RHEINISCH
WESTFÄLISCHE
TECHNISCHE
HOCHSCHULE
AACHEN

PITHA 98/4

März 1998

Untersuchung interner Jet-Struktur in tiefinelastischer Streuung im H1-Experiment

Lars Sonnenschein

III.Physikalisches Institut der Technischen Hochschule Aachen

PHYSIKALISCHE INSTITUTE
RWTH AACHEN
52056 AACHEN, GERMANY

Untersuchung interner Jet-Struktur in tiefinelastischer Streuung im H1-Experiment

von

Lars Sonnenschein

Diplomarbeit in Physik
vorgelegt der
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der
Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen
im Januar 1998

angefertigt am
III. Physikalischen Institut, Lehrstuhl B

Abstract

Internal jet structure in di-jet production in deep inelastic scattering is measured with the H1 detector at HERA. In the kinematical region of momentum transfers of $10 < Q^2 \lesssim 120\,\mathrm{GeV}^2$ and x-Bjørken values of $2 \cdot 10^{-4} \lesssim x \lesssim 8 \cdot 10^{-3}$ jets with transverse energies of $E_{\perp\mathrm{Breit}} > 5\,\mathrm{GeV}$ are selected in the Breit frame employing $k_\perp$ and cone jet algorithms. Measured observables are jet shapes and (for the first time in deep inelastic scattering) subjet multiplicities in the Breit frame. Both observables are corrected for detector effects and are presented as functions of the transverse jet energy and jet pseudorapidity. The corrected data are well described by Monte-Carlo models. A dependence of the jet broadness and the average number of subjets on the transverse energy and the pseudorapidity of the jet is observed. With increasing transverse jet energies and decreasing pseudorapidities the jets are more collimated. Furthermore the jets defined by the $k_\perp$ algorithm turn out to be narrower than jets defined by the cone algorithm.

概述

在HERA的H1探测器我们测量了由深度无弹性散射形成的二射流的内部射流结构。为此我们在布雷特 (Breit) 坐标系，运用 $k_\perp$ 算法和锥形射流算法，选择了在动力区域传递动量为 $10 < Q^2 \leq 120\mathrm{GeV}^2$，$x$ 比遥靳 (Bjørken) 值为 $2 \cdot 10^{-4} \leq x \leq 8 \cdot 10^{-3}$ 且传递能量为 $E_{\perp\mathrm{Breit}} > 5\mathrm{GeV}$ 的射流。在布雷特 (Breit) 坐标系中，我们所计算的观测量是射流形状 (jet shape) 和射流复合子数 (subjet multiplicity) (后者也是第一次在深度无弹性散射中测量)。对于上述的二个被观测量，在校正了其探测器效应后，被表示成射流传递能量和射流伪速率 (pseudorapidity) 的函数。我们得到的校正数据完全符合蒙特卡罗(Monte-Carlo) 法的结果。同时我们发现射流广度和子射流数均值取决于射流的传递能量和射流的伪速率。当射流的传递能量增加和射流的伪速率减少，射流相应集中。此外，我们还发现由 $k_\perp$ 算法定义的射流比由锥形算法定义的射流更为集中。

Übersicht

Die interne Jet-Struktur wird für die 2-Jet-Produktion in tiefinelastischer Streuung mit dem H1-Detektor bei HERA gemessen. In einem kinematischen Bereich, der sich über Impulsübertragsquadrate von $10 < Q^2 \lesssim 120\,\mathrm{GeV}^2$ und x-Bjørken Werte von $2 \cdot 10^{-4} \lesssim x \lesssim 8 \cdot 10^{-3}$ erstreckt, werden Jets mit transversalen Energien von $E_{\perp\mathrm{Breit}} > 5\,\mathrm{GeV}$ mit $k_\perp$- und Konus-Jetalgorithmen im Breit-System selektiert. Die Observablen Jet-Shape und (zum ersten Mal in der tiefinelastischen Streuung) Subjet-Multiplizität werden im Breit-System gemessen und für Detektor-Effekte korrigiert. Dargestellt werden die Ergebnisse als Funktion der transversalen Jet-Energie und der Pseudorapidität der Jets. Die Daten werden gut von Monte-Carlo-Modellen beschrieben. Die Ausdehnung der Jets sowie die mittlere Anzahl der Subjets zeigen eine Abhängigkeit von der transversalen Jet-Energie und der Pseudorapidität der Jets. Bei höheren transversalen Jet-Energien und niedrigeren Pseudorapiditäten sind die Jets kollimierter. Außerdem erweisen sich die durch den $k_\perp$-Jetalgorithmus definierten Jets enger im Vergleich zu denen des Konus-Jetalgorithmus.

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

Ziel der Elementarteilchenphysik ist das Verständnis des Aufbaus der Materie auf der untersten Konstituentenebene. Ob es eine solche Ebene gibt - und falls ja, ob wir diese schon erreicht haben - oder ob sich immer wieder neue Substrukturen offenbaren werden, kann niemand sagen. Nach dem heutigen Standardmodell der Elementarteilchen ist die Materie jedenfalls nicht bis ins Unendliche teilbar, sie besteht vielmehr aus Teilchen und Feldern[Fal94].

Die Untersuchung der Bausteine der Materie auf der untersten heute bekannten Konstituentenebene, die sich unserer direkten Sinneswahrnehmung vollständig entzieht, erfordert immense experimentelle Anstrengungen, die eine immer größer werdende Verflechtung von Beobachtung, Messung und Theorie mit sich bringen. So gehen bei der Datenanalyse von Streuexperimenten der heutigen Teilchenphysik die quantentheoretischen Formeln für den wahrscheinlichsten Verlauf einer Teilchenspur in Abhängigkeit von Art und Impuls des Teilchens in die Computer-Programme ein, die den Transport geladener Teilchen durch den Detektor rekonstruieren, um den Impuls und weitere Meßgrößen der relativistischen Kinematik am Spurbeginn zu berechnen. Dabei werden klassische Gesetze, die einen makroskopischen Einzelprozeß beschreiben, durch den anhand quantentheoretischer Erwartungswerte berechneten Mittelwert einer statistischen Verteilungsfunktion ergänzt, die sich auf eine Vielzahl von Ensembles mikroskopischer Einzelprozesse bezieht. Neuartige Phänomene, die in der makroskopischen Welt über kein Analogon verfügen, treten bei dem Umgang mit solch kleinen Längenskalen in Erscheinung. Ein Ei, das einem anderen gleicht, ist sehr wohl von diesem anderen unterscheidbar. Zwei Elektronen sind hingegen völlig identisch. Es ist nicht möglich, eines von ihnen z.B. mit einem Farbpunkt zu markieren. Dieser Erscheinung wird mit Hilfe des Pauli-Prinzips Rechnung getragen, das in der nichtrelativistischen Quantenmechanik als ad-hoc-Hypothese eingeführt wird und im Rahmen einer relativistischen Quantenfeldtheorie bereits aus den Voraussetzungen folgt.

In den HERA Experimenten H1 und ZEUS wird die Materie bei den kleinsten heute erreichbaren Längenskalen anhand von Streuprozessen zwischen Protonen und Positronen untersucht. Die Detektoren registrieren dabei die Auswirkungen der lokalen Wechselwirkung zwischen den aneinander streuenden Teilchen u.a. in Form makroskopischer Teilchenbündel, den sogenannten Jets. Bei diesen Jets handelt es sich um Schauer von Hadronen, die aus den im Streuprozeß emittierten Teilchen hervorgehen und mehr oder weniger in deren Richtung laufen. Die innere Struktur der Jets ist Gegenstand dieser

Arbeit. Messungen interner Jet-Struktur sind u.a. bereits in der $p\bar{p}$-Streuung am Fermilab Tevatron von der CDF-Kollaboration [CDF93], in der e^+e^--Streuung am LEP von der OPAL-Kollaboration [OPA94] und für die Photoproduktion in der ep-Streuung bei HERA von der ZEUS-Kollaboration [ZEU97] durchgeführt worden. In dieser Arbeit wird die interne Jet-Struktur für die 2-Jet-Produktion in tiefinelastischer Streuung mit dem H1-Detektor gemessen.

Die Arbeit ist wie folgt gegliedert:

Das erste Kapitel gibt eine Einführung in die theoretischen Grundlagen der tiefinelastischen Streuung einschließlich der verschiedenen Modellbeschreibungen für den Prozeß und den damit verbundenen Jets. Außerdem werden die in der Analyse verwendeten Jetalgorithmen und Observablen ausführlich erklärt.

Im darauffolgenden Kapitel wird der zur Messung verwendete H1-Detektor mit einer kurzen Übersicht der Ringanlage HERA erläutert. Dabei wird schwerpunktmäßig auf die für die Analyse relevanten Detektorkomponenten eingegangen.

Im dritten Kapitel werden die Auswahlkriterien für die tiefinelastischen Ereignisse und die Selektion der Jets, die in die Analyse eingehen, behandelt. Die Beschreibung der Daten durch die verwendeten Monte-Carlo-Modelle wird überprüft.

Die Observablen der internen Jet-Struktur werden im vierten Kapitel auf verschiedene Abhängigkeiten hin untersucht und mit Hilfe eines Monte-Carlo-Modells werden unterschiedliche Merkmale von Gluon- und Quark-induzierten Jets diskutiert.

Im fünften Kapitel wird die Korrekturmethode beschrieben und die Korrektur der Daten für Detektor-Effekte durchgeführt.

Schließlich folgt im sechsten Kapitel die Diskussion der Meßergebnisse.

Es wird durchgängig das in der Elementarteilchenphysik übliche Einheitensystem verwendet, in dem $\hbar = c = 1$ gesetzt wird.

1 Theoretische Grundlagen

Grundlage einer konsistenten theoretischen Beschreibung der starken Wechselwirkung ist eine nicht-abelsche Eichfeldtheorie. Eine charakteristische Eigenschaft, die jeder nicht-abelschen Eichfeldtheorie zu eigen ist, zeigt sich im Abnehmen der effektiven Kopplungskonstanten bei hohen Impulsen, entsprechend bei kurzen Distanzen[1] [Qui83], [Sch95], [Nac92]. Die Quantenchromodynamik (kurz QCD) ist eine solche Theorie und ihre Vorhersagen stehen im Einklang mit den experimentellen Ergebnissen. Sie beruht auf der unitären Symmetrie $SU(3)_C$ der Quarks, den Trägern einer Farbladung. Die lokale Symmetrie der $SU(3)_C$-Gruppe erfordert die Einführung von acht Eichfeldern, den farbigen Gluonen, die die starke Wechselwirkung vermitteln.

Experimentelle Bestätigung erfährt die QCD z.B. durch tiefinelastische Elektron-Streuexperimente, wie sie am SLAC[2] von Hofstadter durchgeführt wurden [Hof56] [Tay91] [Ken91] [Fri91]. Die Messungen dort haben gezeigt, daß der Wirkungsquerschnitt bei steigender Inelastizität der Reaktion nicht exponentiell abnimmt, sondern daß sich ein Skalenverhalten einstellt. Dies deutet auf eine innere Struktur der untersuchten Hadronen hin. Aufgrund dieser Beobachtung etablierte sich das Parton-Modell, in dem die Konstituenten der Hadronen als Partonen bezeichnet werden. Im Rahmen der QCD werden die Partonen mit den farbigen Quarks und Gluonen identifiziert.

Das zur Gruppe der Hadronen gehörende Proton besteht quantenchromodynamisch aus den drei Valenzquarks u, u und d (mit den Ladungen $+\frac{2}{3}$ für die u-Quarks und $-\frac{1}{3}$ für das d-Quark in Einheiten der Elementarladung e), die die elektrische Netto-Ladung des Protons ausmachen, sowie aus See-Quarks bzw. -Antiquarks, die durch Feldfluktuationen auftreten können, und aus den Gluonen, die an die Quarks und Antiquarks koppeln. Nachdem die Protonkonstituenten kurz vorgestellt worden sind, ist die Grundlage für einen tieferen Einblick in den ep-Streuprozeß geschaffen.

1.1 Die tiefinelastische ep-Streuung

Der Streuprozeß zwischen einem Proton und einem Elektron wird durch den Austausch eines Eichbosons der elektroschwachen Wechselwirkung beschrieben. Dabei handelt es sich im Fall des geladenen Stromes (CC: Charged Current) um ein massives $W^{\pm}$-Boson, das

[1] Dieses Phänomen wird als asymptotische Freiheit bezeichnet.

[2] **S**tanford **L**inear **A**ccelerator **C**enter

das einlaufende geladene Lepton in ein entsprechendes Neutrino umwandelt. Im Fall des neutralen Stromes (NC: Neutral Current) erfolgt die Wechselwirkung durch den Austausch eines ungeladenen Eichbosons. Dabei kann es sich entweder um ein massives Z^0-Boson oder ein γ-Quant, das Photon, handeln. Mathematisch wird der Streuprozeß durch das Feynman-Kalkül formuliert, bei dem die Wechselwirkung über Eichbosonen durch die Propagatoren [Gri96]

$$\frac{-i[g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / M^2]}{q^2 - M^2} \quad \text{für massive Vektorbosonen}$$

und

$$\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \quad \text{für das Photon}$$

ausgedrückt wird. Dabei ist $q = k - k'$ der Vierervektor des Impulsübertrages (siehe Abb. 1.1), M die Masse des Bosons und $g_{\mu\nu}$ der metrische Tensor. Im Bereich $-q^2 \ll M^2$ dominiert der Photonpropagator über die Propagatoren der massiven Bosonen, die im folgenden nicht weiter betrachtet werden.

