Bestimmung und QCD-Analyse der Protonstrukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ bei kleinen Bjorken-x und Q^2 mit Hilfe des verbesserten Rückwärtsbereichs des H1-Detektors

DISSERTATION

zur Erlangung des Doktorgrades
des Fachbereichs Physik
der Universität Hamburg

vorgelegt von
Frank Lehner
aus Heilbronn

Hamburg 1998

Gutachter der Dissertation:	Prof. Dr. G. Heinzelmann
	Prof. Dr. J. Meyer
Gutachter der Disputation:	Prof. Dr. G. Heinzelmann
	Prof. Dr. R. Klanner
Datum der Disputation:	20.03.1998
Dekan des Fachbereichs Physik und	
Vorsitzender des Promotionsausschusses:	Prof. Dr. B. Kramer

Kurzfassung

Diese Arbeit präsentiert eine Messung der Protonstrukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ im Q^2-Bereich zwischen 0.35 und 3.5 GeV^2 und Bjorken-x zwischen $6 \cdot 10^{-6}$ und $3.2 \cdot 10^{-4}$. Die Analyse basiert auf einem Datensatz mit einer integrierten Luminosität von 114 nb^{-1}, der im Jahre 1995 in einer speziellen Meßperiode bei verschobenem Kollisionspunkt mit dem H1-Detektor am ep-Speicherring HERA aufgezeichnet wurde. In der Analyse werden zwei neue Detektorkomponenten, das Kalorimeter SPACAL und die Driftkammer BDC, benutzt, die in der Winterpause 1994/95 in den rückwärtigen Bereich des H1-Detektors eingebaut wurden. Die Messung zeigt, daß der Anstieg von F_2 zu kleinen x mit abnehmenden Q^2 flacher wird. Zusammen mit weiteren H1-Daten zu F_2 wird eine QCD-Anpassung in NLO basierend auf den DGLAP-Gleichungen durchgeführt, die eine Extraktion der Gluonendichte im Proton ermöglicht. Unter Berücksichtigung der korrelierten systematischen Fehler sowie theoretischer Unsicherheiten beträgt die Präzision der ermittelten Gluonendichte für $x \sim 10^{-4}$ und $Q^2 = 20$ GeV^2 rund 15%.

Abstract

Measurement and QCD Analysis of the Proton Structure Function $F_2(x, Q^2)$ at small Bjorken x and Q^2 using the improved backward region of the H1 Detector

A measurement of the structure function $F_2(x, Q^2)$ of the proton is presented in the kinematic range of Q^2 between 0.35 and 3.5 GeV^2 and Bjorken-x between $6 \cdot 10^{-6}$ and $3.2 \cdot 10^{-4}$. The measurement is based on a data set with a shifted interaction vertex and an integrated luminosity of 114 nb^{-1} recorded with the H1 detector at the ep collider HERA in 1995. During the winter shutdown 1994/95 the H1 detector was upgraded in the backward direction with a new calorimeter 'SPACAL' and a new drift chamber 'BDC'. The new detectors allow to exploit the lower Q^2 regime. The measurement indicates, that the rise of F_2 towards low values of x diminishes at smaller Q^2. Using the entire sample of F_2 data from H1 a NLO QCD fit based on DGLAP equations is performed, allowing to extract the gluon density in the proton. Taking into account the correlated systematic errors of the F_2 measurements and theoretical uncertainties the gluon density ist determined with a precision of $\sim 15\%$ for $x \sim 10^{-4}$ and $Q^2 = 20$ GeV^2.

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

Seit dem Anfang unseres Jahrhunderts spielen Experimente zur Streuung von Elektronen eine wichtige Rolle bei der Erforschung der Struktur der Materie. Bereits im Jahre 1914 gaben die Streuversuche von Franck und Hertz [1] an Gasatomen Aufschluß über die Hüllenstruktur der Atome. Mit zunehmenden Elektronenstrahlenergien konnte auch der Aufbau der Atomkerne untersucht werden.

In den 50er Jahren führten Hofstadter und seine Mitarbeiter [2] in Stanford Streuversuche von Elektronen mit mehreren 100 MeV an Kernen durch und bestimmten dadurch die Formfaktoren der elektrischen Ladung und des magnetischen Moments der Nukleonen. Parallel dazu veröffentlichte Rosenbluth [3] 1950 die ersten theoretischen Berechnungen des Wirkungsquerschnitts für elastische Elektron-Nukleon-Streuung. Die experimentellen Resultate zeigten u.a., daß die elektrische Ladung des Protons nicht punktförmig konzentriert ist, was einen frühen Hinweis auf die ausgedehnte Struktur des Protons gab.

Höhere Streuenergien wurden durch verbesserte Beschleuniger, wie dem zwei Meilen langen Linearbeschleuniger (SLAC) bei Stanford, erreicht. Die bei 20 GeV Elektronenstrahlenergie durchgeführten Streuexperimente [4] Ende der 60er Jahre zeigten das sogenannte Skalenverhalten der Protonstrukturfunktion, das Bjorken theoretisch [9] vorhergesagt hatte.

Das Skalenverhalten macht eine Aussage über das asymptotische Verhalten der Strukturfunktionen des Protons unter einer bestimmten kinematischen Bedingung, die als Bjorkenlimes bezeichnet wird. Die Strukturfunktionen sind dann nur noch Funktionen einer einzigen dimensionslosen Variablen x, und der Wirkungsquerschnitt hängt damit von keiner mit Energiedimensionen behafteten Größe ab.

Kurz nach der Entdeckung dieses *scalings* am SLAC interpretierte Feynman [11] diese Ergebnisse als elastische Streuung von Elektronen an punktförmigen Konstituenten im Proton, die er als *Partonen* bezeichnete. Das Hauptresultat des SLAC Experiments faßte Panofsky auf einer internationalen Konferenz 1968 in Wien folgendermaßen zusammen [5]:

> *[...] therefore theoretical speculations are focused on the possibility that these data might give evidence on the behaviour of point-like, charged structures within the nucleon.*

Die Partonen aus den Streuexperimenten wurden mit den sogenannten *Quarks* identifiziert, die Gell-Mann und Zweig aus Untersuchungen zu Symmetrieeigenschaften des Hadronspektrums postuliert hatten [12]. In diesem Quarkpartonenmodell bestehen die Nukleonen aus drei punktförmigen, masselosen und Eigendrehimpuls (Spin) 1/2 tragenden Konstituenten, den Quarks, die sich bei hohen Energien wie freie Teilchen verhalten.

Die Bedeutung der Größe x kann in diesem Partonenbild als der Anteil am Gesamtimpuls des Nukleons interpretiert werden, den das gestreute Quark trägt.

Die starke Wechselwirkung der Quarks wird in der Quantenchromodynamik (QCD) durch den Austausch von masselosen Eichbosonen (Gluonen) beschrieben. Die QCD geht dabei von drei Farbladungen aus und bildet zusammen mit der vereinheitlichten elektromagnetischen und schwachen Wechselwirkung das sogenannte Standardmodell.

Durch den Einfluß der QCD wird das ursprünglich statische Bild dreier Quarks im Nukleon des Quarkmodells durch ein dynamisches ersetzt: Gluonen bilden Quark-Antiquark-Paare, und Quarks strahlen Gluonen ab. Außerdem können Gluonen mit anderen Gluonen in Wechselwirkung treten. Die Untersuchung der Quark-Gluonen-Struktur des Protons durch Elektronenstreuung bietet eine attraktive Möglichkeit, die QCD und ihre Vorhersagen zu testen.

Mit der Hadron-Elektron-Ring-Anlage HERA am Deutschen Elektronen-Synchrotron DESY steht der Wissenschaft seit 1991 ein weltweit einzigartiger Beschleuniger zur Verfügung. Hier werden Elektronen mit 27.5 GeV Energie an Protonen mit 820 GeV Energie gestreut. Die Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 300$ GeV erlaubt Impulsüberträge Q^2 auf die Protonkonstituenten bis zu etwa 10^5 GeV^2. Die damit verbundene Auflösung $\lambda \approx 1/\sqrt{Q^2} \approx 10^{-18}$ m ermöglicht es, Strukturen im Proton wahrzunehmen, die um bis zu drei Größenordnungen kleiner als das Proton sind. Zudem kann der kinematische Bereich ausgedehnt werden, bei dem das an der Wechselwirkung beteiligte Quarkteilchen nur einen sehr kleinen Anteil $x \approx 10^{-5}$ am Gesamtimpuls des Protons trägt. Gerade der Bereich der kleinen x ist Gegenstand der aktuellen theoretischen Diskussion und Forschung.

