RHEINISCH
WESTFÄLISCHE
TECHNISCHE
HOCHSCHULE
AACHEN

PITHA 95/40

Dezember 1995

Modelle für die elastische J/ψ-Produktion bei HERA

Dirk Krücker

III.Physikalisches Institut der Technischen Hochschule Aachen

PHYSIKALISCHE INSTITUTE
RWTH AACHEN
52056 AACHEN, GERMANY

Modelle für die elastische
J/ψ-Produktion bei HERA

Von der Mathematisch–Naturwissenschaftlichen Fakultät
– Fachbereich I –
der Rheinisch–Westfälischen Technischen Hochschule Aachen
zur Erlangung des akademischen Grades
eines Doktors der Naturwissenschaften
genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Diplom–Physiker
Dirk Krücker
aus Duisburg

Referent: Universitätsprofessor: Dr. G. Flügge
Korreferent: Universitätsprofessor: Dr. D. Wyler

Tag der mündlichen Prüfung 7. Dezember 1995

Abstract

Three different models for the elastic J/ψ electroproduction are compared. Two of these models are developed in this thesis. They are based on a heuristic pomeron picture. In this picture the pomeron is described as a bound state of two gluons. With this approach the colour singlet model can be applied to the elastic production of vector mesons. This also allows to investigate the influence of relativistic corrections to the $q\bar{q}$ bound state. These corrections turn out to be important for a good description of the experimental data. The third model is a leading logarithmic approximation based on a calculation by M. Ryskin.

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

Die vorliegende Arbeit will am Beispiel des J/ψ's einige Möglichkeiten erkunden, im Rahmen der QCD die elastische Vektormesonproduktion in der Elektron-Proton-Streuung zu beschreiben.

In den letzten beiden Jahrzehnten ist die perturbative Quantenchromodynamik[1] auf die verschiedensten physikalischen Prozesse angewandt worden. Typische Beispiele sind die e^+e^--Vernichtung bei hohen Energien oder die tiefinelastische Lepton-Nukleon-Streuung. Wichtig ist dabei, daß diese Prozesse bei hinreichend hohen Impulsüberträgen stattfinden. Eine Störungsentwicklung in der Kopplungskonstanten $\alpha_s(q^2)$ ist die einzige gesicherte Methode zur Anwendung der QCD auf experimentell zugängliche Physik, über die wir derzeit verfügen. Da die pQCD nur die Wechselwirkung von Quarks und Gluonen beschreibt, muß dieser Ansatz noch durch Faktorisierungstheoreme ergänzt werden, die es gestatten, die Beschreibung der Wechselwirkung in einen harten und einen weichen Teil aufzuspalten. Praktisch bedeutet dies die Einführung von Struktur- bzw. Fragmentationsfunktionen, die experimentell bestimmt werden müssen. Wann der Impulsübertrag als hinreichend hoch betrachtet werden kann, hängt vom Einzellfall ab. Typischerweise wird man Impulsüberträge von mindestens 1 GeV^2 fordern. Dies macht das besondere Interesse am J/ψ verständlich. Wegen seiner Masse von 3.1 GeV kann man erwarten, daß zumindest in einigen Produktionsprozessen eine genügend hohe Skala auftritt. Dies ist insbesondere für die Photoproduktion wichtig, d.h. bei kleinem Q^2 des ausgetauschten Photons[2].

Hinzu kommt die klare experimentelle Signatur der leptonischen Zerfallskanäle des J/ψ's. Damit ist es ein geeignetes „Werkzeug“, an dem zum Beispiel die Möglichkeiten der pQCD zur Beschreibung hadronischer Prozesse und das Verhalten der Partondichten bei kleinem x untersucht werden kann.

Der erste Abschnitt dieser Arbeit nähert sich dem Thema von der experimen-

[1] Im weiteren pQCD

[2] Die wichtigsten in dieser Arbeit benutzten Variablen und Konstanten sind im Anhang A.1 zusammengefaßt.

tellen Seite. Der Schwerpunkt liegt dabei auf der Darstellung des H1 Experiments und den dort durchgeführten Analysen zur elastischen J/ψ-Produktion anhand der Daten aus den Jahren 1993 und (teilweise) 1994. Da im weiteren auch auf die Ergebnisse verschiedener andere Experimente zurückgegriffen wird, werden zudem die für die vorliegende Arbeit wichtigsten dieser Messungen kurz zusammengefaßt. Im zweiten Abschnitt werden dann verschiedene Modelle für die J/ψ-Produktion vorgestellt bzw. entwickelt und mit den Daten verglichen. Der Schwerpunkt liegt dabei auf dem Verhalten dieser Modelle für $q^2 \neq 0$.

I. Die Experimente

1.1 HERA

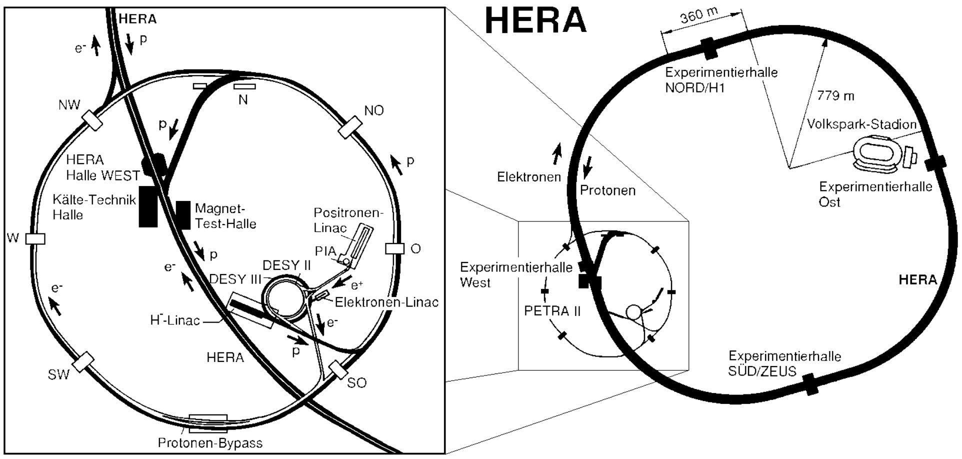


Abbildung 1.1: *Der Speichering HERA und die zugehörigen Vorbeschleuniger.*

Der 1990 in Betrieb genommene Speicherring HERA ist die erste Anlage, bei der Elektronen (oder Positronen) mit Protonen zur Kollision gebracht werden. Sie besteht (Abbildung 1.1) aus zwei getrennten Speicherringen für Elektronen und Protonen mit einen Umfang von 6.3 km. Die Energie der Elektronen beträgt maximal[1] 30 GeV, die der Protonen 820 GeV, so daß Schwerpunktsenergien bis zu $\sqrt{s_{ep}} \approx 314\,\mathrm{GeV}$ möglich sind. Vergleicht man dies mit konventionellen *fixed target*-Experimenten, so entspräche das einer Elektronenergie von ca. 50 TeV. Damit gestattet es HERA in kinematische Bereiche vorzudringen, die weit jenseits der bisherigen Möglichkeiten liegen. Im Gegensatz zu anderen Speicherringen führt die unterschiedliche Energie der kollidierenden Teilchenstrah-

[1] Die in dieser Arbeit benutzten Daten wurden bei einer Elektron- bzw. Positronenergie von ca. 27 GeV aufgenommen.

len dazu, daß das Laborsystem nicht mit dem Schwerpunktssystem identisch ist. Ein typisches HERA-Ereignis ist damit immer in Richtung des Protons geboostet, was auch in der Konzeption der Detektoren augenfällig wird. Derzeit nutzen die beiden Experimente ZEUS und H1 die Möglichkeiten von HERA. Da diese Arbeit im Rahmen der H1-Kollaboration entstanden ist, wird im folgenden der H1-Detektor ausführlicher dargestellt. Dabei liegt der Schwerpunkt auf den Detektorkomponenten, die für die Analyse der elastischen J/ψ-Produktion wesentlich sind. Eine ausführliche Darstellung des H1-Detektors findet sich in [69]. H1 wird natürlich auch nach seiner Fertigstellung noch ergänzt und weiterentwickelt. Die Beschreibung des Detektors bezieht sich im folgendem auf den Zustand in den Jahren 1993/94, da die hier betrachteten Daten aus diesem Zeitraum stammen.

1.1.1 Der H1-Detektor

1.1.1.1 Detektorkomponenten

Wie alle modernen Detektoren für die Hochenergiephysik an Speicherringen besitzt H1 (Abbildung 1.2) eine komplexe, schalenartige Struktur aus verschiedenen, spezialisierten Subdetektoren, die den Wechselwirkungsbereich umschließen.

Spurkammersystem Das Strahlrohr ist konzentrisch von einem System von Spurkammern umgeben, das einen Polarwinkelbereich von $5°$ bis $160°$ abdeckt. Das gesamte System befindet sich in einem Magnetfeld von 1.12 T, damit die Ladung und der Impuls der Teilchen bestimmt werden kann. Erzeugt wird dieses Feld durch eine supraleitende, heliumgekühlte Spule. Die zentralen Spurkammern, die den Bereich von $20°$ bis $155°$ abdecken, bestehen aus den beiden Jetkammern CJC1 und CJC2, mit denen die $r\phi$-Koordinaten gemessen werden und die durch Ladungsteilung auch die z-Koordinate mit einer Auflösung von ca. 2 cm bestimmen können. Hinzu kommen je zwei zylindrischen Driftkammern zur genaueren (bis ca. 300 μm) Messung der z-Koordinate (CIZ und COZ) und zwei schnellen Vieldrahtproportionalkammern (MWPCs), um die notwendige Zeitauflösung für den Trigger zu ermöglichen. Angestrebt wird eine Impulsauflösung von $\sigma_p/p^2 \approx 0.3\%\,\mathrm{GeV}^{-1}$.

In Vorwärtsrichtung bestehen die Spurkammern aus drei identischen Module, die hintereinander entlang der z-Achse angeordnet sind. Sie bestehen jeweils aus einer planaren Driftkammer, einer Vieldrahtproportionalkammer (FMWPC), einem Übergangsstrahlungsmodul und einer radialen Driftkammer.

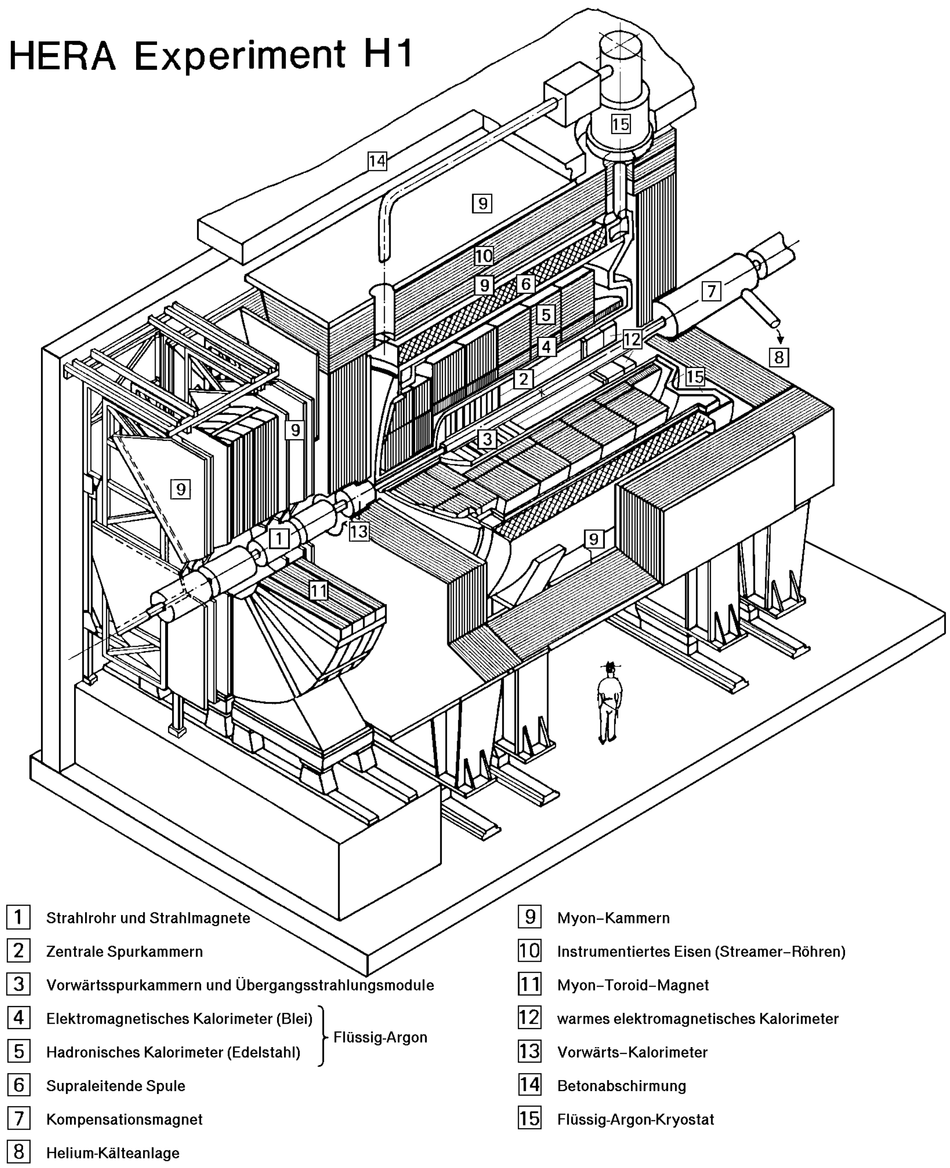


Abbildung 1.2: *Der H1-Detektor.*

Ergänzt wird das Spurkammersystem im rückwärtigen Bereich schließlich durch eine weitere Proportionalkammer (BPC).

Kalorimeter Das Spurkammersystem ist von einem Kryostaten umgeben, in dem sich ein Flüssig-Argon-Kalorimeter (LAC) befindet. Dieses Kalorimeter, das ebenfalls noch innerhalb des Magnetfeldes der Spule liegt, deckt einen Polarwinkelbereich von 5° bis 157° ab. Das als *sampling*-Kalorimeter ausgelegte LAC besteht aus einem elektromagnetischen Teil, in dem Blei als Absorber benutzt wird, und einem hadronischen Teil mit Stahlplatten als Absorber. Die Tiefe des inneren, elektromagnetischen Teils beträgt 20 bis 30 Strahlungslängen, während die Tiefe des hadronischen Teils 4.5 bis 8 Wechselwirkungslängen erreicht. Damit ist eine Energieauflösung von $\sigma_E^{em}/E = 12\%/\sqrt{E}$ und $\sigma_E^{had}/E = 55\%/\sqrt{E}$ möglich, wobei beim hadronischen Kalorimeter noch ein konstanter Anteil von 2% hinzukommt. Da das LAC kein kompensierendes Kalorimeter ist ($e/h \neq 1$), reagiert es unterschiedlich auf Elektronen und Hadronen. Es kann zusammen mit der Impulsmessung durch die Spurkammern zur Elektronidentifikation dienen. Außerdem können Elektronen durch eine Messung der longitudinalen Schauerform im Kalorimeter identifiziert werden.

Ergänzt wird das Flüssig-Argon-Kalorimeter in Vorwärtsrichtung durch ein Silizium-Kupfer-Kalorimeter (PLUG, 3.3° bis 4°) mit einer hadronischen Auflösung von $\sigma_E/E \approx 150\%/\sqrt{E}$ und in Rückwärtsrichtung durch ein lei-Szintillator-Kalorimeter (BEMC, 154° bis 177°) mit einer Auflösung für Elektronen von $\sigma_E/E = 10\%/\sqrt{E}$.

Myondetektor Zum Nachweis von Myonen dienen zwei Komponenten: das instrumentierte Eisen und das Vorwärtsmyonspektrometer.

Außerhalb der Spule, die das Kalorimeter und die Spurkammern umgibt, befindet sich ein Eisenjoch zur Flußrückführung. Das Joch besteht aus Eisenplatten zwischen denen Streamerkammern angebracht sind, die zum einen Myonen nachweisen und zum anderen Teilchen aus hadronischen Schauern, deren Energie nicht vollständig im Kalorimeter absorbiert wird (*tail catcher*). Dieser Myondetektor ist unterteilt in den *barrel*-Bereich und den beiden *(backward und forward) end caps*. Insgesamt können damit Myonen in einem Bereich von 4° bis 171° nachgewiesen werden bei einer räumliche Auflösung von etwa 1 cm. Der minimale Impuls, den die Myonen dazu besitzen müssen, beträgt etwa 1.5 GeV (0.8 GeV im Rückwärtsbereich), da sie andernfalls schon im Kalorimeter absorbiert würden.

Das Myonspektrometer besteht aus einem Eisentoroidmagneten und Driftkammern zur Bestimmung des Polar- und Azimutwinkels. In einem Winkelbereich von 3° bis 17° können damit Myonen nachgewiesen werden, deren Impuls größer als 5 GeV ist.

Proton-Tagger Für die Analyse der Daten aus dem Jahre 1994 wurde zum erstenmal der Proton-*Tagger* benutzt. Er befindet sich bei $z = 24$ m in Richtung des Protonstrahls und besteht aus 7 senkrecht zum Strahlrohr angebrachten Szintillatoren. Seine Funktion ist es, Protonfragmente in der extremen Vorwärtsrichtung nachzuweisen, die ansonsten nicht vom H1-Detektor erfaßt würden. Dies ist insbesondere bei der diffraktiven Dissoziation des Protons der Fall. Da bei Photoproduktionsereignissen das intakte Proton kein Signal im Proton-Tagger erzeugen kann, ist er ein wichtiges Hilfsmittel zur Erkennung von elastischen Ereignissen.

Luminositätssystem Mit dem Bethe-Heitler-Prozeß ($e + p \rightarrow e + p + \gamma$) kann die Luminosität gemessen werden. Dazu befindet sich bei $z = -33.4$ m, also in Richtung des Elektronstrahls, ein Elektron- und bei $z = -102.9$ m ein Photondetektor. Beide Detektoren sind als Kristall-Cherenkow-Zähler realisiert und besitzen eine Energieauflösung von $\sigma_E/E = 10\%/\sqrt{E}$.

Flugzeitzähler Etwa 2 m vor dem Wechselwirkungspunkt (hinter dem BEMC und vor der *backward end cap* des instrumentierten Eisen) befindet sich der Flugzeitzähler (TOF). Er besteht aus zwei Szintillatorwänden, die mit Photomultipliern ausgelesen werden.

1.1.1.2 Trigger

Wenn HERA mit der Sollzahl von 210 *bunches* pro Strahl betrieben wird, beträgt die Wechselwirkungsrate 10.4 MHz, das bedeutet, daß es alle 96 ns zu einer ep-Kollision kommen kann. Durch die Verwendung eines Pipeline-Systems, das die Daten für mindestens 2.7 μs zwischenspeichert, wird der Zeitraum verlängert, in dem eine erste Triggerentscheidung getroffen werden muß. Die Aufgabe des Triggers ist es, die Datenauslese nur dann zu starten, wenn es tatsächlich zu einer ep-Wechselwirkung gekommen ist und so die zahlreichen Untergrundereignisse zu unterdrücken. Bei HERA dominiert der Untergrund durch die Wechselwirkung der Strahlprotonen mit dem Restgas und der Strahlrohrwandung. Teilchen aus Kollisionen, die vor dem eigentlichen Detektor stattfinden, können durch den TOF-Zähler unterdrückt werden. Sie lösen hier ca. 13 ns früher ein Signal aus als Teilchen aus ep-Streuungen im Wechselwirkungspunkt.

Ein Trigger für J/ψ's steht vor speziellen Problemen. Da die J/ψ's bevorzugt bei kleinen Transversalimpulsen erzeugt werden und die Transversalimpulse der Zerfallsleptonen in der Größenordnung der halben J/ψ-Masse liegen, gilt es, Elektronen oder Myonen von nur wenigen GeV aufzufinden. Für den Nachweis von Elektronen wurden nur Spurtrigger eingesetzt, während für Myonen eine Kombination von Spur- und Myontrigger Verwendung fand[2]. Die Spurtrigger benutzen die Proportionalkammern und die CJC. Zusätzlich liefern die MWPC Informationen über die z-Vertex-Position. Für den z-Vertex-Trigger müssen mindestens zwei Spuren in einem Bereich von ± 50 cm um den Wechselwirkungspunkt liegen. Damit können Ereignisse ausgeschieden werden, die vor dem Wechselwirkungspunkt stattfinden, was insbesondere für Reaktionen mit den Restgasmolekülen der Fall ist. Der Driftkammertrigger findet Spuren in den beiden zentralen Driftkammern, die sich auf mindestens 2 cm (*distance of closest approach*) der Strahlachse nähern. Dies gestattet es, Ereignisse zu unterdrücken, die auf Wechselwirkungen mit dem Strahlrohr zurückgehen. Für den Elektron-Kanal ($J/\psi \to e^+e^-$) verlangt man Spurkandidaten in den zentralen Driftkammern und einen z-Vertex-Trigger.

Der Myontrigger benutzt das instrumentierte Eisen. Im zentralen (*barrel*) Teil des Myonsystems und im rückwärtigen (*backward end cap*) müssen mindestens drei der fünf möglichen Streamerkammerlagen ansprechen, im vorderen Teil (*forward end cap*) vier Lagen. Ein Myontrigger liegt vor, wenn mindestens eines der Module anspricht. Ein typischer Trigger für den Kanal $J/\psi \to \mu^+\mu^-$ verlangt einen Myontrigger zusammen mit mindestens einer Spur in den Driftkammern und einem z-Vertex-Trigger.

Darüber hinaus ist für die Analyse der Daten aus dem Jahre 1994 der BEMC-Trigger wichtig, insbesondere mit Blick auf die in dieser Arbeit behandelten Ereignisse mit höherem Q^2. Er dient zum Nachweis des gestreuten Elektrons oder Positrons. Dazu müssen mindestens 7 GeV (1994: mindestens 12 GeV) im BEMC deponiert werden. In Abbildung 1.3 ist ein typisches Ereignis zu sehen, bei dem das elastisch produzierte J/ψ in zwei Myonen zerfallen ist und das gestreute Elektron im BEMC nachgewiesen wurde[3]

1.1.1.3 Ergebnisse der J/ψ-Analyse

Die Details der Analyse der Daten aus dem Jahr 1993 finden sich in [30]. Neben den gesuchten J/ψ-Ereignissen muß ein physikalischer Untergrund durch

[2] Dieser Abschnitt bezieht sich auf die Analyse der Daten von 1993 [30].

[3] Derzeit (September 1995) sind die Analysen von H1 aber noch nicht soweit, Wirkungsquerschnitte für $q^2 \neq 0$ anzugeben.

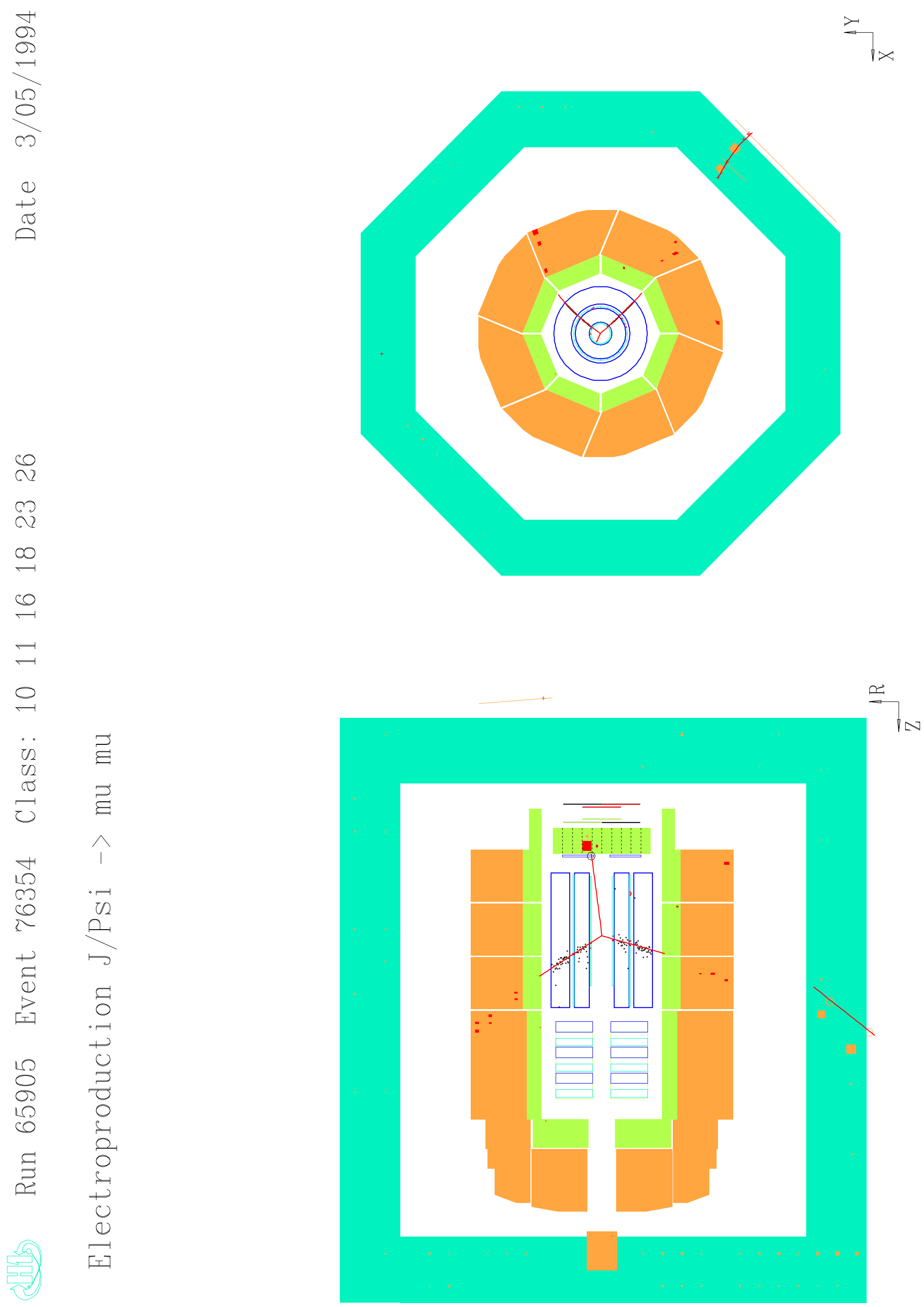


Abbildung 1.3: *Ein J/ψ-Ereignis im H1-Detektor.*

Leptonpaarproduktion berücksichtigt werden, der aber innerhalb der QED berechenbar ist. Weitere Prozesse wie z.B. $\psi' \to J/\psi$ + neutrale Teilchen, J/ψ's aus Zerfällen von b-Quarks oder *resolved* Photonreaktionen sind vernachlässigbar. Die Anzahl der beobachteten Ereignisse im Elektron-(Myon-)Kanal beträgt 7 ± 3 (19 ± 5) bei einer integrierten Luminosität von 284 nb^{-1} (259 nb^{-1}).

Korrigiert auf die Akzeptanz der Analyse ergibt dies (siehe Anhang A.1 für die verwendeten Variablen)

$$\begin{aligned} \sigma(ep \to J/\psi + X) &= (8.8 \pm 2.0 \pm 2.2)\,\mathrm{nb} \\ \text{für} \quad & Q^2 < 4\,\mathrm{GeV}^2, \quad 30\,\mathrm{GeV} < W_{\gamma p} < 180\,\mathrm{GeV}, \\ & \sqrt{\sigma_{ep}} = 296\,\mathrm{GeV}. \end{aligned} \tag{1.1}$$

Der erste Fehler ist statistisch, der zweite ist systematisch und geht zu einem wesentlichen Teil auf Unsicherheiten in der Trigger- und Nachweiseffizienz zurück. In Gleichung (1.1) ist X so zu verstehen, daß keine weiteren Teilchen bis auf das J/ψ innerhalb eines Winkelbereichs von 7° bis 170° nachgewiesen wurden. Teilchen im vorderen Bereich, also bei $\theta < 7°$, sind damit nicht ausgeschlossen. Für die Analyse von 1993 ist zudem überprüft worden, daß in Vorwärtsrichtung keine Energie im LAC deponiert wurde und keine *hits* im Myondetektor auftraten. Der γp-Wirkungsquerschnitt ergibt sich dann aus

$$\sigma(ep \to J/\psi + X) = \int_{y_{min}}^{y_{max}} dy \int_{Q^2_{min}(y)}^{Q^2_{max}} dQ^2\, \Gamma(y, Q^2)\, \sigma(\gamma p \to J/\psi + X). \tag{1.2}$$

Dabei gibt $\Gamma(y, Q^2)$ (siehe Anhang B) den Fluß transversaler Photonen und es ist $y = (W_{\gamma p}^2 + Q^2 - m_p^2)/s_{ep}$. Da hier $Q^2_{max} = 4\,\mathrm{GeV}^2$ ist, kann die Q^2-Abhängigkeit vernachlässigt werden. Nimmt man weiter einen konstanten γp-Wirkungsquerschnitt über den hier auftretenden Energiebereich an, so ist

$$\sigma(\gamma p \to J/\psi + X) \quad = \quad (56 \pm 13 \pm 14)\,\mathrm{nb}.$$

Die Analysen der Daten aus dem Jahr 1994 sind derzeit noch nicht veröffentlicht. Die ersten Ergebnisse [83], die wesentlich auf der Benutzung des Proton-Taggers zur Separation der elastischen Ereignisse beruhen, scheinen aber auf einen Anstieg des rein elastischen Wirkungsquerschnittes hinzudeuten, der mit der Messung von 1993 übereinstimmt.

1.1.2 ZEUS

ZEUS arbeitet wie H1 am Speicherring HERA. Der ZEUS-Detektor [84] verwendet ein Uran-Szintillator-Kalorimeter (CAL), das einen Polarwinkel von

$1.6°$ bis $151°$ abdeckt. Umgeben ist das Uran-Szintillator-Kalorimeter von einem *backing*-Kalorimeter und dem Myondetektor. Als Spurdetektoren finden ein Vertex-Detektor und ein zentraler Spurdetektor Verwendung. Eine ausführliche Beschreibung der für die J/ψ-Analyse wichtigen Detektorkomponenten findet sich in [31]. Die Verunreinigung der Daten für die elastische Produktion mit Ereignissen, in denen das Proton dissoziiert, sind mit Hilfe von Monte-Carlo-Rechnungen abgeschätzt worden.

Als Ergebnis für die Datennahme des Jahres 1993 [31] findet die ZEUS-Kollaboration

$$\begin{aligned}\sigma_{\gamma p} &= (52^{+7}_{-12} \pm 10)\,\mathrm{nb} \quad \text{für } W_{\gamma p} = (40 - 90)\,\mathrm{GeV},\\ \sigma_{\gamma p} &= (71^{+13}_{-20} \pm 12)\,\mathrm{nb} \quad \text{für } W_{\gamma p} = (90 - 140)\,\mathrm{GeV}.\end{aligned}$$

1.2 Andere Experimente

Es existieren zahlreiche Messungen zur J/ψ-Produktion. Für eine Zusammenfassung der Ergebnisse sei auf [82] und [52] verwiesen. Hier soll kurz auf die Experimente eingegangen werden, deren Ergebnisse in den weiteren Kapiteln zum Vergleich herangezogen werden. Diese Experimente lassen sich in Photo- und Myoproduktionsexperimente einteilen. Zur ersten Kategorie gehören SLAC, E401, E516, NA14 und E687. Das untere Ende der Schwerpunktsenergie stellen dabei die SLAC-Messungen von 1975 dar, die immer noch, neben der Cornell-Messung aus dem gleichen Jahr [21], die einzige Quelle für das Verhalten des Wirkungsquerschnittes im Bereich der Produktionsschwelle ist. Bei den Experimenten, die mit Myonstrahlen arbeiten (BPF, EMC und NMC), werden die Ergebnisse gewöhnlich mit einem Propagatoransatz (siehe Abschnitt 2.1) zu $Q^2 = 0$ extrapoliert. Die verschiedenen Experimente unterscheiden sich zudem durch die Methode, mit der der elastische vom inelastischen Anteil abgetrennt wird. Dies wird in den folgenden Kapiteln bei Bedarf ausführlicher dargestellt. Eine Zusammenfassung der Referenzen findet sich bei Abbildung 3.2. Da im Laufe der Jahre der jeweils beste Wert für die leptonische Zerfallsbreite $\Gamma_{l\bar{l}}$ von ca. 7 % auf heute ca. 6 % gesunken ist, sind die Messungen der älteren Experimente mit einem Faktor 7/6 (SLAC: 6.9/7; NA14: 7.4/6) korrigiert worden.

Um den Verlauf der Wirkungsquerschnitte als Funktion von Q^2 mit den hier vorgestellten Rechnungen zu vergleichen, wird nur auf die älteren Messung von EMC zurückgegriffen. Einzige Ausnahme sind die Daten für den Verlauf von $\frac{d\sigma}{dz}$ in Abbildung 2.7 und 2.9. Der Grund für diese Beschränkung ist lediglich die Tatsache, daß die Ergebnisse der EMC-Kollaboration tabelliert vorliegen [17], während die Veröffentlichungen von NMC sich weitgehend auf die Darstellung in Form von Diagrammen beschränken, was die Weiterverwendung erschwert.

Der Vollständigkeit halber sei die Hadropoduktion von J/ψ's erwähnt. Die Messungen von CDF am Tevatron [85] zeigen bei hohem p_T^2 einen erheblich höheren Wirkungsquerschnitt für die direkte Erzeugung von Charmonium als nach den ursprünglichen theoretischen Rechnungen zu erwarten war. Die J/ψ-Produktion bei hohem p_T^2 ist um etwa einen Faktor 30 größer, als es dem Colour-Singlet-Modell (siehe Abschnitt 2.3.2) entspricht. Eine Reihe von Arbeiten haben sich mit der Auflösung dieser Diskrepanz beschäftigt. Zur Erklärung wird insbesondere die Fragmentation herangezogen, also die Bildung von Charmonium in einem *jet*, der durch ein Parton mit hohem p_T^2 entsteht [87], sowie die Bildung von $c\bar{c}$ in einem Farb-Oktett-Zustand [88]. Wesentlich ist hier, daß bei großem p_T^2 der Wirkungsquerschnitt des Prozesses $gg \to c\bar{c} + g$ sich wie $d\sigma/p_T^2 \sim 1/p_T^8$ verhält. Das gleiche gilt auch für $\gamma g \to c\bar{c} + g$, der Prozeß der in dieser Arbeit betrachtet wird. Im Gegensatz dazu zeigt die Wirkungsquerschnitt für die *jet*-Produktion typischerweise ein Verhalten der Form $d\sigma/p_T^2 \sim 1/p_T^4$, so daß bei hohem p_T^2 dieser Anteil dominiert. Da hier die elastische J/ψ-Produktion bei kleinem t und damit p_T^2 im Vordergrund steht, braucht auf diese Ansätze hier nicht weiter eingegangen werden. Ein aktueller Überblick findet sich in [86].

II. Die Modelle – Teil A

Das folgende Kapitel beschäftigt sich mit der inelastischen J/ψ-Produktion. Dazu werden zunächst einige theoretische Konzepte eingeführt, die für das Verständnis der weiteren Abschnitte notwendig sind.

2.1 Das Pomeron

2.1.1 Regge-Theorie

Zur Einführung der Begriffe sei dargestellt, wie die hadronischen Wechselwirkungen in der Regge-Theorie beschrieben werden [70] [71]. Die Aufgabe ist es, den Prozeß $a + b \to c + d$ im Limes $s \to \infty$ bei festem t zu behandeln. Dabei ist im s-Kanal $s = (p_a + p_b)^2$ die Schwerpunktsenergie und $t = (p_a - p_c)^2$ der Impulsübertrag. Mit der Streuung $a + b \to c + d$ verbunden ist der Prozeß $a + \bar{c} \to \bar{b} + d$. Hier, im t-Kanal, ist t das Quadrat des Gesamtimpulses und das im s-Kanal virtuelle Austauschteilchen mit Impuls $p^2 = t < 0$ hat nun $p^2 > 0$. Die beiden Prozesse besitzen eine gemeinsame Streuamplitude $A(s,t)$. Im einfachsten Fall beschreibt man die Amplitude durch den Austausch eines einzelnen Mesons. Für das leichteste Meson, das Pion, ergibt sich

$$A(s,t) \sim \frac{1}{m_\pi^2 - t}. \tag{2.1}$$

Für die Streuamplitude ist dies nur eine erste Näherung. Es können ebensogut schwerere Mesonen wie ρ, ω, f etc. auftreten, und es muß auch der gleichzeitige Austausch mehrerer Mesonen berücksichtigt werden ($2\pi, 3\pi$ usw.), sofern die Teilchen die geeigneten Quantenzahlen besitzen. Zudem ist (2.1) nur für den Fall $l = 0$ im t-Kanal gültig. Während das für den t-Kanal genügt, ist im s-Kanal die Beschränkung auf die S-Wellenstreuung nicht hinreichend. Das Problem dabei ist, daß eine Singularität (gebundener Zustand, Resonanzen etc.) zu einer divergenten Partialwellenentwicklung im t-Kanal führt. Benötigt wird eine Methode, die die Reihe summiert. Die Lösung besteht darin, die Gesamtheit aller austauschbaren Mesonen durch die sogenannte Regge-Trajektorie zu beschreiben:

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha' t. \tag{2.2}$$

An den Stellen, wo $l = \alpha(t)$ ganzzahlig ist ($l = 0, 1, 2, \cdots$), nimmt t die Werte m_l^2 an. Trägt man den Spin der bekannten Mesonen (mit gleichen Quantenzahlen) über ihre Masse auf, so findet man gerade ein solches Verhalten (Chew-Frautschi-Plot). Für $m = m_{a,b,c,d}$ lautet die Partialwellenentwicklung

$$\begin{aligned} A(s,t) &= \sum_0^\infty (2l+1)\, A_l(t)\, P_l(\cos\theta_t) \\ &\quad \text{mit} \quad \cos\theta_t = 1 + \frac{2s}{t-4m^2}. \end{aligned} \tag{2.3}$$

und θ_t ist der Streuwinkel im t-Kanal. In der Partialwellenentwicklung hat dann der Pol zur l-ten Partialwelle die Form $\frac{\beta(t)}{l-\alpha(t)}$. Man spricht hier von einem Regge-Pol in der Partialwellenamplitude bei $l = \alpha(t)$, und $\beta(t)$ ist das Residuum, das die Stärke der Kopplung des Pols an die äußeren Teilchen festlegt. Das gesuchte asymptotische Verhalten ($s \to \infty$) ist dann ($P_l(\cos\theta_t) \to (\cos\theta_t)^l$ für $\cos\theta_t \to \infty$)

$$A(s,t) \approx \sum_0^\infty \frac{\beta(t)}{l-\alpha(t)} (\cos\theta_t)^l \approx \beta(t)\, s^{\alpha(t)}. \tag{2.4}$$

Eine genauere Analyse ergibt [70]

$$A(s,t) = \gamma_{ac}(t)\gamma_{bd}(t)\, \frac{\exp(-i\pi\alpha(t)) + \mathcal{S}}{\sin\pi\alpha(t)}\, \frac{1}{\Gamma(\alpha(t))} \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha(t)}. \tag{2.5}$$

Dabei gibt s_0 eine geeignete Bezugsskala, und $\mathcal{S}$ ist der sogenannte Signatur-Faktor, der die Werte ± 1 annehmen kann. Für das Pomeron (s.u.) beträgt er $+1$. Die Gamma-Funktion $\Gamma(t)$ ist notwendig, um unphysikalische Polstellen bei negativen Werten von $\alpha(t)$ zu unterdrücken. Schließlich beschreibt $\gamma_{ac}(t)$ die Kopplung an den Vertex mit den Teilchen a, c und $\gamma_{bd}(t)$ entsprechend die Kopplung für die Teilchen b, d. Diese Faktorisierungseigenschaft ist experimentell gut bestätigt und ist die Grundlage dafür, die Vertizes getrennt und mit gänzlich verschiedenen Methoden zu behandeln, wie es im weiteren in der vorliegenden Arbeit geschehen wird.