1.1.1 Lorentzinvariante Variablen

Aus den Viererimpulsen k, q und dem Viererimpuls p des Protons, werden die lorentzinvarianten Größen

$$\begin{aligned} s &= (p+k)^2 \;, \\ Q^2 &= -q^2 \geq 0 \end{aligned}$$

gebildet. s ist hier das Quadrat der Schwerpunktsenergie und Q^2 das negative Viererimpulsübertragsquadrat. Weitere lorentzinvariante Größen sind die dimensionslosen Variablen

$$\begin{aligned} x &= \frac{Q^2}{2\, p \cdot q} \;, \\ y &= \frac{p \cdot q}{p \cdot k} \;, \end{aligned}$$

die auf den Wertebereich $0 \leq x, y \leq 1$ eingeschränkt sind. Bei x handelt es sich um die Bjørken-Skalenvariable, die im „infinite momentum frame“ , in dem die Transversalimpulse und Massen der Protonkonstituenten gegenüber dem Longitudinalimpuls des Protons vernachlässigt werden können, in niedrigster Ordnung inelastischer ep-Streuung (siehe Abb. 1.1) den Impulsbruchteil des gestreuten Partons am Gesamtimpuls des Protons angibt. Dies ist in guter Näherung bereits im Laborsystem von HERA erfüllt. y ist der relative Energieverlust des Leptons im Ruhesystem des Protons. Bei Vernachlässigung der Teilchenmassen gilt unter den lorentzinvarianten Variablen die Beziehung

$$Q^2 = sxy \;.$$

Wenn die Schwerpunktsenergie s (durch vorgegebenes k und p) konstant ist, sind zwei dieser Variablen unabhängig.

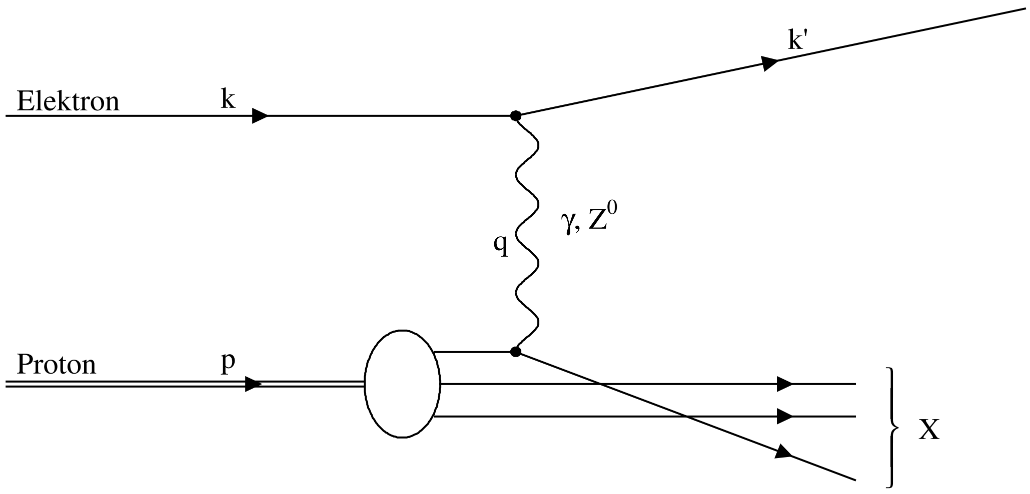

Abbildung 1.1: *Kinematik der tiefinelastischen Elektron-Proton-Streuung. Das vom Lepton zurückgestoßene System wird durch das Quadrat der invarianten Masse $W^2 = (p+q)^2$ des hadronischen Endzustandes X beschrieben.*

1.1.2 Der Streuprozeß

Nahtstelle zwischen der Theorie und dem Streuexperiment sind Observablen wie z.B. der Wirkungsquerschnitt, der ein Maß für die Wahrscheinlichkeit von Reaktionen angibt. Er kann in seiner differentiellen Form als

$$d\sigma = \frac{|\mathcal{M}|^2}{F} d\text{Lips}$$

geschrieben werden. F ist dabei der lorentzinvariante Flußfaktor, der für die kollineare Kollision zwischen zwei Teilchen a und b die Form

$$F = \left| \frac{\vec{p}_a}{E_a} - \frac{\vec{p}_b}{E_b} \right| \cdot 2E_a \cdot 2E_b = 4(|\vec{p}_a| \cdot E_b + |\vec{p}_b| \cdot E_a) = 4[(p_a \cdot p_b)^2 - m_a^2 m_b^2]^{1/2}$$

annimmt [Hal84]. Dabei sind p und m jeweils Impuls und Masse der Teilchen. $d\text{Lips} = (2\pi)^4 \delta^4(p_a + p_b - p_c - p_d - ...) \frac{d^3 p_c}{(2\pi)^3 2E_c} \frac{d^3 p_d}{(2\pi)^3 2E_d} \cdot ...$ ist das lorentzinvariante Phasenraumelement für die Reaktion $a + b \rightarrow c + d + ...$ und $\mathcal{M}$ ist das ebenfalls lorentzinvariante Matrixelement.

In niedrigster Ordnung tiefinelastischer ep-Streuung ($\mathcal{O}(\alpha_s^0)$) wird ein Quark aus dem Proton an dem virtuellen Photon des Elektrons gestreut (siehe Abb. 1.1). Bei der Formulierung des Wirkungsquerschnitts für diesen Prozeß werden zwei Strukturfunktionen ähnlich zu den Formfaktoren der elastischen Streuung benötigt. Der doppelt differentielle Wirkungsquerschnitt kann in lorentzinvarianter Form als

$$\frac{d^2\sigma}{dx\,dy} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} s[xy^2 F_1(x, Q^2) + (1-y) F_2(x, Q^2)]$$

geschrieben werden.

1.1.3 Streuung in erster Ordnung α_s

Im harten Subprozeß tritt ein Vertexfaktor proportional zur Kopplungsstärke der starken Wechselwirkung $g_s = \sqrt{4\pi\alpha_s}$ erst bei der QCD-Compton-Streuung (QCDC) und der Boson-Gluon-Fusion (BGF) auf. Beide Prozesse tragen in Ordnung α_s zur 2-Jet-Produktion bei. Im Prozeß der QCDC-Streuung wechselwirkt das virtuelle Photon mit einem aus dem Proton kommenden Quark, das entweder vor oder nach der Wechselwirkung ein Gluon abstrahlt (siehe Abb. 1.2). Da keine Möglichkeit besteht, die beiden Endzustände voneinander zu unterscheiden, werden die Beiträge beider Graphen zur Berechnung des Matrixelements summiert. Der Beitrag dieses QCD-Prozesses zu F_2 ist durch das spinsummierte Betragsquadrat des Matrixelements

$$\langle|\mathcal{M}_{\mathrm{QCDC}}|^2\rangle = 32\pi^2(e_q^2\alpha\alpha_s)C_F\left(-\frac{\hat{t}}{\hat{s}} - \frac{\hat{s}}{\hat{t}} + \frac{2\hat{u}Q^2}{\hat{s}\hat{t}}\right) \tag{1.1}$$

mit der Quarkladung e_q und dem Farbfaktor $C_F = \frac{4}{3}$ gegeben. Die Mandelstamvariablen $\hat{s} = (p_{\gamma^*} + p_q)^2$, $\hat{t} = (p_{\gamma^*} - p_g)^2$ und $\hat{u} = (p_{\gamma^*} - p_{q'})^2$ ergeben sich aus den Viererimpulsen des harten Subprozesses $\gamma^* q \to gq'$. Während die ersten beiden Summanden im Betragsquadrat des Matrixelements vom QCDC-Effekt stammen, entsteht der dritte Summand durch die Virtualität des Photons.

Im BGF-Prozeß wechselwirkt das virtuelle Photon über ein Quark mit einem aus dem Proton kommenden Gluon unter Bildung eines Quark-Antiquark-Paares. Die beiden relevanten Feynmangraphen sind in Abb. 1.3 zu sehen. Für diesen Prozeß gilt

$$\langle|\mathcal{M}_{\mathrm{BGF}}|^2\rangle = 32\pi^2(e_q^2\alpha\alpha_s)T_R\left(-\frac{\hat{u}}{\hat{t}} - \frac{\hat{t}}{\hat{u}} + \frac{2\hat{s}Q^2}{\hat{t}\hat{u}}\right)$$

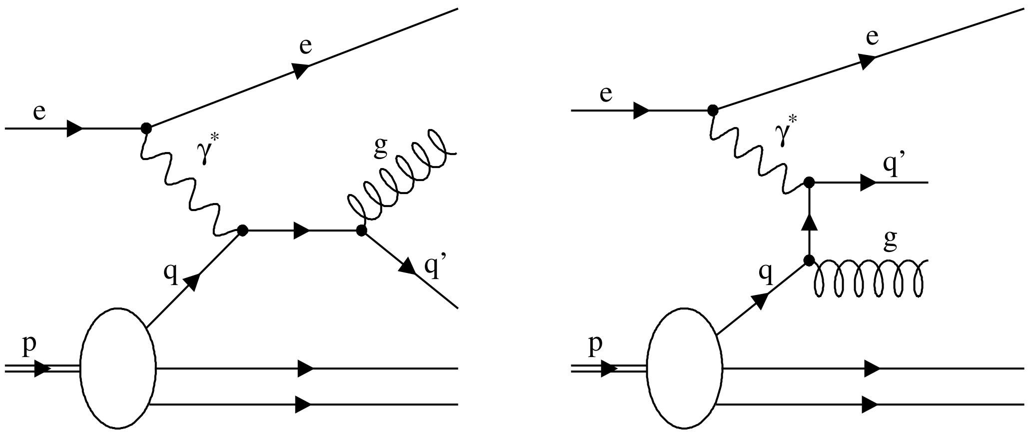

Abbildung 1.2: *Die beiden Feynmangraphen der QCD-Compton-Streuung. Beide tragen zur Berechnung des Matrixelements bei.*

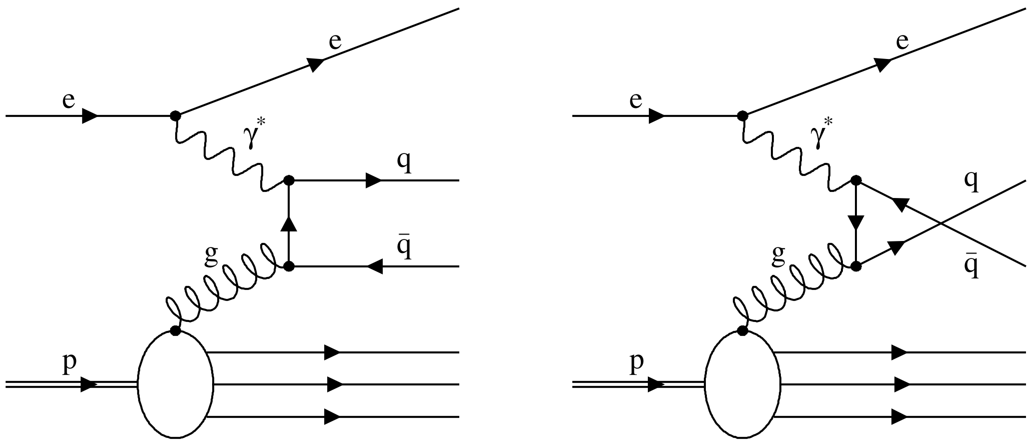

Abbildung 1.3: *Die beiden Feynmangraphen der Boson-Gluon-Fusion, die zur Berechnung des Matrixelements beitragen.*

mit dem Farbfaktor $T_R = \frac{1}{2}$. Die Mandelstamvariablen des harten Subprozesses $\gamma^* g \to q\bar{q}$ lauten $\hat{s} = (p_{\gamma^*} + p_g)^2$, $\hat{t} = (p_{\gamma^*} - p_q)^2$ und $\hat{u} = (p_{\gamma^*} - p_{\bar{q}})^2$.

1.1.4 Das Breit-System

Die Produkte des ep-Streuprozesses werden im Laborsystem detektiert, in dem die Transversalimpulse der Jets den Transversalimpuls des Elektrons balancieren. Der in Abb. 1.4 gezeigte harte Subprozeß kann jedoch besser im Breit-System betrachtet werden, in dem die Transversalimpulse der auslaufenden Partonen balanciert sind. Es ist durch die Gleichung

$$x\vec{P} + \frac{\vec{q}}{2} = 0$$

definiert. Dabei ist x die Bjørken-Skalenvariable, $x\vec{P}$ der Impulsbruchteil des Protons, der mit dem Photon wechselwirkt und $\vec{q}$ der Impulsübertrag des Photons. Das Breit-System ist damit allein durch die Observablen x und Q^2 (und den Azimutalwinkel ϕ des gestreuten Elektrons) definiert.

In niedrigster Ordnung tiefinelastischer ep-Streuung ($\mathcal{O}(\alpha_s^0)$) wechselwirkt das Lepton durch den Austausch eines Photons mit einem Quark im Proton. Im Breit-System wird das Quark am Photon mit Impulsübertrag $\vec{q}$, wie an einer Mauer reflektiert (siehe Abb. 1.5). Das Quark läuft dabei mit dem Impuls $\vec{p} = -\vec{q}/2$ ein und mit entgegengesetzten Impuls $\vec{p}\,' = \vec{q}/2$ wieder aus.

In Prozessen der Ordnung α_s laufen die beiden abgestrahlten Partonen im Photon-Parton-Schwerpunktsystem diametral entgegengesetzt auseinander. Ihre Transversalimpulse $p_\perp$ addieren sich dabei zu Null (siehe Abb. 1.6). Dieses System wird mit Hilfe der

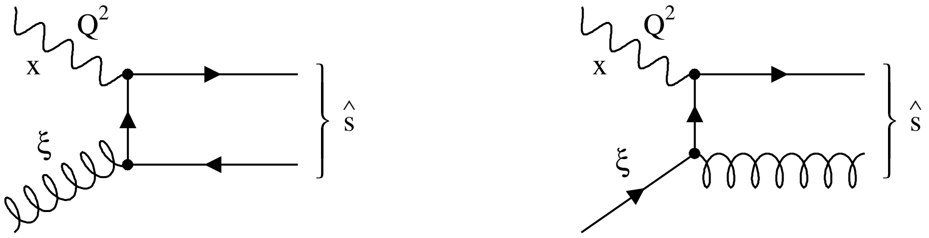

Abbildung 1.4: *Die relevanten Diagramme des harten Subprozesses in erster Ordnung α_s. Bei ξ handelt es sich um den Anteil des longitudinalen Protonimpulses, der an der Streuung teilnimmt. x ist die Bjørken-Skalenvariable, Q^2 das negative Impulsübertragsquadrat und $\hat{s}$ das Quadrat der Schwerpunktsenergie des harten Subprozesses.*

Variablen ξ, die den Anteil des longitudinalen Protonimpulses an der Streuung angibt, durch die Gleichung

$$\xi\vec{P} + \vec{q} = 0$$

gegeben. Dabei balanciert der Impulsübertrag des Photons $\vec{q}$, den Impuls des vom Proton gestreuten Partons $\xi\vec{P}$. Das Photon-Parton-Schwerpunktsystem geht aus dem Breit-System durch eine reine Lorentztransformation, einen sogenannten Boost, entlang der durch die Protonrichtung definierten z-Achse hervor. In Abb. 1.6 sind beide Inertialsysteme für den BGF-Prozeß dargestellt.