Bei niedrigen x ist die Struktur des Protons überwiegend durch Gluonen und Quark-Antiquark-Paare, den sogenannten Seequarks, bestimmt. Deren Konzentration kann so groß werden, daß neue QCD-Prozesse wie Partonenrekombinationen und Sättigungseffekte erwartet werden. Die Summe der Partondichten im Proton ist durch die Strukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ definiert. Sie kann direkt aus dem gemessenen Wirkungsquerschnitt der tiefinelastischen ep-Streuung ermittelt werden. Eine Messung von F_2 bei kleinen x ermöglicht damit eine Überprüfung der zugrundeliegenden QCD-Prozesse.

Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist die Bestimmung der Strukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ in einem neuen kinematischen Bereich bei kleinen x und niedrigen Q^2. Die Streuprozesse bei kleinen Q^2 sind dadurch gekennzeichnet, daß das Elektron nur unter sehr kleinen Winkeln am Proton gestreut wird und im sogenannten rückwärtigen Bereich des Detektors nachgewiesen werden muß. Durch die Verbesserung der Rückwärtsregion des H1-Detektors konnte eine solche Messung im Jahre 1995 durchgeführt werden. Dabei handelt es sich um Daten, die mit verschobenem Elektron-Proton-Wechselwirkungspunkt aufgezeichnet wurden, um die Akzeptanz des Detektors für kleine Streuwinkel zu erweitern. Die aus den Daten ermittelte Strukturfunktion F_2 war ferner Gegenstand einer QCD-Untersuchung, um die Gluonendichte im Proton zu extrahieren.

Die Arbeit gliedert sich wie folgt: In Kapitel 1 werden in einer Einführung zur tiefinelastischen Streuung die Grundideen des Quark-Parton-Modells und der Theorie der QCD erläutert. Ferner werden phänomenologische Konzepte der Reggetheorie und der Vektormesondominanz vorgestellt. Das zweite Kapitel enthält neben einer kurzen Beschreibung des HERA-Speicherringes und des H1-Detektors eine Erläuterung zum Ausbauprogramm der rückwärtigen Region des Detektors. Hier werden die Eigenschaften eines neuen Rückwärtskalorimeters vorgestellt, das in dieser Analyse eine zentrale Rolle spielt.

Die allgemeinen Techniken und Methoden zur Rekonstruktion der Kinematik und zur Gewinnung von F_2 sind in Kapitel 3 dargestellt. Der Schwerpunkt in diesem Kapitel ist auf die Untersuchung von Strahlungsprozessen gelegt, die zwangsläufig zu einer Korrektur der Streuwirkungsquerschnitte führen. In Kapitel 4 findet eine ausführliche Diskussion der Resultate statt, bei der die Daten mit Modellen und Vorhersagen konfrontiert werden. Kapitel 5 schließlich widmet sich einer QCD-Untersuchung von Strukturfunktionsdaten, die eine Bestimmung der Gluonendichte im Proton zur Folge hat. Eine weitere QCD-Anpassung an H1-Daten erlaubt, eine Extraktion der longitudinalen Strukturfunktion F_L aus gemessenen Wirkungsquerschnitten vorzunehmen.

Kapitel 1

Theorie der tiefinelastischen Streuung

Die Streuung eines hochenergetischen Leptons an einem Nukleon bewirkt meist eine inelastische Reaktion. Hierbei zerbricht die hadronische Struktur des Nukleons und eine große Anzahl von Teilchen mit einer hohen invarianten Masse werden als hadronischer Endzustand produziert. Dieser Prozeß wird als tiefinelastische Streuung (DIS[1]) bezeichnet.

1.1 Kinematik

Es gibt zwei grundlegende Klassen der tiefinelastischen Streuprozesse, die in Abbildung 1.1 in niedrigster Ordnung in ihrer Feynmandarstellung gezeigt werden. Im allgemeinen lassen sich die beiden inklusiven Fälle wie folgt schreiben:

$$l^{\pm} + P \rightarrow l'^{\pm} X \qquad \text{und} \qquad l^{\pm} + P \rightarrow \overset{(-)}{\nu} X,$$

wobei die ein- und auslaufenden Leptonen $l^{\pm}, l'^{\pm}$ für $e, \mu, \ldots$ stehen und $\overset{(-)}{\nu}$ das entsprechende (Anti-)Neutrino bedeutet. P bezeichnet das Proton und X den hadronischen Endzustand, der beim Aufbrechen des Protons produziert wird. Die Wechselwirkung zwischen Lepton und Proton wird durch die Eichbosonen der elektroschwachen Wechselwirkung ($\gamma, Z^{\circ}, W^{\pm}$) vermittelt. Im ersten Fall in Abbildung 1.1 ist die Ladung des Leptons erhalten und das ausgetauschte Eichboson (γ, Z°) ist neutral. Diesen Prozeß bezeichnet man als tiefinelastische Streuung des neutralen Stromes (NC[2]), während im zweiten Prozeß die Umwandlung von einem geladenen Lepton in ein neutrales Neutrino oder Antineutrino durch Austausch eines geladenen Eichbosons ($W^{\pm}$) geschieht. Hier spricht man von der DIS des geladenen Stroms (CC[3]).

Die Kinematik der tiefinelastischen Streuung läßt sich mathematisch durch Vierervektoren eines vierdimensionalen Minkowskiraumes beschreiben. Seien $k = (E, \vec{k})$ und $k' = (E', \vec{k}')$ die Vierervektoren des einlaufenden und gestreuten Leptons und $p = (E_p, \vec{p})$

[1] *Deep Inelastic Scattering*
[2] *Neutral Current*
[3] *Charged Current*

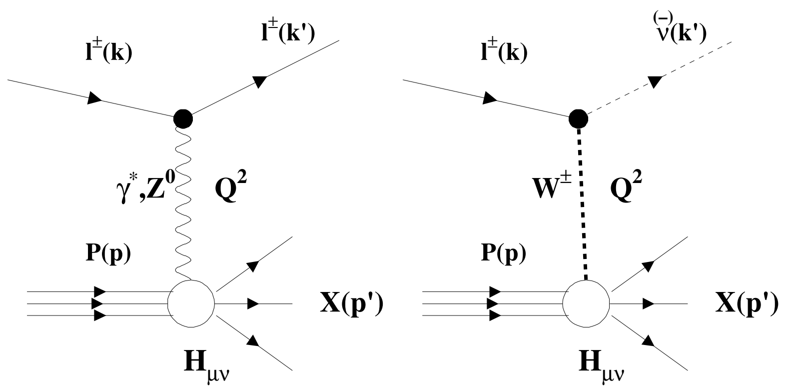

Abbildung 1.1: Feynmandarstellungen der beiden grundlegenden DIS-Prozesse in der Näherung des Ein-Boson-Austausches. Der dargestellte Graph repräsentiert die niedrigste Ordnung der Störungstheorie und wird als Borndiagramm bezeichnet.