Für den Wirkungsquerschnitt des elastischen Prozesses $A + B \to A + B$ ergibt sich, wenn die Streuung durch eine einzige Regge-Trajektorie vermittelt wird,

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{16\pi s^2}\, |A(s,t)|^2 = \frac{1}{16\pi}\, \beta_A^2(t)\beta_B^2(t)\, s_{AB}^{2\alpha(t)-2}, \tag{2.6}$$

wobei die $\beta_i(t)$ bis auf Faktoren den $\gamma_{ij}(t)$ entsprechen. Mit dem optischen Theorem folgt aus $A(s,t)$ der totale Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_{tot} = \frac{1}{s}\,\mathrm{Im}\,A(s,t=0) = \frac{1}{16\pi}\,\beta_A(0)\beta_B(0)\,s_{AB}^{\alpha(0)-1}. \tag{2.7}$$

Pomeron Versucht man die experimentellen Daten zur Hadron-Hadron-Streuung mit der Regge-Theorie zu beschreiben, trifft man auf das Problem, daß die Wirkungsquerschnitte bei hohen Schwerpunktsenergien anwachsen. Dem Austausch von Mesonen entspricht eine Regge-Trajektorie, deren Intercept (d.h. der Achsenabschnitt für $t = 0$) $\alpha(0) \approx 0.5$ beträgt. Damit ergeben sich aber entgegen der Beobachtung Wirkungsquerschnitte, die mit der Energie stetig fallen. Man muß eine zusätzliche Trajektorie einführen, die, um zur elastischen Streuung beitragen zu können, gerade die Quantenzahlen des Vakuums tragen muß. Sie wird als Pomeron bezeichnet. Man erhält damit

$$\sigma_{tot} = X_{AB}\ s_{AB}^{\hat{\varepsilon}} + Y_{AB}\ s_{AB}^{-\eta} \tag{2.8}$$

und bestimmt experimentell [72] $\eta = 1 - \alpha(0) = 0.4525$ und $\hat{\varepsilon} = \alpha_{\boldsymbol{P}}(0) - 1 = 0.808$. Bei hohen Energien dominiert offensichtlich die Pomerontrajektorie den Wirkungsquerschnitt und man erwartet einen Anstieg der Form $s^{\hat{\varepsilon}}$.

Die Funktionen $\beta(t)$ in (2.6) und (2.7) können innerhalb der Regge-Theorie nicht berechnet werden; man verwendet häufig eine exponentielle Form. Für den Pomeron-Proton-Vertex wird hier (siehe Abschnitt 3.1.1) der Ansatz

$$\beta(t) = \beta(0)\, e^{\frac{1}{2}R_N^2 t} \tag{2.9}$$

benutzt. Dabei wird $\beta(0)$ aus der Größe des totalen Proton-Proton-Wirkungsquerschnitts bestimmt.

VDM Die γp-Streuung kann ebenfalls mit Hilfe der Regge-Theorie beschrieben werden. Die Idee des Vektormeson-Dominanz-Modells ist es, das Photon als Überlagerung eines reinen Photons $|\gamma_B\rangle$ mit den Vektormesonen $|V\rangle$, $V = \rho, \omega, ...$, zu betrachten.

$$|\gamma\rangle = N|\gamma_B\rangle + \sum_V \frac{e}{f_V}|V\rangle \tag{2.10}$$

Die VDM-Kopplungskonstanten f_V lassen sich approximativ aus der leptonischen Zerfallsbreite Γ_{ll} der Vektormesonen ableiten [52]:

$$\frac{4\pi}{f_V^2} = \frac{3\Gamma_{ll}}{\alpha^2 m_V}. \tag{2.11}$$

Dabei kann f_V von q^2 abhängen, so daß der aus der Zerfallsbreite ermittelte Wert für f_V nicht notwendigerweise mit dem in (2.10) zu verwendenen Wert übereinstimmen muß, was aber häufig vernachlässigt wird.

Der Prozeß $\gamma + p \to V + p$ kann im VDM so verstanden werden, daß das Photon mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{4\pi}{f_V^2}$ in ein Vektormeson V fluktuiert, das anschließend elastisch am Proton streut.

Die elastische J/ψ-Produktion in der γp-Streuung ist damit auf einen rein hadronischen Prozeß zurückgeführt und man erhält für den Wirkungsquerschnitt

$$\sigma(\gamma p \to Vp) = \frac{4\pi}{f_V^2}\,\sigma(Vp \to Vp). \tag{2.12}$$

Dies macht auch verständlich, warum der Prozeß $\gamma + p \to J/\psi + p$ elastisch genannt wird.

Das Vektormeson-Dominanz-Modell ist auch auf den Fall $Q^2 \neq 0$ erweiterbar [73]. Dazu müssen die Auswirkungen des Meson-Propagators berücksichtigt werden, und man erhält für transversale Photonen

$$\sigma_T(Q^2) = \frac{1}{(1+\frac{Q^2}{m_V^2})^2}\,\sigma_T(0). \tag{2.13}$$

Für longitudinale Photonen gilt

$$\sigma_L(Q^2) = \xi\frac{Q^2}{m_v^2}\,\sigma_T(Q^2), \tag{2.14}$$

wobei der Faktor ξ eine unterschiedliche Kopplung von longitudinalen und transversalen Photonen ermöglicht und experimentell mit $\xi = 1$ verträglich ist.

Das Pomeron wurde vor der Entwicklung der QCD eingeführt. Es gestattet zwar eine Beschreibung der hadronischen Wirkungsquerschnitte, aber es wirft mehr Fragen auf als es löst. Zunächst ist kein Teilchen bekannt, das auf der Pomerontrajektorie liegt. Weiterhin findet man, daß die Wirkungsquerschnitte sich so verhalten, als koppele das Pomeron an einzelne Quarks. Die *additive quark rule*, die dieses Verhalten voraussagt, geht davon aus, daß sich die Wirkungsquerschnitte für die Streuung zweier Hadronen als Summe aller möglichen Streuprozesse ihrer Valenzquarks ergeben. Innerhalb der QCD ist der naheliegendste Ansatz, das Pomeron als Gluonaustausch zu verstehen, wobei mindestens 2 Gluonen beteiligt sein müssen, um ein farbloses Objekt zu bilden. Dabei ist dann allerdings nicht offensichtlich, warum die Gluonen nicht auch an verschiedene Quarks innerhalb eines Hadrons koppeln sollten. Die perturbative Beschreibung durch 2 Gluonen [74] ist zudem für $t = 0$ singulär. Die

Singularität kann beseitigt werden, indem man die Wellenfunktion der Quarks im Proton berücksichtigt. Ein solches Modell [75] besitzt aber ein t-Verhalten, das nicht mit den experimentellen Daten übereinstimmt. Zumindest aber ist es damit möglich, die *additive quark rule* abzuleiten. Die experimentellen Daten sind von A. Donnachie und P.V. Landshoff [78] so interpretiert worden, daß das Pomeron wie ein isoskalares (C=1) Photon an einzelne Quarks koppelt. Wie innerhalb der QCD ein solches Verhalten zustande kommen könnte, ist von P.V. Landshoff und O. Nachtmann [79] gezeigt worden, allerdings nur für ein abelsches Modell. Von J.R. Cudell stammt ein weiterer Ansatz. Dabei beschreibt man das Pomeron durch den Austausch zweier „nichtperturbativer"Gluonen [76][77]. „Nichtperturbativ" bedeutet hier im wesentlichen, daß der Gluonpropagator modifiziert wird, um die Singularität für $k^2 = 0$ zu beseitigen. Für weitere Überlegungen, das Pomeron innerhalb der pQCD zu verstehen, sei auf Abschnitt 2.2 verwiesen. In diesem kurzen und keineswegs vollständigen Überblick sollen schließlich noch die Ideen erwähnt sein, das Pomeron als partonisches Objekt anzusehen, dessen Partondichten in der tiefinelastischen Streuung meßbar sind. Im Ansatz von G. Ingelman und P. Schlein [80] erscheint das Pomeron als vorwiegend gluonisches Objekt [26], während A. Donnachie und P.V. Landshoff [81] einen dominanten $q\bar{q}$-Anteil erwarten.

All dies läßt sich in der Aussage zusammenfassen, daß wir, trotz vieler Ansätze und Ideen, die viele der beobachteten Eigenschaften verständlich machen, noch immer nicht wissen, was das Pomeron ist.

2.2 Gluondichte des Protons

Lepton-Proton-Streuung Um die Lepton-Proton-Streuung im Rahmen der pQCD beschreiben zu können, geht man von der Annahme aus, daß die Streuung zerlegt werden kann in einen weichen Anteil, der durch geeignete Strukturfunktionen beschrieben wird, und einen harten Subprozeß. In der J/ψ-Produktion, so wie sie in Abbildung 2.2 dargestellt ist, bedeutet dies für die Protonseite, daß die Verteilung $g(x)$ der Gluonen bekannt sein muß. Gleichzeitig wird das Lepton als Quelle virtueller oder reeller Photonen betrachtet[1]. Zu behandeln bleibt dann die Wechselwirkung eines Gluons mit einem Photon. Dies ist Gegenstand des Abschnittes 2.3 über die inelastische J/ψ-Produktion.

Wie die pQCD auf die Lepton-Hadron-Streuung angewendet werden kann, ist ein umfangreiches und noch längst nicht abgeschlossenes Thema. Hier kann deshalb kein vollständiger, in sich verständlicher Überblick gegeben werden. Ange-

[1] Siehe Anhang B

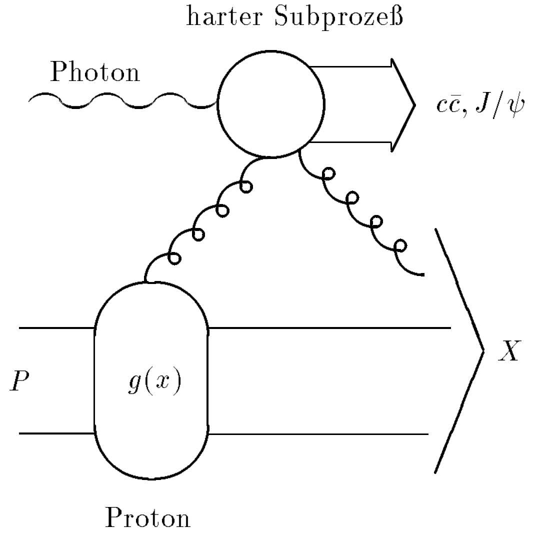


Abbildung 2.1: *γp-Streuung und Faktorisierung. Dieser Prozeß ist hier schon mit Blick auf das Colour-Singlet-Modell dargestellt.*

strebt ist lediglich eine kurze Zusammenfassung von Begriffen, die an anderen Stellen dieser Arbeit benötigt werden. Als Quelle für die folgende Darstellung sei auf [59], [41] und [65] verwiesen.

2.2.1 Strukturfunktionen

Betrachtet sei der für HERA interessante Fall der Streuung eines Elektrons oder Positrons mit Impuls p_e an einem Proton mit Impuls p:

$$l(p_e) + h(p) \to l(p_e') + X_H. \tag{2.15}$$

Nach der Streuung liegt ein beliebiger hadronischer Endzustand X_H vor, und das gestreute Lepton besitzt den Impuls p_e'. Die üblichen Variablen sind

$$\begin{aligned} q &= p_e - p_e', \qquad Q^2 = -q^2, \\ x &= \frac{-q^2}{2\,p\cdot q}, \qquad y = \frac{p\cdot q}{p\cdot p_e}, && (2.16) \\ \nu &= \frac{p\cdot q}{m_p} = E_e - E_e'. && (2.17) \end{aligned}$$

Der Wirkungsquerschnitt für die Elektron-Proton-Streuung kann (siehe auch Anhang B) als

$$d\sigma = \frac{L_{\mu\nu}W^{\mu\nu}}{4\sqrt{(p_e\cdot p)^2 - p_e^2p^2}}\,\frac{e^4}{q^4}\,\frac{d^3p_e'}{(2\pi)^3 2E_e'} \tag{2.18}$$

geschrieben werden, und der hier auftretende hadronische Tensor $W^{\mu\nu}$ läßt sich in der Form

$$W^{\mu\nu} = - \left[g^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{q^2}\right] W_1(x,Q^2) + \left[p^\mu - q^\mu \frac{p\cdot q}{q^2}\right]\left[p^\nu - q^\nu \frac{p\cdot q}{q^2}\right] \frac{1}{m_p^2} W_2(x,Q^2) \qquad (2.19)$$

entwickeln. Da hier ein paritätserhaltender Prozeß betrachtet wird, treten nur zwei Strukturfunktionen $W_{1,2}$ auf. Gewöhnlich werden neben den $W_{1,2}$ die Funktionen

$$F_1(x,Q^2) := W_1(x,Q^2), \qquad F_2(x,Q^2) := \frac{\nu}{m_p} W_2(x,Q^2). \qquad (2.20)$$

definiert.

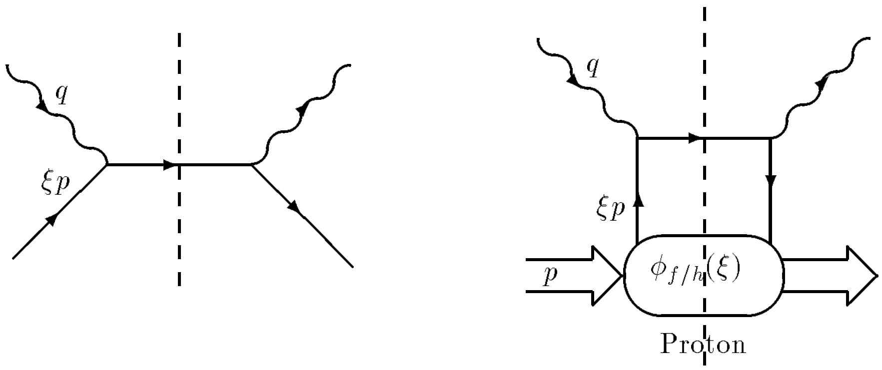


Abbildung 2.2: *Born-Term für die Photon-Quark-Streuung (links). Die Photon-Proton-Streuung im Quark-Parton-Modell (rechts).*

2.2.2 Partonverteilungen

Quark-Parton-Modell Das QPM beschreibt den Wirkungsquerschnitt für die Streuung am Hadron h als Faltung des Partonwirkungsquerschnittes σ_f^{Born} mit einer Verteilung $\phi_{f/h}(\xi)$ (Abb. 2.2 rechts).

$$d\sigma = \sum_f \int_0^1 d\xi\, \sigma_f^{Born}(\xi p)\, \phi_{f/h}(\xi) \qquad (2.21)$$

Dabei gibt also $\phi_{f/h}(\xi)$ die Wahrscheinlichkeit an, ein Parton mit Anteil ξ am longitudinalen Impuls des Protons zu finden. Dann folgt aus (2.18), (2.19) und

(2.20)

$$F_1 = \sum_f \int_0^1 \frac{d\xi}{\xi}\, \hat{F}_1^f(x/\xi)\, \phi_{f/h}(\xi), \tag{2.22}$$

$$F_2 = \sum_f \int_0^1 d\xi\, \hat{F}_2^f(x/\xi)\, \phi_{f/h}(\xi). \tag{2.23}$$

Die Partonstrukturfunktionen $\hat{F}_i^f(x/\xi)$ ergeben sich dabei aus dem Diagramm für die Quark-Photon-Streuung in niedrigster Ordnung (Abb. 2.2 links) zu

$$2\hat{F}_1(x) = \hat{F}_2(x) = e_f^2\, \delta(1-x), \tag{2.24}$$

wobei e_f die Ladung des Quark mit Flavour f ist. Daraus folgt im QPM die Callan-Gross-Beziehung für die Strukturfunktionen des Protons.

$$2F_1(x) = F_2(x) = \sum_f e_f^2\, \phi_{f/h}(x) \tag{2.25}$$

Die $F_i(x)$ hängen im QPM nur von x nicht aber von Q^2 ab (*scaling*).

Faktorisierung In der QCD läßt sich zeigen, daß an die Stelle der einfachen Beziehungen (2.22) Faktorisierungstheoreme treten. Für die Strukturfunktionen findet man [89]

$$F_1(x,Q^2) = \sum_{i=f,\bar{f},g} \int_0^1 \frac{d\xi}{\xi}\, C_1^i(\frac{x}{\xi}, \frac{Q^2}{\mu^2}, \frac{\mu_f^2}{\mu^2}, \alpha_s(\mu^2))\, \phi_{f/h}(\xi, \mu_f^2, \mu^2), \tag{2.26}$$

$$F_2(x,Q^2) = \sum_{i=f,\bar{f},g} \int_0^1 d\xi\, C_2^i(\frac{x}{\xi}, \frac{Q^2}{\mu^2}, \frac{\mu_f^2}{\mu^2}, \alpha_s(\mu^2))\, \phi_{f/h}(\xi, \mu_f^2, \mu^2). \tag{2.27}$$

Dabei ist μ die Renormierungsskala und μ_f die Faktorisierungsskala. Die Aufgabe der Faktorisierungsskala ist es, den langreichweitigen vom kurzreichweitigen Teil der Wechselwirkung zu trennen. Die C_i, die den harten Prozeß beschreiben, sind perturbativ berechenbar, frei von Infrarotdivergenzen, und sie sind unabhängig vom langreichweitigen Anteil, insbesondere von der Art des Hadrons. Auf der anderen Seite sind die $\phi_{f/h}$ durch das Hadron bestimmt, unabhängig vom harten Prozeß und können nicht perturbativ berechnet werden. Anders als im QPM tritt in (2.26) nun auch die Verteilung der Gluonen $\phi_{g/h}$ auf. Die mit der Renormierungsskala gegebene Aufteilung ist natürlich ohne physikalische Bedeutung und, sofern μ_f groß genug ist, um Störungstheorie zu ermöglichen, beliebig. Für die Berechnung des harten Prozesses ist die Wahl $\mu = \mu_f = Q^2$ günstig, da in höherer Ordnung Terme (z.B. Abb. 2.3 links) $\ln(Q^2/\mu^2)$ auftreten. Es ist dann notwendig, das Verhalten der Partondichte für verschiedene Q^2 zu kennen.

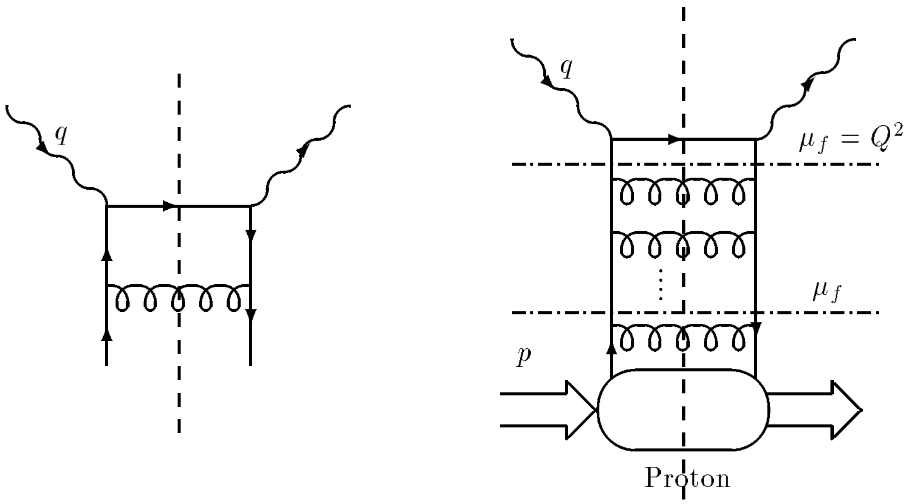


Abbildung 2.3: *Erläuterung im Abschnitt Evolution.*

Evolution Ein wesentlicher Erfolg der pQCD besteht darin, daß sie die Skalenabhängigkeit, bzw. die Abhängigkeit der Partondichten von Q^2 vorhersagen kann. Berechnet man den harten Prozeß für die Lepton-Hadron-Streuung, also die Streuung eines Photons an einem Quark, so findet man in höherer Ordnung Terme, bei denen die Kleinheit von $\alpha_s(\mu^2)$ durch das Auftreten großer Logarithmen $\ln Q^2$ kompensiert ist. Eine störungstheoretische Behandlung in fester Ordnung ist hier also nicht mehr ausreichend. Stattdessen müssen die führenden Logarithmen in allen Ordnungen aufsummiert werden. In axialer Eichung kann man sich hierzu auf Leiterdiagramme beschränken (Abb. 2.3 rechts). Die Untersuchung dieser Beiträge gestattet es, die Skalenabhängigkeit der Partondichten zu ermitteln. Beschrieben wird dies durch eine Integro-Differentialgleichung, die im weiteren als GLAP-Gleichung bezeichnet wird (V.N. Gribov, I.N. Lipatov [60] und G. Altarelli, G. Parisi [61]).

$$\mu^2 \frac{d}{d\mu^2}\, \phi_{f/h}(\xi, \mu^2) = \sum_{i=f,\bar{f},g} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi}\, P_{ij}(\frac{x}{\xi})\, \phi_{f/h}(\xi, \mu^2) \tag{2.28}$$

Die Wahl $\mu = Q^2$ verlagert die gesamte logarithmische Q^2-Abhängigkeit in die Partondichten. Für die Gluondichte $g(x, Q^2) \equiv \phi_{g/p}(x, Q^2)$, der im weiteren vor allem das Interesse gilt, wird hierbei aus (2.28), wenn man zudem die Quark-Singulett-Verteilung $q^S(x, Q^2) \equiv \sum_f (\phi_{f/p}(x, Q^2) + \phi_{\bar{f}/p}(x, Q^2))$ einführt,

$$\frac{d}{d \ln Q^2} \begin{pmatrix} q^S(x, Q^2) \\ g(x, Q^2) \end{pmatrix} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} \begin{pmatrix} P_{qq}(z) & N_f P_{qg}(z) \\ P_{gq}(z) & P_{gg}(z) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q^S(\frac{x}{z}, Q^2) \\ g(\frac{x}{z}, Q^2) \end{pmatrix}. \tag{2.29}$$

Die *splitting*-Funktionen $P_{ij}(z)$ geben die Wahrscheinlichkeit an, ein Parton i mit dem Impulsbruchteil z im Parton j zu finden. Die GLAP-Entwicklung ist für den Fall $\alpha_s \ln Q^2 \approx 1$ und $\alpha_s \ln \frac{1}{x} \ll 1$ abgeleitet. Für große s ist allerdings $x = q^2/s$ bei festem Q^2 klein. In diesem Fall können auch die Terme der Form $\alpha_s \ln \frac{1}{x}$ große Beiträge liefern, und die GLAP-Entwicklung verliert gegebenenfalls ihre Gültigkeit.

Verhalten bei kleinem x Als erstes sei das Verhalten der GLAP-Gleichung in DLA[2], also für den Fall $\alpha_s \ln \frac{1}{x} \ln Q^2 \approx 1$ und $\alpha_s \ln Q^2, \alpha_s \ln \frac{1}{x} \ll 1$, betrachtet. Aus dem Verhalten der *splitting*-Funktionen für $z \to 0$ ($P_{gg} \to \frac{6}{z}, P_{gq} \to \frac{4}{3z}; P_{qq}, P_{qg} \to const$) folgt, daß die Verteilung der Gluonen steiler ansteigt als die Verteilungen der Quarks. Die Gluondichte dominiert also das Verhalten im Bereich kleiner x. Aus (2.29) folgt dann

$$\frac{d\, xg(x,Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{3\alpha_s(Q^2)}{\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y}\, yg(y,Q^2) \tag{2.30}$$

mit der Lösung

$$xg(x,Q^2) \sim \exp[2\sqrt{\frac{3\alpha_s}{\pi} \ln \frac{1}{x} \ln Q^2}]. \tag{2.31}$$

Für den Fall moderater Q^2- und kleiner x-Werte existiert eine zur GLAP-Entwicklung komplementäre Gleichung. Die BFKL[3]- oder Lipatov-Gleichung summiert die führenden Logarithmen in $\frac{1}{x}$. Während in der GLAP-Gleichung die logarithmischen Beiträge aus dem Bereich stammen, in dem die Transversalimpulse entlang der Gluonleiter geordnet sind ($Q^2 \gg k_{nT}^2 \gg \cdots \gg k_{0T}^2$), muß für die BFKL-Gleichung über den gesammten Phasenraum bzgl. k_t integriert werden. Das führt unter anderem dazu, daß an die Stelle der Gluondichte $xg(x,Q^2)$ die unintegrierte Gluondichte $f(x,k_t^2)$ tritt. Der Zusammenhang zwischen diesen Größen ist durch

$$xg(x,Q^2) = \int_{k_0^2}^{Q^2} \frac{dk^2}{k^2} f(x,k^2) \tag{2.32}$$

gegeben. Die BFKL-Gleichung kann in folgender Form dargestellt werden

$$\frac{\partial f(x,k^2)}{\partial \ln \frac{1}{x}} = \frac{3\alpha_s(k^2)}{\pi} k^2 \int_{k_0^2}^{\infty} \frac{dk'^2}{k'^2} \left[\frac{f(x,k'^2) - f(x,k^2)}{|k'^2 - k^2|} + \frac{f(x,k^2)}{(4k'^4 + k^4)^{\frac{1}{2}}} \right]. \tag{2.33}$$

Der hiermit eingeführte Infrarot-*cutoff* k_0^2 ist bei der Anwendung auf physikalische Prozesse notwendig. Für die damit verbundenen Probleme sei auf [64]

[2]double logarithmic approximation

[3]Ya.Ya. Balitskij und L.N. Lipatov [62]; E.A. Kuraev, L.N. Lipatov und V. Fadin [63]

verwiesen. Für festes α_s kann eine analytische Lösung angegeben werden, die zu einem Verhalten der Gluondichte der Form

$$xg(x,Q^2) \sim x^{-\lambda}, \qquad \lambda = \frac{3\alpha_s}{\pi} 4\ln 2 \approx 0.5 \tag{2.34}$$

führt. Die numerische Auswertung [64] der vollständigen Gleichung ergibt ebenfalls ein Verhalten wie in (2.34), wobei $\lambda \approx 0.4 \cdots 0.5$ geringfügig vom *cutoff* k_0^2 abhängt. Damit ist der Anstieg der Gluondichte bei kleinen x noch stärker als in (2.31).

Der Limes $x \to 0$ ist wegen $x \approx Q^2/s$ mit dem Limes $s \to \infty$ bei festem Q^2 verknüpft. Aussagen über die totalen Wirkungsquerschnitte bei kleinem x sind damit auch Aussagen über die Wirkungsquerschnitte im Regge-Limit und damit Aussagen über den Intercept des Pomerons. Da für kleine x die Strukturfunktion F_2 von der Gluondichte dominiert wird, folgt aus der BFKL-Gleichung $F_2 \sim x^{-\lambda}$. Da weiterhin

$$\sigma_{\gamma p} \sim \frac{4\pi\alpha}{Q^2} F_2(x,Q^2)|_{Q^2=0} \tag{2.35}$$

gilt und andererseits

$$\sigma_{\gamma p} \sim s^{\alpha_P(0)-1}, \tag{2.36}$$

ist $1+\lambda$ gerade der Intercept des Pomerons. In diesem Zusammenhang spricht man gewöhnlich von einem harten Pomeron, wohingegen das weiche, nichtperturbative Pomeron einem Intercept von etwa 1.08 entspricht, wenn es die beobachteten totalen Wirkungsquerschnitte beschreiben soll.

Sättigung Soweit ergibt sich für kleine x ein unterschiedlich starkes, singuläres Anwachsen der Gluondichte. Ein solcher Anstieg verletzt allerdings die Unitaritätsgrenze (Froissart-Grenze) für die Wirkungsquerschnitte

$$\sigma_{tot} \leq const\, R^2, \qquad R \leq \ln s. \tag{2.37}$$

Offensichtlich muß die Zunahme der Gluondichte durch Prozesse, die bis hierhin noch nicht berücksichtigt sind, gestoppt werden. Betrachtet man ein Proton in einem System, in dem sein Impuls p groß ist, und bestimmt die Gluondichte $g(x,Q^2)$ bei kleinem x, aber für $xp \gg Q$, dann kommt dem Gluon eine transversale Ausdehnung $\sim \frac{1}{|Q|}$ und eine longitudinale Ausdehnung $\sim \frac{1}{|px|}$ zu. Wenn die Gluondichte soweit anwächst, daß $xg(x,Q^2) \geq Q^2 r_p^2$ ist, wobei r_P der Protonradius ist, so kommt es zu einer räumlichen Überlappung der Gluonen. In diesem Fall müssen aber auch Prozesse der Gluonrekombination ($2g \to g$) berücksichtigt werden, die weder in der GLAP- noch in der BFKL-Gleichung enthalten sind. Die ersten Arbeiten zu diesem Thema stammen von L. V. Gribov, E. M. Levin und M. G. Ryskin [45]. Die Modifikation der BFKL-Gleichung gelingt, indem sogenannte *fan*-Diagramme, in denen zwei Gluonleitern zu einer einzelnen verschmelzen, berücksichtigt werden. Die sich so ergebene GLR-Gleichung lautet

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(x,k^2)}{\partial \ln \frac{1}{x}} &= \frac{3\alpha_s(k^2)}{\pi} k^2 \int_{k_0^2}^{\infty} \frac{dk'^2}{k'^2} \left[\frac{f(x,k'^2) - f(x,k^2)}{|k'^2 - k^2|} + \frac{f(x,k^2)}{(4k'^4 + k^4)^{\frac{1}{2}}} \right] \\ &\quad - \frac{81\alpha_s^2(k^2)}{16R^2k^2} \left[xg(x,k^2) \right]^2 . \end{aligned} \tag{2.38}$$

Ausgehend von der GLAP-Entwicklung ist eine analoge Gleichung von A.H. Mueller und J. Qiu [66] hergeleitet worden. Hinzugekommen ist in (2.38) ein quadratischer Term in der Gluondichte. Die Größe des Faktors, mit dem dieser Term auftritt, hängt von dem Parameter R ab, der den Radius des Bereiches angibt, in dem die Gluonen konzentriert sind. Wählt man hierfür den Protonradius, so ist $R \approx 5\,\mathrm{GeV}^{-1}$. Eine solche Annahme ist allerdings nicht zwingend. Man kann argumentieren, daß die Gluonen in sogenannten *hot spots* z.B. um die Valenzquarks konzentriert sind. In diesem Fall setzt man typischerweise $R \approx 2\,\mathrm{GeV}^{-1}$.

Durch den nichtlinearen Term ergibt sich eine Sättigungsdichte der Gluonen, die direkt proportional zu R ist.

$$xg_{sat}(x,Q^2) \sim R^2Q^2 \tag{2.39}$$

Die GLR-Gleichung enthält die Annahme, daß die Gluonen im Proton unkorreliert sind und weitere Wechselwirkungen zwischen den Gluonleitern vernachlässigbar sind. Diese Annahmen erweisen sich aber, wie in [47] gezeigt werden konnte, als nicht haltbar. Näherungsweise kann man die sich daraus ergebende Abweichung berücksichtigen [48], indem der Faktor, mit dem der nichtlineare Term in (2.38) auftritt, vergrößert wird. Vermutlich ist die GLR-Gleichung nur gültig im Bereich schwacher Sättigungseffekte. Sie gestattet es aber immerhin, den Bereich zu analysieren, in dem Rekombinationseffekte einsetzen.

In Abbildung 2.4 ist der Gültigkeitsbereich der verschiedenen Entwicklungsgleichungen anschaulich dargestellt.

Insgesamt erwartet man ein mehr oder weniger starkes Anwachsen der Gluondichte bei kleinem x, das schließlich wieder durch Rekombinationseffekte gestoppt wird. Letztlich herrscht aber noch keine Klarheit über die Natur und die Stärke des Anstieges und den Bereich, in dem die Sättigung einsetzt. Wenn auch die HERA-Experimente durchweg einen Anstieg von F_2 beobachten, so

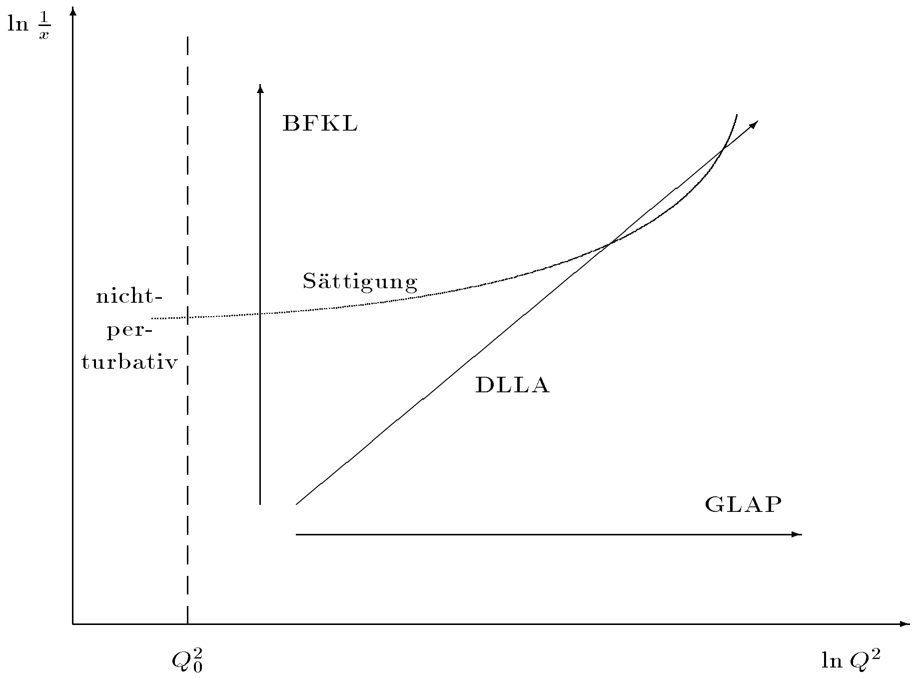


Abbildung 2.4: *Skizze des Anwendungsbereichs der verschiedenen Entwicklungsgleichungen*

liegen bis jetzt noch keine eindeutigen Ergebnisse vor, die es gestatten würden zwischen den verschiedenen Entwicklungsgleichungen zu unterscheiden [67] [31] [49] [68].

2.3 Inelastische J/ψ-Produktion

Im folgendem wird die inelastische J/ψ-Produktion behandelt. Sie dient einerseits als Ausgangspunkt für ein Modell der elastischen Produktion, das in Abschnitt 3.1.1 vorgestellt wird, und ist andererseits als Untergrund bei der Messung des elastischen Wirkungsquerschnittes von Bedeutung.

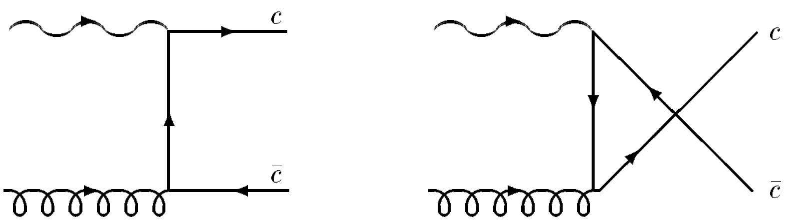


Abbildung 2.5: *Diagramme für die Boson-Gluon-Fusion*

2.3.1 Boson-Gluon-Fusion

Der einfachste Prozeß zur Erzeugung von c-Quarks in der Photon-Nukleon-Streuung, d.h. für den Prozeß $\gamma N \rightarrow c\bar{c}X$, ist die Boson-Gluon-Fusion[4]. Die entsprechenden Diagramme sind in Abb. 2.5 dargestellt. Die ersten Rechnungen [2], die dazu im Rahmen der pQCD durchgeführt wurden, sind auch für Vorhersagen der J/ψ-Produktion verwendet worden. Dabei müssen Annahmen darüber getroffen werden, wie die beiden freien c-Quarks in den gebundenen Zustand übergehen.

Duality-Ansatz Bei der Fragmentation schwerer Quarks Q bilden sich bevorzugt leichtere $Q\bar{q}$-Mesonen. Ein $Q\bar{Q}$-Paar hat aber nur dann die Möglichkeit, in ein solches Meson zu fragmentieren, wenn die Masse $m_{Q\bar{Q}}$ des Quarkpaares größer ist als die zweifache Masse des leichtesten Meson mit Flavour Q. Für ein $c\bar{c}$-Paar muß also $m_{c\bar{c}} \geq 2m_D$ sein, wobei m_D die Masse des D-Mesons ist (1.87 GeV). Für sdie Quarkoniumzustände unterhalb dieser Grenze geht nun der *Duality*-Ansatz davon aus, daß sich der Wirkungsquerschnitt für die Quarkoniumerzeugung aus dem Integral des Wirkungsquerschnittes für freie

[4] abgesehen von der Möglichkeit intrinsischen Charms [27]

$Q\bar{Q}$-Paare über ein geeignetes Intervall in der Masse ergibt. Für c-Quarks also: $2m_c \leq m_{c\bar{c}} \leq 2m_D$. Da in diesem Intervall verschiedene Quarkoniumzustände liegen – hier neben dem J/ψ-Meson 3 weitere S-Zustände (η_c, η_c', ψ') und 4 P-Zustände –, muß der Wirkungsquerschnitt auf diese verschiedenen Zustände aufgeteilt werden. Die genaue Aufteilung kann nicht berechnet werden, und man nimmt gewöhnlich eine Gleichverteilung an, d.h. einen Faktor $\frac{1}{8}$ für das J/ψ. Der *Duality*-Ansatz besitzt eine Reihe von Problemen, insbesondere wird die Erhaltung von Spin, Farbe und Parität nicht berücksichtigt. Außerdem ist die Normierung der Wirkungsquerschnitte nicht einheitlich, sondern, um den experimentellen Daten gerecht zu werden, u.a. abhängig von der Scherpunktsenergie und der Art der Erzeugung (Hadro- oder Leptoproduktion). Aus diesen Gründen wird dieser Ansatz hier nicht weiterverfolgt. Referenz [3] gibt eine aktuelle Übersicht zu diesem Thema.

2.3.2 Colour-Singlet-Modell

2.3.2.1 Nichtrelativistisches Colour-Singlet-Modell

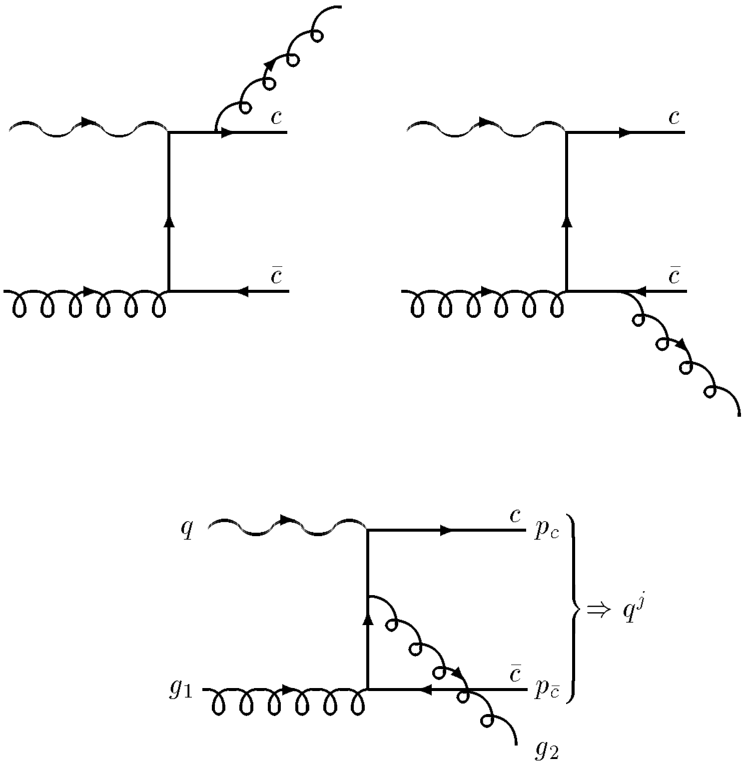
Das J/ψ kann aufgrund der Erhaltungssätze (C-Invarianz, Spin, Farbe) nicht an nur zwei Vektorteilchen (Photon und Gluon) koppeln. Die Berücksichtigung der Parität, sowie der Spin- und Farberhaltung gelingt erst, wenn man die Diagramme der Boson-Gluon-Fusion um ein weiteres Gluon ergänzt. Dies wurde zuerst auf die Hadroproduktion angewandt [4]. Für die Leptoproduktion vereinfacht sich die Rechnung, da die Farblosigkeit des J/ψ's es verbietet, daß in diesem Fall Diagramme mit einem Tripelgluonvertex auftreten. Man hat praktisch eine QED-artige Konfiguration, die durch 6 Diagramme gegeben ist (siehe Abb. 2.6). Die Rechnungen dazu wurden zuerst in [1] vorgestellt.

Ausgangspunkt ist die Beschreibung des J/ψ's als Quarkonium, also als gebundener $c\bar{c}$-Zustand analog zum Positronium. Die Amplitude $A^{J/\psi}$ für den Prozeß $q + g_1 \to q^{j} + g_2$ ergibt sich dann aus der Amplitude $A^{c\bar{c}}$ für den Prozeß $q + g_1 \to c + \bar{c} + g_2$ als Faltung über die Impulsverteilung $f(\vec{\delta})$ der Quarks im J/ψ, wobei effektiv nur der Relativimpuls $\vec{\delta}$ der Quarks auftritt (siehe Abb. 2.6 für die Bezeichnung der Impulse)[5]:

$$A^{J/\psi} = \int \frac{d^3\delta}{(2\pi)^3}\, A^{c\bar{c}}(\vec{\delta})\, f(\vec{\delta}). \tag{2.40}$$

Mit der Annahme, daß die Impulse der Quarks im J/ψ klein gegenüber der Bindungsenergie sind, kann man die Amplitude in $\vec{\delta}/m_c$ entwickeln und sich auf die nullte Ordnung in $\vec{\delta}/m_c$ beschränken (nichtrelativistische Näherung).