Neben den Größen Transversalimpuls $p_\perp$ und Azimutalwinkel ϕ eines Teilchens, die lorentzinvariant gegenüber einem Boost entlang der z-Achse sind, wird zur Charakterisierung der Teilchen noch eine weitere Größe benötigt. Dies ist der Polarwinkel θ oder die Rapidität

$$\zeta = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{E + p_z}{E - p_z}\right)$$

mit der Teilchenenergie E und dessen Impulskomponente p_z. Beide Größen sind nicht lorentzinvariant unter einem Boost entlang der z-Achse; die Rapidität ändert sich aber für

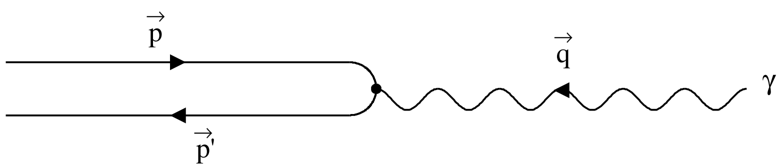

Abbildung 1.5: *In niedrigster Ordnung tiefinelastischer ep-Streuung wechselwirkt das Lepton über ein Photon mit einem Quark im Proton. Im Breit-System läuft das Quark mit dem halben Photonimpuls $\vec{p} = -\vec{q}/2$ ein, wird wie an einer Mauer reflektiert und läuft dann mit $\vec{p}' = \vec{q}/2$ wieder zurück.*

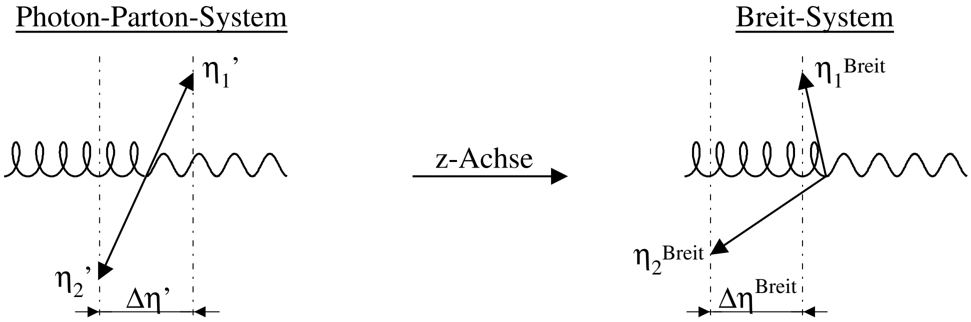

Abbildung 1.6: *Der $\gamma^* g$-Streuprozeß in seinem Schwerpunktsystem und im Breit-System. Die beiden Inertialsysteme können durch einen Boost entlang der z-Achse ineinander überführt werden.*

ein Teilchen in den verschiedenen Systemen nur um eine additive Konstante. Dadurch ist die Rapiditätsdifferenz zweier Teilchen longitudinal boost-invariant. Bei Vernachlässigung der Masse ergibt sich die Pseudorapidität

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{|\vec{p}| + p_z}{|\vec{p}| - p_z} \right) = -\ln \left(\tan \left(\frac{\theta}{2} \right) \right) \quad ,$$

die als Funktion des Winkels θ allein geschrieben werden kann. In Abb. 1.6 sind die Pseudorapiditäten der auslaufenden Partonen zu sehen. Im Photon-Parton-System erfüllen sie die Gleichung

$$\eta_1' = -\eta_2' \quad .$$

Die Pseudorapiditäten der Partonen im Breit-System sind damit durch die Transformation

$$\eta_1^{\text{Breit}} = \eta_1' + \eta^{\text{Boost}} \quad , \qquad \eta_2^{\text{Breit}} = \eta_2' + \eta^{\text{Boost}} \tag{1.2}$$

gegeben, wobei η^{Boost} die bereits erwähnte additive Konstante für den Übergang vom Photon-Parton-System ins Breit-System ist. Sie ist durch

$$\eta^{\text{Boost}} = \frac{\eta_1^{\text{Breit}} + \eta_2^{\text{Breit}}}{2} \tag{1.3}$$

gegeben. Aus den Transformationsgleichungen (1.2) geht unmittelbar hervor, daß die Rapiditätsdifferenz erhalten bleibt: $\Delta\eta' \equiv \eta_1' - \eta_2' = \eta_1^{\text{Breit}} - \eta_2^{\text{Breit}} \equiv \Delta\eta^{\text{Breit}}$. Eine weitere Größe, die in diesem Zusammenhang definiert werden kann ist

$$\eta' = \frac{|\eta_1^{\text{Breit}} - \eta_2^{\text{Breit}}|}{2} \quad . \tag{1.4}$$

Sie gibt den Betrag der Rapidität der auslaufenden Partonen im Photon-Parton-System an.

1.2 Partonschauer und Hadronisierung

Die strenge störungstheoretische Behandlung der 2-Jet-Produktion in tiefinelastischer Streuung ist bisher nur bis zur Ordnung α_s^2 durchgeführt worden [Mir96], [Cat97]. Die Vielfachabstrahlung von Partonen und die anschließende Fragmentation in Hadronen kann deshalb vorerst nur durch Näherungen bzw. Modelle beschrieben werden. Diese werden im folgenden behandelt.

1.2.1 Das Partonschauermodell

Ein Modell, das Beiträge aller Ordnungen von α_s berücksichtigt, basiert auf der Technik der Partonschauer [Ell96]. Dieses Modell findet Anwendung bei Viererimpulsquadraten $t \equiv p^2$ oberhalb eines infraroten Abschneideparameters t_0, der typischerweise bei $1\mathrm{GeV}^2$ liegt. Für $t < t_0$ kann sich ein phänomenologisches Modell zur Beschreibung der Hadronisierung anschließen.

Verzweigung von Partonen

Bei der Aufspaltung eines aus einem vorangegangenen Streuprozeß auslaufenden Partons handelt es sich um eine zeitartige Verzweigung, da die Skala $t > 0$ ist [HER87]. In Abb. 1.7 ist der Prozeß für ein Gluon dargestellt, das in zwei weitere verzweigt. Unter der Annahme, daß die Impulsquadrate der verzweigten Partonen klein gegenüber dem des auslaufenden Partons sind ($p_b^2, p_c^2 \ll p_a^2 \equiv t$), kann die Skala t für kleine Winkel $\theta = \theta_b + \theta_c$ durch

$$t = 2E_bE_c(1 - \cos\theta) = z(1 - z)E_a^2\theta^2$$

genähert werden. E_a, E_b, E_c sind die Energien der Partonen a, b, c und $z = \frac{E_b}{E_a} = 1 - \frac{E_c}{E_a}$ ist der Energieanteil des verzweigten Partons b. Die drei Gluonen des Verzweigungsprozesses liegen fast auf ihrer Massenschale. Sie werden hier als ausschließlich transversal polarisiert

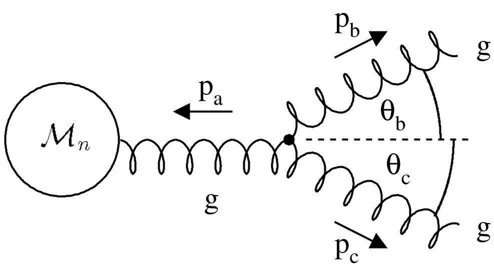

Abbildung 1.7: *Kinematik der Verzweigung eines Gluons in zwei Gluonen ($g \to gg$). Die Impulse sind so definiert, daß Sie nach außen zeigen.*

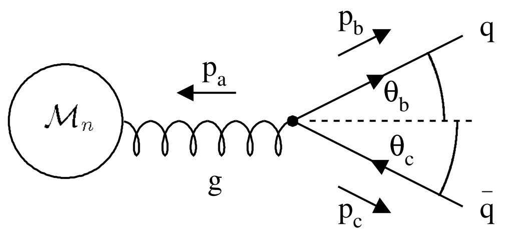

Abbildung 1.8: *Verzweigung eines Gluons in ein Quark-Antiquarkpaar ($g \to q\bar{q}$).*

angenommen, da nur Teilchen, die nicht auf ihrer Massenschale liegen, zusätzlich einen longitudinalen Polarisationszustand einnehmen können. Das Betragsquadrat des Matrixelements für $n+1$ Partonen in erster Ordnung kleiner Winkel θ

$$|\mathcal{M}_{n+1}|^2 \sim \frac{4g_s^2}{t} C_A \cdot F(z;\epsilon_a,\epsilon_b,\epsilon_c)|\mathcal{M}_n|^2$$

ist proportional zu θ^{-2}. $C_A = 3$ ist der Farbfaktor des Gluon-Verzweigungsprozesses und $F(z;\epsilon_a,\epsilon_b,\epsilon_c)$ ist die von den Gluonpolarisationen $\epsilon_a, \epsilon_b, \epsilon_c$ abhängige z-Verteilungsfunktion. Wird über die Polarisationszustände von Parton a gemittelt und über die der Partonen b und c summiert, resultiert daraus die gemittelte z-Verteilungsfunktion $\langle F \rangle$ und für den 3-Gluon-Vertex gilt

$$C_A\langle F\rangle \equiv \hat{P}_{gg}(z) = C_A\left(\frac{1-z}{z} + \frac{z}{1-z} + z(1-z)\right) \quad ,$$

wobei $\hat{P}_{gg}(z)$ die unregularisierte Splittingfunktion ist. Sie gibt die Wahrscheinlichkeit an, in einem Gluon ein Gluon mit longitudinalem Impulsbruchteil z und einem transversalen Impulsquadrat, das gegenüber der Faktorisierungsskala μ vernachlässigbar ist, zu finden [Alt77]. Für $z \to 0$ wächst die Splittingfunktion und damit das Matrixelement durch Emission eines in der Verzweigungsebene polarisierten weichen Gluons über alle Maße an. Ist das verzweigende Gluon a in einem Winkel ϕ zur Verzweigungsebene polarisiert, muß der Funktion F ein ϕ-abhängiger Term proportional zu $z(1-z)\cos 2\phi$ hinzugefügt werden, um die Winkelkorrelation zu beschreiben.

Ein weiterer Verzweigungsprozeß ist die Entstehung eines Quark-Antiquarkpaares aus einem Gluon (siehe Abb. 1.8). Das Betragsquadrat des Matrixelements in erster Ordnung kleiner Winkel θ

$$|\mathcal{M}_{n+1}|^2 \sim \frac{4g_s^2}{t} T_R \cdot F(z;\epsilon_a,\lambda_b,\lambda_c)|\mathcal{M}_n|^2$$

verfügt über den Farbfaktor $T_R = 1/2$ und die Funktion $F(z;\epsilon_a,\lambda_b,\lambda_c)$ hängt von der Polarisation des Gluons a und von den entgegengesetzten Helizitäten λ_b und λ_c des Quark-Antiquarkpaares ab. Aus der über die Spins gemittelten Splittingfunktion

$$T_R\langle F\rangle \equiv \hat{P}_{qg}(z) = T_R\left(z^2 + (1-z)^2\right)$$

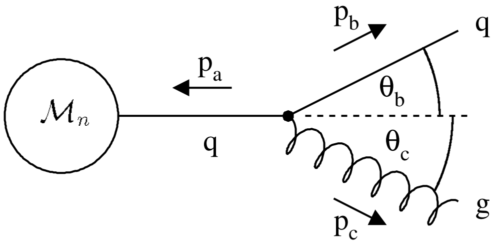

Abbildung 1.9: *Abstrahlung eines Gluons von einem Quark ($q \to qg$) oder Antiquark ($\bar{q} \to \bar{q}g$).*

ist zu sehen, daß keine Singularitäten durch weiche Abstrahlung ($z \to 0; z \to 1$) entstehen. Zur Berücksichtigung der Winkelkorrelation zwischen dem Gluon a und der Verzweigungsebene wird die Funktion F um einen Term proportional zu $-2z(1-z)\cos 2\phi$ erweitert.

Es verbleibt noch die Behandlung des in Abb. 1.9 gezeigten Verzweigungsprozesses, bei dem ein Quark, bzw. ein Antiquark ein Gluon abstrahlt. Das Betragsquadrat des Matrixelements

$$|\mathcal{M}_{n+1}|^2 \sim \frac{4g_s^2}{t} C_F \cdot F(z; \lambda_a, \lambda_b, \epsilon_c) |\mathcal{M}_n|^2$$

enthält den Farbfaktor $C_F = 4/3$. Die über die Spins gemittelte Splittingfunktion

$$C_F \langle F \rangle \equiv \hat{P}_{qq}(z) = C_F \frac{1+z^2}{1-z}$$

hat für $z \to 1$ eine Singularität durch Abstrahlung eines weichen Gluons, das in der Verzweigungsebene polarisiert ist. Für senkrecht zur Verzweigungsebene polarisierte Gluonen bewirkt die Erhaltung der Helizität des abstrahlenden Quarks im Grenzfall $z = 1$ das Verschwinden des Matrixelements. Die Winkelkorrelation wird durch einen zusätzlichen Term proportional zu $2z/(1-z)\cos 2\phi$ in der z-Verteilungsfunktion F beschrieben.