und $q = (E_{\gamma^*}, \vec{q})$ die Vierervektoren des Protons bzw. des ausgetauschten virtuellen Photons γ^*, dann kann die Kinematik der inklusiven DIS bei gegebener Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$ vollständig durch zwei der folgenden lorentzinvarianten Größen beschrieben werden:

$$\text{Impulsübertrag:} \quad Q^2 = -q^2 = -(k-k')^2 \tag{1.1}$$

$$\text{Bjorken-Skalenvariable:} \quad x = \frac{Q^2}{2p \cdot q} \tag{1.2}$$

$$\text{Inelastizität:} \quad y = \frac{p \cdot q}{p \cdot k} \tag{1.3}$$

Hierbei sind nur zwei der drei Größen wirklich unabhängig. Unter Vernachlässigung der Ruhemassen des Protons und des Elektrons kann man folgende Beziehung zwischen Q^2, x, y und dem Quadrat der Schwerpunktsenergie s ableiten:

$$Q^2 = sxy \tag{1.4}$$

Die Größen x und y sind dimensionslose Skalenvariablen, deren Wertebereich zwischen 0 und 1 liegt. Im Ruhesystem des Protons entspricht y der auf die Anfangsenergie des Leptons normierten Energie, die auf das Proton übertragen wird. x wird als Bjorkensche Skalenvariable bezeichnet, die im Quarkpartonenmodell (siehe Abschnitt 1.3) als der Impulsbruchteil am Gesamtimpuls des Protons interpretiert werden kann, den das wechselwirkende Quark im Proton trägt. Q^2 ist das negative Quadrat des Impulstransfers q und stellt die Virtualität des ausgetauschten Photons dar. Für $Q^2 > 0$ kann das die Wechselwirkung vermittelnde Photon auch longitudinale Polarisationsfreiheitsgrade besitzen, während es im Fall $Q^2 = 0$ nur transversal polarisiert ist. Um die innere Struktur des Protons mit einem Radius r zu untersuchen, muß nach der Heisenbergschen Unschärferelation $Q^2 \gg (\frac{\hbar c}{r})^2 \approx (0.2)^2$ GeV^2 sein.

Das Quadrat der invarianten Masse W^2 des hadronischen Endzustandes X kann durch x und Q^2 unter Ausnutzung der Viererimpulserhaltung am hadronischen Vertex ausgedrückt werden:

$$W^2 = (p')^2 = (p+q)^2 = Q^2(\frac{1}{x} - 1) + M_p^2 \approx Q^2/x \tag{1.5}$$

Ist W^2 in der Größenordnung der Protonmasse M_p^2, befindet sich das Proton in einem angeregten Zustand, wie z.B. bei der Δ-Resonanz; der Endzustand X besteht hier aus einem Nukleon und einem π-Meson. Erst bei größeren $W^2 \gg (M_p + m_\pi)^2$ spricht man von tiefinelastischer Streuung, bei der die hadronische Identität des Protons verloren geht und eine große Zahl an Teilchen im Endzustand gebildet wird.

Für die kinematischen Variablen können folgende Grenzfälle klassifiziert werden:

- $x \to 1$, d.h. $W^2 \to M_p^2$: Region der elastischen Streuung,
- $Q^2 \to 0$: Elektron ist annähernd 'ungestreut', das abgestrahlte (quasi-)reelle Photon wechselwirkt mit dem Proton; Bereich der Photoproduktion $\gamma p \to X$,
- Q^2 groß und große hadronische Massen W: Bereich der DIS,
- $x \to 0$: bei festem Q^2 und großen hadronische Massen führt dies zum Reggelimes (siehe Abschnitt 1.5).

1.2 Wirkungsquerschnitt und Strukturfunktionen

Der Wirkungsquerschnitt des neutralen Stromes läßt sich durch drei Anteile beschreiben:

$$\sigma_{NC} = \sigma(\gamma) + \sigma(\gamma/Z^\circ) + \sigma(Z^\circ)$$

Die Größe $\sigma(\gamma)$ ist der Beitrag des reinen Ein-Photon-Austausches, $\sigma(\gamma/Z^\circ)$ der Anteil des γ/Z°-Interferenzterms und $\sigma(Z^\circ)$ entspricht Ereignissen mit einem reinen Z°-Austausch. Da das Z°-Boson eine Masse besitzt, die rund 91 GeV beträgt, ist sein Beitrag in Bezug auf den Photonaustausch durch den Faktor $\frac{Q^4}{(Q^2+M_Z^2)^2}$ und die γ/Z^0-Interferenz durch den Faktor $\frac{Q^2}{(Q^2+M_Z^2)}$ unterdrückt. Derselbe Propagatorfaktor $\frac{Q^4}{(Q^2+M_W^2)^2}$ bewirkt auch für die Ereignisse des geladenen Stromes eine Verkleinerung des Wirkungsquerschnitts, da die $W^\pm$-Bosonen eine ähnlich große Masse von rund 80.2 GeV besitzen. Bei $Q^2 \ll M_{W,Z}^2$

braucht in guter Näherung allein der Photonaustausch im neutralen Strom berücksichtigt zu werden[4].

Aus dem Matrixelement $\mathcal{M}$ des Operators für den elektromagnetischen Strom zwischen Leptonvertex und hadronischem Vertex kann der differentielle Wirkungsquerschnitt als invariante Kontraktion zweier Tensoren ausgedrückt werden [6]:

$$d\sigma \sim \sum_{X,Pol.} |\mathcal{M}|^2 \sim \frac{\alpha^2}{2\pi^2}\frac{1}{Q^4} L_{\mu\nu} H^{\mu\nu} \tag{1.6}$$

Hierbei geht die Summe über alle hadronischen Endzustände X und alle möglichen Spin- und Polarisationsrichtungen. Mit α wird die Kopplungskonstante der elektromagnetischen Wechselwirkung bezeichnet. Der leptonische Tensor $L_{\mu\nu}$ ist für eine reine elektromagnetische Wechselwirkung symmetrisch in μ und ν und kann dann für punktförmige Elektronen exakt aus der Quantenelektrodynamik (QED) berechnet werden [6]:

$$L_{\mu\nu} = 4\left(k_\mu k'_\nu + k'_\mu k_\nu - g_{\mu\nu}(k \cdot k')\right)$$

Die Größe $g_{\mu\nu}$ ist der metrische Tensor, und der obige Ausdruck ist für masselose, unpolarisierte Elektronen gültig. Zur Beschreibung der Beiträge der schwachen Wechselwirkung muß zu $L_{\mu\nu}$ noch ein antisymmetrischer Anteil addiert werden.

Im Gegensatz zu $L_{\mu\nu}$ ist der hadronische Tensor $H_{\mu\nu}$ im allgemeinen unbekannt und nicht aus ersten Prinzipien berechenbar. Er hängt direkt mit der a priori unbekannten hadronischen Struktur des Protons zusammen. Um $H_{\mu\nu}$ in eine möglichst allgemeine Form zu bringen, wird der Tensor nach Kovarianten zerlegt, die aus den Produkten der Vierervektoren am hadronischen Vertex p und q bestehen. Fordert man Lorentzinvarianz der Terme, so läßt sich $H_{\mu\nu}$ allgemein schreiben als [6]:

$$H_{\mu\nu} = -W_1 g^{\mu\nu} + \frac{W_2}{M_p^2} p^\mu p^\nu + i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} p_\rho q_\sigma W_3 + \frac{W_4}{M_p^2} q^\mu q^\nu + \frac{W_5}{M_p^2}(p^\mu q^\nu + q^\mu q^\nu) \tag{1.7}$$

Die Erfüllung der Eichinvarianz $\partial^\mu j_\mu^{em} = 0$, d.h. die Erhaltung des elektromagnetischen Stroms liefert:

$$W_5 = -\frac{p \cdot q}{q^2} W_2 \quad \text{und} \quad W_4 = \left(\frac{p \cdot q}{q^2}\right)^2 W_2 + \frac{M_p^2}{q^2} W_2$$

Übrig bleiben drei Funktionen W_1, W_2 und W_3 die von zwei der drei lorentzinvarianten Variablen wie z.B. x und Q^2 abhängen. Die W_i stellen eine Parametrisierung der unbekannten Struktur des Protons dar und werden demzufolge als Strukturfunktionen bezeichnet. Der Term mit W_3 ist antisymmetrisch und enthält die Paritätsverletzung der schwachen Wechselwirkung. Sein Beitrag ist im Bereich niedriger und mittlerer Q^2 klein und wird erst ab $Q^2 \approx M_Z^2$ relevant. Statt den W_i als Bezeichnung für die Strukturfunktionen wird in der Literatur im allgemeinen eine andere Notation benutzt:

$$F_1(x,Q^2) = M_p W_1(x,Q^2) \tag{1.8}$$
$$F_2(x,Q^2) = \frac{p \cdot q}{M_p} W_2(x,Q^2) \tag{1.9}$$
$$F_3(x,Q^2) = \frac{p \cdot q}{M_p} W_3(x,Q^2) \tag{1.10}$$

[4]Der Einfluß des γ/Z°-Interferenzterms ist bei $Q^2 \approx 3000$ GeV^2 kleiner als 4%.

