une théorie de jauge avec une seule constante de couplage et un groupe de jauge plus grand, contenant $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$. La première tentative, réalisée à l'aide du groupe $SU(5)$ [4], a échoué car la théorie obtenue donne un temps de vie pour le proton incompatible avec les mesures expérimentales ($\tau_p \simeq 10^{29}$ ans dans ce modèle, alors qu'expérimentalement $\tau_p \geq 10^{32}$ ans [5, 6]). Les tentatives pour construire des théories **de grande unification** (GUT, pour Grand Unified Theory), reposent à l'heure actuelle sur les groupes $SO(10)$ ou E_6 par exemple. Une théorie de GUT dont le Modèle Standard serait la théorie effective basse énergie permettrait de plus de comprendre l'origine des 18 paramètres libres du MS :

- 3 constantes de couplage g, g' et α_S (ou g, α_S et θ_W);
- la masse du boson de Higgs ;
- 9 masses pour les fermions ;
- une masse de boson électrofaible (M_Z ou M_W) ;
- les 4 paramètres de la matrice de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa.

Une grande unification pourrait aussi expliquer la symétrie apparente entre quarks et leptons (l'arrangement en trois familles pour ces deux types de particules).

De plus, le Modèle Standard n'inclut absolument pas les interactions gravitationnelles. Cette théorie ne peut donc pas décrire la physique à des échelles d'énergie très élevées, où la gravitation ne peut plus être négligée. Notons par ailleurs que, à des énergies très élevées, le concept même de particule élémentaire "ponctuelle" est peut-être à revoir. En effet, la gravitation tend à diminuer la taille de toute particule massive. Ceci entre en conflit avec le principe d'incertitude d'Heisenberg, qui impose qu'une particule de masse m ne puisse pas être localisée à mieux que sa longueur d'onde de Compton :

$$l = \frac{\hbar}{mc}$$

Pour s'échapper d'une "particule" sphérique de rayon r et de masse m, il faut une vitesse de libération v telle que :

$$\frac{1}{2}v^2 = \frac{Gm}{r}$$

où G est la constante gravitationnelle. Lorsque la particule est concentrée dans un rayon inférieur à $r_{critique} = 2Gm/c^2$ (en fait $r_{critique} = Gm/c^2$, un facteur 1/2 intervenant dans le calcul relativiste), cette vitesse de libération devient supérieure à celle de la lumière. La particule ne peut donc plus échanger d'information avec l'extérieur et ne peut que s'effondrer sur elle même : elle est localisée. En égalant ce rayon critique et la longueur d'onde de Compton l, on obtient l'échelle d'énergie à partir de laquelle la gravitation entre en conflit avec la mécanique quantique. Cette échelle est appelée la masse de Planck, ou échelle de Planck :

$$E_{Pl} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \simeq 10^{19} \text{ GeV} \qquad ,$$

ce qui correspond à une distance de Planck $l_{Planck} \simeq 10^{-34}$m. Notons que cette échelle d'énergie est plusieurs ordres de grandeur au-dessus des énergies accessibles dans les collisionneurs existants. A l'heure actuelle, les théories de cordes, dans lesquelles les particules ne sont plus ponctuelles mais correspondent à des modes de vibration d'objets de dimension non nulle, bénéficient d'un engouement très prononcé pour tenter de résoudre ce conflit.

Le problème de naturalité

Indépendamment du fait que le Modèle Standard n'est pas la théorie ultime permettant de décrire les quatre interactions fondamentales dans un cadre unifié, il souffre d'un problème théorique lié à la présence d'un champ scalaire fondamental (en l'occurence le champ de Higgs).
En effet, les masses des particules scalaires fondamentales présentent des divergences quadratiques. La contribution à l'ordre d'une boucle de ces corrections radiatives est représentée sur la Fig. 1.3. Tant que les masses sont des paramètres libres de la

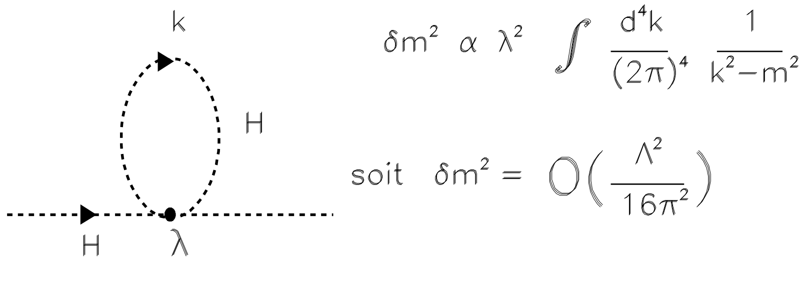


Figure 1.3: *Corrections radiatives à la masse du Higgs, à l'ordre d'une boucle*

théorie, on peut toujours les renormaliser. Un problème d'ordre de grandeur se pose alors. Appelons Λ l'échelle d'énergie où les divergences quadratiques à la masse du Higgs sont "coupées", c'est-à-dire Λ indique le seuil entre le domaine d'énergie où le Modèle Standard est valide, et un domaine d'énergie plus élevé. Λ peut être par exemple une échelle de grande unification ou l'échelle de Planck E_{Pl}. Soit m_0 la masse “nue” du champ de Higgs, c'est-à-dire la masse à l'échelle Λ, et m la masse renormalisée à l'échelle électrofaible $E_{EW} = O(100 \text{ GeV })$. On a, à l'ordre d'une boucle :

$$m^2 = m_0^2 - \frac{\lambda^2\Lambda^2}{16\pi^2} \qquad ,$$

La masse du Higgs à l'échelle E_{EW} devant être de l'ordre de $O(100 \text{ GeV })$, cette dernière équation donne, avec $m = 100$ GeV et $\Lambda = 10^{19}$ GeV :

$$m_0^2 = 10^{35}(\lambda^2 + 10^{-34})$$

Donc, λ^2 doit être ajusté à 34 ordres de grandeur, ou encore m_0^2/Λ^2 doit être ajusté à 31 décimales près. C'est le problème de “fine-tuning”, ou encore de naturalité. Une théorie est dite naturelle si, lorsqu'on modifie très peu les paramètres fondamentaux, la physique à basse énergie n'est pas affectée. Ici, ce n'est pas le cas : le Modèle Standard n'est pas une théorie naturelle.
Pour résoudre ce problème, on doit soit éliminer les champs scalaires fondamentaux de la théorie, soit trouver un moyen de se débarrasser des corrections radiatives quadratiques à la masse des scalaires.

La première solution ouvre la porte aux modèles de **technicouleur** [7]. Dans de tels modèles, le champ scalaire de Higgs responsable de la brisure de $SU(2)_L \times U(1)_Y$ n'est plus fondamental mais composite. Les nouvelles particules qui forment l'analogue du champ de Higgs sont appelées des technifermions. Une nouvelle interaction de jauge est introduite : la technicouleur. De même que la Chromodynamique Quantique, cette interaction est non abélienne, confinante et asymptotiquement libre, avec une échelle $\Lambda_{TC} \simeq 1$ TeV . C'est elle qui régit les interactions entre les technifermions. Des condensats technifermion-antitechnifermion sont supposés se former et briser la symétrie $SU(2) \times U(1)$ à une échelle de l'ordre de la centaine de GeV , ceci donnant lieu à trois technibosons de Goldstone qui, absorbés par les bosons de jauge, leur confèrent une masse.
Le problème de tels modèles est qu'il est difficile de trouver un mécanisme satisfaisant pour donner une masse aux fermions. Les modèles de technicouleur étendue [8] (ETC, pour Extended TechniColor), permettent de générer une masse m_f pour les fermions. m_f est alors proportionnelle à $1/\Lambda_{ETC}^2$. Néanmoins, ces modèles ETC nécessitent d'introduire de nouveaux bosons se couplant aux quarks et aux leptons. L'existence de ces derniers implique des taux de changement de saveur dans les courants neutres trop élevés, sauf si l'échelle Λ_{ETC} est très importante. Mais alors, les masses des fermions deviennent beaucoup trop faibles.

La seconde solution est apportée par la **supersymétrie**. Le problème de naturalité vient du fait que la hiérarchie $E_{EW} << E_{Pl}$ est instable sous les corrections radiatives. L'idée est alors d'introduire une nouvelle symétrie qui va préserver cette hiérarchie, et rendre ainsi le Modèle Standard naturel. On peut montrer [9] que la seule symétrie permettant de résoudre le problème est une symétrie entre bosons et fermions : la supersymétrie. Techniquement, à chaque boson on associe un fermion et vice-versa. Alors, les corrections radiatives à m_H sont annulées par la boucle faisant intervenir le partenaire supersymétrique du Higgs, cette contribution bénificiant d'un facteur -1 puisque ce dernier est un fermion. Ceci est illustré sur la

Fig. 1.4. En fait, les deux contributions s'annulent exactement si la masse du Higgs

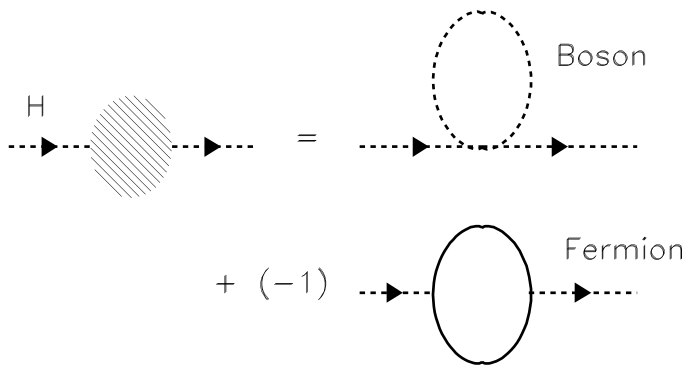


Figure 1.4: *Corrections radiatives à la masse du Higgs, à l'ordre d'une boucle, dans le cadre d'une théorie supersymétrique.*

et celle de son partenaire supersymétrique sont rigoureusement identiques. Néanmoins, les limites expérimentales sur les masses des particules supersymétriques excluent par exemple l'existence d'un électron scalaire de même masse que l'électron. Ainsi, la supersymétrie, si elle existe, doit être brisée. On verra au chapitre suivant le mécanisme de brisure adopté dans le MSSM (Minimal Supersymmetric Standard Model), extension supersymétrique minimale du MS. Appelant m_F la masse du fermion associé au boson de Higgs par supersymétrie, la correction à la masse du Higgs s'écrit :

$$\delta m_H^2 \quad \propto \quad \lambda^2(m_F^2 - m_H^2) \qquad .$$

Ainsi, pour que δm_H reste de l'ordre de la centaine de GeV , la différence de masse entre un boson et son partenaire supersymétrique ne doit pas être très au-delà de E_{EW}. Par conséquent, si c'est la supersymétrie qui apporte la solution au problème de naturalité, elle doit se manifester en-deça du TeV. D'où l'intérêt de rechercher des particules supersymétriques auprès des accélérateurs actuels ou à venir.

Autres intérêts de la supersymétrie

Inclure la supersymétrie permet aussi d'arranger les choses lorsqu'on cherche à construire une théorie de grande unification. En effet, l'évolution des constantes de couplage g, g' et α_S montre qu'il est plus facile de faire "se rencontrer" les trois courbes dans une théorie supersymétrique que dans une théorie qui ne l'est pas (du fait de l'introduction de nouvelles particules dans une théorie supersymétrique, l'évolution des constantes de couplage est modifiée). La Fig. 1.5, extraite de [10], illustre ce fait.

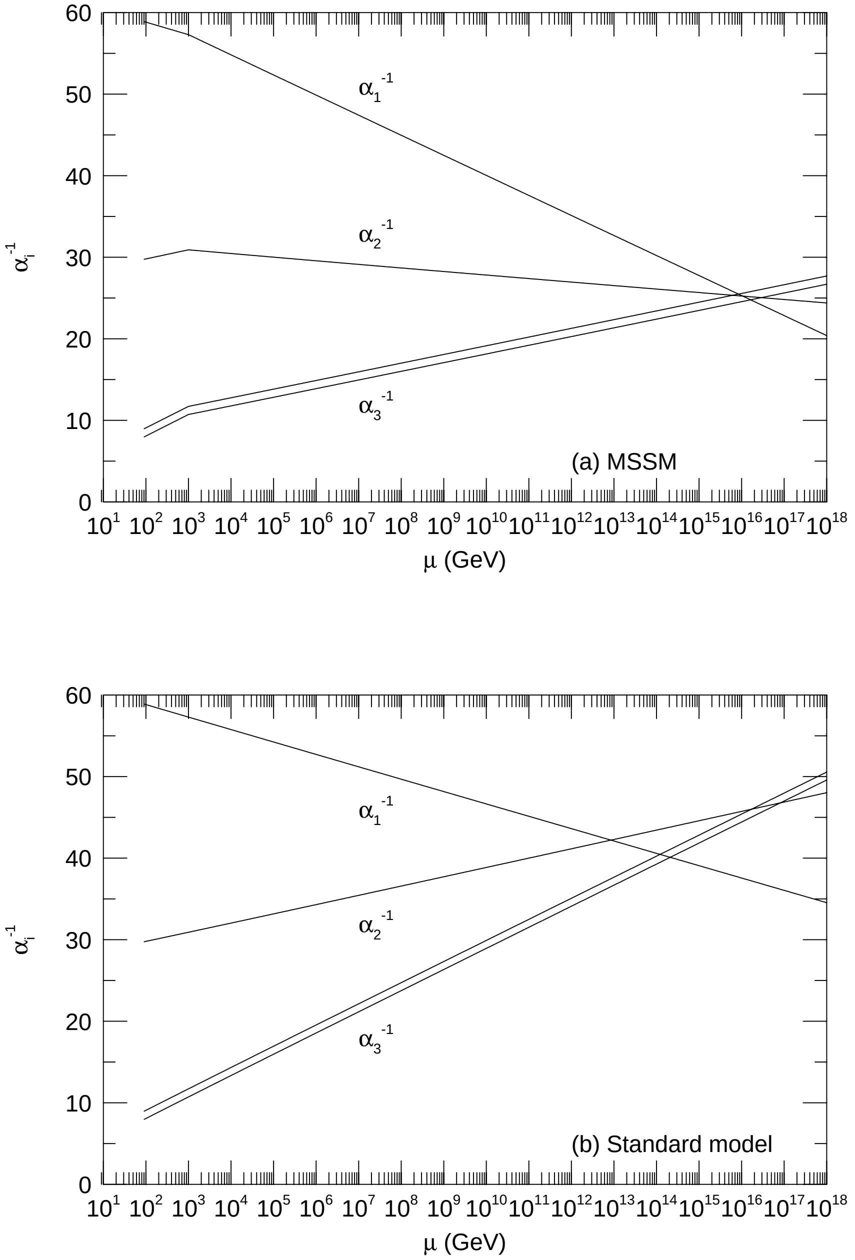


Figure 1.5: *Evolution des constantes de couplage de* $SU(3)_c$, $SU(2)_L$ *et* $U(1)_Y$ *dans le cadre (a) de l'extension supersymétrique minimale du MS et (b) du MS.*

Par ailleurs, la version locale de la supersymétrie fait naturellement intervenir la gravité. La supersymétrie semble donc être un bon ingrédient lorsqu'on cherche à construire une théorie "ultime", rendant compte également des interactions gravitationnelles.
Dans le même ordre d'idées, la supersymétrie permet aussi de construire plus facilement une théorie de cordes (on parle alors de théories de supercordes). En effet, dans une théorie de cordes, des anomalies apparaissent (ceci est lié à la brisure de l'invariance de Weyl par quantification). Ces anomalies s'annulent lorsqu'on est en dimension 26 : un tel espace contient beaucoup plus de dimensions que l'espace-temps usuel. Faire intervenir la supersymétrie permet d'introduire de nouvelles coordonnées et de ramener à 10 cette dimension critique [11]. Il reste alors à compactifier 6 dimensions non physiques suivant des cercles de très petit diamètre ($\simeq 10^{-15}$ fm), pour se ramener à un espace à quatre dimensions.

La construction du modèle supersymétrique minimal étendant le Modèle Standard sera présentée dans le chapitre suivant. On verra ensuite au chapitre 3 quelles sont les voies intéressantes à HERA pour rechercher des particules supersymétriques. Avant cela, on va terminer cette introduction en présentant les sujets de physique qui sont étudiés à HERA.

1.4 La physique à HERA

1.4.1 La diffusion profondément inélastique

Des réactions produites lors des collisions ep à HERA et qui sont tout particulièrement intéressantes sont les réactions de diffusion profondément inélastique, où le lepton incident interagit avec un quark émis par le proton en échangeant un boson virtuel neutre (un photon ou un Z) ou chargé ($W^{\pm}$). Le carré Q^2 du moment porté par le boson échangé peut atteindre des valeurs très élevées ($Q^2_{max} \simeq 10^5$ GeV ^{2}), ce qui permet de sonder le proton à de très faibles distances et donc d'étudier sa structure (le pouvoir de résolution avec lequel on sonde le proton variant comme $1/\sqrt{Q^2}$).
Le diagramme de Feynman correspondant à une réaction de diffusion inélastique profonde (DIP) à l'ordre le plus bas est représenté sur la Fig. 1.6. Lorsque le boson échangé est un photon ou un boson Z, le lepton diffusé est un positron. On parle alors de réaction "par courant neutre". Dans le cas où c'est un boson W^+ qui est échangé, c'est un neutrino qui est présent dans l'état final : ceci correspond à une réaction "par courant chargé". Le résidu du proton (ce qui n'a pas participé à l'interaction) forme ce qu'on appelle le jet spectateur. Ce dernier repart très à l'avant du détecteur (dans la direction du proton incident), une grande partie est même perdue dans le tube faisceau. Le jet de courant est celui formé par l'habillage du quark diffusé.
Tant qu'on ne s'intéresse pas de trop près au système hadronique, c'est-à-dire qu'on ne fait que des études inclusives, la cinématique d'une réaction de DIP peut être définie à partir de deux variables uniquement. Ces variables peuvent être choisies parmi celles que l'on va définir ci-dessous, et qui nous seront très utiles pour notre

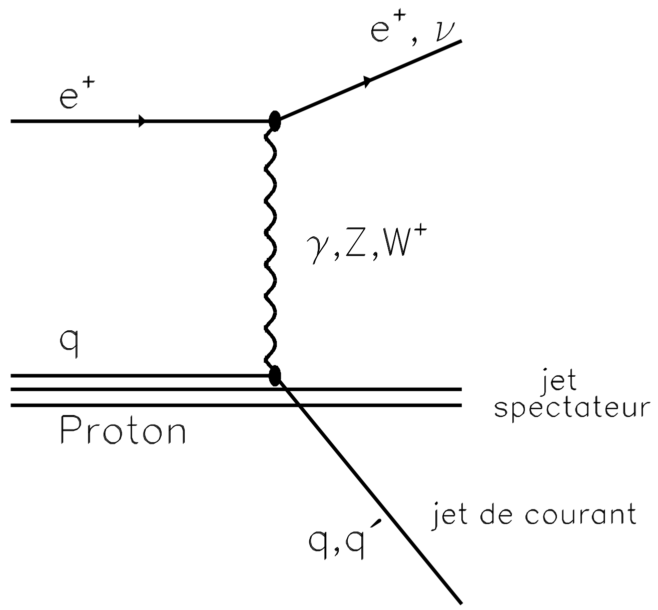


Figure 1.6: *Réaction de diffusion inélastique profonde.*

analyse.
Notons respectivement :

- k et k' les quadrivecteurs du lepton incident et diffusé;
- $q = k - k'$ celui du boson échangé;
- P celui du proton incident;
- E_e^0 et E_P^0 les énergies du lepton incident et du proton.

On définit alors :

$$Q^2 = -q^2 \qquad .$$

C'est le carré du moment transféré. Les **variables de Bjorken** x et y sont alors définies par :

$$x = \frac{Q^2}{2(P.q)} \qquad \text{et} \qquad y = \frac{(P.q)}{(P.k)} \qquad .$$

En négligeant les masses du lepton incident et du proton devant leurs énergies, ces trois variables sont reliées par :

$$Q^2 = Sxy \qquad ,$$

où $S \simeq 4E_e^0 E_P^0$ est le carré de l'énergie disponible dans le centre de masse de la réaction ep.
Les variables x et y sont comprises entre 0 et 1. Dans le modèle des partons, x

représente la fraction d'impulsion du proton emportée par le quark qui interagit. Dans le référentiel où le proton incident est au repos, y correspond à la fraction d'énergie cédée par le lepton incident au système hadronique.
De plus, à partir de x et Q^2, on obtient la masse invariante du système hadronique, notée W^2 :

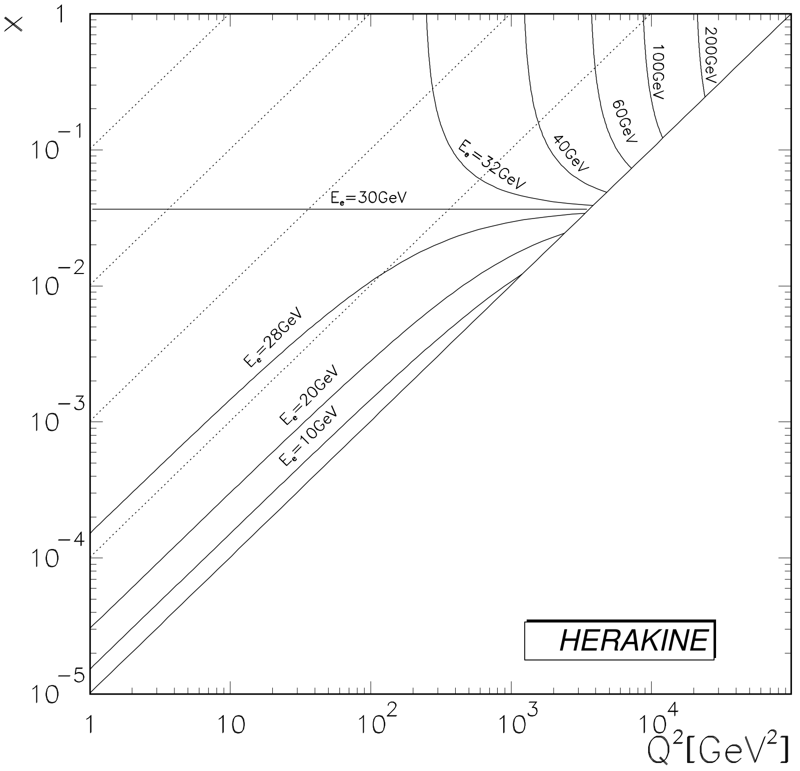
$$W^2 = (P+q)^2 = m_P^2 + Q^2 \frac{1-x}{x} \qquad ,$$

où m_P est la masse du proton.

Nous verrons au chapitre 5 comment ces variables cinématiques peuvent être reconstruites à partir de la mesure de l'état final. Notons juste pour l'instant que, dans une réaction par courant neutre, la mesure de l'énergie et de l'angle polaire du positron diffusé permet de reconstruire x, y et Q^2. Dans le cas d'une réaction par courant chargé, c'est l'information sur le flux hadronique qui sera utilisée.

Les Fig. 1.7 et 1.8 montrent l'étendue du domaine cinématique accessible à HERA. On peut atteindre des valeurs de Q^2 très élevées (jusqu'à 10^5 GeV ^{2}), ce qui correspond à un pouvoir de résolution très grand pour sonder le proton (de l'ordre de 10^{-18} m). Par ailleurs, le domaine cinématique accessible à HERA s'étend jusqu'à de très petites valeurs de x ($\simeq 10^{-5}$, la plus petite valeur de x obtenue en 1994 étant $\simeq 3.10^{-5}$). La physique à très bas x permet d'étudier la structure du proton à grande densité de partons. C'est un domaine qui n'a pas encore été exploré, dans lequel on ne sait pas très bien encore décrire l'évolution des densités de partons. C'est une des missions importantes de HERA d'étudier ce domaine, comme on le verra dans la section suivante.
Les Fig. 1.7 et 1.8 permettent aussi de faire quelques remarques simples sur la reconstruction des variables x et Q^2.
Les courbes à énergie et angle polaire constants pour le positron diffusé sont représentées sur la Fig. 1.7. Pour des petites valeurs de y (dans le coin supérieur gauche des figures), les courbes iso-énergie sont très espacées. Une petite erreur sur la mesure de cette énergie entraînera donc une grande erreur sur la mesure de x. De plus, dans la région des petits Q^2, la reconstruction de x et Q^2 va être très affectée par la qualité de la mesure de l'angle polaire du positron (émis préférentiellement dans la partie arrière[1] du détecteur).
Par ailleurs, la reconstruction des variables cinématiques peut également se faire en mesurant uniquement l'énergie et l'angle polaire du jet de courant. Les iso-énergies et iso-angles pour ce jet sont représentées sur la Fig. 1.8. On voit que lorsqu'on est à grand y (proche de la diagonale $Q^2 = Sx$), les iso-énergies du jet sont très espacées. Ainsi, pour des valeurs de y élevées, il sera difficile de bien reconstruire les variables x et Q^2.

[1]la partie avant ($z > 0$) est définie par la direction des protons incidents.



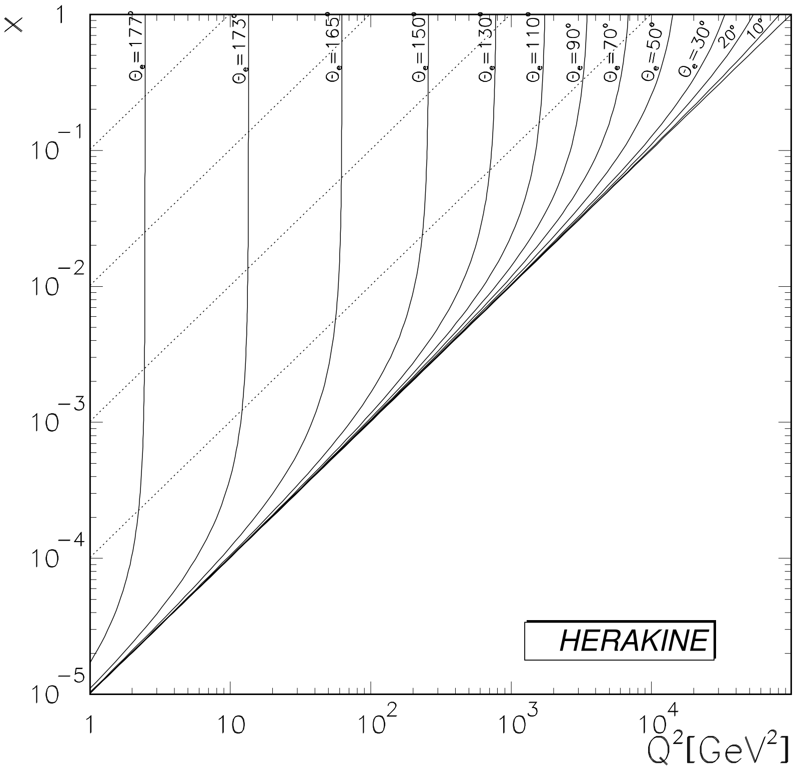


Figure 1.7: *Iso-énergies (en haut) et iso-angles (en bas) du positron diffusé dans les réactions de DIP à HERA. Par convention, $\theta_e = 180^o$ correspond à un angle de diffusion nul pour le positron.*

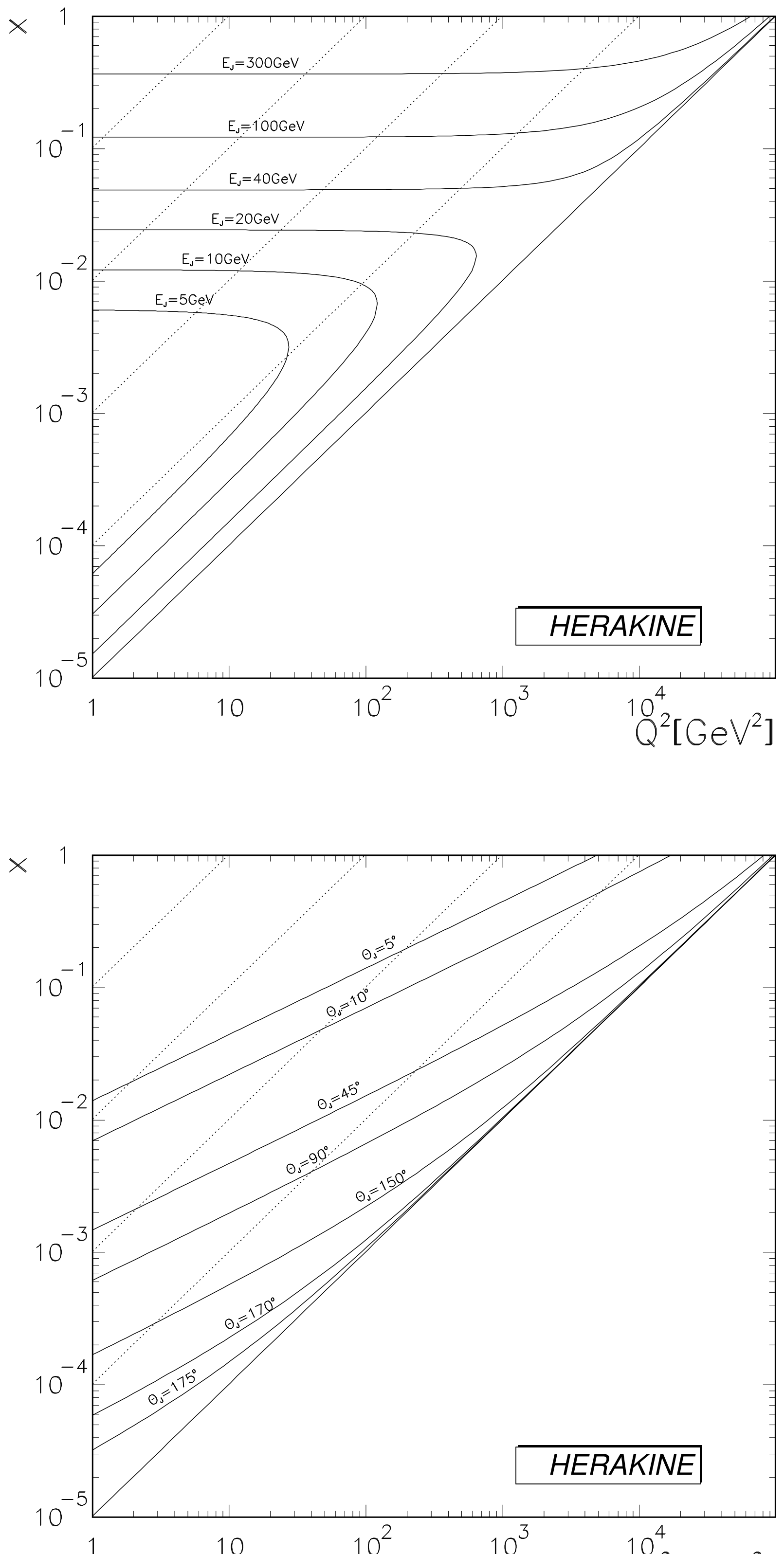


Figure 1.8: *Iso-énergies (en haut) et iso-angles (en bas) du jet de courant dans les réactions de DIP à HERA.*

1.4.2 Les sujets de physiques étudiés à HERA

Mesure de la fonction de structure F_2 du proton

L'étude de l'évolution des densités de partons à l'intérieur du proton constitue un sujet d'étude majeur à HERA. La violation logarithmique de l'invariance d'échelle a bien été observée [12] sur tout le domaine en Q^2. Par ailleurs, l'évolution en Q^2, en se plaçant à x fixé (pas trop petit) montre un comportement compatible avec les prédictions des équations standards de DGLAP [13] (pour Dokhshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi), dans lesquelles les divergences qui sont sommées sont les divergences colinéaires (émission de gluons colinéaires au parton).
A bas x, quand la densité de partons dans le proton devient très élevée, il nous faut resommer les divergences "molles" (émission de gluons peu énergétiques). Il apparaît alors une nouvelle variable d'expansion en série, non plus $\alpha_S \log(Q^2)$ comme dans les équations DGLAP, mais $\alpha_S \log(1/x)$. L'évolution de la densité de partons dans le proton en fonction de $\log(1/x)$, à Q^2 fixé, est décrite par l'équation de BFKL (Balitsky-Fadin-Kuraev-Lipatov) [14]. Cette équation prédit une remontée de la densité de gluons dans le proton quand on tend vers les bas x. Cette remontée a bien été observée à HERA [12, 15, 16], mais pour l'instant la statistique est insuffisante pour pouvoir trancher entre un comportement DGLAP ou BFKL à bas x.

Mesure de α_S

Les sections efficaces d'événements de DIP par courant neutre où on observe plusieurs jets dans l'état final peuvent se développer en série, en puissances de α_S. En faisant le rapport du nombre d'événements présentant 2 jets dans l'état final (en plus du jet spectateur) au nombre d'événements "un jet", on obtient une quantité proportionnelle à α_S. La constante de couplage de l'interaction forte a ainsi été mesurée en fonction de Q^2 à HERA [17]. La valeur obtenue à M_Z^2, $\alpha_s(M_Z^2) = 0.123 \pm 0.018$ est compatible avec la valeur mondiale.

Etude des événements diffractifs

L'examen des événements de DIP par courant neutre a montré [18] qu'environ 10% de ces événements ne présentaient aucun dépôt d'énergie dans la partie avant du détecteur (alors qu'on s'attend à trouver un peu d'énergie déposée par les résidus du proton). De tels événements sont appelés "événements à grand intervalle de rapidité", ou encore "événements diffractifs". Un événement de DIP "standard" ainsi qu'un événement diffractif typique, observés dans le détecteur H1, sont représentés sur la Fig. 1.9. De tels événements peuvent s'expliquer si on suppose que le lepton incident et le proton interagissent via l'échange d'un objet non coloré, de telle sorte qu'il n'y ait pas de connection de couleur entre le résidu du proton et le (ou les) jet de l'événement.
Il existe à l'heure actuelle trois modèles qui permettent de rendre compte de tels événements. Les deux premiers supposent l'existence d'une particule "blanche", le poméron. Le troisième invoque un nouveau type d'hadronisation, reposant sur des

échanges de gluons “mous” entre les partons du sous-processus hadronique et le proton.
Le premier modèle constitue une réminiscence des théories de Regge [19]. Le second s'appuie sur la Chromodynamique Quantique perturbative. L'échange d'une structure “blanche” de couleur se fait plus facilement à partir d'une échelle de gluons. C'est donc le domaine des bas x (là où on est dominé par les gluons) qui est à prendre en compte. La dynamique de BFKL permet alors de calculer des échanges d'une échelle de gluons non colorée : une telle échelle constitue ce qu'on appelle le Poméron BFKL.
Pour l'instant, la statistique est encore insuffisante pour que les études menées à HERA sur ce sujet [20] puissent exclure l'un ou l'autre de ces modèles.

La photoproduction

La majeure partie des événements observés à HERA correspond à de très faibles valeurs du carré Q^2 du moment transféré. Dans de tels événements, c'est un photon quasi-réel qui interagit avec le proton. Le positron (ou l'électron) n'est alors quasiment pas diffusé ($\theta_e = 180^o$), comme le montre la Fig. 1.7. L'étude de ces événements a pour but de comprendre le régime de transition entre la physique “dure” (dans le domaine perturbatif de QCD) et la physique “molle” (à $Q^2 \to 0$, quand on tend vers le domaine non perturbatif). Pour ce faire, des études de production de mésons vecteurs (ρ et J/ψ par exemple) ont été réalisées [21]. Par ailleurs, ces événements de photoproduction permettent d'étudier la structure en quarks et en gluons du photon.

La physique électrofaible

L'étude d'événements de DIP par courant chargé (où un boson W est échangé) a montré pour la première fois l'effet du propagateur du W dans la voie t. La saturation de la section efficace (du fait du terme $1/(Q^2 + M_W^2)$) a bien été observée [22]. Les mesures des sections efficaces $\sigma(e^+p \to \nu X)$ et $\sigma(e^-p \to \nu X)$ s'avèrent compatibles avec la masse du boson W [23, 24].

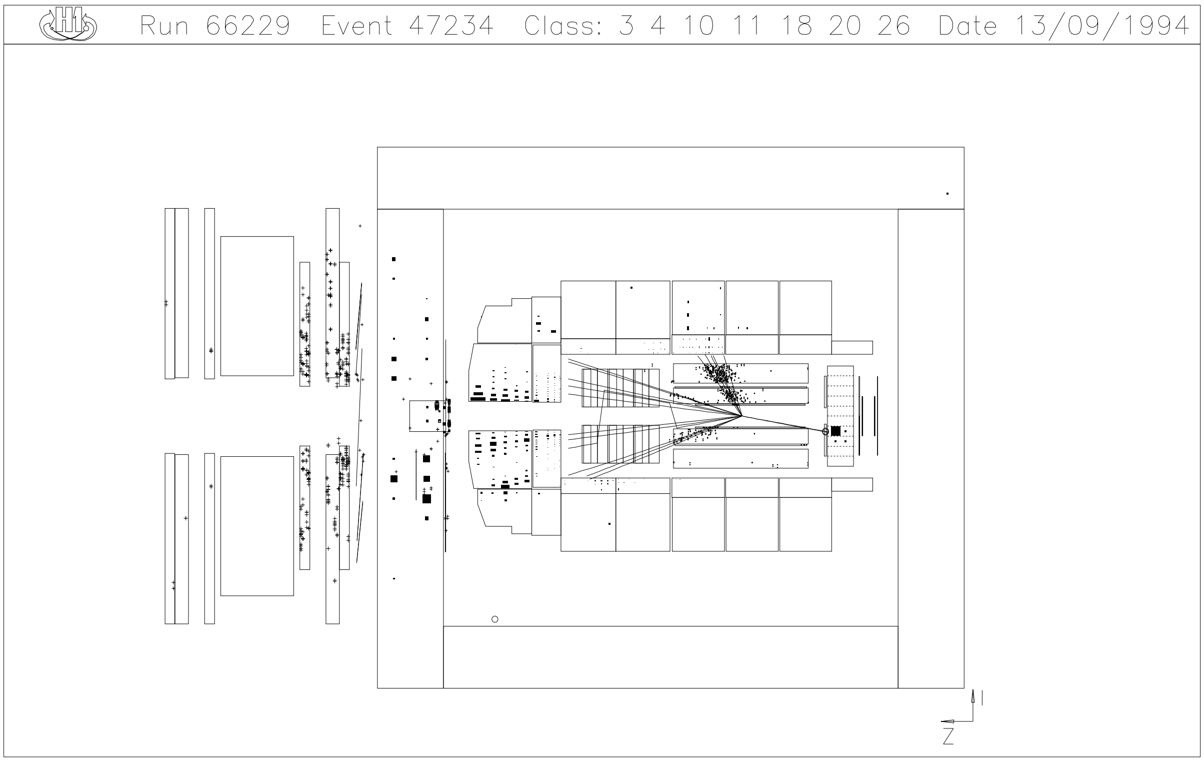
La recherche de nouvelles particules

Dans le cadre de la physique au-delà du modèle standard, plusieurs études ont été menées :

- la recherche de leptoquarks. Les leptoquarks sont des bosons scalaires ou vectoriels, apparaissant dans plusieurs modèles étendant le modèle standard (ce sont les bosons fondamentaux de $SU(5)$ par exemple, mais ils apparaissent aussi dans des modèles composites ou de technicouleur, et dans certains modèles de supercordes). Se couplant à un lepton et un quark, ils peuvent être produits naturellement à HERA par fusion entre le positron (ou l'électron) incident et un quark venant du proton. Les recherches menées jusquà présent [25, 26, 27] n'ont pas permis de mettre en évidence un signal. Des limites de rejet, étendant le domaine exclu par les autres expériences, ont été dérivées.

- la recherche d'électrons ou de quarks excités. De telles particules sont prédites par les modèles composites, qui tentent d'expliquer l'organisation des fermions en familles. Les recherches menées jusquà présent [28, 29] n'ont pas permis d'observer un signal.

- la recherche de particules supersymétriques, qui constitue le sujet de cette thèse. Pour l'instant, l'accent a été mis essentiellement sur des modèles où la "R-parité", un nouveau nombre quantique introduit en supersymétrie, n'est pas conservée [25, 27]. L'étude de processus conservant la R-parité est récente [30], car elle nécessite une luminosité importante.



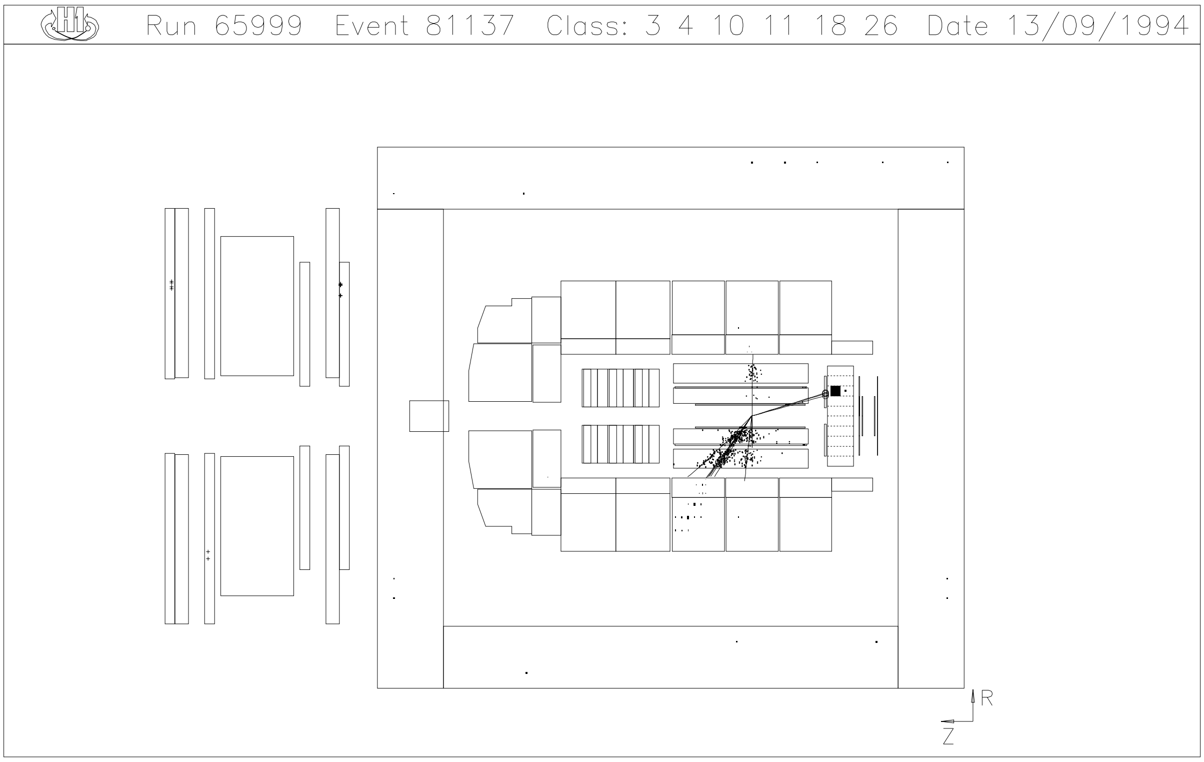


Figure 1.9: *Evénements de DIP par courant neutre "ordinaire" (en haut) et diffractif (en bas), observés dans le détecteur H1.*

Bibliographie

[1] S.L. Glashow, Nucl. Phys. A22 (1961) 579.
S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 19 (1967) 1264.