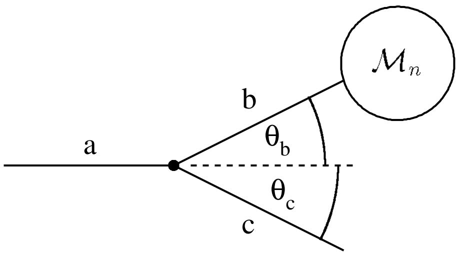

Abbildung 1.10: *Kinematik der raumartigen Partonverzweigung.*

Die hier angegebenen Splittingfunktionen können bis auf $\hat{P}_{gg}$ aus dem Betragsquadrat des Matrixelements (1.1) abgeleitet werden. So ergibt sich z.B. $\hat{P}_{qq}$ durch Integration von (1.1) über $\hat{t}$ [Bar87]. Daraus folgt $\hat{P}_{gq}(z) = \hat{P}_{qq}(z' = 1 - z)$. Hieraus wiederum folgt durch „crossing" $\hat{P}_{qg}(z) = z\hat{P}_{gq}(1/z)$ (siehe z.B. [Che75], [Bro79]).

Von den verschiedenen Verzweigungsprozessen dominiert der, in dem ein Gluon in zwei weitere Gluonen verzweigt. Der Grund liegt in dem größeren Farbfaktor und dem Ansteigen des Matrixelements bei weicher Gluonabstrahlung.

Die Verzweigungsprozesse mit einlaufenden Partonen lassen sich entsprechend beschreiben. Abb. 1.10 zeigt eine solche raumartige Partonverzweigung mit einem negativen, virtuellen Viererimpulsquadrat t, definiert durch $t \equiv |p_b^2| \gg |p_a^2|, p_c^2$. Um die mathematische Formulierung der zeitartigen Verzweigungen auf die raumartigen anzuwenden, muß lediglich die Kinematik geändert werden. Während z sich nicht ändert, gilt nun für kleine θ-Winkel $t = E_a E_c \theta_c^2$.

Partonentwicklung

Um näheres über die Verzweigungsprozesse und die Struktur der zugehörigen Endzustände zu erfahren, ist es sinnvoll, eine numerische Näherung mit Hilfe von Monte-Carlo-Modellen durchzuführen. Dazu wird der sogenannte Sudakov-Formfaktor

$$\Delta_i(t) \equiv \exp\left[-\sum_j \int_{t_0}^{t} \frac{dt'}{t'} \int dz \frac{\alpha_s}{2\pi} \hat{P}_{ji}(z)\right]$$

eingeführt, der die Wahrscheinlichkeit dafür angibt, daß Parton i bei der Entwicklung der Skala von t_0 nach t nicht verzweigt. $\hat{P}_{ji}(z)$ ist dabei die unregularisierte Splittingfunktion, die die Wahrscheinlichkeit angibt, von Parton i ein Parton j mit longitudinalem Impulsbruchteil z abzustrahlen. Damit kann die Partonentwicklungsgleichung

$$t\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{f_i(x,t)}{\Delta_i}\right) = \frac{1}{\Delta_i}\sum_j \int \frac{dz}{z}\frac{\alpha_s}{2\pi}\hat{P}_{ij}(z) f_j(x/z,t)$$

für jedes Parton i angegeben werden[3]. f_i, f_j sind hier die Impulsverteilungen der Partonen i und j. So entsteht ein ganzes System gekoppelter Entwicklungsgleichungen. Die Integration der Partonentwicklungsgleichungen ergibt die Partondichten

$$f_i(x,t) = \Delta_i(t) f_i(x,t_0) + \int_{t_0}^{t} \frac{dt'}{t'} \frac{\Delta_i(t)}{\Delta_i(t')} \sum_j \int \frac{dz}{z}\frac{\alpha_s}{2\pi}\hat{P}_{ij}(z) f_j(x/z,t')$$

[3]Ersetzen von $\left(\frac{f_i}{\Delta_i}\right)$ durch f_i und $\hat{P}_{ij}$ durch die regularisierte Splittingfunktion $P_{ij} = (\hat{P}_{ij})_+$ führt auf die DGLAP-Entwicklungsgleichung. Die dazu nötige $+$-Distribution dient der Behebung von Singularitäten in Integranden, die eine ausreichend glatte Funktion f im Zähler enthalten. Sie ist durch $\int_0^1 dx \frac{f(x)}{(1-x)_+} = \int_0^1 dx \frac{f(x)-f(1)}{1-x}$ und $\frac{1}{(1-x)_+} = \frac{1}{1-x}$ für $0 \leq x < 1$ gegeben.

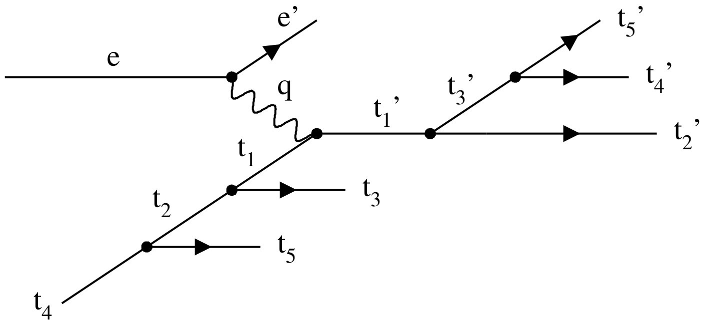

Abbildung 1.11: *Schematische Darstellung der QCD-Verzweigungsprozesse mit Partonabstrahlung im Anfangs- und Endzustand.*

in Abhängigkeit von den anfänglichen Partondichten $f_i(x, t_0)$. Die Wahrscheinlichkeit der Entwicklung eines Partons i von t' nach t ohne Verzweigung wird durch den Faktor $\frac{\Delta_i(t)}{\Delta_i(t')}$ wiedergegeben. Im Gegensatz zu den DGLAP-Entwicklungsgleichungen muß für das System der hier behandelten Partonentwicklungsgleichungen ein expliziter Infrarot-Abschneidewert $z < z_{\max} = 1 - \epsilon(t)$ angegeben werden, da hier die unregularisierten Splittingfunktionen mit ihren Singularitäten eingehen. Der Sudakov-Formfaktor mit dem Abschneideparameter $z_{\max}$ gibt für ein Parton i die Wahrscheinlichkeit an, sich von t_0 nach t ohne auflösbare Verzweigung zu entwickeln. Er enthält die Summe von virtuellen sowie auch realen Beiträgen, die zwar beide divergent sind, ihre Summe bleibt aber endlich.

Der Algorithmus

Die Simulation von QCD-Jets wird durch Monte-Carlo-Programme realisiert, die Partonschauer mit Hilfe der Partonentwicklungsgleichungen beschreiben, die wiederum auf dem Sudakov-Formfaktor basieren. Die Programme bestehen im Wesentlichen aus einem Verzweigungsalgorithmus, dessen Aufgabe darin besteht, für einen vorgegebenen Entwicklungsschritt mit der virtuellen Massenskala t_1 und dem Impulsanteil x_1, den nächsten Entwicklungsschritt (t_2, x_2) zu generieren. Dies kann durch Lösen der Gleichung

$$\frac{\Delta_i(t_2)}{\Delta_i(t_1)} = \mathcal{Z}$$

geschehen, deren linken Seite die Wahrscheinlichkeit angibt, daß sich Parton i ohne Verzweigung von t_1 nach t_2 entwickelt. $\mathcal{Z}$ ist eine vom Programm generierte Zufallszahl, die im Intervall $[0, 1]$ gleichverteilt ist. Diese Entwicklung wird für raumartige Schauer angewendet, d.h. Partonverzweigungen vor dem harten Subprozeß. Sie bricht ab, sobald der Wert von t_2 die Skala des harten Subprozesses Q^2 übersteigt. Jedes Schauerparton mit einem zeitartigen Viererimpulsquadrat kann sich bis zu einem unteren Abschneidewert t_0 weiter verzweigen. Diesmal wird die Wahrscheinlichkeit der Abwärtsentwicklung ohne Verzweigung zwischen den Skalen t'_1 und t'_2 durch $\frac{\Delta_i(t'_1)}{\Delta_i(t'_2)}$ beschrieben. In Abb. 1.11 ist schematisch die Partonentwicklung im ep-Streuprozeß gezeigt.

Der bisher beschriebene Verzweigungsalgorithmus arbeitet im Modus der sogenannten Vorwärtsentwicklung, bei der in jedem Entwicklungsschritt ein Parton mit zeitartiger Skala emittiert wird, das sich wiederum zu niedrigeren bzw. negativeren Skalen für raumartige Partonen hin entwickelt. In der tiefinelastischen ep-Streuung, wo im Gegensatz zur e^+e^--Annihilation auch raumartige Schauer durch Partonabstrahlung im Anfangszustand entstehen, bietet es sich an, die Rückwärtsentwicklung zu verwenden. Die Partonen im Endzustand mit Impulsanteil x_n werden hierbei zu Entwicklungsschritten mit kleineren Impulsanteilen $x_{n-1}, ..., x_0$ hin zurückentwickelt.

Kohärentes Verzweigen

Neben den bereits behandelten kollinearen Singularitäten treten bei der theoretischen Beschreibung von Verzweigungsprozessen auch Singularitäten durch weiche Gluonabstrahlung auf. Wenn eine externe Linie eines QCD-Feynmangraphen mit Viererimpuls p und Masse m ein Gluon mit Viererimpuls q emittiert, tritt ein Propagatorfaktor

$$\frac{1}{(p \pm q)^2 - m^2} = \pm \frac{1}{2E_{\text{Gluon}} E_{\text{Parton}} (1 - v_{\text{Parton}} \cdot \cos\theta)}$$

auf. Daran ist zu sehen, daß leichte Partonen mit Geschwindigkeiten $v_{\text{Parton}} \to 1$ bei infinitesimalen Winkeln $\theta \to 0$ eine kollineare Singularität verursachen. Unabhängig von Winkel und Geschwindigkeit erwächst aber auch für $E_{\text{Gluon}} \to 0$ eine Singularität. Dies gilt allerdings nicht für interne Linien, die außerhalb ihrer Massenschale liegen, da der entsprechende Nenner im Propagatorfaktor $(p+q)^2 - m^2 \to p^2 - m^2 \neq 0$ dann nicht verschwindet. Um den Singularitäten durch weiche Gluonabstrahlung Rechnung zu tragen, muß im Matrixelement für jede externe Linie ein zusätzlicher Faktor eingefügt werden. Dieser hat bei der Bildung des Betragsquadrates des Matrixelements Interferenzterme zwischen jeweils zwei externen Linien zur Folge. Die Interferenzterme können unter Vernachlässigung der Partonmassen so in zwei Teile aufgespalten werden, daß jeder Teil eine Winkelordnung aufweist. D.h. nach Mittelung des azimutalen Winkels zwischen einem externen Parton und einem davon abgestrahlten Gluon trägt der entsprechende Teil des Interferenztermes nur bei, wenn der Polarwinkel zwischen den beiden externen Partonen und dem abgestrahlten Gluon kleiner ist als der Polarwinkel zwischen den beiden externen Partonen des relevanten Interferenztermes. Der Beitrag durch ein emittiertes Gluon ist also auf einen Konus konzentrisch um das emittierende externe Parton beschränkt, dessen Mantel durch das zweite auf ihm liegende externe Parton bestimmt wird.

1.2.2 Das Farbdipolmodell

Das Farbdipolmodell (CDM[4]) basiert darauf, daß die Emission eines Gluons von einem $q\bar{q}$-Paar als Strahlung eines Farbdipols, der sich zwischen dem Quark und dem Antiquark

[4]Colour Dipole Model

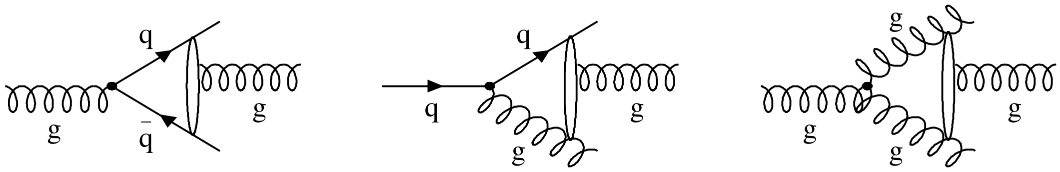

Abbildung 1.12: *Für die Emission eines Gluons gibt es drei verschiedene Arten von Farbdipolen. Den $q\bar{q}$-Dipol, den gq- bzw. $g\bar{q}$-Dipol und den gg-Dipol.*

aufspannt, behandelt werden kann [Gus88]. Die Emission eines zweiten weicheren Gluons kann näherungsweise durch die Abstrahlung einer der beiden unabhängigen Farbdipole (einer zwischen dem Quark und dem Gluon und der andere zwischen dem Gluon und dem Antiquark) beschrieben werden. Abb. 1.12 zeigt die Farbdipole, die zur Gluonemission beitragen können.

Die Aufspaltung eines Gluons in ein Quark-Antiquark-Paar ergibt sich nicht direkt aus dem Bild des Farbdipols. Die Erzeugung eines solchen Paares aus einem Gluon, das seinerseits aus dem Farbdipol eines Parton-Paares hervorging, wird im Farbdipolmodell durch zwei gleiche Beiträge beschrieben, die von den zwei Farbdipolen stammen, die zwischen dem einen Parton und dem Gluon und zwischen dem Gluon und dem anderen Parton aufgespannt werden.

Die Abstrahlung eines Farbdipols ist in seinem Schwerpunktsystem durch die Rapiditäten des emittierenden Partonpaares begrenzt. Dadurch wird die aus den Kohärenzeffekten resultierende Winkelordnung der Partonschauer automatisch erfüllt. Außerdem unterliegen die abgestrahlten Partonen einer Ordnung bezüglich der Transversalimpulsquadrate $p_\perp^2$. D.h. die Emission eines Partons bei der Skala $p_{\perp 1}^2$ erfolgt vor der Emission eines Partons bei der niedrigeren Skala $p_{\perp 2}^2$.