Der zweifach differentielle Wirkungsquerschnitt $ep \to eX$ des neutralen Stromes kann nun als

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma^{NC}_{e^\pm p}(x,Q^2)}{dx dQ^2} &= \frac{4\pi\alpha^2}{xQ^4}\left\{\frac{y^2}{2}2xF_1(x,Q^2) + (1-y)F_2(x,Q^2)\right. \\ &\qquad \left. \mp(y-\frac{y^2}{2})xF_3(x,Q^2)\right\} \end{aligned} \quad (1.11)$$

geschrieben werden. Hierbei wird das negative Vorzeichen vor dem xF_3-Term im Falle der Positron-Proton-Streuung und das positive Vorzeichen für Elektron-Proton-Streuung in der Formel für den Wirkungsquerschnitt benutzt.

Im Bild des Ein-Photonaustausches kann inelastische $ep \to eX$ Streuung auch als virtuelle Photon-Proton-Absorption $\gamma^* p \to X$ interpretiert werden. Hierbei wird das Elektron als Quelle virtueller Photonen angesehen. Sei ϵ_λ der Polarisationsvektor für virtuelle Photonen mit Helizitätszuständen $\lambda = 0, \pm 1$, entsprechend den longitudinalen und den beiden transversalen Polarisationsrichtungen massiver ($Q^2 > 0$) Photonen. Über das optische Theorem ist der totale Wirkungsquerschnitt $\sigma^{\gamma^* p}_{tot}$ mit dem Imaginärteil der Vorwärtsstreuamplitude verbunden. Für die Photon-Proton-Streuung gilt daher:

$$\sigma^{\gamma^* p}_{tot}(\lambda) = \frac{4\pi^2\alpha}{K} \cdot \epsilon^{*\mu}_\lambda H_{\mu\nu} \epsilon^\nu_\lambda \quad (1.12)$$

Hierbei ist K ein Flußfaktor für virtuelle Photonen. Nach der Konvention von Hand [7] wird K als die Energie angenommen, die ein äquivalentes reelles Photon benötigt, um denselben hadronischen Endzustand im Laborsystem zu erzeugen[5]:

$$K = \frac{W^2 - M_p^2}{2M_p}$$

Die Wirkungsquerschnitte für transversal ($\lambda = \pm 1$) und longitudinal ($\lambda = 0$) polarisierte Photonen im Bereich kleiner x lauten:

$$\sigma^{\gamma^* p}_T = \frac{1}{2}\left(\sigma^{\gamma^* p}_{\lambda=1} + \sigma^{\gamma^* p}_{\lambda=-1}\right) = \frac{4\pi^2\alpha}{Q^2} \cdot 2xF_1 \quad (1.13)$$

$$\sigma^{\gamma^* p}_L = \sigma^{\gamma^* p}_{\lambda=0} = \frac{4\pi^2\alpha}{Q^2} \cdot (F_2 - 2xF_1) \quad (1.14)$$

$$\sigma^{\gamma^* p}_{tot} = \sigma^{\gamma^* p}_T + \sigma^{\gamma^* p}_L = \frac{4\pi^2\alpha}{Q^2} \cdot F_2 \quad (1.15)$$

Man definiert ferner eine longitudinale Strukturfunktion $F_L = F_2 - 2xF_1$, die mit dem longitudinalen Wirkungsquerschnitt $\sigma^{\gamma^* p}_L$ aus Gleichung (1.14) direkt verknüpft ist. Häufig benutzt man auch die Größe $R = \sigma_L/\sigma_T = F_L/(F_2 - F_L)$, die das Verhältnis der Wirkungsquerschnitte von longitudinal zu transversal polarisierten Photonen beschreibt.

[5] Die Definition eines Flusses für virtuelle Photonen ist etwas willkürlich. Gilman [8] beispielsweise definiert $K_{Gil} = \sqrt{(\frac{pq}{M_p})^2 + Q^2}$. Der Ausdruck für den Wirkungsquerschnitt bleibt jedoch unberührt.

Mit den eingeführten Größen F_2 und F_L läßt sich der doppelt differentielle Wirkungsquerschnitt aus Gleichung (1.11) schreiben als:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma_{e^\pm p}^{NC}}{dxdQ^2} &= \frac{2\pi\alpha^2}{xQ^4}\Big(Y_+F_2(x,Q^2) - y^2F_L(x,Q^2) \mp Y_- xF_3(x,Q^2)\Big) \\ \text{mit} \quad Y_\pm &= 1 \pm (1-y)^2 \end{aligned} \tag{1.16}$$

Oft wird der sogenannte reduzierte Wirkungsquerschnitt σ_{red} verwendet, der sich über

$$\sigma_{red}(x,Q^2) = F_2(x,Q^2) - \frac{y^2}{Y_+}F_L(x,Q^2) \mp \frac{Y_-}{Y_+}xF_3(x,Q^2) \tag{1.17}$$

definiert.

1.3 Quarkpartonenmodell

Im Jahre 1968 sagte Bjorken [9] ein einfaches Verhalten der Strukturfunktionen F_1 und F_2 voraus. Läßt man im Grenzfall der tiefinelastischen Streuung $Q^2 \to \infty$ und $pq \to \infty$ gehen, hält dabei aber den Quotienten $x = Q^2/2pq$ fest (Bjorken-Limes), dann gilt:

$$\begin{aligned} F_1(x,Q^2) &\longrightarrow F_1(x) \\ F_2(x,Q^2) &\longrightarrow F_2(x) \end{aligned}$$

d.h. man findet endliche Grenzwerte für die beiden Strukturfunktionen, die dann nur noch von einer dimensionslosen Variablen x abhängen. Dieses Verhalten wird als Skaleninvarianz oder *scaling* bezeichnet.

Diese sehr interessante Vorhersage von Bjorken wurde durch die SLAC-MIT Experimente bei Q^2-Werten zwischen 1 und 10 GeV^2 überprüft [10]. Die Interpretation dieser Meßergebnisse der Gruppe um Taylor, Friedman und Kendall lieferte bald Feynman [11], der darin die Folge harter Stöße der Elektronen an punktförmigen Konstituenten des Protons sah. Die punktförmigen Teilchen im Proton nannte er Partonen, die dann wenig später mit den Spin-1/2-tragenden Quarks in Verbindung gebracht wurden. Gell-Mann [12] und Zweig [13] hatten diese 1964 eingeführt, um Eigenschaften aus der Hadron-Spektroskopie zu erklären. Weitere Arbeiten auf diesem Gebiet durch Bjorken und Paschos [14] bzw. Kuti und Weisskopf [15] gaben quantitative Erklärungen im Rahmen des neu geschaffenen **Quarkpartonenmodells** (QPM) der tiefinelastischen Streuung an.

Im QPM besteht das Proton aus punktförmigen masselosen Konstituenten, die Spin-1/2 tragen. Die inelastische Elektron-Proton-Streuung wird dann als quasifreie Streuung an Partonen innerhalb des Protons aufgefaßt. Diese Bild macht jedoch nur dann Sinn, wenn das Proton in einem Bezugssystem betrachtet wird, in dem es einen großen Impuls besitzt und sich sehr schnell bewegt[6]. Die dadurch entstehende Zeitdilation bewirkt, daß die Lebensdauer einer bestimmten Partonenkonfiguration im Proton stark verlängert ist und Relativbewegungen der Partonen extrem verlangsamt sind. Hat nun im Wechselwirkungsprozeß das ausgetauschte Photon eine große Energie E_{γ^*}, so ist die Wechselwirkungszeit

[6]Beispielsweise ist das *infinite momentum frame* ein solches Bezugssystem, indem der Protonviererimpuls durch $p_\mu \approx (p + M_p^2/2p, 0, 0, p)$ definiert ist.