[5] Eine etwas formalere Ableitung findet sich im Anhang C.



Impulse:

q	Photon	p	Proton
p_c	Quark	g_1	Gluon 1
$p_{\bar{c}}$	Antiquark	g_2	Gluon 2
q^j	J/ψ		

Mandelstam-Variablen:

$$s = (\,q\, +\, g_1)^2 = (q^j + g_2)^2$$
$$t\, = (g_2 - g_1)^2 = (q^j -\, q\,)^2$$
$$u = (\,q\, - g_2)^2 = (q^j - g_1)^2$$
$$m_j^2 + q^2 = s + t + u$$

$$q^j = p_c + p_{\bar{c}} \qquad q + g_1 = q^j + g_2$$
$$p_c = \tfrac{1}{2}q^j + \delta \qquad p_{\bar{c}} = \tfrac{1}{2}q^j - \delta$$

Abbildung 2.6: *Drei der sechs Diagramme für das Colour-Singlet-Modell. Die restlichen drei ergeben sich durch Vertauschen der Fermionenlinien. Die Mandelstam-Variablen und Impulse sind hier schon mit Blick auf die zu behandelnden Erweiterungen angegeben. Im einfachen CS-Modell [1] ist $\delta = 0$, $q^2 = 0$.*

Verwendet man die Fourierdarstellung von $f(\vec{\delta})$ mittels der Ortswellenfunktion der Quarks $\psi(\vec{x})$, so wird aus (2.40)

$$A^{c\bar{c}}(\vec{\delta}) \approx A^{c\bar{c}}(\vec{0}), \tag{2.41}$$

$$\begin{aligned} A^{J/\psi} &= A^{c\bar{c}}(\vec{0}) \int \frac{d^3\delta}{(2\pi)^3}\, f(\vec{\delta}) \\ &= A^{c\bar{c}}(\vec{0}) \int d^3x \int \frac{d^3\delta}{(2\pi)^3}\, e^{-i\vec{x}\cdot\vec{\delta}}\psi(\vec{x}) \\ &= A^{c\bar{c}}(\vec{0})\,\psi(\vec{0}). \end{aligned} \tag{2.42}$$

Die beiden Amplituden sind also direkt proportional zueinander. Die zugehörige Proportionalitätskonstante, d.h. im wesentlichen die Wellenfunktion am Ursprung, tritt dann in (2.43) bzw. (2.44) auf.

Die namensgebende Colour-Singlet-Bedingung entspricht der Summation über die Farbindizes i, j der Quarks mit einem zusätzlichen δ_{ij}. Der Colour-Faktor ist für alle Diagramme $\frac{1}{2\sqrt{3}}$. Es bleibt die Beschränkung der Spin-Zustände der Quarks. Dies gelingt mit der Ersetzung[6] [1]

$$\begin{aligned} v_{\Uparrow}\bar{u}_{\Uparrow} &= \frac{A}{2\sqrt{2}}\, \not\epsilon_{+}(\not q^{j} + m_j), \\ v_{\Downarrow}\bar{u}_{\Downarrow} &= \frac{A}{2\sqrt{2}}\, \not\epsilon_{-}(\not q^{j} + m_j), \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\left(v_{\Uparrow}\bar{u}_{\Downarrow} + v_{\Downarrow}\bar{u}_{\Uparrow}\right) &= \frac{A}{2\sqrt{2}}\, \not\epsilon_{0}(\not q^{j} + m_j) \end{aligned} \tag{2.43}$$

$$\text{mit} \qquad A := \sqrt{\frac{2}{m_j}}\, \psi(0). \tag{2.44}$$

Dabei ist ϵ_i der Polarisationsvektor des J/ψ's. Über die Helizitätszustände des J/ψ's kann dann mit

$$\sum_{i=\pm 1,0} \epsilon_{\mu}^{i\,*}\epsilon_{\nu}^{i} = -g_{\mu\nu} + \frac{q_{\mu}^{j} q_{\nu}^{j}}{m_j^2} \tag{2.45}$$

summiert werden.

Beziehungen der Art von (2.43) werden im weiteren als **Spinprojektor** bezeichnet. Ihre Aufgabe ist es, aus den möglichen Spins der Quarks gerade die Zustände herauszuprojizieren, die zu einem Vektorteilchen führen.

Schließlich muß noch die Größe $\psi(0)$ bzw. A bestimmt werden. Man kann auf weitere modellabhängige Annahmen, z.B. ein Potentialmodell für das J/ψ, verzichten, wenn man diese Konstante mit der leptonischen Zerfallsbreite in Verbindung bringt. Mit (2.43) erhält man [1] für die Amplitude des Zerfall in zwei

[6] Die Konstruktion des Spinprojektors wird in Abschnitt 2.3.2.3 und Anhang C ausführlich dargestellt.

Leptonen

$$A^{J/\psi\to l\bar{l}} = \frac{\sqrt{3}e_q}{m_j^2}\frac{A}{2\sqrt{2}}\, Tr[\not\epsilon_{J/\psi}(\not q^j + m_j)\gamma_\mu]\, \bar{u}(p_l)\gamma^\mu v(p_{\bar{l}}) \tag{2.46}$$

und daraus für die Zerfallsbreite

$$\Gamma_{l\bar{l}} = \frac{16\pi e_q^2\alpha_{em}^2 A^2}{2m_j}. \tag{2.47}$$

Die weitere Berechnung der Diagramme in Abbildung 2.6 weist dann keine Besonderheiten mehr auf, und man erhält

$$|M^0|^2 = N\frac{s^2}{(t-m_j^2)^2(u-m_j^2)^2} + \mathrm{zykl}(s,t,u), \tag{2.48}$$

$$N = \frac{16}{3}(4\pi\alpha_{em})^2(4\pi\alpha_s)^2 e_q^2 A^2 m_j^2. \tag{2.49}$$

Dabei steht zykl(s,t,u) für die zyklische Permutation der Variablen, und $e_q = \frac{2}{3}$ ist die Ladung des c-Quarks. Für die numerische Auswertung wird hier $\alpha_s = \alpha_s(m_j^2)$ gesetzt (siehe auch Abschnitt 2.3.2.2). Damit ist schließlich der differentielle Wirkungsquerschnitt für $\gamma + g \to J/\psi + g$

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{16\pi s^2}|M^0|^2. \tag{2.50}$$

Der γp-Wirkungsquerschnitt ist dann

$$\frac{d^2\sigma_{\gamma p}}{dz\, dt} = g(x)\frac{d\sigma}{dt} \tag{2.51}$$

mit der Gluondichte $g(x)$ und $g_1 = xp$.

Anstelle der Mandelstam-Variablen benutzt man häufig

$$\begin{aligned} p_T^2 &: \quad \text{Transversalimpuls bzgl. des Photons,} \\ z &= \frac{q^j\cdot p}{q\cdot p} = 1 - \frac{t}{2q\cdot p} = \left.\frac{E_j}{E_\gamma}\right|_{p-CMS}. \end{aligned} \tag{2.52}$$

In der Photoproduktion kann p_T leicht als Transversalimpuls im Laborsystem gemessen werden, und die Variable z hat eine anschauliche Bedeutung als Energieübertrag im Nukleonruhesystem. Der elastische Fall, wenn die gesamte Energie des Photons auf das J/ψ übertragen wird, entspricht $z = 1$ (für $t = 0$).

Gültigkeit des Ergebnisses E.L. Berger und D. Jones [1] argumentieren, daß

- eine harte Gluonemission sichergestellt ist, α_s also sinnvoll definiert ist, wenn die inneren Quarklinien eindeutig nicht auf ihrer Massenschale liegen. Der Vertex des einlaufenden Gluons ist dabei unproblematisch, da hier das Gluon an Quarks koppelt, die auf jeden Fall um $-\frac{1}{2}m_j^2$ jenseits ihrer Ruhemasse sind. Dies ist für das auslaufende Gluon nicht notwendigerweise der Fall. Im Limes $s \to m_j^2$ liegen die Quarks, an die das zweite Gluon koppelt, gerade auf ihrer Massenschale[7]. Die zugehörige kinematische Region ist $z \to 1$ und $p_T^2 \to 0$.

Das Matrixelement (2.48) bleibt allerdings auch in diesem Limes endlich. Zudem ist sicherlich $m_c < \frac{1}{2}m_j$ und nicht $m_c = \frac{1}{2}m_j$.

- Die weiteren Überlegungen zum Gültigkeitsbereich beziehen sich speziell auf die Anwendung in der Lepton-Nukleon-Streuung. Dabei betrachtet man den Protonrest zusammen mit dem auslaufendem Gluon als hadronisches System, in das das Proton übergeht. Der Impulsübertrag ist dann durch t gegeben, und das ausgetauschte Gluon kann als physikalisches Gluon mit $g_1^2 = 0$ behandelt werden. Eine perturbative Rechnung der Streuung verlangt nun einen minimalen Impulsübertrag auf das Proton, der hier auf $|t| > Q_0^2 = 1\,\mathrm{GeV}^2$ angesetzt wird. Aus der Kinematik der Streuung folgt dann
$$1 - z > \frac{Q_0^2 - p_T^2}{Q_0^2 + m_j^2}. \tag{2.53}$$
Für $p_T^2 = 0$ ergibt sich daraus die Grenze von $z \leq 0.95$, wobei E.L. Berger und D. Jones die vorsichtigere Abschätzung $z \leq 0.90$ angeben.

Um einen ersten Eindruck vom Verhalten des Colour-Singlet-Modells zu erhalten, ist in Abb. 2.7 der Wirkungsquerschnitt (2.51),¡¡ sowie $\frac{d\sigma_{\gamma p}}{dz}$ bei $E_\gamma = 115\,\mathrm{GeV}$ für eine Gluonendichte der Form
$$g(x) = 3\,\frac{(1-x)^5}{x} \tag{2.54}$$
dargestellt[8], wie sie auch schon in der Arbeit von E.L. Berger und D. Jones [1] benutzt wurde. Ein solcher Ansatz ergibt für nicht zu kleine x eine gute Beschreibung der Gluondichte des Protons.

[7] Diese Argumentation nimmt $m_c = \frac{1}{2}m_j$ als Quarkmasse an.

[8] Für die Impulsverteilungen $\frac{d\sigma_{\gamma p}}{dp_T^2}$, die im Bereich $z < 0.9$ ebenfalls korrekt beschrieben werden, siehe [9].

Dabei wurde über x und t im Intervall $0 \leq z \leq 0.95$ integriert, und zwar unter Berücksichtigung von

$$\begin{aligned}
\frac{m_j^2}{s_{\gamma p}} &\leq x \leq 1, && (2.55)\\
t_{min} &\leq t \leq t_{max} \leq 0 && (2.56)\\
\text{mit} \quad t_{min} &= \max(-s + m_j^2, -s(1-z_{min})) && (2.57)\\
t_{max} &= \min(0, -s(1-z_{max})). && (2.58)
\end{aligned}$$

Die Zahlenwerte der verwendeten physikalischen Größen sind im Anhang A.1 zusammengefaßt. Für die Kopplungskonstante wurde $\alpha_s = 0.3$ gewählt. Die obere Grenze $z_{max} = 0.95$ und die Energie des Photons ist so gewählt, daß die Ergebnisse mit den Messungen von EMC bzw. NMC verglichen werden können.

Zunächst ist offensichtlich, daß das Colour-Singlet-Modell das differentielle Verhalten der Daten für $z < 0.8$ beschreiben kann, daß aber die vorhergesagten Wirkungsquerschnitte unterhalb der gemessenen Werte liegen. Aus diesem Grund werden gewöhnlich sogenannte K-Faktoren eingeführt, die typischerweise zwischen 2 und 6 liegen. In Abb. 2.7 ist der Fall $K = 6$ (gestrichelt) und $K = 4$ (gepunktet) eingetragen. Für $K = 6$ entspricht $\sigma_{\gamma p}$ der EMC-Messung (Abb. 2.7, oben), wobei auch der leichte Anstieg mit $E_{\gamma p}$ beschrieben wird, der sich aus (2.54) und (2.55) ergibt.

In diesem Fall liegt aber die Vorhersage für $\frac{d\sigma_{\gamma p}}{dz}$ zu hoch (Abb. 2.7, unten). Hier wirkt sich aus, daß die Messung ein Integral über den Bereich $0 < z < 0.95$ darstellt und daß für $z > 0.8$ die experimentellen Werte die Vorhersagen des Modells übersteigen. Beschränkt man sich auf den Bereich von $z < 0.8$, so genügt ein K-Faktor von 4. Dabei liegt dann natürlich $\sigma_{\gamma p}$ unterhalb der EMC-Messung. Diese Diskrepanz kann nur aufgehoben werden, wenn der Verlauf des Wirkungsquerschnittes $\frac{d\sigma(z)}{dz}$ bei hohem z verändert wird. Dies soll im wesentlichen Gegenstand von Abschnitt 2.3.2.3 sein. Zunächst muß aber der Ursprung eines in z weitgehend konstanten K-Faktors geklärt werden. Begründet werden solche Faktoren gewöhnlich mit dem Hinweis auf QCD-Korrekturen.

2.3.2.2 QCD-Korrekturen zur inelastischen J/ψ -Produktion

Die Ergebnisse der Berechnung der 1. QCD-Korrekturen zur inelastischen J/ψ-Photoproduktion ($z < 0.9$) im Rahmen des Colour-Singlet-Modells liegen seit Ende 1994 vor [22]. Will man die QCD-Korrekturen zum Produktionsquerschnitt berücksichtigen, so ist es notwendig, die Korrekturen zur Zerfallsbreite

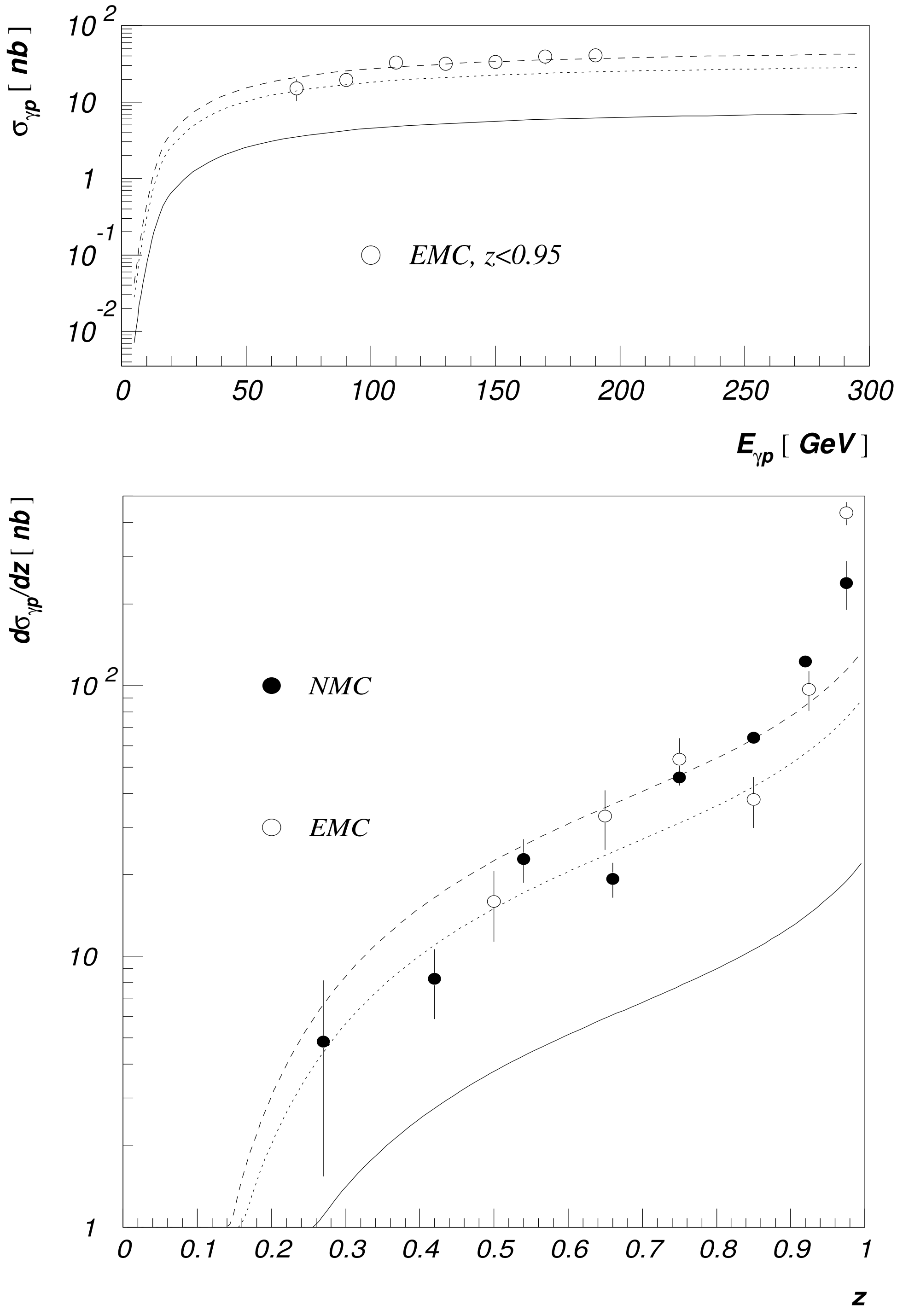


Abbildung 2.7: *Colour-Singlet-Modell nach E.L. Berger und D. Jones [1]. Zum Vergleich sind Messungen von EMC [17] und NMC [18] eingetragen. Die gestrichelten Kurven entsprechen einem K-Faktor von 6, die gepunkteten $K = 4$.*

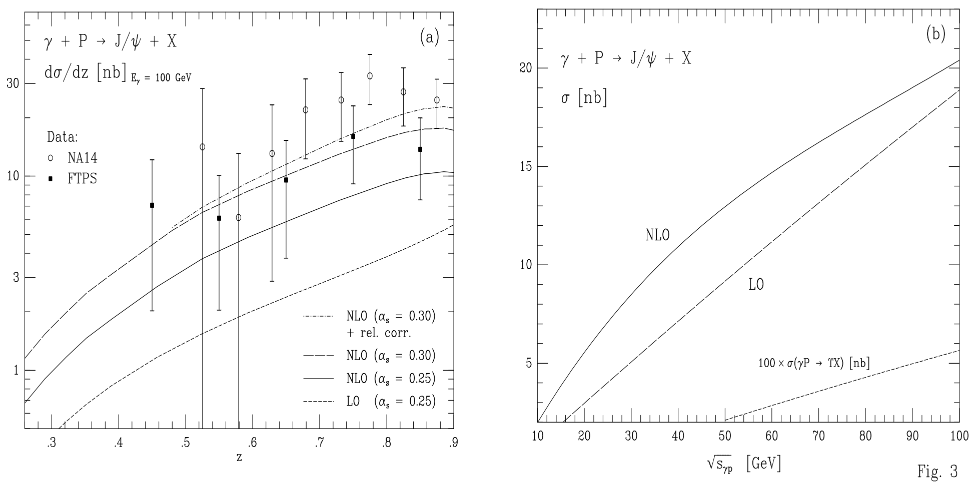


Abbildung 2.8: *Der Verlauf des Wirkungsquerschnittes als Funktion von* $\sqrt{s_{\gamma p}}$ *und* $\frac{d\sigma_{\gamma p}}{dz}$. *Die Abbildungen sind [22] entnommen, die verwendeten relativistischen Korrekturen stammen aus [9], die experimentellen Daten aus [19] und [20].*

in gleicher Ordnung zu verwenden. Aus 2.47 wird dann [5]

$$\Gamma_{l\bar{l}} = \frac{16\pi e_q^2 \alpha_{em}^2 A^2}{2m_j} \left(1 - \frac{16}{3}\frac{\alpha_s}{\pi}\right). \qquad (2.59)$$

Dies führt zu einem Anwachsen des Produktionsquerschnittes, allein aufgrund der Korrekturen zur Zerfallsbreite. Für $\alpha_s = 0.25$ ergibt sich hieraus ein Faktor $K_1 = 1.73$, für $\alpha_s = 0.3$ ein Faktor[9] $K_1 = 2.04$. Die direkten Korrekturen zum Produktionsquerschnitt ergeben einen weiteren Faktor $K_2 = 1.42$ bzw. $K_2 = 2.07$. Insgesamt entspricht das einem Faktor $K = K_1 \cdot K_2 = 2.45$ bzw. $K = 4.22$, also dem, was in Abschnitt 2.3.2.1 gefordert wurde, um den Bereich $z < 0.8$ zu beschreiben. Zu betonen ist auch, daß die Korrekturen zur Zerfallsbreite und zum Produktionsquerschnitt in die gleiche Richtung gehen und sich keineswegs kompensieren. In Abb. 2.8 sind die Ergebnisse aus [22] dargestellt. Dabei ist die GRV-Parametrisierung [24] für die Gluondichte verwendet worden, was aber bei der hier betrachteten Schwerpunktsenergie von ca. $\sqrt{s_{\gamma p}} = 13.5\,\mathrm{GeV}$ und einem damit verbundenen mittleren $x \approx 0.1$ in den $\frac{d\sigma_{\gamma p}}{dz}$-Verteilungen keinen wesentlichen Unterschied zu (2.54) bedeutet.

Man sieht (Abb. 2.8, links), daß die Größe der Korrektur weitgehend unabhängig von z ist. Allerdings verläuft der Wirkungsquerschnitt in NLO flach für $z \to 0.9$, während in LO ein Anstieg zu beobachten ist. Die experimentellen Daten sind in diesem Punkt widersprüchlich: EMC sieht einen klaren Anstieg (Abb. 2.7),

[9] Es ist $\alpha_s^{(4)}(m_j^2) = 0.25$ mit den in [23] zusammengetragenen experimentellen Daten und $\alpha_s^{(4)}(m_j^2) = 0.3$ wenn man die obere Grenze (1 σ) aus [23] ansetzt.

wohingegen die NA14- [19] und FTPS [20]-Daten bei $z \approx 0.8$ ein Abflachen zeigen. Zu größerem z (was in Abb. 2.8 nicht mehr zu sehen ist) steigen die Wirkungsquerschnitte allerdings eindeutig an, so daß es sinnvoll erscheint, dies als experimentelles Artefakt zu betrachten. In der rechten Hälfte von Abb. 2.8 ist die Energieabhängigkeit zu sehen. Die QCD-Korrekturen (man beachte die lineare Skala im Gegensatz zum linken Diagramm) sind innerhalb des derzeit zugänglichen Energiebereiches ($\sqrt{s_{\gamma p}} < 20\,\mathrm{GeV}$ und $\approx 100\,\mathrm{GeV}$ bei HERA) weitgehend unabhängig von $s_{\gamma p}$.

K-Faktor Hier wird im weiteren der Ansatz verwendet, die QCD-Korrekturen als konstant anzusehen und durch einen K-Faktor von 2.37 zu beschreiben und für die Zerfallsbreite (2.59) zu verwenden. Dieser Wert für den K-Faktor ergibt sich aus einem Fit[10] an die EMC-Daten im Bereich $z < 0.8$. Dieser Wert fällt kleiner aus als das, was gewöhnlich als notwendig betrachtet wird, um die experimentellen Daten zu beschreiben, da zum einen nicht versucht wird, den Bereich größerer z zu beschreiben, und zum anderen die QCD-Korrekturen zur Zerfallsbreite berücksichtigt werden.

2.3.2.3 Relativistische Korrekturen zum Colour-Singlet-Modell

Auf die Bedeutung einer genaueren Behandlung des gebundenen Zustandes haben unter anderm Wai-Lee Keung und I.J. Muzinich hingewiesen [8]. Ihr Ansatz besteht darin, die relativistischen Korrekturen zum Matrixelement zu berücksichtigen, die dadurch entstehen, daß die Impulse der c-Quarks nicht exakt $p_c = p_{\bar{c}} = \frac{1}{2}q^j$ sind, sondern

$$p_c = \frac{1}{2}q^j + \delta, \qquad p_{\bar{c}} = \frac{1}{2}q^j - \delta \qquad \text{mit} \qquad p_c^2 = p_{\bar{c}}^2 = m_c^2. \tag{2.60}$$

Die Quarks tragen also einen Relativimpuls δ. Die Rechnungen in [8] beziehen sich auf den Quarkonium-Zerfall. In [9] wurde der gleiche Ansatz auf die Photoproduktion von J/ψ's angewandt. Dazu war es notwendig zu zeigen, daß der Spinprojektor, auf dem das Ergebnis von [8] beruht, kovariant formuliert werden kann. Dann ist es möglich, das Matrixelement aus [8] für $J/\psi \to q + g_1 + g_2$ in das Matrixelement für das Colour-Singlet-Modell einschließlich relativistischer Korrekturen zu überführen (*crossing*). Der Spinprojektor einschließlich relativistischer Korrekturen, also das Äquivalent zu (2.43) für den Fall $\delta \neq 0$, wird im Anhang C hergeleitet. Dort wird auch das Problem der Eichinvarianz

[10] Der Wert $K = 2.37$ unterscheidet sich von [9], da dort die Änderung im Verzweigungsverhältnis für den leptonischen Zerfall (siehe Abschnitt 1.2) nicht berücksichtigt ist.

behandelt und die Frage, welcher Teil der relativistischen Korrekturen das hier verwendete Verfahren berücksichtigt.

Mit diesem Ansatz ergibt die explizite Rechnung für das Matrixelement ($q + g_1 \to g_2 + J/\psi$)

$$\begin{aligned}
|M|^2 &= |M^0|^2 + \frac{1}{3}\frac{\varepsilon}{m_c}|M^1|^2, \\
|M^1|^2 &= \frac{N}{(m_j^2-s)^2(m_j^2-t)^2(m_j^2-u)^2}\Bigg(5u^2(m_j^2-u)^2 \\
&\quad -\frac{1}{4}\frac{(m_j^2-u)^2}{(m_j^2-s)(m_j^2-t)(m_j^2-u)}\Bigg[8((m_j^2-s)^4+(m_j^2-t)^4)m_j^2 \\
&\quad -4((m_j^2-s)^3+(m_j^2-t)^3)(10m_j^4+6(m_j^2-s)(m_j^2-t)) \\
&\quad +((m_j^2-s)^2+(m_j^2-t)^2)(88m_j^4+82(m_j^2-s)(m_j^2-t))m_j^2 \\
&\quad -((m_j^2-s)+(m_j^2-t))(88m_j^8+198(m_j^2-s)(m_j^2-t)m_j^4 \\
&\quad +21(m_j^2-s)^2(m_j^2-t)^2) \\
&\quad +32m_j^{10}+228(m_j^2-s)(m_j^2-t)m_j^6 \\
&\quad +126(m_j^2-s)^2(m_j^2-t)^2m_j^2\Bigg] + \mathrm{zykl}(s,t,u)\Bigg) \qquad (2.61)\\
&\quad N \text{ wie in (2.49)}, |M^0|^2 \text{ wie in (2.48)}.
\end{aligned}$$

Dies ist identisch mit dem Ergebnis, das man wie beschrieben aus [8] erhält, und im Limes $\varepsilon \to 0$ ergibt sich wieder (2.48).

Bestimmung von A und ε/m_c Neben der Konstanten A, die hier in N enthalten ist, tritt jetzt zusätzlich $\frac{\varepsilon}{m_c}$ als experimentell zu bestimmende Größe auf. A kann wiederum aus der leptonischen Zerfallsbreite des J/ψ's bestimmt werden, wobei nun auch die relativistischen Korrekturen zur Zerfallsbreite [8] zu beachten sind.

$$\Gamma^1_{l\bar{l}} = \frac{16\pi e_q^2 \alpha_{em}^2 A^2}{2m_j}\left(1 - \frac{16}{3}\frac{\alpha_s}{\pi}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\frac{\varepsilon}{m_c}\right) \qquad (2.62)$$

Die definierende Beziehung für ε lautet

$$m_j =: 2m_c + \varepsilon. \qquad (2.63)$$

ε ist also der Anteil der J/ψ-Masse, der durch den Relativimpuls der Quarks bedingt ist. Aus (2.60) folgt dann der Zusammenhang mit dem Relativimpuls[11]

$$\delta^2 = -m_c\varepsilon, \qquad q^j \cdot \delta = 0. \qquad (2.64)$$

[11] Um Verwirrung zu vermeiden: δ ist ein raumartiger 4-Vektor mit $\delta^2 = -m_c\varepsilon$. Im J/ψ-Ruhesystem ist der zugehöhrige dreidimensionale Vektor $\vec{\delta}$ mit $\vec{\delta}^2 = +m_c\varepsilon$.

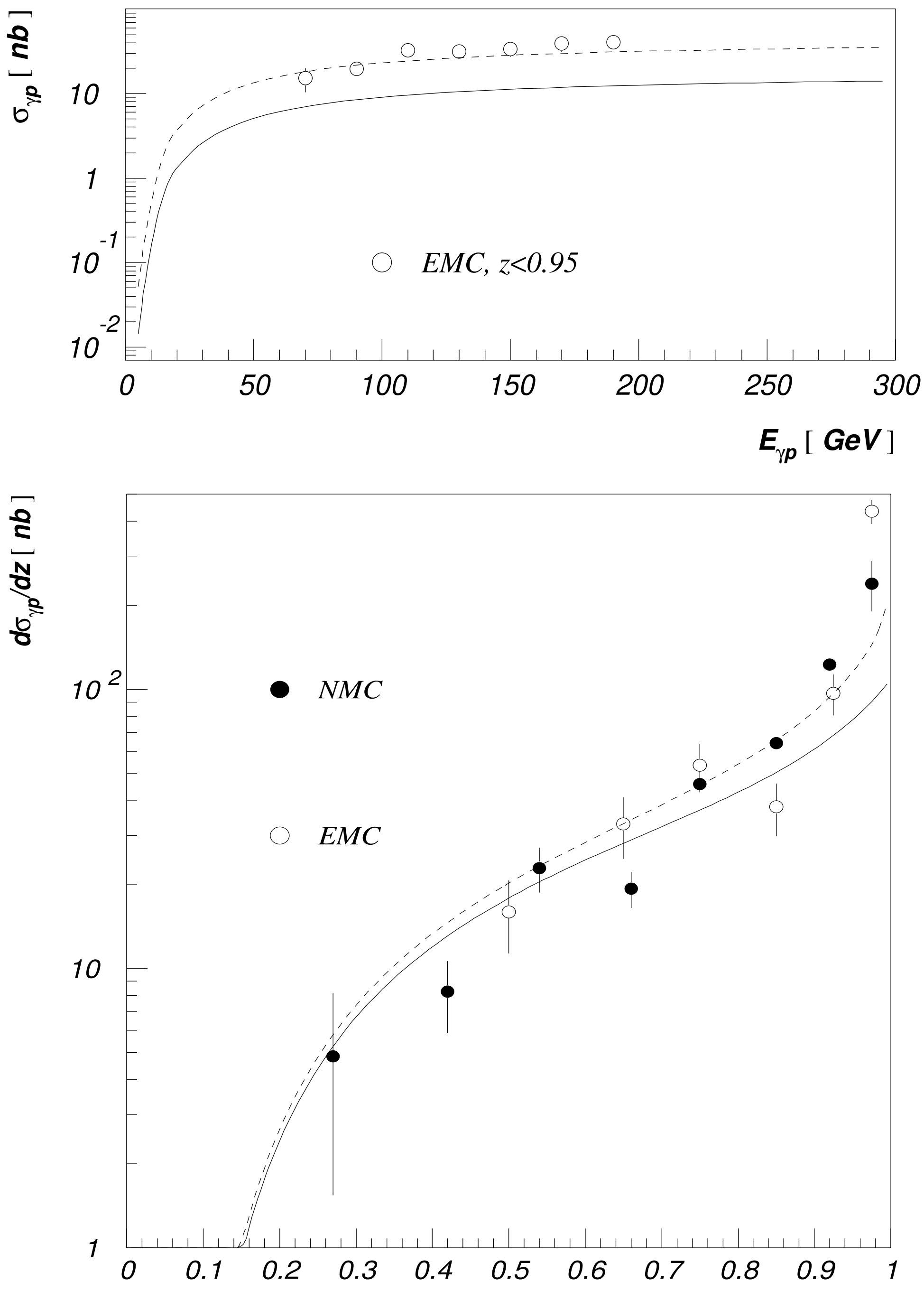


Abbildung 2.9: *Colour-Singlet-Modell einschließlich relativistischer Korrekturen [9]. Zum Vergleich sind wieder die Messungen von EMC [17] und NMC [18] eingetragen. Die gestrichelten Kurven entsprechen einem* $\frac{\varepsilon}{m_c} = 0.16$*, die durchgezogenen einem* $\frac{\varepsilon}{m_c} = 0$.

Die Größe $\frac{\varepsilon}{m_c}$ kann aus Unterschieden der Zerfallsbreiten von J/ψ und Υ abgeleitet werden. Dem Vorgehen von P.B. Mackenzie und G.P. Lepage [6] folgend kann man das Verhältnis der gluonischen zur leptonischen Zerfallsbreite $\Gamma_{ggg}/\Gamma_{l\bar{l}}$ nutzen, um α_s bzw. Λ_{QCD} zu bestimmen. Dabei gelangt man zu unterschiedlichen Ergebnissen, wenn man das Verfahren auf das J/ψ und auf das Υ anwendet. Dieser Unterschied kann durch relativistische Korrekturen erklärt werden. Für die schwereren b-Quarks sind solche Korrekturen anschaulicherweise weniger bedeutsam als für die leichteren c-Quarks, was die gemessenen Unterschiede verständlich macht. Umgekehrt kann man $\Lambda_{QCD}^{exp.}|_{J/\psi} = \Lambda_{QCD}^{exp.}|_{\Upsilon}$ fordern und damit $\frac{\varepsilon}{m_c}$ bestimmen. Aus den aktuellen Werten [7] und der zusätzlichen Annahme, daß sich die Größe der Korrekturen für J/ψ und Υ zueinander verhalten wie die Teilchenmassen

$$\frac{\varepsilon}{m_c} \Big/ \frac{\varepsilon}{m_b} = \frac{m_b}{m_c} \approx \frac{m_\Upsilon}{m_j}, \tag{2.65}$$

ergibt sich dann

$$\frac{\varepsilon}{m_c} = 0.16 \qquad \text{und} \qquad \frac{\varepsilon}{m_b} = 0.05. \tag{2.66}$$

Dem entspricht ein Wert von

$$m_c = \frac{m_j}{2 + \frac{\varepsilon}{m_c}} = 1.43\,\mathrm{GeV} \tag{2.67}$$

für die Konstituentenmasse des c-Quarks. Der so ermittelte Wert für $\frac{\varepsilon}{m_c}$ ist in Einklang mit Potentialmodellen für das J/ψ (z.B. [13]).

Gültigkeit Die Überlegungen zum Gültigkeitsbereich des Colour-Singlet-Modells (siehe Seite 33) sind natürlich weiterhin zu berücksichtigen. Trotzdem wird das Modell im folgenden auch als Fortsetzung in das Gebiet $z > 0.95$ verwendet, da die Wirkungsquerschnitte im Limes $z \to 1$ stabil bleiben. Dieses Vorgehen ist natürlich nicht streng zu rechfertigen, vielmehr ist es als Versuch gedacht, eine Beschreibung für den nichtperturbativen Bereich zu finden, die sich im Vergleich mit dem Experiment bewähren muß. Der Vorteil dieses Ansatzes liegt darin, daß mit dem gleichen Modell der inelastische Prozeß, wie auch die diffraktive Dissoziation des Protons beschrieben wird und damit kein *double counting* Problem auftritt. Die Idee ist also, zu hoffen, daß die Natur keine Sprünge macht, womit allerdings hadronische Resonanzen vernachlässigt werden. Davon ausgenommen ist natürlich der eigentliche elastische Prozeß, der als getrennte Komponente des Wirkungsquerschnittes hinzukommt.

Numerische Auswertung In Abbildung 2.9 ist der Einfluß der relativistischen Korrekturen zu sehen. Die Bedingungen entsprechen Abbildung 2.7. Der Verlauf von $\frac{d\sigma_{\gamma p}}{dz}$ (Abb. 2.9, unten) ist nun besser an den Anstieg des gemessenen Wirkungsquerschnittes im Bereich großer z angepaßt. Entsprechend kann der totale Wirkungsquerschnitt (Abb. 2.9, oben) im Gegensatz zum einfachen Colour-Singlet-Modell mit dem gleichen K-Faktor beschrieben werden. Insgesamt ergeben die relativistischen Korrekturen eine genauere und einheitlichere Beschreibung der experimentellen Daten und gestatten es, einen K-Faktor zu verwenden, der gerade der Größe der QCD-Korrekturen entspricht.

Der quasi-elastische Bereich $z > 0.95$ wird in Abschnitt 3.1.1 ausführlich behandelt.

2.3.2.4 Colour-Singlet-Modell in der Leptoproduktion

Nichtrelativistischer Ansatz Experimente wie z.B. EMC und NMC benutzen zur J/ψ-Produktion Myonstrahlen als Quelle virtueller Photonen. Die Idee, das Colour-Singlet-Modell auf die Leptoproduktion bzw. auf den Fall $q^2 \neq 0$ anzuwenden, liegt daher nahe. Das Thema ist in verschiedenen Arbeiten behandelt worden [14][15][16]. Hier wird zum Vergleich auf [16] zurückgegriffen. Die Matrixelemente werden, wenn man den Fall $q^2 \neq 0$ behandelt, unweigerlich länglich, da die Symmetrie bezüglich der drei einlaufenden Vektorteilchen verloren geht, die letztlich für das kompakte Ergebnis im Fall $q^2 = 0$ verantwortlich ist. Zudem ist das Photon nun nicht mehr auf seine transversalen Freiheitsgrade beschränkt. Entsprechend werden im weiteren die Wirkungsquerschnitte für transversale und longitudinale Photonen getrennt angegeben. In Anhang B finden sich dazu einige technische Einzelheiten. Die Berechnung der notwendigen Spuren wurde mit FORM [29] durchgeführt. Der Einsatz eines Algebraprogramms erwies sich insbesondere im Falle relativistischer Korrekturen, der im nächsten Abschnitt behandelt wird, als unverzichtbar. Zunächst seien aber die Ergebnisse für den Fall ohne relativistische Korrekturen angegeben (N wie in (2.49)).

$$
\begin{aligned}
|M_T| \quad = \quad & \frac{N}{(s-m_j^2)^2\,(m_j^2-t-q^2)^2\,(s+t-q^2)^2} \qquad (2.68)\\
& \Big[(s-q^2)^2\,(s-m_j^2)^2+t^2\,(m_j^2-t-q^2)^2+(u-q^2)^2\,(m_j^2-u)^2\\
& \quad +2q^2t\Big(-3s\,(u-q^2)-3q^2\,(s-m_j^2)-q^4+su\,\frac{q^2}{m_j^2}\\
& \qquad +2t^2\,\frac{(s-m_j^2)}{(s-q^2)}+\frac{2st^3}{(s-q^2)^2}\Big)\ \Big]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
|M_L| \quad = \quad & \frac{-q^2}{m_j^2}\,\frac{N}{(s-m_j^2)^2\,(m_j^2-t-q^2)^2\,(s+t-q^2)^2} \qquad (2.69)\\
& \Big[((s-q^2)\,(s-m_j^2)+st)^2+t^2\,m_j^4\\
& \quad -4m_j^2\,\frac{t^3}{(s-q^2)^2}\,((s-q^2)\,(s-m_j^2)+st)\Big]
\end{aligned}
$$

Verwendet man p_T^2 und z anstelle der Mandelstam-Variablen, so erhält man das Ergebnis aus [16]. Im Limes $q^2 \to 0$ geht der transversale Anteil in (2.48) über, und der longitudinale Anteil verschwindet, wie es aufgrund der Eichinvarianz zu erwarten ist. Aus (2.68) ergeben sich dann σ_T und σ_L[12]. Die numerische Auswertung dieser Ausdrücke findet sich im nächsten Abschnitt.

Relativistische Korrekturen Die q^2-Abhängigkeit ist unter anderem eine Möglichkeit, zwischen den verschiedenen Modellen für die elastische Erzeugung von J/ψ's zu unterscheiden. Der in 2.3.2.3 vorgestellte Ansatz soll deshalb — und weil in Kürze[13] die ersten Daten zur J/ψ-Produktion bei höherem q^2 von H1 vorliegen dürften — hier auf den Bereich $q^2 \neq 0$ ausgedehnt werden. Da, wie zuvor schon erwähnt, die exakten Ergebnisse umfangreich sind, wenn man die q^2-abhängigen Terme mitnimmt und die Länge der Ausdrücke, wenn man die relativistischen Korrekturen berücksichtig, noch um ein Vielfaches anwachsen, werden die exakten Ergebnisse nur im Anhang aufgeführt. Eine Entwicklung z.B. in s ist auch nur begrenzt sinnvoll. Einerseits korrespondiert der Bereich großer s mit dem Bereich kleiner x und ist deshalb durch das Anwachsen der Gluondichte begünstigt, wenn es um die γp-Wirkungsquerschnitte geht, andererseits begünstigt das Matrixelement die Produktion von J/ψ's bei kleinen s-Werten nahe der Produktionschwelle.