Ergänzungen für die tiefinelastische Streuung

Im Gegensatz zur e^+e^--Streuung, wo sich Farbdipole zwischen Partonen bilden, die als punktförmig angenommen werden, ist die Situation in der tiefinelastischen ep-Streuung komplizierter. Dort bilden sich Farbdipole zwischen punktförmigen Partonen und dem ausgedehnten Protonrest. Die Emission kleiner Wellenlängen wird von einer ausgedehnten Antenne unterdrückt und deshalb nimmt nur ein zur emittierten Wellenlänge proportionaler Anteil vom Protonrest an der Emission teil. Somit wird die Energie des Protonrestes, die für Dipolstrahlung zur Verfügung steht, eingeschränkt. Dies hat wiederum die Restriktion des Phasenraums für Gluonemission in der Hemisphäre des Protonrestes zur Folge. Die Unterdrückung der Gluonemission in Richtung des Protonrestes ist beim Farbdipolmodell schwächer als im Partonschauermodell.

Während sich QCDC-Ereignisse ganz natürlich im Farbdipolmodell ergeben, wird der BGF-Prozeß zunächst überhaupt nicht beschrieben. Dieser wird im Farbdipolmodell durch

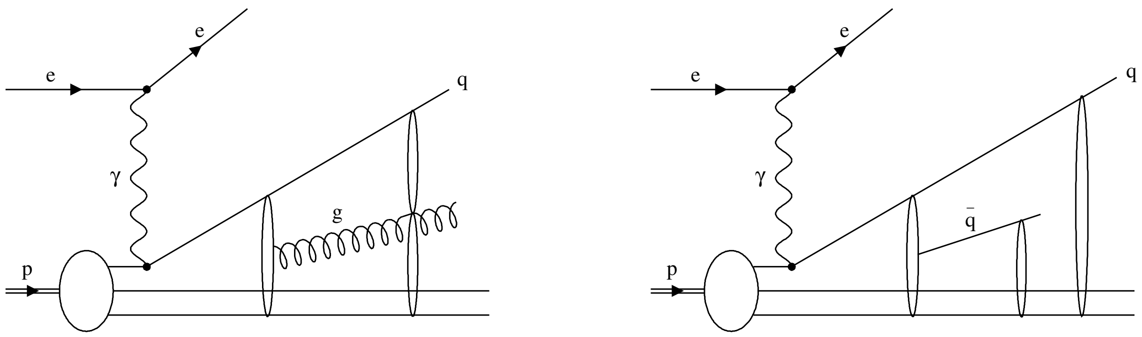

Abbildung 1.13: *Links ist die Abstrahlung eines Gluons durch einen Farbdipol zwischen dem gestreuten Quark und dem Protonrest dargestellt. Rechts ist der nachträglich in das Farbdipolmodell implementierte Prozeß der Quarkabstrahlung durch einen Farbdipol zu sehen. Die neu entstandenen Dipole können weitere Partonen abstrahlen.*

eine Prozedur berücksichtigt, in der der Dipol zwischen dem gestreuten Quark und dem Protonrest entweder ein Gluon in Übereinstimmung mit dem QCDC-Matrixelement oder ein Antiquark entsprechend dem BGF-Matrixelement emittieren kann. In letzterem Fall ergeben sich zwei unabhängige Dipole. Einer zwischen dem gestreuten Quark und dem Protonrest und einer zwischen dem emittierten Antiquark und dem Protonrest (siehe Abb. 1.13).

1.2.3 Hadronisierung

Nachdem die Partonproduktion durch das Partonschauer- oder das Farbdipolmodell beendet ist, müssen die Partonen mit ihren verbleibenden Virtualitäten in beobachtbare Hadronen umgewandelt werden. Die dafür erforderlichen Hadronisierungsprozesse finden bei niedrigen Impulsüberträgen, entsprechend bei großen Längenskalen statt. Dieser nichtperturbative Bereich wird durch Modelle beschrieben.

Das unabhängige Fragmentierungsmodell

Die einfachste Methode, um aus Parton-Verteilungen Hadron-Verteilungen zu generieren besteht darin anzunehmen, daß die Partonen unabhängig voneinander fragmentieren [Fie77]. Ein fragmentierendes Quark q bildet mit dem Antiquark $\bar{q}$, eines aus dem Vakuum erzeugten $q\bar{q}$-Paares, ein Meson mit Energieanteil z. Das verbleibende Quark mit Energieanteil $(1-z)$ fragmentiert genauso. Dieser Prozeß setzt sich fort, bis die verbleibende Energie unter einen Abschneidewert z_0 fällt. Der begrenzte Transversalimpuls ergibt sich aus dem relativen Transversalimpuls des erzeugten $q\bar{q}$-Paares, der Gauß-verteilt angenommen wird. Ein Gluon fragmentiert, indem es zuerst in ein Quark und ein Antiquark aufspaltet, die dann jeweils nach der oben erläuterten Methode fragmentieren.

Ein Schwachpunkt des unabhängigen Fragmentierungsmodells ist die Annahme, daß die Fragmentation eines Partons von dessen Energie abhängt statt von seiner Virtualität. Dadurch wird die Impulserhaltung verletzt und nach der Vollendung des Hadronisierungsprozesses müssen Korrekturen durch Reskalierung der Impulse durchgeführt werden. Ein weiteres Problem besteht in der Neutralisierung der verbleibenden Farbe in den Hadron-Jets.

Das Stringmodell

Bei der Hadronisierung im Stringmodell [And86] bildet sich analog zum Farbdipolmodell ein Farbfeld zwischen einem Quark-Antiquarkpaar, zwischen einem Antiquark und dem Protonrest oder einem Quark und dem Protonrest. Die jeweils beteiligten Partonen verlieren Energie in diesem Farbfeld, von dem angenommen wird, daß es zu einem string-artigen Gebilde kollabiert. Die Energie eines solchen Strings ist gleichförmig über seine gesamte Länge verteilt. Durch spontane Erzeugung von $q\bar{q}$-Paaren oder Diquark-Paaren bricht der String in Fragmente von der Größenordnung eines Hadrons auf. Diese Fragmente werden zu farblosen Mesonen oder im Fall der Diquark-Paare zu Baryonen zusammengefaßt. Wie Abb. 1.14 zeigt, bilden Gluonen Knicke im String, auf die Energie und Impuls der Gluonen übertragen wird. Die Fragmentation des geknickten Strings führt zu einer, vom unabhängigen Fragmentierungsmodell verschiedenen Winkelverteilung der Hadronen, in besserer Übereinstimmung mit dem Experiment.

Das Clustermodell

Das Cluster-Hadronisierungsmodell [Web84] schließt sich an die Partonprodution an und bildet aus den Partonen Farbsinguletts. Jedes Farbsingulett entspricht dabei einem Cluster, das in Hadronen zerfällt. Zur Formung der Farbsinguletts werden alle nach dem Partonschauer verbleibenden Gluonen nicht-perturbativ in ein Quark-Antiquarkpaar aufgespalten (siehe Abb. 1.15). Danach können benachbarte Quarks und Antiquarks in Farbsinguletts zusammengefaßt werden. Das Massenspektrum der Cluster fällt für große Massen stark ab. Typische Cluster-Massen liegen bei dem zwei- bis dreifachen von $\sqrt{t_0}$. Für niedrige Abschneidewerte t_0 von der Größenordnung $1\mathrm{GeV}^2$ können die Cluster als Überlagerungen von Mesonresonanzen behandelt werden, die entsprechend dem ihnen zur Verfügung stehenden Phasenraum, in Mesonen und Baryonen zerfallen. Die Energie- und Transversalimpulsverteilung der Hadronen stimmt gut mit dem Experiment überein.

1.3 Monte-Carlo-Generatoren

Zur Simulation der tiefinelastischen ep-Streuung sind verschiedene Monte-Carlo-Generatoren verfügbar. Sie alle basieren auf den Faktorisierungstheoremen für harte Prozesse, nach denen jeder harte Prozeß in die Subprozesse Abstrahlung im Anfangszustand, harter elementarer Streuprozeß, Abstrahlung im Endzustand und Hadronisierung zerlegt werden kann. Außerdem ist ihnen allen gemeinsam, daß sie vollständige Ereignisse mit den

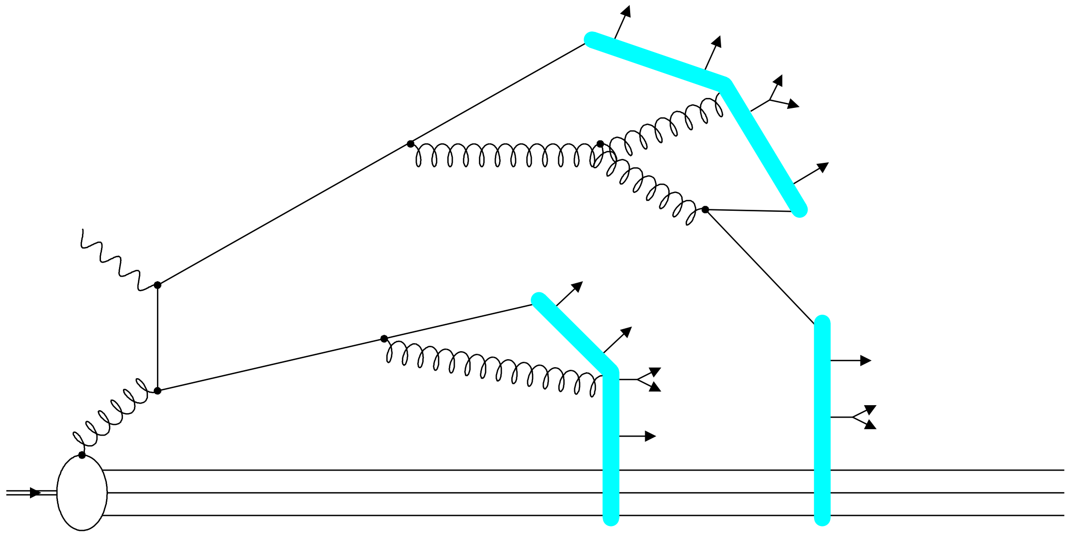

Abbildung 1.14: *Hadronisierung nach dem Stringmodell. Links ist der harte Subprozeß der Boson-Gluon-Fusion zu sehen. An das Matrixelement schließt sich die Produktion von Partonen, je nach Modell durch Farbdipole, oder wie hier gezeigt durch Partonschauer an. Die so erzeugten Partonen werden mit Strings verbunden, wobei die Gluonen Knicke in den Strings hervorrufen.*

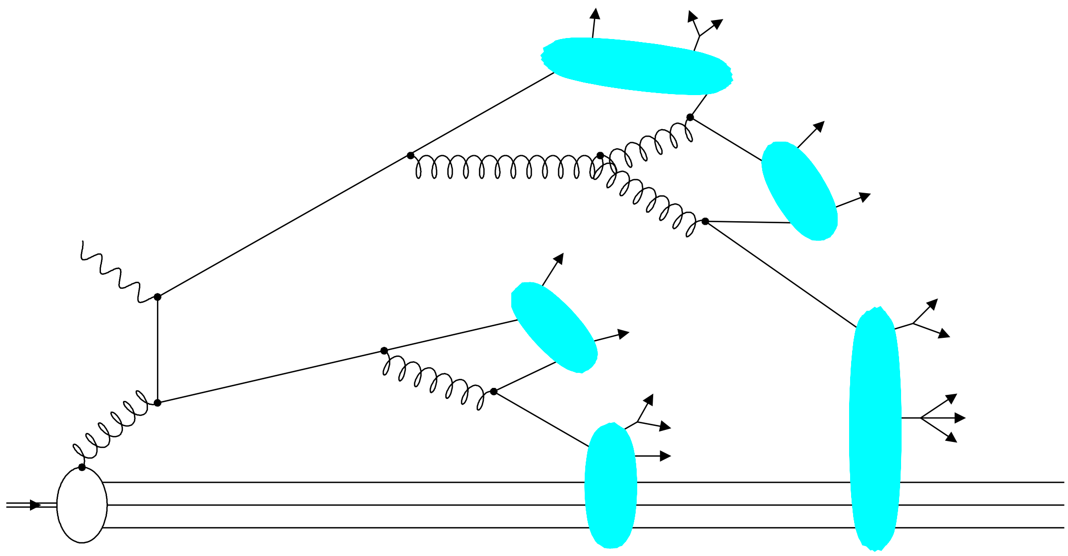

Abbildung 1.15: *Hadronisierung nach dem Clustermodell. Bevor die Partonen in farbneutrale Cluster zusammengefaßt werden, findet die Aufspaltung aller Gluonen in Quark-Antiquarkpaare statt.*

dazugehörigen Teilchen und ihren Viererimpulsen generieren. Für die im folgenden vorgestellten Generatoren schließt das die Erzeugung des partonischen Endzustandes sowie die Hadronisierung ein. Das Antwortverhalten des Detektors auf die Teilchen kann im Anschluß an die Generierung der Ereignisse simuliert werden.

LEPTO

Der Ereignisgenerator LEPTO [Ing96] erzeugt den partonischen Endzustand nach dem sogenannten MEPS[5]-Modell in zwei Schritten. Zunächst wird das Matrixelement bis zur Ordnung α_s berechnet. Das umfaßt den Prozeß $\gamma^* q \to q$ in nullter Ordnung α_s, sowie den BGF- und den QCDC-Prozeß in erster Ordnung α_s. Danach schließt sich ein Partonschauer an, durch den der partonische Endzustand bestimmt wird. Die Fragmentation dieses partonischen Endzustandes in Hadronen wird durch eine Implementierung des Stringmodells im Programm JETSET [Sjö93] realisiert.

Seit Version 6.4 des LEPTO-Ereignisgenerators ist ein zusätzliches phänomenologisches Modell zur Beschreibung von Ereignissen mit großer Rapiditätslücke im Programm vorgesehen. Das Modell wird als „Soft Colour Interaction" bezeichnet und erlaubt vor der Bildung der Strings die Neuordnung der Farbzustände im partonischen Endzustand. Im Fall des BGF-Prozesses führt das dazu, daß die Strings nicht mehr zwischen dem Quark, bzw. Antiquark und dem Protonrest aufgespannt werden, sondern einer wird zwischen dem Quark und dem Antiquark und einer zwischen den Bestandteilen des Protonrestes aufgespannt. Dadurch kann ein hadronfreier Rapiditätsbereich zwischen den Hadronen aus dem Streuprozeß und dem Protonrest geschaffen werden, wie er auch bei den HERA-Experimenten beobachtet wird [H194b].