[2] M. Aguiler-Benitez et al., Review of Particle Properties, Phys. Rev. D50 (1994) 1173.

[3] DØ Collaboration, S. Abachi et al., Phys. Rev. Lett. 74 (1995) 2632.
CDF collaboration, F. Abe et al., Phys. Rev. Lett. 74 (1995) 2626.

[4] H. Georgi et S.L. Glashow, Phys. Rev. Lett. 32 (1974) 438.

[5] Fréjus Collaboration, Ch. Berger et al., Z. Phys. C50 (1991) 385.

[6] K.S. Hirata et al., Phys. Lett. B220 (1989) 308.

[7] L. Susskind, Phys. Rev. D20 (1979) 2619.

[8] E. Eichten et K. Lane, Phys. Lett. B90 (1980) 125.

[9] E. Witten, Nucl. Phys. B188 (1981) 513.

[10] T. Moroi, PhD Thesis, hep-ph/9503210

[11] P. Ramond, Phys. Rev. D3 (1971) 2415. ;
A. Neveu, J.H. Schwarz, Nucl. Phys. B31 (1986)

[12] H1 Collaboration, T. Ahmed et al., Phys. Lett. B321 (1994) 161.

[13] V.N. Gribov et L.N. Lipatov, Sov. Jour. Nucl. Phys. 15 (1972) 438. et 675. ; G. Altarelli et G. Parisi, Nucl. Phys. 126 (1977) 297; Yu.L. Dokhshitzer, Sov. Phys. JETP 46 (1977) 641.

[14] E.A. Kuraev, L.N. Lipatov et V.S. Fadin, Phys. Lett. B60 (1975) 50; Y.Y. Balitsky et L.N. Lipatov, Sov. Jour. Nucl. Phys. 28 (1978) 822.

[15] H1 Collaboration, S. Aid et al., "A Measurement and QCD Analysis of the Proton Structure Function $F(x, Q^2)$ at HERA", DESY preprint 96-39, à paraître dans Nucl. Phys. B

[16] ZEUS Collaboration, M. Derrick et al., Z. Phys. C69 (1996) 607.

[17] H1 Collaboration, T. Ahmed et al., Phys. Lett. B346 (1995) 415.

[18] H1 Collaboration, T. Ahmed et al., Nucl. Phys. B429 (1994) 477.

[19] A. Donnachie, P.V. Landschoff, Phys. Lett. B296 (1992) 227.

[20] H. Jung, "Diffractive Interactions", Proceedings of the Workshop on Deep Inelastic Scattering and QCD, Paris, 24-28 Avril 1995, ed. J.F. Laporte et Y. Sirois.

[21] H1 Collaboration, S. Aid et al., "Elastic Photoproduction of ρ_0 Mesons at HERA", DESY preprint 95-251, à paraître dans Nucl. Phys. B;
H1 Collaboration, S. Aid et al., "Elastic and Inelastic Photoproduction of J/ψ Mesons at HERA" DESY preprint 96-37, à paraître dans Nucl. Phys. B.

[22] H1 Collaboration, T. Ahmed et al., Phys. Lett. B324 (1994) 241.

[23] H1 Collaboration, S. Aid et al., Z. Phys. C67 (1995) 565.

[24] ZEUS Collaboration, M. Derrick et al., Phys. Rev. Lett. 75 (1995) 1006.

[25] H1 Collaboration, T. Ahmed et al., Z. Phys. C64 (1994) 545.

[26] H1 Collaboration, S. Aid et al., "A Search For Leptoquarks at HERA", DESY preprint 95-233 (Novembre 1995) 17pp.; à paraître dans Phys. Lett. B

[27] Ch. Thiebaux, Thèse de Doctorat, Université Paris XI (Avril 1995), numéro d'ordre 3655

[28] H1 Collaboration, T. Ahmed et al., Phys. Lett. B340 (1994) 205.

[29] ZEUS Collaboration, M. Derrick et al., Z. Phys. C65 (1995) 627.

[30] H1 Collaboration, S. Aid et al., "First Search for the Minimal Supersymmetric Model at HERA", Contribution à International Europhysics Conference on High Energy Physics, 27 Juil.-2 Aout 1995 Bruxelles, EPS-0463.

Chapitre 2

LA SUPERSYMETRIE

Ce chapitre propose une introduction aux théories supersymétriques. Le formalisme adopté est celui de [1, 2]. A partir d'un Lagrangien simple décrivant une particule de spin 1/2 et une particule scalaire, on va introduire le concept de supermultiplet et donner l'algèbre de supersymétrie. On introduira ensuite le formalisme des superchamps et du superespace, et on verra en quoi ces objets sont bien utiles pour construire une théorie de jauge supersymétrique. La section suivante sera consacrée aux brisures de supersymétrie. Les notions de base de supergravité seront ensuite introduites, afin d'éclairer le mécanisme qui brise la supersymétrie dans la version "supersymétrisée" du Modèle Standard, le MSSM. Quelques détails sur le MSSM seront donnés à la fin de ce chapitre, où la R-parité sera aussi introduite. Un résumé des points importants sera proposé à la fin de ce chapitre.

2.1 Construction de l'algèbre de supersymétrie

2.1.1 Introduction

Les théories de champ utilisées dans la description des particules élémentaires sont avant tout caractérisées par leur contenu en symétries. Le principe de relativité restreinte postule que l'action définissant la théorie soit invariante sous les transformations de coordonnées globales du groupe de Poincaré P (contenant les translations d'espace-temps et les transformations de Lorentz). Rappelons qu'une transformation de Poincaré infinitésimale des coordonnées x^μ peut s'écrire :

$$x^\mu \to x'^\mu = x^\mu + \delta x^\mu = x^\mu + a^\mu + \Lambda^\mu_\nu x^\nu \tag{2.1}$$

les paramètres a^μ correspondant aux translations, les Λ^μ_ν aux transformations de Lorentz. On peut écrire δx^μ sous la forme :

$$\delta x^\mu = i(a^\nu P_\nu + \frac{1}{2}\Lambda^\nu_\rho M^\rho_\nu)x^\mu \tag{2.2}$$

où les opérateurs :

$$P_\mu = -i\partial_\mu \tag{2.3}$$

$$M_{\mu\nu} = i(x_\mu\partial_\nu - x_\nu\partial_\mu) \tag{2.4}$$

sont les générateurs de l'algèbre de Lie du groupe de Poincaré pour les transformations des coordonnées. Cette algèbre s'écrit :

$$\left\{\begin{array}{lcl}[P_\mu, P_\nu] & = & 0 \\ [P_\mu, M_{\nu\rho}] & = & i(\eta_{\mu\nu} P_\rho - \eta_{\mu\rho} P_\nu) \\ [M_{\mu\nu}, M_{\rho\sigma}] & = & -i(\eta_{\mu\rho} M_{\nu\sigma} + \eta_{\nu\sigma} M_{\mu\rho} - \eta_{\mu\sigma} M_{\nu\rho} - \eta_{\nu\rho} M_{\mu\sigma})\end{array}\right. \tag{2.5}$$

où $(\eta_{\mu\nu})$ est la métrique de l'espace de Minkowski $(\eta_{\mu\nu}) = \mathrm{diag}(1, \text{-}1, \text{-}1, \text{-}1)$.
Le principe d'invariance relativiste postule alors que les champs de la théorie soient porteurs d'une représentation de cette algèbre, c'est-à-dire qu'il existe un ensemble d'opérateurs P_μ et $M_{\mu\nu}$ vérifiant les règles de commutation précédentes, agissant sur les champs Φ et les coordonnées et générant les transformations infinitésimales de Poincaré $\Phi(x) \to \Phi'(x')$.

Dans le cadre du Modèle Standard, l'action est aussi invariante sous les transformations du groupe de jauge $G = SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. La structure de la symétrie de la théorie s'écrit alors sous la forme du produit direct $P \times G$ du groupe de Poincaré et de ce groupe G de symétries internes, les symétries internes commutant avec les transformations de Poincaré.

Lorsque la supersymétrie a été introduite dans les années 1970, on ne s'intéressait pas aux problèmes de hiérarchie ou de grande unification. L'idée était d'introduire une symétrie supplémentaire reliant les deux types de champs fondamentaux : les fermions, constituant la matière, et les bosons, pouvant constituer un champ classique cohérent et "porteurs" des interactions.

On essaie pour cela de construire une symétrie plus large, toujours à partir du groupe de Poincaré et d'un groupe de symétries internes, mais moins simplement qu'avec un produit direct de ces deux groupes. En effet, les générateurs Q^i des transformations de la symétrie bosons-fermions doivent porter un indice spinoriel non nul pour pouvoir relier entre elles des particules de spin différent, donc ils ne peuvent pas commuter avec les transformations de Lorentz :

$$\left[Q^i, M_{\mu\nu}\right] \neq 0$$

Ces générateurs peuvent a priori porter un spin entier non nul, ou un spin demi-entier. Dans le premier cas, on connaîtra par quantification canonique les commutateurs $[Q^i, Q^j]$, d'où une structure d'algèbre de Lie étendant celle du groupe de Poincaré. Dans le cas où les Q^i ont un spin demi-entier, les anticommutateurs $\{Q^i, Q^j\}$ seront connus, et la structure ne sera plus celle d'une algèbre de Lie. Néanmoins, le théorème de **Coleman-Mandula** [3] supprime la possibilité de prendre les Q^i de spin entier, c'est-à-dire de rajouter des symétries bosoniques. En effet, d'après ce théorème, lorsque la structure de la symétrie est celle d'une algèbre de Lie, les seules charges conservées qui se transforment comme des tenseurs sous le groupe de Lorentz sont les générateurs P_μ et $M_{\mu\nu}$ du groupe de Poincaré. Mais le théorème de Coleman-Mandula n'interdit pas aux charges conservées, correspondant aux symétries internes, de se transformer comme des **spineurs** sous le groupe de Lorentz. C'est cette possibilité qui est exploitée en supersymétrie, où les Q^i sont choisis de spin $\frac{1}{2}$. Les générateurs des transformations de supersymétrie agissent donc de la manière suivante :

$$\begin{cases} Q^i|\text{boson, spin } S> & = |\text{fermion, spin } S \pm \frac{1}{2}> \\ Q^i|\text{fermion, spin } S> & = |\text{boson, spin } S \pm \frac{1}{2}> \end{cases}$$

2.1.2 Un premier modèle simple

Wess et Zumino [4] ont proposé le premier Lagrangien supersymétrique mettant en jeu un fermion et une particule scalaire. Leur modèle comportait aussi des termes d'interactions entre les champs. On va voir ici une version simplifiée de ce modèle.

Théorie libre décrivant un fermion de Weyl et un scalaire

On commence par considérer le cas simple d'une théorie décrivant un champ scalaire complexe z et un champ de fermions de chiralité gauche ψ_L, tous deux non massifs. On va mettre en évidence une transformation reliant ces champs, et un Lagrangien invariant sous ces transformations.
Soit $\mathcal{L}$ le Lagrangien le plus simple qu'on puisse écrire à partir de z et ψ, dans l'hypothèse où il n'y a pas d'interaction :

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu z^+)(\partial^\mu z) + i\bar{\psi}_L\gamma_\mu\partial^\mu\psi_L \tag{2.6}$$

La transformation la plus générale du champ z du type souhaité doit s'écrire à partir de l'action d'un opérateur O_z sur le champ ψ_L : $\delta z = O_z(\psi_L)$. Cette opération fait nécessairement intervenir un spineur ε, pour que δz reste un scalaire. ε est le paramètre de la transformation. On pose alors :

$$\delta z = \sqrt{2}\bar{\varepsilon}\psi_L, \tag{2.7}$$

De même, la transformation de ψ_L est de la forme :

$$\delta\psi_L = N(z)\epsilon,$$

où $N(z)$ est une matrice de nombres. Comme $\delta\psi_L$ doit être un spineur de Weyl, ε doit aussi être de chiralité donnée. Et afin d'éviter $\delta z = 0$, ε doit en fait être de chiralité droite (car $\bar{\varepsilon}_L\psi_L = 0$). Par ailleurs, remarquons qu'un Lagrangien étant de dimension 4 en masse, z doit être de dimension 1 et ψ de dimension $\frac{3}{2}$, ce que l'on note : $[z] = 1$, $[\psi] = \frac{3}{2}$. Donc, d'après l'équation (2.7), $[\varepsilon] = -\frac{1}{2}$. L'opérateur $N(z)$ est par conséquent de dimension 2 en masse. Partant du champ scalaire z, on doit donc faire intervenir la dérivée ∂_μ ($[\partial_\mu] = 1$) pour obtenir un objet de dimension 2. Il est alors naturel de poser :

$$\delta\psi_L = \sqrt{2}\left[a(\gamma^\mu\partial_\mu z) + b(\gamma^\nu\partial_\nu z^+)\right]\varepsilon_R,$$

où a et b sont des nombres complexes. On a alors, en décomposant le Lagrangien en sa partie $\mathcal{L}_z$ décrivant la particule scalaire et sa partie $\mathcal{L}_\psi$ décrivant le fermion :

$$\begin{aligned} \delta(\mathcal{L}_z) &= \partial_\mu(\delta z^+)(\partial^\mu z) + (\partial_\mu z^+)(\partial^\mu \delta z) \\ &= \sqrt{2}\partial_\mu\bar{\psi}_L\varepsilon_R\partial^\mu z + (\partial_\mu z^+)\bar{\varepsilon}_R\partial^\mu\psi_L \end{aligned}$$

En particulier, $\delta(\mathcal{L}_z)$ ne contient pas de terme en $\bar{\psi}_L z^+$ ou $z\psi_L$ (seulement en $\bar{\psi}_L z$ et $z^+\psi_L$). Le calcul de $\delta\mathcal{L}_\psi$ est plus long et n'est pas détaillé ici. Notons juste que si le complexe b est non nul, on aura dans $\delta(\mathcal{L}_\psi)$ un terme $\bar{\psi}_L\gamma^\mu\partial_\mu b\gamma^\nu\partial_\nu z^+\varepsilon_R$, et la compensation de $\delta\mathcal{L}_z$ par $\delta\mathcal{L}_\psi$ ne peut avoir lieu. Il faut donc prendre $b=0$, soit :

$$\delta\psi_L = \sqrt{2}a(\gamma^\mu\partial_\mu z)\varepsilon_R$$

Le calcul complet [2] de $\delta\mathcal{L}_\psi$ montre qu'en prenant $a=-i$, on a :

$$\delta\mathcal{L}_z + \delta\mathcal{L}_\psi = \partial_\mu\left[....\right] = \text{quadri-divergence}$$

On a donc bien invariance du Lagrangien sous les transformations :

$$\left\{\begin{array}{lcl} \delta z & = & \sqrt{2}\bar{\varepsilon}_R\psi_L \\ \delta\psi_L & = & -i\sqrt{2}\gamma^\mu\partial_\mu z\varepsilon_R \end{array}\right. \tag{2.8}$$

Commutateur de deux transformations de supersymétrie

Reprenons le Lagrangien simple (2.6) :

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu z^+)(\partial^\mu z) + i\bar{\psi}_L\gamma_\mu\partial^\mu\psi_L$$

Soient δ_1 et δ_2 deux transformations de supersymétrie définies comme précédemment, de paramètres respectifs ε_{1R} et ε_{2R}. On s'intéresse au commutateur $[\delta_1, \delta_2]$. Pour que l'algèbre de supersymétrie (c'est-à-dire l'algèbre de Poincaré étendue par les transformations de supersymétrie) soit fermée, ce commutateur doit s'écrire comme combinaison linéaire de translations et de transformations de Lorentz (car le produit de deux transformations du type (2.8) ne change pas le spin). Le calcul donne, à partir des lois de transformation des champs (2.8) :

$$[\delta_1, \delta_2]\, z \;=\; -2i(\bar{\varepsilon}_{2R}\gamma^\mu\varepsilon_{1R} - \bar{\varepsilon}_{1R}\gamma^\mu\varepsilon_{2R})\partial_\mu z \tag{2.9}$$

Soit, en utilisant le générateur $P_\mu = -i\partial_\mu$ des translations :

$$\left\{\begin{array}{c} [\delta_1, \delta_2]\, z = \Delta^\mu P_\mu z \\ \text{avec } \Delta^\mu = 2(\bar{\varepsilon}_{2R}\gamma^\mu\varepsilon_{1R} - \bar{\varepsilon}_{1R}\gamma^\mu\varepsilon_{2R}) \end{array}\right.$$

Donc, ce commutateur agit bien comme on le souhaite sur le champ scalaire.
Pour le champ de fermions, on trouve :

$$[\delta_1, \delta_2]\, \psi_L \;=\; \Delta^\mu(P_\mu\psi_L + \frac{1}{2}i\gamma_\mu\gamma^\nu\partial_\nu\psi_L) \tag{2.10}$$

Or, l'équation du mouvement pour le champ ψ_L est l'équation de Dirac dans le cas où la masse du champ est nulle :

$$\gamma^\nu\partial_\nu\psi_L = 0$$

Donc, pour des champs fermioniques **satisfaisant à l'équation du mouvement**, le commutateur de deux transformations de supersymétrie est une simple translation, de paramètre $\Delta^\mu = 2(\bar{\varepsilon}_{2R}\gamma^\mu\varepsilon_{1R} - \bar{\varepsilon}_{1R}\gamma^\mu\varepsilon_{2R})$. On a donc :

$$[\delta_1, \delta_2]\begin{pmatrix} z \\ \psi_L \end{pmatrix} = \Delta^\mu P_\mu \begin{pmatrix} z \\ \psi_L \end{pmatrix} \tag{2.11}$$

Ainsi, l'algèbre de supersymétrie est fermée uniquement lorsque les particules sont sur leur couche de masse, alors qu'on voudrait qu'elle le soit aussi lorsque les particules sont virtuelles.

2.1.3 Les champs auxillaires

Plusieurs problèmes se posent dans l'exemple précédent :

- tout d'abord, comme on vient de le voir, l'algèbre de supersymétrie est fermée uniquement lorsque les particules sont sur leur couche de masse,

- les nombres de degrés de liberté bosoniques et fermioniques ne sont pas égaux hors couche de masse. En effet, le champ scalaire complexe z contient deux degrés de libertés, le spineur ψ en contient deux seulement s'il vérifie l'équation de Dirac, et quatre sinon.

L'introduction de nouveaux champs, les **champs auxilliaires**, va permettre de résoudre ces problèmes [4]. Reprenons le Lagrangien (2.6). On cherche à modifier $\mathcal{L}$ de telle sorte que la théorie sous-jacente contienne :

- (i) 4 degrés de liberté fermioniques et 4 degrés de liberté bosoniques lorsque les particules sont hors couche de masse,

- (ii) 2 degrés de liberté fermioniques et bosoniques dans le cas contraire.

Pour que la condition (i) soit réalisée, il faut rajouter à $\mathcal{L}$ deux degrés de liberté bosoniques. Le moyen le plus simple pour y arriver est d'introduire un nouveau champ scalaire complexe F, et d'ajouter à $\mathcal{L}$ un terme F^+F. Par ailleurs, le Lagrangien (2.6) vérifie déjà (ii). Il faut donc que le nouveau champ F n'amène pas de degré de liberté supplémentaire lorsque les particules sont sur leur couche de masse. Autrement dit, il faut que la solution des équations du mouvement pour le champ F soit $F = 0$, c'est-à-dire que le Lagrangien ne contienne pas de terme cinétique pour F. Par conséquent, le seul terme que l'on va rajouter à $\mathcal{L}$ est le terme F^+F. Le champ F, qui n'a pas de dynamique propre, est appelé un champ auxillaire. On considère donc :

$$\mathcal{L} = \partial_\mu z \partial^\mu z + i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi + F^+F$$

Sous une transformation de supersymétrie, le champ F va être lui aussi modifié. Il faut donc modifier les lois de transformation des champs (2.8) pour que le Lagrangien ci-dessus reste invariant. Gardons pour z la même loi de transformation :

$$(1) \qquad \delta z = \sqrt{2}\bar{\varepsilon}\psi_L$$

On doit alors modifier $\delta\psi$ et chercher la transformation δF de F qui laisse $\mathcal{L}$ invariant. La nouvelle transformation de ψ doit faire intervenir le champ F. A nouveau par des arguments de dimension en masse ($[F] = 2, [\varepsilon] = -\frac{1}{2}, [\psi] = \frac{3}{2}$), il est naturel d'ajouter au $\delta\psi$ de (2.8) un terme $F\varepsilon$. On voit dès lors que, au contraire de ce qui se passe dans l'exemple précédent, le paramètre ε de la transformation de supersymétrie ne peut plus être un spineur de Weyl de chiralité droite. Ainsi, on prend ε spineur de Majorana et on pose :

$$(2) \qquad \begin{aligned} \delta\psi_L &= -\sqrt{2}L(i\gamma^\mu\partial_\mu z + F)\varepsilon \\ &= -\sqrt{2}i\gamma^\mu\partial_\mu z\varepsilon_R - \sqrt{2}F\varepsilon_L \end{aligned}$$

où $\varepsilon_L = L\varepsilon$ et $\varepsilon_R = R\varepsilon$, L et R étant respectivement les projecteurs gauche et droit ($\frac{1}{2}(1 \mp \gamma^5)$). La variation de $\mathcal{L}$ sous les transformations (1) et (2) s'écrit :

$$\delta\mathcal{L} = F(\delta F^*) + (\delta F)F^* + i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu(-\sqrt{2}F\varepsilon_L) + i(-\sqrt{2}F^*)\bar{\varepsilon}\gamma^\mu\partial_\mu\psi$$

Ainsi, $\mathcal{L}$ est invariant sous les transformations :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \delta z & = & \sqrt{2}\bar{\varepsilon}_R\psi_L \\ \delta\psi_L & = & -\sqrt{2}i\gamma^\mu\partial_\mu z\varepsilon_R - \sqrt{2}F\varepsilon_L \\ \delta F & = & \sqrt{2}i\bar{\varepsilon}\gamma^\mu\partial_\mu\psi_L \end{array} \right. \qquad (2.12)$$

On vérifie alors que le commutateur $[\delta_1, \delta_2]$ de deux transformations de supersymétrie est une translation $\Delta^\mu P_\mu$ pour tous les champs (z, ψ, F), avec $\Delta^\mu = 2(\bar{\varepsilon}_2\gamma^\mu\varepsilon_1)$: l'algèbre est maintenant fermée que les particules soient ou non sur leur couche de masse. De plus, on a restauré l'équilibre entre les degrés de liberté bosoniques et fermioniques. En effet, on a, hors couche de masse, 4 degrés de liberté bosoniques (z, F) et autant de fermioniques. Et lorsque les particules sont sur leur couche de masse, on a seulement 2 degrés de liberté bosoniques (z) et 2 fermioniques en raison de l'équation de Dirac.
Ainsi, on a mis en évidence un ensemble de champs (z, ψ, F) qui est porteur d'une représentation linéaire de la supersymétrie. Un tel ensemble de champs s'appelle un **supermultiplet**. Le supermultiplet $\Phi = (z, \psi, F)$, contenant un champ scalaire et un champ de fermions est appelé **supermultiplet chiral**. Dans le modèle minimal supersymétrique (le modèle supersymétrique le plus simple construit à partir du modèle standard), les quarks et les leptons seront associés à des champs fermioniques d'un supermultiplet chiral. Ainsi, les partenaires supersymétriques des quarks et des leptons seront des particules scalaires, ce qui justifie la terminologie de **"squarks"** et **"sleptons"**.
Quand on demande que la théorie supersymétrique ait aussi une symétrie de jauge (par exemple si on veut construire une théorie invariante sous les transformations locales du groupe $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$), on doit faire intervenir des champs de jauge, qui décrivent des particules de spin 1. Dans la version supersymétrisée du modèle standard, ces champs de jauge sont associés par supersymétrie à des champs fermioniques. Le Lagrangien supersymétrique le plus simple qu'on peut construire à partir d'un champ vectoriel A_μ et d'un spineur λ_r de Majorana fait là encore intervenir un champ auxilliaire scalaire réel D, pour avoir équilibre entre les degrés de liberté fermioniques et bosoniques. Ce Lagrangien s'écrit, en notant comme d'habitude $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \bar{\lambda}i\gamma^\mu\partial_\mu\lambda + \frac{1}{2}D^2$$

et les lois de transformation des champs laissant $\mathcal{L}$ invariants sont :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \delta A_\mu & = & \bar{\varepsilon}\gamma_\mu\lambda \\ \delta\lambda & = & D\varepsilon + \frac{1}{4}\sigma^{\mu\nu}\varepsilon F_{\mu\nu} \qquad \text{avec} \qquad \sigma^{\mu\nu} = \frac{1}{4}[\gamma^\mu, \gamma^\nu] \\ \delta D & = & \bar{\varepsilon}\gamma^\mu\partial_\mu\lambda \end{array} \right. \qquad (2.13)$$

L'ensemble de champs (A_μ, λ, D) est ce qu'on appelle un **supermultiplet vectoriel**. Ces supermultiplets sont les éléments de base qui vont nous permettre de construire le Lagrangien du modèle standard supersymétrique minimal.

2.1.4 L'algèbre de supersymétrie

On vient de voir dans ce qui précède que les supermultiplets sont porteurs d'une représentation linéaire de la supersymétrie. On a vu aussi les lois de transformation de chaque champ d'un supermultiplet chiral ou vectoriel. L'action d'une transformation infinitésimale de supersymétrie sur un supermultiplet Φ doit pouvoir s'écrire à l'aide du **générateur** Q de supersymétrie sous la forme :

$$\delta(\Phi) = i\bar{\varepsilon}Q(\Phi), \tag{2.14}$$

de la même manière qu'on peut écrire l'action d'une transformation de Lorentz infinitésimale agissant sur un champ ϕ :

$$\delta\phi = i\frac{1}{2}\varepsilon_{\mu\nu}G^{\mu\nu}\phi$$

les $\varepsilon_{\mu\nu}$ étant les paramètres de la transformation, et l'expression des générateurs $G^{\mu\nu}$ dépendant ensuite de la nature du champ ϕ :

$$\begin{cases} G^{\mu\nu} = i(x^\mu\partial^\nu - x^\nu\partial\mu) & \text{pour un champ scalaire} \\ G^{\mu\nu} = \frac{i}{4}[\gamma^\mu, \gamma^\nu] & \text{pour un champ spinoriel} \end{cases}$$

Une transformation finie de supersymétrie sur un supermultiplet s'obtiendra alors par exponentiation :

$$\Phi' = e^{i\bar{\varepsilon}Q}\Phi$$

Le paramètre ε d'une transformation infinitésimale de supersymétrie étant un **spineur de Majorana**, il doit en être de même pour le générateur Q de la transformation. Pour construire l'algèbre de supersymétrie, on a besoin de connaître des lois de composition (commutateurs ou anti-commutateurs) mettant en jeu l'opérateur Q et les générateurs des symétries de Poincaré, et laissant l'algèbre fermée. On utilisera pour cela les résultats obtenus sur l'exemple de la section précédente.

Soient ε_1, ε_2 et Q trois spineurs de Majorana. Le commutateur $[\delta_1, \delta_2]$, calculé précédemment, fait intervenir $[\bar{\varepsilon}_1 Q, \bar{\varepsilon}_2 Q]$, et peut s'écrire :

$$\begin{aligned} [\delta_1, \delta_2] = -[\bar{\varepsilon}_1 Q, \bar{\varepsilon}_2 Q] &= -(\bar{\varepsilon}_1^\alpha Q_\alpha \bar{\varepsilon}_2^\beta Q_\beta - \bar{\varepsilon}_2^\beta Q_\beta \bar{\varepsilon}_1^\alpha Q_\alpha) \\ &= \bar{\varepsilon}_1^\alpha \bar{\varepsilon}_2^\beta \{Q_\alpha, Q_\beta\} \end{aligned} \tag{2.15}$$

car $\{\varepsilon_1, \varepsilon_2\} = \{\varepsilon_i, Q\} = 0$ (les composantes de spineurs anticommutent). Puisque ce commutateur est une translation d'espace-temps, on s'attend à ce que l'algèbre de supersymétrie ait la structure suivante :

$$\begin{cases} [B, B] & \subset & B \\ [B, F] & \subset & F \\ \{F, F\} & \subset & B \end{cases} \tag{2.16}$$

où B représente l'ensemble des symétries bosoniques (translations et transformations de Lorentz), et F les transformations fermioniques de supersymétrie (les Q_α, α étant un indice spinoriel α=1..4). L'écriture ci-dessus signifie que le commutateur de deux symétries bosoniques est une symétrie bosonique. Par contre, le commutateur

d'une symétrie bosonique avec un générateur de supersymétrie doit changer le spin, c'est donc une symétrie fermionique. Enfin, l'anticommutateur de deux symétries fermioniques ne change pas le spin et est donc une symétrie bosonique.
On est donc naturellement amené à calculer l'anticommutateur $\{Q_\alpha, Q_\beta\}$. On a vu dans la section précédente :

$$[\delta_1, \delta_2]\,\Phi = 2(\bar{\varepsilon}_2\gamma^\mu\varepsilon_1)P_\mu\Phi$$

En combinant ce résultat avec (2.15), on obtient :

$$\bar{\varepsilon}_1^\alpha\bar{\varepsilon}_2^\beta\,\{Q_\alpha, Q_\beta\}\,\Phi = 2(\bar{\varepsilon}_2^\beta\gamma^\mu_{\beta\nu}\varepsilon_1^\nu)P_\mu\Phi \tag{2.17}$$

ε_1 étant un spineur de Majorana, il vérifie la condition $\varepsilon_1 = C\bar{\varepsilon}_1^t$, où C est la matrice de conjugaison de charge. On peut donc écrire les composantes du spineur ε_1 en fonction de celles de son conjugué de Dirac $\bar{\varepsilon}_1$:

$$\varepsilon_1^\nu = C^\nu_\alpha\bar{\varepsilon}_1^\alpha \tag{2.18}$$

En reportant (2.18) dans (2.17), on obtient aisément :

$$\{Q_\alpha, Q_\beta\} = -2(\gamma^\mu C)_{\beta\alpha}P_\mu = -2(\gamma^\mu C)_{\alpha\beta}P_\mu$$

car les matrices $\gamma^\mu C$ sont symétriques. On rencontre souvent dans la littérature l'expression suivante :

$$\left\{Q_\alpha, \bar{Q}_\beta\right\} = 2\gamma^\mu_{\alpha\beta}P_\mu \tag{2.19}$$

qui se déduit immédiatement de la précédente en utilisant le fait que Q est un spineur de Majorana $\bar{Q}^t = C^{-1}Q$.
Restent à calculer les commutateurs d'un générateur de supersymétrie avec un générateur de l'algèbre de Poincaré. Ils s'obtiennent à partir des identités de Jacobi correspondant aux structures (2.16) (une telle structure s'appelle une algèbre de Lie graduée).
Regardons par exemple $[M_{\mu\nu}, Q_\alpha]$. Puisque $[B, F] \subset F$, on peut poser :

$$[M_{\mu\nu}, Q_\alpha] = (b_{\mu\nu})_\alpha^{\ \beta}Q_\beta$$

En utilisant alors l'identité de Jacobi :

$$[[B_1, B_2], F_3] + [[B_2, F_3], B_1] + [[F_3, B_1], B_2] = 0$$

avec $B_1 = M_{\mu\nu}$, $B_2 = M_{\rho\sigma}$ et $F_3 = Q_\alpha$, on obtient :

$$[b^{\mu\nu}, b^{\rho\sigma}] = -i(\eta^{\mu\rho}b^{\nu\sigma} + \eta^{\nu\sigma}b^{\mu\rho} - \eta^{\mu\sigma}b^{\nu\rho} - \eta^{\nu\rho}b^{\mu\sigma})$$

Ce commutateur est celui de deux générateurs $G^{\mu\nu}$ de transformations de Lorentz. Ainsi, les $b^{\mu\nu}$ forment une représentation de l'algèbre de Lorentz pour les spineurs. Leur expression est donc bien connue :

$$b^{\mu\nu} = \frac{i}{4}\,[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$$

On définit $\gamma^{\mu\nu} = \frac{1}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$. Alors :

$$[M^{\mu\nu}, Q] = \frac{i}{2}\gamma^{\mu\nu}Q \tag{2.20}$$

Par un raisonnement similaire, on obtient le dernier commutateur cherché :

$$[P_\mu, Q_\alpha] = 0 \tag{2.21}$$

Pour récapituler, l'algèbre de supersymétrie s'obtient en étendant l'algèbre de Poincaré (2.5) par :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} [M^{\mu\nu}, Q] & = & \frac{i}{2}\gamma^{\mu\nu}Q \\ [P_\mu, Q_\alpha] & = & 0 \\ \left\{Q_\alpha, \bar{Q}_\beta\right\} & = & 2\gamma^\mu_{\alpha\beta}P_\mu \end{array} \right. \tag{2.22}$$

2.1.5 Quelques conséquences immédiates

On peut faire deux remarques utiles à partir des résultats précédents :

- de $[P_\mu, Q_\alpha] = 0$ on déduit $[P^2, Q_\alpha] = 0$, où on a noté $P^2 = P^\mu P_\mu$. Par conséquent, si z et ψ sont deux champs appartenant à un même supermultiplet, de masses respectives m et m', on a :

$$\begin{array}{lcl} P^2 Q_\alpha z & = & Q_\alpha P^2 z \\ P^2\psi & = & Q_\alpha(mz) \\ m'\psi & = & m\psi \end{array}$$

  par conséquent, $m = m'$. Ainsi, **les particules appartenant à un même supermultiplet ont la même masse**. On voit dès lors que la supersymétrie doit être brisée, puisque les limites expérimentales actuelles interdisent par exemple l'existence d'une particule scalaire de même masse que l'électron. Les mécanismes de brisure de supersymétrie seront abordés plus loin.

- de la relation d'anti-commutation $\left\{Q_\alpha, \bar{Q}_\beta\right\} = 2(\gamma^\mu)_{\alpha\beta}P_\mu$, on obtient, en contractant avec $\gamma^0_{\beta\nu}$:

$$P_0 = \frac{1}{4}\Sigma Q^2_\alpha \tag{2.23}$$

  Par conséquent, dans une théorie supersymétrique, les énergies des états sont **positives ou nulles**.

2.2 Lagrangiens et théories de jauge supersymétriques

On va d'abord présenter la construction de Lagrangiens supersymétriques. On va pour cela introduire le formalisme des superchamps, qui sont une autre représentation des supermultiplets. L'intérêt est que sur ces objets, les générateurs de supersymétrie agissent par des dérivées : il est alors beaucoup plus simple de voir si un Lagrangien est invariant sous des transformations de supersymétrie (avec uniquement les lois de transformations des champs, les calculs sont laborieux !). On verra ensuite comment obtenir une théorie supersymétrique où les symétries de $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ sont locales. Pour ce faire, dans le cadre du modèle standard, on part des champs de matière et on doit remplacer les dérivées ∂_μ par des dérivées covariantes, ce qui nécessite d'introduire de nouveaux champs, ceux qui décrivent les bosons de jauge. Dans un modèle supersymétrique, on part de superchamps chiraux et on introduit de nouveaux superchamps pour décrire les bosons de jauge. Ces superchamps sont appelés "superchamps vectoriels".

2.2.1 Superespace et superchamps

On a vu dans le partie précédente que le commutateur $[\delta_1, \delta_2]$ de deux transformations infinitésimales de supersymétrie est une translation. C'est en ce sens qu'on dit parfois que les transformations de supersymétrie sont des "racines carrées" de translations. L'idée est alors d'essayer de représenter ces transformations de supersymétrie comme des "translations généralisées", et de trouver une nouvelle représentation des supermultiplets sur laquelle ces transformations agissent via uniquement des dérivées. Il sera alors simple de voir si la variation d'un Lagrangien sous une transformation de supersymétrie est nulle à une quadri-divergence près.
Afin d'écrire une transformation de supersymétrie comme une translation généralisée, on doit "élargir" l'espace des coordonnées sur lesquelles vont agir ces translations. Ce nouvel espace élargi est ce qu'on appelle le **superespace**. Etant donné que le paramètre d'une transformation infinitésimale de supersymétrie est un spineur de Majorana, il est naturel de poser que :

$$\text{une coordonnée du superespace} = (x^\mu, \theta)$$

où θ est un spineur de Majorana. En particulier, les composantes de θ anticommutent : un tel objet est appelé une variable de Grassman.
On introduit ensuite de nouveaux champs, les **superchamps**, sur lesquels les générateurs Q_α de supersymétrie agissent uniquement via des dérivées, de manière analogue aux translations. Ces superchamps seront fonction non plus d'un point de l'espace-temps, mais d'un point du superespace.
Il est pratique et très répandu d'utiliser pour cela la notation à deux composantes pour les spineurs, qu'on va rappeler brièvement. C'est cette notation qu'on adoptera dans tout ce qui suit.