[12] Die genaue Form ist eine Frage der Konvention — siehe Anhang B.

[13] Dies ist im Frühjahr 1995 geschrieben.

Erwähnt sei nur, daß die exakten Ergebnisse als Grenzfälle für $\frac{\varepsilon}{m_c} \to 0$ die Ausdrücke (2.68) und (2.69) enthalten und daß für $q^2 \to 0$ sich (2.61) ergibt. Damit ist natürlich auch das Ergebnis von E.L. Berger und D. Jones (2.48) für $\frac{\varepsilon}{m_c} \to 0$ und $q^2 \to 0$ eingeschlossen.

Numerische Auswertung In Abbildung 2.10 ist das Verhalten des Produktionsquerschnittes als Funktion von q^2 dargestellt. Als Vergleich dienen die Messungen von EMC [17]. Wie zuvor ist der kinematische Bereich, über den der Wirkungsquerschnitt integriert ist, dem Experiment angepaßt. Das Verhalten wird durch das Modell offensichtlich gut beschrieben. Man sieht auch, daß in dem für EMC relevanten Bereich von z und q^2 die relativistischen Korrekturen praktisch nur zu einem konstantem Faktor führen, der hier ca. 1.35 beträgt. In diesem Bereich wird die q^2-Abhängigkeit vom Nenner in (2.68) bzw. (2.69) dominiert. Dies gilt, solange

$$\frac{\varepsilon}{m_c}\frac{-q^2}{m_j^2} < 1 \tag{2.70}$$

erfüllt ist, also etwa für $-q^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$. Für größere $|q^2|$ gewinnen die q^2-abhängigen Terme der relativistischen Korrektur an Einfluß. Die genaue Abhängigkeit von q^2 und das Verhalten für $z > 0.95$ wird im Zusammenhang mit der elastischen Produktion in Abschnitt 3.1.1 besprochen.

Das Colour-Singlet-Modell ist also in der Lage, das q^2-Verhalten der inelastischen J/ψ-Produktion zu beschreiben.

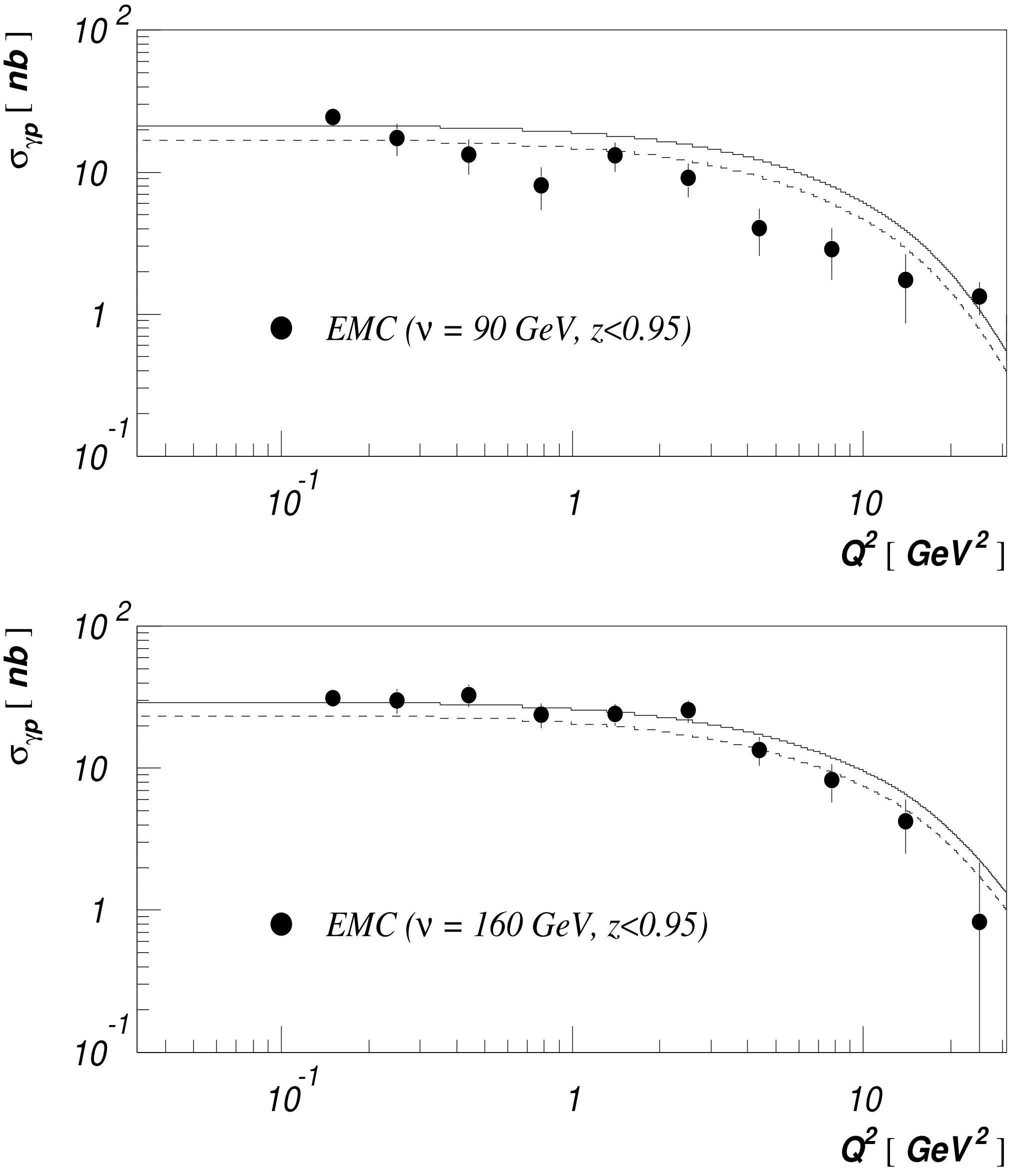


Abbildung 2.10: *Abhängigkeit des Wirkungsquerschnittes der inelastischen J/ψ-Produktion von q^2 im Bereich $z < 0.95$. Die gestrichelten Kurven beinhalten keine relativistischen Korrekturen. Für die durchgezogenen Kurven ist $\frac{\varepsilon}{m_c} = 0.16$. Die Datenpunkte stammen aus [17] und sind sowohl für einen mittleren Energieübertrag von $\nu = 90\,\mathrm{GeV}$ (oben) und als auch für $\nu = 160\,\mathrm{GeV}$ (unten) angegeben.*

III. Die Modelle – Teil B

Im diesem Kapitel sollen drei Modelle betrachtet werden, die die Entstehung von J/ψ's in der elastischen Streuung beschreiben. Die ersten beiden Modelle sind für die vorliegende Arbeit entwickelt worden, während es sich bei dem dritten um eine pQCD-Rechnung von M. Ryskin handelt, die als Vergleich zu den hier verwendeten phänomenolgisch begründeten Ansätzen dient.

3.1 Elastische J/ψ-Produktion

3.1.1 Ein Modell für die elastische J/ψ-Produktion

3.1.2 Das rein elastische Modell

Das Colour-Singlet-Modell kann als Ausgangspunkt für die Entwicklung eines Modells der elastischen J/ψ-Produktion dienen. Dieser Ansatz ist in [9] verfolgt worden. Die Grundidee dabei ist es, das Pomeron als gluonischen Zustand zu betrachten, der mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit in 2 Gluonen zerfällt (Abb. 3.1). In einem $3 \rightarrow 1$–Prozeß entsteht dann aus den Gluonen und dem Photon das J/ψ:

$$\gamma + 2g \rightarrow J/\psi. \tag{3.1}$$

Der hierbei zu berechnende harte Prozeß entspricht der Umkehrung des Zerfalls $J/\psi \rightarrow \gamma + 2g$ und besitzt das gleiche Matrixelement wie das Colour-Singlet-Modell. Um diesen Ansatz zu verfolgen, mußte ein sinnvolles Bild für das Pomeron entwickelt werden. Damit kann natürlich kein exakt theoretisch fundiertes Modell gemeint sein – über ein solches verfügen wir derzeit für ein nichtperturbatives Objekt wie das Pomeron nicht. Vielmehr ist eine heuristische Beschreibung gemeint, die durch Rückgriff auf experimentelle Daten eine angenäherte Beschreibung der physikalischen Wirklichkeit gestattet.

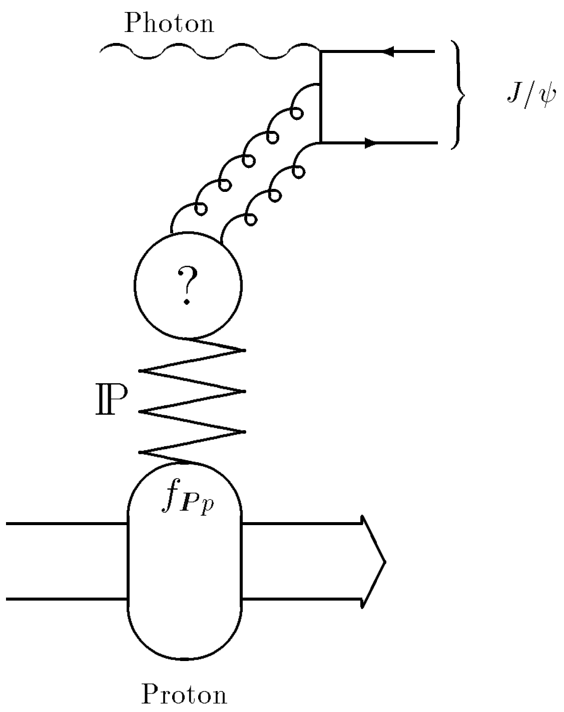


Abbildung 3.1: *Ein Modell für die elastische J/ψ-Produktion*

3.1.3 Ein einfaches Modell für das Pomeron

p-$I\!P$-p-Vertex Zunächst muß die Wahrscheinlichkeit angegeben werden, mit der ein Pomeron in einem Proton gefunden werden kann[1]. Für den p-$I\!P$-p-Vertex wird der Ansatz [25], wie ihn die Regge-Theorie nahelegt, verwendet.

$$f_{\boldsymbol{P}p}(t,r) = \frac{\beta^2_{\boldsymbol{P}p}(t)}{16\pi}\, r^{1-2\alpha_{\boldsymbol{P}p}(t)} \tag{3.2}$$

Dabei trägt das Pomeron den Impuls $I\!P = rp$, und es ist

$$\begin{aligned} \beta_{\boldsymbol{P}p}(t) &= \beta_{\boldsymbol{P}p}(0)\, e^{\frac{1}{2}R_N^2 t}, \\ \beta_{\boldsymbol{P}p}(0) &= 7.66\,\mathrm{GeV}^{-1}, \quad R_N^2 = 4.0\,\mathrm{GeV}^{-2} \\ \alpha_{\boldsymbol{P}p}(t) &= \alpha_{\boldsymbol{P}p}(0) + \alpha'_{\boldsymbol{P}p}\, t + \hat{\varepsilon}, \\ \alpha_{\boldsymbol{P}p}(0) &= 1, \qquad \alpha'_{\boldsymbol{P}p} = 0.25\,\mathrm{GeV}^{-2}, \\ \hat{\varepsilon} &= 0.0808. \end{aligned} \tag{3.3}$$

[1] Häufig spricht man davon, daß ein Pomeron vom Proton emittiert wird. Sinnvoller ist es sicherlich, das Pomeron als Bestandteil des Protons anzusehen.

Für die Pomerontrajektorie wurde abweichend von [25] ein $\hat{\varepsilon}$ eingeführt, um den beobachteten Anstieg der totalen Wirkungsquerschnitte mit der Energie zu beschreiben. Außerdem sind die aus der $p\bar{p}$-Streuung bestimmten Parameter aktuelleren Daten angepaßt [28].

g-$I\!P$-g-Vertex Das hier zu entwickelnde Bild soll für $t \approx 0$ gültig sein. Das Pomeron wird als gebundener Zustand von 2 Gluonen betrachtet[2] [9]

$$|I\!P\rangle = \int \frac{d^2\hat{p}_T d\hat{x}\phi(\hat{p}_T,\hat{x})}{16\pi^3\sqrt{\hat{x}(1-\hat{x})}} \frac{1}{\sqrt{8}} \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_c \Big[a^+_{c,\Uparrow}(p_1) a^+_{c,\Uparrow}(p_2)$$

$$+ a^+_{c,\Downarrow}(p_1) a^+_{c,\Downarrow}(p_2) + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(a^+_{c,\Uparrow}(p_1) a^+_{c,\Downarrow}(p_2) + a^+_{c,\Uparrow}(p_1) a^+_{c,\Downarrow}(p_2) \right) \Big] |0\rangle \tag{3.4}$$

Dabei sind die $a^+_{c,r}(p_i)$ etc. Erzeugungsoperatoren für ein Gluon mit Impuls p_i, Spin r und Farbe c. Für die Impulse werden *Light cone* Variablen in der Form

$$\begin{aligned} p_i &= (p_i^+, p_{i,T}) && \text{mit} \\ p_1^+ &= \hat{x} I\!P^+, && p_2^+ = (1-\hat{x}) I\!P^+ \\ p_{1,T} &= \hat{x} I\!P_T + p_T, && p_{1,T} = (1-\hat{x}) I\!P_T - p_T \end{aligned} \tag{3.5}$$

verwendet. Dabei ist $\hat{p}_T$ der relative Transversalimpuls der Gluonen und $\hat{x}$ der Anteil am Longitudinalimpuls des Pomerons. Dieser Ansatz beschreibt das Pomeron somit als Linearkombination der drei möglichen Spinzustände von zwei Gluonen.

Wenn die Wellenfunktion der Gluonen im Pomeron die Bedingung

$$\int \frac{d^2\hat{p}_T d\hat{x}}{16\pi^3} |\phi(\hat{p}_T,\hat{x})|^2 = 1 \tag{3.6}$$

erfüllt, dann ist der Pomeronzustand so normiert, daß

$$\langle I\!P || I\!P' \rangle = (2\pi)^3 \, 2 I\!P^+ \, \delta^3(I\!P - I\!P') \tag{3.7}$$

gilt.

Die Wellenfunktion $\phi(\hat{p}_T,\hat{x})$ ist natürlich nicht bekannt. Als möglicher, einfacher Ansatz wird hier ein Oszillatorpotential angenommen. Dann ist die Wellenfunktion im Impulsraum

$$\phi(\hat{p}_T,\hat{x}) = C_a \exp\left(-\frac{\hat{p}_T^2 a^2}{\hat{x}(1-\hat{x})}\right), \tag{3.8}$$

[2] Die Idee, das Pomeron als 2-Gluon-Zustand zu beschreiben, ist in verschiedenen Arbeiten verwendet worden (siehe Abschnitt 2.1).

und die Konstante $C_a = 8\pi\sqrt{3}$ folgt mit (3.6) aus der Normierung (3.7). Die einzige experimentell zu bestimmende Größe in diesem Ansatz ist der Parameter a. Geht man von $\hat{p}_T$ zur Fourier-konjugierten Variablen b_T über, so kann man den Erwartungswert $\langle b_T^2 \rangle$ als Pomeronradius $r_{\boldsymbol{P}}$ interpretieren. Eine solche Größe, die anschaulicherweise mit dem Wirkungsquerschnitt von Reaktionen, an denen ein Pomeron teilnimmt, in Verbindung gebracht werden kann, ist von G. Ingelman und K. Prytz in [26] verwendet worden. Der dort ermittelte Wert liegt zwischen $r_{\boldsymbol{P}} = 0.2...0.5\,\mathrm{GeV}^{-1}$ in Abhängigkeit von dem betrachteten Prozeß. Hier wird im weiteren ein mittlerer Wert von $r_{\boldsymbol{P}} = 0.3\,\mathrm{GeV}^{-1}$ verwendet, womit eine Unsicherheit in der absoluten Größe des Wirkungsquerschnittes verbunden ist.

Dieses Bild beschreibt natürlich ein reelles Pomeron mit positiver Masse. Dieses Bild wird dann auf den elastischen Prozeß übertragen im Sinne einer analytischen Fortsetzung in den Bereich $t < 0$.

Der Ansatz (3.8) führt dazu, daß die Wellenfunktion bei $\hat{p}_T = 0$ und $\hat{x} = \frac{1}{2}$ ein scharfes Maximum besitzt. Das entspricht dem Fall, daß das Pomeron in 2 kollineare Gluonen zerfällt, die jeweils den halben longitudinalen Impuls tragen. Der Einfacheit halber wird die Amplitude $A^{\gamma+2g\to J/\psi}$ als konstant angenommen und nur für diese Konfiguration entwickelt.

$$A^{\gamma+\boldsymbol{P}\to J/\psi} = \int \frac{d^2\hat{p}_T\, d\hat{x}\; \phi(\hat{p}_T,\hat{x})}{16\pi^3\sqrt{\hat{x}(1-\hat{x})}}\, A^{\gamma+2g\to J/\psi}(\hat{p}_T^2,\hat{x}) \tag{3.9}$$

$$\approx A^{\gamma+2g\to J/\psi}(0,\frac{1}{2}) \int \frac{d^2\hat{p}_T\, d\hat{x}\; \phi(\hat{p}_T,\hat{x})}{16\pi^3\sqrt{\hat{x}(1-\hat{x})}} \tag{3.10}$$

$$= A^{\gamma+2g\to J/\psi}(0,\frac{1}{2})\,\frac{3}{8r_{\boldsymbol{P}}} \tag{3.11}$$

Wirkungsquerschnitt Faßt man die obigen Überlegungen zusammen, so ergibt sich für den Wirkungsquerschnitt der elastischen J/ψ-Produktion

$$\frac{d\sigma_H^{\gamma p\to J/\psi}}{dt} = \int dr\, f_{\boldsymbol{P}p\to J/\psi}(r,t)\,\sigma_H^{\gamma\boldsymbol{P}\to J/\psi}, \tag{3.12}$$

$$\sigma_H^{\gamma\boldsymbol{P}\to J/\psi} = \frac{|M_H^{\gamma\boldsymbol{P}\to J/\psi}|^2}{4rp\cdot q}\,\frac{2\pi}{2p\cdot q}\,\delta(r-\frac{m_j^2-q^2}{s_{\gamma p}-q^2}), \tag{3.13}$$

$$|M_H^{\gamma\boldsymbol{P}\to J/\psi}|^2 = \frac{9}{64r_{\boldsymbol{P}}^2}\,|M_H^{gg\gamma\to J/\psi}|^2, \qquad H = L,T. \tag{3.14}$$

Die δ-Funktion stammt dabei aus dem Phasenraumfaktor für den $3\to 1$-Prozeß. Die Indizes T, L beziehen sich auf die Helizitäten des Photons; über die Spinzustände des J/ψ's wird summiert.

$\gamma + g + g \to J/\psi$-Matrixelement Das Matrixelement des $\gamma + 2g \to J/\psi$ Subprozesses ergibt sich aus dem Matrixelement des Colour-Singlet-Modells, also für den Prozeß $\gamma + g_1 \to J/\psi + g_2$ durch *crossing*, d.h. durch $g_2 \to -g_2$. Dabei ist

$$s = (q + g_1)^2, \quad t = (g_1 + g_2)^2, \quad u = (q + g_2)^2. \tag{3.15}$$

Benötigt wird hier speziell

$$|M_H^{2g\gamma \to J/\psi}| := 3 \cdot 8\, |M_H|^2\Big|_{r=r_0, \hat{x}=\frac{1}{2}, \hat{p}_T=0} \tag{3.16}$$

Der Faktor $3 \cdot 8$ tritt auf, da in $|M_H|^2$, so wie es in Anhang D gegeben ist, über die Zustände des einlaufenden Gluons gemittelt wird. Mit $g_1 = g_2 = \frac{1}{2} I\!\!P = \frac{1}{2} rp$, $r = r_0 := \frac{m_j^2 - q^2}{s_{\gamma p} - q^2}$ folgt dann ($m_p^2 \approx 0$) aus (3.15)

$$s = u \;=\; \frac{1}{2}(m_j^2 + q^2), \qquad t = 0, \tag{3.17}$$

so daß sich (D.1) auf die folgenden Ausdrücke reduziert.

$$\begin{aligned} |M_T^{2g\gamma \to J/\psi}|^2 &= \frac{48N}{(m_j^2 - q^2)^2} \left[1 - \frac{\varepsilon}{3m_c} \frac{11 m_j^6 - 3q^2(m_j^4 + 9m_j^2 q^2 - q^4)}{m_j^2 (m_j^2 - q^2)^2} \right] \\ &\underset{q^2 \to -\infty}{\longrightarrow} \frac{48N}{q^4} \left[1 - \frac{\varepsilon}{m_c} \frac{q^2}{m_j^2} \right] \end{aligned} \tag{3.18}$$

$$\begin{aligned} |M_L^{2g\gamma \to J/\psi}|^2 &= \frac{-q^2}{m_j^2} \frac{48N}{(m_j^2 - q^2)^2} \left[1 + \frac{\varepsilon}{3m_c} \frac{5q^4 + 26 m_j^2 q^2 - 15 m_j^4}{(m_j^2 - q^2)^2} \right] \\ &\underset{q^2 \to -\infty}{\longrightarrow} \frac{48N}{-q^2 m_j^2} \left[1 - \frac{\varepsilon}{m_c} \frac{5}{3} \right] \end{aligned} \tag{3.19}$$

N ist in (2.49) definiert. Außerdem gilt

$$|M_{LT}|^2 = |M_{TL}|^2 = 0, \tag{3.20}$$

wenn $|M_{AB}|^2$ das Matrixelement für ein Photon der Helizität A und ein J/ψ der Helizität B ist. Das Modell ist also helizitätserhaltend. Weiterhin wird hier sichtbar, daß die relativistischen Korrekturen entgegengesetzt zum inelastischen Fall zu einer Absenkung der Wirkungsquerschnitte in der Photoproduktion führen. Dies trägt auch, wie noch zu zeigen ist, zu einer konsistenteren Beschreibung der experimentellen Daten bei. Bemerkenswert ist auch der Vorzeichenwechsel der Korrektur bei größerem $|q^2|$. Während, wie gesagt, bei $q^2 = 0$ der Wirkungsquerschnitt für transversale Photonen gesenkt wird, ergibt sich für hohe $|q^2|$ eine Absenkung.

Das Resultat dieser Überlegungen lautet schließlich

$$\frac{d\sigma_H^{\gamma p\to J/\psi}}{dt} = \frac{2\pi f_{\boldsymbol{P}p\to J/\psi}(t,r_0)}{(s_{\gamma p}-q^2)(m_j^2-q^2)}\,\frac{9}{64 r_{\boldsymbol{P}}}\,|M_H^{\gamma \boldsymbol{P}}|^2, \tag{3.21}$$

und für $q^2 \to 0$ ergibt sich als Grenzfall das Ergebnis, das in [9] angegeben ist.

Gültigkeit Der elastische Fall entspricht $z = 1$. Da hier das gleiche Matrixelement benutzt wird wie im inelastischen Fall, muß geklärt werden, warum die auf Seite 33 aufgeführten Überlegungen von E.L. Berger und D. Jones hier nur eingeschränkt anzuwenden sind.

- Das Matrixelement $2g + \gamma \to J/\psi$ entspricht dem Zerfallsprozeß $J/\psi \to 2g + \gamma$. Der Zerfall kann aber erwiesenermaßen sinnvoll innerhalb der pQCD beschrieben werden [5] [6] [8].
- Die Überlegungen, wie weit eine perturbative Behandlung der Streuung am Proton sinnvoll ist, entfällt natürlich aufgrund von (3.2). Es wird hier ein explizit nichtperturbativer Ansatz verwendet.

q²-Abhängigkeit Wie im Vektor-Dominanz-Modell ist hier

$$\sigma_L^{\gamma p\to J/\psi} = \frac{-q^2}{m_J^2}\,\sigma_T^{\gamma p\to J/\psi}, \tag{3.22}$$

sofern $\frac{\varepsilon}{m_c} = 0$ ist. Kommen die relativistischen Korrekturen hinzu, so gilt dieser Zusammenhang nicht mehr exakt. Damit ändert sich auch das Verhalten für große $|q^2|$. Während ohne Korrekturen bei großen $|q^2|$ der longitudinale Anteil dominiert, ist in (3.18) gegenüber (3.19) der transversale Anteil nur um $\frac{\varepsilon}{m_c}$, nicht aber um $\frac{1}{|q^2|}$ unterdrückt. Da das Modell helizitätserhaltend ist, ändert sich damit auch die Polarisierung der erzeugten J/ψ's: Auch bei hohem $|q^2|$ werden nicht nur longitudinale J/ψ's produziert, und es ist

$$\lim_{q^2\to-\infty} \frac{\text{Anzahl trans. } J/\psi\text{'s}}{\text{Anzahl long. } J/\psi\text{'s}} = \frac{\varepsilon}{m_c}. \tag{3.23}$$

Vergleich mit dem Experiment In Abbildung 3.2 ist der Verlauf des γp-Wirkungsquerschnittes für die elastische J/ψ-Produktion bei $q^2 = 0$ zu sehen. Der Verlauf des Wirkungsquerschnittes mit s in dem zuvor entwickelten Modell entspricht zumindest für $q^2 = 0$ ähnlichen Ansätzen, die die Wechselwirkung ebenfalls durch Pomeronaustausch beschreiben (siehe Seite 18). Der Anstieg

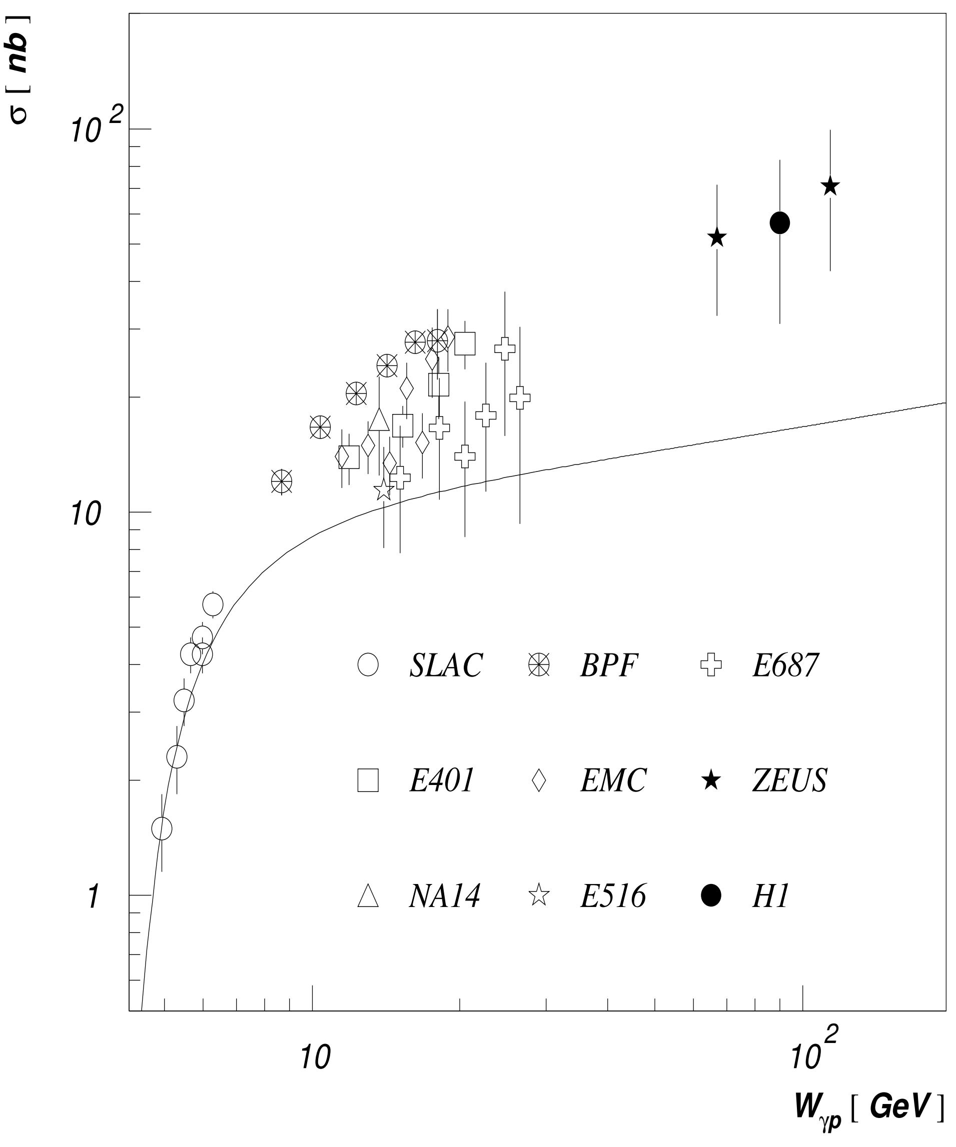


Abbildung 3.2: *Wirkungsquerschnitt für das elastische Modell bei $q^2 = 0$. Die Datenpunkte stammen aus: EMC [17], E687 [53], FTPS=E516 [20][52], H1 [30], IF=E401 [54], ZEUS [31], SLAC und BPF [52].*

im Bereich der Produktionsschwelle wird gut beschrieben, die absolute Größe des Wirkungsquerrschnittes bleibt aber bei mittleren Energien ($W_{\gamma p} \approx 15\,\mathrm{GeV}$) etwa einen Faktor 2 unterhalb der Messungen. Weiterhin ist der durch $\hat{\varepsilon}$ bestimmte Anstieg von $\sigma_{\gamma p}$ mit der Schwerpunktsenergie offensichtlich zu gering, um mit den Messungen, die von ZEUS [31] und H1 [30] bei HERA bisher gemacht wurden, im Einklang zu sein. Die Experimente registrieren ein erheblich stärkeres Ansteigen des Produktionquerschnittes als die auf Pomeronaustausch – womit hier zunächst einmal ein weiches, nichtperturbatives Pomeron gemeint ist – beruhenden Modelle.

Aus den Messungen der beiden HERA-Experimente läßt sich nur der Schluß ziehen, daß der Anteil, der durch ein weiches Pomeron beschrieben werden kann, nicht ausreicht, den Anstieg der Wirkungsquerschnitte für die J/ψ-Produktion zu begründen. An dieser Stelle ist es offensichtlich notwendig, neue physikalische Konzepte einzuführen, die über das traditionelle Regge- und Pomeronbild hinausgehen. Im weiteren werden dazu drei Ansätze verfolgt, die auf unterschiedliche Weise versuchen, das Verhalten der experimentellen Daten wiederzugeben.

- Abschnitt 3.1.4: Wenn sich die inelastische Produktion bei hohem z nicht sicher von der elastischen Produktion trennen läßt, enthalten die elastischen Daten einen inelastischen Untergrund, der den Anstieg der Wirkungsquerschnitte vortäuscht.
- Abschnitt 3.1.5: Eine Reihe hadronischer Daten finden eine Erklärung, wenn man einen q^2-abhängigen Pomeronintercept $\hat{\varepsilon}(q^2)$ einführt.
- Abschnitt 3.1.6: Ein Modell von M. Ryskin, das die elastische Leptoproduktion von J/ψ's in LLA beschreibt und den Wirkungsquerschnitt direkt mit der Gluondichte im Proton verbindet.

Zunächst soll hier der erste Punkt, also ein eher konservativer Ansatz verfolgt werden.

3.1.4 Das elastische Modell einschließlich eines inelastischen Anteils

Die experimentelle Separation der elastischen von den inelastisch erzeugten J/ψ's stößt schnell auf praktische Schwierigkeiten. Die verschiedenen Experimente verfolgen dabei unterschiedliche Ansätze. EMC und NMC benutzen die Variable z zur Unterscheidung zwischen elastisch und inelastisch, wobei alle Ereignisse mit $z > 0.95$ als elastisch gelten. In diesem Fall ist nicht ausgeschlossen, daß das Target dissoziiert. Andererseits versuchen zum Beispiel die

Fermilab-Experimente E516 (FTPS[3]) [20] und E401 [32], unabhängig von z zu bestimmen, ob Ereignisse elastisch oder inelastisch sind. In beiden Fällen wird ein *recoil spectrometer* benutzt, um das elastisch gestreute Proton nachzuweisen. Nun gibt allerdings z.B. E401 lediglich an, daß die Pulshöhe in den Szintillatoren des *recoil spectrometers* mit einem einzelnen Proton verträglich sein muß. Inwieweit dies die Masse des hadronischen Systems $M_x^2 > m_p^2$ beschränkt, bleibt dabei unklar. Zu erwarten wäre bei einer solchen Vorgehensweise ein niedrigerer Wirkungsquerschnitt als ihn die Myoproduktionsexperimente messen — sofern $z > 0.95$ eine wesentliche Verunreinigung mit inelastischen Ereignissen zuläßt. E401 mißt aber einen Wirkungsquerschnitt in der gleichen Größenordnung wie EMC. Das Gleiche gilt für E516, wo zudem noch für die inelastische Produktion ein erheblich geringerer Wirkungsquerschnitt als bei EMC[4] gefunden wurde, so daß E516 zu einem prozentual erheblich höheren elastischen Anteil gelangt. Die experimentellen Daten sind also uneinheitlich.

Hier soll deshalb die folgende Idee erwogen werden:

- Der gemessene Wirkungsquerschnitt für die elastische Produktion setzt sich aus einem rein elastischen Anteil und einem inelastischen Anteil für $z > 0.95$ zusammen.
- Der elastische Anteil wird mit dem in Abschnitt 3.1.3 entwickelten Modell beschrieben, der inelastische mit dem Colour-Singlet-Modell einschließlich relativistischer Korrekturen, wie es in Abschnitt 3.1.1 dargestellt ist.

Die folgenden Parameter müssen für diesen Ansatz experimentell bestimmt werden:

- Die Zerfallsbreite $\Gamma_{l\bar{l}}$ des J/ψ's
- Der Proton-Proton-Wirkungsquerschnitt, um die Parameter in (3.3) zu bestimmen, sowie weitere hadronische Wirkungsquerschnitte (siehe dazu [26]), die es gestatten, $r_{\boldsymbol{P}}$ abzuschätzen
- Der Wirkungsquerschnitt für die inelastische J/ψ-Produktion bei $z < 0.8$, um den K-Faktor zu bestimmen — oder alternativ die in Abschnitt 2.3.2.2 zitierten QCD-Korrekturen

Als Vorhersage folgt dann der Wirkungsquerschnitt für die Gesamtheit aller Ereignisse mit $z > 0.95$. Mit den in dieser Arbeit angegebenen Rechnungen kann dieser Ansatz dann auf den Bereich $q^2 \neq 0$ erweitert werden.

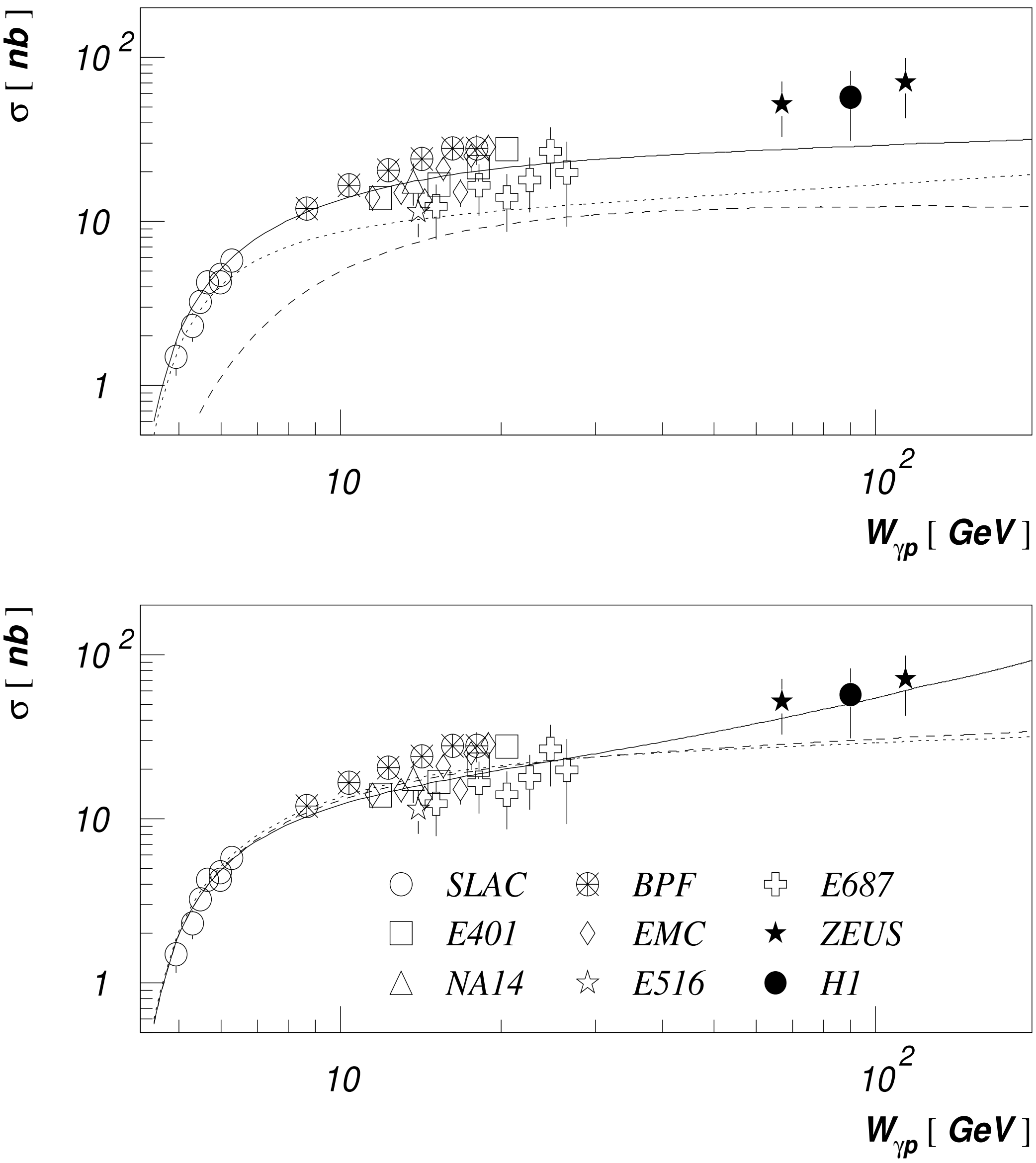


Abbildung 3.3: *Wirkungsquerschnitt für $z > 0.95$ bei $q^2 = 0$. Oben: elastischer Anteil (gepunktet), inelastischer Anteil für $xg(x) = 3(1-x)^5$ (gestrichelt) und die Summe beider Anteile (durchgezogen). Unten: Summe aus elastischem und inelastischem Anteil für $xg(x) = 3(1-x)^5$ (gepunktet), MRSD0 (gestrichelt) und MRSD– (durchgezogen =* **Modell 1***). Daten wie in Abb. 3.2*

Vergleich mit dem Experiment bei $\mathbf{q^2 = 0}$ In Abbildung 3.3 sind die Ergebnisse dargestellt, die sich ergeben, wenn man — wie beschrieben — den rein elastischen Anteil und einen inelastischen Anteil bei $z > 0.95$ addiert. Im oberen Diagramm sind der elastische und inelastische Anteil, sowie die Summe beider Anteile getrennt dargestellt. Es ergibt sich eine gute Beschreibung über einen Energiebereich, der von der Produktionsschwelle bei ca. 4 GeV bis zu den mittleren Energien, bei denen die Experimente vor HERA den Wirkungsquerschitt gemessen haben. Im Bereich um $W_{\gamma p} = 100\,\mathrm{GeV}$ ist allerdings immer noch keine Übereinstimmung von Experiment und Modell vorhanden. Dies ist erst im unteren Diagramm von Abbildung 3.3 der Fall. Hier ist der Verlauf des Wirkungsquerschnittes zu höheren Energien für verschiedene Formen der Gluondichte zu sehen. Die Parametrisierung MRSD– [33] ergibt einen Anstieg, der der Messung entspricht. Entscheidend ist hier das Verhalten der Gluondichte bei kleinem x. Da die Variable x gegeben ist durch

$$x = \frac{s}{s_{\gamma p}} \approx \frac{m_j^2 - q^2}{s_{\gamma p}} \quad \text{für } z \approx 1, \tag{3.24}$$

ist die Abhängigkeit von $W_{\gamma p}$ ein direktes Abbild der Abhängigkeit von x. MRSD– weist nun gerade ein Verhalten der Form $xg(x) \sim \frac{1}{\sqrt{x}}$ für kleine x auf, wie es das Lipatov-Pomeron nahelegt. Zum Vergleich ist der Verlauf des Wirkungsquerschnittes angegeben für eine konventionelle Parametrisierung (MRSD0), die praktisch identisch mit einem Verlauf gemäß $xg(x) = 3(1-x)^5$ ist.