ARIADNE

Eine zum MEPS-Modell alternative Behandlung des *ep*-Streuprozesses bietet das Programm ARIADNE [Lön94]. Dort kommt das Farbdipolmodell zum Einsatz, das den Streuprozeß vom gestreuten Parton des Protons bis zum partonischen Endzustand beschreibt. Die Hadronisierung erfolgt wie bei LEPTO durch das in JETSET implementierte Stringmodell.

Seit Version 4.07 von ARIADNE wird nicht nur der am Protonrest endende Teil des Farbdipols als ausgedehntes Objekt angenommen, sondern auch der Teil des Dipols, der an dem vom Proton gestreuten Quark endet. Dadurch wird im Schwerpunktsystem des Farbdipols der Phasenraum für die Emission eines Gluons in der dem Protonrest gegenüberliegenden Hemisphäre eingeschränkt.

HERWIG

Der Schwerpunkt des Ereignisgenerators HERWIG [Mar92] liegt in der detaillierten Simulation der Partonschauer. Während in Lepton-Lepton-Streuprozessen nur der harte ele-

[5]**M**atrix**e**lement + **P**arton**s**chauer

mentare Streuprozeß und die Abstrahlung im Endzustand berücksichtigt werden müssen, tritt bei der Lepton-Hadron-Streuung auch Abstrahlung im Anfangszustand auf. Durch die Berücksichtigung eventuell auftretender Abstrahlung im Anfangszustand können z.B. auch Photoproduktionsereignisse in der ep-Streuung generiert werden, bei denen das vom Lepton abgestrahlte Photon als Hadron mit dem Proton wechselwirkt. An die Entwicklung der Partonschauer schließt sich die Hadronisierung nach dem Clustermodell an.

Der transversale Energiefluß bei der Wechselwirkung zweier Hadronen, wie z.B. bei der $p\bar{p}$-Streuung oder der γp-Streuung, in der das Photon als Hadron wechselwirkt, kann nur unter der Annahme, daß die Reste der Hadronen durch eine weiche Wechselwirkung einen zusätzlichen Energiefluß erzeugen, korrekt beschrieben werden. Eine solche Wechselwirkung ist in HERWIG als „Soft underlying event" implementiert und kann optional bei der Ereignisgenerierung mit einbezogen werden.

DJANGO

Die bisher beschriebenen Monte-Carlo-Generatoren berücksichtigen nur Diagramme in der führenden Ordnung der elektromagnetischen Kopplungskonstanten α, d.h. $\mathcal{O}(\alpha^2\alpha_s)$. Die Untersuchung tiefinelastischer Ereignisse hat jedoch gezeigt, daß Beiträge der nächsthöheren Ordnung in α nicht vernachlässigt werden können. Dies sind Prozesse der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha^3\alpha_s)$, in denen ein weiteres Vektorboson ausgetauscht wird, ein virtuelles Vektorboson emittiert und reabsorbiert wird, eine Fermionschleife auftritt oder reale Photonen abgestrahlt werden. Diese Prozesse werden im Programm HERACLES [Kwi91] berücksichtigt, das jedoch keinen hadronischen Endzustand generiert.

Das Programm DJANGO [Sch91] bildet eine Schnittstelle zwischen HERACLES und LEPTO, bzw. ARIADNE. Dadurch wird die Generierung vollständiger Ereignisse bis zur Ordnung $\mathcal{O}(\alpha^3\alpha_s)$ einschließlich der Hadronisierung ermöglicht. Der partonische Endzustand kann wahlweise mit dem Partonschauermodell von LEPTO oder mit dem Farbdipolmodell von ARIADNE generiert werden. Die letztgenannte Variante wird später noch von Bedeutung sein und im folgenden mit DJANGO/ARIADNE bezeichnet.

1.4 Jetalgorithmen

Ein Jet kann qualitativ als eine große Menge hadronischer Energie in einem kleinen Winkelbereich definiert werden [Cat93]. Allerdings erfordert jede genaue Analyse eine präzise Jetdefinition, die erst durch einen Jetalgorithmus gegeben wird. Dabei sollte ein Jetalgorithmus der intuitiven Jetdefinition möglichst nahe kommen. Die einzelnen Jetalgorithmen unterscheiden sich voneinander durch die Art der Zuordnung von Teilchen zu den Jets und durch die Behandlung niederenergetischer Teilchen. Diese Unterschiede sind für den Vergleich der Daten mit der Theorie relevant. Der Vergleich wird am besten mit Hilfe eines Jetalgorithmus durchgeführt, der die Jetkonfigurationen eindeutig für die theoretischen Vorhersagen sowie die experimentellen Resultate bestimmt.

Bei den hier diskutierten Jetalgorithmen [Sey94] wird der Viererimpuls eines Jets aus den Viererimpulsen seiner Teilchen gemäß der Snowmass-Konvention [Hut90] bestimmt. Die Transversalenergie $E_\perp = E \sin\theta$, die Pseudorapidität η und der Azimutalwinkel ϕ eines Jets sind dabei durch

$$\begin{aligned} E_{\perp\mathrm{Jet}} &= \sum_{i\in\mathrm{Jet}} E_{\perp i} \quad , \\ \eta_{\mathrm{Jet}} &= \sum_{i\in\mathrm{Jet}} E_{\perp i}\eta_i / E_{\perp\mathrm{Jet}} \quad , \\ \phi_{\mathrm{Jet}} &= \sum_{i\in\mathrm{Jet}} E_{\perp i}\phi_i / E_{\perp\mathrm{Jet}} \end{aligned} \tag{1.5}$$

gegeben. Die so definierten Jets sind daher masselos. Der Abstand zwischen zwei Teilchen i und j wird mittels des longitudinal invarianten Öffnungswinkels

$$R_{ij} = \sqrt{(\eta_i - \eta_j)^2 + (\phi_i - \phi_j)^2}$$

in der η-ϕ-Ebene angegeben.

1.4.1 Der $k_\perp$-Algorithmus

Der hier verwendete longitudinal boost-invariante $k_\perp$-Jetalgorithmus (KTCLUS) arbeitet nach einem sukzessiven Rekombinationsschema. Zuerst wird eine Liste von Vierervektoren, die aus rekonstruierten Teilchenspuren oder Energiedepositionen in Kalorimeterzellen stammen, erstellt. Dabei entspricht jeder Vierervektor einem Protojet. Dann wird für jeden Protojet i das Abstandsmaß

$$d_{iP} = E_{\perp i}^2 R^2$$

zwischen dem Protojet und dem Protonrest definiert. R ist dabei ein Parameter, der in der tiefinelastischen Streuung auf den Wert $R = 1$ gesetzt wird [Ell93]. Außerdem wird für jedes Paar i, j von Protojets das Abstandsmaß

$$d_{ij} = \min(E_{\perp i}^2, E_{\perp j}^2) R_{ij}^2$$

definiert. Danach wird das kleinste Abstandsmaß aus der Menge aller Abstandsmaße $\{d_{iP}, d_{ij}\}$ ermittelt. Handelt es sich dabei um ein d_{ij}, werden die beiden Protojets i und j zu einem Protojet k mit

$$\begin{aligned} E_{\perp k} &= E_{\perp i} + E_{\perp j} \quad , \\ \eta_k &= (E_{\perp i}\eta_i + E_{\perp j}\eta_j)/E_{\perp k} \quad , \\ \phi_k &= (E_{\perp i}\phi_i + E_{\perp j}\phi_j)/E_{\perp k} \end{aligned}$$

(gemäß den Gleichungen (1.5)) geclustert. Ist ein d_{iP} das kleinste Abstandsmaß, wird der Protojet i von der Liste der Protojets gestrichen und in die Liste der bereits fertigen Jets eingetragen. Für alle in der Liste der Protojets verbleibenden Einträge werden nun wieder die Abstandsmaße definiert und die Prozedur beginnt von vorne. Nachdem keine Protojets mehr übrig sind, d.h. alle Jets fertiggestellt wurden, bricht die Prozedur ab und die Liste von Jets mit sukzessiv größeren Abstandsmaßen $d_{iP} = E_{\perp i}^2$ bleibt zurück. Damit sind die Jets in der Liste nach Transversalenergien sortiert, wobei die letzten in der Liste eingetragenen Jets die größten Transversalenergien aufweisen.

1.4.2 Der Konus-Algorithmus

Als zweiter Jetalgorithmus soll hier der CONE-Algorithmus (PXCONE) diskutiert werden. Zu Beginn werden vom Algorithmus alle Vierervektoren als potentielle Jetachsen mit den Koordinaten $\eta_{\text{pot}}, \phi_{\text{pot}}$ initialisiert. Von jeder potentiellen Jetachse werden $E_{\perp\text{Jet}}$, η_{Jet} und ϕ_{Jet} gemäß den Gleichungen 1.5 berechnet. Dabei gilt

$$i \in \text{Jet} \Longleftrightarrow R_{i\,\text{pot}}^2 = (\eta_i - \eta_{\text{pot}})^2 + (\phi_i - \phi_{\text{pot}})^2 < R^2$$

mit dem Parameter R, der den Konus um die Jetachse definiert, in dem alle Teilchen für diesen Jet gesucht werden. Stimmt die neu errechnete Jetachse (η_{Jet}, ϕ_{Jet}) nicht mit der potentiellen (η_{pot}, ϕ_{pot}) überein, wird die errechnete Jetachse als neue potentielle Jetachse definiert und der Algorithmus beginnt wieder von vorne, bis die Jetachse eine stabile Lage einnimmt. Nachdem die Prozedur sämtliche stabilen Jetachsen bestimmt hat, werden die Jets in eine Liste von Protojets eingetragen. Der nächste Schritt besteht darin, die obige Prozedur mit den Mittelpunkten zwischen allen Protojet-Paaren als potentielle Jetachsen nochmals zu durchlaufen. Die neu gebildeten Jets werden zur Liste der Protojets hinzugefügt. Alle in der Liste enthaltenen Protojets mit einer Transversalenergie kleiner einem unteren Schnittparameter $E_{\perp\text{min}}$ werden verworfen. Unter den verbleibenden Protojets werden diejenigen, deren Transversalenergie zu mehr als einem Bruchteil f in einem Protojet mit höherem $E_\perp$ liegt, ebenfalls von der Liste der Protojets gestrichen. f ist dabei ein Parameter der hier auf $0,75$ festgelegt ist [CDF92]. Zum Schluß werden alle Vierervektoren, die im Konus von mehreren Protojetachsen liegen, dem Protojet zugewiesen, dessen Jetachse sie in η, ϕ am nächsten liegen. Die Jetgrößen (1.5) der betroffenen Protojets werden nochmals berechnet und zurück bleibt die Liste der Protojets. Alle darin enthaltenen Protojets mit einer Transversalenergie kleiner einem unteren Abschneideparameter $E_{\perp\text{min}}$ werden wieder verworfen und übrig bleibt die Liste der vollendeten Jets.

Durch die iterative Bestimmung der potentiellen Jetachsen und die Betrachtung der Mittelpunkte zwischen Paaren von Jets als möglicher Jetachse wird die Infrarot-Sicherheit der Prozedur garantiert [Sey97].

1.5 Interne Jetstruktur

Die Untersuchung der internen Struktur von Jets gibt einen Einblick in den Mechanismus, der die Partonen aus dem harten Subprozeß in experimentell beobachtbare Teilchenschauer umwandelt. Im Rahmen dieser Arbeit wird die innere Struktur der Jets anhand der beiden Observablen Jet-Shape und Subjet-Multiplizität untersucht.

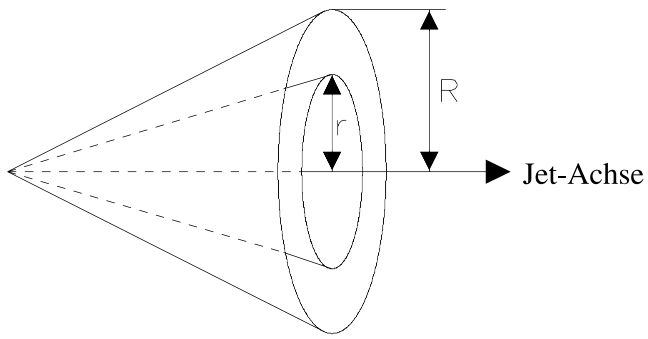

Abbildung 1.16: *R gibt den maximalen Radius des Konus an, in dem Teilchenenergien gesucht werden können. Für ein bestimmtes $\rho(r,R)$ werden die Teilchenenergien nur bis zum Konus mit Radius r gesucht. Beide Konen sind zentriert um die Jet-Achse angeordnet.*

1.5.1 Jet-Shape

Bevor die Observable selbst definiert wird, ist es sinnvoll die Variable

$$\rho(r,R) = \frac{\sum_{i \in \mathrm{Jet}} E_{\perp i}\ \Theta(r - r_{i,\mathrm{Jet}})}{E_{\perp \mathrm{Jet}}} \quad ,$$

einzuführen [CDF93]. Sie gibt den Anteil der transversalen Jet-Energie in einem Konus mit Radius r konzentrisch um die Jetachse an (siehe Abb. 1.16). Θ ist hier die Heaviside-Funktion und $r_{i,\mathrm{Jet}}$ der Abstand eines Teilchens von der Jet-Achse. R ist der äußere Radius, der mit den gleichnamigen Parametern der Jetalgorithmen übereinstimmt. Mit Hilfe dieser Variablen und der Anzahl N aller betrachteten Jets kann die Jet-Shape in der Form

$$\Psi(r,R) \equiv \frac{1}{N} \sum_{\mathrm{Jet}=1}^{N} \rho(r,R)$$

definiert werden. Sie bezeichnet den Erwartungswert der Variablen ρ.

1.5.2 Subjet-Multiplizität

Für Cluster-Algorithmen bietet es sich an, als weitere Observable die Subjet-Multiplizität zu untersuchen [Fer96]. Diese basiert auf der Möglichkeit, einen Jet in Teiljets (Subjets) zu zerlegen und deren Multiplizitäten in Abhängigkeit eines Auflösungsparameters anzugeben.