Notation à deux composantes pour des spineurs

Un spineur ψ de Dirac peut s'écrire sous la forme usuelle :

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix}$$

où ψ_L se transforme dans la représentation $(\frac{1}{2}, 0)$ du groupe de Lorentz, et ψ_R dans la représentation $(0, \frac{1}{2})$. La notation à deux composantes pour les spineurs consiste à poser :

$$\left\{ \begin{array}{lll} \psi_L & = & \begin{pmatrix} \psi_{\alpha=1} \\ \psi_{\alpha=2} \end{pmatrix} \\ \psi_R & = & \begin{pmatrix} \bar{\psi}^{\dot{\alpha}=1} \\ \bar{\psi}^{\dot{\alpha}=2} \end{pmatrix} \end{array} \right.$$

Il s'agit uniquement d'une notation : le $\bar{\psi}$ ci-dessus n'a rien à voir avec le conjugué de Dirac du spineur. Les indices pointés ou non pointés rappellent juste que les composantes droite et gauche du spineur ψ ne se transforment pas suivant la même représentation du groupe de Lorentz.
Les quantités $\psi_1^\alpha \psi_{2\alpha}$ sont alors invariantes de Lorentz, avec par définition :

$$\psi^\alpha = \epsilon^{\alpha\beta}\psi_\beta$$

le tenseur

$$\epsilon^{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

servant à monter ou descendre les indices.
Pour deux spineurs ψ_1 et ψ_2 qui anticommutent, on adoptera la convention suivante :

$$\left\{ \begin{array}{lll} \psi_1\psi_2 & = & \psi_1^\alpha \psi_{2\alpha} \\ \bar{\psi}_1\bar{\psi}_2 & = & \bar{\psi}_{1\dot{\alpha}}\bar{\psi}_1^{\dot{\alpha}} \end{array} \right.$$

Notons que la place des indices est importante, puisque $\psi_1^\alpha\psi_{2\alpha} = -\psi_{1\alpha}\psi_2^\alpha$.
Les matrices de Dirac γ^μ s'écrivent alors dans cette notation :

$$\gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & (\sigma^\mu)_{\alpha\dot{\alpha}} \\ (\bar{\sigma}^\mu)^{\dot{\alpha}\alpha} & 0 \end{pmatrix} \tag{2.24}$$

avec par définition :

$$(\bar{\sigma}^\mu)^{\dot{\alpha}\alpha} = \epsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}}\epsilon^{\alpha\beta}(\sigma^\mu)_{\beta\dot{\beta}} \quad \text{et} \quad \sigma^\mu = (1, -\sigma^i)$$

les σ^i étant les matrices de Pauli.
Ecrivant le générateur Q de supersymétrie (spineur de Majorana) dans cette notation, l'algèbre devient :

$$\left\{ \begin{array}{lll} \{Q_\alpha, Q_\beta\} & = & \left\{\bar{Q}^{\dot{\alpha}}, \bar{Q}^{\dot{\beta}}\right\} \quad = 0 \\ \left\{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\right\} & = & 2P_\mu(\sigma^\mu)_{\alpha\dot{\beta}} \end{array} \right. \tag{2.25}$$

Superchamps et charges de supersymétrie

Un point du superespace s'écrit, dans cette notation, $(x^\mu, \theta^\alpha, \bar{\theta}^{\dot{\alpha}})$. On introduit alors les superchamps $\Phi = \Phi(x^\mu, \theta^\alpha, \bar{\theta}^{\dot{\alpha}})$ de telle sorte que les générateurs de supersymétrie agissent sur Φ par l'intermédiaire de dérivées. On cherche alors la représentation des Q_α sur ces superchamps. Par définition, elle doit être de la forme :

$$Q_\alpha = a^\mu_\alpha \partial_\mu + b\frac{\partial}{\partial\theta^\alpha} + c_{\alpha\dot{\alpha}}\frac{\partial}{\partial\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}} \tag{2.26}$$

$$\bar{Q}_{\dot{\alpha}} = \bar{a}^\mu_{\dot{\alpha}} \partial_\mu + \bar{b}\frac{\partial}{\partial\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} + \bar{c}^\alpha_{\dot{\alpha}}\frac{\partial}{\partial\theta^\alpha} \tag{2.27}$$

On peut deviner la forme des coefficients a^μ_α, b et $c_{\alpha\dot{\alpha}}$ par des arguments de dimension. En effet, $[Q_\alpha] = \frac{1}{2}$ (par exemple d'après (2.19)), $[\partial_\mu] = 1$ et, θ^α et $\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}$ ayant la même dimension que ε, on a :

$$[\theta^\alpha] = \left[\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}\right] = -\frac{1}{2} \text{ et } \left[\frac{\partial}{\partial\theta_\alpha}\right] = \left[\frac{\partial}{\partial\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}}\right] = \frac{1}{2}$$

Ainsi, $[a^\mu_\alpha] = -\frac{1}{2}$. On va donc chercher à écrire a^μ_α à partir de θ^α ou $\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}$. Par ailleurs, pour obtenir l'indice vectoriel de a^μ_α, il est naturel d'utiliser une matrice σ^μ (qui porte un indice non pointé et un indice pointé), et donc de poser :

$$a^\mu_\alpha = a(\sigma^\mu)_{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \text{ et } \bar{a}^\mu_{\dot{\alpha}} = \bar{a}\theta^\alpha\sigma^\mu_{\alpha\dot{\alpha}}$$

où a et $\bar{a}$ sont des nombres complexes (non nécessairement conjugués l'un de l'autre) de dimension nulle en masse. De plus, $[Q_\alpha] = \left[\frac{\partial}{\partial\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}}\right]$ implique : $[c_{\alpha\dot{\alpha}}] = 0$. Une inspection systématique montre qu'on ne peut pas construire de manière naturelle un tenseur $T_{\alpha\dot{\alpha}}$ de dimension nulle en masse. On prend donc $c_{\alpha\dot{\alpha}} = 0$ et de même $c^\alpha_{\dot{\alpha}} = 0$.
Calculons alors l'anticommutateur $\left\{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\right\}$:

$$\left\{Q_\alpha \bar{Q}_{\dot{\beta}}\right\} = \left\{a\sigma^\mu_{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}, \bar{b}\frac{\partial}{\partial\bar{\theta}^{\dot{\beta}}}\right\} + \left\{b\frac{\partial}{\partial\theta^\alpha}, \bar{a}\theta^\beta\sigma^\mu_{\beta\dot{\beta}}\right\}$$

On obtient :

$$\left\{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\right\} = (\bar{a}b + a\bar{b})\sigma^\mu_{\alpha\dot{\beta}}\partial_\mu \quad \text{d'où, d'après (2.25)} \quad \bar{a}b + a\bar{b} = -2i.$$

Ainsi, on a une certaine liberté pour les complexes a et b, et les expressions des charges Q_α ne sont pas déterminées exactement par l'algèbre, mais on peut choisir :

$$\left\{\begin{array}{lcl} Q_\alpha & = & -i\left(\frac{\partial}{\partial\theta^\alpha} - i(\sigma^\mu)_{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}\partial_\mu\right) \\ \bar{Q}_{\dot{\alpha}} & = & -i\left(-\frac{\partial}{\partial\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} + i\theta^\alpha(\sigma^\mu)_{\alpha\dot{\alpha}}\partial_\mu\right) \end{array}\right. \tag{2.28}$$

Ainsi, **une transformation infinitésimale de supersymétrie de paramètre ϵ génère sur les superchamps une translation $i\varepsilon\sigma^\mu\bar{\theta}$ dans l'espace des x^μ, et une translation ε de la coordonnée θ.**

Les superchamps chiraux et vectoriels

Un superchamp est une fonction $\mathcal{F}(x^\mu,\theta,\bar\theta)$ où θ est une variable de Grassman. On peut alors développer $\mathcal{F}$ en ses puissances en $(\theta,\bar\theta)$. Aucun terme en θ^3 ou $\bar\theta^3$ n'est présent dans le développement, car $\theta^3 = 0$ du fait des propriétés des variables de Grassman. Le développement de $\mathcal{F}$ s'écrit alors :

$$\begin{aligned}\mathcal{F}(x,\theta,\bar\theta) &= f(x)+\theta\Psi(x)+\bar\theta\bar\chi(x)+\theta\theta m(x)+\bar\theta\bar\theta n(x)\\ &+ \theta\sigma^\mu\bar\theta v_\mu(x)+\theta\theta\bar\theta\bar\lambda(x)+\bar\theta\bar\theta\theta\psi(x)+\theta\theta\bar\theta\bar\theta d(x)\end{aligned} \tag{2.29}$$

où on a noté : $\theta\sigma^\mu\bar\theta = \theta^\alpha(\sigma^\mu)_{\alpha\dot\alpha}\bar\theta^{\dot\alpha}$, et où :

- v_μ est un champ vectoriel complexe
- f, m, n, d sont des champs scalaires complexes
- Ψ_α, $\bar\chi^{\dot\alpha}$, $\bar\lambda^{\dot\alpha}$ et ψ_α sont des champs spinoriels à deux composantes.

Par conséquent, le superchamp le plus général contient 16 degrés de liberté bosoniques et autant de fermioniques. C'est beaucoup trop pour décrire par exemple le supermultiplet chiral (z,ψ,F) introduit précédemment, qui ne contient que 4 degrés de liberté fermioniques et bosoniques. On doit donc imposer des contraintes sur le superchamp pour réduire le nombre de degrés de liberté bosoniques et fermioniques. Pour cela, on peut soit :

- chercher une dérivée covariante invariante sous une transformation de supersymétrie, et imposer que la dérivée covariante du superchamp $\mathcal{F}$ soit nulle. Cette première possibilité permet de réaliser le superchamp chiral. En fait, on va introduire deux dérivées covariantes D_α et $\bar D_{\dot\alpha}$: la première sera nulle pour un superchamp chiral droit (contenant un champ de fermions de chiralité droite), l'autre sur un superchamp chiral gauche.
- imposer au superchamp d'être réel : $\mathcal{F} = \mathcal{F}^*$. Ce second choix correspond au cas du superchamp vectoriel.

a) Le superchamp chiral:

Commençons par chercher une expression possible pour les dérivées covariantes D_α. δ étant une transformation de supersymétrie, on veut que D_α vérifie $D_\alpha\delta\mathcal{F} = \delta(D_\alpha\mathcal{F})$. En écrivant la transformation de $\mathcal{F}$: $\delta\mathcal{F} = i(\varepsilon Q+\bar\varepsilon\bar Q)\mathcal{F}(x,\theta,\bar\theta)$, cette condition devient :

$$\left\{\begin{aligned}\{Q_\alpha, D_\beta\} &= 0\\ \left\{\bar Q_{\dot\alpha}, D_\beta\right\} &= 0\end{aligned}\right. \tag{2.30}$$

et de même pour les $\bar D_{\dot\beta}$. Ayant obtenu précédemment une expression pour les charges Q_α et $\bar Q_{\dot\alpha}$, on peut calculer les anticommutateurs de ces charges avec les opérateurs différentiels $\frac{\partial}{\partial\theta^\beta}$ et $\frac{\partial}{\partial\bar\theta^\beta}$. En faisant ensuite des combinaisons linéaires judicieuses, on obtient donc des quantités qui anticommutent avec les charges Q_α et $\bar{Q}_{\dot{\alpha}}$. Ceci nous donne une expression possible pour les dérivées covariantes :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} D_\alpha & = & \frac{\partial}{\partial\theta^\alpha} - i(\sigma^\mu)_{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}\partial_\mu \\ \bar{D}_{\dot{\alpha}} & = & \frac{\partial}{\partial\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} - i\theta^\alpha(\sigma^\mu)_{\alpha\dot{\alpha}}\partial_\mu \end{array} \right. \tag{2.31}$$

On va détailler le cas du superchamp chiral gauche, et montrer que ce cas correspond bien à celui du supermultiplet chiral où le champ de fermions est de chiralité gauche. Le superchamp chiral gauche doit vérifier par définition $\bar{D}_{\dot{\alpha}}\Phi = 0$. On voit immédiatement sur l'expression de $\bar{D}_{\dot{\alpha}}$ obtenue plus haut que :

$$\begin{array}{lcl} \bar{D}_{\dot{\alpha}}\theta & = & 0 \\ \bar{D}_{\dot{\alpha}}y^\mu & = & 0 \end{array} \tag{2.32}$$

où on a posé :

$$y^\mu = x^\mu - i\theta\sigma^\mu\bar{\theta} = x^\mu - i\theta^\alpha\sigma^\mu_{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \tag{2.33}$$

Dès lors, le superchamp Φ est fonction uniquement de θ et de cette variable y^μ. En reprenant l'expression générale (2.29) d'un superchamp, seules restent donc les composantes 1, θ et $\theta\theta$ dans le développement. Le superchamp chiral gauche s'écrit alors :

$$\Phi(y,\theta) = z(y) + \sqrt{2}\theta\psi(y) - \theta\theta f(y) \tag{2.34}$$

Le superchamp chiral gauche contient donc deux champs scalaires complexes z et f et un champ de fermions de chiralité gauche ψ. Le contenu en champ correspond donc au supermultiplet chiral gauche, f étant le champ auxillaire, et le nombre de degrés de liberté bosonique et fermionique est égal à 4.
L'action d'une transformation de supersymétrie de paramètre $(\varepsilon, \bar{\varepsilon})$ sur le superchamp Φ s'écrit :

$$\delta\Phi(y,\theta) = i(\epsilon Q + \bar{\epsilon}\bar{Q})\Phi(y,\theta) = i(\epsilon^\alpha Q_\alpha + \bar{\epsilon}_{\dot{\alpha}}\bar{Q}^{\dot{\alpha}})\Phi(y,\theta)$$

et peut se calculer à partir de l'expression (2.34) du superchamp Φ et de celle (2.28) des charges Q_α et $\bar{Q}^{\dot{\alpha}}$. On écrit alors $\delta\Phi$ sous la forme $a + \sqrt{2}\theta b + \theta\theta c$, et, en identifiant avec $\delta\Phi = \delta z + \sqrt{2}\theta\delta\psi - \theta\theta\delta f$, on en déduit les lois de transformation des champs :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \delta z & = & \sqrt{2}\epsilon\psi \\ \delta\psi_\alpha & = & -\sqrt{2}f\epsilon_\alpha - \sqrt{2}i(\sigma^\mu\bar{\epsilon})_\alpha\partial_\mu z \\ \delta f & = & -\sqrt{2}i(\partial_\mu\psi\sigma^\mu\bar{\epsilon}) \end{array} \right. \tag{2.35}$$

Ces lois de transformation sont bien les mêmes que celles (2.12) obtenues dans le modèle de Wess-Zumino simplifié pour le supermultiplet chiral gauche, en passant à la notation à deux composantes pour les spineurs. Donc :

$$\text{supermultiplet } (z, \psi_L, F) \sim \text{superchamp } (z, \psi_\alpha, f)$$

Notons pour conclure sur le superchamp chiral que, par la linéarité de la dérivée covariante, une fonction polynômiale de superchamps chiraux est un superchamp chiral.

b) Le superchamp vectoriel :

On n'impose plus de conditions à partir de dérivées, mais on veut que le superchamp soit réel :

$$V(x, \theta, \bar{\theta}) = V(x, \theta, \bar{\theta})^+$$

En reprenant l'expression générale d'un superchamp (2.29) et en écrivant les conséquences de la réalité de V sur les champs, on peut montrer qu'une transformation "de jauge" du superchamp V de la forme :

$$V \rightarrow V + \Phi + \Phi^+ \tag{2.36}$$

où Φ est un superchamp chiral (2.34) dont les champs sont bien choisis, permet :

- de mettre à zéro plusieurs composantes du développement de V suivant les puissances de $\theta, \bar{\theta}$. La forme obtenue pour V par ce changement "de jauge" s'écrit alors :

$$V(x, \theta, \bar{\theta}) = \theta\sigma^\mu\bar{\theta}v_\mu(x) + i\theta\theta\bar{\theta}\bar{\lambda}(x) - i\bar{\theta}\bar{\theta}\theta\lambda(x) + \frac{1}{2}\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}D(x) \tag{2.37}$$

  où D est un champ scalaire réel, v_μ un champ vectoriel et λ un champ de fermions de Majorana.

- d'éliminer une composante du champ v_μ.

Une fois cette opération réalisée, on dit qu'on est dans la **jauge de Wess-Zumino**. Dans cette jauge, le supermultiplet vectoriel contient 4 degrés de liberté bosoniques (le champ D et les trois composantes restantes du champ vectoriel), et 4 degrés de liberté fermioniques (le spineur λ). Notons qu'une fonction polynômiale à coefficients réels de superchamps vectoriels reste un superchamp vectoriel, et que $V^n = 0$ pour $n \geq 3$ en raison des propriétés de la variable de Grassman θ. Par ailleurs, comme dans le cas du superchamp chiral, on peut calculer l'expression d'une transformation infinitésimale de supersymétrie sur un superchamp vectoriel, en utilisant les expressions de Q_α et $\bar{Q}_{\dot{\alpha}}$. On en déduit alors les lois de transformation des champs v_μ, λ et D constituant le superchamp vectoriel. On vérifie que ces lois correspondent à (2.13).

2.2.2 Construction d'un Lagrangien supersymétrique

Dans la construction du modèle minimal supersymétrique, qui sera détaillée dans la dernière partie de ce chapitre, on "copie" le Modèle Standard en remplaçant les champs décrivant les leptons et quarks (en doublets ou singlets de $SU(2)_L$) par des superchamps chiraux. On a donc besoin de trouver des termes fonctions de superchamps chiraux, qui sont invariants (à une quadridivergence près) sous une transformation de supersymétrie. A partir de ce qui précède, la tâche n'est plus trop ardue.

On constate dans (2.35) que sous une transformation de supersymétrie, le champ auxillaire f se transforme comme une dérivée totale (en effet, les champs auxilliaires n'ont pas de dynamique propre). Or, f est la composante $\theta\theta$ du superchamp d'après (2.34). Par conséquent, la partie $\theta\theta$ d'un superchamp chiral, ou d'une combinaison linéaire de superchamps chiraux, est invariante sous une transformation de supersymétrie :

$$\delta\,(\Sigma\,[a^n\Phi^n]_{\theta\theta}) = \partial_\mu\,[....]$$

Une première "brique" pour construire un Lagrangien supersymétrique est donc la composante $\theta\theta$ d'un polynôme en Φ_i, les Φ_i étant des superchamps chiraux. On se limitera en fait à des polynômes de degré 3, les ordres supérieurs en Φ_i conduisant à des théories non renormalisables. Notons que des termes de masse et d'interactions peuvent être introduits par la composante $\theta\theta$ du polynôme de degré 3 en Φ_i.
Ce premier élément est néanmoins insuffisant, car $[\Phi^n]_{\theta\theta}$ ne contient pas de dérivée dans les champs. Il faut donc trouver autre chose pour construire la partie cinétique du Lagrangien. Pour cela, on peut remarquer que la composante $\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}$ d'un superchamp se transforme toujours comme une dérivée totale sous une transformation de supersymétrie. En effet, si on reprend l'expression générale d'un superchamp $\mathcal{F}$ (2.29), et celle des charges de supersymétrie (2.28), on voit que la partie $\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}$ de $\delta\mathcal{F} = i(\epsilon Q + \bar{\epsilon}\bar{Q})\mathcal{F}$ ne peut venir que de l'action de $\epsilon\sigma^\mu\bar{\theta}\partial_\mu$ sur la composante $\theta\bar{\theta}\bar{\theta}$ de $\mathcal{F}$, ou bien de l'action de $\theta\sigma^\mu\bar{\epsilon}\partial_\mu$ sur la composante $\bar{\theta}\theta\theta$. Donc, $\delta(\mathcal{F}_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}}) = (\delta\mathcal{F})_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} = \partial_\mu\,[...]$, et la partie $\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}$ est bien invariante par supersymétrie.
On part ensuite de l'expression (2.34) du superchamp $\Phi = \Phi(y,\theta)$. En utilisant l'expression de y (2.33), on peut faire un développement de Taylor de z, ψ et f pour avoir Φ en fonction de x et non plus y. Ce développement fait intervenir les dérivées des champs z et ψ. On remarque alors que la partie $\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}$ de $\Phi^+\Phi$ contient les termes cherchés (par exemple le terme $\partial_\mu z\partial^\mu z^+$). Par conséquent, la partie cinétique d'un Lagrangien supersymétrique fonction de superchamps chiraux sera obtenue en prenant les composantes $\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}$ de termes $\Phi_i^+\Phi_i$.
Ainsi, le Lagrangien supersymétrique le plus général pour les superchamps chiraux peut s'écrire à l'aide d'une fonction polynômiale $g(\Phi_i) = a_i\Phi_i + \frac{1}{2}m_{ij}\Phi_i\Phi_j + \frac{1}{3}\lambda_{ijk}\Phi_i\Phi_j\Phi_k$ et est de la forme :

$$\mathcal{L} \;=\; \Sigma(\left[\Phi_i^+\Phi_i\right]_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}}) + [g(\Phi_i)]_{\theta\theta} + \left[g^+(\Phi_i^+)\right]_{\bar{\theta}\bar{\theta}} \tag{2.38}$$

On explicite ensuite les superchamps Φ_i en fonction des champs z_i, ψ_i et f_i pour avoir une expression du Lagrangien supersymétrique directement fonction des champs. L'équation du mouvement pour les champs auxilliaires f_i :

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial f_i} = 0 \Rightarrow f_i^+ = m_{ij}z_j + \lambda_{ijk}z_jz_k + a_i$$

permet alors d'éliminer les f_i en les exprimant en fonction des champs scalaires. On trouve finalement :

$$\begin{aligned}\mathcal{L} \;=\; & \tfrac{i}{2}(\psi_i\sigma^\mu\partial_\mu\bar{\psi}_i - \partial_\mu\psi_i\sigma^\mu\bar{\psi}_i)\\ - \; & \tfrac{1}{2}m_{ij}(\psi_i\psi_j + \bar{\psi}_i\bar{\psi}_j) + (\partial_\mu z^i)(\partial^\mu z^i)\\ - \; & \lambda_{ijk}z_i\psi_j\psi_k - \lambda_{ijk}^+z_i^+\bar{\psi}_j\bar{\psi}_k\\ - \; & \Sigma|a_i + m_{ij}z_j + \lambda_{ijk}z_jz_k|^2\end{aligned} \tag{2.39}$$

Le potentiel scalaire qui apparaît dans l'expression ci-dessus est une somme de carrés, et s'écrit à l'aide de la fonction g :

$$V_s = \sum_i \left| \frac{\partial g(z_i)}{\partial z_i} \right|^2 \tag{2.40}$$

Cette fonction g est appelée le **superpotentiel**. On peut alors réexprimer le Lagrangien en utilisant le superpotentiel :

$$\begin{array}{rcl} \mathcal{L} & = & \frac{i}{2}(\psi_i \sigma^\mu \partial_\mu \bar{\psi}_i - \partial_\mu \psi_i \sigma^\mu \bar{\psi}_i) \\ & + & (\partial_\mu z_i)(\partial^\mu z_i^+) \\ & - & \sum_i \left| \frac{\partial g}{\partial z_i} \right|^2 - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 g}{\partial z_i z_j} \psi_i \psi_j - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 g^+}{\partial z_i^+ z_j^+} \bar{\psi}_i \bar{\psi}_j \end{array} \tag{2.41}$$

Dans (2.39), on a des termes $-m_{ij}^2 z_j^2$ et $-\frac{1}{2}m_{ij}(\psi_i\psi_j + \bar{\psi}_i\bar{\psi}_j)$. On retrouve donc le fait que les particules scalaires, décrites par les z_i, ont les mêmes masses que leurs partenaires supersymétriques, les fermions ψ_i.

On va voir dans le paragraphe suivant comment construire une théorie de jauge supersymétrique à partir par exemple du groupe $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. De manière analogue au modèle standard, pour que la symétrie de jauge soit locale, on va devoir introduire les bosons de jauge, qui seront décrits par les champs d'un superchamp vectoriel. Ces champs devant pouvoir se propager, il nous reste un dernier élément à trouver, celui permettant d'écrire la partie cinétique du Lagrangien correspondant à ces champs de jauge. Reprenons la forme générale du superchamp vectoriel (2.37). Elle ne contient pas de dérivée dans les champs, donc ce n'est pas à partir d'une combinaison linéaire de superchamps vectoriels qu'on peut obtenir les termes cinétiques. Il nous faut à nouveau utiliser les dérivées covariantes D_α et $\bar{D}^{\dot{\alpha}}$ introduites dans le présentation du superchamp chiral. On peut alors remarquer que les quantités suivantes :

$$\begin{array}{rcl} W_\alpha & = & -\frac{1}{4}(\bar{D}\bar{D})D_\alpha V \\ \bar{W}^{\dot{\alpha}} & = & -\frac{1}{4}(DD)\bar{D}_{\dot{\alpha}} V \end{array}$$

sont des superchamps chiraux puisque $\bar{D}_{\dot{\alpha}} W_\alpha = D_\alpha \bar{W}_{\dot{\alpha}} = 0$ (en effet, d'après l'expression des dérivées covariantes $D^3 = \bar{D}^3 = 0$). Par ailleurs, on vérifie aisément que W_α et $\bar{W}_{\dot{\alpha}}$ sont invariants sous la transformation "de jauge" $V \to V + \Phi + \Phi^+$. Le calcul de W_α et $\bar{W}_{\dot{\alpha}}$ dans la jauge de Wess-Zumino, en utilisant les variables y et θ dont dépendent les superchamps chiraux, montre que ces quantités contiennent le terme :

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu v_\nu(y) - \partial_\nu v_\mu(y)$$

qui est le terme permettant de construire la partie cinétique $\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ d'un Lagrangien décrivant un champ vectoriel. La partie cinétique d'un Lagrangien supersymétrique décrivant des bosons vecteurs et des fermions s'obtient alors en prenant la composante $\theta\theta$ de $W^\alpha W_\alpha$, qui se transforme en une dérivée totale par supersymétrie. En écrivant W_α et $\bar{W}_{\dot{\alpha}}$ en fonction des champs, le calcul donne :

$$\begin{array}{rcl} \mathcal{L}_V & = & \frac{1}{4}\left[W^\alpha W_\alpha\right]_{\theta\theta} + \frac{1}{4}\left[\bar{W}_{\dot{\alpha}} \bar{W}^{\dot{\alpha}}\right]_{\bar{\theta}\bar{\theta}} \\ & = & \frac{i}{2}(\lambda\sigma^\mu\partial_\mu\bar{\lambda} - \partial_\mu\lambda\sigma^\mu\bar{\lambda}) + \frac{1}{2}D^2 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \end{array} \tag{2.42}$$

Notons que ce Lagrangien ne comporte pas de dérivée en D, qui est un champ auxilliaire et donc ne se propage pas.
On a maintenant tout ce qu'il faut pour construire une théorie de jauge supersymétrique.

2.2.3 Théories de jauge supersymétriques

On cherche à construire une théorie supersymétrique contenant aussi la symétrie $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. Dans le cas où cette symétrie est globale, le Lagrangien supersymétrique décrivant des quarks et des leptons :

$$\mathcal{L} = \left[\Phi_i^+ \Phi_i\right]_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} + \left[g(\Phi_i)\right]_{\theta\theta} + \left[g^+(\Phi_i^+)\right]_{\bar{\theta}\bar{\theta}}$$

est invariant sous une transformation de $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ (à condition que le superpotentiel le soit). En effet, notant T^a les générateurs du groupe de symétrie, on peut écrire le transformé des superchamps chiraux Φ_i sous la forme :

$$\Phi_i' = \exp(i\Lambda_a T^a)_j^i \Phi^j$$

où les Λ_a sont des constantes réelles. Dès lors, l'équation précédente est une équation de superchamps et Φ se transforme bien en un superchamp chiral gauche. On vérifie alors aisément que $\Phi^+\Phi$ est invariant.
Si maintenant on veut que la symétrie $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ soit locale, les Λ_a deviennent des fonctions de x. Pour que Φ se transforme en un superchamp chiral gauche, il faut imposer aux $\Lambda_a(x)$ d'être aussi des superchamps chiraux. Mais alors, ils ne sont pas réels : $\Lambda_a^+ \neq \Lambda_a$, puisque cette dernière propriété définit des superchamps vectoriels. Par conséquent :

$$\Phi^+\Phi \to \Phi^+ \exp(-i\Lambda^+) \exp(i\Lambda)\Phi \quad \text{avec} \quad \Lambda = \Lambda_a T^a$$

n'est plus invariant sous une transformation locale de $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$. Pour restaurer l'invariance, il faut, comme dans le cadre du modèle standard, introduire des bosons de jauge, qui sont décrits par des superchamps vectoriels. Les superchamps vectoriels qu'il nous faut introduire sont les suivants :

- V_1 pour la symétrie $U(1)$, qui décrira le champ de jauge A_μ du modèle standard et son partenaire supersymétrique;
- V_2^1, V_2^2 et V_2^3 pour la symétrie $SU(2)$. Ils décriront le W^3 neutre (dont la combinaison avec A_μ donne le photon et le boson Z), les deux bosons $W^\pm$ et leurs partenaires supersymétriques;
- $V_3^{i=1..8}$ pour $SU(3)$, qui décriront les gluons et leurs partenaires supersymétriques, les gluinos.

Notons $V = V_\alpha T^\alpha$. En imposant que V se transforme de telle sorte que :

$$e^V \to e^{i\Lambda^+} e^V e^{-i\Lambda}$$

ce qui correspond au premier ordre à $\delta V = -i(\Lambda - \Lambda^+)$, c'est-à-dire à une transformation "de jauge" de la forme (2.36), on vérifie que $\Phi^+ e^V \Phi$ est invariant. On va donc remplacer la partie cinétique du Lagrangien décrivant les fermions de matière par :

$$\mathcal{L}_{cin} = \left[\Phi^+ e^V \Phi\right]_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}}$$

qui sera ainsi invariant sous une transformation locale du groupe de symétries internes. Rappelons que dans le Modèle Standard, demander l'invariance locale d'une symétrie implique de remplacer les dérivées ∂_μ par des dérivées covariantes D_μ, que l'on définit en introduisant les champs décrivant les bosons de jauge. Cette opération fait apparaître des interactions entre les fermions de matière et les bosons de jauge. De même ici, ces interactions émergent du terme $\left[\Phi^+ e^V \Phi\right]_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}}$.

Reste maintenant à permettre aux bosons de jauge décrits par V_1, $V_2^{i=1..3}$ et $V_3^{i=1..8}$ de se propager. A nouveau, il faut remplacer les superchamps chiraux W_α et $\bar{W}_{\dot{\alpha}}$ introduits plus haut et qui permettent de construire la partie cinétique attachée aux champs de jauge par :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} W_\alpha & = & -\frac{1}{4}(\bar{D}\bar{D})e^{-V} D_\alpha e^V \\ \bar{W}^{\dot{\alpha}} & = & -\frac{1}{4}(DD)e^{-V} \bar{D}^{\dot{\alpha}} e^V \end{array} \right. \tag{2.43}$$

de sorte que $[W^\alpha W_\alpha]_{\theta\theta}$ soit invariant sous une transformation locale du groupe de jauge.

Ainsi, le Lagrangien total s'écrit :

$$\begin{array}{rcl} \mathcal{L}_{total} & = & \left[\Phi_i^+ (e^V)^i_j \Phi^j\right]_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} + \frac{1}{4}\mathrm{Tr}\,[W^\alpha W_\alpha]_{\theta\theta} + \frac{1}{4}\mathrm{Tr}\left[\bar{W}_{\dot{\alpha}} \bar{W}^{\dot{\alpha}}\right]_{\bar{\theta}\bar{\theta}} \\ & + & [g(\Phi_i)]_{\theta\theta} + \left[g^+(\Phi_i^+)\right]_{\bar{\theta}\bar{\theta}} \end{array} \tag{2.44}$$

où la trace est en fait une somme sur les indices du groupe de jauge.

La symétrie $U(1)$ permet d'ajouter un terme supplémentaire à ce Lagrangien. En effet, $U(1)$ est abélien ce qui implique : $[\Lambda, V_1] = 0$. Alors, la loi de transformation pour V_1 :

$$e^{V_1} \to e^{i\Lambda^+} e^{V_1} e^{-i\Lambda}$$

s'écrit : $V_1 \to V_1 - i\Lambda + i\Lambda^+$, alors que pour V_2 et V_3 ce n'est vrai qu'au premier ordre. Donc, sous une transformation $U(1)$, δV_1 est un superchamp chiral. Or, si on reprend l'expression générale d'un superchamp chiral (2.34) et qu'on l'écrit en fonction des variables (x, θ) au lieu de (y, θ), on s'aperçoît que la composante $\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}$ d'un tel superchamp est de la forme $\partial_\mu \partial^\mu\,[...]$. Par conséquent, la composante $[V_1]_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}}$ de V_1 est invariante sous une transformation du groupe de jauge. De plus, d'après la forme générale (2.37) d'un champ vectoriel, cette composante n'est autre que le champ scalaire auxilliaire D, qui se transforme comme une dérivée totale par supersymétrie, d'après (2.13). Donc, $[V_1]_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}}$ est aussi invariant par supersymétrie. Par conséquent, on peut ajouter au Lagrangien un terme de la forme :

$$\mathcal{L}_{FI} = \zeta\,[V_1]_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}}$$

Un tel terme est appelé **terme de Fayet-Illiopoulos**. Si un tel terme est présent dans le Lagrangien, il joue un rôle important dans les mécanismes de brisure de supersymétrie. Ce sont d'ailleurs Fayet et Illiopoulos [5] qui ont les premiers montré comment on pouvait briser spontanément la supersymétrie dans le cadre d'une théorie de jauge dont le groupe possède un sous-groupe abélien.

En calculant tout en fonction des champs, l'expression précédente (2.44) de $\mathcal{L}_{total}$ permet de réécrire le potentiel scalaire :

$$\begin{array}{rcl} V_s(z_i, z_j^+) & = & \sum_i \left|\frac{\partial g}{\partial z^i}\right| + \frac{1}{2}g^2 \sum_a \left(z_i^+(T^a)^i_j z^j + \zeta^a\right)^2 \\ & = & \sum_i |F_i|^2 + \frac{1}{2}\sum_a (D^a)^2 \end{array} \tag{2.45}$$

où on a posé : $F_i^+ = \frac{\partial g}{\partial z^i}$ et $D^a = g z_i^+(T^a)^i_j z^j + \zeta^a$. Ce potentiel scalaire est donc la somme de deux termes positifs ou nuls, appellés usuellement **F-terme** et **D-terme**, le F-terme dérivant du superpotentiel et le D-terme traduisant la structure de jauge de la théorie.

2.3 Brisures de supersymétrie

Comme on l'a déja remarqué, dans une théorie supersymétrique, les masses des fermions sont égales à celles de leurs partenaires scalaires. Or, les limites expérimentales nous montrent que ces particules scalaires doivent être bien plus massives que les fermions qui leur sont associés par supersymétrie. Par conséquent, la supersymétrie doit être brisée, et le mécanisme de brisure doit faire en sorte que les masses des nouveaux scalaires deviennent plus élevées que celles des particules standards.

2.3.1 Brisure spontanée de supersymétrie

On dit qu'une théorie est brisée spontanément lorsque le Lagrangien de la théorie est invariant sous les transformations de cette symétrie, mais le vide de l'est pas. Le vide $|\Omega>$ de la théorie est supersymétrique si il est invariant par e^{iQ_α}, c'est-à-dire si $Q_\alpha|\Omega>=0$ pour tout α. Or, on a vu (2.23) que l'Hamiltonien s'écrit :

$$H = \frac{1}{4}\sum_\alpha Q_\alpha^2$$

Donc, si le vide est supersymétrique, $H|\Omega>=0$ et l'énergie du vide est nulle. Réciproquement, si l'énergie du vide est nulle, on a $<\Omega|H|\Omega>=0$, ce qui donne :

$$\sum_\alpha <\Omega|Q_\alpha Q_\alpha|\Omega>=\sum_\alpha \| Q_\alpha|\Omega>\|^2 = 0$$

donc, pour tout α, $Q_\alpha|\Omega>=0$, et le vide est bien supersymétrique. Par conséquent :

$$\begin{array}{ll} \text{le vide est supersymétrique} & \Leftrightarrow \quad E_\Omega = 0 \\ \text{et la supersymétrie est spontanément brisée} & \Leftrightarrow \quad E_\Omega \neq 0 \end{array}$$

Le vide étant une configuration dans laquelle seuls des champs scalaires peuvent avoir une valeur constante non nulle, l'énergie du vide n'est autre que le minimum du potentiel scalaire dans cette configuration. Celui-ci s'écrit comme une somme de termes positifs ou nuls :

$$\begin{aligned} V_S &= \sum_i |F_i|^2 + \tfrac{1}{2}\sum_a D_a^2 \\ &= \sum_i \left|\frac{\partial g}{\partial z_i}\right|^2 + \tfrac{1}{2}\sum_{\beta,a}\left|g_\beta z_i^+ (T_\beta^a)^i_j z_j + \zeta\delta_{\beta,1}\right|^2 \end{aligned}$$

où $g = a_i z_i + \frac{1}{2}m_{ij}z_i z_j + \frac{1}{3}\lambda_{ijk}z_i z_j z_k$. On a noté g_β les constantes de couplage, β indiçant les groupes. Un terme de Fayet-Illiopoulos est possible si le groupe de jauge contient un sous-groupe $U(1)$.

Deux possibilités permettent alors à l'énergie du vide d'être non nulle :

- $< F_i > \neq 0$ pour un certain i. On dit alors que la brisure spontanée de supersymétrie est "de type F". Cette condition contraint fortement le superpotentiel g. En effet, dans une configuration où tous les champs scalaires sont nuls, la valeur moyenne des F-termes est nulle sauf si il existe un $a_i \neq 0$. Donc, le superpotentiel doit contenir un terme linéaire en un champ z_S, ce champ devant être singlet de jauge pour que g soit invariant de jauge.

- $< D_a > \neq 0$, ce qui correpond à une brisure "de type D". Ceci implique la présence d'un terme de Fayet-Illiopoulos ζ dans le superpotentiel, sinon à nouveau $V(z_i = 0) = 0$ et 0 est le minimum global de V, et l'énergie du vide est donc nulle.

Brisures spontanées de type F

On va donner ici un exemple de brisure de type F et voir comment se comportent les masses des scalaires (partenaires supersymétriques des fermions de matière) après cette brisure. On parle souvent, pour les brisures "de type F", de brisure Fayet-O'Raifeartaigh [6]. On considère trois superchamps Φ_1, Φ_2 et Φ_3, et un superpotentiel g de la forme :

$$g = \lambda z_1(z_3^2 - m^2) + \mu z_2 z_3$$

Les paramètres λ, μ et m sont pris réels moyennant si nécessaire une redéfinition de la phase des champs scalaires. Le potentiel scalaire s'écrit :

$$V_S = \sum_i \left|\frac{\partial g}{\partial z_i}\right|^2 = \lambda^2|z_3^2 - m^2|^2 + \mu^2|z_3|^2 + |\mu z_2 + 2\lambda z_1 z_3|^2$$

L'énergie du vide est nulle si, pour certaines valeurs des champs, les trois termes ci-dessus s'annulent. Dès que m, λ et μ sont non nuls, on voit que cela ne peut pas être réalisé, puisque le second terme est nul seulement pour $z_3 = 0$, mais alors le premier vaut $\lambda^2 m^4$. Donc, la supersymétrie est brisée spontanément. Les équations au minimum $\frac{\partial V}{\partial z_1} = \frac{\partial V}{\partial z_2} = \frac{\partial V}{\partial z_3} = 0$ montrent que si $m^2 \leq \frac{\mu^2}{2\lambda^2}$, le minimum est atteint pour : $< z_2 > = < z_3 > = 0$, indépendamment de la valeur de $< z_1 >$, et vaut : $V_{min} = \lambda^2 m^4$. Pour simplifier, prenons $< z_1 > = 0$. Pour connaître les masses des champs scalaires et fermioniques, on repart du Lagrangien général (2.41). Les termes de masse pour les fermions sont obtenus à partir des dérivées secondes du superpotentiel par rapport aux champs scalaires :

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{masse,spin1/2} &= -\frac{1}{2}\frac{\partial^2 g}{\partial z_i \partial z_j}\psi_i\psi_j - \frac{1}{2}\frac{\partial^2 g^+}{\partial z_i^+ \partial z_j^+}\bar{\psi}_i\bar{\psi}_j \\
&= -\frac{1}{2}\mu(\psi_2\psi_3 + \bar{\psi}_2\bar{\psi}_3)
\end{aligned}$$

Ainsi, il y a deux combinaisons linéaires de ψ_2 et ψ_3 de masse μ, et le champ ψ_1 est non massif. Notons que le fait d'obtenir un champ non massif est caractéristique d'une brisure spontanée de symétrie. En effet, dans le Modèle Standard, lorsque la symétrie $SU(2)_L \times U(1)_Y$ est brisée spontanément, on obtient un boson de Goldstone G dont la transformation s'écrit :

$$\delta G = v\alpha + ...$$

où v est la valeur moyenne dans le vide d'un champ scalaire, et α est le paramètre de la transformation de jauge. Ici, le champ auxilliaire du superchamp Φ_1 a une valeur moyenne non nulle dans le vide : $< f_1 > = \sqrt{V_{min}}\lambda m^2$. D'après (2.35), la loi de transformation du champ ψ_1 sous une transformation infinitésimale de supersymétrie de paramètre ε s'écrit :

$$\delta\psi_1 = -\sqrt{2} < f_1 > \varepsilon + ...$$

ce qui est similaire à la transformation d'un boson de Goldstone : le champ ψ_1 est un **Goldstino**.
Regardons maintenant les champs scalaires. Les termes de masse pour les champs

scalaires proviennent des termes du potentiel scalaire qui sont quadratiques dans les champs d'après (2.41) :

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{masse,spin0} &= -\left[\sum_i \left|\frac{\partial g}{\partial z_i}\right|^2\right]_{quadratique} \\ &= -\mu^2 z_2 z_2^+ - (\mu^2+\lambda^2 m^2)a_3 - (\mu^2-\lambda^2 m^2)b_3\end{aligned}$$

où on a posé : $z_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(a_3+ib_3)$. Ainsi, le champ z_1 est non massif, le champ z_2 est de masse μ, et on a deux champs scalaires réels a_3 et b_3 de masses respectives $\sqrt{\mu^2+\lambda^2 m^2}$ et $\sqrt{\mu^2-\lambda^2 m^2}$. Le spectre des états bosoniques et fermioniques est représenté sur la Fig. 2.1. Les champs z_1 et z_2 sont dégénérés en masse avec leurs partenaires supersymétriques ψ_1 et ψ_2. La brisure de supersymétrie se manifeste par le fait que le champ z_3 est "séparé" en deux champs états propres de masse a_3 et b_3, dont la masse diffère de celle de ψ_3. Les masses de a_3 et b_3 sont réparties symétriquement autour de la masse de ψ_3. Ainsi, dans un tel modèle, on aurait par exemple deux électrons scalaires dont l'un serait plus léger que l'électron : ce modèle n'est pas réaliste.

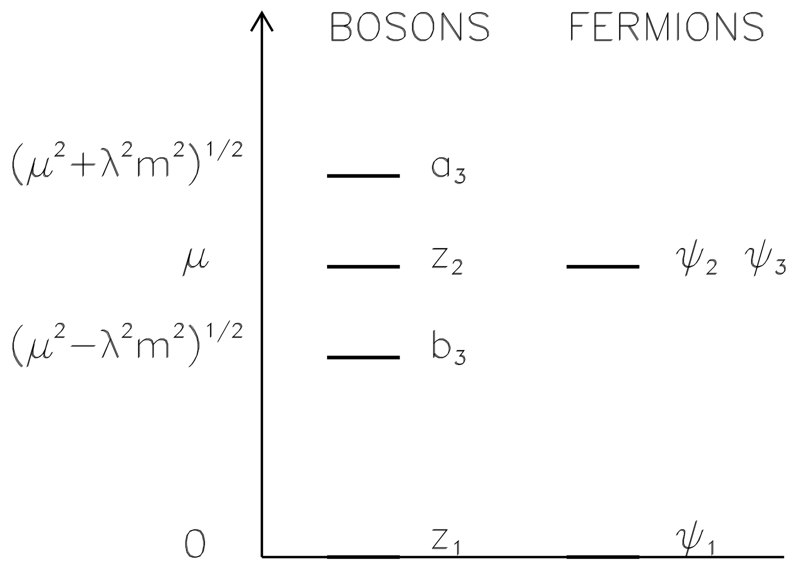


Figure 2.1: *Spectre supersymétrique, dans le cas d'une brisure de type F*

Brisures spontanées de type D

Pour briser spontanément la supersymétrie par un D-terme, c'est-à-dire pour avoir $< D_a > \neq 0$, on a vu qu'il faut un terme ζ de Fayet-Illiopoulos dans le superpotentiel, ce qui n'est possible que lorsque le groupe de jauge contient un sous-groupe $U(1)$. L'exemple le plus simple a été donné par Fayet et Illiopoulos, et consiste en une version "supersymétrisée" de l'électrodynamique quantique. On parle souvent, pour

les brisures "de type D", de brisure de Fayet-Illiopoulos [5].
Soient deux superchamps chiraux contenant les champs z_+, ψ_+ et z_-, ψ_-, le signe correspondant à la charge électrique des champs. Pour rendre la symétrie $U(1)_{EM}$ locale, on doit introduire un champ vectoriel A_μ, et son partenaire supersymétrique χ. Posons alors pour le superpotentiel :

$$g = mz_+z_-$$

Le D-terme intervenant dans le potentiel scalaire s'écrit :

$$D = -ez_+^+z_+ + ez_-^+z_- - \zeta$$

de telle sorte que l'expression du potentiel scalaire est :

$$V_S = \frac{1}{2}e^2(|z_+|^2 - |z_-|^2)^2 + (m^2 + e\zeta)|z_+|^2 + (m^2 - e\zeta)|z_-|^2 + \frac{1}{2}\zeta^2$$

On a alors la distinction suivante :

- si $m^2 > e\zeta$, le minimum du potentiel est atteint pour $(z_+ = z_- = 0)$ et vaut $V_{min} = \frac{1}{2}\zeta^2$. La supersymétrie est donc bien brisée, mais pas la symétrie de jauge $U(1)$. On vérifie alors que les masses des scalaires deviennent :

$$m_\pm^2 = m^2 \pm e\zeta$$

  alors que ψ_+ et ψ_- sont de masse m, et que les champs du supermultiplet vectoriel A_μ et χ restent non massifs. Ainsi, comme précédemment, le spectre obtenu n'est pas réaliste.