Im weiteren wird die Kombination des elastischen Modells mit einem inelastischen Anteil bei $z > 0.95$ für den Fall der MRSD– Gluondichte als **Modell 1** bezeichnet.

$\mathbf{q^2}$-Abhängigkeit Als nächstes soll die q^2-Abhängigkeit des hier entwickelten Ansatzes untersucht werden. Die kinematischen Grenzen für t sind jetzt:

$$\begin{aligned} t_{\substack{min \\ max}} &= \frac{1}{4s_{\gamma p}}\Bigg([q^2 - m_j^2 + m_p^2]^2 - \Bigg[\sqrt{(s_{\gamma p} + q^2 - m_p^2)^2 - 4s_{\gamma p}\, q^2} \\ &\quad \pm\sqrt{(s_{\gamma p} + m_j^2 - m_p^2)^2 - 4s_{\gamma p}\, m_j^2}\Bigg]^2\Bigg). \end{aligned} \tag{3.25}$$

EMC [17] hat den Verlauf des Wirkungsquerschnittes als Funktion von q^2 bei verschiedenen Energien gemessen. Die entsprechenden Daten sind in Abbildung

[3] **F**ermilab **T**agged **P**hoton **S**pectrometer

[4] E516: $(6.6 \pm 1.3 \pm 1.8)$ nb; EMC: (20.6 ± 1.8) nb bei einem mittleren $E_\gamma \approx 100\,\mathrm{GeV}$

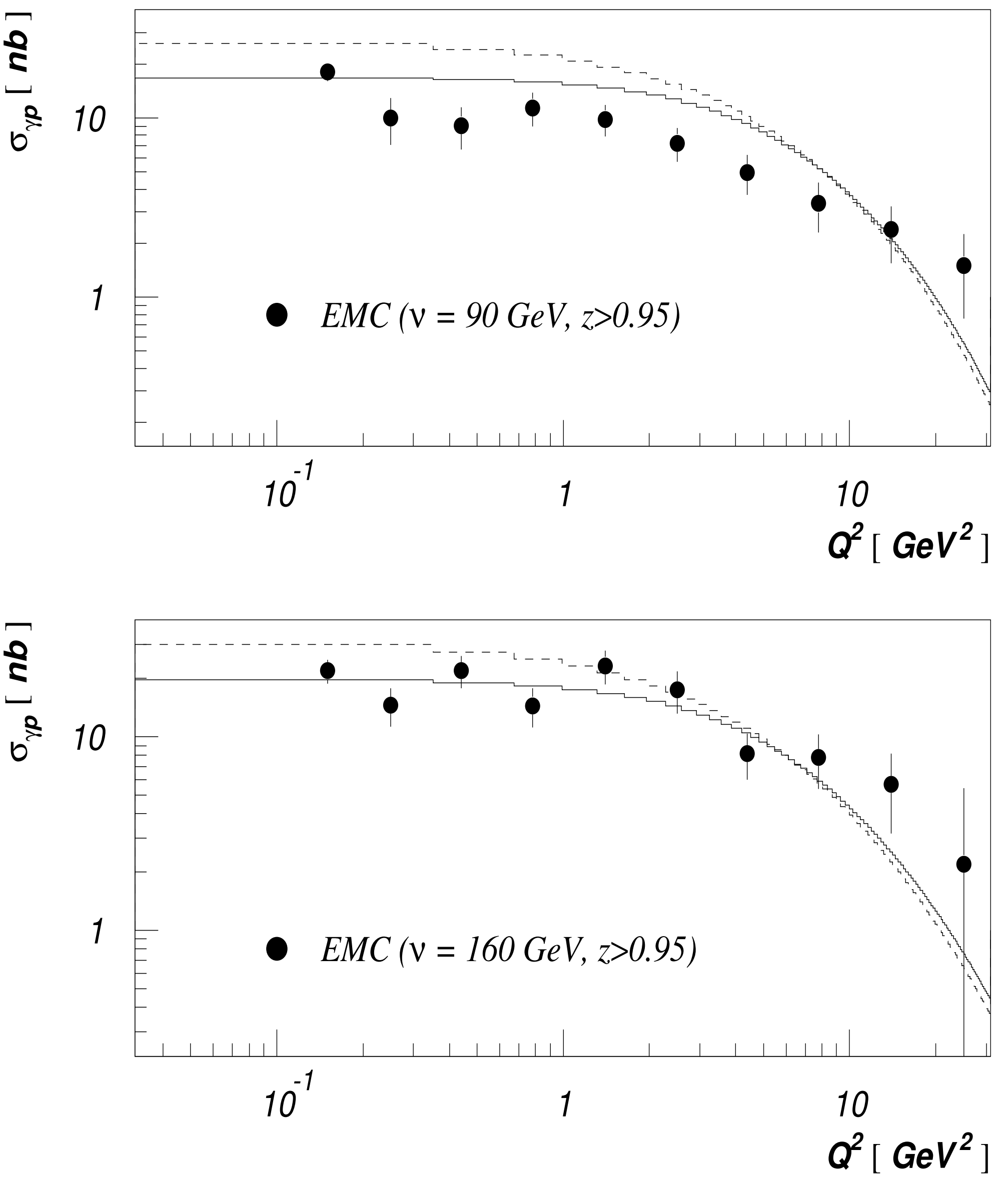


Abbildung 3.4: *Wirkungsquerschnitt für $z > 0.95$ als Funktion von Q^2. Die durchgezogene Kurve (=***Modell 1***) gibt den Verlauf einschließlich relativistischer Korrekturen wieder. Das Verhalten ohne Korrekturen ist gestrichelt eingetragen. Die Datenpunkte stammen aus [17].*

3.4 dargestellt. Dabei ist zu beachten, daß EMC $\sigma_{\gamma p}$ in Hand-Konvention [35] angibt, was einem Flußfaktor von $2q \cdot p + q^2$ entspricht, während hier der Flußfaktor in der Form $\sqrt{(q \cdot p)^2 - q^2 - p^2}$ verwendet wird. In den Abbildungen sind die EMC-Daten entsprechend korrigiert[5]. Man sieht deutlich, daß die relativistischen Korrekturen (durchgezogene Kurven) die Wirkungsquerschnitte im elastischen Fall absenken, was hier offensichtlich zu einer verbesserten Beschreibung der Daten führt. Insgesamt vermittelt Abbildung 3.4 den Eindruck, daß die gemessenen Werte für $\sigma_{\gamma p}$ langsamer abfallen, als es das Modell vorhersagt. Allerdings weisen die Daten eine Reihe von Sprüngen auf, die nur knapp innerhalb der Fehlerbalken liegen und sicherlich ohne physikalischen Hintergrund sind. Außerdem wächst der statistische Fehler mit q^2 an, so daß eine sichere Aussage über den Verlauf schwierig ist.

Auf die Bedingungen übertragen, die man bei HERA vorfindet, genauer gesagt, für ein mittleres $W_{\gamma p}$ von 100 GeV, erhält man eine Abhängigkeit des Wirkungsquerschnittes, wie sie in Abbildung 3.5 (oben) zu sehen ist. In diesem Fall ist nur die Parametrisierung MRSD− verwendet worden, da die Wirkungsquerschnitte im Fall MRSD0 die Daten nicht beschreiben. In Abbildung 3.5 (Mitte) ist die effektive q^2-Abhängigkeit dargestellt. Aufgetragen ist die Potenz n, mit der der Wirkungsquerschnitt bei gegebenem $Q^2 = -q^2$ abfällt.

$$\sigma_{\gamma p}(Q^2) \sim \frac{1}{Q^n}, \qquad n := -\frac{d\,\log(\sigma_{\gamma p}(Q^2))}{d\,\log(Q^2)} \tag{3.26}$$

In einem mittleren Q^2-Bereich von $m_j^2 < Q^2 \ll s_{\gamma p}$ erhält man also einen mittleren Abfall mit $\sim 1/Q^5$. Um das q^2-Verhalten des Modells auf eine Art zusammenzufassen, die leichter mit dem Experiment zu vergleichen ist, wenn die verfügbare Datenmenge klein ist, sei noch folgender Quotient definiert:

$$R_Q := \frac{\sigma_{\gamma p}(100\,\mathrm{GeV}^2 > Q^2 > 10\,\mathrm{GeV}^2)}{\sigma_{\gamma p}(Q^2 > Q^2_{min})} \approx \frac{\sigma_{\gamma p}(Q^2 > 10\,\mathrm{GeV}^2)}{\sigma_{\gamma p}(Q^2 < 10\,\mathrm{GeV}^2)}. \tag{3.27}$$

Man erhält dann $R_Q(W_{\gamma p} = 100\,\mathrm{GeV}) = 32\%$. Das untere Diagramm in Abbildung 3.5 zeigt den Verlauf in Abhängigkeit von $W_{\gamma p}$ bei $Q^2 = 20\,\mathrm{GeV}^2$. Zusätzlich ist gestrichelt das Verhalten bei $Q^2 = 0$ eingetragen. Der Wirkungsquerschnitt sinkt gegenüber $Q^2 = 0$ bei $W_{\gamma p} = 100\,\mathrm{GeV}$ auf 1/13 und damit auf 3.5 nb. Die Steigung wird davon nur unwesentlich beeinflußt. Beide Kurven verlaufen praktisch parallel.

Zusammenfassung zu Modell 1 Die zentrale Idee bei Modell 1 ist die Annahme, daß der größte Teil der bei HERA bzw. H1 und ZEUS als elastisch klassifizierten J/ψ-Ereignisse letztlich nicht wirklich elastisch ist. Diese Ereignisse

[5] Siehe auch Anhang B

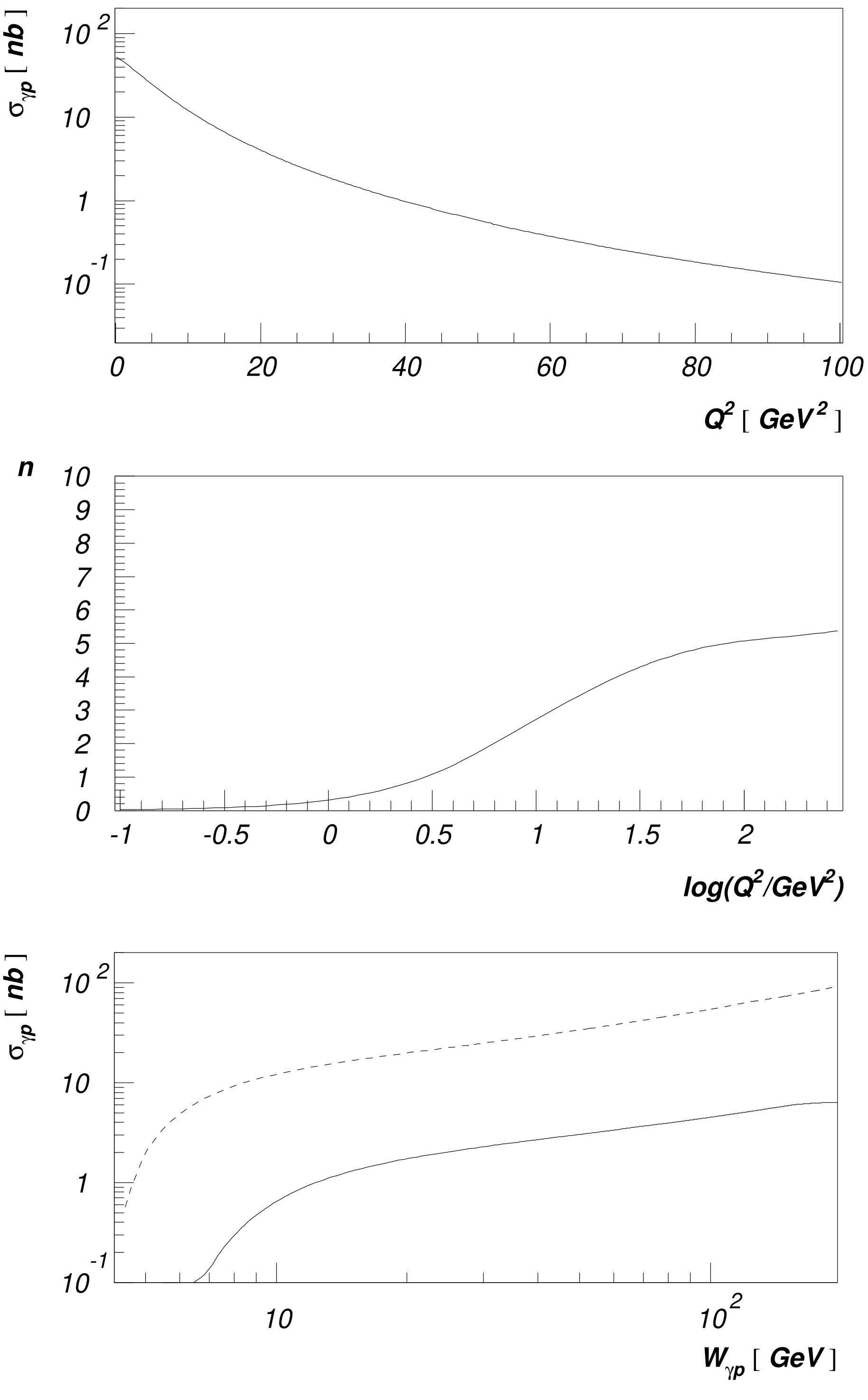


Abbildung 3.5: **Modell 1**: *Wirkungsquerschnitt für* $z > 0.95$ *als Funktion von* q^2 *bei* $W_{\gamma p} = 100\,\mathrm{GeV}$*(oben); Potenz der* $|q|$*-Abhängigkeit (Mitte); Wirkungsquerschnitt als Funktion von* $W_{\gamma p}$ *bei* $Q^2 = 20\,\mathrm{GeV}^2$*, gestrichelt ist der Verlauf bei* $Q^2 = 0$ *zu sehen (unten).*

zeichnen sich in diesem Modell lediglich durch ein so hohes z aus, daß die experimentelle Unterscheidung versagt. Mit dieser Annahme können die gemessenen Wirkungsquerschnitte als Summe eines elastischen und eines inelastischen Anteils mit $z > 0.95$ beschrieben werden. Damit man zu einer Übereinstimmung von Modell und Messung gelangt, ist es notwendig, für die Gluondichte, die bei der Berechnung des inelastischen Anteils auftritt, eine Parametrisierung zu wählen, die sich bei kleinem x wie $g(x) \sim x^{-0.5}$ verhält, wofür hier MRSD– verwendet wurde. Der Verlauf von $\sigma_{\gamma p}$ mit $W_{\gamma p}$ kann dann über den gesamten verfügbaren Energiebereich beschrieben werden (Abbildung 3.3). Im Vergleich mit EMC scheinen die Wirkungsquerschnitte zu schnell mit q^2 abzufallen, allerdings betrifft das einen Bereich, der mit größeren experimentellen Unsicherheiten behaftet ist (Abbildung 3.4). Im Bereich $Q^2 > 30\,\mathrm{GeV}^2$ ist der Abfall dann aber schwächer als in den anderen hier behandelten Modellen.

3.1.5 Q^2-abhängiger Pomeronintercept

Die Idee, neben dem konventionellen weichen Pomeron ein zusätzliches hartes Pomeron einzuführen, ist in zahlreichen Arbeiten verfolgt worden. Im Gegensatz dazu ist von M. Bertini et al. [55] ausgehend von einer Arbeit von A. Capella et al. [56] der Vorschlag gemacht worden, einen q^2-abhängigen Pomeronintercept einzuführen und so mit einem einheitlichen Ansatz das Verhalten der hadronischen Wirkungsquerschnitte in harten wie auch in weichen Prozessen zu beschreiben. In ihrer Argumentation beziehen die Autoren sich insbesondere auf das Verhalten der Protonstrukturfunktion W_2, wie es bei HERA gemessen wurde. Sie verwenden in ihrer Arbeit ein $\hat{\varepsilon}$ der Form ($\bar{Q}^2 = -q^2$)

$$\hat{\varepsilon}(\bar{Q}^2) = \frac{\lambda_{\boldsymbol{P}}}{\ln 2} \ln\left(1 + \frac{\bar{Q}^2}{\bar{Q}^2 + b^2}\right). \tag{3.28}$$

Mit einem Fit an HERA-Daten [57] ergibt sich für die Parameter in (3.28) $\lambda_{\boldsymbol{P}} = 0.256$ und $b^2 = 0.21\,\mathrm{GeV}^2$. Um dies auf die J/ψ-Produktion zu übertragen, setzt man naheliegenderweise anstelle der Virtualität des Photons

$$\bar{Q}^2 = m_j^2 - q^2 - t. \tag{3.29}$$

Verwendet man diesen Ansatz für das in 3.1.2 entwickelte elastische Modell, benutzt also (3.28) in (3.3) bzw. (3.21) für $\hat{\varepsilon}$, dann findet man einen Anstieg der Produktionsquerschnitte mit der Energie, der stärker ist, als es den experimentellen Daten entspricht. Der Wirkungsquerschnitt bei $q^2 = t = 0$ beträgt z.B. $\sigma_{\gamma p} = 142\,\mathrm{nb}$ bei $W_{\gamma p} = 100\,\mathrm{GeV}$ und es ist in diesem Fall $\hat{\varepsilon} = 0.24$. In (3.28) setzt b^2 die Skala, mit der die Virtualität des Photons gemessen wird.

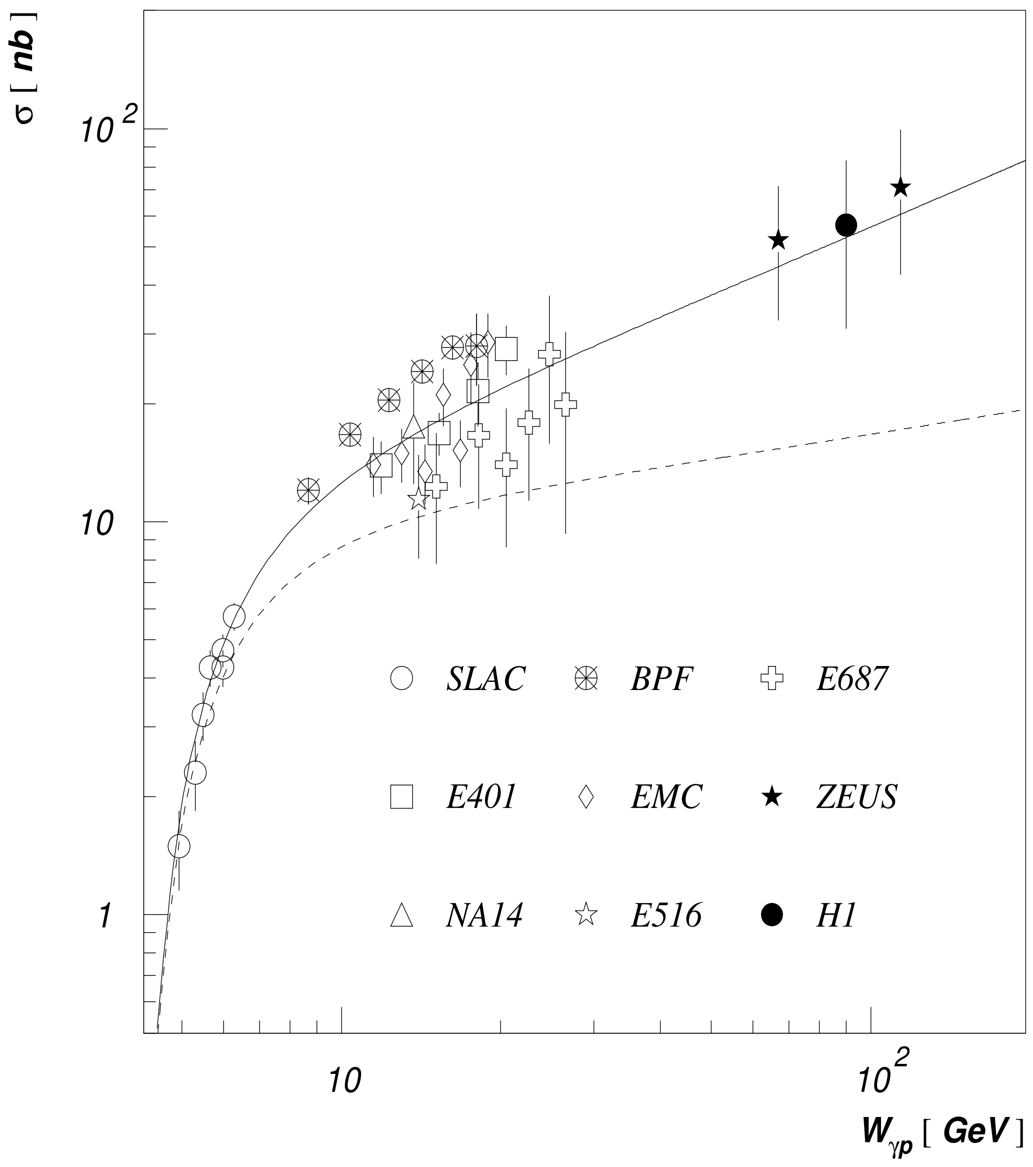


Abbildung 3.6: *Der elastische Wirkungsquerschnitt für den Fall $\hat{\varepsilon}(\bar{Q}^2)$ (durchgezogen =* **Modell 2***). Die gestrichelte Kurve entspricht dem elastischen Modell (Abschnitt 3.1.2) mit festem $\hat{\varepsilon}$. Daten wie in Abbildung 3.2.*

An dieser Stelle soll hier die Idee erwogen werden, daß in der J/ψ-Produktion m_j^2 die geeignete Skala darstellt, während die Protonstrukturfunktion W_1 und damit die daraus abgeleitete Größe b^2 durch leichte Quarks dominiert wird. Setzt man $b^2 = m_j^2$, so bleibt $\lambda_{\boldsymbol{P}}$ zu bestimmen. Im Limes $\bar{Q}^2 \to \infty$ sollte $\hat{\varepsilon} \to \hat{\varepsilon}_{hart}$ gelten. Dabei ist $1 + \hat{\varepsilon}_{hart}$ der Intercept des harten Pomerons. Die theoretischen Abschätzungen für $\hat{\varepsilon}_{hart}$ liegen zwischen ca. 0.3 und 0.5, und da $\lim_{\bar{Q}^2 \to \infty} \hat{\varepsilon}(\bar{Q}^2) = \lambda_{\boldsymbol{P}}$ gilt, ist dies auch der Wert, den $\lambda_{\boldsymbol{P}}$ annimmt. Man hat somit

$$\begin{aligned} \hat{\varepsilon}(\bar{Q}^2) &= \frac{\lambda_{\boldsymbol{P}}}{\ln 2} \ln\left(1 + \frac{\bar{Q}^2}{\bar{Q}^2 + m_j^2}\right), \\ \bar{Q}^2 &= m_j^2 - q^2 - t. \end{aligned} \tag{3.30}$$

Das sich so ergebende Modell wird damit im wesentlichen durch 2 Parameter bestimmt: den Pomeronradius $r_{\boldsymbol{P}}$ (wie in Abschnitt 3.1.2), der die absolute Normierung bestimmt, und $\lambda_{\boldsymbol{P}}$, das den Anstieg mit der Energie festlegt. Diese Größen lassen sich aus den vorhandenen Messungen des elastischen Wirkungsquerschnittes ableiten. Beschränkt man sich für die Anpassung auf die Daten von SLAC, E401 und E516, also auf Experimente, die das elastisch gestreute Proton nachweisen, bzw. nahe der Produktionsschwelle messen, so erhält man $r_{\boldsymbol{P}} = 0.309$ und $\lambda = 0.301$ bei $\chi^2 = 8.4$ und $(12 - 2)$ Freiheitsgraden. Das elastische Modell mit der hier (3.30) beschriebenen q^2-Abhängigkeit von $\hat{\varepsilon}$ und den so bestimmten Parametern wird im weiteren als **Modell 2** bezeichnet.

In Abbildung 3.6 ist das Ergebnis dargestellt. Zusätzlich ist das elastische Modell mit festem $\hat{\varepsilon} = 0.0808$ eingetragen (gestrichelt).

Es ergibt sich eine sehr gute Beschreibung der experimentellen Daten über den gesamten zugänglichen Energiebereich. Dies schließt auch die Messungen von H1 und ZEUS mit ein, die nicht für die Anpassung der Parameter benutzt wurden. Der gleiche Verlauf des totalen Wirkungsquerschnittes läßt sich natürlich auch erreichen, wenn man ein konstantes $\hat{\varepsilon} = 0.166$ ansetzt. Die Unterschiede zu einem konstanten $\hat{\varepsilon}$ treten erst im q^2-Verhalten in Erscheinung. Allerdings ist die q^2-Abhängigkeit sehr moderat, da $\ln\left(1 + \frac{\bar{Q}^2}{\bar{Q}^2 + m_j^2}\right) / \ln 2$ nur zwischen 0.5 und 1 variiert. Prinzipiell könnte an Stelle von (3.30) auch ein anderer, z.B. in $\bar{Q}^2$ linearer Ansatz wie in [56], benutzt werden. Da aber die vorliegenden Daten zur q^2-Abhängigkeit noch nicht genügend Anhaltspunkte für eine Unterscheidung zwischen diesen Ansätzen bieten, wird hier darauf verzichtet, dies im Detail zu untersuchen.

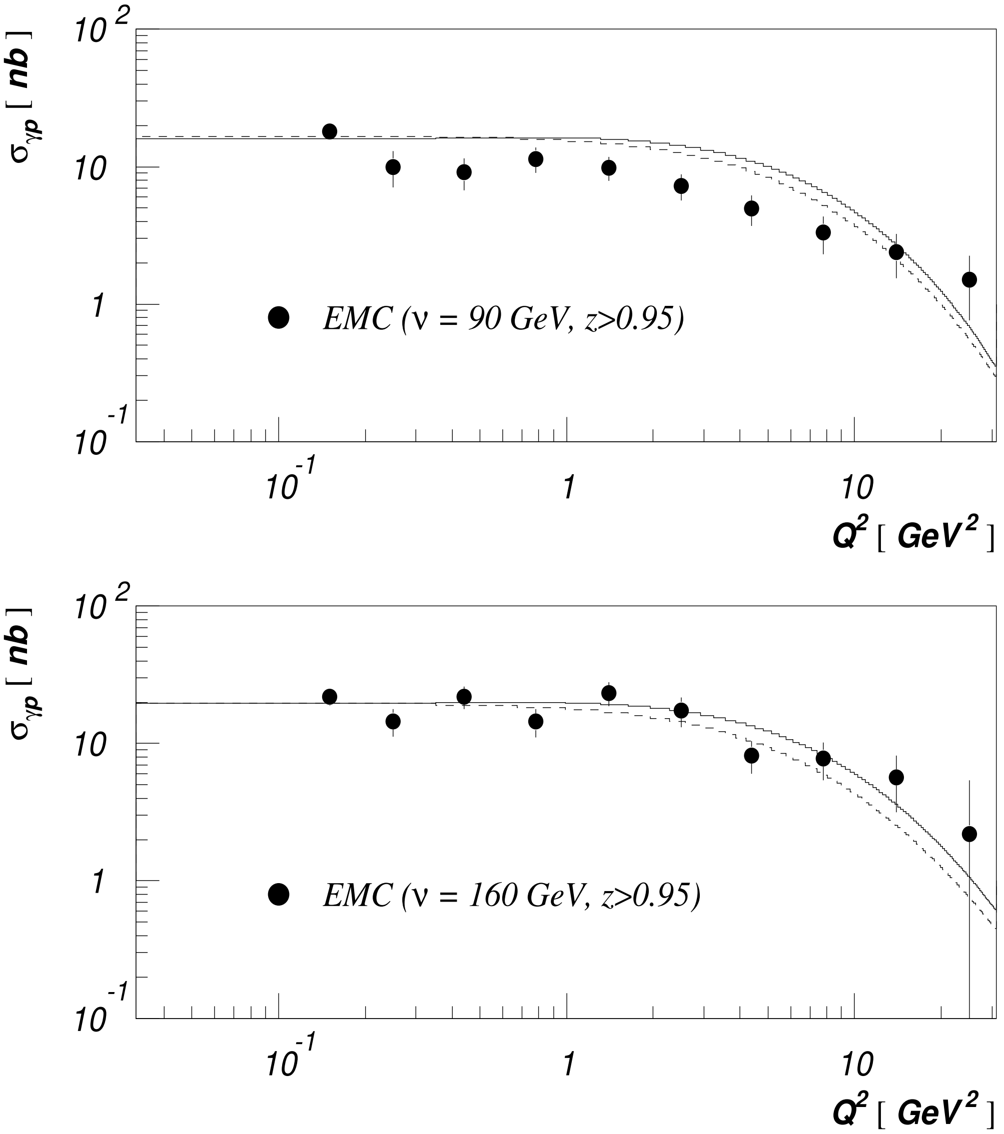


Abbildung 3.7: **Modell 2**: *Das elastische Modell für ein q^2-abhängiges $\hat{\varepsilon}$ im Vergleich mit EMC und (gestrichelt) Modell 1*

q^2-Abhängigkeit Die Modifikation des elastischen Modells verändert den Einfluß von q^2. Der Abfall der Wirkungsquerschnitte ist jetzt schwächer, da $s^{\hat{\varepsilon}(\bar{Q}^2)}$ mit steigendem $|q^2|$ anwächst. Das Verhalten von Modell 2 wurde in Abbildung 3.7 wieder mit den Daten von EMC verglichen. Zusätzlich ist (gestrichelt) das Modell 1, also das elastische Modell zusammen mit einem inelastischen Anteil bei $z > 0.95$, eingetragen. Die Unterschiede sind gering, wenn auch der etwas schwächere Abfall mit q^2 von Modell 2 den Daten (insbesondere bei $\nu = 160\,\mathrm{GeV}$) besser gerecht zu werden scheint. Insgesamt ergibt sich eine sinnvolle Beschreibung der EMC-Messungen.

In Abbildung 3.8 ist die Prognose dieses Ansatzes für $W_{\gamma p} = 100\,\mathrm{GeV}$ zu sehen, wobei wiederum Modell 1 als Vergleich dient. Bei mittlerem q^2 fällt der Wirkungsquerschnitt in Modell 2 langsamer ab als in Modell 1. Zu großem $|q^2|$ (größer $\log(Q^2) > 1.5$) kehrt sich dieses Verhalten um, das Verhältnis R_Q, wie es in (3.27) definiert ist, wird aber davon nicht mehr beeinflußt. Man erhält für $R_Q(W_{\gamma p} = 100\,\mathrm{GeV}) = 43\%$, also einen deutlich höheren Wert als in Modell 1.

Das Verhältnis des longitudinalen zum gesamten Wirkungsquerschnitt in der ep-Streuung ist

$$R_H = \frac{\epsilon\sigma_L}{\sigma_T + \epsilon\sigma_L} \tag{3.31}$$

mit ϵ wie in (B.24). In Abbildung 3.9 ist R_H für $W_{\gamma p} = 100\,\mathrm{GeV}$ dargestellt. In Modell 1 (gestrichelt), das bei dieser Energie durch den inelastischen Anteil dominiert wird, überwiegt der longitudinale Anteil für großes $|q^2|$. Entsprechend gilt

$$\lim_{|q^2|\to\infty} R_H = 1. \tag{3.32}$$

Dagegen ist in Modell 2 nach (3.23)

$$\lim_{|q^2|\to\infty} R_H = 1/(1 + \frac{\varepsilon}{m_c}) \approx 0.86. \tag{3.33}$$

Zusammenfassung Modell 2 Modell 2 benutzt ebenfalls das Matrixelement des Colour-Singlet-Modells. Hinzu kommt eine Modifikation des Pomeronintercepts. Die hier entwickelte q^2-abhängige Form (3.30) gestattet eine Vorhersage der bei HERA gemessenen totalen Wirkungsquerschnitte für die elastische J/ψ-Produktion. Das Modell hängt im wesentlichen von 2 Parametern ab, die an die experimentellen Daten angepaßt sind, die vor HERA bei kleineren Schwerpunktsenergien ermittelt wurden. Damit kann dann der gesamte zugängliche Bereich in $W_{\gamma p}$ beschrieben werden, also auch die Messungen von H1 und ZEUS (Abbildung 3.6), und die q^2-Abhängigkeit bei mittleren Energien ist mit den

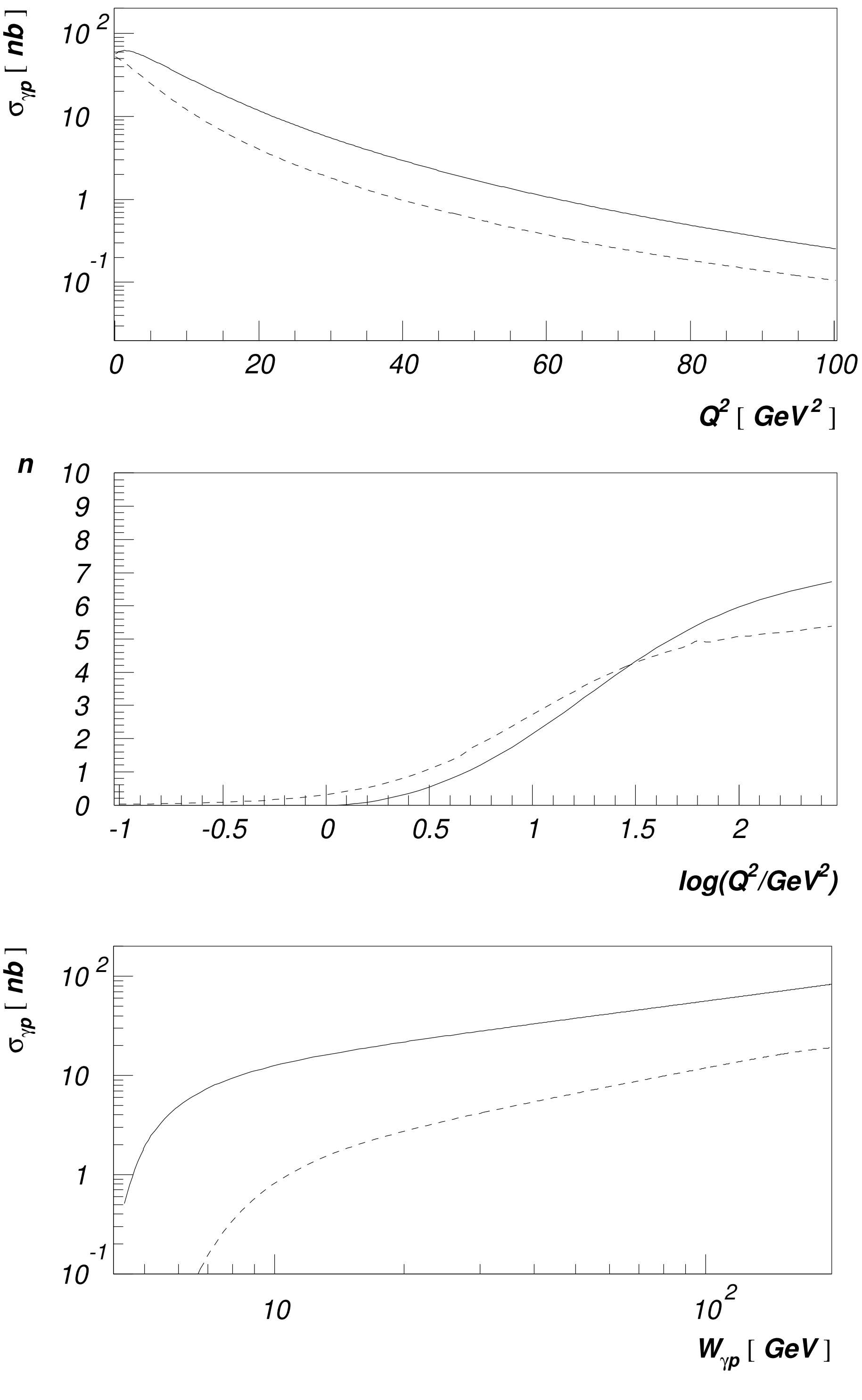


Abbildung 3.8: **Modell 2**: *Der Wirkungsquerschnitt für ein q^2-abhängiges $\hat{\varepsilon}$ als Funktion von Q^2 bei $W_{\gamma p} = 100\,\mathrm{GeV}$ (oben), Potenz der $|q|$-Abhängigkeit (Mitte). In den beiden oberen Diagrammen ist zum Vergleich gestrichelt Modell 1 eingetragen. Unten: Wirkungsquerschnitt als Funktion von $W_{\gamma p}$ bei $Q^2 = 20\,\mathrm{GeV}^2$. Hier ist zum Vergleich gestrichelt der Verlauf bei $Q^2 = 0$ zu sehen (unten).*

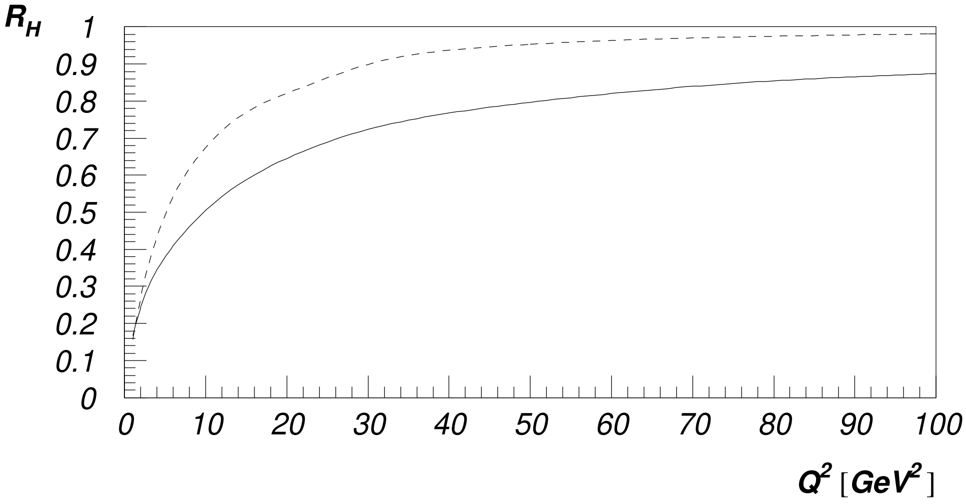


Abbildung 3.9: *Das Verhältnis des longitudinalen zum gesamten elastischen Wirkungsquerschnitt bei $W_{\gamma p} = 100\,\mathrm{GeV}$- Modell 1: duchgezogen, Modell 2: gestrichelt.*

EMC-Daten im Einklang (Abbildung 3.7). Eine auffällige Eigenschaft des Modells ist das Verhalten des Wirkungsquerschnittes für transversale Photonen. Für $Q^2 \to \infty$ dominiert nicht, wie z.B. im VMD-Modell, der longitudinale Anteil, sondern es stellt sich ein konstantes Verhältnis von σ_T zu σ_L ein, das durch die Größe der relativistischen Korrekturen gegeben ist (3.33).

3.1.6 Elastische Leptoproduktion in LLA

Einen grundsätzlich anderen Ansatz, die elastische J/ψ-Produktion zu beschreiben, ist von M.G.Ryskin [39] entwickelt worden. Hierbei wird das ausgetauschte, farblose Objekt, das die Streuung vermittelt, durch eine Gluonleiter beschrieben (Abb. 3.10). Da es in [39] einige Uneindeutigkeiten gibt, wird die zugrundeliegende LLA[6]-Rechnung im Anhang E skizziert. Dabei folgt die Argumentation und der Rechengang nicht in allen Details [39].