Um die Subjet-Struktur eines Jets aufzulösen, wird der $k_\perp$-Jetalgorithmus nochmals auf alle Vierervektoren der Teilchen eines jeden Jets angewandt. Diesmal wird das Clustern von Subjet-Paaren gestoppt, sobald für alle Abstandsmaße innerhalb des Jets die Ungleichung

$$d_{ij} = \min(E_{\perp i}^2, E_{\perp j}^2) R_{ij}^2 \ > \ y_{\mathrm{Schnitt}} \cdot E_{\perp \mathrm{Jet}}^2 \tag{1.6}$$

erfüllt ist. Dabei ist $y_{\text{Schnitt}} \in [0,1]$ ein Auflösungsparameter der festlegt, wie fein die Substruktur im Jet aufgelöst werden soll. Der Wert $y_{\text{Schnitt}} = 1$ bedeutet, daß alle Subjets geclustert werden, bis nur noch ein Subjet, der Jet selbst übrigbleibt. Für kleinere Werte des Auflösungsparameters wird das Clustern bereits eher gestoppt und im Grenzfall $y_{\text{Schnitt}} \to 0$ bilden alle Vierervektoren innerhalb des Jets einen eigenen Subjet. Die Observable

$$\text{Subjet-Multiplizität} \quad \equiv \quad \langle N_{\text{Subjet}} \rangle (y_{\text{Schnitt}})$$

ist als die über alle Jets gemittelte Anzahl der Subjets in einem Jet bei gegebenen Auflösungsparameter definiert.

2

HERA und das H1-Experiment

Experimentelle Hochenergiephysik wird am DESY[1] Hamburg seit 1964 betrieben, als das Elektronen-Synchrotron mit auf 5 GeV beschleunigte Elektronen seinen Betrieb aufnahm. In den Jahren darauf folgten die Elektron-Positron-Speicherringe DORIS[2] und PETRA[3], die wertvolle Beiträge zur Elementarteilchenphysik durch die Bestätigung des Charm-Quarks bei DORIS und den Nachweis von Gluonen in 3-Jet-Ereignissen bei PETRA lieferten. Im Jahr 1984 wurde mit dem Bau von HERA[4] begonnen. Seit 1992 wird die neue Anlage erfolgreich betrieben.

2.1 Der Speicherring HERA

Bei HERA handelt es sich um den weltweit einzigen Speicherring, in dem Elektronen (seit Anfang 1994 Positronen)[5] mit Protonen bei Schwerpunktsenergien bis zu 300 GeV zur Kollision gebracht werden. Die Anlage ist in einem Tunnel von 6,3 km Länge untergebracht und besteht aus zwei Speicherringen, in denen die Protonen und die Leptonen in entgegengesetzter Richtung umlaufen. Die Protonen können eine maximale Energie von 820 GeV erreichen, die durch die gekrümmte Strahlführung im Speicherring und die dafür notwendige Feldstärke der Führungsmagnete begrenzt wird. Für die Strahlführung werden supraleitende Dipolmagnete mit einer maximalen Feldstärke von 4,7 T verwendet. Im Gegensatz dazu erfordern die Leptonen nur konventionelle Magnete mit relativ kleinen Feldstärken. Ihre Energie ist technisch durch den aus der Ringkrümmung resultierenden Energieverlust in Form von Synchrotronstrahlung begrenzt. Seit 1994 werden die Leptonen auf eine Energie von 27,5 GeV beschleunigt.

Eine wichtige Kenngröße des Speicherringes ist die Luminosität $\mathcal{L}$, die durch die Gleichung [Loh90]

$$\mathcal{L} = \frac{N_s}{\sigma}$$

[1]**D**eutsches **E**lektronen-**Sy**nchrotron
[2]**Do**ppel-**Ri**ng-**S**peicher
[3]**P**ositron-**E**lektron-**T**andem-**R**ing-**A**nlage
[4]**H**adron-**E**lektron-**R**ing-**A**nlage
[5]Wie sich gezeigt hat, kann durch Verwendung von Positronen anstelle von Elektronen sowohl der Strahlstrom, als auch die Lebensdauer des Strahls erhöht werden.

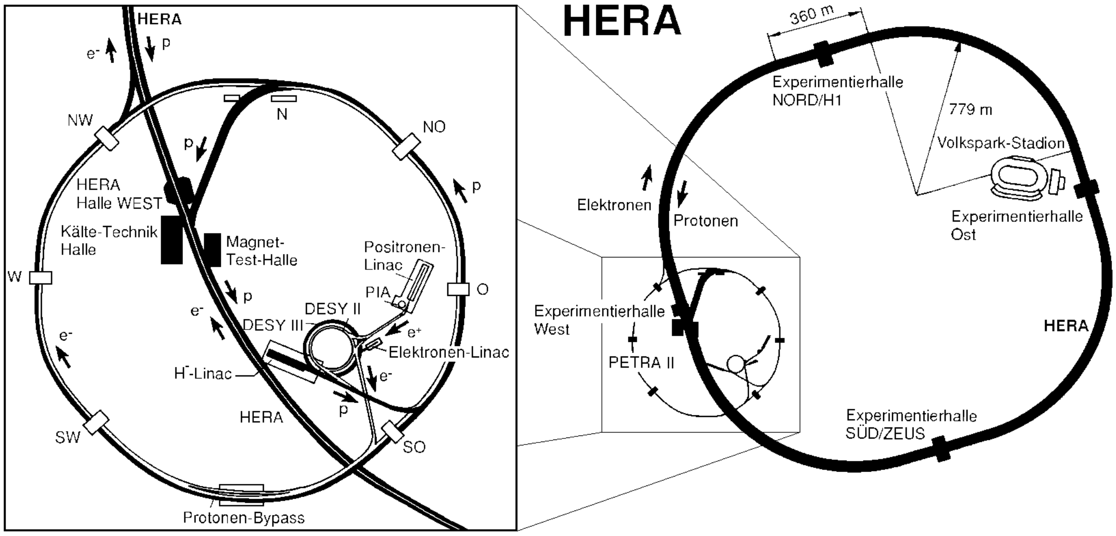

Abbildung 2.1: *Schematische Darstellung der Beschleunigeranlage HERA (rechts) und eine Vergrößerung des auf dem DESY-Gelände befindlichen Teils der Anlage sowie der Vorbeschleuniger (links).*

mit der Anzahl der Reaktionen eines bestimmten Prozesses pro Zeit N_s und dem Wirkungsquerschnitt für diese Reaktion σ in Beziehung gesetzt wird. Die Anordnung der Anlage und ihrer einzelnen Komponenten ist aus Abbildung 2.1 ersichtlich. Die Protonen werden aus H^--Ionen gewonnen, die durch einen Hochfrequenz-Quadrupol-Magneten zu Paketen gebündelt und auf die zur Einspeisung in den nachfolgenden Linearbeschleuniger (H^--Linac) erforderliche Energie gebracht werden. Dort werden die H^--Ionen auf 50 MeV beschleunigt und in das Synchrotron DESY III eingespeist.

Bei der Injektion in das Synchrotron durchlaufen die H^--Ionen eine dünne Aluminiumfolie, an der sie die Elektronen abstreifen. Die so erzeugten Protonen werden in DESY III bis auf eine Energie von 7,5 GeV beschleunigt. Bevor sie in HERA eingeleitet werden, erhalten sie eine letzte Vorbeschleunigung auf 40 GeV im Speicherring PETRA.

Die Elektronen werden mit einer Wolframelektrode thermoelektrisch erzeugt. Hingegen ist es für die Positronen notwendig, einen gebündelten Strahl bereits erzeugter Elektronen auf ein Wolframtarget zu richten. Die dabei durch Bremsstrahlung entstehenden γ-Quanten erzeugen ihrerseits in Paarbildungsprozessen Positronen, die im Speicherring PIA zwischengespeichert werden. Von da aus gelangen sie in den Beschleuniger DESY II, wo sie eine Energie von 9 GeV erreichen. Anschließend werden sie in PETRA eingeleitet und auf die zur Injektion in HERA erforderliche Energie von 12 GeV gebracht.

Die Teilchenstrahlen erhalten ihre Energiezufuhr durch Hochfrequenzstrahlung, so daß sie nicht kontinuierlich, sondern in Paketen durch den Speicherring laufen. Diese haben einen zeitlichen Abstand von 96 ns entsprechend einen räumlichen Abstand von 28,8 m.

Die Ausdehnung der Strahlpakete in Strahlrichtung beträgt für den Protonenstrahl etwa 20 cm und für den Leptonenstrahl etwa 1 cm.

An zwei der vier möglichen Wechelwirkungspunkte befinden sich die Experimente H1 (Experimentierhalle Nord) und ZEUS (Experimentierhalle Süd). Dort kreuzen sich die beiden Teilchenstrahlen, um Kollisionen hervorzurufen.

Die dieser Analyse zugrundeliegenden Daten stammen aus dem Jahr 1994 und umfassen ausschließlich Ereignisse, die mit dem Positronenstrahl erzeugt wurden. Die mittleren Strahlströme betrugen in diesem Jahr 17 mA für die Positronen und 41 mA für die Protonen. Dabei waren rund 160 der maximal verfügbaren 220 Pakete gefüllt und es wurde eine maximale Luminosität von $4{,}3 \cdot 10^{30}\,\mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$ erreicht.

2.2 Der H1-Detektor

Die Positron-Proton-Kollisionen in HERA erzeugen hochenergetische Teilchen und Teilchenbündel, die in den Detektoren H1 [H196c] und ZEUS nachgewiesen werden. Bei der Konstruktion des H1-Detektors stand die Identifizierung von Teilchen, insbesondere von geladenen Leptonen, im Vordergrund. Ebenso fanden die stark unterschiedlichen Energien der Positron- und Protonstrahlen Berücksichtigung. Diese haben zur Folge, daß die Reaktionsprodukte vorzugsweise in Richtung des Protonstrahls fliegen. Dementsprechend ist der Detektor asymmetrisch aufgebaut, wie Abbildung 2.2 zeigt. Im Strahlrohr $\boxed{1}$ kollidieren die Positronen und Protonen. Der nominelle Wechselwirkungspunkt ist mit einem kleinen Kreuz gekennzeichnet. Das Strahlrohr wird von den zentralen Spurkammern $\boxed{2}$ umschlossen, die die Messung der Spuren geladener Teilchen ermöglichen. In Richtung des Protonstrahls[6] werden die zentralen Spurkammern durch die Vorwärtsspurkammern $\boxed{3}$ ergänzt, so daß auch geladene Teilchen, die den Kollisionspunkt unter kleinen Polarwinkeln θ verlassen, erfaßt werden.

Zur Messung der Energie geladener und neutraler Teilchen ist das gesamte Spurkammersystem von einem Flüssig-Argon-Kalorimeter umgeben. Dieses setzt sich aus dem inneren elektromagnetischen Kalorimeter $\boxed{4}$ und dem äußeren hadronischen Kalorimeter $\boxed{5}$ zusammen. Elektronen, Positronen und Photonen werden meistens bereits im elektromagnetischen Kalorimeter vollständig absorbiert. Im Gegensatz dazu ist die Messung der Energie von Hadronen, die nicht vorzeitig in Photonen zerfallen, nur zusammen mit dem hadronischen Kalorimeter möglich. Beide Kalorimeterkomponenten befinden sich in einem gemeinsamen Kryostat, der das flüssige Argon auf einer Temperatur von ca. 88 K hält. In Richtung kleinerer Polarwinkel befindet sich zusätzlich noch ein kleines hadronisches Kalorimeter, das sogenannte PLUG $\boxed{13}$.

Der Kryostat ist von einer supraleitenden Spule $\boxed{6}$ umgeben, die ein Magnetfeld von 1,2 T parallel zur Strahlrichtung erzeugt. Durch dieses Magnetfeld laufen geladene Teil-

[6] Die z-Achse ist in Richtung des Protonstrahls definiert. Rechts in Abb. 2.2 ist das Koordinatensystem eingezeichnet. Damit sind der Polarwinkel θ und der Azimutalwinkel ϕ durch die Kugelkoordinaten $x = r\cos\phi\sin\theta$, $y = r\sin\phi\sin\theta$ und $z = r\cos\theta$ eindeutig festgelegt.