- si au contraire $m^2 < e\zeta$, le minimum de V est atteint en $(z_+ = 0, z_- = v)$ où v est défini par $e^2v^2 = e\zeta - m^2$. La supersymétrie et la symétrie de jauge $U(1)$ sont brisées spontanément. Ce qui se produit alors est similaire au mécanisme de Higgs. En translatant de v le champ z_-, le champ z_+ prend une masse $\sqrt{2}m$, un degré de liberté du champ z_- devient aussi massif, de masse $\mu = \sqrt{2(e\zeta - m^2)}$, et l'autre est absorbé pour donner une masse au boson vecteur décrit par A_μ. De plus, à partir des spineurs ψ_+, ψ_- et du spineur λ décrit par le superchamp vectoriel V, on obtient deux états de masse $\sqrt{m^2 + \mu^2}$, et un état de masse nulle. Ainsi, on obtient là encore des scalaires plus légers que les fermions dont ils sont les partenaires supersymétriques.

Revenons au cas d'un groupe de jauge plus général contenant une symétrie $U(1)$. Supposons que le superpotentiel g ne contient pas de terme linéaire dans les champs, de sorte que le minimum du potentiel scalaire est atteint dans la configuration où tous les champs scalaires sont nuls. Alors, au minimum, on a $< D_1 >= \zeta$, l'indice 1 rappelant que ce D-terme provient de la partie $U(1)$ du groupe de jauge. Le générateur T_1 de $U(1)$ étant diagonal dans les champs, on définit alors les charges q_i des champs scalaires z_i par :

$$\sum_j (T_1)^i_j z^j = q_i z_i$$

Le terme du potentiel scalaire brisant la supersymétrie s'écrit :

$$V_{\text{brisure}} = \frac{1}{2}g_1^2\zeta^2 + g_1^2 z_i^+ (T_1)^i_j z^j \zeta$$

et apporte un terme de masse supplémentaire pour les champs scalaires :

$$V_{\text{masse, brisure } D} = g_1 q_i \zeta z_i^+ z_i$$

Ainsi, si m_i est la masse des fermions ψ_i et donc aussi celle des champs z_i avant la brisure de supersymétrie, les masses des scalaires sont modifiées et deviennent :

$$m'^2(z_i) = m_i^2 + g_1^2 q_i \zeta$$

Pour être compatibles avec l'expérience, les masses m'_i doivent toutes être supérieures a m_i (les partenaires supersymétriques des fermions connus sont plus massifs que ces fermions). Ceci ne peut être réalisé que si toutes les charges q_i sont de même signe. On voit dès lors que le groupe $U(1)_Y$ du modèle standard ne peut conduire à ce résultat, puisque l'hypercharge faible vaut par exemple -1 pour un doublet de leptons, et $\frac{1}{3}$ pour un doublet de quarks. On peut alors envisager la possibilité de rajouter un nouveau groupe $U(1)' \neq U(1)_Y$, mais c'est difficile car, pour éviter la présence de divergences quadratiques dans la théorie, ce nouveau $U(1)'$ doit être de trace nulle, ce qui implique $\sum_i q'_i = 0$.

Ainsi, il est difficile de construire un modèle réaliste où la supersymétrie est brisée spontanément. On va alors essayer de briser explicitement la supersymétrie, en ajoutant au Lagrangien des termes non supersymétriques.

2.3.2 Brisure douce de supersymétrie

L'idée est de rajouter au Lagrangien des termes non supersymétriques, mais sans perdre ce que la supersymétrie nous apportait, à savoir sans retomber sur des divergences quadratiques à la masse du boson de Higgs. En effet, l'absence de ces divergences quadratiques n'implique pas que la théorie soit exactement supersymétrique. Le Lagrangien peut contenir des termes non supersymétriques, mais qui n'amènent que des divergences logarithmiques, c'est-à-dire des termes qui ne brisent pas trop fortement la supersymétrie. De tels termes sont appelés **"termes de brisure douce"**. Posons donc :

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{SUSY} + \mathcal{L}_{NONSUSY}$$

En fait, les termes de brisure douce contenus dans $\mathcal{L}_{NONSUSY}$ ne sont pas rajoutés "à la main" au Lagrangien supersymétrique. On verra plus loin comment de tels termes apparaissent naturellement dans une théorie basse énergie de la supergravité. On peut montrer [7] que les termes possibles de brisure douce sont de la forme :

- pour les scalaires :
    1. des termes de masse $-M_{ij}^2 z_i z_j^+$

2. un terme de la forme $\eta(z_i)+\eta^+(z_i^+)$, où η est un polynôme de degré 3 dans les champs scalaires de la théorie : $\eta(z) = \alpha_i z^i - \frac{1}{2}M'^2_{ij} z^i z^j + \frac{1}{3}A_{ijk} z^i z^j z^k$.

- pour les jauginos : des termes de masse $-\frac{1}{2}m_{ab}(\lambda^a \lambda^b + \bar{\lambda}^a \bar{\lambda}^b)$.

Les termes précédents permettent alors de "rehausser" la masse des scalaires (des squarks et des sleptons) ainsi que celle des jauginos, de telle sorte que la théorie soit compatible avec les limites expérimentales sur les masses des particules supersymétriques.

On va voir dans la section suivante comment ces termes de brisure douce trouvent une interprétation physique. Il nous faut pour cela introduire brièvement quelques notions de supergravité.

2.4 La supergravité

Cette section s'appuie essentiellement sur la référence [8]. Nous allons voir comment, en rendant la supersymétrie locale, on peut trouver une signification physique aux termes de brisure douce introduits précédemment.
On a vu que le commutateur de deux transformations de supersymétrie globale, de paramètres spinoriels ε_1 et ε_2, est une translation :

$$[\delta_1, \delta_2] = 2\bar{\varepsilon}_2\gamma^\mu\varepsilon_1 P_\mu.$$

Dès lors, si on veut rendre ces paramètres dépendants de x, la translation $[\delta_1, \delta_2]$ sera elle aussi fonction du point d'espace-temps, c'est-à-dire une tranformation générale de coordonnées. Ainsi, on s'attend à ce que la supersymétrie locale fasse intervenir la Relativité Générale, donc que cette théorie englobe la gravitation. C'est la raison pour laquelle la supersymétrie locale est appelée **supergravité**. Une motivation supplémentaire pour introduire la supergravité réside dans la construction de théories "grandes unifiées" : à une échelle de grande unification très élevée, de l'ordre de la masse de Planck par exemple, on ne peut plus négliger les effets gravitationnels.
On va dans un premier temps rappeler la procédure de Noether, et voir comment la supersymétrie locale amène à introduire deux nouveaux champs, le graviton et le gravitino. On verra ensuite comment une brisure spontanée de la supergravité induit les termes de brisure douce.

2.4.1 Procédure de Noether

Rappel sur un exemple simple

Considérons le Lagrangien simple :

$$\mathcal{L}_0 = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi,$$

invariant sous une transformation globale de $U(1)$: $\psi(x) \to e^{-i\alpha}\psi(x)$. Sous la transformation locale $\psi(x) \to e^{-i\alpha(x)}\psi(x)$, ce Lagrangien n'est plus invariant, et la variation de $\mathcal{L}_0$ est proportionnelle à $\partial_\mu\alpha$ ($\delta\mathcal{L}_0 = 0$ si α ne dépend pas de x). Le calcul donne :

$$\delta\mathcal{L}_0 = \bar{\psi}\gamma^\mu(\partial_\mu\alpha)\psi.$$

La variation de l'action s'écrit alors à l'aide du courant de Noether j_μ :

$$\delta S = \int d^4x(\partial_\mu\alpha)j^\mu(x) \qquad \text{où} \qquad j^\mu(x) = \bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x).$$

La solution pour rendre cette action invariante consiste en l'introduction d'un champ vectoriel A_μ qui, sous une transformation locale de $U(1)$, se transforme selon : $\delta A_\mu(x) = \partial_\mu\alpha$. En ajoutant au Lagrangien $\mathcal{L}_0$ le terme $-A_\mu(x)j^\mu(x)$:

$$\mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_0 - A_\mu(x)j^\mu(x)$$

la variation de $\mathcal{L}_0$ est compensée par celle de A_μ, et $\mathcal{L}_1$ est bien invariant. Notons que dans cet exemple simple, la procédure s'arrête ici car le courant de Noether j^μ

est invariant sous une transformation locale de $U(1)$. De manière générale, lorsque le courant n'est pas invariant sous la transformation locale souhaitée, il faut itérer la procédure, c'est-à-dire calculer la variation de $\mathcal{L}_1$ et trouver les termes à ajouter au Lagrangien pour obtenir l'invariance.

Application à la supersymétrie

Considérons maintenant le cas de la supersymétrie. Le paramètre d'une transformation de supersymétrie est un paramètre spinoriel ε_r. Sous une transformation de supersymétrie locale, la variation d'un Lagrangien possédant l'invariance par supersymétrie globale (par exemple le Lagrangien de Wess-Zumino simplifié (2.6) ou un Lagrangien du type (2.41)), va être proportionnelle à $\partial_\mu \varepsilon_r$. La procédure de Noether nous amène donc à introduire un champ tel que, sous une transformation locale de supersymétrie :

$$\delta(\text{ champ }) = \partial_\mu \varepsilon_r.$$

Ce champ doit donc porter un indice vectoriel μ, et un indice spinoriel r. On le notera $\Psi_{\mu,r}$. Etant la composition d'un spin 1 et d'un spin 1/2, $\Psi_{\mu,r}$ est a priori une combinaison linéaire d'états de spin 1/2 et de spin 3/2.
Le calcul explicite de la variation par exemple du Lagrangien de Wess-Zumino, à l'aide des lois de transformation des champs où cette fois $\varepsilon = \varepsilon(x)$, permet d'obtenir l'expression du courant de Noether j^μ_r. On ajoute alors au Lagrangien $\mathcal{L}_0$ dont on est parti un terme faisant intervenir $\bar{\Psi}^r_\mu j^\mu_r$, et on pose :

$$\mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_0 - \frac{k}{2}\bar{\Psi}^r_\mu j^\mu_r.$$

La constante k est introduite pour que $\mathcal{L}_1$ ait la bonne dimension : Ψ^r_μ étant de dimension 3/2 en masse, et le calcul du courant montrant que $[j^\mu] = \frac{7}{2}$, k doit être homogène à l'inverse d'une masse. Sous une transformation locale de supersymétrie, Ψ^r_μ se transforme selon : $\delta\Psi_\mu = \frac{2}{k}\partial^\mu\varepsilon$. Le problème est alors que cette fois, le courant de Noether n'est pas invariant. Dès lors :

$$\delta\mathcal{L}_1 = \delta\mathcal{L}_0 - \frac{k}{2}(\delta\Psi^r_\mu)j^\mu_r - \frac{k}{2}\bar{\Psi}^r_\mu(\delta j^\mu_r).$$

Comme dans l'exemple précédent, la variation de $\mathcal{L}_0$ est compensée par $\frac{k}{2}(\delta\bar{\Psi}^r_\mu)j^\mu_r$, mais $\mathcal{L}_1$ n'est pas invariant à cause du terme δj^μ. Il nous faut itérer la procédure de Noether, ce qui va nous amener à introduire un nouveau champ. Remarquons que cela n'a rien d'étonnant : on a introduit par Ψ^r_μ de nouveaux degrés de liberté fermioniques dans la théorie, on s'attend donc, afin de restaurer l'équilibre entre degrés de liberté fermioniques et bosoniques, à ce qu'il faille aussi introduire une nouveau champ de bosons. Le calcul explicite de $\delta\mathcal{L}_1$ confirme ce fait, et montre que $\delta\mathcal{L}_1$ est proportionnel à un tenseur "usuel" de la Relativité Générale, le tenseur énergie-impulsion $T_{\mu\nu}$:

$$\delta\mathcal{L}_1 = k\bar{\Psi}_\mu\gamma_\nu\varepsilon(x)T^{\mu\nu}.$$

Pour un rappel des notions de Relativité Générale, on peut consulter la référence [9]. On y trouve entre autres l'expression du tenseur énergie-impulsion d'un champ scalaire; c'est bien cette expression qui apparaît quand on calcule $\delta\mathcal{L}_1$, le Lagrangien de base étant par exemple celui de Wess-Zumino. Rappelons juste ici que ce tenseur $T_{\mu\nu}$ est celui qui apparaît quand on fait un changement général de coordonnées, c'est-à-dire une transformation du tenseur métrique :

$$\delta S \qquad \propto \qquad \int d^4x(\delta g^{\mu\nu})T_{\mu\nu}.$$

Pour rendre $\mathcal{L}_1$ invariant par supersymétrie locale, on va donc lui ajouter un terme $-g_{\mu\nu}T^{\mu\nu}$, et demander que $g_{\mu\nu}$ se transforme selon :

$$\delta g_{\mu\nu} = k\bar{\Psi}_\mu\gamma_\nu\varepsilon.$$

Ainsi, il nous faut introduire une métrique locale $g_{\mu\nu}(x)$ pour rendre un Lagrangien invariant par supersymétrie locale : on retrouve la fait qu'une théorie de supersymétrie locale doit englober la gravité. Le champ $g_{\mu\nu}$ est, à peu de choses près, celui qui décrit la graviton, de spin 2. La loi de transformation précédente indique alors que $g_{\mu\nu}$ et Ψ_μ sont partenaires supersymétriques l'un de l'autre. Ceci permet de lever l'ambiguïté quant au spin de Ψ_μ : Ψ_μ est de spin 3/2. Ce champ Ψ_μ est alors appelé naturellement "gravitino.
Maintenant qu'on a introduit deux nouveaux champs Ψ_μ et $g_{\mu\nu}$, il nous reste à leur permettre de se propager. Ceci est fait en introduisant les termes cinétiques suivants :

- la densité lagrangienne de Ratita-Schwinger, décrivant la dynamique d'un spin 3/2, pour le gravitino :

$$\mathcal{L}_{RS} = -\frac{1}{2}\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\bar{\Psi}_\mu\gamma_5\gamma_\nu\partial_\rho\Psi_\sigma;$$

- le Lagrangien d'Einstein-Hilbert :

$$\mathcal{L}_{EH} = -\frac{1}{2k^2}\sqrt{e}R,$$

  où $e = det(g_{\mu\nu}(x))$ et R est la courbure scalaire de la variété de métrique $g_{\mu\nu}$ (son expression contient entre autres les dérivées de $g_{\mu\nu}$). $\mathcal{L}_{EH}$ contient les termes décrivant la dynamique du graviton.

Notons que $\mathcal{L}_{EH} + \mathcal{L}_{RS}$ est le Lagrangien dit de "supergravité pure", en l'absence totale de champs de matière. En effet, moyennant les lois de transformations par supersymétrie locale pour les champs Ψ_μ et $g_{\mu\nu}$ données plus haut, ce Lagrangien est bien invariant. Par ailleurs, en considérant les termes du Lagrangien $\mathcal{L}_{EH} - g^{\mu\nu}T_{\mu\nu}$ et en écrivant l'équation du mouvement pour $g_{\mu\nu}$, on trouve, en identifiant avec les équations d'Einstein :

$$k^2 = 8\pi\frac{1}{M^2_{Planck}}.$$

Notons que, au point où on en est, le graviton est de masse nulle (c'est le boson vecteur d'une interaction de portée infinie), donc le gravitino est aussi non massif puisque la supergravité n'est pas brisée.

2.4.2 Supergravité couplée à la matière

On cherche à construire une théorie qui soit invariante par supersymétrie locale, et qui soit aussi une théorie de jauge sous un groupe G. En notant Φ les superchamps chiraux décrivant les champs de matière, z et ψ les champs scalaires et fermioniques correspondants, et V les superchamps vectoriels décrivant les bosons de jauge, on a vu dans la section précédente que les ingrédients de base pour construire un Lagrangien invariant par supersymétrie globale et invariant de jauge sont les suivants :

- $[g(\Phi_i)]_{\theta\theta}$ où g est le superpotentiel. Ce terme contient entre autres les auto-interactions des champs scalaires;
- $\left[\Phi^+ e^V \Phi\right]_{\theta\theta\bar\theta\bar\theta}$, qui contient les termes cinétiques des champs scalaires ainsi que les interactions des champs de matière avec les bosons de jauge;
- $[WW]_{\theta\theta}$, qui décrit la dynamique des bosons de jauge.

En fait, la densité Lagrangienne la plus générale qu'on puisse écrire qui soit invariante de jauge et invariante par supersymétrie globale fait intervenir deux fonctions ϕ et f en plus du superpotentiel g :

$$\mathcal{L} = \left[\phi(\Phi^+ e^V, \Phi)\right]_{\theta\theta\bar\theta\bar\theta} + \frac{1}{4} Tr\left[f(\theta) W^\alpha W_\alpha\right]_{\theta\theta} + [g(\Phi_i)]_{\theta\theta} + \text{h.c.} \qquad (2.46)$$

Dans la section précédente, on a pris pour f une fonction constante et $\phi(X,Y) = XY$ car c'est uniquement sous ces conditions que la théorie est renormalisable. Dans le cadre de la supergravité, la théorie ne sera de toute façon pas renormalisable car elle doit contenir la gravité. On peut donc relaxer les contraintes qui viennent de la renormalisabilité et introduire ces fonctions ϕ et f. On demandera juste que la théorie basse énergie induite par la théorie qu'on cherche à construire soit renormalisable : les termes non renormalisables doivent tendre vers zéro à la limite $M_{Pl} \to \infty$.
On part du Lagrangien général (2.46), invariant par supersymétrie globale et invariant de jauge. On développe ce Lagrangien en champs. Le passage de la supersymétrie globale à la supersymétrie locale se fait ensuite en appliquant la procédure de Noether, telle qu'on l'a décrite plus haut. Après plusieurs étapes de cette procédure, on obtient les termes à ajouter à (2.46) pour rendre ce Lagrangien invariant par supersymétrie locale. Le Lagrangien obtenu alors [10] tient sur plusieurs lignes et on ne va écrire ici que les termes qui vont jouer un rôle dans la brisure de la supergravité.
Le calcul montre que la fonction ϕ (donnant la dynamique des champs scalaires) et le superpotentiel g perdent leur indépendance et n'interviennent plus que par l'intermédiaire d'une fonction G, appelée potentiel de Kähler, reliée à ϕ et g par :

$$G = -k^2 K(z_i, z_j^*) - \log(|g(z_i, z_j^*)|^2 k^6) \quad ,$$

où K est une fonction s'exprimant à partir de la fonction "cinétique" ϕ. Les facteurs k sont introduits afin que le potentiel de Kähler soit sans dimension (le superpotentiel est de dimension 3 en masse).
On notera par la suite G_i et $G_{i,j}$ les dérivées première et seconde de G par rapport aux champs scalaires z_i et $(z_i, {z_j}^+)$. Les termes du Lagrangien invariant par supergravité qui vont nous être utiles sont les suivants :

- pour la partie bosonique non cinétique :

$$\frac{1}{\sqrt{e}}\frac{1}{k^4}\left\{\exp(-G)(3+G_k(G^{-1})^k_l G^l)\right.$$
$$\left.-\frac{1}{2}g^2 Re f^{-1}_{\alpha\beta}(G^i(T^\alpha)^j_i z_j)(G^k(T^\beta)^l_k z_l)\right\} \tag{2.47}$$

- les termes cinétiques des champs scalaires sont proportionnels à G^j_i;
- pour la partie fermionique non cinétique :

$$\frac{1}{\sqrt{e}}\left\{\frac{1}{k}\exp(-G/2)\bar{\Psi}_\mu\sigma^{\mu\nu}\Psi_\nu+\frac{1}{k^3}\exp(-G/2)\left[G^{ij}\right.\right.$$
$$\left.\left.-G^iG^j-G^l(G^{-1})^k_l G^{ij}_k\right]\bar{\psi}_i\psi_j-\frac{1}{k^2}\exp(-G/2)G^i\bar{\Psi}_\mu\gamma^\mu\psi_i\right\} \tag{2.48}$$

2.4.3 Brisure spontanée de la supersymétrie locale

Mécanisme de Super-Higgs

On a vu dans la section précédente que, pour briser la supersymétrie globale de manière spontanée, il faut que un des champs auxilliaires F ou D prenne une valeur non nulle dans le vide. Alors, si un champ F par exemple est tel que $< F >\neq 0$, le champ ψ de fermions qui est dans le même supermultiplet que F est un Goldstino. Ceci est en fait une conséquence de l'algèbre de supersymétrie, et doit donc rester vrai en supersymétrie locale.
On va expliciter le cas d'une brisure spontanée de la supergravité "de type F". Pour ce faire, on peut se rappeler que les champs auxilliaires F sont obtenus en opérant une transformation de supersymétrie sur les champs ψ de spineurs, et en ne gardant dans $\delta\psi$ que la partie qui ne contient pas de dérivés (voir (2.12) par exemple). Or, la procédure de Noether permet d'obtenir les lois de transformation par supersymétrie locale des spineurs décrits par les superchamps chiraux Φ_i. En prenant la partie ad-hoc des $\delta\psi_i$, on trouve pour les champs auxilliaires $F_{(i)}$:

$$F_i=\exp(-G/2)(G^{-1})^j_i G_j\frac{1}{k} \quad + \quad \text{des termes fermioniques,}$$

les termes fermioniques n'intervenant pas dans la brisure de la supergravité. Ce sont alors les dérivées premières G_j du potentiel de Kähler qui vont déterminer si la valeur moyenne dans le vide d'un champ auxilliaire F est nulle ou pas (en effet, $\exp(-G/2)\neq 0$, et les G^j_i doivent être non nuls car on a vu qu'ils interviennent dans les termes cinétiques des champs scalaires).
Faisons le choix des termes cinétiques "minimaux" pour les champs scalaires : $K(z_i,z^+_j)=z_iz^+_j$, c'est-à-dire $K_{ij}=\delta_{ij}$. Ce choix implique : $G^j_i=-k^2\delta^j_i$. Supposons alors qu'il existe un i tel que $< F_i >\neq 0$. Alors, pour cette valeur de i, on a $< G_i >\neq 0$. En supersymétrie globale, le fermion ψ_i (le fermion qui est dans le même supermultiplet que le champ F_i), serait un Goldstino, c'est-à-dire une particule de masse nulle. La différence en supergravité vient du fait que ce fermion se mélange avec le gravitino, comme on peut le voir dans l'équation (2.48). En effet, d'après cette équation, le fermion de Goldstone $\exp(-G/2)G^i\psi_i$ se combine avec le

gravitino de spin 3/2 et de masse nulle pour former une particule massive de spin 3/2, et de masse

$$m_{3/2} = \exp(- < G > /2)\frac{1}{k} \quad .$$

Ce qui s'est passé est l'équivalent du mécanisme de Higgs pour la brisure de la supergravité. On a au départ un gravitino de masse nulle et un Goldstino, chacun ayant deux degrés de liberté puisqu'ils sont non massifs. Ces degrés de liberté se sont combinés pour former un gravitino **massif**, qui a bien quatre degrés de liberté (correspondants au états -3/2, -1/2, 1/2, 3/2). Ce mécanisme est appelé **mécanisme de Super-Higgs**.

Relation entre l'échelle de brisure de supergravité et $m_{3/2}$

Lorsque la supergravité est brisée par un champ F_i par exemple, on appelle M_S l'échelle de brisure de supersymétrie, définie par : $M_S^2 =< F_i >$. Repartons de l'équation (2.47). Cette partie du Lagrangien permet d'écrire le potentiel scalaire :

$$V_s = \frac{1}{\sqrt{e}}\left\{-\frac{1}{k^4}\exp(-G)(3 + G_k(G^{-1})^k_l G^l) + \frac{1}{2}f^{-1}_{\alpha\beta}D^\alpha D^\beta\right\}$$

où on a posé $D^\alpha = (1/k^2)gG^i(T^\alpha)^j_i z_j$. Choisissons alors des termes cinétiques "minimaux", $K_{ij} = \delta_{ij}$. Avec un superpotentiel cubique, ce choix implique $G^j_i = -k^2\delta^j_i$. Prenons de plus $f_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta}$ (ceci peut être fait moyennant une redéfinition des champs). Le potentiel scalaire s'écrit alors :

$$V_s = \frac{1}{\sqrt{e}}\left\{-e^{k^2K}\left(3|g|^2k^2 - |g|^2G_iG^i\right) + \frac{1}{2}D^\alpha D_\alpha\right\}$$

Cette expression est à rapprocher de celle du potentiel scalaire (2.45) obtenue en supersymétrie globale. En effet, à la limite $M_{Pl} \to \infty$, c'est-à-dire $k \to 0$, on a $|g|^2G_iG^i \to g_ig^i$, et les deux derniers termes de l'expression ci-dessus redonnent bien (2.45). La différence entre le potentiel scalaire en supersymétrie et en supergravité réside dans le premier terme, qui permet d'établir une différence fondamentale entre supersymétrie globale et supergravité. En effet, en supposant nuls les D-termes au minimum du potentiel scalaire, on obtient au minimum :

$$V_{s,0} = -\frac{1}{\sqrt{e}}\frac{1}{k^4}\exp(-G_0)(3 - \frac{1}{k^2}G_{0i}G^{0i})$$

Ainsi, au contraire de ce qui se passe en supersymétrie globale, $V_{s,0}$ peut être nul, positif ou négatif. En particulier, on peut avoir brisure de supergravité tout en gardant l'énergie du vide nulle, c'est-à-dire une constante cosmologique nulle, ce qui était interdit en supersymétrie globale. Prenons $V_{s,0} = 0$, c'est-à-dire une constante cosmologique nulle. On a alors, de l'équation précédente : $< G_{0i} >= \sqrt{3}k$. Or :

$$\begin{aligned} m_{3/2} \quad &= \quad \exp(-\frac{G_0}{2})\frac{1}{k} \\ M_S^2 \ =< F_i > \ &= \frac{1}{k^3}\exp(-\frac{G_0}{2}) < G_{0i} > \end{aligned}$$

d'où on déduit :

$$m_{3/2} = \frac{M_S^2}{\sqrt{3}M},$$

avec $M = \frac{1}{k}$. $m_{3/2}$ étant la séparation entre la masse du graviton (nulle) et celle du gravitino, c'est $m_{3/2}$ qui va déterminer la séparation des masses entre particules supersymétriques et particules standards. On voit dès lors que cette séparation peut être très faible devant l'échelle de brisure de supersymétrie, si $M_S << M_{Pl}$.

2.4.4 Le secteur caché; origine des termes de brisure douce

Rappelons que le problème de la brisure spontanée de supersymétrie vient du fait que les champs responsables de cette brisure (par exemple un champ F) se couplent directement aux champs de matière. On va alors supposer que la brisure de supersymétrie s'opère à une très grande échelle, dans ce qu'on appelle le "secteur caché", les champs constituant ce secteur caché n'interagissant que de manière gravitationnelle avec les champs de matière.
On va voir ici comment une brisure de supergravité, dans le secteur caché, apporte les termes de brisure douce dont on a parlé auparavant.
Appelons z_i les champs scalaires du secteur observable (les champs de higgs, les partenaires supersymétriques des quarks et des leptons), et z_h les champs du secteur caché. Pour simplifier, on va en fait considérer un seul champ scalaire dans le secteur caché (un seul superchamp chiral). Prenons un potentiel de Kähler avec les termes cinétiques minimaux, c'est-à-dire :

$$G = -k^2 z_i z^{i*} - k^2 z_h z^{h*} - \log(|g|^2 k^6) \quad ,$$

et écrivons le superpotentiel g en séparant le secteur caché du secteur observable :

$$g = \frac{1}{2}(h(z_h) + W(z_i)) \quad .$$

Le potentiel scalaire s'écrit alors :

$$\begin{aligned} V &= \exp\left(k^2(|z_i|^2 + |z_h|^2)\right)\left\{\left|\partial h/\partial z_h + z_h^* g k^2\right|^2\right. && (2.49) \\ &+ \left.\left|\partial W/\partial z_i + z_i^* g k^2\right|^2 - 3k^2 |g|^2\right\} && (2.50) \end{aligned}$$

Supposons qu'au minimum du potentiel scalaire, $< z_h >$ soit non nul et tel que la valeur moyenne de la dérivée première du potentiel de Kähler par rapport à z_h soit non nulle. Alors, $< F_h > \neq 0$ et la supergravité est brisée, et le gravitino acquiert une masse

$$m_{3/2} = \exp\left(-\frac{G_0}{2}\right)\frac{1}{k}$$

Or, au minimum, l'argument de l'exponentielle de l'équation (2.50) n'est autre que $-G_0$. Donc cette exponentielle est proportionnelle à $m_{3/2}^2$. Le deuxième terme entre accolades dans l'équation (2.50) donne alors un terme $m_{3/2}^2 z_i z^{i*}$ pour tous les champs scalaires du secteur observable. Ceci est bien un des termes de brisure douce dont on a parlé précédemment. Ainsi, les partenaires supersymétriques des fermions de matière acquièrent tous une même masse $m_{3/2}$. Le développement du potentiel scalaire autour du minimum montre qu'on a aussi des termes de la forme $m_{3/2}W$, c'est-à-dire des termes en un, deux ou trois champs scalaires du secteur observable (c'est la fonction η introduite en 2.3.2). Les termes couplant trois champs scalaires sont appelés des $\mathcal{A}$-termes de brisure douce. Dans le MSSM, les $\mathcal{A}$-termes qu'on introduira coupleront deux champs scalaires de matière à un champ scalaire de Higgs, comme on va le voir dans la section suivante.

Ainsi, une brisure spontanée de la supergravité amène les termes de brisure douce grâce auxquels la supersymétrie n'est plus une symétrie exacte.

On a donc vu comment construire une théorie de jauge supersymétrique, et comment la supersymétrie peut être brisée et "rehausser" les masses des particules supersymétriques. On a maintenant tous les ingrédients pour construire la version supersymétrisée minimale du Modèle Standard, ce que nous allons voir dans la section suivante.

2.5 Le modèle standard supersymétrique minimal

On cherche à construire une théorie de jauge supersymétrique à partir du groupe de jauge $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, qui soit le plus proche possible du Modèle Standard (la symétrie électrofaible $SU(2)_L \times U(1)_Y$ sera brisée par un mécanisme de Higgs). Dans ce modèle, on choisit de briser la supersymétrie par des termes de brisure douce. On va commencer par établir le contenu en champs de ce modèle, en particulier dans le secteur de Higgs.

2.5.1 Contenu en champs du MSSM

La première étape pour construire le Lagrangien du MSSM consiste à introduire des superchamps chiraux, qui doivent contenir les champs de matière (les quarks et les leptons). On choisit de décrire tous les fermions par des spineurs de chiralité gauche, moyennant une transformation de conjugaison de charge si nécessaire. Les superchamps chiraux du MSSM décrivant les fermions de matière s'écrivent conventionnellement :

- Q^a est le superchamp chiral contenant les quarks de chiralité gauche de la a^{ieme} génération.

  $$Q^a = \begin{pmatrix} U^a \\ D^a \end{pmatrix} \quad ,$$

  où U^a contient u_L^a et son partenaire supersymétrique $\tilde{u}_L^a$, et D^a contient d_L^a et $\tilde{d}_L^a$. Ce superchamp Q^a se transforme dans la représentation $(3, 2, \frac{1}{3})$ du groupe de jauge $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$.

- U_c^a (ou $\bar{U}^a$) contient $(u_L^a)^c$ et $(\tilde{u}_R^a)^*$, conjugués de charge de u_R^a et $\tilde{u}_R^a$. Il se transforme dans $(\bar{3}, 1, -\frac{4}{3})$.

- D_c^a (ou $\bar{D}^a$) contient $(d_L^a)^c$ et $(\tilde{d}_R^a)^*$, conjugués de charge de d_R^a et $\tilde{d}_R^a$. Il se transforme dans $(\bar{3}, 1, \frac{2}{3})$.

- L^a contient les leptons gauches :

  $$L^a = \begin{pmatrix} N^a \\ E^a \end{pmatrix} \quad ,$$

  N^a décrivant ν_L^a et $\tilde{\nu}_L^a$, et E^a contenant e_L^a et $\tilde{e}_L^a$. Le superchamp L^a se transforme selon $(1, 2, -1)$.

- E_c^a (ou $\bar{E}^a$) contient e_L^c et $\tilde{e}_R^*$, conjugués de charge de e_R et $\tilde{e}_R$. E_c^a se transforme selon la représentation $(1, 1, 2)$ du groupe $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$.

Notons que $\tilde{u}_L$ (partenaire supersymétrique de u_L, décrit par le superchamp U) et $\tilde{u}_R$ (partenaire supersymétrique de u_R, décrit par U_c) sont deux champs scalaires complètement indépendants. On parle parfois, par abus de langage, de "squark gauche" et "squark droit", afin de rappeler la chiralité du quark auquel le squark est associé.

D'après ce qu'on a vu dans la section 2, une fois définis les superchamps chiraux, il nous faut introduire une fonction de ces champs, le superpotentiel, à partir de laquelle on construira la partie F du potentiel scalaire. Dans le cadre du MSSM, on choisit de prendre un superpotentiel cubique dans les superchamps de matière, c'est-à-dire ne contenant pas de termes linéaires dans ces champs, ni de termes quadratiques. Entre autres, aucun terme de masse ne dérivera de ce superpotentiel. En effet, comme dans le Modèle Standard, c'est par le mécanisme de Higgs que les particules vont acquérir une masse.

Afin de rendre la symétrie de jauge $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ locale, on doit introduire les superchamps vectoriels suivants :

- $V_3 = \sum_{1 \leq A \leq 8} V_3^A \frac{1}{2} \lambda^A$ pour $SU(3)_c$, où les superchamps vectoriels V_3^A contiennent les 8 états de couleur des gluons ainsi que les gluinos associés;
- $V_2 = \sum_{1 \leq i \leq 3} V_2^i \frac{1}{2} \sigma^i$ pour $SU(2)_L$, les V_2^i contenant les bosons de jauge $W^\pm$ et le W^3 neutre, ainsi que leurs partenaires supersymétriques;
- V_1 pour $U(1)_Y$, qui contient le champ A_μ et son partenaire supersymétrique.

A partir de ces superchamps chiraux et vectoriels, on peut écrire comme dans la section 2 un Lagrangien supersymétrique qui soit invariant sous les transformations locales de $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. Néanmoins, ce Lagrangien ne contient pas de termes de masse. Il n'y en a pas pour les champs des superchamps chiraux (c'est-à-dire les fermions et les sfermions) car on a pris un superpotentiel cubique. Et quelle que soit la forme de ce superpotentiel, les bosons de jauge et leurs partenaires supersymétriques (les jauginos) sont non massifs. Dans le Modèle Standard, on se sort de cette situation en introduisant un nouveau scalaire, le boson de Higgs, de telle sorte que :

- en prenant une valeur non nulle dans le vide, le champ de Higgs brise la symétrie $SU(2)_L \times U(1)_Y$ donne une masse aux bosons Z et $W^\pm$;
- le couplage du boson de Higgs aux fermions permet à ces derniers d'acquérir une masse.

Le secteur de Higgs

On va procéder de manière analogue au modèle standard. Dans le modèle standard, on introduit un doublet de Higgs d'hypercharge faible $Y = +1$. Les quarks de charge $-\frac{1}{3}$ et les leptons chargés se couplent à H, et les quarks de charge $\frac{2}{3}$ se couplent à H^+. Dans le cadre d'une théorie de jauge supersymétrique, les couplages des champs entre eux proviennent du superpotentiel, qui est une fonction des champs scalaires complexes, mais **pas de leurs conjugués**. Ainsi, en introduisant un seul doublet de Higgs, on ne pourra pas générer les masses de tous les fermions. On doit pour cela introduire un doublet de Higgs supplémentaire.

On peut le voir "plus physiquement" de la manière suivante. Les diagrammes en triangle du type de celui représenté sur la Fig. 2.2 sont dangereux pour le maintien

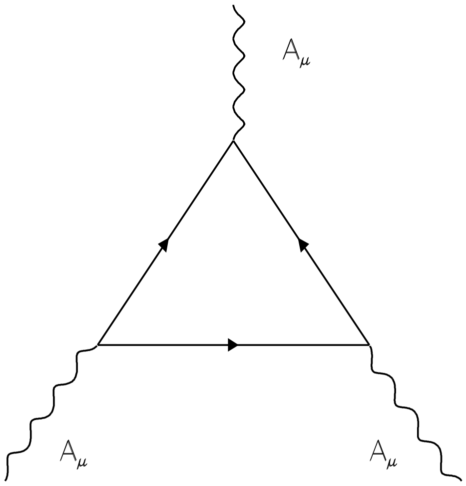


Figure 2.2: *Diagramme d'anomalies triangulaires*

de la symétrie de jauge locale au niveau quantique. Dans le modèle standard, ces anomalies se compensent quand on somme sur tous les fermions (les leptons et les 3 états de couleur des quarks). Dans un modèle supersymétrique où on a introduit un doublet de Higgs d'hypercharge $Y = 1$, une nouvelle contribution à ces anonalies apparaît du fait de l'introduction du Higgsino, fermion partenaire supersymétrique du Higgs (les jauginos se couplant vectoriellement aux leptons, ils ne vont pas donner de nouvelles anomalies). La contribution du Higgsino aux diagrammes en triangle est proportionnelle à $Y^3 = +1$, elle ne s'annule pas. Afin de compenser ces anomalies, on est conduit à introduire un nouveau doublet de Higgs d'hypercharge $Y' = -1$, de sorte qu'en sommant sur tous les fermions (leptons, quarks, 1^{er} et 2^{ieme} Higgsinos), l'anomalie triangulaire soit nulle.

On appelera H_1 le doublet de Higgs d'hypercharge -1, et H_2 le doublet d'hypercharge $+1$. Ces deux doublets contiennent des champs scalaires neutres et chargés :

$$H_1 = \begin{pmatrix} h_1^0 \\ h_1^- \end{pmatrix} \qquad \text{et} \qquad H_2 = \begin{pmatrix} h_2^+ \\ h_2^0 \end{pmatrix}$$

Ces champs de Higgs sont éléments de superchamps chiraux, qu'on notera aussi H_1 et H_2.
Il nous reste maintenant à écrire le superpotentiel du MSSM. La partie supersymétrique du Lagrangien du MSSM sera alors connue.

2.5.2 Le Lagrangien du MSSM

On a vu précédemment que, pour préserver la renormalisabilité de la théorie, le superpotentiel doit être de degré inférieur ou égal à 3. A partir d'un seul superchamp, on ne peut pas construire un singlet de $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. On va donc

s'intéresser aux termes cubiques et quadratiques.
Les seuls termes cubiques invariants sous une transformation de jauge de $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ sont les suivants :

$$L^a.H_1E^b_c, \quad Q^a.H1D^b_c, \quad Q^a.H_2U^b_c \qquad \text{et}$$

$$L^a.L^bE^c_c, \quad L^a.Q^bD^c_c, \quad U^aD^b_cD^c_c \qquad .$$

Les superchamps L^a et H_1 par exemple étant des doublets de $SU(2)_L$, l'écriture $L^a.H_1$ signifie $\varepsilon_{ij}L^{ai}H^j_1$, afin d'assurer l'invariance de jauge sous $SU(2)_L$.
Les trois derniers termes ci-dessus font intervenir trois superchamps de matière, et violent soit le nombre leptonique, soit le nombre baryonique. Le MSSM étant l'extension minimale supersymétrique du Modèle Standard (c'est-à-dire son contenu est minimal en champs et en couplages), on interdit leur présence en imposant la conservation d'une nouvelle symétrie, la R-parité, sur laquelle on reviendra par la suite. Ainsi, la partie de superspotentiel du MSSM faisant intervenir les champs de matière est cubique dans les superchamps et s'écrit :

$$g^{(3)} = \lambda^{ab}_E L^a.H_1E^b_c + \lambda^{ab}_D Q^a.H_1D^b_c + \lambda^{ab}_U Q^a.H_2U^b_c$$

C'est cette partie du superpotentiel qui contient les couplages de Yukawa (définis par les matrices λ_E, λ_D et λ_U). Alors, si les valeurs moyennes dans le vide v_1 et v_2 de H_1 et H_2 sont non nulles, on aura, après les translations usuelles $H_1 \to H_1 + v_1$ et $H_2 \to H_2 + v_2$, des termes de masse proportionnels à v_1 pour les leptons chargés et les quarks "down", et à v_2 pour les quarks "up".
Le seul terme possible (renormalisable et invariant de jauge) mettant en jeu les champs de Higgs uniquement est quadratique :

$$g^{(2)} = \mu H_1.H_2 = \mu\varepsilon_{ij}H^i_1H^j_2 \quad .$$

On connaît maintenant les différents superchamps qui sous-tendent le MSSM, ainsi que le superpotentiel. On peut alors écrire la partie supersymétrique du Lagrangien du MSSM, comme on l'a vu dans la section 2 de ce chapitre. Il nous reste à connaître les termes de brisure douce, qui permettent de réaliser explicitement la brisure de supersymétrie. On a vu dans la section 3 quels sont les termes possibles. $\mathcal{L}_{soft}$ contient :

- des termes de masse pour les champs scalaires, partenaires supersymétriques des champs de matière :

$$(m^a_Q)^2|z^a_Q|^2 + (m^a_L)^2|z^a_L|^2 + (m^a_{U_c})^2|z^a_{U_c}|^2 + ...$$

- des termes de masse pour les champs scalaires de Higgs :

$$\tilde{m}^2_1H^+_1H_1 + \tilde{m}^2_2H^+_2H_2 + m^2_{12}(H_1.H_2 + \text{h.c.}) \quad ,$$

  soit une masse $\tilde{m}_1$ pour h^0_1 et h^-_1, $\tilde{m}_2$ pour h^0_2 et h^+_2 et un terme de mélange m_{12}.