$\tau \sim 1/E_{\gamma^*}$ sehr kurz. In diesem Fall verhalten sich die Partonen wie quasifreie Teilchen und die Streuung an Partonen kann als inkohärent angenommen werden, d.h. das Photon wechselwirkt nur mit einem Parton im Proton, und es treten keine Korrelationen unter den Partonen auf.

Die Sprache des Partonenmodells ist nur in einem Bezugssystem sinnvoll, in dem die Partonen keine oder nur geringe Transversalimpulse aufweisen, so daß das Proton als ein Bündel schnell fliegender Partonen aufgefaßt werden kann. Die in Gleichung (1.2) eingeführte Variable x erhält in diesem System eine einfache Erklärung (siehe Abbildung 1.2): x entspricht dem longitudinalen Impulsanteil ξ, der vom Parton getragen wird bevor es mit dem Photon wechselwirkt. Werden Partonen- und Protonmasse vernachlässigt, kann aus

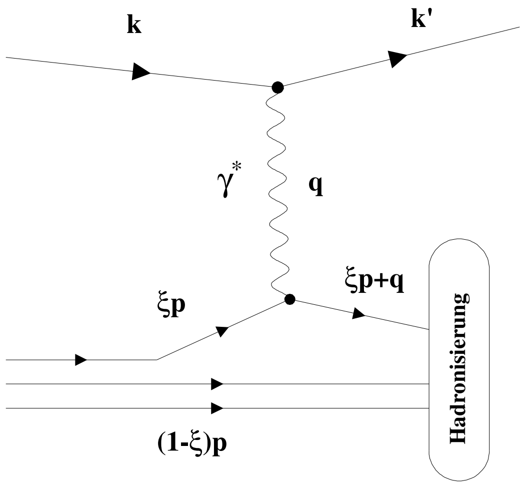

Abbildung 1.2: Feynmandarstellung des DIS-Prozesses im Quarkpartonenmodell. Das an der Streuung mit dem Photon beteiligte Quark trägt vor der Kollision den Impuls ξp.

der Vierimpulserhaltung am Quark-Photon-Vertex der Abbildung 1.2 folgende Beziehung zwischen x und ξ hergeleitet werden:

$$\begin{aligned} p'^2 &= (\xi p + q)^2 = m_{p'}^2 \\ m_{p'}^2 &\approx 0 \quad \Rightarrow \xi^2 p^2 + 2\xi pq - Q^2 \approx 0 \\ m_p^2 = p^2 &\approx 0 \quad \Rightarrow 2\xi pq - Q^2 \approx 0 \\ \text{oder} \quad \xi &\approx \frac{Q^2}{2pq} =: x \end{aligned}$$

Es werden nun Partondichten q_i definiert, so daß $q_i(x)dx$ die Wahrscheinlichkeit dafür angibt, ein Parton vom Typ i mit einem Impulsanteil x im Intervall $[x, x+dx]$ am Protonimpuls zu finden. Im Partonmodell werden die Strukturfunktionen $F_1(x)$ und $F_2(x)$ durch einfache Beziehungen mit den Dichtefunktionen $q_i(x)$ und den Quadraten der elektrischen Quarkladungen verknüpft:

$$F_1(x) = \frac{1}{2}\sum_i e_i^2(q_i(x) + \overline{q_i}(x)) \tag{1.18}$$

$$F_2(x) = \sum_i e_i^2 x(q_i(x) + \overline{q_i}(x)) \tag{1.19}$$

$$\Rightarrow 2xF_1(x) = F_2(x) \tag{1.20}$$

Hierbei wird die Summe über alle im Proton existierenden Partonen und Antipartonen gebildet. Der Zusammenhang zwischen F_1 und F_2 wird als Callan-Gross Relation bezeichnet [16] und bedeutet, daß der Wirkungsquerschnitt für longitudinale Photonen im QPM verschwindet. Dies wird auch für Spin-1/2 tragende Teilchen im QPM erwartet. Im sogenannten Breit-Bezugssystem, in dem das virtuelle Photon nur Impuls überträgt, jedoch keine Energie, hat das wechselwirkende Quark den gleichen Impulsbetrag vor und nach der Kollision mit dem Photon. Da die elektromagnetische Wechselwirkung die Helizität erhält, können Spin-1/2 Teilchen nur an Photonen mit Helizitätszuständen ± 1 koppeln, d.h. nur transversal polarisierte Photonen tragen zum Wirkungsquerschnitt bei. Die Callan-Gross Relation konnte 1969 durch die Kombination zweier Datensätze, die am DESY und SLAC aufgezeichnet wurden, experimentell bestätigt werden [17].

Weitere Vorhersagen des Partonenmodells

Aus dem Partonenmodell lassen sich eine Zahl von sogenannten Summenregeln aufstellen. Die Gesamtladung des Protons ist offensichtlich durch

$$\int_0^1 dx \left(\frac{2}{3}\left(u(x) - \overline{u}(x)\right) - \frac{1}{3}\left(d(x) - \overline{d}(x)\right)\right) = 1$$

gegeben. Hierbei stehen u und d für die up- bzw. down-Quarkdichten im Proton. Ferner erfüllen die Valenzquarkdichten $u_v = u - \overline{u}$ und $d_v = d - \overline{d}$ im Proton folgende Quarkzählregeln:

$$N_{u_v} = \int_0^1 dx(u(x) - \overline{u}(x)) = 2 \quad \text{und} \quad N_{d_v} = \int_0^1 dx(d(x) - \overline{d}(x)) = 1 \tag{1.21}$$

Berücksichtigt man einen isospinsymmetrischen Aufbau von Proton und Neutron mißt die Gottfried-Summenregel [18] durch

$$\int_0^1 \frac{dx}{x}(F_2^{ep} - F_2^{en}) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}\int_0^1 dx\left(\overline{u}(x) - \overline{d}(x)\right) \tag{1.22}$$

die Differenz der u- und der d-Quarkdichten im Nukleon. Ist der Seeanteil symmetrisch in u und d, liefert das Gottfried-Integral 1/3. Neuere Daten vom NMC-Experiment aus dem Jahre 1990 [19] weisen jedoch auf einen von 1/3 signifikant verschiedenen Wert hin.

	QED	**QCD**
Quantenzahl	elektrische Ladung	Farbladung
Fermionen	Leptonen	Quarks (Farb-Triplett)
Vektorbosonen	Photon (ungeladen)	Gluonen (Farb-Oktett)
Eichgruppe	$U(1)$ (abelsch)	$SU(3)$ (nichtabelsch)
Kopplungs- konstante	$\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$	$\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi}$
Freie Teilchen	Leptonen, Photonen	Hadronen

Tabelle 1.1: Wichtige Analogien zwischen QED und QCD

Beispielsweise erhält man experimentell für Q^2=4 GeV^2 einen Integralwert von $0.221 \pm 0.008 \pm 0.019$ [19], was durch eine $\overline{u}(x) - \overline{d}(x)$-Asymmetrie, d.h. der Nukleonensee ist nicht flavor-neutral, erklärt werden kann. Diese Interpretation ist momentan Gegenstand theoretischer Diskussionen und ein Teil des HERMES-Forschungsprogramms bei DESY.

Schließlich ist der gesamte Anteil am Impuls des Protons, den die Quarks tragen, durch die Impulssummenregel gegeben:

$$\int_0^1 dx\, x \cdot \Big(u(x) + \overline{u}(x) + d(x) + \overline{d}(x) + s(x) + \overline{s}(x)\Big) = 1 - \epsilon$$

Experimentell ist dieses Integral über einen großen Q^2-Bereich zu rund 0.5 gemessen worden. Man muß aus diesem Ergebnis daher zwingend schließen, daß die Quarks und Antiquarks im Proton nur rund 50% des Impulses tragen und daher noch weitere ungeladene Partonen zur Interpretation der Protonstruktur eine wichtige Rolle spielen.