Der Wirkungsquerschnitt, der sich daraus ergibt, lautet

$$\frac{d\sigma_T}{dt} = \frac{N\pi}{128}\left[\frac{2\bar{q}^2 + q_T^2}{(2\bar{q}^2)^3} F_N^{2G}(t)\bar{x}G(\bar{x},\bar{q}^2)\right]^2, \tag{3.34}$$

$$\frac{d\sigma_L}{dt} = \frac{-q^2}{m_j^2}\frac{d\sigma_T}{dt}, \tag{3.35}$$

[6] *leading logarithmic approximation*

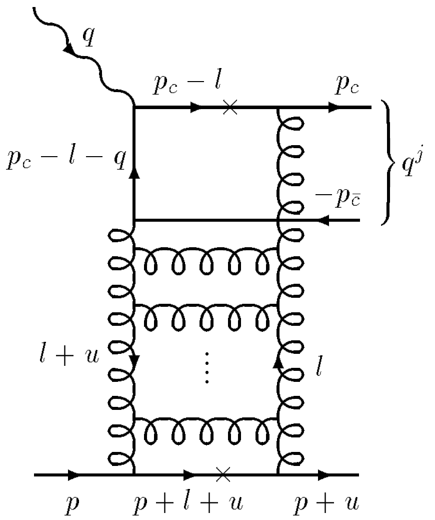


Abbildung 3.10: *Ein Beispiel für die Diagramme zur elastischen J/ψ-Produktion in LLA. Weitere Erläuterungen dazu finden sich im Anhang E.*

wobei wieder N gemäß (2.49) Verwendung findet. $G(\bar{x}, \bar{q}^2)$ ist wieder die Gluondichte des Protons und man hat (siehe Anhang E)

$$\bar{q}^2 = \frac{1}{4}(m_j^2 - q^2 - q_T^2), \qquad \bar{x} = \frac{4\bar{q}^2}{2p \cdot q}, \tag{3.36}$$

$$q_T^2 = (q - q^j)^2 = t. \tag{3.37}$$

Für den unbekannten Formfaktor $F_N^{2G}(t)$ wird im weiteren als Näherung der Dirac-Formfaktor verwendet:

$$F_N^{2G}(t) \approx F_p(t) = \frac{4m_p^2 - 2.79t}{(4m_p^2 - t)(1 - t/0.71)^2}. \tag{3.38}$$

S.J. Brodsky et al. [43] gelangen mit einem etwas anderen Ansatz zu einem Ergebnis für die longitudinale Polarisation, das im Limes $|q^2| \to \infty$ bis auf einen Faktor 1/4 mit (3.35) identisch ist. In diesem Limes, der nötig ist, da in [43] das Ergebnis nur für große $|q^2|$ abgeleitet wird, hat man also $\sigma_L^{Rys.} = 4\sigma_L^{Brod.}$. Die Diskrepanz ist derzeit noch nicht geklärt, und die vorliegende Arbeit kann zur Lösung dieses Problems nur insofern beitragen, als die Rechnung von M. Ryskin hier noch einmal im Detail überprüft wurde.

Die Matrixelemente M_{LT} und M_{TL} für die Erzeugung von longitudinalen J/ψ's durch transversale Photonen und umgekehrt verschwinden[7]. Das Modell ist also helizitätserhaltend. Da das Pomeron als Gluonleiter betrachtet wird, ist das

[7] Dies steht im Gegensatz zu den Ausführungen in [39], die auf einer ungenauen Näherung beruhen.

Ergebnis proportional zum Quadrat der Gluondichte im Proton. Die quadratische Abhängigkeit ergibt sich, weil die Gluonleiter schon in der Amplitude auftritt und nicht erst im Betragsquadrat des Matrixelementes, wie es in der tiefinelastischen Streuung der Fall ist. Diese Eigenschaft bedingt, daß der Wirkungsquerschnitt stark vom Verhalten der Gluondichte abhängt.

Photoproduktion Das Ergebnis (3.34) (3.35) ist zunächst für die Leptoproduktion hergeleitet. Der Ansatz, die führenden Logarithmen in $\log \bar{q}^2$ zu betrachten, setzt voraus, daß $\bar{q}^2$ groß ist. In (3.34) (3.35) äußert sich das in der Skala $\bar{q}^2$, die für die Gluondichte zu wählen ist. Da $4\bar{q}^2 = m_j^2 - q^2 - t$ gilt (E.3), ist man aber auch bei $q^2 = 0$ noch nicht „jenseits von Gut und Böse". Benötigt wird für die Photoproduktion somit $\bar{x}G(\bar{x}, \bar{q}^2)$ bei $\bar{q}^2 \approx 2.4\,\mathrm{GeV}^2$. Allerdings verlangen die gängigen Pararmetrisierungen [44] meistens ein q^2 von mindestens $4\,\mathrm{GeV}^2$. Eine Ausnahme bilden die GRV-Strukturfunktionen [24]. Weiterhin ist $\bar{x} = \frac{\bar{q}^2}{2\,p\cdot q}$ (E.3), und man erhält bei $W_{\gamma p} = 13.5\,\mathrm{GeV}$ ein $\bar{x}$ von etwa 0.01, und bei $W_{\gamma p} = 100\,\mathrm{GeV}$ ist $\bar{x} \approx 10^{-4}$, so daß man gegebenenfalls Sättigungseffekte der Gluondichte in Betracht ziehen muß. Letztlich benötigt man die Gluondichte in einem Bereich, in dem praktisch keine experimentelle Daten vorliegen, und man ist auf eine Reihe theoretischer Spekulationen angewiesen. Hier sollen drei Ansätze, das Problem zu behandeln, verglichen werden.

GRV Die Partondichten von M. Glück, E. Reya und A. Vogt [24] zeichnen sich dadurch aus, daß die Q^2-Entwicklung bei sehr kleinen Werten (ca. $0.25\,\mathrm{GeV}^2$) beginnt und damit auch der Bereich um $2.5\,\mathrm{GeV}^2$ zur Verfügung steht. Die auf dieser Idee beruhenden Gluondichten sind als Teil der PDFLIB [44] verfügbar und werden im folgenden zum Vergleich benutzt (Abbildung 3.11). Dabei werden sowohl GRVLO (*leading order*) als auch GRVHO (*higher order*) benutzt, ohne daß hier diskutiert werden soll, inwieweit es sinnvoll ist, das in führender Ordnung abgeleitete Ergebnis (3.34) mit einer Gluondichte zu kombinieren, die im Falle der GRVHO auf einer Rechnung in höherer Ordnung beruht. Man kann aber vermuten, daß die Struktur von (3.34) auch in höherer Ordnung erhalten bleibt, insbesondere, was die Abhängigkeit vom Quadrat der Gluondichte betrifft.

GLR Von M.G.Ryskin existiert eine semiklassische Lösung zur GLR-Gleichung, die als Näherung für $\bar{x}G(\bar{x}, \bar{q}^2)$ verwendet werden kann. Dies ist Gegenstand des nächsten Abschnittes.

ZEUS Eine F_2-Messung bei $Q^2 = 7\,\mathrm{GeV}^2$ ist von ZEUS benutzt worden, um die Gluondichte bei kleinem x in LO zu bestimmen [49]. Das Ergebnis dieser

Analyse ist in Abbildung 3.12 für $Q^2 = 20\,\mathrm{GeV}^2$ zu sehen. Interessanterweise ist diese Messung auch sehr gut mit der in Abschnitt 3.1.4 verwendeten MRSD– Parametrisierung verträglich. Die so bestimmte Gluondichte kann man nun konventionell (GLAP) zu dem kleineren $Q^2 = 2.4\,\mathrm{GeV}^2$ entwickeln. Dies ist von der ZEUS-Kollaboration durchgeführt worden [31] als Versuch, ihre Messung der elastischen J/ψ-Produktion zu interpretieren. Ein solcher Ansatz setzt natürlich die Gültigkeit der GLAP-Entwicklung im Bereich kleiner x und Q^2 voraus, was keineswegs der Fall sein muß. Die experimentellen und theoretischen Unsicherheiten bei der Ableitung der Gluondichte aus den Daten bedingen, daß in [49] lediglich eine obere und untere Grenze für $xG(x, Q^2)$ angegeben ist. Die in einem Fit, der auch NMC-Daten berücksichtigt, ermittelte Parametrisierung hat die Form

$$xG(x, 7\,\mathrm{GeV}^2) = A_g x^{\delta_g}(1-x)^{\eta_g} \tag{3.39}$$

$$\text{mit min.} \quad A_g = 1.11, \quad \delta_g = -0.25, \quad \eta_g = 6.44, \tag{3.40}$$

$$\text{max.} \quad A_g = 1.08, \quad \delta_g = -0.39, \quad \eta_g = 4.81 \tag{3.41}$$

Dies führt zu einer Unsicherheit in der Vorhersage des Wirkungsquerschnittes, die etwa einem Faktor 15 bei $W_{\gamma p} \approx 100\,\mathrm{GeV}$ entspricht.

Semiklassische Lösung Der theoretische Status der GLR-Gleichung (2.38) ist umstritten. Die genaue Form des nichtlinearen Terms und die Größe der absorptiven Korrekturen ist in der Diskussion. In [48] ist gezeigt worden, daß die 1. Korrekturen aufgrund der Absorption um 60 bis 80 % größer ist, als es der GLR-Gleichung entspricht. Trotzdem soll dieser Ansatz hier verwendet werden, da so immerhin eine Abschätzung des Verhaltens des Wirkungsquerschnittes der elastischen J/ψ-Produktion in diesem Modell möglich ist.

Die semiklassische Lösung zur GLR ist in [50] entwickelt worden und in [51] zur Vorhersage der Gluondichte bei kleinem x benutzt worden. Für $xG(x, Q^2)$ erhält man folgende Form:

$$xG(x, Q^2) = xG(x, Q^2)\Big|_{x=x_0(Q^2)} \left[(1 - \frac{1}{\sqrt{r}})\left[\frac{x}{x_0(Q^2)}\right]^{\frac{1}{2}\omega} + \frac{1}{\sqrt{r}}\right]^{-2} \tag{3.42}$$

$$\text{mit} \quad r = k_0 \ln(\frac{Q^2}{\Lambda}), \quad \omega = 3\chi(k_0)\frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} = \chi(k_0)\frac{12}{\beta_0 \ln(\frac{Q^2}{\Lambda})}, \tag{3.43}$$

$$\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}n_F, \quad k_0 = 0.63, \quad \chi(k_0) = 3.077. \tag{3.44}$$

Diese Lösung ist gültig für ein $x < x_c(Q^2)$. Dabei definiert $x_c(Q^2)$ eine kritische Linie, unterhalb der Sättigungseffekte dominieren. Typisch für den Sättigungsbereich ist, daß die Gluondichte hier proportional zu Q^2 ist. Man hat dann entlang der kritischen Linie [45]

$$xG(x, Q^2)\Big|_{x=x_0(Q^2)} = a\,Q^2. \tag{3.45}$$

Das kritische x_c ist durch

$$x_c = x_0 \exp\left[-\frac{1}{12.7}\ln^2\left(\frac{Q^2 - Q_0^2}{\lambda^2}\right)\right] \tag{3.46}$$

gegeben. Dabei ist [51][46] $Q_0 = 2\,\mathrm{GeV}^2$, $\lambda = 52\,\mathrm{MeV}$ und $x_0 = \frac{1}{3}$. Der Ursprung dieser phänomenologisch bestimmten Konstanten soll hier nicht weiter verfolgt werden. Details dazu finden sich in [46]. Es sei nur erwähnt, daß der Wert $x_0 = \frac{1}{3}$ einem *hot spot* Szenario entspricht. In diesem Fall sind die Gluonen im Proton nicht gleichverteilt, sondern in Bereichen konzentriert, deren typischer Radius $r \approx 0.2\,r_N$ (Protonradius) ist. Weiterhin ist nach [51] nicht notwendigerweise $\lambda = \Lambda_{QCD}$ sichergestellt. Hier wird $\lambda = 52\,\mathrm{MeV}$ verwendet, was schlicht darin begründet ist, daß dann die Wirkungsquerschnitte mit den Messungen übereinstimmen. Für $\lambda = 200\,\mathrm{MeV}$ ergibt sich bei $W_{\gamma p} = 100\,\mathrm{GeV}$ ein Wirkungsquerschnitt, der etwa um einen Faktor 5 größer ist. Von einer Vorhersage kann hier also nur begrenzt die Rede sein, vielmehr werden die verfügbaren Parameter (λ, x_0) so gewählt, daß die Abhängigkeit der gemessenen Wirkungsquerschnitte von $W_{\gamma p}$ beschrieben wird.

In [51] wird nun eine Gluondichte der Form

$$\begin{aligned} xG(x) \quad &= \quad A(1-x)^3 \frac{1}{x^{\omega_0}} \\ \text{mit (2.34)} \qquad & \omega_0 = \frac{3\alpha_s(Q^2)}{\pi} 4 \ln 2 \end{aligned} \tag{3.47}$$

für $q_s = 4\,\mathrm{GeV}^2$ angenommen, eine Form also, wie sie die BFKL-Gleichung nahelegt. Davon ausgehend wird für $x > x_c$ eine gewöhnliche Q^2-Entwicklung durchgeführt, die der GLAP-Gleichung folgt, mit der zusätzlichen Randbedingung (3.45). Für $x < x_c$ wird die semiklassische Lösung (3.42) benutzt. Die Normierung folgt aus $\int xG(x, q_s^2) = 0.44$.

Verwendet man dieses Verfahren für $Q^2 = 2.4\,\mathrm{GeV}^2$, so ist $x_c = 0.047$, was einem $W_{\gamma p} = 14.3\,\mathrm{GeV}$ entspricht. Damit bestimmt die semiklassische Lösung den Verlauf des Wirkungsquerschnittes schon bei mittleren Energien. Wenn man andererseits eine gleichverteilte Gluondichte im Proton annimmt, was nach [51] einem $x_0 = 0.0035$ entspricht, dann ist $x_c = 0.00049$ und $W_{\gamma p} = 140\,\mathrm{GeV}$. In diesem Fall ist auch bei Energien, die typischerweise bei HERA erreichbar sind, nicht mit Sättigungseffekten der Gluondichte zu rechnen. Die Lage der kritischen Punkte für diese beiden Fälle ist in Abbildung 3.11 eingetragen (strichpunktierte Linien). Links dieser Linien gilt dann die gewöhnliche GLAP-Entwicklung.

Vergleich mit dem Experiment In Abbildung 3.11 ist der Wirkungsquerschnitt als Funktion der Schwerpunktsenergie $W_{\gamma p}$ dargestellt. Es fällt auf, daß keiner der Ansätze für die Gluondichte den Wirkungsquerschnitt unterhalb von $W_{\gamma p} = 15$ GeV beschreiben kann. Obwohl (3.34) nur für den Limes großer s abgeleitet wurde, ist es doch erstaunlich, daß diese Rechnung schon für $s < 200$ GeV^2 versagt, da die einzige hier auftretende Skala die J/ψ-Masse bei $m_j^2 = 9.59$ GeV^2 ist.

Für das *hot spot* Szenario (durchgezogene Kurve) erhält man einen Verlauf, der deutlich durch Sättigungseffekte bestimmt wird. Oberhalb des kritischen Wertes x_c verlangsamt sich der Anstieg der Kurve und der Wirkungsquerschnitt bleibt dadurch mit den Messungen verträglich. Zum Vergleich ist der Wirkungsquerschnitt eingetragen, der sich ergibt, wenn man die Gluonendichten von Glück, Reya und Vogt verwendet. In diesem Fall werden keine Sättigungseffekte berücksichtigt, und das Anwachsen der Wirkungsquerschnitte mit der Energie ist offensichtlich nicht mehr mit dem Experiment vereinbar. Deutlicher als in Abbildung 3.11 wird dies, wenn man den Quotienten

$$Q = \frac{\sigma_{\gamma p}(W_{\gamma p} = 100 \text{ GeV})}{\sigma_{\gamma p}(W_{\gamma p} = 15 \text{ GeV})} \tag{3.48}$$

explizit für diese drei Fälle und die beiden Parametrisierungen (3.39) berechnet. Dies hat zudem den Vorteil, daß sich Unsicherheiten in der Normierung herauskürzen. Es ist näherungsweise

	Daten	semiklass.	GRVLO	GRVHO	ZEUS min	ZEUS max
Q	3.5	6.7	35	15	8.5	25
$\hat{\varepsilon}$	0.17	0.25	0.47	0.35	0.28	0.42

	Modell 1	Modell 2
Q	3.1	3.2
$\hat{\varepsilon}$	0.15	0.15

Der so definierte Quotient ist natürlich im Pomeronbild direkt mit dem Intercept $1 + \hat{\varepsilon}$ verbunden. Wenn man den Einfluß kinematischer Grenzen vernachlässigt, gilt

$$\hat{\varepsilon} = \frac{1}{4} \frac{\ln\left(\sigma_{\gamma p}(W_{\gamma p,1})/\sigma_{\gamma p}(W_{\gamma p,2})\right)}{\ln\left(W_{\gamma p,1}/W_{\gamma p,2}\right)}. \tag{3.49}$$

Offensichtlich ist nur die semiklassische Lösung halbwegs im Einklang mit den Daten. Dabei ist aber zu bedenken, daß zum einen die gemessenen Wirkungsquerschnitte bei mittleren Energien sich etwa um einen Faktor 2 unterscheiden – hier wurde ein mittlerer Wert von $\sigma_{\gamma p} = 17$ nb verwendet ($\sigma_{\gamma p} = 60$ nb für $W_{\gamma p} = 100$ GeV) – und daß zum anderen, zumindest für die Messung von H1

(1993), ein inelastischer Untergrund nicht mit völliger Sicherheit auszuschließen ist. Letzteres würde aber ein noch geringeres Ansteigen des rein elastischen Wirkungsquerschnittes bedeuten.

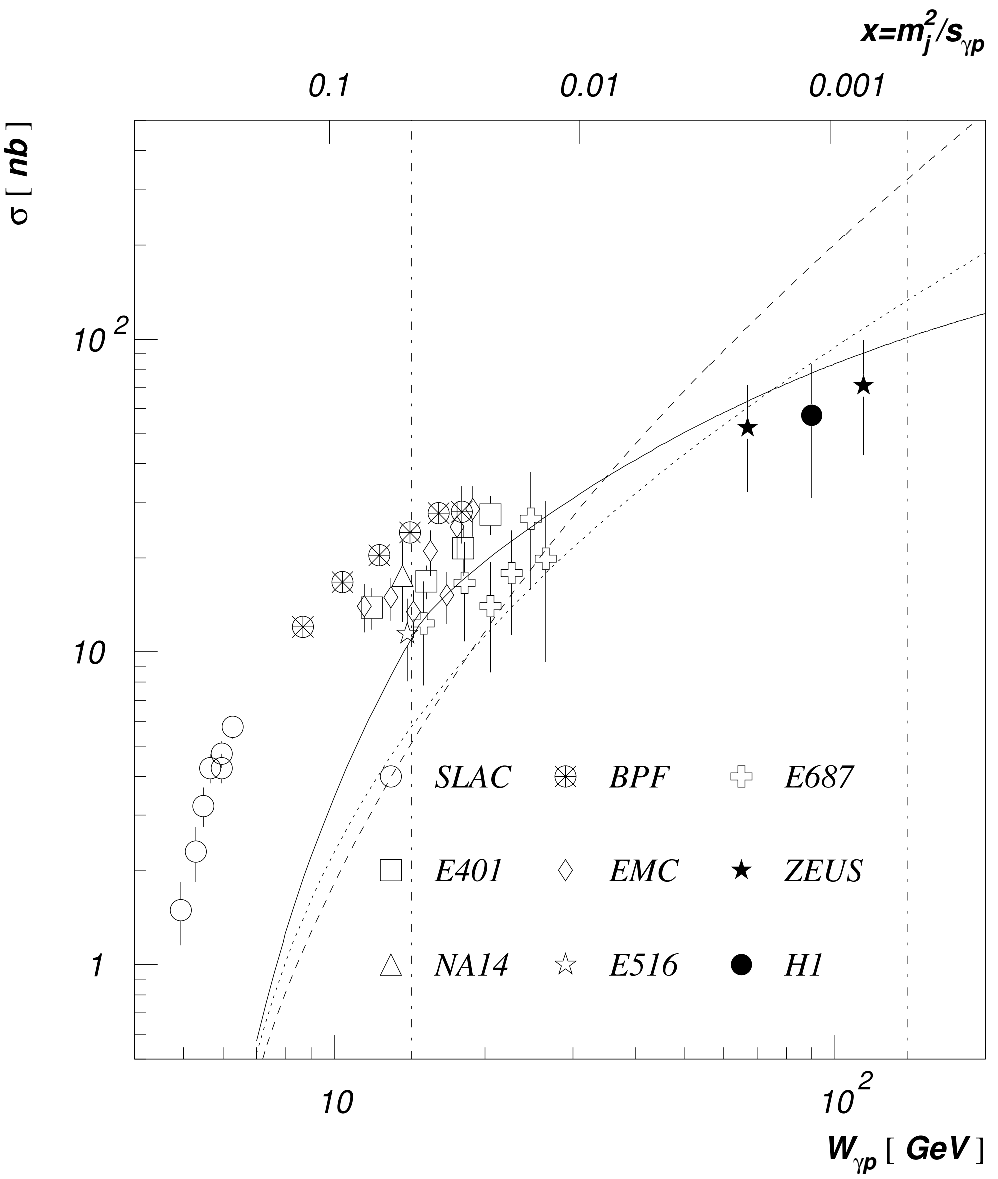
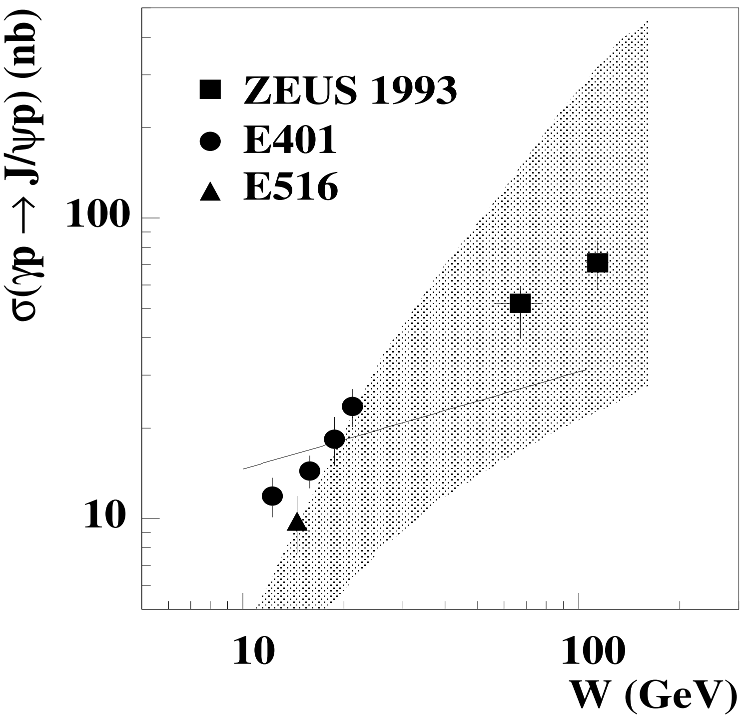


Abbildung 3.11: *Wirkungsquerschnitt bei $q^2 = 0$ für das Ryskinsche Modell. Die durchgezogene Kurve entspricht der semiklassischen Lösung, die gestrichelte (gepunktete) der GRVLO (GRVHO) Gluondichte. Daten wie in Abb. 3.2.*

Die Vorhersagen, die aus (3.39) folgen, sind in Abbildung 3.12 zu sehen. Diese Abbildung ist aus [31] entnommen. Die Grenzen des schraffierten Bereichs erge-



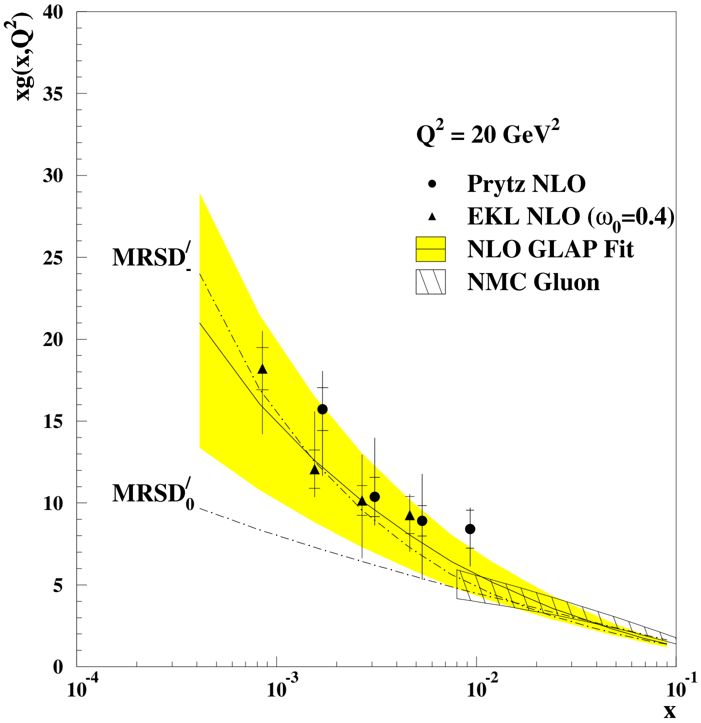
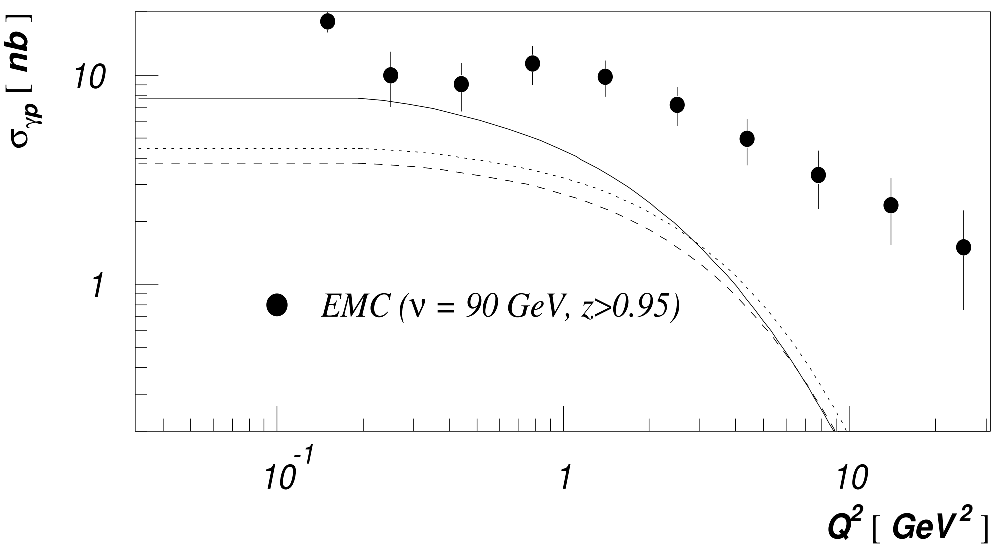


Abbildung 3.12: *Oben: Wirkungsquerschnitt für das Ryskinsche Modell nach ZEUS, entnommen aus [31]. Unten: Verlauf der Gluondichte nach ZEUS, entnommen aus [49].*

ben sich aus (3.39) mit der oben erwähnten Q^2-Entwicklung zu $Q^2 = 2.5\ \mathrm{GeV}^2$. Bei mittleren Energien beschränkt sich ZEUS zum Vergleich auf E401 und E516 (FTPS), also solchen Experimenten, die das gestreute Proton nachweisen können. ZEUS kommt zu dem Schluß, daß sich das Ryskinsche Modell, kombiniert mit der eigenen Messung der Gluondichte, mit dem gemessenen Wirkungsquerschnitt verträgt. Dies ist sicherlich insofern richtig, als die Meßpunkte in Abbildung 3.12 innerhalb des schraffierten Bereichs liegen. Allerdings kann keine der Parametrisierungen (3.39) den Anstieg des Wirkungsquerschnittes beschreiben. Dies ist in der oben angegebenen Tabelle leicht zu sehen.

Das Ryskinsche Modell beschreibt also die elastische Photoproduktion von J/ψ's nur dann, wenn man eine Gluondichte voraussetzt, deren Verlauf stark durch Sättigungseffekte bestimmt ist. Hier muß noch einmal der spekulative Charakter all dieser Überlegungen betont werden. Die zugrundeliegenden Rechnungen sind durchweg in LLA oder DLA durchgeführt, setzen also große logarithmische Beiträge der Form $\log Q^2$ bzw. $\log \frac{1}{x}$ und $\log Q^2 \log \frac{1}{x}$ voraus, während andererseits die Physik im Bereich um $Q^2 = 2.4\,\mathrm{GeV}^2$ und $x \leq 0.04$ beschrieben werden soll. Dies liegt sicherlich an der Grenze dessen, was mit einem solchen Verfahren sinnvoll zu behandeln ist. Verläßlichere Aussagen lassen sich nur gewinnen, wenn man die J/ψ-Produktion bei höheren Q^2 analysiert. Bei $Q^2 = 10\,\mathrm{GeV}^2$ beträgt die Skala, bei der die Gluondichte in (3.34) zu nehmen ist, $\bar{q}^2 = 5\ \mathrm{GeV}^2$ und liegt damit in einen Bereich, der zumindest bei nicht zu kleinem x besser bekannt ist. Dies muß dann aber auch durch eine unabhängige Messunge der Gluondichte bei kleinem x ergänzt werden, da man bei $Q^2 = 10\ \mathrm{GeV}^2$ und $W_{\gamma p} = 100$ GeV ein $x = 0.002$ erhält und damit wiederum in einem Bereich gerät, der experimentell noch nicht abgesichert ist. Die Idee, die Gluondichte mit Hilfe des Ryskinschen Ansatzes bei kleinem x zu bestimmen, kann, da dieses Modell die Daten in den bisher experimentell zugänglichen Bereichen nur sehr unvollständig beschreibt, derzeit nur als interessante Spekulation angesehen werden.

$\mathbf{q^2}$-Abhängigkeit In Abbildung 3.13 ist das Ryskinsche Modell auf den Energiebereich von EMC angewendet worden. Wie man schon in Abbildung 3.11 sehen konnte, liegen die Wirkungsquerschnitte, die das Modell vorhersagt, unterhalb der experimentellen Ergebnisse. Weiterhin scheint der Abfall mit q^2 stärker zu sein, als es den Datenpunkten entspricht. In diesem Bereich ($W_{\gamma p} = 13\,\mathrm{GeV}$, bzw. $W_{\gamma p} = 17\,\mathrm{GeV}$) versagt das Modell offensichtlich und es ist sinnvoller, sich auf höhere Energien zu beschränken. In Abbildung 3.14 (oben) ist das q^2-Verhalten für eine γp-Schwerpunktsenergie von $W_{\gamma p} = 100\,\mathrm{GeV}$ dargestellt, also einer Energie, wie man sie typischerweise bei HERA erreichen kann.



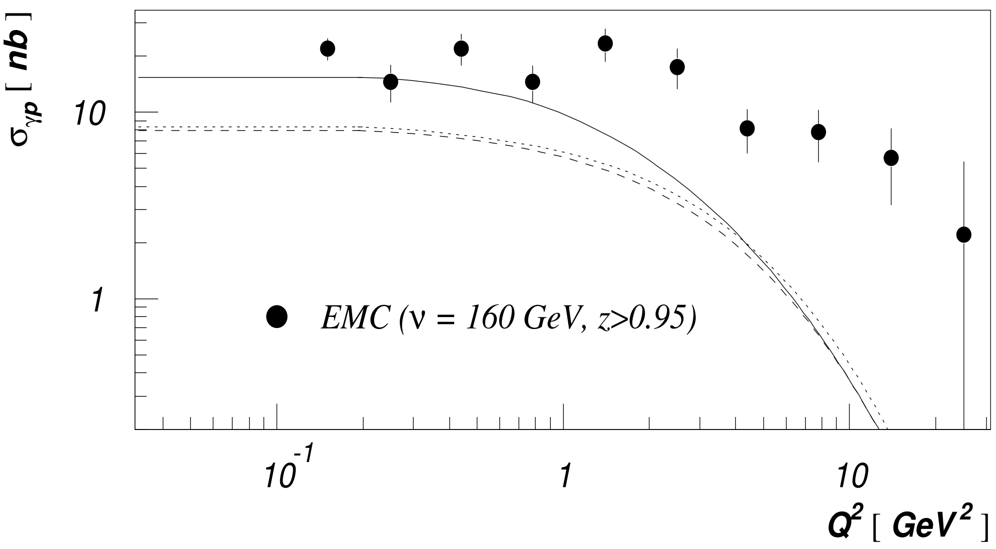


Abbildung 3.13: *Wirkungsquerschnitt für das Ryskinsche Modell als Funktion von Q^2. Die durchgezogene Kurve entspricht der semiklassischen Lösung, die gestrichelte (gepunktete) der GRVLO (GRVHO) Gluondichte. Daten wie in Abb. 3.4.*

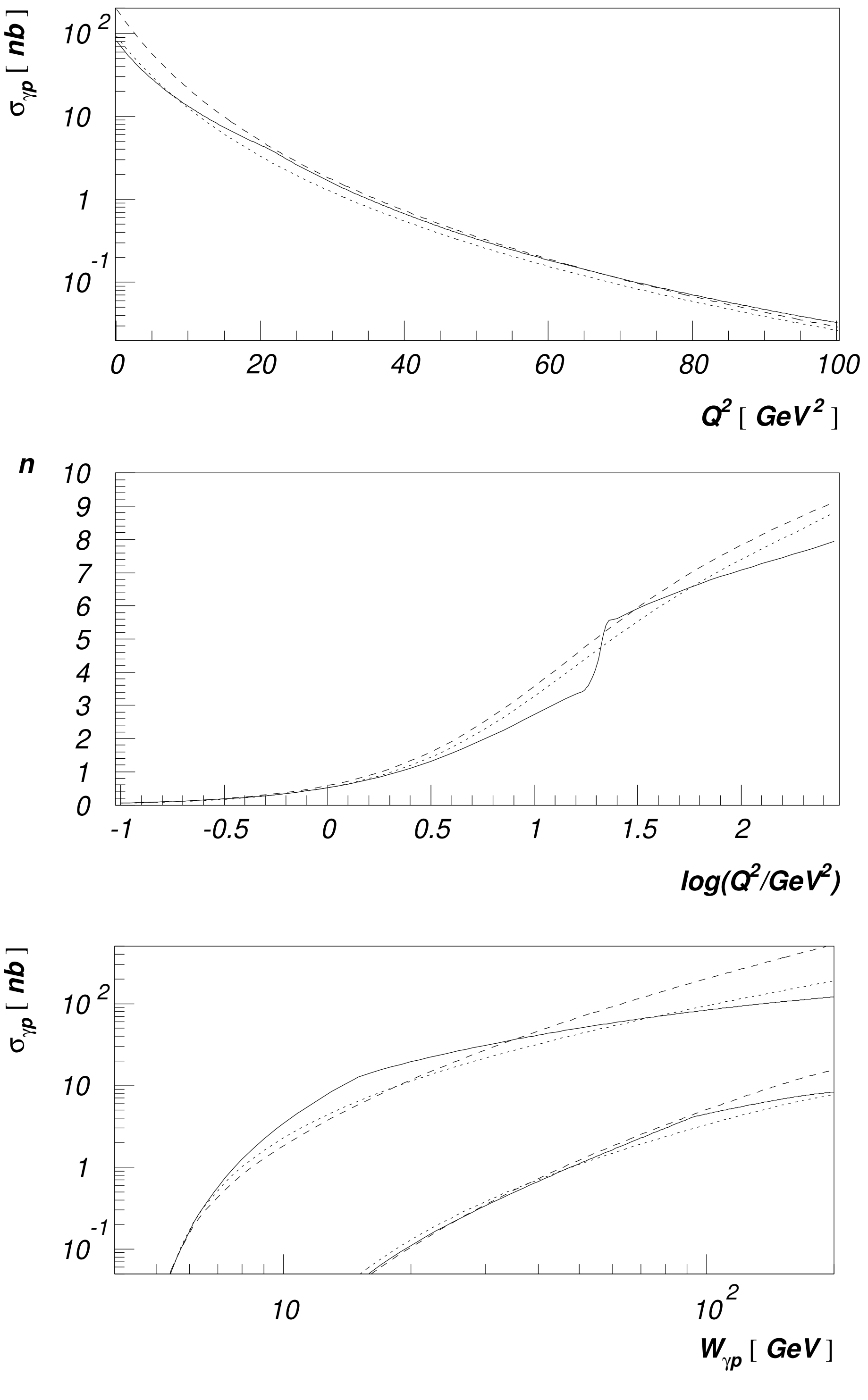


Abbildung 3.14: *Wirkungsquerschnitt für das Ryskinsche Modell als Funktion von Q^2 bei $W_{\gamma p} = 100\,\mathrm{GeV}$. Die durchgezogene Kurve entspricht der semiklassischen Lösung, die gestrichelte (gepunktete) der GRVLO (GRVHO) Gluondichte.*

Für große $|q^2|$, d.h. für $|q_T^2|, m_j^2 \ll |q^2|$, und unter Vernachlässigung der q^2-Abhängigkeit von $\bar{x}G(\bar{x}, \bar{q}^2)$, erhält man

$$\lim_{-q^2 \to \infty} \frac{d\sigma_T}{dt} \sim \frac{1}{q^8}, \qquad \lim_{-q^2 \to \infty} \frac{d\sigma_L}{dt} \sim \frac{1}{q^6}. \tag{3.50}$$

Der longitudinale Anteil sollte also bei hohem $|q^2|$ dominieren. Die effektive q^2-Abhängigkeit kann aber ein komplizierteres Verhalten zeigen. Abgesehen von der logarithmischen q^2-Abhängigkeit von $\bar{x}G(\bar{x}, \bar{q}^2)$ ist – bedingt durch die Kinematik – $\bar{x}$ bei festem $s_{\gamma p}$ von q^2 abhängig.

$$\bar{x} = \frac{4\bar{q}^2}{s_{\gamma p} - q^2} \quad \underset{|q_T^2|, m_j^2 \ll |q^2| \ll s_{\gamma p}}{\longrightarrow} \quad \frac{q^2}{s_{\gamma p}} \tag{3.51}$$

Da die verschiedensten q^2-Abhängigkeiten „gehandelt“ werden und um den Vergleich mit kommenden experimentellen Daten zu erleichtern, sei hier wieder auf gleiche Art wie in (3.26) das effektive q^2-Verhalten dargestellt. Für gegebenes $Q^2 = -q^2$ wird also wieder die Potenz n bestimmt, mit der der Wirkungsquerschnitt abfällt. Das Ergebnis ist in Abbildung 3.14 (unten) zu sehen. Der Sprung im Kurvenverlauf beim semiklassischen Ansatz für die Gluondichte entsteht dadurch, daß der Übergang von der semiklassischen Lösung zur konventionellen GLAP-Entwicklung eine Unstetigkeit in der Gluondichte bedingt. Der physikalische Verlauf sollte der Interpolation dieser beiden Kurvenstücke nahekommen.

Deutlich wird in Abbildung 3.14 (unten), daß die Abschätzung (3.50) für den Vergleich mit experimentellen Daten nicht sehr hilfreich ist. Für einen mittleren q^2-Bereich ($m_j^2 < -q^2 \ll s_{\gamma p}$) ergibt sich tatsächlich ein $\frac{1}{q^6}$-Verhalten, aber keineswegs im Sinne eines asymptotischen Grenzwertes. Für ein fixiertes $W_{\gamma p}$ bedingt die doppelte Abhängigkeit von $\bar{x}G(\bar{x}, \bar{q}^2)$ ein komplexeres Verhalten. Außerdem hat, da $|t_{max}|$ mit $|q^2|$ anwächst (3.25), der Formfaktor $F_N^{2G}(t)$ (3.38) Einfluß auf das q^2-Verhalten. Der in (3.27) definierte Quotient beträgt jetzt

	Modell 1	Modell 2	semiklass.	GRVLO	GRVHO
R_Q	32 %	43 %	27 %	18 %	22 %

Modell 1 wurde in Abschnitt 3.1.4 eingeführt, Modell 2 in Abschnitt 3.1.5.

Zusammenfassung zum Ryskin-Modell Den elastischen Produktionsquerschnitt für Vektormesonen innerhalb der pQCD zu berechnen, ist ein verlockender Ansatz. Konsequent durchgeführt hätten wir dann nicht nur ein phänomenologisches Modell, sondern eine fundierte theoretische Beschreibung. Leider reichen unsere derzeitigen Kenntnisse nicht, um diesen Ansatz wirklich umzusetzen. Die Probleme beginnen mit dem unbekannten 2-Gluon-Formfaktor F_N^{2G}

und der Tatsache, daß die in diesem Modell getroffene Verbindung zwischen $\sigma_{\gamma p}$ und $(\bar{x}G(\bar{x},\bar{q}^2))^2$ streng nur für $t = 0$ gilt. Unsicher ist auch, bei welchem $\bar{x}$ die Gluondichte zu verwenden ist (siehe Anhang E). Weitere Probleme ergeben sich daraus, daß die Gluondichte in Bereichen benötigt wird, über die wir nur wenig wissen. Keine der bekannten Parametrisierungen führt zu einem Wirkungsquerschnitt, der die Abhängigkeit von $W_{\gamma p}$ korrekt beschreibt. Allein die hier verwendete semiklassische Lösung kann die Daten beschreiben (Abbildung 3.11), zumindest für $W_{\gamma p} > 14\,\mathrm{GeV}$. Das gilt aber nur für $\sigma_{\gamma p}(W_{\gamma p})$. Die q^2-Abhängigkeit der EMC-Daten kann nicht wiedergegeben werden (Abbildung 3.13). Die Abweichungen entstehen vor allem, weil hier jenseits der kritischen Linie (3.46), d.h. unterhalb von $W_{\gamma p} = 14$ GeV in Abbildung 3.11 oder z.B. oberhalb von $Q^2 > 1\,\mathrm{GeV}$ in Abbildung 3.13 (unten), eine Gluondichte der Form (2.34), also ohne Sättigungseffekte, angenommen wird.