- des termes tri-linéaires, mettant en jeu deux champs scalaires partenaires de fermions de matière et un champ scalaire de Higgs :

$$A_U^{ab} z_Q^a z_{U_c}^b z_{H_2} + A_D^{ab} z_Q^a z_{D_c}^b z_{H_1} + A_L^{ab} z_L^a z_{E_c}^b z_{H_1} + \text{h.c}$$

le premier terme contenant $A_U^{ab}(\tilde{u}_L \tilde{u}_R^* h_2^0 + \tilde{d}_L \tilde{u}_R^* h_2^+)$. Ces termes sont appelés les $\mathcal{A}$-termes.

- des termes de masse pour les jauginos :

  1. M_3 est celui associé aux gluinos,
  2. M_2 est le terme des jauginos de $SU(2)_L$ (les winos chargés et le $\tilde{W}^3$ neutre),
  3. M_1 est celui associé au jaugino de $U(1)$ (le champ $\tilde{A}$).

2.5.3 Le potentiel scalaire et les états physiques

Le potentiel scalaire est la somme d'un F-terme V_F, d'un D-terme V_D et du terme V_{soft} de brisure douce. On voit facilement que $\partial V_F/\partial z_i = 0$ pour $z_i = z_{Q,U_c,D_c,L,E_c} = 0$ indépendament de z_{H_1} et z_{H_2}. On va donc s'intéresser uniquement à la partie du potentiel scalaire qui vient des champs (neutres) de Higgs. Cette partie de V_S dépend alors de $m_1^2 = \tilde{m}_1^2 + |\mu|^2$, $m_2^2 = \tilde{m}_2^2 + |\mu|^2$ et m_{12}^2. L'équation au minimum pour V_S montre que les champs neutres de Higgs prennent une valeur non nulle dans le vide, soit v_1 pour H_1 et v_2 pour H_2. Ainsi, comme on l'a vu plus haut, des termes de masse sont générés pour les fermions de matière grâce aux couplages de Yukawa. Par ailleurs, pour que le minimum du potentiel scalaire soit stable et non trivial, il faut que les deux conditions suivantes soient réalisées :

$$\begin{cases} m_1^2 + m_2^2 & \geq & 2|m_{12}^2| \\ m_1^2 + m_2^2 & \leq m_{12}^4 & \end{cases}$$

De plus, l'équation au minimum donne une relation entre les paramètres m_1, m_2, m_{12} et v_1, v_2.

Etats propres de masse dans le secteur de Higgs

Les parties réelle et imaginaire des champs de Higgs (neutres et chargés) ne sont pas états propres de masse. Deux champs pseudoscalaires, G^0 et A^0, sont obtenus à partir de $Im(h_1^0)$ et $Im(h_2^0)$ par une rotation d'angle β, l'angle β étant défini par $\tan\beta = v_2/v_1$. Seul le champ A^0 est un champ physique, le champ G^0 décrivant un boson de Goldstone qui va servir à donner une masse au Z^0 :

$$M_Z^2 = \frac{1}{2}(g^2 + g'^2)(v_1^2 + V_2^2) \quad ,$$

où g et g' sont les contantes de couplage de l'interaction faible et électromagnétique. La relation entre m_1, m_2, m_{12}, v_1 et v_2 s'écrit alors, en utilisant cette dernière équation :

$$M_Z^2 = 2\frac{m_1^2 - m_2^2 \tan\beta}{\tan^2\beta - 1} \quad .$$

On s'attend donc à ce que les paramètres m_1 et m_2 soient de l'ordre de la centaine de GeV .
Deux champs physiques scalaires, H^0 et h^0 (par convention h^0 est plus léger que H^0) sont obtenus à partir des parties réelles de h_1^0 et h_2^0.
Dans le secteur des Higgs chargés, c'est à nouveau l'angle β qui diagonalise la matrice de masse attachée à $(h_1^\pm, h_2^\pm)$. On obtient alors un champ physique $H^\pm$ et un boson de Goldstone $G^\pm$ qui donne une masse au boson de jauge $W^\pm$.

Notons que les masses de ces différents états peuvent s'exprimer en fonction de deux paramètres uniquement, par exemple $\tan\beta$ et m_{A^0}. On obtient entre autres :

$$m_{H^\pm}^2 = m_{A^0}^2 + M_W^2 \quad ,$$

d'où on déduit que les Higgs chargés sont plus massifs que le W.
Par ailleurs, les conditions de stabilité du minimum du potentiel scalaire données plus haut impliquent :

$$m_{h^0}^2 \leq M_Z^2 \cos^2 2\beta \leq M_Z^2 \quad ,$$

d'où $m_h \leq M_Z$. Cette inégalité est en fait un peu perturbée aux ordres supérieurs. En prenant en compte les effets de corrections radiatives dûs au quark top, la masse du Higgs léger est prédite à une valeur inférieure à $\simeq 130$ GeV .

Jauginos et Higgsinos

Le développement en champs du Lagrangien du MSSM montre que les partenaires supersymétriques des bosons de jauge et des bosons de Higgs ne sont pas états propres de masse. Afin d'obtenir les états physiques, il nous faut diagonaliser une matrice de masse qui sera explicitée au chapitre suivant.
Dans le secteur des champs neutres, le photino, le zino et les deux higgsinos $\tilde{h}_1^0$ et $\tilde{h}_2^0$ se mélangent pour former quatre neutralinos, notés $\chi_{1,2,3,4}^0$ (par convention, le χ_1^0 est le plus léger). Remarquons que l'égalité des degrés de liberté fermioniques et bosoniques est bien respectée : on a 8 degrés de liberté fermioniques (les 4 neutralinos), 3 degrés de liberté bosoniques apportés par h^0, H^0 et A^0, 2 apportés par le photon non massif, et 3 par le boson Z.
Dans le secteur des champs chargés, les partenaires supersymétriques des bosons $W^\pm$ se mélangent avec les higgsinos chargés $\tilde{h}_1^-$ et $\tilde{h}_2^+$ pour former les charginos $\chi_{1,2}^\pm$.
Le tableau 2.1 résume le contenu en particules du MSSM.
On va terminer cette partie théorique par la R-parité, cette symétrie qu'on impose conservée dans le MSSM.

2.6 La R-parité

On a vu dans la section précédente que le superpotentiel invariant de jauge le plus général fait intervenir des termes qui violent soit le nombre leptonique L, soit le nombre baryonique B. Bien que la conservation de L et B ne soit pas la conséquence d'une symétrie de jauge, on peut souhaiter éviter de tels termes.
De plus, si le superpotentiel contient chacun des termes $\lambda LL\bar{E}$, $\lambda' LQ\bar{D}$ et $\lambda'' \bar{U}\bar{D}\bar{D}$,

Particule	Partenaire supersymétrique
q_L quark gauche	$\tilde{q_L}$ squark "gauche"
q_R quark droit	$\tilde{q_R}$ squark "droit"
l_L lepton gauche	$\tilde{l_L}$ slepton "gauche"
l_R lepton droit	$\tilde{l_R}$ slepton "droit"
g gluon	$\tilde{g}$ gluino
$W^{\pm}$ boson W	$\chi^{\pm}_{1,2}$ charginos
h_1^- Higgs chargé	
h_2^+ Higgs chargé	
γ photon	$\chi^0_{1,2,3,4}$ neutralinos
Z^0 boson Z	
h^0 Higgs scalaire léger	
H^0 Higgs scalaire lourd	
A^0 Higgs pseudoscalaire	

Tableau 2.1: *Particules dans le MSSM et nomenclature.*

cela entraîne une désintégration du proton trop rapide. En effet, sans développer pour l'instant les termes précédents en fonction des champs, on peut remarquer que :

- un couplage λ permet de coupler un slepton à deux leptons;
- un couplage λ' permet de coupler un squark à un lepton et un quark;
- un couplage λ'' permet de coupler un squark à deux quarks.

Ceci est résumé sur les diagrammes de la Fig. 2.3. Alors, si tous les couplages

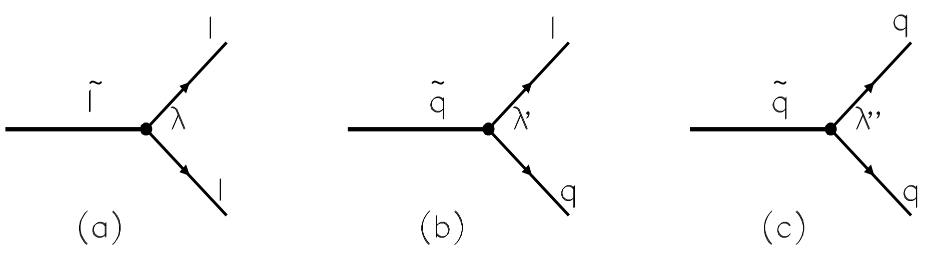


Figure 2.3: *Couplages possibles via un opérateur (a) $LL\bar{E}$, (b) $LQ\bar{D}$ et (c) $U\bar{D}\bar{D}$.*

sont présents dans le superpotentiel, le proton peut se désintégrer rapidement, par exemple en $\pi^0 e^+$ suivant le diagramme de la Fig. 2.4.

Afin d'éviter cela, on cherche une symétrie qui va interdire les termes en λ, λ'

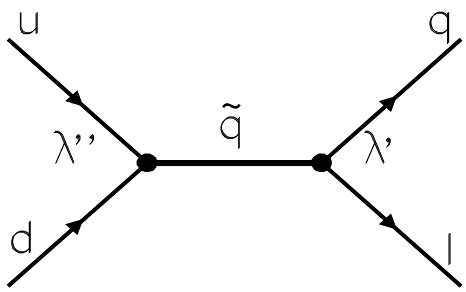


Figure 2.4: *Désintégration du proton via les opérateurs $LQ\bar{D}$ et $U\bar{D}\bar{D}$.*

et λ''. Pour cela, on est amené à considérer un nouveau type de symétries, les **R-symétries**, sous lesquelles les coordonnées θ et $\bar{\theta}$ du superespace sont transformées. Considérons par exemple la R-symétrie $U(1)$ sous laquelle :

$$\theta \to e^{i\alpha}\theta \qquad \text{et} \qquad \bar{\theta} \to e^{-i\alpha}\bar{\theta} \qquad .$$

On peut alors montrer [11] que les superchamps chiraux et vectoriels se transforment selon :

$$\begin{array}{rcl} \Phi(x,\theta,\bar{\theta}) & \to & e^{i\alpha Q}\Phi(x,e^{i\alpha}\theta,e^{-i\alpha}\bar{\theta}) \\ V(x,\theta,\bar{\theta}) & \to & V(x,e^{i\alpha}\theta,e^{-i\alpha}\bar{\theta}) \end{array} \tag{2.51}$$

En décomposant les superchamps Φ et V en champs, on obtient par exemple les lois de transformation suivantes :

$$z \to z e^{i\alpha Q} \quad , \quad \psi \to \psi e^{i\alpha(Q+1)} \quad , \quad f \to f e^{i\alpha(Q+2)}$$

Considérons alors un produit $\Phi_1..\Phi_n$ de superchamps chiraux. On a vu dans le section 2 que c'est la composante $\theta\theta$ de ce produit qui est invariante par supersymétrie. La composante $\theta\theta$ d'un superchamp chiral étant le champ auxillaire f décrit par ce superchamp, le produit ci-dessus doit se transformer selon :

$$[\Phi_1..\Phi_n]_{\theta\theta} \to e^{i\alpha(Q_1+..+Q_n+2)}\,[\Phi_1..\Phi_n]_{\theta\theta} \qquad .$$

Ainsi, imposer l'invariance sous la R-symétrie implique que $Q_1 + .. + Q_n = -2$. Considérons alors la R-symétrie telle que $Q_i = -1$ pour les superchamps de matière (L, Q, $\bar{D}$, $\bar{U}$, $\bar{E}$) et $Q = 0$ pour les superchamps de Higgs (soit $Q_i = -1$ dès que le nombre baryonique ou leptonique est non nul, c'est-à-dire $Q_i = (-1)^{3B_i+L_i}$). Les termes $LL\bar{E}$, $LQ\bar{D}$ et $U\bar{D}\bar{D}$ ne sont pas invariants par cette symétrie (car $\sum Q_i = -3$), et sont donc interdits.
Le problème de ces R-symétries continues est qu'elles interdisent aussi des termes de masse pour les jauginos. En effet, en repartant de la loi (2.51 de transformation

d'un superchamp vectoriel, on obtient celle de la composante spinorielle λ de V : $\lambda \to \lambda e^{-i\alpha}$. Un terme de masse pour les jauginos, de la forme $\lambda\lambda$ n'est donc pas invariant.
On est alors amené à considérer des R-symétries discrètes et non plus continues. Fixons le paramètre α précédent à $\alpha = \pi$. Ceci autorise maintenant des termes de masse pour les jauginos, tout en interdisant la présence des termes $LL\bar{E}$, $LQ\bar{D}$ et $U\bar{D}\bar{D}$ dans le superpotentiel. Les lois de transformation des champs z et ψ d'un superchamp chiral s'écrivent alors :

$$z \to (-1)^Q z \qquad , \qquad \psi \to (-1)^{Q+1}\psi \qquad ,$$

soit, avec $Q = (-1)^{3B+L}$:

$$z \to -z = (-1)^{3B+L+2S} z \qquad , \qquad \psi \to \psi = (-1)^{3B+L+2S}\psi \qquad .$$

Ainsi, les champs X d'un superchamp chiral se transforment selon $X \to (-1)^{3B+L+2S}X$. Imposer l'invariance sous cette R-symétrie revient à imposer que le nombre quantique $R_p = (-1)^{3B+L+2S}$, appelé la R-parité, se conserve multiplicativement. Ce nombre vaut $+1$ pour les particules de matière ordinaire, et -1 pour leurs partenaires supersymétriques. Les conséquences phénoménologiques de la conservation de la R-parité sont les suivantes :

- les particules supersymétriques ne peuvent être produites que par paires;
- la particule supersymétrique la plus légère (LSP, pour Lightest Supersymmetric Particle), ne pouvant pas se désintégrer en particules ordinaires, est nécessairement stable;
- les termes $LL\bar{E}$, $LQ\bar{D}$ et $U\bar{D}\bar{D}$ sont interdits.

Violation de la R-parité

On a vu que le superpotentiel invariant de jauge le plus général contient des termes ne conservant pas la R-parité. Notons de plus qu'un modèle avec violation de la R-parité reste phénoménologiquement acceptable tant qu'il n'entraîne pas une désintégration trop rapide du proton (par exemple si $\lambda' = 0$ ou $\lambda'' = 0$). La R-symétrie introduite précédemment, qui permet de forcer la conservation de la R-parité, traite les leptons et les quarks de la même manière. Or, dans les théories de cordes, les leptons et les quarks sont souvent traités différemment. Par exemple, on peut imposer une symétrie appelée symétrie baryonique, sous laquelle seuls les superchamps contenant les quarks changent de signe, les autres étant non modifiés. Cette symétrie baryonique interdit alors le terme $U\bar{D}\bar{D}$, mais autorise celle de $LL\bar{E}$ et $LQ\bar{D}$. Ainsi, seul le nombre leptonique peut ne pas être conservé (et entre autres la désintégration du proton par le diagramme de la Fig. 2.4 est interdite).

C'est un tel modèle qu'on va considérer par la suite. On supposera de plus que seuls les couplages λ'_{ijk} peuvent être non nuls, i, j et k étant des indices de génération. En outre, sauf mention explicite du contraire, on supposera pour simplifier la phénoménologie, qu'un des couplages λ'_{ijk} est nettement dominant sur les autres (de même qu'il existe une forte hiérarchie entre les couplages de Yukawa couplant les fermions au champ de Higgs). Puisque c'est le terme $LQ\bar{D}$ qui va nous intéresser, on va terminer cette partie théorique en développant cette expression en champs. On a :

$$L = \begin{pmatrix} N \\ E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_L + \sqrt{2}\theta\nu_L + \theta\theta f_\nu \\ \tilde{e}_L + \sqrt{2}\theta e_L + \theta\theta f_e \end{pmatrix} \quad , \quad Q = \begin{pmatrix} U \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{u}_L + \sqrt{2}\theta u_L + \theta\theta f_u \\ \tilde{d}_L + \sqrt{2}\theta d_L + \theta\theta f_d \end{pmatrix}$$

$$\text{et} \qquad \bar{D} = (\tilde{d}_R)^* + \sqrt{2}\bar{\theta}\bar{d}_R + \bar{\theta}\bar{\theta} f_d$$

La partie de $LQ\bar{D} = \varepsilon_{ij} L^i Q^j \bar{D}$ s'obtient en prenant :

- la produit de $(\tilde{d}_R)^*$ par la composante $\theta\theta$ de $\varepsilon_{ij} L^i Q^j$, d'où le terme

$$(\tilde{d}_R)^* \nu_L d_L - (\tilde{d}_R)^* e_L u_L$$

- un champ scalaire d'un des doublets multiplié par la composante $\theta\bar{\theta}$ du produit des deux autres superchamps, soit :

$$\tilde{\nu}_L d_L \bar{d}_R + \tilde{d}_L \nu_L \bar{d}_R - \tilde{e}_L u_L \bar{d}_R - \tilde{u}_L e_L \bar{d}_R$$

La phénoménologie de la supersymétrie à HERA, dans le cadre du MSSM étendu par les couplages λ' dûs aux termes $LQ\bar{D}$, sera étudiée dans le chapitre suivant. On verra les processus possibles de production de particules supersymétriques, les sections efficaces de ces processus, les rapports d'embranchement des particules formées et les différents états finals attendus.

Résumé du chapitre 2

On a vu dans ce chapitre le formalisme et les concepts théoriques de base permettant de construire le MSSM, l'extension minimale supersymétrique du Modèle Standard. Résumons les points importants :

- les objets de base permettant d'écrire $\mathcal{L}_{MSSM}$ ne sont plus des champs, mais des **superchamps**. Ce sont des objets qui décrivent une particule "standard" et son partenaire supersymétrique. Les superchamps décrivant les fermions de matière sont appelés superchamps chiraux. En utilisant les notations usuelles, L décrit un doublet de leptons, Q un doublet de quarks, $\bar{E}$ contient les leptons droits et $\bar{D}$, $\bar{U}$ les quarks droits. Les superchamps décrivant les bosons de jauge sont appelés superchamps vectoriels.

- au contraire de ce qui se passe dans le Modèle Standard, **deux doublets de Higgs** sont nécessaires pour donner des masses à tous les fermions.

- la supersymétrie doit être brisée, de sorte que les masses des particules supersymétriques soient supérieures à celles des particules ordinaires. Il est difficile, moyennant cette condition, de briser spontanément la supersymétrie. Dans le MSSM, on choisit de briser la supersymétrie en ajoutant au Lagrangien supersymétrique des termes qui ne le sont pas. Ces termes, appelés **"termes de brisure douce"**, ne brisent pas trop fortement la supersymétrie, de sorte qu'on ne retombe pas sur des divergences quadratiques à la masse du Higgs. Ces termes de brisure douce sont les suivants :

  1. un terme de masse m_0 pour les scalaires (les squarks et les sleptons);
  2. un terme de masse M_1 pour le partenaire supersymétrique du champ A_μ (le bino), associé à la symétrie $U(1)_Y$;
  3. un terme de masse M_2 pour les jauginos de $SU(2)_L$, c'est-à-dire pour les partenaires supersymétriques des bosons $W^\pm$ et du W^3 neutre, dont la combinaison avec A_μ donne le photon et le boson Z;
  4. un terme de masse M_3 pour les gluinos, partenaires supersymétriques des gluons;
  5. des $\mathcal{A}$-termes, couplant deux champs scalaires de matière à un champ scalaire de Higgs.

- ces termes de brisure douce peuvent trouver une interprétation physique lorsqu'on rend la supersymétrie locale (on parle alors de supergravité).

- on considère ici que la R-parité, définie par $R = (-1)^{3B+L+2S}$, est non conservée. Ceci implique la non-conservation du nombre baryonique ou du nombre leptonique, et permet de coupler un sfermion à deux fermions, ce qui est interdit si on impose la conservation de cette R-parité.

Bibliographie

[1] J. Wess et J. Bagger, "Supersymmetry and Supergravity", Princeton University Press.

[2] J.P. Derendinger, "Globally Supersymmetric Theories in Four and Two Dimensions", Cours de 3^{ieme} cycle, Zürich

[3] S. Coleman et J. Mandula, Phys. Rev. 159 (1967) 1261.;
R. Haag, J. Lopuszanski et M. Sohnius, Nucl. Phys. B88 (1975) 257.

[4] J. Wess et B. Zumino, Nucl. Phys. B70 (1974) 39;
B. Zumino, Nucl. Phys. B89 (1973) 535.

[5] P. Fayet et J. Illiopoulos, Phys. Lett. B51 (1974) 461.

[6] L. O'Raifeartaigh, Nucl. Phys. B96 (1975) 331.;
P. Fayet, Phys. Lett. B58 (1975) 67.

[7] R. Barbieri, S. Ferrara, L. Maiani, F. Palumbo et C.A. Savoy, Phys. Lett. B115 (1982) 212.;
L. Girardello et M.T. Grisaru, Nucl. Phys. B194 (1982) 65.

[8] H.P. Nilles, Phys. Rep. 110 (1984) 2.

[9] N. Deruelle, "Eléments de Relativité Générale", Ecole de Gif 1993

[10] E. Cremmer, B. Julia, J. Scherk, S. Ferrara, L. Girardello et P. Van Nieuwenhuizen, Nucl. Phys. B147 (1979) 105.;
idem, Phys. Lett. B79 (1978) 231.

[11] P. Fayet et S. Ferrara, Phys. Rep. 32 (1979) 249.

Chapitre 3

PHENOMENOLOGIE DE LA SUPERSYMETRIE A HERA

La particularité de l'état initial lepton-hadron à HERA fait de ce collisionneur la machine idéale pour rechercher des particules supersymétriques se couplant directement à un lepton et un quark. Les modèles supersymétriques où la R-parité est violée par un opérateur $L_iQ_j\bar{D}_k$ prédisent l'existence de squarks ayant cette propriété. On va donc s'intéresser à la production résonante de squarks par violation de R-parité ($\not{R}_p$) et aux états finals attendus. On verra ensuite comment produire des squarks par paire à HERA, et en quoi cette recherche est complémentaire de la précédente. Ce chapitre constitue la base de toute notre analyse. Il se conclut par un bref résumé.

3.1 Production résonante de squarks à HERA

3.1.1 Généralités

Une possibilité très intéressante à HERA consiste en la production résonante de squarks par violation de la R-parité. Considérons en effet les termes $L_iQ_j\bar{D}_k$ du superpotentiel ne conservant pas la R-parité. Rappelons que :

- le superchamp L_i contient les leptons et les sleptons de la i^{eme} génération, en doublets de $SU(2)$. Il décrit donc les champs : e_L^i, ν_L^i, ansi que $\tilde{e}_L^i$ et $\tilde{\nu}_L^i$,
- le superchamp Q_j contient les champs u_L^j, d_L^j, $\tilde{u}_L^j$ et $\tilde{d}_L^j$,
- le superchamp $\bar{D}_k$ contient d_L^c et $(\tilde{d}_R)^*$, conjugués de charge de d_R et $\tilde{d}_R$.

On peut alors développer le terme $L_iQ_j\bar{D}_k$ en fonction des champs :

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{L_iQ_j\bar{D}_k} &= \lambda'_{ijk}\left[-\tilde{e}_L^i u_L^j \bar{d}_R^k - e_L^i \bar{u}_L^j \bar{d}_R^k - (\bar{e}_L^i)^c u_L^j \tilde{d}_R^{k*}\right.\\ &\quad \left.+\tilde{\nu}_L^i d_L^j \bar{d}_R^k + \nu_L \tilde{d}_L^j \bar{d}_R^k + (\bar{\nu}_L^i)^c d_L^j \tilde{d}_R^{k*}\right] + \text{h.c.} \qquad (3.1)\end{aligned}$$

où le symbole ^{c} dénote le spineur conjugué de charge. Les vertex d'interaction qui en résultent sont présentés sur la Fig. 3.1. On voit que les couplages λ'_{1jk} sont très intéressants pour HERA, car ils permettent la production d'un squark par résonance,

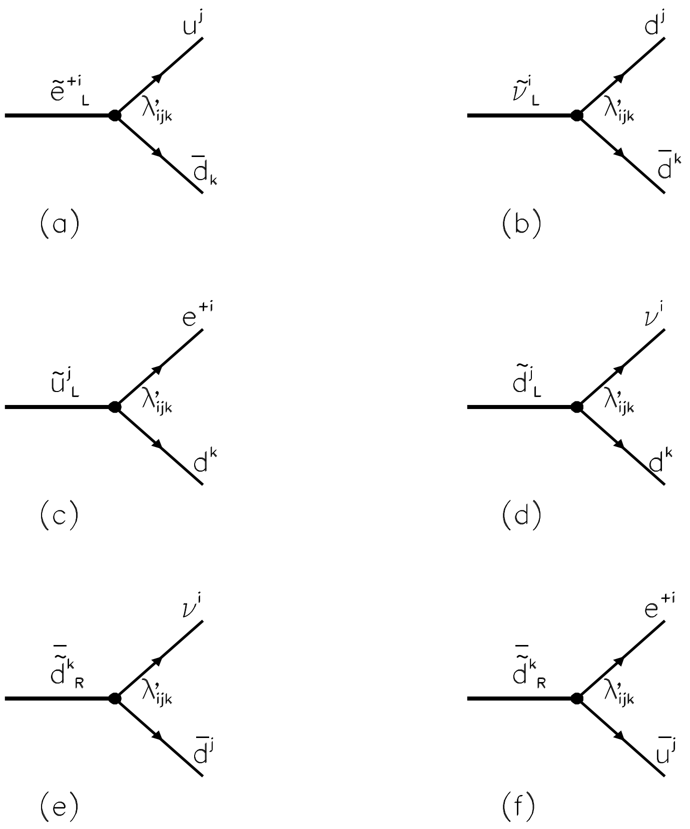


Figure 3.1: *Vertex d'interaction via les couplages* λ'_{1jk}

via une fusion entre l'électron (ou le positron) incident et un quark venant du proton. Regardons de plus près ce qui se passe dans le cas où on dispose d'un faisceau de positrons, ce qui était le cas lors de la majeure partie de la prise de données de 1994. On voit sur les graphes précédents qu'un couplage λ'_{1jk} permet de former :

- un squark $\tilde{u}^j_L$ par fusion entre le positron et un quark d^k (graphe c)
- un anti-squark $\tilde{d}^k_R$ par fusion entre le positron et un antiquark $\bar{u}^j$ (graphe f)

La table (3.1) résume les modes de production possibles. Ainsi, les couplages λ'_{111}, λ'_{121} et λ'_{131} sont tout particulièrement intéressants car ils permettent la production d'un squark $\tilde{u}_L$, $\tilde{c}_L$ et $\tilde{t}_L$ par fusion entre le positron et un quark **de valence** du proton. On peut immédiatement faire une remarque importante : par violation de R-parité via un couplage λ'_{111} par exemple, on ne peut produire que le squark $\tilde{u}_L$ (partenaire supersymétrique du quark u **gauche**), ou le squark $\tilde{d}_R$ (partenaire supersymétrique du quark d **droit**). Comme on le verra par la suite, ces deux

λ'_{1jk}	Processus de production	
111	$e^+ + \bar{u} \to \bar{\tilde{d}}_R$	$e^+ + d \to \tilde{u}_L$
112	$e^+ + \bar{u} \to \bar{\tilde{s}}_R$	$e^+ + s \to \tilde{u}_L$
113	$e^+ + \bar{u} \to \bar{\tilde{b}}_R$	$e^+ + b \to \tilde{u}_L$
121	$e^+ + \bar{c} \to \bar{\tilde{d}}_R$	$e^+ + d \to \tilde{c}_L$
122	$e^+ + \bar{c} \to \bar{\tilde{s}}_R$	$e^+ + s \to \tilde{c}_L$
123	$e^+ + \bar{c} \to \bar{\tilde{b}}_R$	$e^+ + b \to \tilde{c}_L$
131	$e^+ + \bar{t} \to \bar{\tilde{d}}_R$	$e^+ + d \to \tilde{t}_L$
132	$e^+ + \bar{t} \to \bar{\tilde{s}}_R$	$e^+ + s \to \tilde{t}_L$
133	$e^+ + \bar{t} \to \bar{\tilde{b}}_R$	$e^+ + b \to \tilde{t}_L$

Tableau 3.1: *Processus de production de squarks à HERA (faisceau e^+) par violation de R-parité λ'_{1jk}*

squarks (et plus généralement un sfermion “gauche” et un sfermion “droit”) ont des modes de désintégration permis ou dominants qui sont complètement différents. Dès lors, la phénoménologie de la supersymétrie avec $\not{R}_p$ à HERA est différente suivant que le faisceau de leptons incidents est constitué de positrons ou d'électrons. En effet, avec un faisceau de positrons, c'est principalement le squark $\tilde{u}_L$ que l'on peut produire, car la résonance peut alors se former grâce à un quark **de valence** du proton. Au contraire, avec un faisceau d'électrons, c'est le processus $e^- u \to \tilde{d}_R$ qui va dominer.

Seule la phénoménologie avec un faisceau d'électrons a été étudiée dans la littérature [1]. De ce fait, il est nécessaire ici de développer ce qui se passe dans le cas où la machine tourne avec des positrons.

On va conclure ces généralités par une remarque importante. La production d'une résonance de masse M par fusion entre le positron et un quark du proton implique que la variable de Bjorken x définie au chapitre 1 prend une valeur bien définie (rappelons que dans le modèle des partons, x est la fraction d'impulsion du proton portée par le quark interagissant). En effet, si p_e et P sont les quadri-impulsions respectives du positron et du proton, l'égalité entre la masse de la résonance et l'énergie disponible dans le centre de masse de la réaction e^+q s'écrit :

$$M^2 = (p_e + xP)^2 = 2x(p_e.P) = xS$$

(en notant S le carré de l'énergie disponible dans le centre de masse de la réaction e^+p et en négligeant les masses du positron et du proton devant leurs énergies). Ainsi, la distribution en x d'événements de production d'un squark de masse M par résonance doit présenter un pic en :

$$x = \frac{M^2}{S}.$$

Cette propriété sera largement utilisée expérimentalement.

Section efficace de production

Dans l'approximation où la largeur du squark produit est étroite (on reviendra plus loin sur cette largeur), la section efficace de production se calcule aisément. Etudions par exemple la production du $\tilde{u}_L$ via λ'_{111}. L'élément de matrice au carré

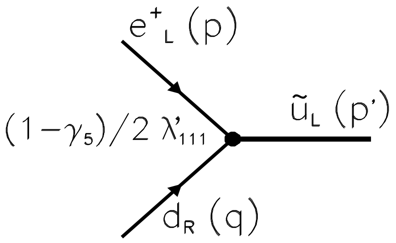


Figure 3.2: *Production du* $\tilde{u}_L$ *via* λ'_{111}

correspondant au graphe de la Fig. 3.2 s'écrit, en notant $\hat{s}$ le carré de l'énergie disponible dans le centre de masse du système (e^+, d) et M la masse du squark :

$$|T_{fi}|^2 = \frac{\lambda'^2_{111}}{4}\mathrm{Tr}(\not{q}(1-\gamma_5)\not{p}(1+\gamma_5)) = \lambda'^2_{111}\hat{s} \qquad \text{d'où :} \qquad \overline{|T_{fi}|^2} = \frac{1}{4}\lambda'^2_{111}\hat{s}$$

Ainsi :

$$\begin{aligned}
\sigma(e^+d \to \tilde{u}_L) &= \frac{1}{2M}\overline{|T_{fi}|^2}(2\pi)^4 \int \frac{d^3p'}{(2\pi)^3 2p'_0}\delta^4(p+q-p') \\
&= \frac{1}{2M}\overline{|T_{fi}|^2}(2\pi)\delta((p+q)^2 - p'^2) \\
&= \frac{1}{2M}\overline{|T_{fi}|^2}(2\pi)\delta(\hat{s} - M^2)
\end{aligned}$$

En notant x la fraction d'impulsion du proton initial emportée par le d incident, on a $\hat{s} = xS$, où S est le carré de l'énergie dans le centre de masse de la réaction e^+p. L'équation ci-dessus s'écrit alors :

$$\sigma(e^+d \to \tilde{u}_L) = \frac{1}{2M}\overline{|T_{fi}|^2}(2\pi)\frac{1}{S}\delta(x - \frac{M^2}{S})$$

Pour obtenir la section efficace de production $e^+p \to \tilde{u}_L$, il faut convoluer avec la probabilité $d(x)$ de trouver un quark d dans le proton avec une fraction x de l'impulsion du proton. Ainsi,

$$\begin{aligned}
\sigma(e^+p \to \tilde{u}_L) &= \frac{\pi}{4S}\lambda'^2_{111}\int d(x)\delta(x - \frac{M^2}{S})dx \\
&= \frac{\pi}{4S}\lambda'^2_{111} d(x = \frac{M^2}{S}) \qquad (3.2)
\end{aligned}$$

Ce résultat est valable pour la production du $\tilde{\bar{d}}_R$ en remplaçant la densité $d(x)$ par $\bar{u}(x)$. Cette section efficace dépend de Q^2 uniquement via la densité $d(x) = d(x, Q^2)$. Des masses de squark au-delà de 45 GeV correspondent à des x supérieurs à 2.10^{-2}. Ces valeurs de x sont alors suffisamment grandes pour que les densités de partons à l'intérieur du proton ne dépendent pas trop de l'échelle Q^2. On choisira par exemple d'évaluer les densités de partons en prenant pour échelle le carré de la masse du squark. Notons que si on ne néglige pas la largeur du squark, il faut remplacer dans l'intégrale (3.2) ci-dessus la fonction δ par une Breit-Wigner

$$\frac{M\Gamma S}{\pi} \frac{1}{(Sx - M^2)^2 + M^2\Gamma^2}.$$

Les valeurs numériques des sections efficaces de production des squark $\tilde{u}_L$ et $\tilde{\bar{d}}_R$ via λ'_{111} sont représentés sur la Fig. 3.3 pour $\lambda'_{111} = 0.1$. Le $\tilde{u}_L$ est formé par résonance

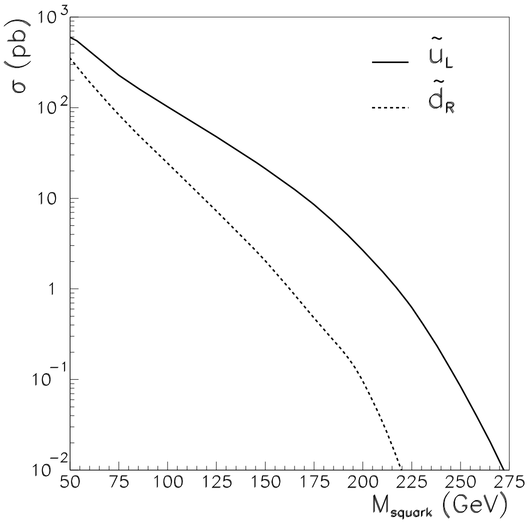


Figure 3.3: *Sections efficaces de production des squarks $\tilde{u}_L$ et $\tilde{\bar{d}}_R$ pour $\lambda'_{111} = 0.1$, en collisions e^+p.*

entre le positron et un quark d venant du proton, tandis que pour former le $\tilde{\bar{d}}_R$ on a besoin d'un quark $\bar{u}$. Ainsi, à grande masse, la section efficace de production du $\tilde{u}_L$ est nettement supérieure à celle du $\tilde{\bar{d}}_R$ grâce aux quarks d de valence. Par contre, à basse masse (c'est-à-dire à bas x), on est dominé par la mer et la différence entre ces deux sections efficaces s'amenuise. De plus, ces sections efficaces variant comme le carré du couplage, on voit qu'avec la luminosité de quelques pb^{-1} accumulée jusquà présent par les expériences de HERA, on peut explorer la région des basses masses et faibles couplages, mais seuls des couplages assez élevés peuvent être sondés dans le domaine des grandes masses de squarks.

Notons que les sections efficaces de production de squarks par $\not{R}_p$ sont nettement supérieures à celles de processus supersymétriques où la R-parité est conservée, tant que le couplage de $\not{R}_p$ n'est pas trop petit. Afin de simplifier la phénoménologie, nous allons supposer qu'un seul des couplages λ'_{1jk} est non nul (du moins qu'un de ces couplages est nettement dominant sur les autres), de même qu'il existe une hiérarchie très forte entre les couplages de Yukawa des fermions au boson de Higgs. On suppose de plus pour notre analyse que les partenaires supersymétriques des gluons, les gluinos, sont très massifs. Dès lors, les squarks produits par violation de la R-parité peuvent se désintégrer de la manière suivante :

- ou bien à nouveau par violation de la R-parité, via le couplage λ'_{1jk},
- ou bien via une désintégration de jauge, c'est-à-dire en un neutralino ou un chargino. Ces modes de désintégration sont les seuls possibles dans le cadre du "pur MSSM", où la R-parité est conservée.

3.1.2 Désintégrations des squarks par violation de R-parité

Les modes de désintégration des squarks par $\not{R}_p$ s'obtiennent aisément à partir des vertex de la Fig. 3.1. Notons que dans ce cas, la production et la désintégration des squarks sont similaires à celles des leptoquarks [2]. Seul le squark $\bar{\tilde{d}}$ peut se

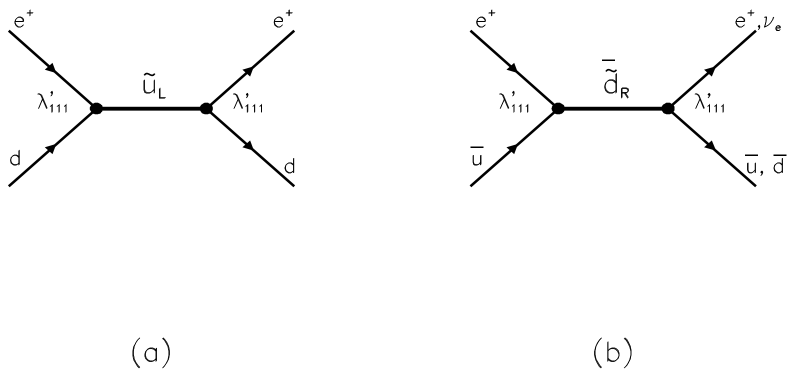
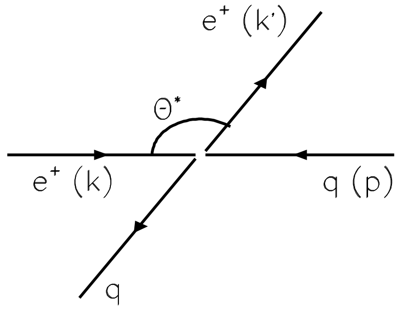


Figure 3.4: *Production et désintégration de squarks par violation de R-parité.*

désintégrer en neutrino, comme on peut le voir sur la Fig. 3.4. L'état final est donc caractérisé soit par un jet et un positron, soit par un jet et de l'énergie transverse manquante. Ces signatures sont donc identiques à celles obtenues lors d'une réaction de diffusion inélastique profonde (DIP) par courant neutre (CN) ou chargé (CC). Ainsi, on se sait pas distinguer événement par événement la production résonante de squark (suivie d'une désintégration $\not{R}_p$), d'une réaction de DIP. Néanmoins, comme on l'a vu plus haut, la distribution en x d'événements où un squark de masse M est produit et se désintègre par $\not{R}_p$ doit présenter un pic centré en $x = \frac{M^2}{S}$, S étant le carré de l'énergie disponible dans le centre de masse. La stratégie sera donc de chercher parmi les événements de DIP un excès localisé dans la distribution en x.

Par ailleurs, exploiter les caractéristiques angulaires de la désintégration d'un objet scalaire permet de séparer un tel signal du bruit de fond de DIP. En effet, si on se place dans le référentiel du centre de masse de la réaction $e^+q \to e^+q$ (soit le



référentiel de repos du squark), on peut exprimer la variable y en fonction de l'angle θ^* de l'électron diffusé. En effet, en reprenant les notations du chapitre 1 pour les quadrivecteurs des particules (rappelées sur la figure ci-dessus), on a :

$$\begin{aligned} y &= \frac{(p.q)}{(p.k)} \\ &= \frac{(p.k) - (p.k')}{(p.k)} \\ &= \frac{1}{2}(1 + \cos\theta^*) \end{aligned}$$

Le squark étant de spin 0, il se désintègre de manière isotrope dans son centre de masse, c'est-à-dire que l'élément de matrice de diffusion ne dépend pas de l'angle θ^*. L'élément d'espace de phase pour une désintégration à deux corps étant proportionnel à $d\cos\theta^*$, on a donc, pour les processus de la Fig. 3.4 :

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta^*} \quad \text{constante}$$

On déduit alors de l'expression précédente de y que :

$$\frac{d\sigma}{dy} \quad \text{constante}$$

Ainsi, pour des squarks produits et se désintégrant par $\not R_p$, on attend une distribution **plate** en y. Au contraire, la section efficace différentielle de DIP CN comporte un terme en $\frac{1}{Q^4}$ venant du carré du propagateur du photon. Puisque $Q^2 = xyS$, la distribution en y à x constant de tels événements doit varier comme $\frac{1}{y^2}$. Par conséquent, une coupure inférieure sur la variable y permettra de séparer un tel signal du bruit de fond de diffusion profondément inélastique.
Par ailleurs, en exprimant l'énergie et l'angle polaire du positron (ou du neutrino) présent dans l'état final en fonction des variables de Bjorken x et y, on voit que l'énergie transverse de ce lepton s'écrit :

$$E^T_{lepton} = M_{\tilde{q}}\sqrt{y(1-y)}$$

La distribution en E^T_{lepton} pour de tels événements présente donc un "pic du jacobien" en $M_{\tilde{q}}/2$. Les événements recherchés doivent donc posséder un positron de grande énergie transverse dans l'état final, ou bien une quantité importante d'impulsion transverse manquante. La largeur partielle de désintégration d'un squark par $R\!\!\!/_p$ se calcule trivialement :

$$\Gamma_{\tilde{q}\to R\!\!\!/_p} = \Gamma_{\tilde{u}_L\to e^+ d} = \Gamma_{\bar{\tilde{d}}_R\to e^+\bar{u}} = \Gamma_{\bar{\tilde{d}}_R\to\nu\bar{d}} = \frac{1}{16\pi}\lambda'^2_{111}M_{\tilde{q}}$$

Cette largeur est donc d'autant plus faible que le couplage $R\!\!\!/_p$ est petit. Par exemple, elle vaut 30 MeV pour un squark de 150 GeV et un couplage $\lambda'_{111} = 0.1$.