1.4 Partonen in der Quantenchromodynamik

1.4.1 Die Quantenchromodynamik

Anfang der 70er Jahre wurde parallel zur Aufstellung einer Feldtheorie der elektroschwachen Wechselwirkung die Quantenchromodynamik (QCD) entwickelt. Man wollte die Vielzahl der beobachteten hadronischen Teilchen mit Hilfe eines Quarkmodells erklären, das nur auf wenigen elementaren Teilchen basiert.

Die QCD ist eine nichtabelsche Eichtheorie, die auf der Symmetriegruppe $SU(3)_c$ beruht. Jedes der sechs existierenden Quarks kann in drei möglichen 'Farb'-Zuständen auftreten. Die Wechselwirkung der Quarks untereinander wird durch den Austausch von acht verschiedenen Eichteilchen, den Gluonen, vermittelt. In Tabelle 1.1 sind einige Analogien zwischen der Quantenelektrodynamik (QED) und der QCD aufgeführt. Der auffallendste Unterschied ist, daß in der QED Leptonen und Photonen als freie Teilchen bekannt sind, Quarks und Gluonen jedoch ständig in Hadronen eingeschlossen sind, was als *Confinement* bezeichnet wird. Gluonen tragen im Gegensatz zu den Eichbosonen der QED Farbladung. Sie können also selber miteinander in Wechselwirkung treten. Der nichtabelsche Charakter der QCD führt dazu, daß bei hohen Energien oder sehr kleinen Abständen die Kopplungen zwischen Quarks klein werden (asymptotische Freiheit). Bei großen Abständen jedoch wachsen ihre Kopplungen an und führen zum Confinement, da Farbfelder wiederum zu Quellen neuer Felder werden können. Die Kopplungskonstante α_s ist demzufolge eine Funktion des Abstands oder der Skala, bei der die Wechselwirkung stattfindet. Ihre Skalenabhängigkeit wird durch die Renormierungsgruppengleichung (RGE) und der darin auftretenden Renormierungsfunktion β bestimmt [6]:

$$\mu \frac{d\alpha_s}{d\mu} = \alpha_s \cdot \beta(\alpha_s) = -\frac{\beta_0}{2\pi}\alpha_s^2 - \frac{\beta_1}{4\pi^2}\alpha_s^3 - \frac{\beta_2}{64\pi^3}\alpha_s^4 - \cdots, \tag{1.23}$$

wobei die Koeffizienten der Renormierungsfunktion β durch

$$\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}n_f, \quad \beta_1 = 51 - \frac{19}{3}n_f, \quad \beta_2 = 2857 - \frac{5033}{9}n_f + \frac{325}{27}n_f^2$$

gegeben sind. Die Anzahl der aktiv am Prozeß teilnehmenden Quarks wird durch n_f ausgedrückt.

In führender Ordnung (LO) ergibt sich eine Lösung der Gleichung (1.23):

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln\left(Q^2/\Lambda_{QCD}^2\right)} = \frac{12\pi}{(33 - 2n_f)\ln\left(Q^2/\Lambda_{QCD}^2\right)} \tag{1.24}$$

Der freie Parameter Λ_{QCD} setzt die Skala für die starke Kopplungskonstante fest und muß aus dem Experiment bestimmt werden.

1.4.2 Einfluß der QCD auf das QPM

Das in Abschnitt 1.3 eingeführte naive QPM enthält die Wechselwirkung durch Gluonen nicht. Es mußte daher modifiziert werden, um der Abstrahlung von Gluonen durch Quarks und den aus Gluonen entstehenden Quark-Antiquark-Paaren, wie in Abbildung 1.5 gezeigt wird, Rechnung zu tragen. Im Bezugssystem schneller Partonen (Infinite Momentum Frame) führt beispielsweise die Abstrahlung von Gluonen zu transversalen Quarkimpulsen. Die Folge davon ist, daß Quarks nun auch an longitudinal polarisierten Photonen koppeln können, was zu einer Verletzung der Callan-Gross-Relation aus Gleichung 1.20 führt.

Eine der wichtigsten Folgen der QCD im Bereich der tiefinelastischen Streuung ist die Verletzung der Bjorken-Skaleninvarianz. Die QCD-Prozesse der Gluonenabstrahlung von Quarks, der Quark-Antiquarkbildung aus Gluonen und der Gluonenselbstkopplung führen zu Partonverteilungsfunktionen $q_i(x, Q^2)$, die nun eine zusätzliche logarithmische Abhängigkeit von Q^2 aufweisen. Die Interpretation der Skalenverletzung kann mit Hilfe von Abbildung 1.3 erklärt werden. Ein virtuelles Photon mit dem Auflösevermögen Q_0^2 kann im linken Bild a) ein Quark $q(x)$ mit Impulsbruchteil x wahrnehmen. Wird die Virtualität des Photons nun größer, d.h. $Q^2 > Q_0^2$ wie im rechten Bild b), verbessert sich die Auflösung im Proton und das Photon kann an einem Quark $q(x')$ gestreut werden, das vorher ein Gluon mit Impulsanteil $y = x - x'$ abgestrahlt hat. Dadurch hat sich der ursprünglich vorhandene Impulsanteil des Quarks von x auf x' verringert. Das Photon wird also mit zunehmenden Q^2 eine größere Anzahl an Quarks mit immer kleineren Impulsanteilen auflösen, da durch den Prozeß der Gluonabstrahlung Impuls fortgetragen wird. Die Veränderung der Quarkdichte bei unterschiedlichen Q^2 ist in Abbildung 1.4 skizziert. Die Quarkdichte $q(x)$ verschiebt sich zu kleineren x bei höheren Q^2. Je größer Q^2 wird,

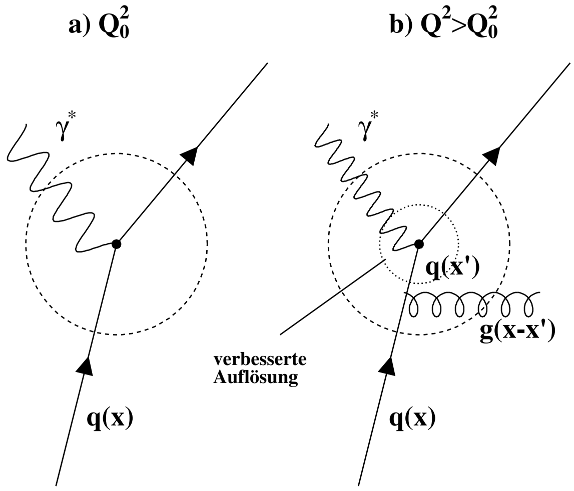

Abbildung 1.3: Die durch Gluonenabstrahlung entstehende Skalenverletzung.

umso 'weicher' werden die Quarks, d.h. einen umso kleineren Impulsanteil x tragen sie am Gesamtimpuls. Umgekehrt gilt, daß der Bereich großer Impulsanteile bei steigendem Q^2 immer mehr verarmt. Die Skalenverletzung wurde 1974 in einem Myonen-Streuexperiment am Fermilab bei 56.3 GeV und 150 GeV Strahlenergie experimentell entdeckt [20].

1.4.3 Faktorisierungstheorem

Eine der wichtigsten Grundlagen der QCD-Störungsrechnung (pQCD) ist die Idee der Faktorisierung von lang- und kurzreichweitigen Phänomenen. Störungstheoretisch zugänglich in der QCD sind nur kurzreichweitige Prozesse, die zeitlich mit der Wechselwirkungszeit vergleichbar sind. Aufgrund der asymptotischen Freiheit ist hier die Kopplung α_s klein, da diese Prozesse bei kurzen Abständen oder großen Energieskalen stattfinden. Observable wie Wirkungsquerschnitte oder Strukturfunktionen können dann in Störungsreihen entwickelt werden.