Interessant ist Abbildung 3.14 (unten). Mißt man den Wirkungsquerschnitt bei $Q^2 = 20\,\mathrm{GeV}^2$, so befindet man sich in einem Bereich, in dem bei aller theoretischer Spekulation Sättigungseffekte kaum zu erwarten sind. Im Fall der semiklassischen Lösung bedeutet dies einen erheblich stärkeren Abfall der Wirkungsquerschnitte als in den anderen hier betrachteten Modellen.

IV. Zusammenfassung und Ausblick

Die in dieser Arbeit vorgestellten und entwickelten Modelle versuchen auf unterschiedliche Weise, einen Prozeß zu beschreiben, der bei unserem heutigen Wissensstand nicht exakt berechenbar ist. Die beschriebenen Modelle sind Muster für Ansätze, die in der aktuellen Diskussion sind; ein umfassender Überblick ist dabei nicht angestrebt worden, aber die Auswahl ist vielleicht in Grenzen repräsentativ. Das Ryskinsche Modell mag hier für verschiedene Arbeiten stehen, die pQCD für die Beschreibung der elastischen Vektormesonproduktion zu nutzen. Das einfache elastische Modell (Modell 1) ist in vielen Punkten mit einer Regge-Parametrisierung des Wirkungsquerschnittes identisch. Modell 2 schließlich ist ein Beispiel für die allgemeine Idee, daß bei höherem Q^2 mit einem größeren Pomeronintercept zu rechnen ist, ohne dabei notwendigerweise ein pQCD-Modell vorauszusetzen.

Auch ist nicht versucht worden, alle Aspekte dieser Modelle zu betrachten. Das wichtige Thema der t-Abhängigkeit und damit zusammenhängend der im Experiment beobachteten p_T^2-Verteilungen wurde von vornherein ausgeklammert. Stattdessen liegt der Schwerpunkt auf der Untersuchung der q^2-Abhängigkeit und dem Helizitätsverhalten der Amplituden.

Allen elastischen Modellen gemeinsam ist, daß in ihnen die s-Kanal-Helizitätserhaltung gewährleistet ist. Damit muß in der Photoproduktion die typische $(1 + \cos^2 \theta^*)$-Winkelverteilung der Zerfallsleptonen auftreten. Eine Ausnahme davon stellt Modell 1 dar, in dem der inelastische Anteil nicht helizitätserhaltend ist. Allerdings bewahrt im Limes $t \to 0$ auch der inelastische Anteil die Helizität des einlaufenden Photons. Da zudem das Modell vom Bereich $t \approx 0$ dominiert wird – die Wirkungsquerschnitte fallen exponentiell mit t ab –, ist auch hier nicht mit einer signifikanten Abweichung zu rechnen.

In der Beschreibung der totalen Wirkungsquerschnitte als Funktion der γp-Schwerpunktsenergie zeigen sich wesentliche Unterschiede. Das Ryskinsche Modell wird dem Anstieg nur gerecht, wenn man Sättigungseffekte in der Gluondichte voraussetzt. Bisher gibt es dafür aber keine gesicherten experimentellen Befunde. Die Annahme, daß dieses Modell die Daten korrekt beschreibt, beinhaltet also die spektakuläre Aussage, daß Sättigungseffekte bei HERA beobachtet werden. Da das Modell im Bereich mittlerer Energien versagt und es damit nicht unabhängig vom Verhalten der Gluondichte bei kleinem x überprüft werden kann –sofern man nicht gerade dieses Versagen gegen das Modell auslegt–, wird man eine so weitgehende Aussage nur mit Vorsicht treffen. Wichtig wären hier weitere unabhängige Messungen. Dazu kommen zum einen die Wirkungsquerschnitte für die ρ-Produktion bei verschiedenem q^2 in Frage, zum andern eine Bestimmung der Gluondichte bei kleinem x und q^2.

Im Gegensatz dazu wird in Modell 1 zunächst einmal nur ein $x^{-\frac{1}{2}}$-Verhalten der Gluondichte benötigt, wie es z.B. aus der BFKL-Gleichung folgt und für das es auch andere Anhaltspunkte gibt (z.B. die hier zitierten Messungen der Gluondichte bei kleinem x von ZEUS). Dieses Modell setzt allerdings voraus, daß der beobachtete Anstieg des Wirkungsquerschnitts mit der Energie durch einen inelastischen Anteil verursacht wird. Mit Blick auf die erste Veröffentlichung von H1 [30] ist dies sicherlich eine sinnvolle Annahme, die neusten Ergebnisse von ZEUS [31] und H1 [83] sind aber mit diesem Ansatz nicht mehr verträglich. Beide Experimente behaupten nun, den elastischen Anteil separieren zu können.

Hier liegt der Vorteil von Modell 2, das den Anstieg als rein elastisch behandelt und alle verfügbaren Daten erstaunlich gut beschreibt. Das gilt für den gesamten Bereich der Schwerpunktsenergie, von der Produktionsschwelle bis zu den bei HERA durchgeführten Analysen. Das gilt auch für die q^2-Abhängigkeit, die bei EMC gemessen wurde. Ob das Modell der q^2-Abhängigkeit, wie sie in absehbarer Zeit bei HERA gemessen werden wird, entspricht, muß sich noch erweisen. Die genaue Form von $\hat{\varepsilon}(\hat{Q})$ kann letztlich nur durch Vergleich mit den Daten ermittelt werden. Allerdings stellt Modell 2 zu einem guten Teil eine durch allgemeine Überlegungen motivierte Parametrisierung experimenteller Daten dar. Dies steht ganz im Gegensatz zum Ryskinschen Modell, das von allgemeinen Prinzipien (pQCD) ausgehend eine Beschreibung versucht, dabei aber auch nicht ohne anzweifelbare Annahmen auskommt und im Vergleich mit den Daten die schlechtesten Ergebnisse erzielt.

Weitere Einsichten darf man von der Vektormesonproduktion bei höherem $|q^2|$ erwarten. Neben den recht unterschiedlichen q^2-Spektren, wie sie in der Tabelle auf Seite 76 zusammengefaßt sind, lassen sich die hier vorgestellten Modelle auch auf das ρ-Meson anwenden. Für einen Ansatz im Stile von Modell 2 spricht dabei die Beobachtung von ZEUS [58], daß in der Leptoproduktion von ρ-Mesonen ebenfalls die Wirkunsquerschnitte mit der Energie stärker anwachsen, als es einem weichen Pomeron entspricht. Dies ist aber auch mit dem Ryskinschen Modell vereinbar, das sich gleichermaßen auf die J/ψ-Produktion bei Q^2 wie auf die ρ-Produktion bei $(Q^2 - 2.3\,\mathrm{GeV}^2)$ anwenden läßt. Als Konsequenz von (E.3) muß die Skala $\bar{q}^2$ nur um die Differenz der Mesonenmassen $2.3\,\mathrm{GeV}^2 = m_J^2 - m_\rho^2$ verschoben werden. Eine solche Aussage ist allerdings mit Zurückhaltung zu treffen. Alle Modelle benutzen eine vereinfachte Beschreibung des gebundenen $q\bar{q}$-Zustandes (Spinprojektor). Üblicherweise wird zudem eine nicht relativistische Näherung durchgeführt. Eine solche Beschreibung ist für das J/ψ sicherlich adäquat, auf das ρ als gebundenen Zustand leichter Quarks aber nur mit Vorsicht anzuwenden. Die beiden in dieser Arbeit entwickelten Modelle unterscheiden sich davon, indem sie zumindest einen Teil der relativistischen Korrekturen berücksichtigen. Allerdings sollte auch hier die Übertragung auf das ρ-Meson nicht allzu gedankenlos erfolgen. Immerhin aber ist die Berücksichtigung relativistischer Korrekturen eine Möglichkeit zu untersuchen, wie sich die Unterschiede im Bindungszustand auf das Verhältnis der Wirkungsquerschnitte für die Erzeugung von J/ψ's und von ρ-Mesonen auswirken. Dies geht allerdings über das Thema dieser Arbeit hinaus.

A. Glossar

A.1 Variablen, physikalische Konstanten und Abkürzungen

A.1.1 Variablen und physikalische Konstanten

Alle physikalischen Größen wie Massen, Zerfallsbreiten usw. sind, sofern nicht anders angegeben, aus [7] entnommen.

m_j	$=$	$3097\,\mathrm{MeV}$	:	Masse des J/ψ's
$\Gamma_{l\bar{l}}$	$=$	$5.26\,\mathrm{KeV}$	:	Leptonische Zerfallsbreite des J/ψ's
m_p	$=$	$0.938\,\mathrm{GeV}$	:	Masse des Protons
s_{ep}	$=$	$(l+p)^2$	:	(Elektron-Proton-Schwerpunktsenergie)^2
$s_{\gamma p}$	$=$	$(q+p)^2$	:	(Gamma-Proton-Schwerpunktsenergie)^2
$W_{\gamma p}$	$=$	$\sqrt{s_{\gamma p}}$	:	Gamma-Proton-Schwerpunktsenergie
s, t, u			:	Siehe Abbildung 2.6
Q^2	$=$	$-q^2$	:	Virtualität des Photons
x	$=$	$\frac{-q^2}{2\,p\cdot q}$	:	Kinematische Variablen für die
y	$=$	$\frac{p\cdot q}{p\cdot p_e}$	:	Elektron-Proton-Streuung,
ν	$=$	$\frac{p\cdot q}{m_p} = E_e - E'_e$	:	siehe Abschnitt 2.2.1

A.1.2 Abkürzungen

BFKL: siehe Abschnitt 2.2
GLAP: siehe Abschnitt 2.2
GLR : siehe Abschnitt 2.2
DLA : *double logarithmic approximation*
LLA : *leading logarithmic approximation*
pQCD: perturbative Quantenchromodynamik

B. Photonfluß des Elektrons

Der Vollständigkeit halber und um Eindeutigkeit in Bezug auf die verwendeten Näherungen zu erreichen, soll im folgenden der Zusammenhang zwischen dem γp- und dem ep-Wirkungsquerschnitt hergeleitet werden [37] [36].

B.1 Polarisationsvektoren

Um die Matrixelemente getrennt für die transversalen und longitudinalen Freiheitsgrade des J/ψ's und des Photons berechnen zu können, werden die longitudinalen Polarisationsvektoren in der folgenden, expliziten Form verwendet

$$\begin{aligned}
\text{Photon}: \quad \epsilon^0_\gamma &= \frac{1}{\sqrt{-q^2}}\left(q - \frac{q^2}{q\cdot g_1} g_1\right), && \text{(B.1)}\\
(\epsilon^0_\gamma)^2 &= 1; && \text{(B.2)}\\
J/\psi: \quad \epsilon^0_{J/\psi} &= \frac{1}{\sqrt{m_j^2}}\left(q^j - \frac{m_j^2}{q^j\cdot g_1} g_1\right), && \text{(B.3)}\\
(\epsilon^0_{J/\psi})^2 &= -1. && \text{(B.4)}
\end{aligned}$$

Die Matrixelemente für die transversalen Polarisationen erhält man dann mit

$$\begin{aligned}
\text{Photon der Helizität T}: \quad |M_T|^2 &= |M_\Sigma|^2 + |M_L|^2 && \text{(B.5)}\\
J/\psi \text{ der Helizität T}: \quad |M_T|^2 &= |M_\Sigma|^2 - |M_L|^2, && \text{(B.6)}
\end{aligned}$$

wobei in $|M_\Sigma|^2$ die Polarisationssummen in gewohnter Weise mit $-g_{\mu\nu} + \frac{q^j_\mu q^j_\nu}{m_j^2}$ bzw. $-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}$ bestimmt werden. Für einlaufende Teilchen ist dann gegebenenfalls noch über die Helizitäten zu mitteln: $|\overline{M_T}|^2 = \frac{1}{2}|M_T|^2$.

B.2 Vom Elektron zum Photon

Wir beginnen mit dem Elektron-Proton-Wirkungsquerschnitt in der folgenden Form

$$d\sigma_{ep} = \frac{L_{\mu\nu}W^{\mu\nu}}{4\sqrt{(p_e\cdot p)^2 - p_e^2p^2}}\frac{e^4}{q^4}\frac{d^3p'_e}{(2\pi)^3 2p'^0_e} \tag{B.7}$$

mit: Elektron p_e, gestreutes Elektron p'_e,
Photon $q = p_e - p'_e$, Proton p,
hadronischer Tensor $W^{\mu\nu}$, leptonischer Tensor $L_{\mu\nu}$

Der leptonische Tensor ist

$$L_{\mu\nu} = 2(p_{e_\mu}p'_{e_\nu} + p_{e_\nu}p'_{e_\mu} + \frac{1}{2}q^2 g_{\mu\nu}) \tag{B.8}$$

Da bekannt ist, daß Terme proportional zu $p_e^2 = p'^2_e = m_e^2$ bei den kinematischen Bedingungen von HERA relevant sein können, nehmen wir die entsprechenden Ausdrücke mit; m_p^2 wird allerdings vernachlässigt: $p^2 = m_p^2 \approx 0$.

Sei nun ϵ_μ^k, $k = +1, 0, -1$ eine Basis von Polarisationsvektoren für das Photon bei $q^2 < 0$ mit $\epsilon^k \cdot q = 0$ und

$$\epsilon^{k*}\cdot\epsilon^l = \eta^{kl} := (-1)^k\delta^{kl}. \tag{B.9}$$

Dann ist

$$-\eta_{kk'}\epsilon_\mu^{k*}\epsilon_\nu^{k'} = -g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}, \tag{B.10}$$

und, da Eichinvarianz, also $q_\mu L^{\mu\nu} = q_\nu L^{\mu\nu} = 0$, gilt, folgt mit (B.10)

$$L_{\mu\nu}W^{\mu\nu} = L_{\mu\nu}\eta^{kk'}\epsilon_{k'}^{\mu\,*}\epsilon_k^{\hat\mu}\eta^{ll'}\epsilon_l^{\hat\nu *}\epsilon_{l'}^{\nu}W_{\hat\mu\hat\nu}. \tag{B.11}$$

Definiert man als Photondichtematrix

$$D_{kl} := L_{\mu\nu}\epsilon_k^{\mu *}\epsilon_l^\nu(-1)^{k+l} \tag{B.12}$$

und als γp-Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_{\gamma p}^{kl} := \frac{e^2\,\epsilon_\mu^k\epsilon_\nu^{l\,*}W^{\mu\nu}}{4\sqrt{(p\cdot q)^2 - p^2q^2}}, \tag{B.13}$$

so kann man den ep-Wirkungsquerschnitt als

$$d\sigma_{ep} = \frac{e^2}{q^4}\sqrt{\frac{(p\cdot q)^2 - p^2q^2}{(p\cdot p_e)^2 - p^2p_e^2}}D_{kl}\sigma_{\gamma p}^{kl}\frac{d^3p'_e}{(2\pi)^3 2p'^0_e} \tag{B.14}$$

schreiben.

Die Definition des Photonflusses in der Form

$$F = 4\sqrt{(p\cdot q)^2 - p^2 q^2} \tag{B.15}$$

ist dabei lediglich eine Frage der Konvention, da sich der Faktor aus dem letztlich nur meßbaren ep-Wirkungsquerschnitt herauskürzt. Praktischerweise wählt man eine Definition, die im Limes $q^2 \to 0$ mit dem Flußfaktor für physikalische Photonen zusammenfällt ($F_{phys} = 2s_{\gamma p}$). Gebräuchlich ist die sogenannte Hand-Konvention [35] $F_H = 2(2p\cdot q + q^2)$. Die in dieser Arbeit häufig zum Vergleich herangezogenen Messungen von EMC sind in dieser Konvention angegeben. Da aber hier in den Rechnungen (B.15) benutzt wird, müssen die Daten für $q^2 \neq 0$ zum Vergleich mit einem Faktor $\frac{F_H}{F}$ korrigiert werden.

Es bleibt die Dichtematrix zu bestimmen. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit kann sie für die Streuung am Proton diagonal gewählt werden. Zunächst ist[1]

$$\epsilon^{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,0,1,\mp i), \quad \epsilon^0 = \frac{1}{\sqrt{-q^2}}(q - \frac{q^2}{q\cdot p}p) \tag{B.16}$$

Drückt man p_e mit Sudakov-Variablen aus

$$p_e = \alpha\, q' + \beta\, p + p_T, \quad q' = q - \frac{q^2}{2p\cdot q}p, \tag{B.17}$$

so folgt, wenn man (B.17) mit p bzw. q' multipliziert ($y = \frac{p\cdot q}{p\cdot p_e}$),

$$p_T\cdot p = 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{1}{y}, \tag{B.18}$$

$$p_T\cdot q' = 0 \quad \Rightarrow \quad \beta = \frac{q^2}{2p\cdot q}\left(\frac{y-1}{y}\right). \tag{B.19}$$

Außerdem ist

$$p_e^2 = m_e^2 \quad \Rightarrow \quad p_T^2 = m_e^2 - q^2\frac{y-1}{y^2}. \tag{B.20}$$

Dann folgt aus (B.12) ($p_e\cdot\epsilon = p_e'\cdot\epsilon,\ \ \vec{p}_T^{\,2} = -p_T^2$)

$$\begin{aligned} D_T \quad &\equiv \quad D_{\pm\pm} = 4|p_e\cdot\epsilon^{\pm}|^2 - q^2 = -2p_T^2 - q^2 \\ &= \frac{-q^2}{y^2}\left[1 + (1-y)^2 - \frac{2m_e^2 y^2}{-q^2}\right], \end{aligned} \tag{B.21}$$

$$D_L \quad \equiv \quad D_{00} = 4(p_e\cdot\epsilon^0)^2 + q^2 = \frac{-q^2}{y^2}4(1-y) \tag{B.22}$$

[1] Dies ist für ϵ^0 wegen $g_1 = xp$ identisch mit (B.1).

und schließlich aus (B.14) mit $\frac{d^3p'_e}{{p'_e}^0} = \pi dq^2 dy$

$$\frac{d^2\sigma}{dq^2dy} = \frac{\alpha}{4\pi}\frac{y}{q^4}(2D_T\sigma_T + D_L\sigma_L) = \Gamma(\sigma_T + \epsilon\sigma_L). \tag{B.23}$$

Dabei ist, wenn man in ϵ den $\frac{m_e^2}{-q^2}$-proportionalen Teil vernachlässigt, der vor allem bei kleinem $|q^2|$ beiträgt, wo aber σ_L klein ist,

$$\begin{aligned}\Gamma &:= \frac{\alpha_{em}}{-q^2 y\pi}\left[1 - y + \frac{1}{2}y^2 - \frac{m_e^2 y^2}{-q^2}\right], \\ \epsilon &:= \frac{1-y}{1-y+\frac{1}{2}y^2}.\end{aligned} \tag{B.24}$$

Berücksichtigt man die Terme proportional zu $\frac{p^2q^2}{(p\cdot q)^2} = \frac{q^2}{E^2}$, so ist

$$\epsilon = \frac{4EE' + q^2}{2E^2 + 2E'^2 - q^2} \tag{B.25}$$

mit (Protonruhesystem): E Energie des Elektrons, $E' = E - \nu$ und ν Energieübertrag auf das Proton.

Für $m_e^2 = 0,\ \ \sigma_L = 0$ ergibt sich aus (B.24) die bekannte Weizäcker-Williams-Approximation [38]. Erwähnt sei schließlich noch, daß aus (B.13)

$$\frac{d\sigma_H}{dt} = \frac{|M_H^2|}{16\pi(s_{\gamma p} - q^2)^2}, \qquad H = L, T \tag{B.26}$$

folgt, wobei in Hand-Konvention der Nenner durch $16\pi s_{\gamma p}(s_{\gamma p} - q^2)$ zu ersetzen und Γ entsprechend zu ändern ist.

C. Spinprojektor

Im folgenden soll der Spinprojektor für den Fall relativistischer Korrekturen hergeleitet werden. Die ursprüngliche Formulierung durch Keung und Muzinich [8] für den Zerfall des J/ψ's macht explizit Gebrauch vom J/ψ-Ruhesystem. Die ausdrücklich kovariante Form wurde zuerst in [9] angegeben.

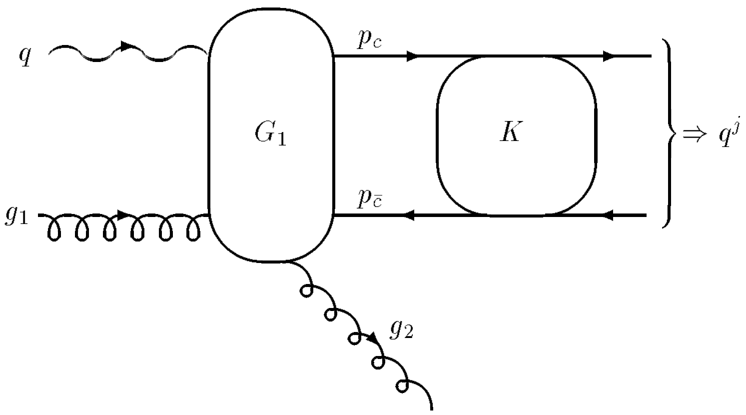


Abbildung C.1: *Greensfunktion für* $q + g_1 \rightarrow g_2 + q^j$

Das J/ψ ist natürlich kein elementares Feld der QCD, sondern ein gebundener $c\bar{c}$-Zustand. Die LSZ-Reduktionsformeln [11] können aber auch auf Probleme mit gebundenen Zuständen angewandt werden [10].

Wir beginnen mit der Greensfunktion G des Prozesses $q + g_1 \rightarrow g_2 + q^j$ entsprechend Abbildung C.1. Der Übersichtlichkeit halber werden die Farbindizes unterdrückt.

$$G(q,g_1,g_2,q^j) = \int \frac{d^4\delta}{(2\pi)^4} G_{1,\alpha\beta}(q,g_1,g_2,p_c,p_{\bar{c}}) K_{\beta\alpha}(p_c,p_{\bar{c}},q^j) \tag{C.1}$$

K erweist sich als Bethe-Salpeter-Amplitude mit der Darstellung

$$K_{\beta\alpha} = \int d^4x e^{-i\delta\cdot x} < q^j,\lambda|T\left[\psi_\beta(-\frac{x}{2})\psi_\alpha(\frac{x}{2})\right]|0> \tag{C.2}$$

Für den J/ψ-Zustand wird nun die folgende Darstellung gewählt: [12]

$$|q^j,\lambda> = \sqrt{2m_j}\int \frac{d^3\delta}{(2\pi)^3}\frac{f(\vec{\delta})}{2\sqrt{m_c^2+\vec{\delta}^2}} b_r^\dagger(p_c) R^\lambda_{rs} d_r^\dagger(p_{\bar{c}})|0> . \tag{C.3}$$

Dabei sind $b_r^\dagger(p_c), d_r^\dagger(p_{\bar{c}})$ die üblichen Erzeugungsoperatoren, und $\vec{\delta}$ stellt den Relativimpuls der beiden Quarks –zunächst– im Ruhesystem des J/ψ's dar. $f(\vec{\delta})$ ist hier als Skalar bzgl. Lorentztransformationen zu verstehen und hat eine invariante Bedeutung als Impulsverteilung der Quarks im J/ψ-Ruhesystem. Die Normierung folgt aus

$$< q^j,\lambda|q^j,\lambda> = 2m_j \quad \text{und} \quad \int \frac{d^3\delta}{(2\pi)^3}|f(\vec{\delta})|^2 = 1. \tag{C.4}$$

Mit (C.3) haben wir

$$\begin{aligned} &\left\langle q^j,\lambda\middle|T\left[\psi_\beta(-\frac{x}{2})\psi_\alpha(\frac{x}{2})\right]\middle|0\right\rangle \\ = \sqrt{2m_j}\int \frac{d^3\delta}{(2\pi)^3}&\frac{f(\vec{\delta})}{2\sqrt{m_c^2+\vec{\delta}^2}} e^{i\delta\cdot x} R^\lambda_{rs} v_{s,\beta}(p_{\bar{c}}) u_{r,\alpha}(p_c). \end{aligned} \tag{C.5}$$

R^λ_{rs} hat die Aufgabe, die Spin-$\frac{1}{2}$-Quarks (Helizität r, s) zu einem Spin-1-Zustand (Helizität λ) zu kombinieren, d.h. es soll gelten

$$R^\lambda_{r's'} v_{s'}(p_{\bar{c}})\bar{u}_{r'}(p_c) = A^\mu \epsilon^\lambda_\mu(q^j) \tag{C.6}$$

mit dem Polarisationsvektor $\epsilon^\lambda_\mu(q^j)$ des J/ψ's. Um $R^\lambda_{r's'}$ bzw. A^μ zu konstruieren, betrachten wir eine Lorentztransformation (Boost) Λ, die durch $q^j = \Lambda(m_j,\vec{0})$ definiert ist. Die Spinoren transformieren dann mit $S(\Lambda) = \frac{\not{q}^j\gamma^0+m_j}{2m_j(E_j+m_j)}$. Im J/ψ-Ruhesystem können die Spinoren mittels der entsprechenden Clebsch-Gordon-Koeffizienten C^λ_{rs} zu Spin-1-Zuständen kombiniert werden.

$$C^\lambda_{rs} v_s(\tilde{p}_{\bar{c}})\bar{u}_r(\tilde{p}_c) = A^\mu \epsilon^\lambda_\mu(0) \tag{C.7}$$

Die Tilde ˜ kennzeichnet die Impulse im J/ψ-Ruhesystem. Es ist also $p_c = \Lambda\tilde{p}_c$ usw. Die geboosteten Spinoren $S(\Lambda)v_r(\tilde{p}_c)$ können in der Basis $v_{r'}(p_{\bar{c}})$ ausgedrückt werden.

$$v_{r'}(p_{\bar{c}})W_{rr'} = S(\Lambda)v_r(\tilde{p}_{\bar{c}}) \tag{C.8}$$

Die W_{rs} heißen Wigner-Rotationen und sind durch

$$\begin{aligned} W_{rr'} &= \frac{1}{2m_c}\bar{v}_{r'}(p_{\bar{c}})S(\Lambda)v_r(\tilde{p}_{\bar{c}}) && \text{(C.9)} \\ W_{ss'} &= \frac{1}{2m_c}\bar{u}_{s'}(p_c)S^{-1}(\Lambda)u_s(\tilde{p}_c) && \text{(C.10)} \end{aligned}$$

gegeben. Die Transformation von (C.7) mit Λ und der Vergleich mit (C.6) ergibt

$$R^{\lambda}_{r's'} = W_{r'r}C^{\lambda}_{rs}W_{ss'}. \tag{C.11}$$

Damit wird (C.6) zu

$$S(\Lambda)v_s(p_{\bar{c}})C^{\lambda}_{rs}\bar{u}_r(p_c)S^{-1}(\Lambda) = A^{\mu}\epsilon^{\lambda}_{\mu}(q^j). \tag{C.12}$$

Es bleibt die Konstruktion des Spinprojektors im Ruhesystem. Dazu werden die Spinoren $u_r(\tilde{p}_{\bar{c}})$ und $v_(\tilde{p}_c)$ durch ihre Ruhelösungen $u_r(0)$ und $v_r(0)$ dargestellt

$$v_s(p_{\bar{c}})C^{\lambda}_{rs}\bar{u}_r(p_c) = \frac{-\tilde{\not{p}}_{\bar{c}} + m_c}{\sqrt{2m_c(\tilde{E}_{\bar{c}} + m_c)}}v_r(0)C^{\lambda}_{rs}\bar{u}_s(0)\frac{\tilde{\not{p}}_c + m_c}{\sqrt{2m_c(\tilde{E}_c + m_c)}}, \tag{C.13}$$

und es wird auf eine explizite Darstellung der Gamma-Algebra (hier Pauli-Dirac-Darstellung) zurückgegriffen

$$v_s(0)C^{\lambda}_{rs}\bar{u}_r(0) = \frac{2m_c}{2\sqrt{2}}(1-\gamma_0)\epsilon^{\lambda}_{\mu}(0)\gamma^{\mu}, \tag{C.14}$$

mit den Polarisationsvektoren in J/ψ-Ruhesystem

$$\begin{aligned} \epsilon^{\pm 1}_{\mu}(0) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(0, \mp 1, i, 0), \\ \epsilon^{0}_{\mu}(0) &= (0,0,0,1). && \text{(C.15)} \end{aligned}$$

Mit (C.12) bis (C.14) wird aus (C.6) schließlich

$$R^{\lambda}_{r's'}v'_s(p_{\bar{c}})\bar{u}'_r(p_c) = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\not{p}_{\bar{c}} - m_c}{\sqrt{\tilde{E}_{\bar{c}} + m_c}}\frac{\not{q}^j - m_j}{2m_j}\not{\epsilon}^{\lambda}(q^j)\frac{\not{p}_c - m_c}{\sqrt{\tilde{E}_c + m_c}}. \tag{C.16}$$

Es gibt hier nun zwei Quellen für relativistische Korrekturen:

- kinematische Korrekturen zur Amplitude $A(\vec{\delta})$, die durch den modifizierten Spinprojektor beschrieben werden, und

- dynamische Korrekturen zur Wellenfunktion des gebundenen Zustandes, hier also bzgl. $f(\vec{\delta})$.

Dem Vorgehen in [8] folgend vernachlässigen wir die Korrekturen zur Wellenfunktion und beschränken uns auf die kinematischen Korrekturen. Erwähnt werden muß hier die fehlende Eichinvarianz einer Entwicklung in $\vec{\delta}$, auf die schon Wai-Lee Keung und I.J. Muzinich [8] hingewiesen haben. Mittlerweile existieren Methoden für eine eichinvariante Behandlung des Problems [90][91][92]. Für den Prozeß $q + g \to J/\psi + g$ existieren die entsprechenden Rechnungen aber noch nicht. Allerdings finden H. Khan und P. Hoodbhoy [91] z.B. für den leptonischen Zerfall $J/\psi \to l^+l^-$ ein Anwachsen der Zerfallsbreite von 1.072 anstelle eines Wertes von 1.039, der sich mit dem hier verwendeten Ansatz ergibt. Man kann daher annehmen, daß das Vorzeichen und die Größenordnung der in dieser Arbeit verwendeten Korrekturen auch mit dem Ergebnis einer genaueren Rechnung übereinstimmen.

Da das J/ψ ein s-Wellen-Zustand ist, hat man $f(\vec{\delta}) \equiv f(\vec{\delta}^2)$. Die Amplitude $A(\vec{\delta})$ braucht dann nur noch über den Winkelanteil der $d^3\delta$-Integration gemittelt werden. Es bleibt die Integration über den Betrag des Relativimpulses. Dazu ersetzen wir in (C.5) (mit (C.16))

$$\int d^3\delta f(\vec{\delta})A(\vec{\delta}) \approx F \int \frac{1}{4\pi} d\varphi d(\cos\theta) A(\vec{\delta})\Big|_{\vec{\delta}^2 = m_c\varepsilon} \tag{C.17}$$

mit einer experimentell zu bestimmenden Konstanten F, die im Fall ohne relativistische Korrekturen mit der Wellenfunktion am Ursprung (2.42) identisch ist, und einem ebenfalls experimentell zu bestimmenden mittleren Wert ε für den Betrag des Relativimpulses ($\vec{\delta}^2 = m_c\varepsilon$). Anzumerken ist, daß F nicht unabhängig vom Prozeß, also von $A(\vec{\delta})$ sein muß. Dies ist eine zusätzliche Annahme, die notwendig ist, um F aus den Zerfallsbreiten abzuleiten.

Faßt man das alles zusammen, so läuft die Berechnung der Amplitude für den Prozeß $i \to X + J/\psi$ darauf hinaus, in der Amplitude für den Prozeß $i \to X + c\bar{c}$ folgende Ersetzung durchzuführen:

$$\begin{aligned} A_{i\to X+c\bar{c}} &\equiv \bar{u}\Gamma v = Tr\left[\Gamma v\bar{u}\right] \\ \to A_{i\to X+J/\psi} &= \int \frac{1}{4\pi} d\varphi d(\cos\theta) Tr\left[\Gamma P\right] \\ \text{mit} \quad P &= \frac{A}{\sqrt{2}} \frac{\not{p}_{\bar{c}} - m_c}{\sqrt{\tilde{E}_{\bar{c}} + m_c}} \frac{\not{q}^j - m_j}{2m_j} \not{\epsilon}^{\lambda}(q^j) \frac{\not{p}_c - m_c}{\sqrt{\tilde{E}_c + m_c}}. \end{aligned} \tag{C.18}$$

Die Energien $\tilde{E}_c$ und $\tilde{E}_{\bar{c}}$ sind dabei im J/ψ-Ruhesystem zu nehmen, d.h. es ist $\tilde{E}_{c,\bar{c}} = q^j \cdot p_{c,\bar{c}}$. Die Konstanten sind in A zusammengefaßt, um den Zusammenhang mit (2.43) im Limes $\varepsilon \to 0$ herzustellen. Die Winkelintegration kann mit

$$\int \frac{1}{4\pi} d\varphi d(\cos\theta) a\cdot\delta b\cdot\delta = \frac{1}{12}\frac{\varepsilon}{m_c}(a\cdot q^j b\cdot q^j - m_j^2 a\cdot b) \qquad \text{(C.19)}$$

durchgeführt werden, was man leicht sieht, wenn man die Winkelintegration im J/ψ-Ruhesystem durchführt, wo $\delta^0 = 0$ gilt.

Die relativistischen Korrekturen werden hier nur bis zur Ordnug $\frac{\varepsilon}{m_c}$ berechnet. Integriert man die Winkelabhängigkeit in (C.18) soweit wie möglich aus, so erhält man für den Spinprojektor in dieser Ordnung

$$\begin{aligned} P \quad = \quad & \frac{A\, m_j}{2\sqrt{2}}\left(1 - \frac{1}{6}\frac{\varepsilon}{m_c}\right)(\not{\epsilon} + \frac{1}{m_j^2}\{\not{\epsilon}\,\not{q}^j, \not{\delta}\}) \\ & + \frac{A}{2\sqrt{2}}\left(1 - \frac{1}{3}\frac{\varepsilon}{m_c}\right)(\not{\epsilon}\,\not{q}^j + 2\,\epsilon\cdot\delta). \end{aligned} \qquad \text{(C.20)}$$

Dabei enthält die erste Zeile nur Terme mit einer ungeraden Anzahl von Gamma-Matrizen, die zweite nur Terme mit einer geraden Anzahl, und $\{\cdots,\cdots\}$ steht für den Antikommutator.

D. Matrixelement

Colour-Singlet-Modell für $Q^2 \neq 0$ einschließlich relativistischer Korrekturen

Im folgenden ist das Matrixelement des Colour-Singlet-Modells für beliebiges q^2 einschließlich relativistischer Korrekturen angegeben. Wie im Hauptteil dieser Arbeit schon bemerkt wurde, verliert man in diesem Fall die Symmetrie zwischen den Vektorteilchen, also zwischen den zwei Gluonen und dem Photon, und damit auch die Symmetrie im Ergebnis der Rechnung. Berücksichtigt man dann noch die relativistischen Korrekturen, so wächst der Umfang des Ergebnisses gewissermaßen quadratisch.

$$
\begin{aligned}
|M_H|^2 &= |M_H^0|^2 + \frac{\varepsilon}{3m_c}|M_H^1|^2, \qquad\qquad H = L, T \qquad\qquad \text{(D.1)}\\
|M_H^1|^2 &= \frac{N(A_H - \frac{8B_H}{(m_j^2-q^2-t)(s+t-q^2)(m_j^2-s)} + \frac{4C_H}{(m_j^2-q^2-t)^2})}{(m_j^2-q^2-t)^2(s+t-q^2)^2(m_j^2-s)^2}\\
K_H &= K_{H1} + \frac{K_{H2}}{s-q^2} + \frac{K_{H3}}{(s-q^2)^2}, \qquad K = A, B, C\\
\text{mit } a^{ij} &:= (s-m_j^2)^i(q^2-m_j^2)^j
\end{aligned}
$$