3.1.3 Désintégrations de jauge des squarks

Le Lagrangien du MSSM établi dans le chapitre précédent fait intervenir des termes d'interaction entre sfermions, fermions et jauginos ou higgsinos. Ainsi, un sfermion peut se désintégrer en un fermion et un partenaire supersymétrique d'un boson de jauge ou d'un boson de Higgs. Ces désintégrations, qui sont les seules possibles lorsque la R-parité est conservée, sont appelées **désintégrations de jauge** des sfermions.

Définition des neutralinos et des charginos

Comme on peut le voir d'après le Lagrangien du MSSM développé en champs, les partenaires supersymétriques des bosons de jauge et des Higgs n'apparaissent pas comme des états propres de masse. Il y a un mélange entre ces états neutres (le photino $\tilde{\gamma}$, le zino $\tilde{Z}$ et les deux higgsinos neutres $\tilde{H}^0_1$ et $\tilde{H}^0_2$), ainsi qu'entre ces états chargés (les winos $\tilde{W}^\pm$ et les higgsinos chargés $\tilde{H}^-_1$ et $\tilde{H}^+_2$). Les états physiques dans lesquels les sfermions sont susceptibles de se désintégrer sont donc des mélanges de ces états neutres et chargés. On les obtient en diagonalisant les matrices de masse correspondantes. Ces états propres sont appelés **neutralinos** et **charginos**. On les note respectivement $\chi^0_i(i = 1..4)$ et $\chi^\pm_j(j = 1,2)$, les indices i et j servant à ordonner ces états en masse. Ainsi par exemple, le χ^0_1 est le neutralino le plus léger. Le Lagrangien "de masse" faisant intervenir les jauginos de $SU(2)_L \times U(1)_Y$ et les higgsinos neutres se met sous la forme :

$$\mathcal{L}_m = -\frac{1}{2}(\psi^0_i)^T Y^{ij}\psi^0_j + h.c.$$

et la matrice de masse des neutralinos dans la base

$$\psi^0_i = (-i\tilde{A}, -i\tilde{W}_3, \tilde{H}^0_1, \tilde{H}^0_2) \tag{3.3}$$

s'écrit :

$$Y = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & -m_Z\sin\theta_W\cos\beta & m_Z\sin\theta_W\sin\beta \\ 0 & M_2 & m_Z\sin\theta_W\cos\beta & -m_Z\cos\theta_W\sin\beta \\ -m_Z\sin\theta_W\cos\beta & m_Z\cos\theta_W\cos\beta & 0 & -\mu \\ m_Z\sin\theta_W\sin\beta & -m_Z\cos\theta_W\sin\beta & -\mu & 0 \end{pmatrix}$$

Cette matrice fait intervenir les paramètres du modèle :

- M_1 et M_2, qui sont les termes de brisure douce associés respectivement aux jauginos de $U(1)_Y$ et $SU(2)_L$,
- μ qui est un terme de mélange entre les deux doublets de Higgs,
- l'angle β, dont la tangente est égale au rapport des valeurs moyennes dans le vide des deux Higgs scalaires.

Nous supposerons que les paramètres de brisure douce M_1 et M_2 vérifient la relation usuelle [3] de grande unification :

$$M_1 = \frac{5}{3}\tan^2\theta_W M_2.$$

A partir de cette matrice qu'on diagonalise numériquement, on peut calculer, étant données certaines valeurs des paramètres μ, M_2 et tanβ du modèle, les masses des neutralinos ainsi que leurs composantes suivant les états $\tilde{\gamma}$, $\tilde{Z}$, $\tilde{H}_1^0$ et $\tilde{H}_2^0$ (c'est-à-dire les éléments de la matrice N permettant de passer de la base 3.3 à celle des neutralinos). Afin de donner une idée de la région de l'espace des paramètres que l'on peut étudier auprès des accélérateurs, on a représenté les masses des quatre neutralinos en fonction de μ sur la Fig. 3.5, pour quelques choix de M_2 et $\tan\beta$. On

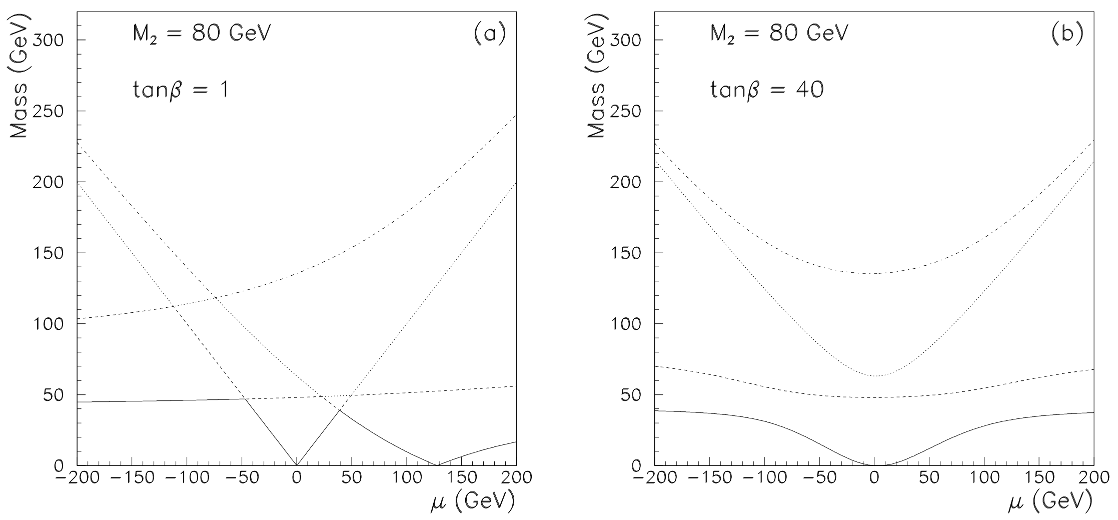


Figure 3.5: *Masses du χ_1^0 (ligne pleine), χ_2^0 (tirets), χ_3^0 (pointillés) et χ_4^0 (traits-points) pour : (a)* $\tan\beta$ *faible, (b)* $\tan\beta$ *élevée.*

trouvera dans [4] davantage de détails sur les variations de ces masses dans l'espace des paramètres.

Les termes de masse correspondant aux winos et aux higgsinos chargés s'écrivent :

$$\mathcal{L}_m = -\frac{1}{2}(\psi^+,\psi^-)\begin{pmatrix} 0 & X^T \\ X & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \psi^+ \\ \psi^- \end{pmatrix} + \text{h.c}$$

où on a posé :

$$X = \begin{pmatrix} M_2 & m_W\sqrt{2}\sin\beta \\ m_W\sqrt{2}\cos\beta & \mu \end{pmatrix}$$

et $\psi_j^+ = (-i\tilde{W}^+, \tilde{H}_2^+)$, $\psi_j^- = (-i\tilde{W}^-, \tilde{H}_1^-)$. Les charginos (états propres de masse) se définissent grâce à une matrice $(4,4)$ qui s'écrit par blocs à l'aide de deux matrices $(2,2)$ unitaires U et V, dont on trouvera une définition claire dans [5] :

$$\chi_i^+ = V^{ij}\psi_j^+ \text{ et } \chi_i^- = U^{ij}\psi_j^-.$$

Les masses de ces états propres se calculent aisément à partir de la matrice X ci-dessus. On trouve :

$$\begin{aligned} M_{1,2}^2 &= \tfrac{1}{2}(M_2^2 + \mu^2 + 2m_W^2 \\ &\mp [(M_2^2 - \mu^2)^2 + 4m_W^4\cos^2 2\beta \\ &+4m_W^2(M_2^2 + \mu^2 + 2M_2\mu\sin 2\beta)]^{1/2} \end{aligned}$$

Les valeurs de ces masses sont représentées en fonction des paramètres du modèle sur la Fig. 3.6. Cette figure montre aussi comment se comparent les masses du χ_1^0

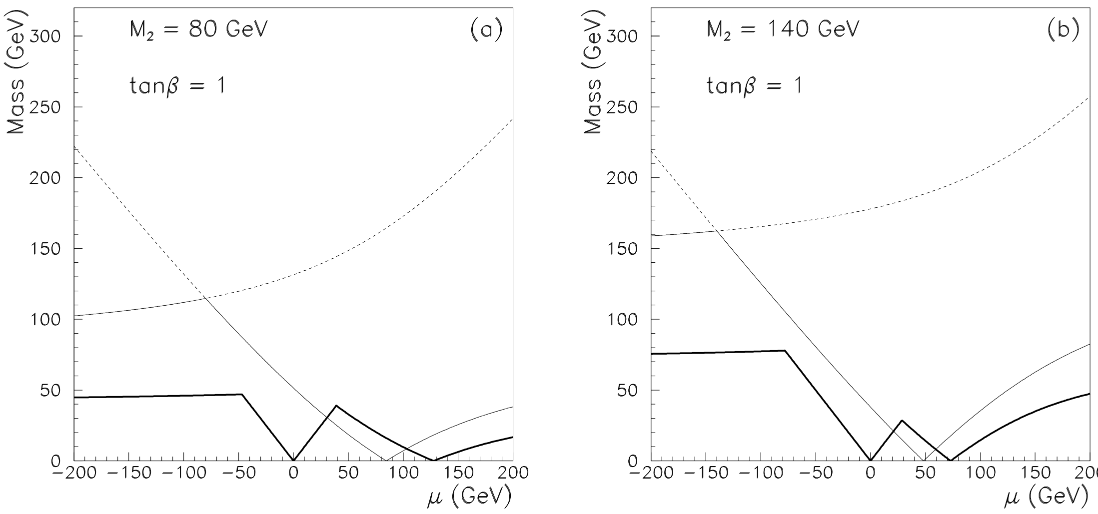


Figure 3.6: *Masses des charginos $\chi_1^\pm$ (ligne pleine) et $\chi_2^\pm$ (tirets) pour* $\tan\beta = 1$ *et (a)* $M_2 = 80$ GeV *, (b)* $M_2 = 140$ GeV *. La masse du χ_1^0 est représentée en trait épais sur les mêmes figures.*

et du $\chi_1^\pm$. On voit qu'il existe une partie de l'espace des paramètres pour laquelle le $\chi_1^\pm$ est plus léger que le χ_1^0. Dans le cadre de la supersymétrie avec conservation de la R-parité, il existe de fortes contraintes cosmologiques impliquant que la particule supersymétrique la plus légère (LSP, pour Lightest Supersymmetric Particle) soit neutre et non chargée de couleur [6]. Dans les modèles où la R-parité est non conservée, ces contraintes ne sont plus valides, mais l'hypothèse selon laquelle la LSP est neutre est en général adoptée, ce que nous ferons par la suite. Ainsi, comme on peut le voir sur la Fig. 3.6, il existe une région de l'espace des paramètres qui est interdite par hypothèse. Cette région est représentée pour $\tan\beta = 1$ dans le plan (μ, M_2) sur la Fig. 3.7, c'est la zone marquée "LSP=chargino". Cette figure

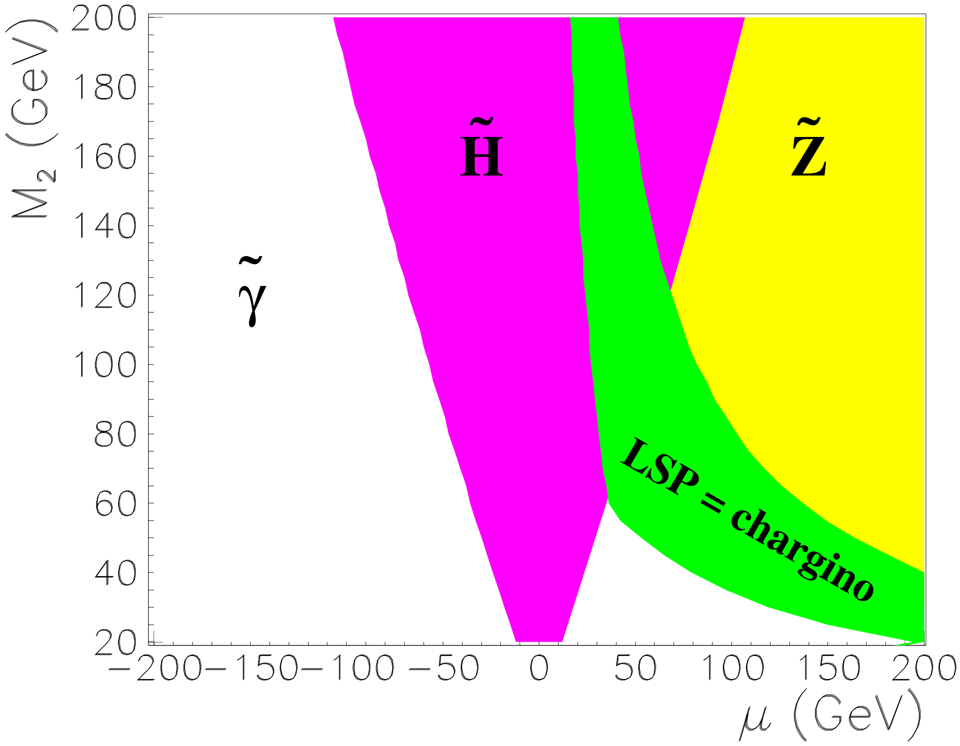


Figure 3.7: *Régions dans l'espace des paramètres correspondant à une LSP chargée et à une LSP neutre de type photino, zino ou higgsino, pour* $\tan\beta = 1$.

montre aussi quelle est la composante principale du neutralino le plus léger, c'est-à-dire les régions où le χ_1^0 ressemble davantage à un photino ($\tilde{\gamma}$), à un zino ($\tilde{Z}$) ou a un higgsino ($\tilde{H}$). La zone où le χ_1^0 est de type higgsino correspond à des petites valeurs de μ ($|\mu|/M_1 < 1$). Dans ce cas, la masse du neutralino le plus léger est égale à $|\mu|$. En dehors de cette zone, la masse du χ_1^0 évolue générallement de la manière suivante :

1. à μ et $\tan\beta$ fixés, $M_{\chi_1^0}$ augmente avec M_2,

2. à M_2 et $\tan\beta$ fixés, $M_{\chi_1^0}$ augmente lorsqu'on s'éloigne de la zone higgsino en allant vers les valeurs négatives de μ.

Par ailleurs, comme on le verra dans les paragraphes suivants, la phénoménologie de la supersymétrie avec violation de la R-parité dépend beaucoup de la "nature" du χ_1^0. Les états finals attendus peuvent être très différents suivant que le neutralino le plus léger est plutôt de type photino, zino ou higgsino.

Désintégrations des squarks en neutralino

Le couplage au vertex $\tilde{q} \to q\chi_i^0$ se déduit du Lagrangien du MSSM et est de la forme suivante [7] :

$$\frac{-i}{\sqrt{2}}\left[A(1-\gamma_5)+B(1+\gamma_5)\right]$$

où les facteurs "chiraux" A et B dépendent entre autres des composantes $\tilde{\gamma}$, $\tilde{Z}$ et $\tilde{H}$ du neutralino χ_i^0 (c'est-à-dire des éléments de la matrice de passage N). La largeur partielle de désintégration $\tilde{q} \to q\chi_i^0$ s'écrit alors :

$$\begin{aligned}\Gamma_{\tilde{q}\to q\chi_i^0} &= \frac{1}{8\pi}(A^2+B^2)M_{\tilde{q}}\left(1-\frac{M^2_{\chi_i^0}}{M^2_{\tilde{q}}}\right)^2 \\ &= \Gamma_{\tilde{q}\to eq'}\,\frac{2(A^2+B^2)}{\lambda'^2_{1jk}}\left(1-\frac{M^2_{\chi_i^0}}{M^2_{\tilde{q}}}\right)^2\end{aligned}$$

Ce mode de désintégration sera donc important par rapport à la désintégration $\not{R}_p$ tant que la différence en masse entre le squark et le χ_i^0 n'est pas trop faible, et lorsque le couplage de Yukawa λ'_{1jk} n'est pas très élevé.
On trouvera l'expression détaillée de A et B dans [7]. Ces facteurs se calculent une fois connus la composition du neutralino ainsi que les couplages aux vertex $\tilde{q} \to q\tilde{\gamma}$, $\tilde{q} \to q\tilde{Z}$ et $\tilde{q} \to q\tilde{H}$, ces derniers s'obtenant à partir du Lagrangien du MSSM. Mais sans développer ce Lagrangien, on conçoit, par simple supersymétrie des vertex du Modèle Standard, que ces couplages sont proportionnels à ceux représentés sur la Fig. 3.8. Ainsi,

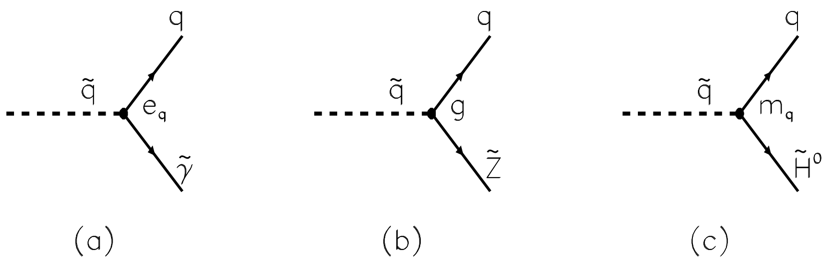


Figure 3.8: *Couplages au vertex squark-quark-neutralino, dans le cas où le neutralino est un pur (a) photino, (b) zino et (c) higgsino. On a noté g la constante de couplage de l'interaction faible.*

- la charge du quark intervient au vertex $\tilde{q}q\tilde{\gamma}$. Ainsi, si le χ_1^0 est de type photino, la largeur de désintégration $\Gamma_{\tilde{q}\to q\chi_1^0}$ s'écrit :

$$\Gamma_{\tilde{q}\to q\tilde{\gamma}} = \frac{1}{8\pi}e^2 e_q^2 M_{\tilde{q}}\left(1-\frac{M^2_{\tilde{\gamma}}}{M^2_{\tilde{q}}}\right)^2$$

  où e_q est la charge électrique du quark.

- par contre, à un vertex $\tilde{q}q\tilde{H}^0_{1,2}$, c'est la masse du quark qui va intervenir. On en déduit que, dans le cas où le χ^0_1 est de type higgsino, la largeur de désintégration d'un squark $\tilde{q}$ en $q\chi^1_0$ est proportionnelle au carré de la masse du quark. Dans le cas de quarks de 1^{iere} ou 2^{ieme} génération, cette largeur de désintégration sera donc très petite.

Désintégrations des squarks en chargino

Le Lagrangien du MSSM contient aussi des termes couplant un sfermion à un fermion et un wino chargé ou un higgsino chargé. Les charginos étant des mélanges de ces derniers états, ces couplages permettent, de calculer les largeurs de désintégration $\Gamma_{\tilde{q}\to q'\chi^+_1}$ d'un squark en un quark et un chargino. Il est important de remarquer que ces couplages diffèrent radicalement suivant que le squark considéré est le partenaire supersymétrique d'un quark "gauche" ou d'un quark "droit". Considérons d'abord le cas d'un squark "droit". On sait que l'interaction faible fait intervenir uniquement des fermions gauches. Ainsi, par supersymétrie, on ne peut pas coupler un squark "droit" à un wino (ce fait se retrouve en détaillant les termes intervenant dans le Lagrangien du MSSM). Par conséquent, un tel squark se couple à un chargino uniquement via la composante higgsino de ce chargino. Ceci est représenté sur la Fig. 3.9 dans le cas du $\tilde{d}_R$. Le couplage au vertex $\tilde{q}q'\tilde{H}^\pm$ étant proportionnel à la

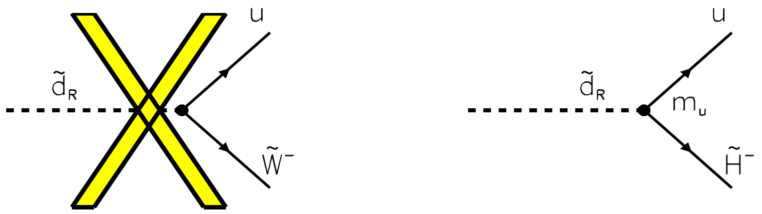


Figure 3.9: *Couplages du $\tilde{d}_R$ au chargino*

masse du quark q', on en déduit que dans le cas d'un squark "droit" associé à un quark léger, la largeur de désintégration $\tilde{q} \to q'\chi^\pm$ est proportionnelle à m_q^2, et donc est quasi-nulle. Par conséquent, **un squark "droit"** $\tilde{q}_R$ où q est un quark de la 1^{iere} ou 2^{ieme} génération **ne se couple** (quasiment) **pas aux charginos**.

Le cas d'un squark "gauche" est différent car alors le couplage à un wino est invariant de jauge. Ceci est schématisé sur la Fig. 3.10 pour le squark $\tilde{u}_L$. Ainsi, grâce à la composante $\tilde{W}^\pm$ du $\chi^\pm$, un tel squark peut se désintégrer en chargino. La largeur de désintégration $\tilde{q}_L \to q'\chi^\pm$ s'écrit alors [7] :

$$\Gamma = \frac{1}{8\pi}(A^2 + B^2)g^2 M_{\tilde{q}},$$

où A est proportionnel à un élément de la matrice V définissant la composante $\tilde{W}$ du chargino, et B est proportionnel à $m_{q'}$ et devient négligeable dans le cas où $\tilde{q}$ est

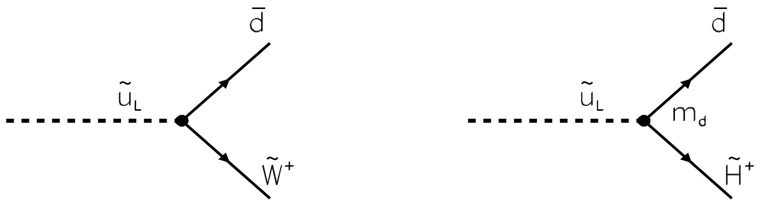


Figure 3.10: *Couplages du $\tilde{u}_L$ au chargino*

le partenaire supersymétrique d'un quark léger. L'expression complète de A et B est donnée dans [7].

Désintégrations de jauge dominantes

Les modes dominants de désintégration des squarks sont différents suivant que l'on considère le partenaire supersymétrique d'un quark gauche ou d'un quark droit (ceci reste vrai dans le cas général d'un sfermion). En effet, on a vu ci-dessus qu'un squark "droit" ne se couple pas au chargino. Ainsi, les seules désintégrations de jauge possibles pour un squark "droit" (en particulier pour le $\tilde{d}_R$) sont :

$$\tilde{q}_R \to \chi_i^0 + q,$$

certains de ces modes de désintégration pouvant être interdits cinématiquement.
Au contraire, un squark "gauche" (et entre autres le $\tilde{u}_L$) peut se désintégrer selon $\tilde{q}_L \to \chi^{\pm} + q'$. Les rapports d'embranchement d'un squark $\tilde{u}_L$ dans différents canaux "de jauge" sont montrés sur la Fig. 3.11 pour un certain choix des valeurs des paramètres du modèle, pour deux valeurs de la masse du squark. On voit que contrairement à ce qu'on pourrait penser en invoquant uniquement des arguments d'espace de phase, la désintégration du $\tilde{u}_L$ en u et la particule supersymétrique la plus légère n'est **jamais dominante** dans les cas représentés. On constate de plus sur cette figure que pour les valeurs de μ correspondant à des cas où le χ_1^0 est de type higgsino, le rapport d'embranchement de $\tilde{u}_L \to u\chi_1^0$ est nul. En effet, comme on l'a signalé plus haut, la largeur de désintégration du $\tilde{u}_L$ en χ_1^0 est dans ce cas proportionnelle au carré de la masse du quark u. Elle est donc négligeable devant la largeur de désintégration en chargino, bien que ce dernier soit plus massif.
La Fig. 3.12 montre quel est le mode de désintégration dominant pour le même squark, en fonction des paramètres μ et M_2. La partie de ce plan pour laquelle le canal $\tilde{u}_L \to u\chi_1^0$ domine correspond à des points où le chargino le plus léger est plus massif que le squark, de sorte que la désintégration en chargino est interdite cinématiquement. Mais dès qu'un chargino est "accessible", le squark $\tilde{u}_L$ se désintègre préférentiellement en χ_i^+. Notons au passage que l'hypothèse selon laquelle un sfermion se désintègre uniquement via $\tilde{f} \to f\chi_0^1$ est souvent faite dans les recherches de particules supersymétriques auprès d'accélérateurs. Tant que l'énergie dans le centre de masse des réactions étudiées n'est pas très élevée, cette hypothèse est à

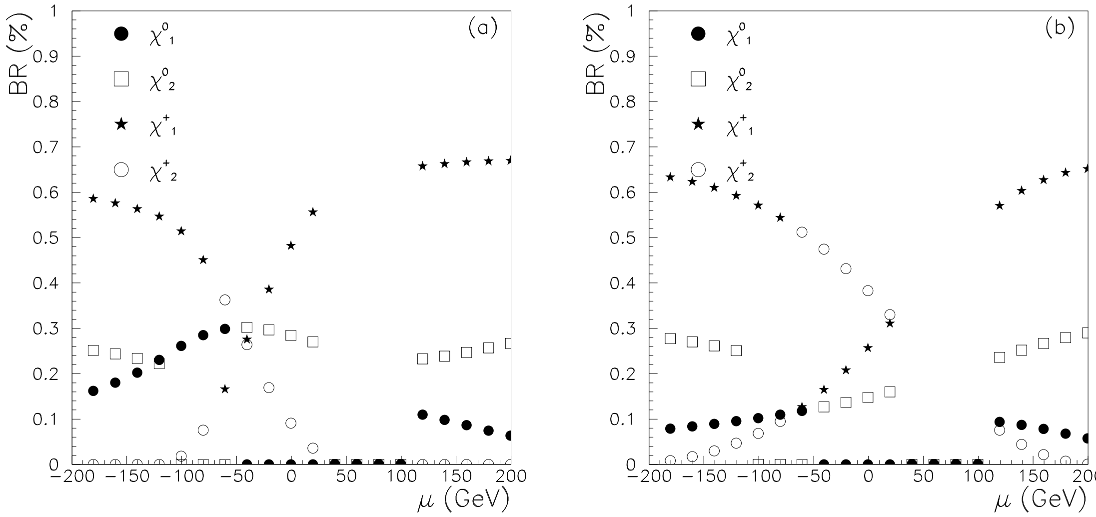


Figure 3.11: *Rapports d'embranchement d'un squark $\tilde{u}_L$ en fonction de μ, pour $M_2 = 80$ GeV, $\tan\beta = 1$, et (a) $M_{\tilde{u}} = 150$ GeV ; (b) $M_{\tilde{u}} = 250$ GeV . Seules les désintégrations en $\chi^0_{1,2}$ et $\chi^+_{1,2}$ sont montrées afin de ne pas surcharger la figure. Par ailleurs, les points correspondants aux cas où la LSP est chargée ne sont pas représentés, d'où une plage de valeurs de μ interdites.*

peu près valide dans la mesure où les charginos ne sont pas accessibles cinématiquement. Cela ne sera plus le cas pour les prises de données du LEP dans sa "phase 2". De même à HERA, où l'énergie dans le centre de masse est de l'ordre de 300 GeV, cette hypothèse n'a pas lieu d'être.

Pour conclure sur les désintégrations de jauge des squarks, remarquons que la largeur $\Gamma_{\tilde{q}\to \mathrm{jauge}}$ est négligeable devant la masse du squark. Par exemple, pour un squark de 150 GeV , la largeur totale de désintégration "en jauge" est généralement inférieure à 1 GeV .

Pour résumer quelques points importants, on peut dire que :

- dans le cas où la **LSP est de type higgsino**, les rapports d'embranchement $\tilde{u}_L \to u\chi^1_0$ et $\tilde{d}_R \to d\chi^1_0$ sont négligeables. De manière générale, **un sfermion ne se désintègre pas via** $\tilde{f} \to f\chi^1_0$ si le χ^0_1 est dominé par sa composante higgsino, sauf lorsque les autres modes de désintégration sont interdits cinématiquement. Il faut alors faire attention au fait que, suivant le sfermion considéré (suivant sa masse), il peut se désintégrer en dehors du détecteur, du fait de la très faible valeur de sa largeur de désintégration.

- le squark $\tilde{u}_L$ **se désintègre préférentiellement en chargino** dès que c'est permis cinématiquement.

- au contraire, le squark $\tilde{d}_R$ ne peut pas se désintégrer en chargino.

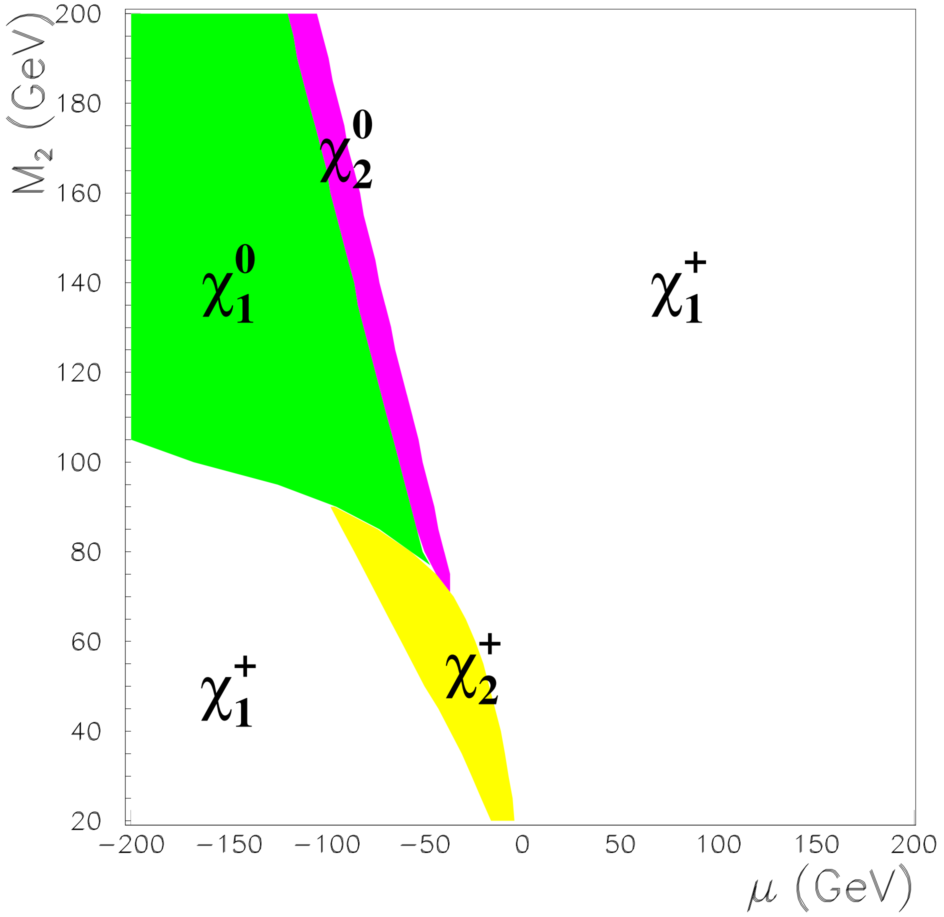


Figure 3.12: *Modes dominants de désintégration pour un squark* $\tilde{u}_L$ *de* 150 *GeV dans le plan* (μ, M_2) *pour* $\tan\beta = 1$.

3.1.4 Désintégrations des neutralinos et des charginos

Il nous faut à présent étudier les désintégrations des neutralinos et des charginos, afin de savoir quels sont les états finals attendus lorsqu'un squark produit par résonance ne se désintègre pas par $\not{R}_p$. Ceci nous permettra de connaître les signatures de tels événements et de faire une recherche directe de production de squarks dans les données de l'expérience.

Désintégrations des neutralinos

Etudions le cas du neutralino le plus léger χ_1^0. Dans le cadre de modèles où la R-parité est conservée, cette particule est stable. Elle apparaît alors dans tous les états finals d'événements supersymétriques, entraînant de l'énergie et de l'impulsion manquantes. Dans les modèles avec $\not{R}_p$, la LSP n'est en général pas stable et peut se désintégrer en un antifermion $\bar{f}$ et un sfermion $\tilde{f}$ virtuel. Le sfermion $\tilde{f}$ doit alors se désintégrer aussitôt par $\not{R}_p$ pour que la conservation de l'énergie soit respectée. Dans le cas où le couplage λ'_{111} est non nul, on déduit de la Fig. 3.1 les voies de désintégrations possibles du χ_1^0. Les diagrammes correspondants sont représentés sur la Fig. 3.13. Ainsi, le couplage λ'_{111} offre au χ_0^1 les trois modes de désintégration

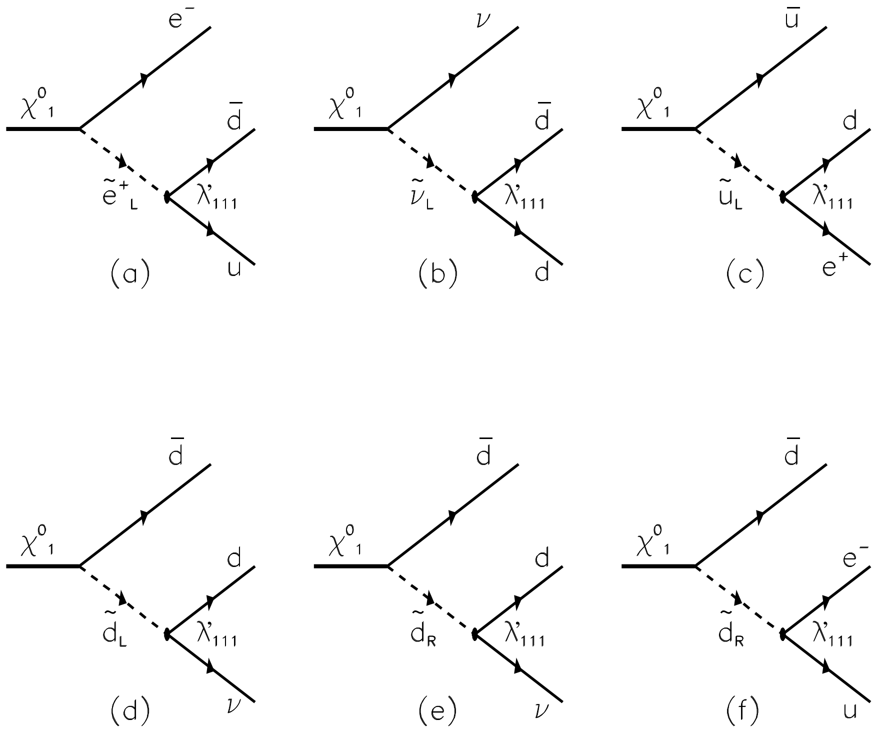


Figure 3.13: *Diagrammes via lesquels le χ_1^0 peut se désintégrer lorsque le couplage λ'_{111} est non nul. Les diagrammes conjugués de charge ne sont pas représentés.*

suivants :

- $\chi_1^0 \to \nu \bar{d} d$ (diagrammes (b), (d) et (e), et leurs conjugués de charge)
- $\chi_1^0 \to e^+ \bar{u} d$ (diagramme (c) et conjugués de charge de (a) et (f))
- $\chi_1^0 \to e^- u \bar{d}$ (diagrammes (a) et (f), et conjugué de charge de (c))

Lorsque le χ_1^0 se désintègre en un lepton chargé, la probabilité est la même d'obtenir un e^+ ou un e^-. L'observation d'un événement avec violation du nombre leptonique ($e^+ p \to e^-$ 3 jets) signerait de façon quasi non ambiguë la production d'un squark par $\not{R}_p$. Néanmoins, le rapport d'embranchement suivant lequel le χ_1^0 se désintègre en un lepton chargé dépend beaucoup de la nature du χ_0^1. Dans le cas où le χ_0^1 est un pur photino $\tilde{\gamma}$ (c'est-à-dire quand ses composantes suivant les états zino et higgsino sont rigoureusement nulles), ce rapport de branchement vaut 87.6% [1]. On peut retrouver cette valeur sans faire le calcul exact, en négligeant les masses des fermions de 1^{ere} génération et en se rappelant que le couplage au vertex $\tilde{f}f\tilde{\gamma}$ est proportionnel à la charge du fermion. Ainsi, d'après les diagrammes de la Fig. 3.13,

$$\begin{aligned} BR(\tilde{\gamma} \to e^{\pm}2jets) &= \frac{\Gamma(a)+\Gamma(c)+\Gamma(f)}{\Gamma(a)+\Gamma(b)+\Gamma(c)+\Gamma(d)+\Gamma(e)+\Gamma(f)} \\ &= \frac{(1)^2+(2/3)^2+(1/3)^2}{(1)^2+0^2+(2/3)^2+(1/3)^2+(1/3)^2+(1/3)^2} \\ &= 87.5\% \end{aligned}$$

Si le χ_1^0 n'est plus un pur $\tilde{\gamma}$ mais reste dominé par sa composante photino, le rapport d'embranchement précédent varie un peu suivant les valeurs des paramètres. Il reste supérieur à $\simeq 60\%$ pour $\tan\beta = 1$, $M_2 < 200$ GeV et -200 GeV $< \mu < 200$ GeV , comme on peut le voir sur la Fig. 3.14. On reconnaît sur cette figure les "zones" de la Fig. 3.7. On voit aussi que dans la zone zino, ce rapport d'embranchement

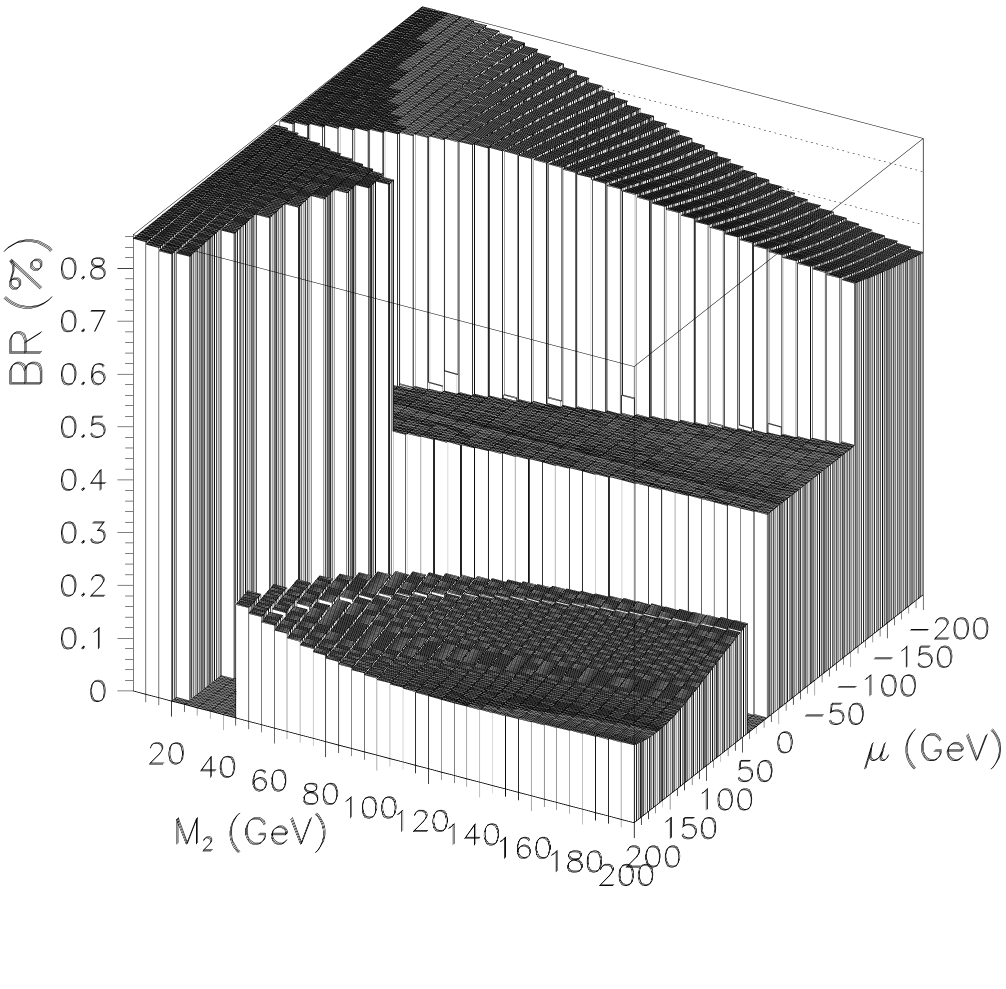


Figure 3.14: *Rapport d'embranchement* $\chi_1^0 \to e^{\pm}2jets$*, pour* $\tan\beta = 1$.

varie peu et est de l'ordre de 20%. Par ailleurs, on constate que la valeur de $\simeq 88\%$ obtenue dans le cas pur photino (qui correspond à $M_2 = 0$) est en fait une valeur

maximale.
Le cas higgsino est à nouveau un peu particulier. En effet, si le χ_1^0 est de type $\tilde{H}^0$, le couplage au vertex $\tilde{f} f \tilde{H}^0$ est proportionnel à la masse du fermion f. On voit alors, d'après les diagrammes de la Fig. 3.13, que la largeur totale de désintégration du χ_1^0 est très faible. Une intégration de la largeur différentielle de désintégration, à partir des l'éléments de matrice explicités dans [8], donne les résultats de la Fig. 3.15 pour la distance de vol $c\tau_0$ du χ_1^0, lorsque $\lambda'_{111} = 0.1$. Le χ_1^0 se désintègre alors générale-

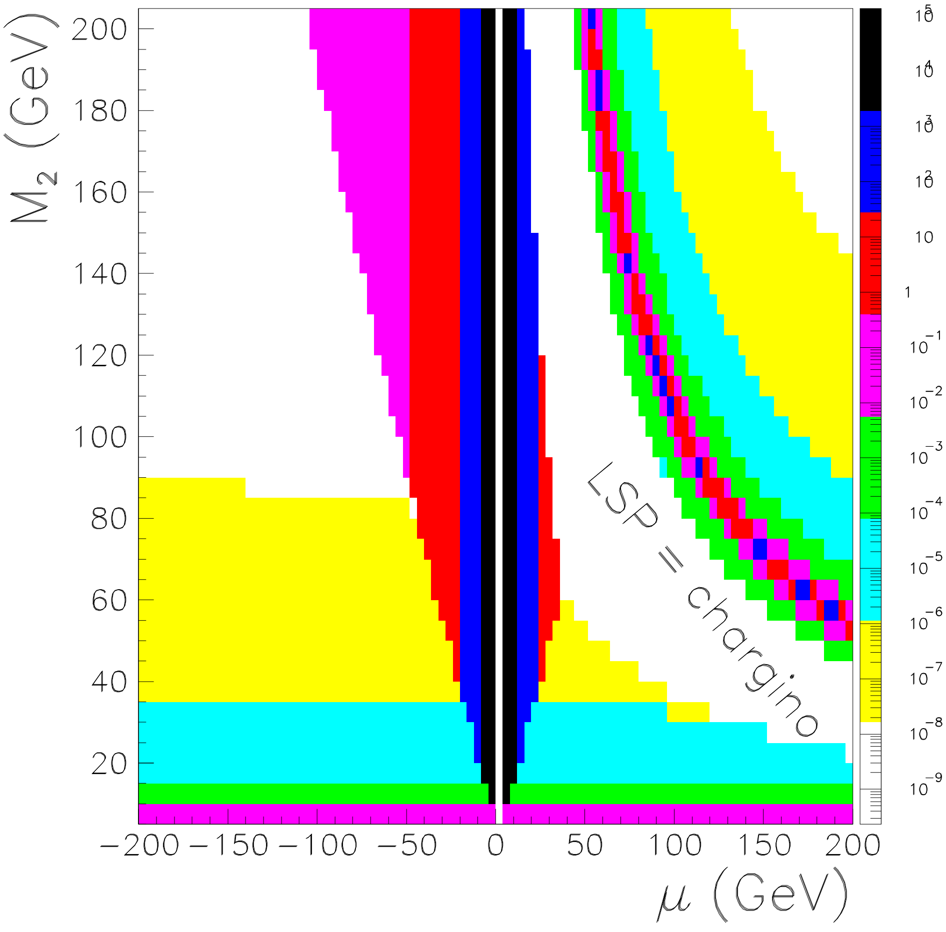


Figure 3.15: *Distance de vol $c\tau_0$ (en m) du neutralino le plus léger.*

ment en dehors du détecteur, ceci même pour des couplages λ'_{111} assez élevés. Dans le cas où on s'intéresse au couplage λ'_{1jk}, avec j ou k égal à 3, la "stabilité"' d'un χ_1^0 de type higgsino dépendra davantage de la valeur du couplage [8]. En effet, la masse du quark b intervient alors et n'est plus négligeable. Pour des valeurs de couplage assez importantes, le temps de vie du χ_1^0 sera assez court pour permettre de détecter sa désintégration.