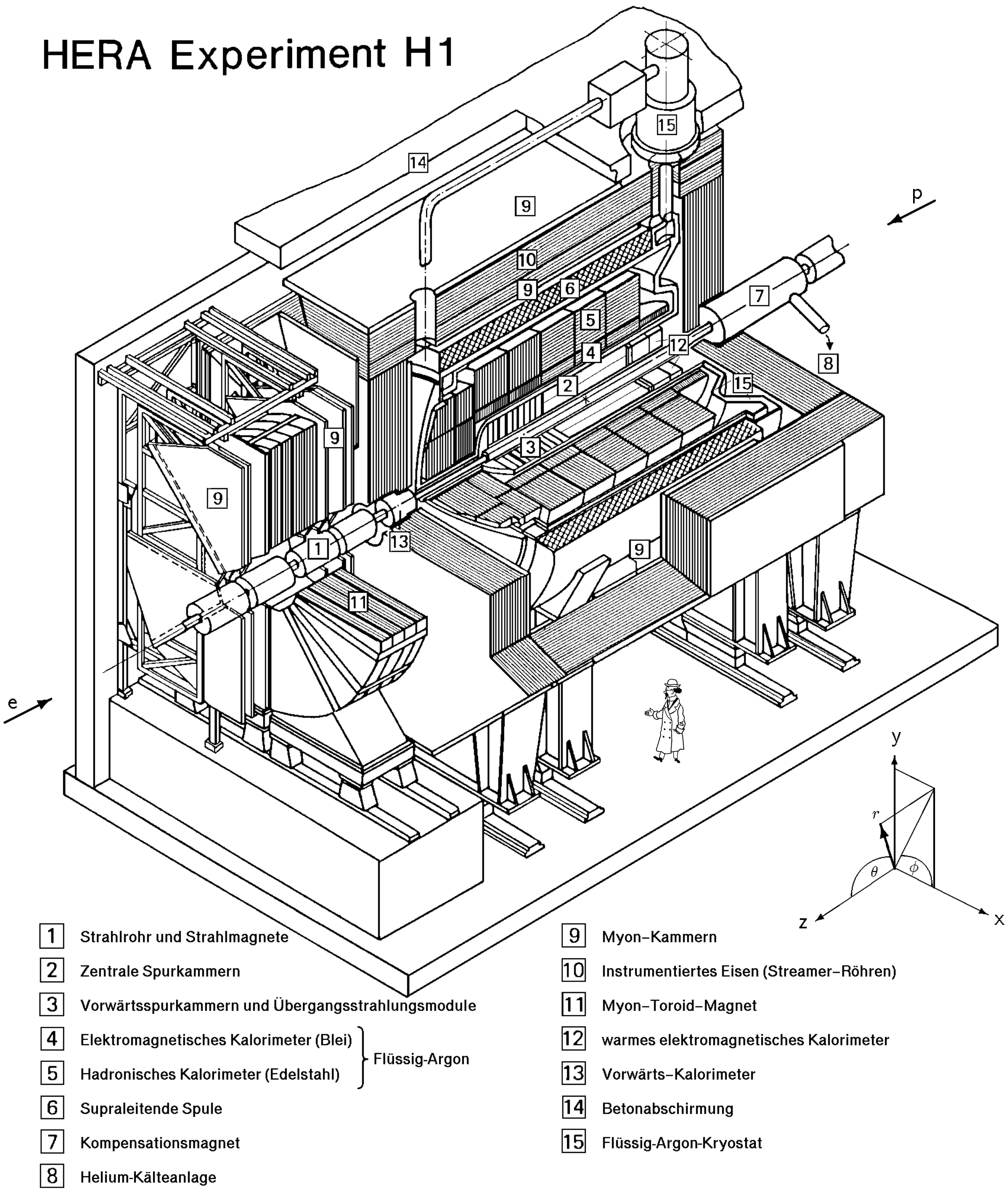

Abbildung 2.2: *Aufrißzeichnung des H1-Detektors. Die einzelnen Komponenten werden im Text erklärt.*

chen auf gekrümmten Bahnen, so daß ihr Impuls ermittelt werden kann. Das Eisenjoch $\boxed{10}$ dient zur Rückführung des magnetischen Flusses. Es ist mit Streamerkammern instrumentiert, die die Energiemessung des Flüssig-Argon-Kalorimeters ergänzen und zum Nachweis von Myonen dienen. Der Einfluß des Magnetfeldes auf die Strahlführung wird durch den Kompensationsmagneten $\boxed{7}$ ausgeglichen.

In Protonstrahlrichtung befinden sich hinter dem Eisenjoch Driftkammern $\boxed{9}$ und ein instrumentierter Toroidmagnet $\boxed{11}$, die das vordere Myonsystem bilden. Es dient der Impulsmessung von Myonen, die unter kleinen Polarwinkeln θ vom Wechselwirkungspunkt kommen.

In Richtung des Positronstrahls (negative z-Achse) wird die Energie der Teilchen mit dem elektromagnetischen Kalorimeter BEMC[7] $\boxed{12}$ gemessen[8]. Dieses Kalorimeter ist auf den Nachweis des gestreuten Positrons optimiert. Zwischen den zentralen Spurkammern und dem BEMC befindet sich noch die Proportionalkammer BPC[9], die eine genaue Messung des Durchgangspunktes geladener Teilchen in diesem Bereich erlaubt. Hinter dem BEMC befindet sich das Flugzeitsystem ToF[10], das sich aus zwei Szintillatorwänden zusammensetzt. Die Informationen des Flugzeitsystems werden herangezogen, um Ereignisse zu verwerfen, bei denen ein Proton des Protonstrahls vor Erreichen des H1-Detektors mit einem Restgas-Atom im Strahlrohr oder mit der Strahlrohrwand wechselwirkt. Die Szintillatorwände sind in Abbildung 2.5 zu sehen und werden dort als Szintillationszähler bezeichnet. Teilchen aus Untergrundereignissen, bei denen eine unerwünschte Wechselwirkung stattgefunden hat, erreichen das ToF zeitgleich mit den Protonstrahlpaketen, während Teilchen aus einer tiefinelastischen Wechselwirkung frühestens 13 ns später beim ToF eintreffen. Damit können Untergrundereignisse identifiziert und verworfen werden. Im vorderen Bereich des Detektors, in Richtung des Protonstrahls, befindet sich ein weiteres Flugzeitsystem namens FToF[11] zwischen der ersten und zweiten Lage des vorderen Myonsystems. Im folgenden werden die für diese Analyse relevanten Detektorkomponenten genauer beschrieben.

2.2.1 Das rückwärtige elektromagnetische Kalorimeter BEMC

Das BEMC[7] ist ein zum Nachweis von Elektronen und Positronen optimiertes Kalorimeter. Es deckt den polaren Winkelbereich von $151° < \theta < 176°$ ab und wird in der hier vorgestellten Analyse hauptsächlich zur Bestimmung der Energie des gestreuten Positrons in tiefinelastischen Ereignissen verwendet. Daneben wird die topologische Information über die Form des vom Positron ausgelösten Schauers zur Unterdrückung von Untergrundereignissen genutzt. Abbildung 2.3 zeigt einen Schnitt des Kalorimeters senkrecht zur Strahlrichtung. Die Module des Kalorimeters sind in einem Aluminiumring mit

[7] **B**ackward **E**lectro**m**agnetic **C**alorimeter

[8] Bis einschließlich der Datennahmeperiode 1994 wurde das BEMC als Kalorimeter im rückwärtigen Bereich verwendet. Danach wurde es durch das SPACAL (**Spa**ghetti **Cal**orimeter) ersetzt.

[9] **B**ackward **P**roportional **C**hamber

[10] **T**ime **o**f **F**light system

[11] **F**orward **T**ime **o**f **F**light system

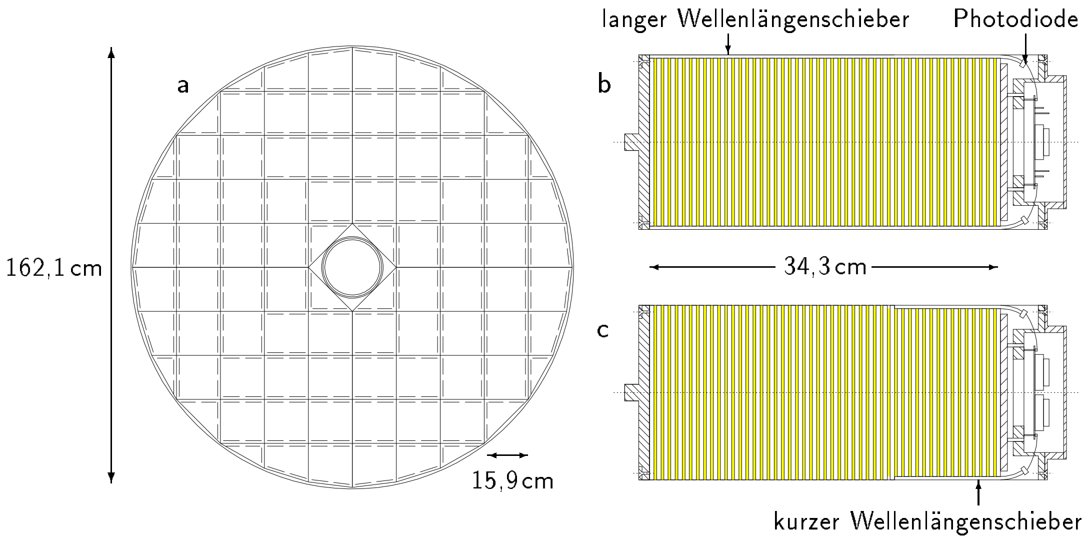

Abbildung 2.3: *Senkrechter Schnitt durch das BEMC a) und Seitenansicht der Module b),c). In Bild a) deuten die gestrichelten Linien in den Modulen die Position der langen Wellenlängenschieber an. Diese erstrecken sich über die gesamte Modullänge wie in Bild b) zu sehen ist. Die noch verbleibenden Seiten der Module werden zusätzlich mit kurzen Wellenlängenschiebern, die auf die hinteren 15 Schichten beschränkt sind, ausgestattet. Diese sind in Bild c) zu sehen.*

162 cm Durchmesser untergebracht. Sie bestehen aus jeweils 50 Schichten aktiver Szintillatoren und einer entsprechenden Anzahl Bleilagen. Die Signale werden mit Hilfe von zwei Wellenlängenschiebern weitergeleitet, die sich auf gegenüberliegenden Seiten der Module befinden (siehe Abbildung 2.3 b,c). Durch sie gelangt das Licht zu den Photodioden. Die zusätzliche Auslese der jeweils 15 letzten Lagen liefert eine zweifache Segmentierung des Kalorimeters in longitudinaler Richtung. Die Tiefe der Module entspricht 21,7 Strahlungslängen oder ungefähr einer nuklearen Wechselwirkungslänge. Damit ist das BEMC nur sehr eingeschränkt zur Energiemessung von Hadronen geeignet.

Der Molière-Radius, bei dem es sich um ein charakteristisches Maß für die seitliche Ausdehnung eines Schauers handelt, beträgt beim BEMC etwa 3,4 cm. Elektromagnetische Schauer können deshalb zwar bei mittiger Position innerhalb eines Moduls nahezu vollständig absorbiert werden, sie erzeugen aber im allgemeinen Signale in mehreren benachbarten Modulen. Zur Bestimmung der Energie eines Teilchens werden daher die Signale von bis zu neun benachbarten Modulen zu einem Cluster zusammengefaßt. Module, die Signale von weniger als 0,5 GeV erzeugen werden dabei nicht berücksichtigt, da solche Signale durch elektronisches Rauschen verursacht werden können. Module, die räumlich mehreren Clustern zugeordnet werden könnten, bilden eigenständige Cluster. Mittels spezieller Algorithmen werden die Signale auf nichtmeßbare Energieverluste vor dem Kalorimeter und in den Spalten zwischen den Kalorimetermodulen korrigiert.

Die absolute Kalibration ist für die Datennahmeperiode 1994 mit einer Genauigkeit von 1% bekannt [H196a]. Die Energieauflösung des Kalorimeters wurde in Teststrahlexperimenten am DESY und am CERN-SPS im Energiebereich von $1\,\mathrm{GeV} \leq E \leq 60\,\mathrm{GeV}$ bestimmt. Eine Übertragung auf die Verhältnisse am H1-Detektor liefert $\sigma_E/E = 0{,}39/E[\mathrm{GeV}] \oplus 0{,}1/\sqrt{E[\mathrm{GeV}]} \oplus 0{,}017$ für die relative Auflösung bei der Energiemessung eines Clusters[12] [H196b]. Der erste Term kann dabei auf den Einfluß elektronischen Rauschens, bei dem die Photodioden dominieren, zurückgeführt werden.

Die schnellen Signale des BEMC werden auch zu Triggerzwecken herangezogen. Zur Erkennung von Ereignissen mit lokal begrenzt deponierter Energie im BEMC, wie es insbesondere für das gestreute Positron zutrifft, wird der Trigger BSET[13] verwendet. Er summiert die analogen Signale der Wellenlängenschieber eines jeden Moduls. Diese Daten werden analog und digital weiterverarbeitet. Bei der analogen Verarbeitung werden aus den Summensignalen der einzelnen Module Trigger-Cluster gebildet und das Gesamtsignal im BEMC ermittelt. Bei der digitalen Verarbeitung werden für zwei verschiedene Schwellenwerte Multiplizitäten und topologische Ansprechmuster bestimmt. Die Information aus beiden Verarbeitungsmoden wird dem zentralen Triggersystem zur Entscheidung zugeführt.

Unmittelbar vor dem BEMC befindet sich die hintere Proportionalkammer BPC (in Abb. 2.5 mit „hintere MWPC[14]" bezeichnet), die den Bereich großer Polarwinkel ($155{,}5° < \theta < 174{,}5°$) abdeckt. Die Ortsinformation der BPC wird in dieser Analyse zur genauen Bestimmung des Streuwinkels des Positrons und damit zur präzisen Ermittlung der kinematischen Variablen eines jeden Ereignisses herangezogen. Der Durchgangspunkt eines geladenen Teilchens durch die Kammer wird mit einer Ortsauflösung von $\sigma_{x,y} = 1{,}5\,\mathrm{mm}$ bestimmt. Dies wird durch vier Lagen parallel gespannter Drähte, deren Orientierung jeweils um 45° zueinander gedreht ist, erreicht. Die Bestimmung des Durchgangspunktes erfolgt, wenn in mindestens drei der vier Lagen je ein Draht ein Signal liefert. Diese Bedingung und die hohe Ansprechwahrscheinlichkeit der einzelnen Lagen gewährleistet eine hohe Effizienz der Kammer von etwa 97% [Pan94].

2.2.2 Das Flüssig-Argon-Kalorimeter LAC

Das Flüssig-Argon-Kalorimeter LAC[15] des H1-Detektors deckt den Polarwinkelbereich von $4° < \theta < 153°$ ab und wird in dieser Analyse zum Nachweis der hadronischen Jets verwendet. Es besteht aus acht Ringen mit jeweils acht inneren und sieben äußeren Modulen, wie Abbildung 2.4 zeigt. Dort bezeichnen die ersten beiden Buchstaben der einzelnen Module die räumliche Lage. IF und OF stehen für *inner* - und *outer forward*. FB, CB und BB bedeuten *forward* -, *central* - und *backward barrel* . Der letzte Buchstabe kennzeichnet die Zugehörigkeit zum elektromagnetischen (E) oder hadronischen Kalorimeter (H).

[12] $x \oplus y = \sqrt{x^2 + y^2}$
[13] **B**EMC **S**ingle **E**lectron **T**rigger
[14] **M**ulti**w**ire **P**roportional **C**hamber
[15] **L**iquid **A**rgon **C**alorimeter