Durch die Trennung in kurz- und langreichweitige Abhängigkeiten des tiefinelastischen Streuprozesses, kann das Quarkpartonenmodell am Beispiel der Strukturfunktion F_2 im Rahmen der QCD direkt verallgemeinert werden

$$F_2(x, Q^2) = \sum_{i=q,g} \int_0^1 d\xi \, C_i^V \left(x/\xi, Q^2/\mu_{ren}^2, \mu_{fac}^2, \alpha_s \right) \cdot q_{i,h}(\xi, \mu_{fac}^2, \mu_{ren}^2, \alpha_s), \qquad (1.25)$$

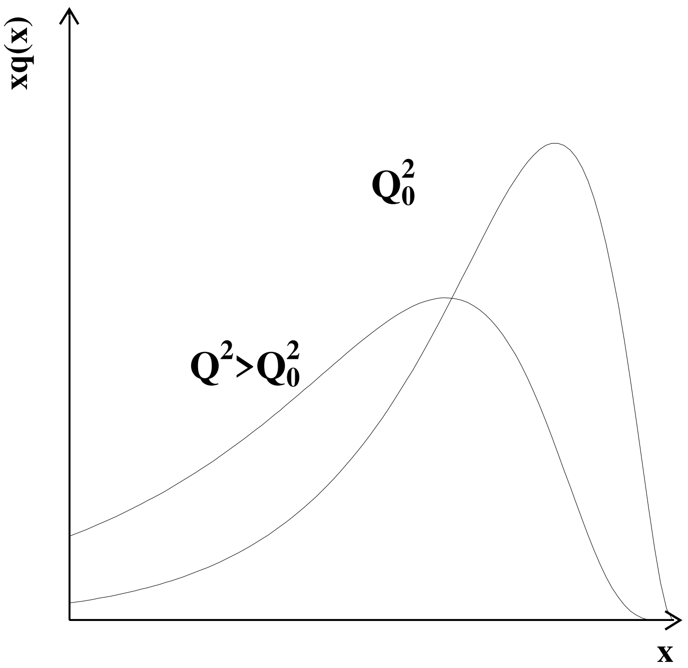

Abbildung 1.4: Die Skalenverletzung äußert sich in den Quarkdichten durch eine Erhöhung der Teilchenanzahl zu kleineren Werten von x bei größeren Q^2. Umgekehrt 'verarmt' der Bereich großer x zunehmend.

wobei die Summe über alle Quark-, Antiquark- und Gluonendichten q_i läuft. Als C_i^V werden die sogenannten Koeffizientenfunktionen bezeichnet, die je nach Partontyp i und Austauschboson V in der QCD-Störungstheorie berechenbar sind. Im Vergleich zu Gleichung (1.19) des QPM fällt auf, daß F_2 von zwei Skalen μ^2_{ren} und μ^2_{fac} abhängig wird. Die Skala μ^2_{ren} ist die Renormierungsskala, die in jeder Störungsstheorie notwendig wird, um Ultraviolett-Divergenzen zu beseitigen. Diese UV-Divergenzen resultieren aus Einschleifen-Beiträgen, bei denen die Impulse der virtuellen Teilchen unendlich werden. Die Skala μ^2_{fac} ist die sogenannte Faktorisierungsskala, die zur Definition der Trennung zwischen lang- und kurzreichweitigen Anteilen dient. Grob gesprochen wird jeder Prozeß mit $Q^2 \geq \mu^2_{fac}$ zur Koeffizientenfunktion C_i^V zugerechnet. Prozesse unterhalb dieser Skala $Q^2 < \mu^2_{fac}$ sind dann störungstheoretisch nicht berechenbar und werden in den Quarkdichten $q_{i,h}$ absorbiert. Die Merkmale der Faktorisierung äußern sich in folgenden Eigenschaften der Koeffizientenfunktion C_i^V und der Quarkdichten $q_{i,h}$:

- C_i^V beinhaltet die 'harten' QCD-Prozesse, d.h. den störungstheoretisch zugänglichen Teil. Die Koeffizientenfunktionen sind stabil gegenüber Infrarotdivergenzen, die beispielsweise durch kollineare Gluonenemission entstehen können. Der genaue Ausdruck der C_i^V ist abhängig vom Parton i und vom ausgetauschten Vektorboson V. Die Identität des Hadrons h spielt jedoch keine Rolle, d.h. C_i^V kann zur Berechnung der Strukturfunktion für jedes beliebige Hadron wie Proton, Neutron oder Pion benutzt werden. Prinzipiell können die Koeffizientenfunktionen C_i^V als verallgemeinerter Streuquerschnitt $\hat{\sigma}$ des Lepton-Quark-Systems angesehen werden.

- Die Quarkdichtenverteilungen $q_{i,h}$ beinhalten alle Phänomene, die vom langreichweitigen Teil der Wechselwirkung kommen. Sie hängen vom speziellen Hadron h und der Faktorisierungsssskala μ^2_{fac} ab. Die Quarkverteilungsfunktionen sind jedoch unabhängig vom jeweiligen harten Subprozeß, der betrachtet wird. Quarkdichten, die einmal aus dem Vergleich mit experimentellen Daten extrahiert wurden, können für die Beschreibung beliebiger harter Wechselwirkungsprozesse verwendet werden. In diesem Sinne spricht man auch von universalen Partonverteilungen.

Die Faktorisierung ist eine Verallgemeinerung des Partonmodells. Durch die Einführung der Skalen μ^2_{fac} und μ^2_{ren} ist jedoch eine gewisse Willkürlichkeit in der Trennung zwischen lang- und kurzreichweitigen Phänomenen und der Regularisierung von UV-Divergenzen gegeben. Verschiedene Faktorisierungs- und Renormierungsschemata existieren, um die Trennung und Beseitigung der Divergenzen in einer konsistenten Art durchzuführen. Ein für theoretische Berechnungen sehr attraktives und elegantes Schema ist das $\overline{MS}$-Schema[7] [21], bei dem die Quarkverteilungen direkt in Form hadronischer Matrixelemente ausgedrückt werden können. Eine weitere Möglichkeit der Faktorisierung, die sich eng an Streuexperimente und Strukturfunktionsbestimmungen anlehnt, ist das DIS-Schema. Hier werden bei der Wahl $\mu^2_{fac} = \mu^2_{ren} = Q^2$ alle auftauchenden Korrekturen höherer Ordnung zu den Strukturfunktionen in die Definition der Partonverteilungen gesteckt. F_2 erhält damit für alle Ordnungen α_s dieselbe Definition wie im QPM:

$$F_2^{DIS}(x,Q^2) = \sum_i e_i^2 \cdot x\,(q_i(x,Q^2) + \overline{q_i}(x,Q^2))$$

1.4.4 Partonevolution: die DGLAP-Gleichungen

Die Partondichten $q(x,Q^2)$ selbst können (noch) nicht unmittelbar aus ersten Prinzipien in der QCD abgeleitet werden[8]. Da aber wegen der asymptotischen Freiheit für $Q^2 \to \infty$ die Kopplung $\alpha_s(Q^2)$ klein wird, kann die Störungstheorie angewandt werden, um Vorhersagen über die Änderungen der Verteilungsfunktionen $q_i(x,Q^2)$ zu höheren Q^2 zu treffen.

Die Entwicklung der Quark- und Gluonendichte zu höheren Q^2 ist in der pQCD durch die DGLAP[9]-Gleichungen gegeben [23]:

$$\frac{\partial q(x,t)}{\partial t} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi}\int_x^1 \frac{dy}{y}\left[q(y,t)P_{qq}(\frac{x}{y}) + g(y,t)P_{qg}(\frac{x}{y})\right] \tag{1.26}$$

$$\frac{\partial g(x,t)}{\partial t} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi}\int_x^1 \frac{dy}{y}\left[q(y,t)P_{gq}(\frac{x}{y}) + g(y,t)P_{gg}(\frac{x}{y})\right] \tag{1.27}$$

Dabei steht t für $t = \ln(Q^2/\Lambda^2_{QCD})$. Die Splittingfunktionen $P_{ab}(\frac{x}{y})$ geben die Wahrscheinlichkeit für die Entstehung eines neuen Partons a mit Impulsanteil x aus einem Ausgangsparton b mit Impulsanteil y ($y > x$) an, während die Skala von Q^2 nach $Q^2 + d\ln Q^2$

[7] modified Minimal Subtraction

[8] Eine Möglichkeit zur Berechnung von Quarkdichten kann die Gittereichtheorie liefern. In letzter Zeit wurden hier große Fortschritte erzielt [22].