Désintégrations des charginos

Nous allons étudier en détail le cas du $\chi_1^\pm$. Nous supposons ici que les squarks sont plus lourds que le chargino le plus léger, puisque c'est uniquement dans ce cas que les produits de désintégration du $\chi_1^\pm$ vont nous intéresser. Le $\chi_1^\pm$ peut alors se désintégrer :

- soit via des désintégrations "de jauge", c'est-à-dire conservant la R-parité,
- soit par l'intermédiaire du couplage λ'_{1jk}.

Les diagrammes de Feynman correspondant au premier cas sont représentés sur la Fig. 3.16. Si la masse du $\chi_1^\pm$ n'est pas suffisamment plus élevée que celle du χ_1^0, le W (Fig. 3.16(a,c)) ou le sfermion (Fig. 3.16(b,d)) est hors couche de masse. Suivant sa nature, le χ_1^0 se désintègre ensuite comme détaillé dans le paragraphe précédent. Les largeurs de désintégration $\chi_1^\pm \to \chi_1^0 l^+ \nu$ et $\chi_1^\pm \to \chi_1^0 \bar{q} q'$ se calculent à l'aide des éléments de matrice qu'on peut trouver dans [9]. Leur expression est fonction, entre autres, des matrices U et V qui diagonalisent la matrice de masse des charginos, et donc des paramètres du modèle.

Si un couplage λ'_{1jk} est non nul, d'autres voies de désintégration sont ouvertes pour le $\chi_1^\pm$. Les diagrammes correspondants sont représentés sur la Fig. 3.17 dans le cas où le couplage de $R\!\!\!/_p$ est λ'_{111}. Notons que seuls les sfermions "gauches" interviennent dans les graphes précédents, puisque, comme on l'a vu, les sfermions "droits" ne se couplent pas aux charginos. Deux nouveaux canaux de désintégrations sont alors à considérer :

$$(1) \quad \chi_1^+ \to e^+ + d + \bar{d} \quad \text{(graphes (a) et (b) de la Fig. 3.17)}$$

et

$$(2) \quad \chi_1^+ \to \nu_e + u + \bar{d} \quad \text{(graphes (c) et (d) de la Fig. 3.17)}$$

Considérons par exemple le processus (1), et adoptons les notations :

$$\chi_1^+(k) \to e^+(l) + \bar{d}(q_1) + d(q_2) \quad .$$

En utilisant les variables de Mandelstam :

$$\begin{aligned} s &= (q_1+q_2)^2 = (k-l)^2 \\ t &= (k-q_1)^2 = (l+q_2)^2 \\ u &= (k-q_2)^2 = (l+q_1)^2 \end{aligned} \tag{3.4}$$

l'élément de matrice au carré s'écrit [10] :

$$|\mathcal{M}|^2_{R\!\!\!/_p} = 3g^2\lambda'^2_{111}|V_{11}|^2 \left(\frac{s(M_\chi^2 - s)}{|R(s)|^2} + \frac{t(M_\chi^2 - t)}{|D(t)|^2} + \mathcal{R}e\frac{I(s,t,u)}{R(s)D(t)} \right)$$

où les propagateurs et le terme d'interférence ont respectivement pour expression

$$R(s) = s - m^2_{\tilde{\nu}_L}, \tag{3.5}$$
$$D(t) = t - m^2_{\tilde{u}_L}, \tag{3.6}$$
$$I(s,t,u) = s(M_\chi^2 - s) - u(M_\chi^2 - u) + t(M_\chi^2 - t). \tag{3.7}$$

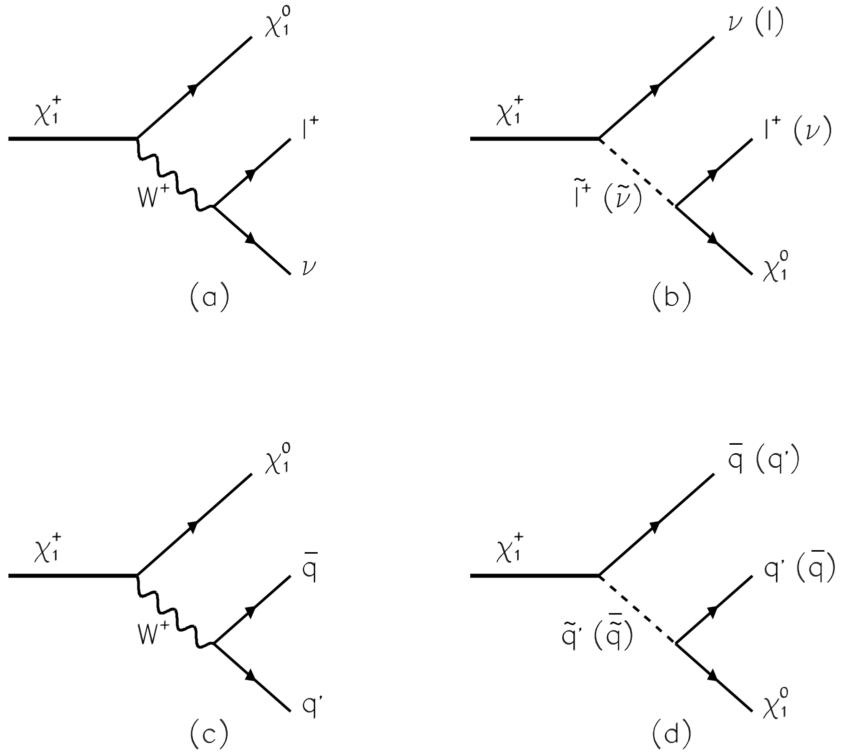


Figure 3.16: *Désintégrations de jauge du* $\chi_1^\pm$.

L'élément de matrice pour le processus (2) s'obtient à partir du précédent en faisant les substitutions : $e \to \nu$, $\bar{d} \to u$, $d \to d$ et $|V_{11}|^2 \to |U_{11}|^2$.
Les désintégrations du $\chi_1^\pm$ par $\not{R}_p$ seront d'autant plus importantes que le couplage λ'_{111} est élevé. Néanmoins, pour de grandes valeurs du couplage de $\not{R}_p$, un squark produit par résonance se désintégrera préférentiellement par $\not{R}_p$ (canaux étudiés dans la section 3.1.2), et non via des désintégrations de jauge. Pour les valeurs de λ'_{111} que l'on peut sonder à HERA avec la luminosité de 1994, il existe une zone "de compromis" en couplage, dans laquelle le rapport d'embranchement d'un squark en chargino est important, et où la désintégration du $\chi_1^\pm$ via $\not{R}_p$ joue un rôle non négligeable.

Pour conclure, remarquons que si cela est permis cinématiquement, le squark produit par résonance peut aussi se désintégrer en un neutralino $\chi_{i,i>1}^0$ plus lourd que le χ_1^0, ou en chargino χ_2^+ plus massif que le χ_1^+. Les désintégrations des χ_i^0 $(i > 1)$ peuvent alors se produire soit via les diagrammes de la Fig. 3.13, soit sans faire

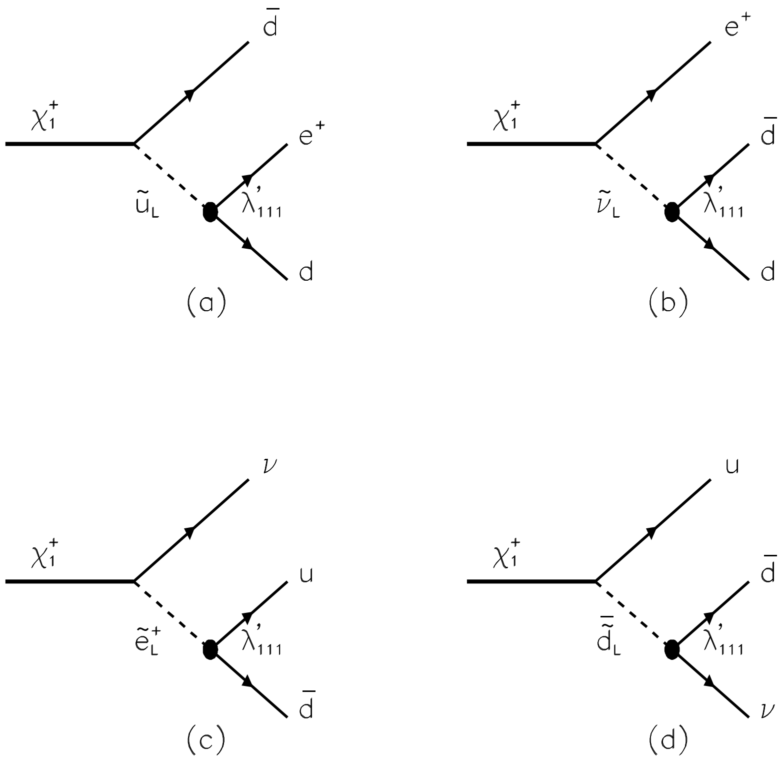


Figure 3.17: *Nouveaux modes de désintégration du $\chi_1^\pm$ dans le cas où λ'_{111} est non nul.*

intervenir la $R\!\!\!/_p$, en passant par des bosons de jauge ou des Higgs neutres [11, 12]. Dans ce dernier cas, des désintégrations successives ont lieu jusquà atteindre le χ_1^0, ou jusqu'à ce qu'une désintégration $R\!\!\!/_p$ ait lieu. De même, le χ_2^+ présente les modes de désintégrations du χ_1^+, auxquels s'ajoutent des canaux faisant intervenir les Higgs chargés. La présence de Higgs complique un peu la phénoménologie. Bien qu'une partie du signal $\tilde{q} \to q\chi_i^0$ $(i > 1)$ et $\tilde{q} \to q'\chi_2^+$ soit observable (tout ne “part” pas en Higgs), nous supposerons dans l'analyse que ces désintégrations ne sont pas vues, c'est-à-dire qu'elles sont possibles, mais détectées avec un efficacité nulle. Ceci est motivé par le fait que, comme on peut le voir sur la Fig. 3.12 par exemple, ces voies de désintégration sont rarement dominantes.

3.1.5 Etats finals possibles

A partir des désintégrations des squarks :

1. en e^+q ou νq, par $\not{R}_p$,

2. en χ_1^0 ou χ_1^+, et en combinant avec les désintégrations possibles du χ_1^0 et du χ_1^+,

on peut classer tous les états finals attendus pour la production résonante d'un squark $e^+q' \to \tilde{q}$ suivant huit groupes. Les tables 3.2 et 3.3 indiquent les topologies

Canal	nature LSP	Processus de désintégration	Signature
S1	$\tilde{\gamma},\tilde{Z},\tilde{H}$	$\tilde{q} \xrightarrow{\lambda'} e^+ \; q'$	positron de grand P_T + 1 jet
S2	$\tilde{\gamma},\tilde{Z},\tilde{H}$ $\tilde{H}$	$\tilde{q} \xrightarrow{\lambda'} \nu \; q$ $\tilde{q} \longrightarrow \chi_1^0 \; q$	P_T manquant + 1 jet
S3	$\tilde{\gamma},\tilde{Z}$ $\tilde{\gamma},\tilde{Z},\tilde{H}$ $\tilde{\gamma},\tilde{Z}$	$\tilde{q} \longrightarrow q \; \chi_1^0$ $\quad \hookrightarrow^{\lambda'} e^+\bar{q}'q''$ $\tilde{q} \longrightarrow q' \; \chi_1^+$ $\quad \hookrightarrow^{\lambda'} e^+d\bar{d}$ $\tilde{q} \longrightarrow q' \; \chi_1^+$ $\quad \hookrightarrow^{\lambda'} W^+ \; \chi_1^0$ $\qquad \hookrightarrow e^+\bar{q}'q''$ $\qquad \to q_3 \; \bar{q}_4$	positron de grand P_T + plusieurs jets
S4	$\tilde{\gamma},\tilde{Z}$ $\tilde{\gamma},\tilde{Z}$	$\tilde{q} \longrightarrow q \; \chi_1^0$ $\quad \hookrightarrow^{\lambda'} e^-\bar{q}'q''$ $\tilde{q} \longrightarrow q' \; \chi_1^+$ $\quad \hookrightarrow W^+ \; \chi_1^0$ $\qquad \hookrightarrow^{\lambda'} e^-\bar{q}'q''$ $\qquad \to q_3 \; \bar{q}_4$	electron de grand P_T (i.e. "mauvais signe") + plusieurs jets

Tableau 3.2: *Modes de désintégration des squarks, classés en topologies d'événements discernables (première partie). La composante principale du χ_1^0 pour lequel un canal est permis est indiquée dans la première colonne. Les chaînes de désintégration indiquées sont représentatives, mais toutes ne sont pas données. Par exemple, les désintégrations en χ_1^+ mettant en jeu un W^+ peuvent aussi se faire via l'échange d'un sfermion virtuel.*

d'événements attendues dans ces huit cas, les chaînes de désintégration correspondant à chacun de ces canaux, et pour quel type de χ_1^0 ils sont permis.
Cette classification s'appuie essentiellement sur le nombre de leptons attendus dans l'état final, la présence d'impulsion transverse manquante, l'existence de un ou plusieurs "jets" de particules et la présence dans l'événement d'un lepton chargé

Canal	nature LSP	Processus de désintégration	Signature
S5	$\tilde{\gamma}$,$\tilde{Z}$ $\tilde{\gamma}$,$\tilde{Z}$ $\tilde{\gamma}$,$\tilde{Z}$,$\tilde{H}$ $\tilde{H}$	$\tilde{q} \longrightarrow q\ \chi_1^0$ $\overset{\lambda'}{\hookrightarrow}\ \nu\bar{q}'q'$ $\tilde{q} \longrightarrow q'\ \chi_1^+$ $\hookrightarrow\ W^+\ \chi_1^0$ $\overset{\lambda'}{\hookrightarrow}\ \nu\bar{q}'q'$ $\hookrightarrow q_3\ \bar{q}_4$ $\tilde{q} \longrightarrow q'\ \chi_1^+$ $\overset{\lambda'}{\hookrightarrow}\ \nu u\bar{d}$ $\tilde{q} \longrightarrow q'\ \chi_1^+$ $\hookrightarrow\ W^+\ \chi_1^0$ $\hookrightarrow q_3\ \bar{q}_4$	P_T manquant + plusieurs jets
S6	$\tilde{H}$	$\tilde{q} \longrightarrow q'\ \chi_1^+$ $\hookrightarrow\ W^+\chi_1^0$ $\hookrightarrow l^+\ \nu$	lepton de grand P_T (e^+ or μ^+) + P_T manquant + 1 jet
S7	$\tilde{\gamma}$,$\tilde{Z}$	$\tilde{q} \longrightarrow q'\ \chi_1^+$ $\hookrightarrow\ W^+\ \chi_1^0$ $\overset{\lambda'}{\hookrightarrow}\ e^{\pm}\bar{q}'q''$ $\hookrightarrow l^+\ \nu$	$e^{\pm}$ de grand P_T + lepton de grand P_T (e^+ or μ^+) + P_T manquant + plusieurs jets
S8	$\tilde{\gamma}$,$\tilde{Z}$	$\tilde{q} \longrightarrow q'\ \chi_1^+$ $\hookrightarrow\ W^+\ \chi_1^0$ $\overset{\lambda'}{\hookrightarrow}\ \nu\bar{q}'q'$ $\hookrightarrow l^+\ \nu$	lepton de grand P_T (e^+ or μ^+) + P_T manquant + plusieurs jets

Tableau 3.3: *Modes de désintégration des squarks, classés en topologies d'événements discernables (seconde partie).*

négativement (de signe opposé à celui du lepton incident). Les canaux S1 et S2 correspondent essentiellement aux désintégrations $\not{R}_p$des squarks. Ils sont donc possibles quelle que soit la nature du χ_1^0, et sont importants dès que le couplage de $\not{R}_p$ n'est pas trop petit. Le canal S4 présente un lepton "de mauvais signe" (par rapport à la charge du lepton incident). Ceci n'est possible que via la désintégration du χ_1^0, et ne peut donc pas se produire dans le cas où le χ_1^0 est de type higgsino puisqu'alors il se désintègre généralement hors du détecteur. Le canal S5 sera plus probable si le χ_1^0 est de type zino que s'il est de type photino, puisque $BR(\tilde{Z} \to \nu qq') > BR(\tilde{\gamma} \to \nu qq')$. Le canal S6 n'est possible que dans le cas où le χ_0^1 est de type higgsino. En effet, un autre χ_1^0 se désintègrerait dans le détecteur et donnerait des jets supplémentaires. Par contre, S7 et S8 ne sont possibles qu'avec un χ_1^0 de type photino ou zino.
L'analyse présentée par la suite repose sur cette classification : nous allons rechercher des événements vérifiant un des huit critères précédents.

3.2 Production de squarks par paire a HERA

On a vu dans la section précédente comment on pouvait former des squarks par $R\!\!\!/_p$ via un un couplage λ'_{1jk}. La section efficace de production dans ce canal est proportionnelle au carré du couplage de $R\!\!\!/_p$. Dans le cas d'un squark léger, un autre mode de production est possible à HERA, qui consiste à produire une paire squark-antisquark. La R-parité est conservée dans ce mode de production, la section efficace d'un tel processus est donc indépendante d'un couplage λ'. Cette section efficace diminue drastiquement avec la masse du squark. Dans ce cadre, on va s'intéresser au cas particulier du partenaire supersymétrique du quark top (le *stop*), ce dernier pouvant en effet être le plus léger de tous les squarks.

3.2.1 Le cas particulier du stop

Rappelons que dans le cadre du MSSM, on construit pour chaque fermion deux états $\tilde{f}_L$ et $\tilde{f}_R$. Dans cette base, la matrice de masse des sfermions s'écrit :

$$M = \begin{pmatrix} m^2_{\tilde{f}_L} & am_f \\ am_f & m^2_{\tilde{f}_R} \end{pmatrix}$$

Les éléments de cette matrice sont fonction des termes de brisure douce de supersymétrie :

- en notant m_0 le paramètre de masse de brisure douce pour les scalaires, on a :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} m^2_{\tilde{f}_L} & = & m_0^2 + m_Z^2 \cos 2\beta(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\sin^2\theta_W) + m_f^2 \\ \text{et} \quad m^2_{\tilde{f}_R} & = & m_0^2 + m_Z^2 \cos 2\beta \frac{2}{3}\sin^2\theta_W + m_f^2 \end{array} \right.$$

- $a = \mu \cot\beta + Am_0$, où A est le $\mathcal{A}$-terme de brisure douce.

Ainsi, si m_0 est de l'ordre de la centaine de GeV , les éléments non diagonaux de la matrice de masse n'ont pas des valeurs très élevées pour des fermions légers. Par conséquent, pour les fermions autres que le quark top, la matrice M est presque diagonale, et les sfermions "droit" et "gauche" $\tilde{f}_L$ et $\tilde{f}_R$ sont états propres de masse en bonne approximation. Ceci n'est plus vrai pour le stop, en raison de la masse élevée du quark top.
Notons alors $\tilde{t}_1$ et $\tilde{t}_2$ les états propres de masse du stop. On les obtient à partir des états de base $\tilde{t}_{L,R}$ par une rotation d'angle noté θ_t :

$$\begin{pmatrix} \tilde{t}_1 \\ \tilde{t}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_t & -\sin\theta_t \\ \sin\theta_t & \cos\theta_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{t}_L \\ \tilde{t}_R \end{pmatrix}$$

avec [13] :

$$\cos 2\theta_t = \frac{m^2_{\tilde{t}_L} - m^2_{\tilde{t}_R}}{\sqrt{(m^2_{\tilde{t}_L} - m^2_{\tilde{t}_R)}^2 + 4a^2m_t^2}} \quad \text{et} \quad \sin 2\theta_t = \frac{2am_t}{\sqrt{(m^2_{\tilde{t}_L} - m^2_{\tilde{t}_R)}^2 + 4a^2m_t^2}}$$

Les valeurs propres attachées aux états $\tilde{t}_1$ et $\tilde{t}_2$ sont alors :

$$m_{\tilde{t}_1,\tilde{t}_2} = \frac{1}{2}(m^2_{\tilde{t}_L} + m^2_{\tilde{t}_R} \mp \sqrt{(m^2_{\tilde{t}_L} - m^2_{\tilde{t}_R)}^2 + 4a^2m_t^2})$$

Ainsi, si $m_{\tilde{t}_L}$, $m_{\tilde{t}_R}$ et m_t sont du même ordre de grandeur, on obtient :
$m^2_{\tilde{t}_1} = m(m - a_t) < m_t^2$, soit $m_{\tilde{t}_1} < m_t$. On peut donc avoir un état du stop plus léger que le top.
Les termes d'interaction entre bosons de jauge et une paire $(\tilde{t}_1, \bar{\tilde{t}}_1)$ s'obtiennent à partir du Lagrangien du MSSM, en substituant aux états chiraux les états propres de masse. Par exemple, la partie du Lagrangien qui correspond au vertex γ -squark-antisquark s'écrit :

$$\mathcal{L} = -ieA^\mu e_q \tilde{q}^* \overset{\leftrightarrow}{\partial}_\mu \tilde{q},$$

d'où on déduit :

$$\mathcal{L}_{\gamma \tilde{t}_1 \bar{\tilde{t}}_1} = -ieA^\mu (\tilde{t}_1^* \overset{\leftrightarrow}{\partial}_\mu \tilde{t}_1 + \tilde{t}_2^* \overset{\leftrightarrow}{\partial}_\mu \tilde{t}_2).$$

Les différents vertex "de jauge" pour le stop sont représentés sur la Fig. 3.18.

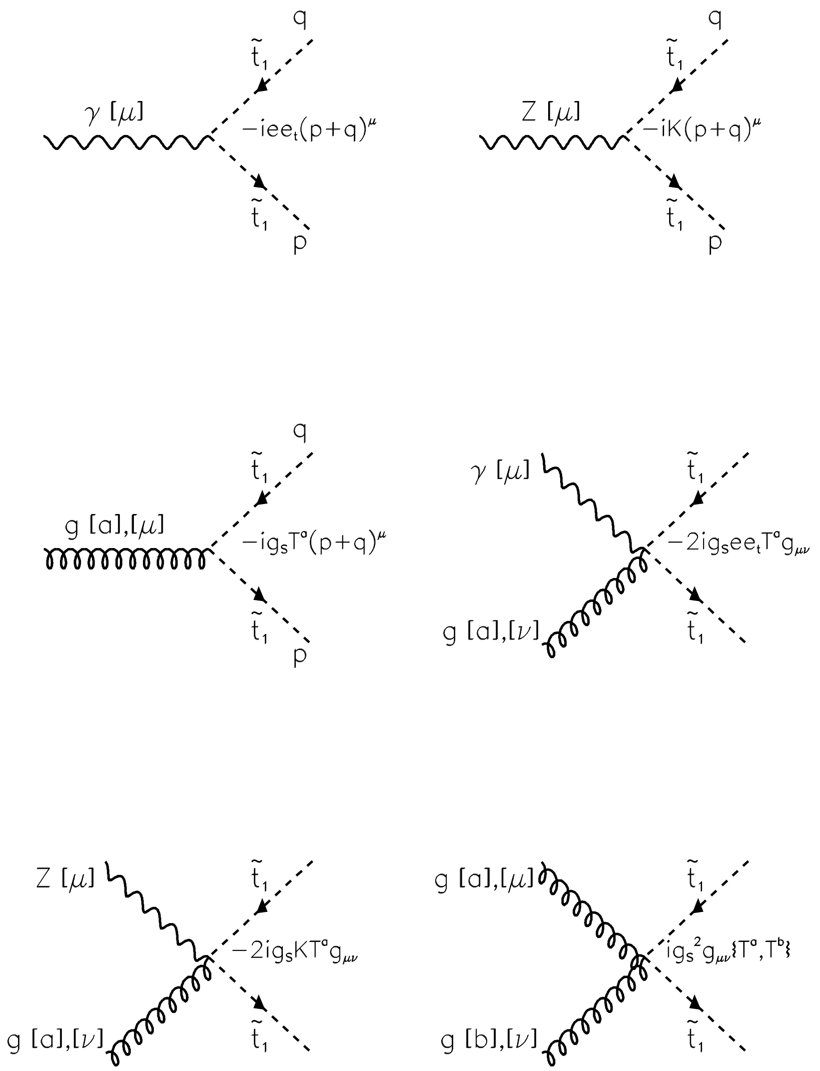


Figure 3.18: *Vertex d'interaction entre bosons de jauge et paire stop-antistop.*

Les indices vectoriels des champs de jauge sont notés μ et ν, tandis que les indices de couleur pour les gluons sont a et b. On a noté par ailleurs :

$$T^a = \frac{1}{2}\lambda^a \qquad \text{les matrices de Gell-Mann}$$

et

$$K = \frac{g}{cos\theta_W}(T_t^3 \cos^2\theta_t - e_t \sin^2\theta_W) = \frac{g}{cos\theta_W}(\frac{1}{2}\cos^2\theta_t - \frac{2}{3}\sin^2\theta_W).$$

Le couplage d'une paire stop-antistop à un boson Z dépend donc de l'angle de mélange θ_t. En particulier, pour $\theta_t = 0.983$ rad, on a $K = 0$ et le Z se découple de la paire stop-antistop léger. Au contraire, le couplage à un photon est indépendant de cet angle de mélange.

Dans un modèle avec $\not{R}_p$ où un couplage λ'_{13k} ($k = 1$ ou 2) est non nul, on peut produire un stop par fusion entre le lepton incident et un quark (d ou s) du proton. Ce mode de production relève de la section précédente. La seule différence réside dans le calcul de la section efficace de production, où maintenant l'angle de mélange θ_t intervient. En effet, en repartant de (3.1), l'expression développée en champs du Lagrangien $\mathcal{L}_{L_1Q_3\bar{D}_k}$, et en substituant aux états “chiraux” $\tilde{t}_L$ et $\tilde{t}_R$ les états propres de masse $\tilde{t}_1$ et $\tilde{t}_2$, on obtient le terme suivant :

$$\mathcal{L}_{int} \ni \lambda'_{13k}\cos\theta_t \tilde{t}_1 e_L \bar{d}_k + \text{h.c.}$$

Ainsi, il faut remplacer dans l'expression de la section efficace de production (3.2) le couplage λ' par le produit $\lambda'_{13k}\cos\theta_t$.

Dans le paragraphe suivant, on va se concentrer sur un mode de production sans $\not{R}_p$, où on produit une paire stop-antistop. La section efficace est alors indépendante du couplage λ'_{13k}.

3.2.2 Production du stop par paire à HERA

Modes de production

Lors de collisions ep, on peut produire le stop via une fusion boson-gluon (BGF), entre un gluon émis par le proton et un photon (ou un boson Z) émis par le lepton incident. Les diagrammes de Feynman correspondant à la production par paire du $\tilde{t}_1$ sont indiqués sur la Fig. 3.19. La section efficace de production a été calculée à partir des éléments de matrice correspondant aux graphes de la Fig. 3.19 dans [14]. Le résultat de l'intégration de cette section efficace montre que l'on peut négliger la contribution dûe à l'émission d'un boson Z. Par ailleurs, les intégrations de la section efficace différentielle exacte et de celle obtenue dans le cadre de l'approximation de Weizsäcker-Williams donnent des résultats similaires pour des masses de stop allant jusqu'à une cinquantaine de GeV [14]. Nous utiliserons donc cette approximation, dont on va rappeler le principe dans le paragraphe suivant.

Approximation de Weizsaecker-Williams

Dans les années 1930, Williams et Weizsäcker [15] ont observé que les photons émis par une particule chargée ultrarelativiste sont plutôt polarisés transversalement.

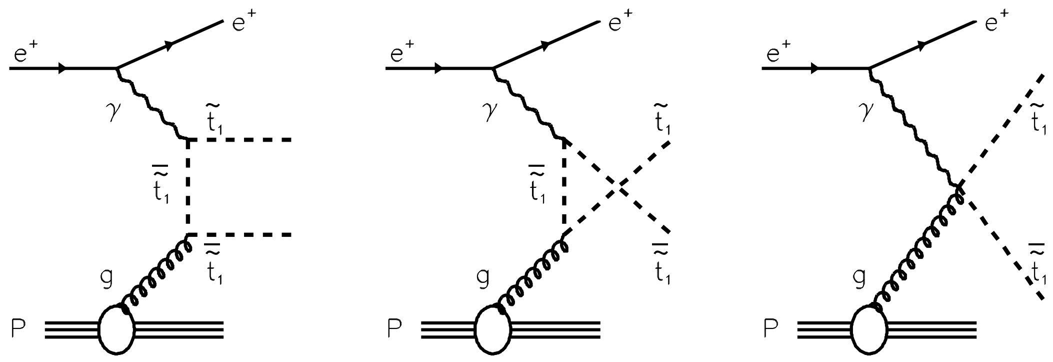


Figure 3.19: *Diagrammes de production de stop par paire via fusion boson-gluon. Le photon peut être remplacé par un boson Z.*

Ainsi, les photons émis sont plutôt réels que virtuels (seul un photon virtuel peut être polarisé longitudinalement). L'idée est alors de "simuler" l'effet d'une particule chargée incidente par un faisceau de photons équivalents, et d'approximer les sections efficaces de diffusion d'une particule chargée sur une cible par la convolution du flux de ces photons équivalents et de la section efficace de diffusion photon-cible, où le photon est réel.

Dans le cas qui nous intéresse, les amplitudes de diffusion contiennent des termes en $\frac{1}{Q^2}$ qui viennent du propagateur du photon. Si, compte tenu des contraintes cinématiques, la plus petite valeur Q^2_{min} que peut prendre Q^2 est faible, les photons seront émis préférentiellement à bas Q^2, c'est-à-dire ils seront quasi-réels. On va alors factoriser la section efficace de production d'une paire stop-antistop en deux termes :

- un terme correspondant à la probabilité pour le positron d'émettre un photon emportant une fraction y de sa quadri-impulsion p_e,
- un terme représentant la section efficace du processus $\gamma p \to \tilde{t}_1\tilde{t}_1^*$ où le photon est réel est de quadri-impulsion yp_e.

Physiquement, on conçoit que cette factorisation soit légitime : un photon quasi-réel va se propager sur une distance suffisante pour que les sous-processus $e \to e\gamma$ et $\gamma p \to \tilde{t}_1\tilde{t}_1^*$ puissent être traités comme des processus distincts. Ainsi, la section efficace du processus $eP \to \tilde{t}_1\tilde{t}_1^*$ s'écrit :

$$\sigma_{ep} = \int_{y_{min}}^{y_{max}} P(y)dy \int_{x_{g,min}}^{x_{g,max}} dx_g g(x_g, \Lambda)\hat{\sigma}(\hat{s}) \tag{3.8}$$

On a noté :

- $P(y)$ la probabilité pour que l'électron émette un photon emportant une fraction y de son impulsion. Cette fonction s'écrit [16] :

$$P(y) = \frac{\alpha}{2\pi}\frac{1+(1-y)^2}{y} log\frac{Q^2_{max}}{Q^2_{min}},$$

où Q^2_{min} et Q^2_{max} sont des fonctions de y : $Q^2_{min} = m_e^2 \frac{y^2}{1-y}$ et $Q^2_{max} = yS - 4m^2_{stop}$ (la cinématique du processus de production d'une paire de squarks sera détaillée au chapitre 5).

- $\hat{s}$ est le carré de l'énergie dans le centre de masse de la réaction γ-gluon,
- $\hat{\sigma}$ est la section efficace du sous-processus $\gamma g \rightarrow \tilde{t}_1 \tilde{t}_1^*$ [14] :

$$\hat{\sigma} = \frac{4}{9}\pi\alpha\alpha_S \int_{z_{min}}^{z_{max}} dz \frac{1}{\hat{s}^3 z^2 (1-z^2)^2} [\, 2m^4_{\tilde{t}_1} - 2m^2_{\tilde{t}_1} \hat{s} z(1-z) + \hat{s}^2 z^2 (1-z)^2 \,]$$

  où $z = (p.p_f)/(p.q)$, en notant p, p_f et q les quadrivecteurs du gluon, du stop et du photon. z_{min} et z_{max} sont fonction de $\hat{s}$ et de la masse du stop $m_{\tilde{t}_1}$.

- g est la densité de gluons à l'intérieur du proton. On l'évalue en prenant $\hat{s}$ comme échelle.

Le terme en $\log \frac{Q^2_{max}}{Q^2_{min}}$ dans l'expression de $P(y)$ provient de l'intégration d'un terme en $\frac{1}{Q^2}$. Dans le calcul exact de la section efficace du processus complet, on s'attendrait à avoir un terme en $\frac{1}{Q^4}$ (dû au carré du propagateur du photon). On va voir, en considérant une réaction générale ep, comment on retrouve l'expression de $P(y)$ ci-dessus. Considérons le processus inclusif ep représenté sur la Fig. 3.20.

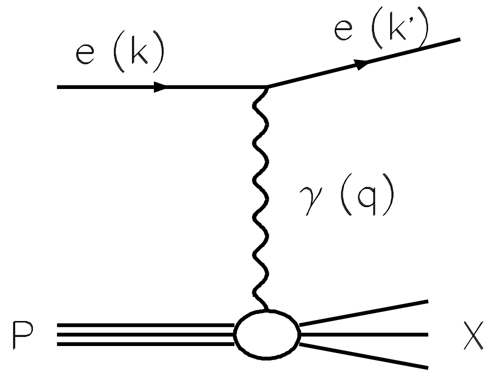


Figure 3.20: *Réaction inclusive ep, où X est un état final quelconque.*

On note :

1. k, k', q et P les quadri-impulsions de l'électron incident, diffusé, du photon et du proton,
2. p_i celles des particules sortantes appartenant à l'état X,
3. M la masse du proton,

4. E et E' les énergies des électrons incident et diffusés, dans le référentiel de repos du proton.

On rappelle l'expression des variables classiques :

$$Q^2 = -q^2 \quad ; \quad x = \frac{Q^2}{2P.q} \quad ; \quad y = \frac{P.q}{P.k} \quad ; \quad \nu = \frac{P.q}{M} = E - E' = Ey$$

Le courant décrivant la ligne d'électron s'écrit :

$$J^\mu = \bar{u}(k')\gamma^\mu u(k)$$

On définit alors le tenseur leptonique :

$$L_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\sum_{spin} J_\mu J_\nu^* = 2\,(k_\mu k'_\nu + k_\nu k'_\mu - (k.k')g_{\mu\nu})$$

La section efficace différentielle du processus étudié s'écrit alors :

$$d\sigma = \frac{1}{F}\frac{\alpha^2}{Q^4}L^{\mu\nu}w_{\mu\nu}\,(2\pi)^4\frac{d^3k'}{(2\pi)^3 2E'}\prod\frac{d^3p_i}{(2\pi)^3 2E_i}$$

où F est le facteur de flux, et $w_{\mu\nu}$ un tenseur décrivant l'interaction γp. En intégrant sur les impulsions des particules i, et par analogie avec la section efficace de collision $e^-\,\mu \to e^-\,\mu$, on peut écrire :

$$\frac{d^2\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{E'}{E}\frac{\alpha^2}{q^4}L^{\mu\nu}W_{\mu\nu}$$

Le tenseur $W_{\mu\nu}$ dépend du processus étudié. On peut cependant l'écrire de manière générale en fonction des tenseurs indépendants d'ordre 2 du problème que l'on peut construire à partir de P et de q. Par ailleurs, le tenseur leptonique $L^{\mu\nu}$ étant symétrique, seule la contraction de la partie symétrique de $W_{\mu\nu}$ avec ce tenseur sera non nulle. Les seuls tenseurs symétriques d'ordre deux que l'on peut construire à partir de P et q sont : $g^{\mu\nu}$, $P^\mu P^\nu$, $q^\mu q^\nu$ et $(P^\mu q^\nu + P^\nu q^\mu)$. On va donc décomposer $W_{\mu\nu}$ sous la forme :

$$W_{\mu\nu}^{sym} = -W_1 g_{\mu\nu} + \frac{W_2}{M^2}P_\mu P_\nu + \frac{W_4}{M^2}q_\mu q_\nu + \frac{W_5}{M^2}(P_\mu q_\nu + P_\nu q_\mu)$$

Les coefficients W_i ci-dessus doivent dépendre des scalaires indépendants construits à partir de P et q, soit q^2 et $(P.q)$, ou, de manière équivalente, x et Q^2. Par ailleurs, la conservation du courant hadronique impose la condition $q^\mu W_{\mu\nu} = q^\nu W_{\mu\nu} = 0$, ce qui s'écrit :

$$\begin{aligned} W_5 &= -\tfrac{(P.q)}{q^2}W_2, \\ W_4 &= \tfrac{(P.q)}{q^4}^2 W_2 + \tfrac{M^2}{q^2}W_1 \end{aligned}$$

Ainsi, $W_{\mu\nu}^{sym}$ s'exprime en fonction de deux tenseurs seulement :

$$W_{\mu\nu}^{sym} = W_1(\frac{q_\mu q_\nu}{q^2} - g_{\mu\nu}) + \frac{W_2}{M^2}(P_\mu - \frac{P.q}{q^2}q_\mu)(P_\nu - \frac{P.q}{q^2}q_\nu)$$

Posons alors $\phi_1 = MW_1$ et $\phi_2 = \nu W_2$. En contractant avec le tenseur leptonique $L^{\mu\nu}$, et en utilisant le fait que

$$dE'd\Omega = \frac{\pi}{EE'}dQ^2 d\nu = \frac{\pi}{EE'}\frac{Q^2}{2Mx^2}dQ^2 dx$$

on obtient alors :

$$\frac{d^2\sigma}{dxdQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{xQ^4}[xy^2\phi_1(x,Q^2) + (1-y)\phi_2(x,Q^2)]$$

ce qui s'écrit encore, en posant $\phi_L = \phi_2 - 2x\phi_1$,

$$\frac{d^2\sigma}{dxdQ^2} = \frac{2\pi\alpha^2}{xQ^4}[(1+(1-y)^2)\phi_2(x,Q^2) - \phi_L(x,Q^2)y^2] \tag{3.9}$$

Considérons maintenant uniquement le sous-processus $\gamma^*\, proton \to X$. Le photon étant virtuel, il possède trois états de polarisation, deux transverses et un longitudinal. En représentant par l'indice λ cet état de polarisation, la section efficace du sous-processus s'écrit :

$$\sigma_\lambda = (\frac{8\pi^2\alpha x}{Q^2})\epsilon^\mu_\lambda(\epsilon^{\nu *}_\lambda)W_{\mu\nu}$$

le terme $\frac{x}{Q^2}$ provenant du facteur de flux $F = \frac{2Q^2}{x}$. En sommant sur les trois états de polarisation, la section efficace totale s'écrit :

$$\sigma_{tot} = -(\frac{8\pi^2\alpha x}{Q^2})g^{\mu\nu}W^{sym}_{\mu\nu}$$

Notons σ_T la section efficace moyenne pour un photon polarisé transversalement, et σ_L la section efficace correspondant à une polarisation longitudinale, soit :

$$\sigma_T = \frac{\sigma_{\lambda=+1} + \sigma_{\lambda=-1}}{2} \qquad \sigma_L = \sigma_{\lambda=0}$$

En chosissant l'axe z le long de q, on peut écrire les vecteurs de polarisation du photon de la manière suivante [17] :

$$\epsilon_{\lambda=\pm1} = \mp\frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,\pm i,0) \qquad \epsilon_{\lambda=0} = \frac{1}{\sqrt{Q^2}}(\sqrt{\nu^2+Q^2},0,0,\nu)$$

On voit dès lors que les tenseurs $(\epsilon^\mu_{\lambda=0}\epsilon^\nu_{\lambda=0})$ et $(\epsilon^\mu_{\lambda=1}\epsilon^\nu_{\lambda=1} + \epsilon^\mu_{\lambda=-1}\epsilon^\nu_{\lambda=-1})$ sont eux-aussi symétriques. Par conséquent, σ_L et σ_T s'expriment à l'aide de $W^{sym}_{\mu\nu}$, donc en fonction de ϕ_2 et ϕ_L. En inversant ces dernières relations, on obtient :

$$\begin{aligned}\phi_2 &= x\left(\frac{Q^2}{8\pi^2\alpha x}\right)(\sigma_{tot} + 3\sigma_L)\\ \phi_L &= x\left(\frac{Q^2}{8\pi^2\alpha x}\right)2\sigma_L\end{aligned}$$

On remplace alors ϕ_2 et ϕ_L dans l'expression (3.9) de la section efficace différentielle totale, qui s'écrit alors en fonction de σ_{tot} et σ_L. Faisons maintenant l'approximation suivante : le photon est quasi-réel, donc, un photon réel ne pouvant être polarisé que transversalement, on néglige la contribution de σ_L dans l'expression de la section efficace différentielle du processus complet :

$$\lim_{q^2\to 0} \sigma_L = 0 \qquad \lim_{q^2\to 0} \sigma_{tot} = \sigma_{tot}(\gamma_{reel}, P)$$

Le calcul donne alors :

$$\frac{d\sigma}{dxdQ^2} = \frac{2\pi\alpha^2}{Q^4}\,(1+(1-y)^2)\,\frac{Q^2}{8\pi^2\alpha x}\,\sigma_{tot}(\gamma_{reel}, P)$$

En faisant le changement de variable $x \to y$, on obtient :

$$\frac{d^2\sigma}{dydQ^2} = \frac{1}{Q^2}\frac{\alpha}{4\pi}\frac{1+(1-y)^2}{y}\,\sigma_{tot}(\gamma_{reel}, P)$$

On retrouve donc bien, après intégration sur Q^2, l'expression de $P(y)$ donnée plus haut.