Dabei ist $|M_H^0|^2$ in (2.68) und (2.69) gegeben, N in (2.49), und die Mandelstamm-Variablen sind

$$
\begin{aligned}
s &= (q + g_1)^2 = (q^j + g_2)^2,\\
t &= (g_2 - g_1)^2 = (q^j - q)^2, \qquad\qquad \text{(D.2)}\\
u &= (q - g_2)^2 = (q^j - g_1)^2 = m_j^2 + q^2 - s - t.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
A_{L1} &= \frac{8}{m_j^2}\Big[- a^{41} - m_j^2 a^{40} + 2a^{32} - a^{31}2(t - m_j^2) - 2a^{30}tm_j^2 - a^{23} + a^{22}(2t + 4m_j^2)\\
&- a^{21}(t^2 - 4tm_j^2 - 6m_j^4) - a^{20}4t^2m_j^2 - 5a^{13}m_j^2 + a^{12}m_j^2(5t - 6m_j^2)\\
&+ a^{11}tm_j^2(3t + 10m_j^2) - a^{10}t^2m_j^2(5t^3 + 2t^2m_j^2) + 6a^{02}t^2m_j^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& - \quad a^{01}t^2m_j^2(2t-11m_j^2) - t^3m_j^2(2t+5m_j^2) \\
A_{L2} &= 16t^2q^2\Big[3a^{02} + a^{01}(t+2m_j^2) - t(t+m_j^2)\Big], \qquad A_{L3} = -32t^3q^4(m_j^2-q^2) \\
B_{L1} &= \frac{1}{m_j^2}\Big[a^{62} + a^{61}(-2t+4m_j^2) + a^{60}(t^2-4tm_j^2+4m_j^4) - 3a^{53} + a^{52}(9t-12m_j^2) \\
&+ a^{51}(-9t^2+28tm_j^2-12m_j^4) + a^{50}t(3t^2-12tm_j^2+16m_j^4) + 3a^{44} \\
&+ a^{43}(-13t+\frac{23}{2}m_j^2) + a^{42}(18t^2-\frac{77}{2}tm_j^2+9m_j^4) \\
&+ a^{41}(-11t^3+\frac{93}{2}t^2m_j^2-24tm_j^4-4m_j^6) + a^{40}t^2(3t^2-\frac{31}{2}tm_j^2+27m_j^4) \\
&- a^{35} + a^{34}(6t-3m_j^2) + a^{33}(-13t^2+11tm_j^2+2m_j^4) \\
&+ a^{32}(9t^3-33t^2m_j^2-4tm_j^4+8m_j^6) + a^{31}t(-2t^3+25t^2m_j^2+2tm_j^4-16m_j^6) \\
&+ a^{30}t^2(t^3-12t^2m_j^2+20tm_j^4+16m_j^6) - \frac{1}{2}m_j^2a^{25} + a^{24}m_j^2(\frac{7}{2}t-3m_j^2) \\
&- a^{23}(3t^3-7tm_j^4+4m_j^6) + a^{22}tm_j^2(-8t^2-17tm_j^2+8m_j^4) \\
&+ a^{21}t(3t^4+\frac{13}{2}t^3m_j^2+35t^2m_j^4-20tm_j^6-4m_j^8) \\
&- a^{20}t^3(\frac{11}{2}t^2m_j^2-6tm_j^4-36m_j^6) + a^{14}t(-3t^2+5m_j^4) \\
&+ a^{13}t(-t^3-5t^2m_j^2-3tm_j^4+8m_j^6) \\
&+ a^{12}t(3t^4-3t^3m_j^2+3t^2m_j^4-10tm_j^6+4m_j^8) \\
&+ a^{11}t^2(t^4+13t^3m_j^2+23t^2m_j^4+32tm_j^6-12m_j^8) \\
&+ a^{10}t^3m_j^2(-t^3+8t^2m_j^2+22tm_j^4+28m_j^6) - 3t^3a^{05} + a^{04}t^3(-2t-5m_j^2) \\
&+ a^{03}t^2(3t^3-7t^2m_j^2+22tm_j^4-4m_j^6) \\
&+ a^{02}t^2(2t^4+15t^3m_j^2+25t^2m_j^4+28tm_j^6-4m_j^8) \\
&+ a^{01}t^3(9t^3m_j^2+30t^2m_j^4+58tm_j^6+12m_j^8) \\
&+ t^3(7t^3m_j^4+18t^2m_j^6+28tm_j^8+8m_j^{10})\Big] \\
B_{L2} &= \frac{t^3q^2}{m_j^2}\Big[-3a^{05} - a^{04}(3t-2m_j^2) + a^{03}(3t^2-8tm_j^2+24m_j^4) \\
&+ a^{02}(3t^3+14t^2m_j^2+40tm_j^4+4m_j^6) + a^{01}4t(4t^2m_j^2+8tm_j^4+9m_j^6) \\
&+ 4tm_j^4(4t^2+3tm_j^2+4m_j^4)\Big] \\
B_{L3} &= \frac{t^4q^4}{m_j^2}\Big[-a^{04} - 2a^{03}m_j^2 + a^{02}(t^2+2tm_j^2+12m_j^4) + a^{01}4tm_j^2(2t+3m_j^2) \\
&+ 8tm_j^4(t+m_j^2)\Big] \\
C_{L1} &= \frac{1}{m_j^2}\Big[-2a^{43} + a^{42}(6t-4m_j^2) + a^{41}2t(-3t+8m_j^2) + a^{40}2t(t^2-6tm_j^2+8m_j^4)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&+ \quad 4a^{34} - a^{33}8(2t - m_j^2) + a^{32}8t(3t - 5m_j^2) - a^{31}8t(2t^2 - 7tm_j^2 + 4m_j^4)\\
&+ \quad a^{30}4t^2(t^2 - 6tm_j^2 + 8m_j^4) - 2a^{25} + a^{24}3(4t - m_j^2) + a^{23}(-22t^2 + 14tm_j^2 + 2m_j^4)\\
&+ \quad a^{22}2t(9t^2 - 20tm_j^2 + m_j^4) - a^{21}2t(4t^3 - 13t^2m_j^2 - 7tm_j^4 + 4m_j^6)\\
&+ \quad a^{20}t^2(2t^3 - 13t^2m_j^2 + 14tm_j^4 + 24m_j^6) - a^{15}m_j^2 + a^{14}(4t^2 + 5tm_j^2 - 2m_j^4)\\
&- \quad a^{13}2t(2t^2 + 9tm_j^2 - 8m_j^4) - a^{12}2t(2t^4 - 5t^3m_j^2 + 18tm_j^4 - 4m_j^6)\\
&+ \quad a^{11}t^2(4t^3 - 29t^2m_j^2 + 64tm_j^4 - 32m_j^6) + a^{10}t^3m_j^2(t^2 - 10tm_j^2 + 24m_j^4) + 4a^{05}t^2\\
&- \quad a^{04}2t(t^2 + 5tm_j^2 - m_j^4) - a^{03}2t(3t^3 - 6t^2m_j^2 + 11tm_j^4 - 2m_j^6)\\
&+ \quad a^{02}2t^2(t^3 - 24t^2m_j^2 + 41tm_j^4 - 10tm_j^6)\\
&+ \quad a^{01}2t^2(t^4 - 2t^3m_j^2 - 29t^2m_j^4 + 42tm_j^6 - 8m_j^8)\\
&+ \quad 2t^3(t^3m_j^2 - 2t^2m_j^4 - 10tm_j^6 + 8m_j^8)\Big]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
C_{L2} &= \frac{t^2q^2}{m_j^2}\Big[4a^{05} - 14a^{04}m_j^2 - a^{03}8t(t - m_j^2) - a^{02}28tm_j^2(t - 2m_j^2)\\
&+ \quad a^{01}4t^2(t^2 - 10tm_j^2 + 4m_j^4) + 10t^3m_j^2(t - 4m_j^2)\Big]\\
C_{L3} &= \frac{t^3q^4}{m_j^2}\Big[2a^{04} - a^{03}2(t + 4m_j^2) - a^{02}2t(t - 8m_j^2) + a^{01}2t(t^2 - 16tm_j^2 + 16m_j^4)\\
&+ \quad 8t^2m_j^2(t - 4m_j^2)\Big]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
A_{T1} &= \frac{8}{m_j^2}\Big[m_j^2a^{40} - 2m_j^2a^{31} + 2a^{30}tm_j^2 - a^{22}(t + 2m_j^2) - a^{21}m_j^2(\frac{11}{2}t + 6m_j^2)\\
&+ \quad a^{20}tm_j^2(\frac{3}{2}t + m_j^2) + a^{13}(t + 3m_j^2) - a^{12}(t^2 - t\frac{3}{2}m_j^2 - 6m_j^4) - 5a^{11}m_j^2t(t + m_j^2)\\
&- \quad \frac{1}{2}a^{10}t^3m_j^2 + 2a^{03}tm_j^2 + a^{02}m_j^2t(t + 2m_j^2) - a^{01}t^2m_j^2(t + \frac{3}{2}m_j^2) - t^2m_j^4(\frac{5}{2}t - 3m_j^2)\Big]\\
A_{T2} &= 8t^2\Big[3a^{03} + a^{02}(t + 5m_j^2) - a^{01}(t^2 - 2m_j^4) - tm_j^2(t + m_j^2)\Big]\\
A_{T3} &= 16t^3\Big[a^{03} + 2a^{02}m_j^2 + a^{01}m_j^4\Big]\\
B_{T1} &= \frac{1}{4m_j^2}\Big[-8a^{61}m_j^2 + 16a^{60}m_j^2(t - m_j^2) + 24a^{52}m_j^2 - 16a^{51}m_j^2(4t - 3m_j^2)\\
&+ \quad 8a^{50}tm_j^2(6t - 5m_j^2) - a^{44} + 2a^{43}(2t - 11m_j^2) - 2a^{42}(4t^2 - 31tm_j^2 + 14m_j^4)\\
&+ \quad 2a^{41}(2t^3 - 67t^2m_j^2 + 36tm_j^4 + 8m_j^6) + a^{40}t(t^3 + 70t^2m_j^2 - 4tm_j^4 + 8m_j^6)\\
&+ \quad 2a^{35} - 4a^{34}(3t - m_j^2) + 2a^{33}(11t^2 + 7tm_j^2 - 12m_j^4)\\
&- \quad 2a^{32}(11t^3 - 33t^2m_j^2 - 10tm_j^4 + 16m_j^6) + 2a^{31}t^3(4t - 83m_j^2)\\
&+ \quad 2a^{30}t^2(t^3 + 29t^2m_j^2 + 22tm_j^4 + 24m_j^6) - a^{26} + 2a^{25}(4t + m_j^2)\\
&- \quad a^{24}(21t^2 + 38tm_j^2 - 20m_j^4) + 2a^{23}(9t^3 + 26t^2m_j2 - 12tm_j^4 + 8m_j^6)\\
&- \quad a^{22}t(11t^3 - 60t^2m_j^2 - 56tm_j^4 - 64m_j^6)\\
&+ \quad 2a^{21}t(3t^4 - 41t^3m_j^2 + 20t^2m_j^4 - 8tm_j^6 + 8m_j^8)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&+&& a^{20}t^2(t^4+30t^3m_j^2+44t^2m_j^4+168tm_j^6+40m_j^8)+10a^{15}tm_j^2\\
&-&& 2a^{14}t(3t^2+18tm_j^2+14m_j^4)-2a^{13}t(t^3-5t^2m_j^2-15tm_j^4+36m_j^6)\\
&+&& 2a^{12}t(3t^4+t^3m_j^2-7t^2m_j^4+26tm_j^6-8m_j^8)\\
&+&& 2a^{11}t^2(t^4+6t^3m_j^2+25t^2m_j^4-4tm_j^6-20m_j^8)\\
&+&& 2a^{10}t^3m_j^2(5t^3+17t^2m_j^2+66tm_j^4+48m_j^6)-6a^{05}t^3\\
&-&& 2a^{04}t^2(2t^2+5tm_j^2+4m_j^4)+2a^{03}t^2(3t^3-7t^2m_j^2+34tm_j^4+12m_j^6)\\
&+&& 2a^{02}t^2(2t^4+15t^3m_j^2+25t^2m_j^4+32tm_j^6+24m_j^8)\\
&+&& 2a^{01}t^3m_j^2(9t^3+34t^2m_j^2+66tm_j^4+4m_j^6)+2t^3m_j^4(11t^3+22t^2m_j^2+56tm_j^4+8m_j^6)\Big]\\
B_{T2} &=&& \frac{t^3q^2}{2m_j^2}\Big[-3a^{05}-a^{04}(3t+2m_j^2)+a^{03}(3t^2-8tm_j^2+24m_j^4)\\
&+&& a^{02}(3t^3+14t^2m_j^2+40tm_j^4+4m_J^6)+4a^{01}tm_j^2(4t^2+8tm_j^2+9m_j^4)\\
&+&& 4tm_j^4(4t^2+3tm_j^2+4m_j^4)\Big]\\
B_{T3} &=&& \frac{t^4q^2}{2m_j^2}\Big[-a^{05}-3a^{04}m_j^2+a^{03}(t^2+2tm_j^2+10m_j^4)+a^{02}m_j^2(9t^2+14tm_j^2+12m_j^4)\\
&+&& 4a^{01}tm_j^4(4t+5m_j^2)+8tm_j^6(t+m_j^2)\Big]\\
C_{T1} &=&& \frac{1}{m_j^2}\Big[4a^{42}m_j^2-8a^{41}tm_j^2+4a^{40}tm_j^2(t-4m_j^2)-8a^{33}m_j^2+24a^{32}tm_j^2\\
&-&& 8a^{31}tm_j^2(3t-4m_j^2)+8a^{30}t^2m_j^2(t-4m_j^2)+\frac{1}{2}a^{25}-a^{24}(\frac{5}{2}t-2m_j^2)\\
&+&& a^{23}(6t^2-17tm_j^2-2m_j^4)-a^{22}t(6t^2-41tm_j^2-2m_j^4)\\
&+&& a^{21}t(\frac{3}{2}t^3-43t^2m_j^2+30tm_j^4+8m_j^6)+a^{20}t^2(\frac{1}{2}t^3+9t^2m_j^2-38tm_j^4-24m_j^6)\\
&-&& \frac{1}{2}a^{16}+2a^{15}(2t+m_j^2)-a^{14}(\frac{17}{2}t^2+4tm_j^2-2m_j^4)+2a^{13}t(5t^2-9tm_j^2-10m_j^4)\\
&-&& a^{12}t(\frac{15}{2}t^3-38t^2m_j^2-32tm_j^4+8m_j^6)+2a^{11}t^2(t^3-20t^2m_j^2+14tm_j^4+16m_j^6)\\
&+&& a^{10}t^3(\frac{1}{2}t^3+6t^2m_j^2-26tm_j^4-24m_j^6)+a^{05}t(2t+m_j^2)-a^{04}t(t^2+7tm_j^2+4m_j^4)\\
&-&& a^{03}t(3t^3-4t^2m_j^2+tm_j^4+4m_j^6)+a^{02}t^2(t^3-16t^2m_j^2+29tm_j^4+28m_j^6)\\
&+&& a^{01}t^2(t^4-9t^3m_j^2-15t^2m_j^4+8tm_j^6+16m_j^8)+t^3m_j^2(3t^3-9t^2m_j^2-8tm_j^4-16m_j^6)\Big]\\
C_{T2} &=&& \frac{t^2q^2}{m_j^2}\Big[2a^{05}-7a^{04}m_j^2-4a^{03}t(t-m_j^2)-14a^{02}tm_j^2(t-2m_j^2)\\
&+&& 2a^{01}t^2(t^2-10tm_j^2+4m_j^4)+5t^3m_j^2(t-4m_j^2)\Big]\\
C_{T3} &=&& \frac{t^3q^2}{m_j^2}\Big[a^{05}-a^{04}(t+3m_j^2)-a^{03}(t^2-7tm_j^2+4m_j^4)\\
&+&& a^{02}t(t^2-17tm_j^2+24m_j^4)+a^{01}tm_j^2(5t^2-32tm_j^2+16m_j^4)+4t^2m_j^4(t-4m_j^2)\Big]
\end{aligned}
$$

E. Ergänzung zur LLA

Da es in [39] einige Uneindeutigkeiten gibt, soll die zugrundeliegende LLA-Rechnung hier skizziert werden. Dabei folgt, wie im Hauptteil erwähnt, die Argumentation und der Rechengang nicht in allen Details [39].

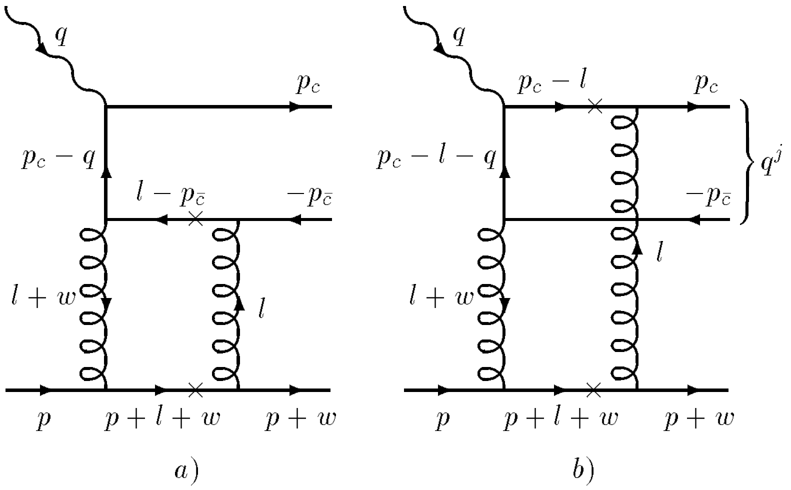


Abbildung E.1: *Diagramme für die elastische J/ψ-Produktion in LLA*

Diagramme Zunächst sei die Amplitude für den Austausch von zwei Gluonen bestimmt. In Abbildung E.1 sind die Diagramme zusammen mit der Bezeichnung der Impulse dargestellt. Abbildung E.1 *a*) steht dabei eigentlich für vier verschiedene Diagramme, die sich ergeben, wenn man in *a*) die beiden Gluonenenlinien kreuzt, sowie dadurch, daß p_c und $p_{\bar{c}}$ miteinander vertauscht werden. Hier soll nur die Amplitude im Hochenergielimes $s \to \infty$ berechnet werden. In diesem Fall hebt sich der Realteil eines Diagrammpaares, das sich nur durch das Kreuzen der Gluonen unterscheidet, gerade auf. Es dominiert der Imaginärteil der Amplitude, der mit Hilfe der Landau-Cutkovsky-Regeln [40] berechnet werden kann, was hier im wesentlichem bedeutet, im Propagator

$(p^2 - m^2)^{-1}$ durch $-i\pi\delta(p^2 - m^2)$ zu ersetzen. Die Lage der entsprechenden Schnitte ist in Abbildung E.1 durch Kreuze ($\times$) markiert. Die Diagramme mit vertauschten Quarks besitzen jeweils die gleiche Amplitude, so daß es genügt, die Amplitude zu Diagramm *a*) mit einem Faktor 2 zu versehen. Entsprechend steht das Diagramm *b*) stellvertretend für zwei verschiedene Diagramme – nur für zwei, da in diesem Fall das Vertauschen der Quarks und das Kreuzen der Gluonen zur gleichen Topologie führt. Man hat also insgesamt sechs Diagramme, die gerade den sechs Diagrammen des Colour-Singlet-Modells aus Abbildung 2.6 entsprechen. Das Diagramm *b*) kann nun auf zwei Arten geschnitten werden, nämlich bei $p_c - l$ wie in Abbildung E.1 angedeutet, aber auch bei $p_c - l - q$. In beiden Fällen erhält man die gleiche Amplitude, so daß *b*) ebenfalls mit einem Faktor 2 zu versehen ist.

Der gebundene Zustand, also das J/ψ, wird auf gleiche Weise behandelt wie im Colour-Singlet-Modell.

Proton Das Proton wird zunächst wie ein einzelnes Quark behandelt, und für die untere Hälfte der Diagramme wird folgende Näherung verwendet ($p \gg l, w$):

$$\bar{u}(p+w)\gamma_\alpha(\not{p} + \not{l} + \not{w} + m_p)\gamma_\beta u(p) \approx 4p_\alpha p_\beta. \tag{E.1}$$

Zusätzlich wird ein Faktor $\phi(l, w)$ eingeführt. Dabei soll $\phi(l, w)$ die Wahrscheinlichkeit angeben, daß 2 Gluonen vom Proton emittiert werden.

Der Impuls $w = q - q^j$ der Gluonen setzt sich aus einem longitudinalen Anteil $\bar{x}p$ und einem transversalen Anteil q_T zusammen:

$$w = -\bar{x}p - q_T, \tag{E.2}$$

$$m_j^2 = (q-w)^2 \Rightarrow \bar{x} = \frac{m_j^2 - q^2 - t}{2p\cdot q} =: \frac{4\bar{q}^2}{2p\cdot q}, \tag{E.3}$$

$$\text{wobei} \quad t = (q - q^j)^2 = w^2 = q_T^2. \tag{E.4}$$

Integration Die Integration über den Schleifenimpuls l kann teilweise mit Hilfe der δ-Funktionen ausgeführt werden. Zunächst werden Sudakov-Variablen eingeführt:

$$l = \alpha_l + q' + \beta_l\, p + l_T \tag{E.5}$$

$$\text{mit} \quad q' = q - \frac{q^2}{2p\cdot q}p, \quad q'^2 = 0, \quad p^2 = m_P^2 \approx 0, \tag{E.6}$$

$$l_T \cdot q = l_T \cdot q' = l_T \cdot p = 0. \tag{E.7}$$

Man hat dann

$$\begin{aligned}
\delta((p+l+w)^2) &= \frac{1}{2p\cdot q}\delta(\alpha+\frac{(l_T-q_T)^2}{2p\cdot q(1+\beta_l-\bar{x})}) \\
&\Rightarrow \alpha_l \approx -\frac{(l_T-q_T)^2}{2p\cdot q}, && \text{(E.8)} \\
\delta((l-p_{\bar{c}})^2-m_c^2) &= \delta((p_c-l)^2-m_c^2)=\frac{2}{2p\cdot q}\delta(\beta_l-2\frac{l_T^2-l_T\cdot q_T}{2p\cdot q}) \\
&\Rightarrow \beta_l = 2\frac{l_T^2-l_T\cdot q_T}{2p\cdot q}. && \text{(E.9)}
\end{aligned}$$

Diagramm a) Für den Zähler in Diagramm a) erhält man für $p^2=0$ und mit Hilfe der Dirac-Gleichung

$$\begin{aligned}
\sim \quad & \bar{u}(p_c)\gamma_\nu(\not{p}_c-\not{q}+m)\not{p}(\not{l}-\not{p}_{\bar{c}}-\frac{1}{2}\not{w}+m)\not{p}\,v(p_{\bar{c}}) \\
&= -p\cdot q\,\bar{u}(p_c)(2p_{c\nu}-\gamma_\nu\not{q})\not{p}\,v(p_{\bar{c}}). && \text{(E.10)}
\end{aligned}$$

Zudem ist der Nenner $\sim \frac{1}{-2\bar{q}}$ und damit unabhängig von l_T^2. Da im Rahmen der LLA hier nur Terme beitragen können, die proportional zu l_T^2 (s.u.) sind, trägt Diagramm a) nicht zum Ergebnis bei. Im Gegensatz dazu tritt in b) der Impuls l in zwei Fermionpropagatoren auf. Es genügt also, Diagramm b) zu berechnen.

Amplitude Mit $(p_c-l-q)^2-m^2=-2\bar{q}^2+2(l_T^2-l_T\cdot q_T)$ erhält man schließlich für die Amplitude zu Diagramm b) einschließlich eines Faktors 2

$$\begin{aligned}
M &= -i\frac{16e_q\sqrt{4\pi\alpha_{em}}\alpha_s^2}{3\sqrt{3}\,2p\cdot q}\int d^2l_T\phi(l,w)\frac{1}{l_T^2(l_t-q_T)^2}\frac{1}{-2\bar{q}^2+2(l_T^2-l_T\cdot q_T)} \\
&\quad \cdot\frac{m_jA}{2\sqrt{2}}Sp[(p\cdot q-\not{p}\not{l})\gamma_\nu(p\cdot q+(\not{l}+\not{w})\not{p})\gamma_\mu]\epsilon_\gamma^\nu\epsilon_{J/\psi}^\mu. && \text{(E.11)}
\end{aligned}$$

Dabei ist A wie in (2.44).

Führender logarithmischer Beitrag Für die weitere Argumentation ist das Verhalten von $\phi(l,w)$ in Bezug auf l_T^2 wesentlich. Diese Abhängigkeit sei zunächst für $t=q_T^2\approx 0,\ w\approx 0$ betrachtet. Für ein einzelnes Quark wäre $\phi(l)\equiv\phi(l,0)=1$, da die Amplitude (E.11) gerade für diesen Fall berechnet ist. Ist nun r_N der Protonradius, dann ist $\phi(l)\approx 3$ für $l_T^2\gg\frac{1}{r_N^2}$. Jedes Valenzquark kann unabhängig von den anderen 2 Gluonen emittieren. Wenn umgekehrt $l_T^2\ll\frac{1}{r_N^2}$ gilt, dann nimmt die Wahrscheinlichkeit, daß das dann praktisch punktförmige und farblose Proton die 2 Gluonen aussendet, mit l_T^2 ab. In diesem Bereich hat man dann mindestens eine Abhängigkeit der Form $\phi(l) \sim \frac{l_T^2}{r_N^2}$. Um nun die führenden Logarithmen zu isolieren, also Anteile der Form $\int \frac{dl_T^2}{l_T^2}$, wird der Integrationsbereich in (E.11) in drei Bereiche aufgeteilt.

$|\mathbf{l_T^2}| \gg \bar{\mathbf{q}}^2$ In diesem Bereich ist der Anteil aus dem Fermionpropagator $\frac{1}{-2\bar{q}^2+2(l_T^2-l_T\cdot q_T)} \approx \frac{1}{2l_T^2}$ und der Anteil aus den Gluonpropagatoren $\frac{1}{l_T^2(l_T-q_T)^2} \approx \frac{1}{l_T^4}$. Da hier zudem $\phi(l)$ konstant ist und die Spur nur Terme bis zur Ordnung l_T^2 enthält, gibt es keinen logarithmischen Anteil.

$|\mathbf{l_T^2}| \ll |\mathbf{q_T^2}|$ Setzt man hier $q_T^2 \sim \frac{1}{r_N^2}$, so ist $\phi(l) \sim \frac{l_T^2}{r_N^2}$. Der Anteil aus den Propagatoren ist jetzt $\frac{1}{2l_T^2 q_T^2}\frac{1}{-2\bar{q}^2}$, und es tritt ebenfalls kein logarithmischer Anteil auf.

Es bleibt

$|\mathbf{q_T^2}| \ll |\mathbf{l_T^2}| \ll \bar{\mathbf{q}}^2$, wo mit einem wesentlichen logarithmischen Beitrag zu rechnen ist.

In diesem Intervall kann man $\frac{1}{l_T^2(l_T-q_T)^2} \approx \frac{1}{l_T^4}$ setzen und den restlichen Nenner bis zur 2. Ordnung entwickeln[1].

$$\frac{1}{-2\bar{q}^2+2(l_T^2-l_T\cdot q_T)} \approx \frac{1}{-2\bar{q}^2}\left(1+\frac{2l_T^2}{2\bar{q}^2}\left[1+\frac{q_T^2}{2\bar{q}^2}\right]-\frac{2l_T\cdot q_T}{2\bar{q}^2}\right) \tag{E.12}$$

Den logarithmischen Beitrag liefern dann alle Terme im Zähler der Ordnung l_T^2.

$$\begin{aligned} M &= i\frac{32\pi e_q\sqrt{4\pi\alpha_{em}}\alpha_s^2 A m_j}{3\sqrt{6}}\frac{2\bar{q}^2+q_T^2}{(2\bar{q}^2)^3} \\ &\quad \cdot(2q\cdot p g_{\mu\nu} - 2q_\nu^j p_\mu - 2q_\mu p_\nu + 2\bar{x} p_\mu p_\nu)\epsilon_\gamma^\nu \epsilon_{J/\psi}^\mu \phi(l,w)\int_{|q_T^2|}^{\bar{q}^2}\frac{dl_T^2}{l_T^2} \end{aligned} \tag{E.13}$$

So weit hat man die führenden Logarithmen für das 1-*loop*-Diagramm bestimmt. Um zum vollständigen Ergebnis zu gelangen, muß man die führenden Logarithmen in allen Ordnungen aufsummieren. Die zugehörigen Diagramme erhält man, wenn in Abbildung E.1 die beiden Gluonen durch die entsprechenden Leiterdiagramme ersetzt werden, wie es auch in Abbildung 3.10 angedeutet ist. Das entspricht aber gerade der Berechnung der Q^2-Entwicklung der Gluondichte $G(x,Q^2)$, und man braucht somit nur in (E.13) die Ersetzung [41][42]

$$\frac{4}{3}\frac{\alpha_s}{\pi}\phi(l,0)\int_{|q_T^2|}^{\bar{q}^2}\frac{dl_T^2}{l_T^2} \to \bar{x}G(\bar{x},\bar{q}^2) \tag{E.14}$$

[1] Die Winkelintegration kann mit $l_T\cdot a\, l_T\cdot b = \frac{1}{2}l_T^2\, a_T\cdot b_T$ durchgeführt werden.

duchzuführen, um die führenden Logarithmen zu summieren. Im Falle der tiefinelastischen Streuung, in dem gewöhnlich die Gluondichte definiert wird (siehe Abschnitt 2.2), erscheint das Leiterdiagramm erst im Betragsquadrat $|M|^2$, während hier die Gluonleiter schon in der Amplitude M auftritt. Dies bedeutet zum einen, daß der Wirkungsquerschnitt vom Quadrat der Gluondichte abhängt, was eine hervorzuhebende Eigenschaft dieses Ansatzes ist, zum anderen aber auch, daß die Impulse, die links und rechts durch die Leiter laufen, gleich sein müßten – hier also l und $l+w$. Damit trotzdem der allgemeine Fall mit $t \neq 0$ behandelt werden kann, wird die Ersetzung (E.14) auch für $\phi(l, w \neq 0)$ als gültig angenommen und zusätzlich ein Formfaktor $F_N^{2G}(t)$ eingeführt mit $F_N^{2G}(0) = 1$, der die Struktur des Protons und die t-Abhängigkeit der Amplitude berücksichtigt, ähnlich dem elektromagnetischen Protonformfaktor $F(t)$. Als Näherung für $F_N^{2G}(t)$ kann der elektromagnetische Formfaktor verwendet werden, letztlich ist $F_N^{2G}(t)$ aber nicht bekannt.

Mit der Ersetzung (E.14) wird aus (E.13) schließlich

$$\begin{aligned} M &= i\frac{8\pi^2 e_q\sqrt{4\pi\alpha_{em}}\alpha_s A m_j}{\sqrt{6}}\frac{2\bar{q}^2+q_T^2}{(2\bar{q}^2)^3}F_N^{2G}(t)\bar{x}G(\bar{x},\bar{q}^2) \\ &\quad \cdot(2q\cdot p g_{\mu\nu} - 2q_\nu^j p_\mu - 2q_\mu p_\nu + 2\bar{x}p_\mu p_\nu)\epsilon_\gamma^\nu \epsilon_{J/\psi}^\mu, \end{aligned} \tag{E.15}$$

was mit [39] übereinstimmt.

Mit einer expliziten Darstellung der Polarisationsvektoren ((B.1) bis (B.6) mit p statt g_1) folgt dann der Wirkungsquerschnitt (3.34).

Die Schwierigkeit dieser Rechnung ist sicherlich, daß die Gültigkeit der verschiedenen Näherungen, die nötig sind, um zu diesem Ergebnis zu gelangen, nicht anzugeben ist.

Literaturverzeichnis

[1] E.L. Berger und D. Jones, Phys.Rev.D23(1981)1521

[2] Siehe [1] (dort Ref. 2 und 3) für ein Liste der ersten Arbeiten zum Thema Boson-Gluon-Fusion.

[3] G.A. Schuler, Quarkonium production and decays, CERN-TH.7170/94, submitted to Phys.Rep.

[4] Chang Chao-Hsi Nucl.Phys.B172(1980)425

[5] R. Babieri, R. Gatto und E. Remiddi, Phys.Lett.B106(1981)497; W. Kwong, P.B. Mackenzie, R.Rosenfeld und J.L. Rosner, Phys.Rev.D37(1988)3210

[6] P.B.Mackenzie und G.P.Lepage, Phys.Lett.47(1981)1244; W.Kwong et al.,Phys.Rev.D37(1988)3210

[7] Particle Data Group, Review of Particle Properties, Phys.Rev.D50(1994)

[8] Wai-Lee Keung und I.J.Muzinich, Phys.Rev.D27(1983)1518

[9] H.Jung, D.Krücker, C.Greub und D.Wyler, Z.Phys.C60(1993)721

[10] S.Mandelstam, Proc.Roy.Soc.A233(1955)248

[11] H.Lehmann, K.Symanzik und W.Zimmermann, Nuovo Cim.Ser.10 1(1955)205

[12] C.Greub und D.Wyler, Phys.Lett.B295(1992)293

[13] W.Buchmüller und S.H.H.Tye, Phys.Rev.D24(1981)132

[14] J.G.Körner, J.Cleymans, M.Kuroda und G.J.Gounaris, DESY 82-003; J.G.Körner et al. Phys.Lett.114B(1982)195

[15] J.Ph.Guillet, Z.Phys.C39(1988)75

[16] H.Merabet, J.-F.Mathiot und R.Mendez-Galain, Z.Phys.C62(1994)639

[17] J.J.Aubert et al., EMC Collaboration, Nucl.Phys.B213(1983)1; J.Ashman et al., EMC Collaboration, Z.Phys.C56(1992)21

[18] D.Allasia et al.,NMC Collaboration, Phys.Lett.B258(1991)493, M. de Jong, NMC Collab., PhD Thesis Utrecht 1991

[19] R.Barate et al., NA-14 Collaboration, Z.Phys.C33(1987)505

[20] B.H.Denby et al., FTPS Collaboration, Phys.Rev.Lett.52(1984)795

[21] B.Gittelman, Phys.Rev.Lett35(1975)1616

[22] M.Krämer et al., Phys.Lett.B348(1995)657 ≡ DESY 94-207

[23] S.Bethke, Proceedings Tenessee Int. Symposion on Radiative Corrections, Gatlinburg; PITHA 94-24

[24] M.Glück, E.Reya und A.Vogt, Z.Phys.C53(1992)127; Z.Phys.C48(1990)471

[25] K.H.Streng, Proc. of the HERA workshop, Hamburg 1987, Ed. R.D.Peccei; CERN-TH-4949, 1988; E.L.Berger, J.C.Collins, D.E.Soper und G.Sterman, Nucl.Phys.B286(1987)704

[26] G.Ingelman und K.Prytz, DESY 92-177, Z.Phys.C58(1993)285

[27] S.J.Brodsky et al., Phys.Lett.93B(1980)451, Phys.Rev.D23(1981)2745; G.Ingelman, L.Jönsson, M.Nyberg DESY 92-1978

[28] H.Jung, Comp.Phys.Comm.86(1995)147 und priv. Mitteilung

[29] J.A.M.Vermaseren, FORM Version 1.0, User's Manual and Tutorial, CERN/NIKHEF-H Amsterdam Publication, 1989

[30] T.Ahmed et al., H1 Collaboration, Phys.Lett.B338(1994)507

[31] M.Derrick et al.,ZEUS Collaboration, Phys.Lett.B350(1995)120 ≡ DESY 95-052

[32] M.Binkley et al., Phys.Rev.Lett48(1982)73

[33] A.D.Martin, R.G.Roberts und W.J.Sterling, Phys.Lett.B306(1993)145, B308(1993)492

[34] G.A.Schuler, J.Terron, Elastic and Diffractive Photoproduction of J/ψ mesons, CERN-TH 6403/92

[35] L.N.Hand, Phys.Rev.129(1963)1834

[36] J.R.Smith, H1-Note, H1-12/92-259

[37] V.M. Budnev et al., Phys.Rep.15(1974)181

[38] C.F.Weizäcker, Z.Phys.88(1934)612; E.J.Williams, Phys.Rev.45(1934)729

[39] M.G.Ryskin, Z.Phys.C57(1993)89

[40] L.D.Landau, Nucl.Phys.13(1959)181; R.E.Cutkosky, J.Math.Phys.1(1960)429; zitiert nach C.Itzykson und J.-B. Zuber, Quantum Field Theory, New York 1986

[41] Yu.L.Dokshitzer, D.I.Dyakonov und S.I.Troyan, Phys.Rep.58(1980)269

[42] E.Levin und M.Wüsthoff Phys.Rev.D50(1994)4306 ≡ DESY 92-166

[43] S.J.Brodsky et al., SLAC-PUB-6412

[44] H.Plothow-Besch/CERN-PPE, PDFLIB User's Manual, Version 4.17; (CERN Program Library Pool W5051)

[45] L.V.Gribov, E.M.Levin und M.G.Ryskin, JETP80(1981)2132; Phys.Rep.100(1983)1

[46] E.M.Levin und M.G.Ryskin, Phys.Rep.189(1990)267

[47] J.Bartels, Z.Phys.C60(1993)471 ≡ DESY-93-028

[48] J.Bartels und M.G.Ryskin, Z.Phys.C60(1993)751

[49] ZEUS Collaboration, Phys.Lett.B345(1995)576 ≡ DESY 94-192

[50] M.G.Ryskin, Sov.J.Nucl.Phys.53(1991)668

[51] V.T.Kim, M.G.Ryskin, Sov.J.Nucl.Phys.55(1992)623 ≡ DESY 91-064

[52] S.D.Holmes et al., Ann.Rev.Nucl.Part.Sci.35(1985)397

[53] P.L.Frabettis et al., E687-Collaboration, Phys.Lett.B316(1993)197

[54] M.Binkley et al., IF-Collaboration, Phys.Rev.Lett.48(1982)73

[55] M.Bertini, M.Giffon und E.Predazzi, preprint hep-ph-9501254

[56] A.Capella et al., preprint hep-ph-9407372/LPTHE Orsay 94-42

[57] H1 Collaboration, Nucl.Phys.B407(1993)515; ZEUS Collaboration, Phys.Lett.B316(1993)412 und DESY-94-113

[58] ZEUS Collaboration, paper 0663-ICHEP94

[59] G.Sterman et al., Hanbook of perturbative QCD, Rev.Mod.Phys.67(1995)157

[60] V.N.Gribov und I.N.Lipatov, Sov.J.Nucl.Phys.15(1972)438

[61] G.Altarelli und G.Parisi, Nucl.Phys.B126(1977)298

[62] Ya. Ya. Balitskij und L. N. Lipatov, Sov.J.Nucl.Phys.28(1978)822

[63] E. A. Kuraev, L. N. Lipatov und V. Fadin, Sov.Phys.JETP45(1977)199

[64] A.J.Askew et al., Phys.Rev.D49(1994)4402

[65] R.G.Roberts, The structure of the proton: deep inelastic scattering, Cambridge University Press, 1990

[66] A.H.Mueller und J.Qiu, Nucl.Phys.B268(1986)427

[67] H1 Collaboration, Nucl.Phys.B439(1995)471

[68] H1 Collaboration, Phys.Lett.B356(1995)118 ≡ DESY 95-108

[69] H1 Collaboration, The H1 Detector at HERA, DESY-93-103

[70] P.D.B.Collins, Regge Theory and High Energy Physics, Cambridge University Press, 1977

[71] P.D.B.Collins und A.D.Martin, Hadron Interactions, Adam Hilger, 1984

[72] A.Donnachie und P.V.Landshoff, Phys.LettB296(1992)227

[73] J.J.Sakurai, Phys.Lett.22(1969)981, T.H.Bauer et al., Rev:Mod.Phys.50(1978)261

[74] F.E.Low, Phys.Rev.D12(1975)163; S.Nussinov, Phys.Rev.Lett.34(1975)1286,Phys.Rev.D14(1976)246

[75] J.F.Gunion,D.E.Soper, Phys.Rev.D15(1977)2617; H.Lippkin, Phys.Lett.116B(1982)175

[76] J.R.Cudell, Nucl.Phys..B336(1990)1

[77] F.Halzen et al., Phys.Rev.D47(1993)295

[78] A.Donnachie und P.V.Landshoff, Nucl.Phys.B244(1984)322, Nucl.Phys.B267(1986)690

[79] P.V.Landshoff und O.Nachtmann, Z.Phys.C35(1987)405

[80] G.Ingelman und P.Schlein, Phys.Lett.152B(1985)256

[81] A.Donnachie und P.V.Landshoff, Phys.Lett.191B(1987)309; Nucl.Phys.B303(1988)634

[82] C.Schmidt, Untersuchung der Photoproduktion von J/ψ-Mesonen durch Myonnachweis am e-p-Speicherring HERA; Dissertation, Hamburg 1993 (unveröffentlicht)

[83] Th.Jansen, Untersuchung diffraktiver J/ψ-Erzeugung bei HERA; Interner Bericht, DESY F11/F22-95-03, Oktober 1995

[84] ZEUS Collaboration, The ZEUS Detektor, Status Report, DESY 1993

[85] The CDF Collaboration, Study of Production Mechanisms of J/ψ's and $\psi(2S)$, FERMILAB-CONF-94/136-E

[86] E.Braaten, New Insights into the Production of Heavy Quarkonium, NUHEP-TH-95-11 $\equiv$ hep-ph/9509210

[87] E.Braaten und T.C.Yuan, Phys.Rev.Lett.71(1993)1673

[88] E.Braaten und S.Fleming, hep-ph/9411365

[89] J.C.Collins, D.E.Soper und D.Stermann in „Perturbative Quantum Chromodynamics“ed. A.H.Mueller, World Scientific Singapore 1989

[90] R. Ali und P. Hoodbhoy, Phys.Rev.D51(1995)2302

[91] H. Khan und P. Hoodbhoy, hep-ph-9501409

[92] G.T. Bodwin, E. Braaten und G.P. Lepage, Phys.Rev.D51(1995)1125

Danksagung

Danken möchte ich dem III. Physikalischen Institut und seinem Leiter Prof. Dr. Günter Flügge, der auch Referent dieser Arbeit ist. Mein Dank gilt dabei allen Mitarbeitern des Institutes, die die „Infrastruktur“ bereitgestellt haben, die es mir ermöglichte, die vorliegende Arbeit zu schreiben. Dies gilt insbesondere auch für Herrn Dr. Herbert Grässler, der während meiner Zeit in Hamburg in allen praktischen Dingen für einen reibungslosen Kontakt zu meinem Heimatinstitut sorgte.

Meinen besondern Dank möchte ich Prof. Dr. Daniel Wyler von der Universität Zürich aussprechen, der sich die Mühe machte, als Korreferent dieser Arbeit einzuspringen und schließlich auch nicht davor zurückschreckte, meiner Promotionsprüfung beizuwohnen.

Besonders am Herzen liegt es mir, die Zusammenarbeit mit Hannes Jung zu erwähnen, der durch ungezählte Diskussionen und zahl- wie auch hilfreiche Tips wesentlich zum Inhalt meiner Arbeit beigetragen hat. Sein stetes Interesse an physikalischen Fragen, ohne dabei den Rest der Welt aus den Augen zu verlieren, erwies sich immer wieder als Ermutigung.

Bedanken möchte ich mich auch bei meinem zeitweiligen Mitbewohner Thomas Jansen. Neben vielem anderen hat er als mein Kontaktmann zur J/ψ-Analyse von H1 mit dafür gesorgt, daß ich mich nicht gänzlich im Gestrüpp meiner Rechnungen verlor.

Erwähnen möchte ich auch Hans-Jürgen Koss, für die freundschaftliche Hilfe in vielen gemeinsamen Studienjahren.

Vielen Dank auch an meine Korrekturleser, die da wären (in chronologischer Reihenfolge ihres Lesens): Hannes Jung, Thomas Jansen, Markus Wobisch und der untrügliche Peter Pfeiffenschneider. Ebenso Richard Kaschowitz, Peer-Oliver Meyer und Vera Spazier.

Schließlich möchte ich auch auf den Langmut meiner WG-Mitbewohner in Hamburg, Melanie Rohde und Richard Kaschowitz, hinweisen, die kommentarlos die einige Monate andauernde Beschlagnahme des Küchentisches mit diversen Papieren und einem Notebook erduldeten.

Lebenslauf

25.1.1960	Geburt in Duisburg
12/66 bis 7/70	Grundschule
8/70 bis 7/74	Städtische Hauptschule am Nünninghof - Duisburg
1974 bis 1977	Krankheitsbedingte Unterbrechung der Schulausbildung
1/78 bis 9/78	Teilnahme am Vorbereitungslehrgang für den Hauptschulabschluß beim Forum-Volkshochschule der Stadt Duisburg
11/78	Hauptschulabschluß
8/78 bis 8/80	Teilnahme am Vorbereitungslehrgang für die Fachoberschulreife beim VHS Zweckverband Dinslaken-Voerde-Hünxe
8/89	Fachoberschulreife
2/81 bis 6/83	Besuch des Oberhausen-Kollegs
6/83	Abitur
10/83	Immatrikulation an der RWTH Aachen für das Fach Physik
4/86	Vordiplom in Physik
4/92	Diplom in Physik
	Thema der Diplomarbeit, die am III. Physikalischem Institut der RWTH Aachen durchgeführt wurde: Links-rechts-Symmetrische Modelle bei HERA.
5/92	Beginn der Promotion am gleichen Institut
7/92	Vorwiegender Aufenthalt am Deutschen Elektronen-Synchrotron (DESY) in Hamburg
9/95	Beendigung der Dissertation
7.12.95	Promotionsprüfung