Contribution "photon résolu"

Si le photon émis par le positron se résoud en son contenu en quarks et en gluons, on peut avoir des contributions supplémentaires à la section efficace du processus étudié. Par exemple, si le photon se résoud en un quark, ce dernier peut fusionner avec un antiquark émis par le proton pour former un gluon. Ce gluon peut alors se désintégrer en une paire stop-antistop. Si le photon se résoud en un gluon, la paire stop-antistop peut être produite par exemple via le couplage $gg\tilde{t}_1\tilde{t}_1^*$. Néanmoins, les calculs faits dans [18] montrent que :

$$\sigma(gg \to \tilde{t}_1\tilde{t}_1^*) < 0.1\sigma(qq \to \tilde{t}_1\tilde{t}_1^*) < 0.01\sigma(\gamma_{reel}g \to \tilde{t}_1\tilde{t}_1^*).$$

Les contributions de photoproduction résolue seront donc négligées.

Section efficace de production du stop par paire

On détaillera au chapitre 5 la méthode d'intégration numérique de la section efficace différentielle (3.8) ci-dessus. On va donner ici les résultats numériques de cette intégration. Ces résultats, obtenus en utilisant la densité de gluons dans le proton donnée par la paramétrisation GRV-LO [19], sont montrés sur la Fig. 3.21. On voit que cette section efficace décroît très vite avec la masse du stop. Compte tenu de la luminosité de quelques pb^{-1} accumulée par l'expérience, seules des faibles masses de stop peuvent être ainsi explorées. Ceci justifie le fait que la recherche de squarks produits par paire à HERA n'est faite que dans le cas du stop, si celui-ci est léger.

3.2.3 Modes de désintégration du stop

Désintégration du stop $\tilde{t}_1$ par $\not{R}_p$

Si la R-parité n'est pas conservée et si un couplage λ'_{13k} est non nul, le stop peut se désintégrer en positron-quark. Ceci est similaire à ce qui a été vu dans le paragraphe 3.1.2. A nouveau, la seule différence réside dans le fait qu'il faut remplacer

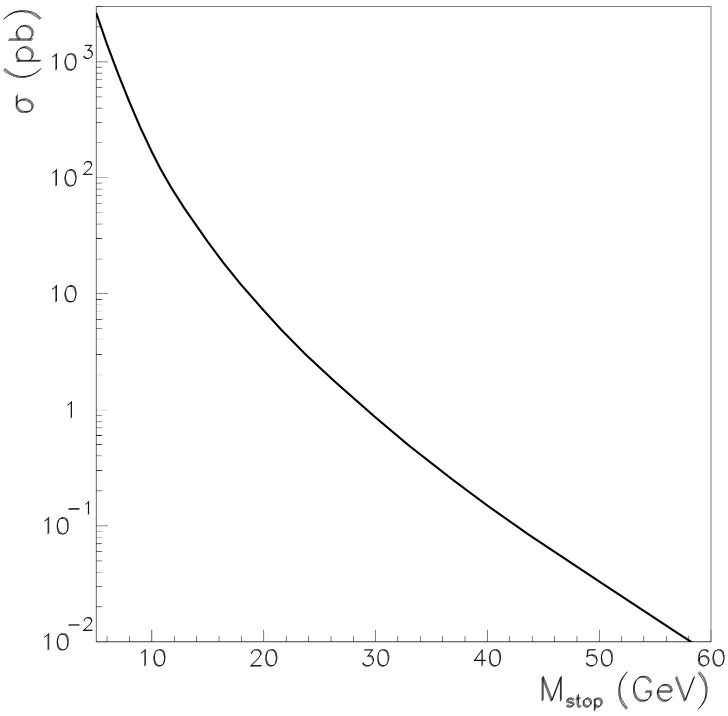


Figure 3.21: *Section efficace de production de stops par paire à HERA.*

le couplage par le produit $\lambda' \cos\theta_t$. Ainsi, la largeur de désintégration $\tilde{t}_1 \to e^+ d_k$ s'écrit :

$$\Gamma_{\tilde{t}_1 \to e^+ d_k} = \frac{1}{16\pi} \lambda'^2_{13k} \cos^2\theta_t m_{\tilde{t}_1}.$$

Désintégrations du stop conservant la R-parité

De manière générale, un squark $\tilde{q}$ peut se désintégrer selon :

$$\tilde{q} \to q\chi^0_i.$$

Dans le cas du stop, ce mode de désintégration est interdit cinématiquement à cause de la masse élevée du quark top. Par ailleurs, on s'intéresse ici à un stop léger, de masse inférieure à une cinquantaine de GeV . Compte tenu de la masse du chargino le plus léger (voir Fig. 3.6), il est légitime de faire l'hypothèse suivante :

$$m_{\tilde{t}_1} < M_{\chi^+_1},$$

de sorte que les désintégrations du stop en chargino soient elles aussi interdites cinématiquement. De même, les désintégrations en gluinos ne sont pas prises en compte car on suppose ici que ces derniers sont très lourds. Le seul canal de désintégration possible pour le stop dans le cadre du "pur MSSM" (dans un modèle où la R-parité est conservée) est alors : $\tilde{t}_1 \to c\chi^0_1$. Ceci correspond à des diagrammes à l'ordre

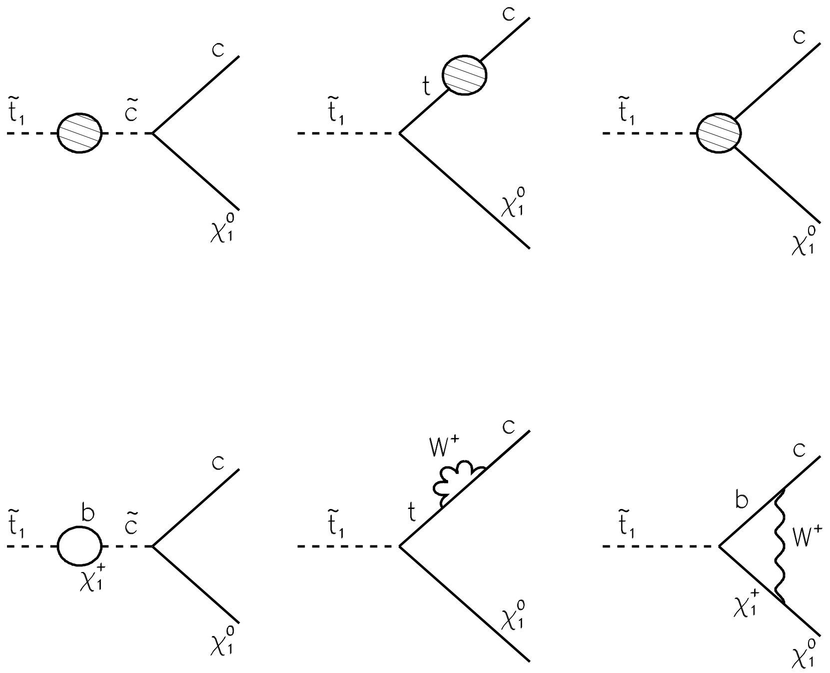


Figure 3.22: *Désintégrations du stop en* $c\chi_1^0$.

d'une boucle représentés sur la Fig. 3.22, les trois diagrammes du bas donnant un exemple de chaque boucle possible. Le calcul de la largeur partielle de désintégration $\tilde{t}_1 \to c\chi_1^0$ donne alors [20] :

$$\Gamma_{\tilde{t}_1 \to c\chi_1^0} = \frac{1}{2}\alpha e_c^2 |\varepsilon|^2 M_{\tilde{t}_1} \left(1 - \frac{M^2_{\chi_1^0}}{M^2_{\tilde{t}_1}}\right)^2 ,$$

où ε est fonction de θ_t, des paramètres du modèle supersymétrique, et est proportionnel aux éléments K_{cb} et K_{tb} de la matrice Cabibbo-Kobayashi-Maskawa. Remarquons que de même que la transition $b \to u$ est très supprimée par K_{ub}, la largeur $\tilde{t}_1 \to u\chi_1^0$ est négligeable par rapport à $\tilde{t}_1 \to c\chi_1^0$. Numériquement, ε est de l'ordre de 10^{-4} [20], et dès lors :

$$\Gamma_{\tilde{t}_1 \to c\chi_1^0} = (0.3 - 3)10^{-10} M_{\tilde{t}_1} \left(1 - \frac{M^2_{\chi_1^0}}{M^2_{\tilde{t}_1}}\right)^2 .$$

On a représenté sur la Fig. 3.23 les différentes largeurs de désintégration du $\tilde{t}_1$

1. par $\not{R}_p$, pour deux valeurs de $\lambda'_{13k}\cos\theta_t$,
2. en $c\chi_1^0$ et en $b\chi_1^+$

pour deux couples de valeurs de (μ, M_2) et $\tan\beta = 5$. On voit donc que lorsque $\lambda'_{131(2)}\cos\theta_t$ n'est pas trop faible ($\gtrsim 10^{-4}$), et pour $\tilde{t}_1$ plus léger que le chargino, la

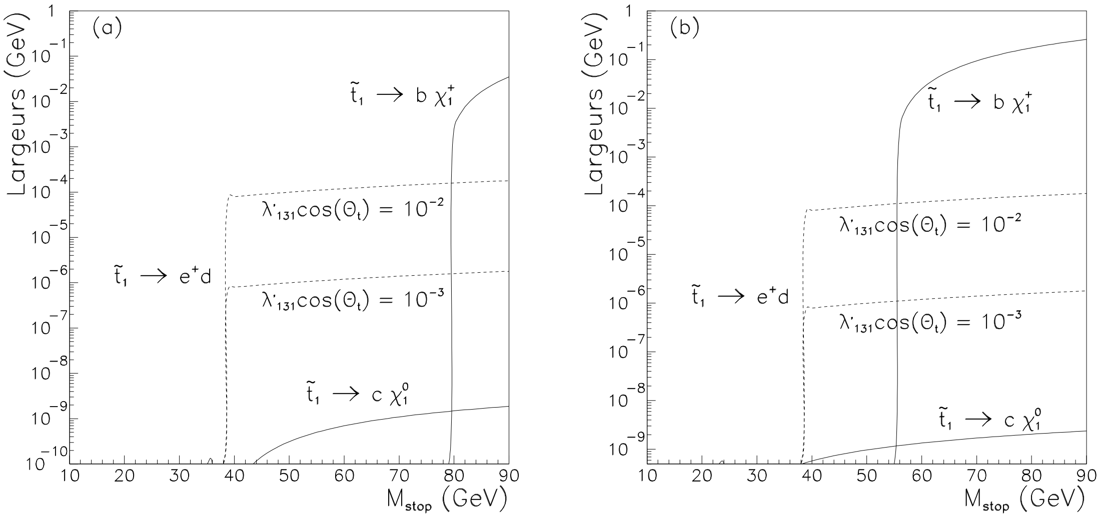


Figure 3.23: *Largeurs de désintégration du stop pour* $\tan\beta = 5$ *et (a)* $\mu = -140$ GeV , $M_2 = 80$ GeV *(b)* $\mu = -80$ GeV , $M_2 = 60$ GeV .

désintégration en $e^+d(s)$ est largement dominante.
Dans le cadre de notre analyse, on supposera qu'un couplage λ'_{13k} ($k = 1$ ou 2) est non nul et que son produit par le cosinus de l'angle de mélange est tel que :

$$BR(\tilde{t}_1 \rightarrow e^+ q) = 100\%.$$

Les événements que l'on va rechercher correspondent donc au graphe représenté sur la Fig. 3.24. Ces événements présentent donc un électron et un positron dans l'état final. Le positron incident est très peu dévié dans de tels événements car le Q^2 est très faible (à très petit Q^2, l'angle polaire θ_e du positron diffusé est élevé comme on le voit sur la Fig. 1.7). Il repart donc dans le tube à vide et est en général non détecté dans l'appareillage.

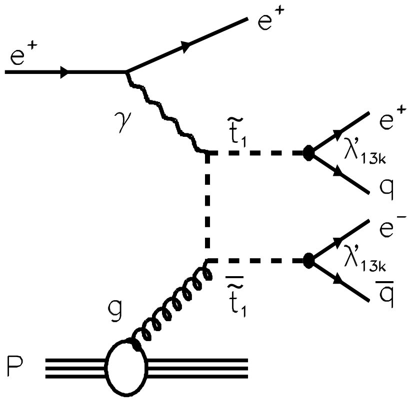


Figure 3.24: *Production d'une paire stop-antistop par fusion γ-g, suivie d'une désintégration $R\!\!\!/_p$ des stops.*

Résumé du chapitre 3

Les processus supersymétriques que nous allons étudier sont les suivants :

- la production résonante de squarks, par fusion entre le positron incident et un quark venant du proton. Ce mode de production viole la R-parité, via un opérateur $L_1 Q_j \bar{D}_k$.
- la photoproduction de paires de stops, par fusion entre un photon émis par le positron incident et un gluon venant du proton. Ce mode de production, qui conserve la R-parité, a une section efficace faible. C'est seulement dans le cas du stop qu'il sera étudié, le stop pouvant être le plus léger de tous les squarks.

Pour l'étude de la production résonante de squarks, nous faisons les hypothèses suivantes :

- la particule supersymétrique la plus légère (LSP) est neutre et non chargée de couleur;
- les gluinos, partenaires supersymétriques des gluons, sont plus massifs que les squarks;
- un des couplages λ'_{1jk} est nettement dominant sur les autres, permettant la production de deux squarks uniquement.

Les squarks produits par résonance ont plusieurs modes de désintégration : par violation de la R-parité en (e^+, q) ou (ν, q), en un neutralino et un quark, ou en un chargino et un quark. Gardons à l'esprit que :

- les squarks "droits" ne se désintègrent pas en chargino, au contraire des squarks "gauches" pour lesquels ce mode de désintégration domine dès qu'il est permis cinématiquement;
- avec un faisceau de positrons dans l'état initial, c'est essentiellement un squark "gauche" qu'on peut produire;
- le secteur des neutralinos et des charginos est entièrement défini par 3 paramètres : M_2, le terme de brisure douce pour les jauginos de $SU(2)_L$, l'angle β, dont la tangente est égale au rapport des valeurs moyennes dans le vide des deux Higgs, et μ, qui est un terme de mélange entre les deux doublets de Higgs;
- du fait qu'on considère un modèle où la R-parité n'est pas conservée, la LSP peut se désintégrer. Ses modes dominants de désintégration dépendent alors de sa "nature" (suivant que la LSP ressemble davantage à un photino, à un zino ou à un higgsino). De plus, si la LSP est de type higgsino, elle se désintègre en général en dehors du détecteur.

Les états finals possibles pour la production de squarks par résonance sont classés suivant huit groupes. Les tables 3.2 et 3.3 résument cette classification.
Pour la production de stops par paire : on se limite à la recherche d'un stop plus léger que le top, et plus léger que le chargino. Si un couplage λ'_{13k} est non nul, le stop se désintègre alors de manière dominante par violation de la R-parité, en un électron et un quark.

Bibliographie

[1] J. Butterworth, H. Dreiner Nucl. Phys. B397 (1993) 3.

[2] W. Buchmüller, R. Rückl et D. Wyler, Phys. Lett. B191 (1987) 442.

[3] J. Ellis, J.S. Hagelin, D.V. Nanopoulos et K. Tamvakis, Phys. Lett. B125 (1983) 275. ;
L.E. Ibañez et C.Lopez, Phys. Lett. B126 (1983) 54.

[4] A. Bartl, H. Fraas, W. Majerotto et N. Oshimo, Phys. Rev. D40 (1989) 1594.

[5] A. Bartl, H. Fraas, W. Majerotto et B. Mosslächer, Z. Phys. C55 (1992) 257.

[6] J. Ellis, J.S. Hagelin, D.V. Nanopoulos, K. Olive et M. Srednicki, Nucl. Phys. B238 (1984) 453.

[7] J.F. Gunion, H.E. Haber, Nucl. Phys. B272 (1986) 1.

[8] H. Dreiner, P. Morawitz Nucl. Phys. B428(1994) 31.

[9] A. Bartl, H. Fraas, W. Majerotto, Z. Phys. C30 (1986) 441.

[10] H. Dreiner, communication privée

[11] A. Bartl, W. Majerotto, B. Mosslächer, N. Oshimo, Z. Phys. C52 (1991) 677.

[12] A. Bartl, H. Fraas, W. Majerotto, Nucl. Phys. B278 (1986) 1.

[13] T. Kon, T. Kobayashi et S. Kitamura, Phys. Lett. B333 (1994) 263.;
T. Kon et al., Z. Phys. C61 (1994) 239.

[14] T. Kobayashi, T. Kon, K. Nakamura et T. Suzuki, Modern Physics Letters A, Vol 7 (1992) 1209.

[15] C.F. Weizsäcker, Z. Phys. 88 (1934) 612. ;
E.J. Williams, Phys. Rev. 45 (1934) 729.

[16] V.M. Budnev et al., Phys. Rep. C15 (1975) 181.

[17] F.Halzen, A.D.Martin, An Introduction course in Modern Particle Physics, Wiley

[18] M. Drees et K. Grassie, Z. Phys. C28 (1985) 451.

[19] M. Glück, E. Reya et A. Vogt, Phys. Rev. D45 (1992) 3986; *ibid.*, D46 (1992) 1973

[20] K. Hikasa, M. Kobayashi, Phys. Rev. D(36) (1987) 724.

Chapitre 4

LE DETECTEUR H1

On va présenter dans ce chapitre les principales caractéristiques du détecteur H1. On trouvera dans [1] une description complète de l'appareillage. La conception du détecteur a débuté en 1985, et c'est en 1988 que les premiers modules du calorimètre à argon liquide ont été testés au CERN. L'assemblage du calorimètre dans le cryostat a été réalisé en 1990. Une trentaine d'instituts ont participé à la réalisation du détecteur.
Après une présentation générale de l'appareillage, on décrira plus en détail les parties du détecteur qui seront plus particulièrement utiles pour notre analyse. On verra aussi comment la luminosité est mesurée, et comment fonctionnent la chaîne de déclenchement et l'acquisition des données.

4.1 Vue générale

La machine HERA, qui a été présentée au chapitre 1, est avant tout caractérisée par une grande différence entre les énergies des faisceaux de leptons et de protons, ceci au contraire du LEP ou du Tevatron par exemple. La conséquence en est l'asymétrie des détecteurs H1 et ZEUS. La structure des événements est déplacée dans la direction des protons incidents (ce que nous appelerons "l'avant"), qui sont plus énergétiques que les leptons. Les détecteurs doivent donc permettre des mesures précises dans cette direction.

En se déplaçant du centre du détecteur vers sa périphérie, le détecteur H1 est constitué de plusieurs éléments, comme on peut le voir sur la Fig. 4.1. On distingue :

- le détecteur de traces, lui-même constitué de plusieurs chambres;
- le calorimètre à argon liquide, qui comporte une partie électromagnétique et une partie hadronique. Ce détecteur ne couvre pas tout l'angle solide, et est complété par un calorimètre à l'avant (le PLUG), et un calorimètre à l'arrière (le BEMC);
- le cryostat;
- la bobine supraconductrice, qui délivre un champ de 1.2 T;

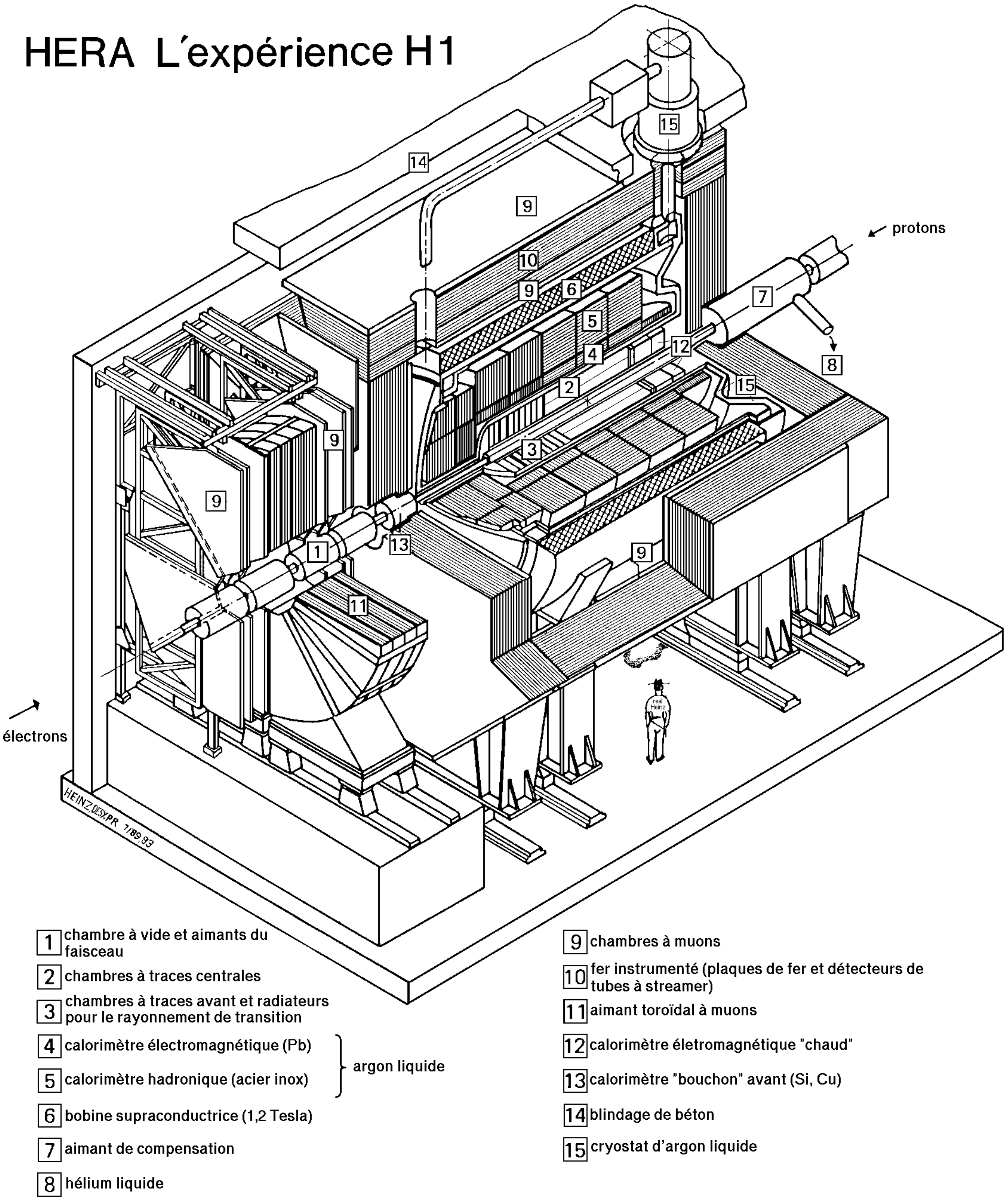


Figure 4.1: *Vue générale de l'expérience H1.*

- le fer instrumenté qui assure le retour des lignes de champ magnétique. Il est aussi utilisé pour détecter les fins de gerbes hadroniques, ainsi que les muons;

Par ailleurs, le détecteur comporte également :

- un spectromètre à muons, situé à l'avant;
- un système de temps de vol, situé à l'arrière;
- un luminomètre, situé très à l'arrière.

Notons que l'ensemble du calorimètre à argon liquide est englobé dans le cryostat, ceci évitant la présence d'inhomogénéités dans le calorimètre. On constate de plus sur la Fig. 4.1 que la bobine supraconductrice n'entoure pas uniquement les détecteurs de traces, mais aussi le calorimètre, afin de limiter la présence de matériaux morts devant le calorimètre.

On va par la suite décrire plus en détail les détecteurs de traces et le calorimètre à argon liquide.

4.2 Les détecteurs de traces

Les détecteurs de traces vont nous permettre de reconstruire les traces des particules chargées, et de mesurer leur impulsion par la courbure de ces traces. De plus, c'est à partir des traces reconstruites dans un événement que la position du vertex d'interaction sera déterminée. Les détecteurs de traces sont placés dans le champ de 1.2 Tesla délivré par la bobine supraconductrice (ce champ est homogène à 0.3% près dans la partie centrale). Ils sont constitués de plusieurs chambres à fils :

- dans la partie centrale, on distingue les "Central Jet Chambers" (CJC), les "Central Inner (Outer) Z-chambers" (CIZ,COZ), les "Central Inner (Outer) Proportional chambers" (CIP, COP);
- les "Forward Multi-Wires Proportional Chambers" (FMWPC) constituent la partie avant du détecteur de traces;
- la "Backward Proportional Chamber", qui, comme son nom l'indique, est située à l'arrière.

La Fig. 4.2 permet de situer ces différents détecteurs de traces. Détaillons maintenant ces différentes chambres.

4.2.1 Les chambres centrales

Les chambres CJC

Les chambres CJC1 et CJC2 sont des chambres à dérive cylindriques. Elles font toutes deux environ 2 mètres de long, et ont une épaisseur de $\simeq 25$ cm pour CJC1 et $\simeq 30$ cm pour CJC2. La chambre CJC1 est la plus proche du faisceau (son rayon intérieur est de 20 cm). La couverture angulaire de la CJC1 ($10^o \leq \theta \leq 170^o$)

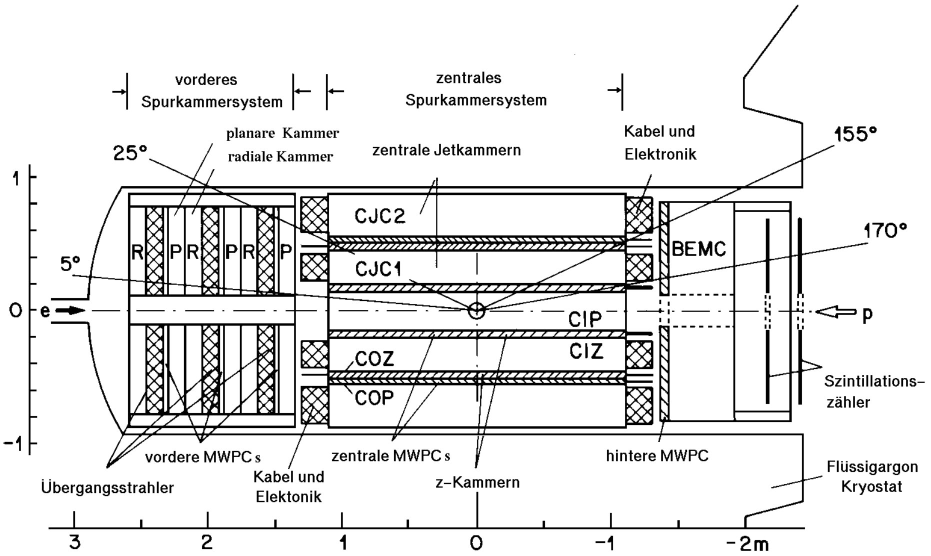


Figure 4.2: *Coupe longitudinale des détecteurs de traces.*

est donc meilleure que celle de la CJC2 ($25^o \leq \theta \leq 155^o$). Ces deux chambres sont constituées de fils parallèles à l'axe des faisceaux. Une coupe transverse du détecteur de traces central est donnée sur la Fig. 4.3. On constate que les fils font avec la normale un angle de 30^o. Cet angle "de Lorentz" permet de compenser l'effet du champ magnétique sur la dérive des particules. De plus, les fils d'anode sont décalés les uns par rapport aux autres de telle sorte que l'ambiguïté droite-gauche puisse être levée.
Les chambres CJC1 et CJC2 ont une bonne résolution (150μm) en (x, y). Par division de charge, elles permettent aussi de mesurer la position suivant l'axe z des faisceaux, mais avec une précision de l'ordre de 20 mm (1% de la longueur des fils). La mesure de la perte d'énergie par unité de longueur (dE/dx) est possible à 6% près. La résolution sur l'impulsion p de la trace est proportionnelle au carré de p :

$$\frac{\Delta p}{p^2} = 3.10^{-3} \text{ GeV }^{-1} \quad .$$

Notons pour conclure que le temps de réponse de ces chambres est assez long (1.5 μs), celui-ci étant limité par le temps de dérive des électrons. La tension appliquée sur l'anode est de l'ordre de 1.5 kV, et la vitesse de dérive des électrons est alors $v_D \simeq 50$ μm/ns.

Les chambres CIZ/COZ

La chambre CIZ est très proche du tube à vide (à 18 cm), la COZ est située entre la CJC1 et la CJC2, à $\simeq 50$ cm du tube faisceau. Ces deux chambres sont constituées de fils perpendiculaires à l'axe des faisceaux. La Fig. 4.4 représente la chambre CIZ. Suivant l'axe z, la CIZ est constituée de 15 anneaux, chaque anneau comportant 16 cellules qui définissent une structure polygonale. Chaque cellule comprend 4 fils

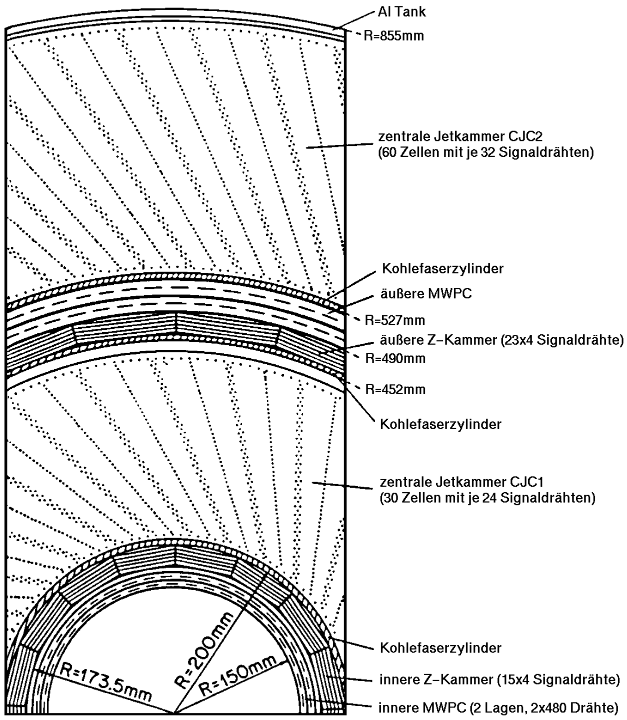


Figure 4.3: *Vue transverse des détecteurs de traces centraux.*

d'anode. Ces chambres permettent de mesurer la coordonnée z avec une très bonne précision (de l'ordre de 300 μm), et apportent donc une information complémentaire à celle délivrée par les chambres CJC. De plus, la résolution sur l'angle azimuthal Φ est de l'ordre de 2% de 2π. Etant aussi des chambres à dérive, les temps de réponse de ces chambres sont là encore importants.

Les chambres CIP/COP

Le principal inconvénient des chambres décrites précédemment est leur temps de réponse ($\simeq 1.5\ \mu$s), à comparer au temps de croisement de 96 ns. On verra plus loin sur quels critères un événement est "gardé", c'est-à-dire ce qui permet de décider si un événement est intéressant pour la physique ou si c'est un événement de bruit de fond (par exemple une interaction du faisceau avec le tube à vide). La détermination d'un **vertex d'interaction** sera capitale pour cette décision, et c'est naturellement par les traces que le vertex sera reconstruit. Puisqu'on ne peut pas attendre la réponse des chambres CJC et CIZ/COZ, deux chambres fonctionnant en régime **proportionnel** ont été installées : la CIP (la plus proche de l'axe des faisceaux), et la COP. Leur temps de réponse est rapide ($\simeq$ 50 ns) puisque les électrons ne dérivent que sur de très faibles distances. Ce sont donc ces chambres qui seront utilisées par le système de déclenchement.

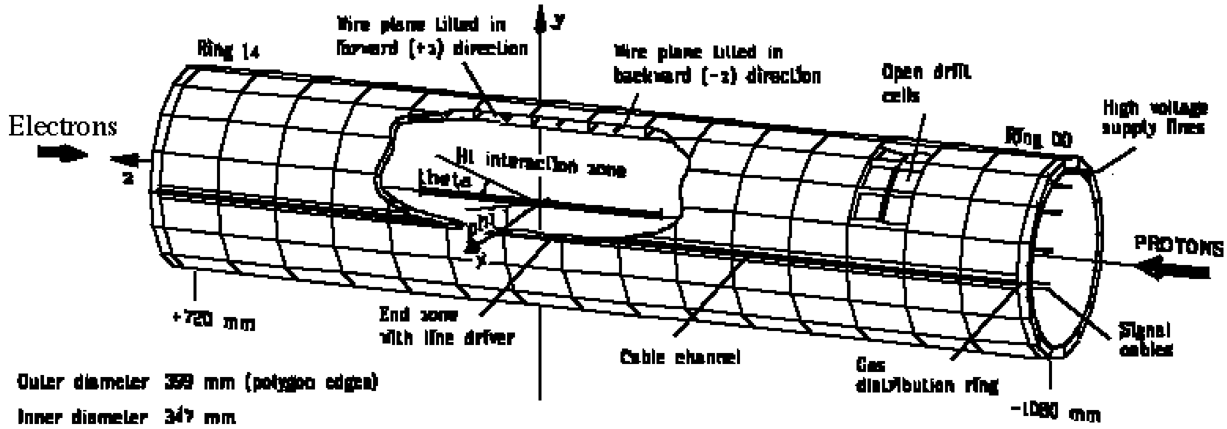


Figure 4.4: *Chambre CIZ.*

4.2.2 Les chambres à l'avant

Le système de détection de traces à l'avant couvre l'angle polaire $7^o \leq \theta \leq 25^o$. Comme on peut le voir sur la Fig. 4.5, il est constitué de trois modules identiques, chacun comprenant :

- une chambre à dérive planaire, dont les fils sont perpendiculaires à l'axe des faisceaux. Chaque module comprend en fait trois plans de fils, tournés de 60^o l'un par rapport à l'autre, dans le plan transverse à l'axe des faisceaux. L'information de ces chambres permet de mesurer l'angle polaire θ avec une résolution inférieure à 1 mrad.

- une chambre à dérive radiale, dont les fils sont perpendiculaires à l'axe des faisceaux selon une géométrie radiale. Elle donne une résolution dans le plan transverse (x, y) de l'ordre de 150 μm. Une mesure de la coordonnée r est de plus possible par division de charge.

- un radiateur de transition, constitué de feuilles de propylène. En traversant ce radiateur, un électron émet un rayonnement X, détecté dans les chambres à dérive radiales. Ceci devrait permettre d'identifier les particules (de séparer les électrons des pions), mais n'est pas utilisé pour l'instant.

- une chambre proportionnelle multifils, qui participe de même que les CIP/COP au premier niveau de déclenchement. Son temps de réponse est de $\simeq 20$ ns.

4.2.3 La chambre à fils arrière

La BPC est une chambre proportionnelle, située à l'arrière du détecteur. Elle couvre le secteur angulaire $155.5^o \leq \theta \leq 174.5^o$. Elle est constituée de 4 plans de fils perpendiculaires aux faisceaux, ces plans étant tournés de 45^o en Φ l'un par rapport à l'autre. Sa résolution angulaire sur l'angle polaire est de 5 mrad. Elle sert principalement à mesurer l'angle θ du lepton, lorsque celui ci est diffusé dans la partie

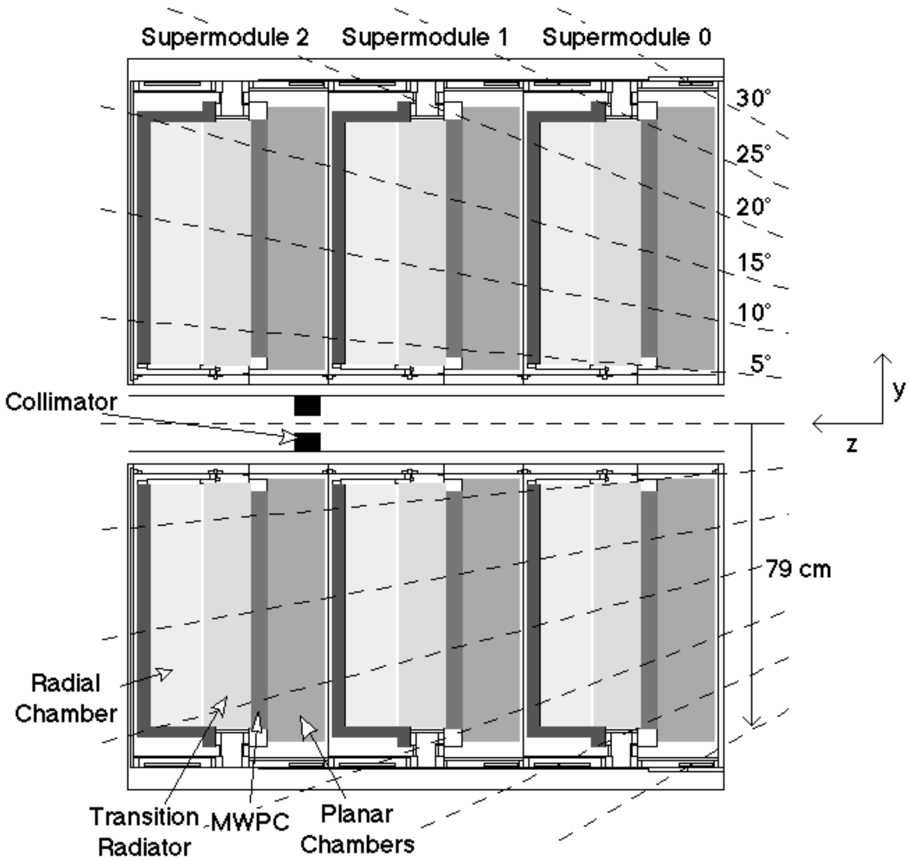


Figure 4.5: *Le système de détection de traces à l'avant.*

arrière du détecteur. En 1995, cette chambre a été remplacée par une chambre à dérive, la "Backward Drift Chamber" (BDC), permettant une meilleure détermination des traces vers l'arrière, conjointement avec de nouveaux détecteurs au silicium, proches du vertex d'interaction.

4.3 Les calorimètres

Les calorimètres, au contraire des détecteurs de traces, permettent aussi de détecter le passage d'une particule neutre électriquement. Le détecteur H1 comporte plusieurs calorimètres : le calorimètre à argon liquide [2], qui est le plus volumineux, le PLUG à l'avant, et le BEMC [3] à l'arrière.

4.3.1 Le calorimètre à argon liquide

L'expérience H1 est équipée d'un calorimètre à argon liquide (LAr) à échantillonage. L'avantage de l'argon est sa grande inertie chimique, qui assure un signal stable dans le temps (la stabilité du signal est de l'ordre de 1% par an). Par ailleurs, il ne se dégrade pas sous l'effet de rayonnements ionisants.
Le principe est le suivant. Le calorimètre est constitué d'un empilage de plaques d'un