[9] Dokshitzer, Gribov, Lipatov, Altarelli und Parisi

variiert. Abbildung 1.5 veranschaulicht die vier verschiedenen Grundprozesse, die zu Partonentwicklungen führen. Jedem Diagramm wird dabei eine Splittingfunktion P_{ab} zugeordnet. Die in den DGLAP-Gleichungen auftauchenden Splittingfunktionen oder Evolutionskerne P_{ab} sind selber in einer Störungsreihe entwickelbar:

$$P_{ab}(x, \alpha_s) = \frac{\alpha_s}{2\pi} P_{ab}^{(0)} + \left(\frac{\alpha_s}{2\pi}\right)^2 P_{ab}^{(1)} + \cdots$$

Hierbei steht $P_{ab}^{(0)}$ für die führende Ordnung (LO) und $P_{ab}^{(1)}$ wird als nächsthöhere Ordnung (NLO) bezeichnet.

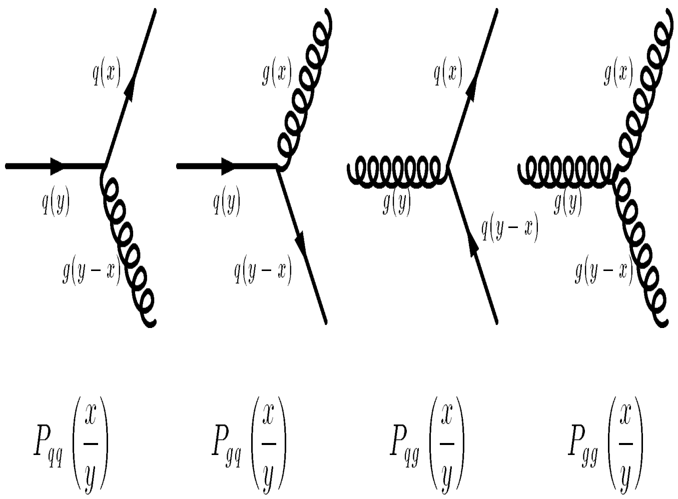

Abbildung 1.5: Darstellung der Splittingprozesse, die zur Partonentwicklung führen.

Berücksichtigt man die Flavorunabhängigkeit der Gluonenemission, die voraussetzt, daß sich bei der Gluonenabstrahlung die Quarksorte q_i nicht ändert, gelten folgende einfache Relationen zwischen den Splittingfunktionen:

$$P_{q_i q} = P_{q_j q} \equiv P_{qq}, \quad P_{q_i g} = P_{q_j g} \equiv P_{qg}, \quad P_{qq} = P_{gq}(1-x)$$

Explizit ausgeschrieben lauten die Evolutionskerne in LO [21] mit $z = \frac{x}{y}$:

$$P_{qq}(z) \;=\; \frac{4}{3}\left[(1+z)^2/(1-z)_+\right] + 2 \cdot \delta(1-z) \tag{1.28}$$

$$P_{qg}(z) = \frac{1}{2}\left[z^2 + (1-z)^2\right] \tag{1.29}$$

$$P_{gg}(z) = 6\left[\frac{z}{(1-z)_+} + \frac{(1-z)}{z} + z(1-z)\right] + (11 - \frac{n_f}{3}) \cdot \delta(1-z) \tag{1.30}$$

Die Distribution $1/(1-z)_+$ ist dabei für Funktionen $f(z)$ folgendermaßen definiert:

$$\int_0^1 dz \frac{f(z)}{(1-z)_+} := \int_0^1 dz \frac{f(z) - f(1)}{1-z}$$

Damit können Divergenzen bei $z = 1$ regularisiert werden, die durch verschwindende Massen der emittierten Partonen oder durch kollineare Abstrahlung entstehen.

Formal können die DGLAP-Gleichungen mit Hilfe der sogenannten Leading-Log-Approximation (LLA) abgeleitet werden. Hierbei liefern Terme mit $(\alpha_s \ln(Q^2/\Lambda^2))^n$ die dominierenden Beiträge[10] zum Integrationsbereich, die bei großen Q^2 für alle Ordnungen n aufsummiert werden können. Dokshitzer [24] zeigte, daß in einer axialen Feldtheorie mit asymptotischer Freiheit die LLA asymptotisch exakt ist und die Aufsummierung der führenden Logarithmen durch Leiterdiagramme wie in Abbildung 1.6, repräsentiert werden kann. Bezeichnet man die Sprossen der Leiter von 1 bis n, beginnend mit dem Proton, dann sind die longitudinalen Impulsanteile der Partonen ξ_i an den Sprossen gemäß $\xi_1 > \xi_2 > \ldots > \xi_n > x$ geordnet. Der LLA-Beitrag, der zur DGLAP-Gleichung führt, kommt aus der Phasenraumregion, in der die Transversalimpulse k_{iT} streng geordnet sind:

$$k_{1T}^2 \ll k_{2T}^2 \ll \ldots \ll k_{nT} \ll Q^2$$

Der Gültigkeitsbereich dieser Approximation ist in x und Q^2 auf den Bereich der Störungstheorie eingeschränkt, in dem $\alpha_s(k_{1T}^2) \ll 1$ ist. Ferner müssen für die aufsummierten Q^2-Logarithmen folgende Beziehung gelten:

$$\alpha_s(k_{1T}^2) \cdot \ln(Q^2/k_{1T}^2) \sim 1 \tag{1.31}$$

$$\alpha_s(k_{1T}^2) \cdot \ln(1/x) \ll 1 \tag{1.32}$$

Der letzte Ausdruck ist für die Anwendung der DGLAP-Gleichung wichtig, da Terme mit $\ln(1/x)$ in der LLA(Q^2)-Summierung vernachlässigt werden. Wird $\ln(1/x)$ demnach sehr groß, kann die Gültigkeit der DGLAP-Gleichung nicht mehr gewährleistet werden.

Ein sehr formaler Zugang zu einer alternativen Beschreibung der DGLAP-Gleichung durch Leiterdiagramme geht auf Christ, Hasslacher und Mueller (1972) [25] sowie auf Gross, Wilzcek (1973) [26] und Georgi, Politzer (1974) [27] zurück. Ausgangspunkt dieser Überlegung ist der hadronische Tensor $H_{\mu\nu}$ aus Gleichung (1.7), der als Kommutatorprodukt des elektromagnetischen Stromes j_μ geschrieben werden kann. In der sogenannten Lichtkegelapproximation[11], kann das Verhalten des Stromkommutators für freie Quarkfelder, d.h. ohne Wechselwirkung, berechnet werden, und man erhält elegant die Skaleninvarianz der Strukturfunktion.

[10] Dies entspricht der LLA in führender Ordnung α_s. In der NLO-Rechnung wird zu jedem Term $(\alpha_s \ln(Q^2/\Lambda^2))^n$ noch eine extra Potenz α_s berücksichtigt: $(\alpha_s)^{n+1}(\ln(Q^2/\Lambda^2))^n$.

[11] Diese Näherung ist dem Übergang $Q^2 \to \infty$ und $pq \to \infty$, also dem Bjorkenlimes, äquivalent.

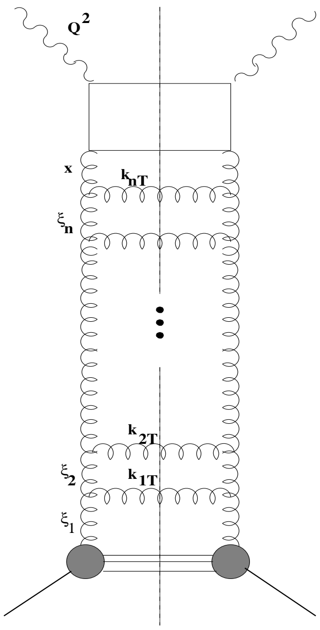

Abbildung 1.6: Darstellung eines Leiterdiagramms, dessen Aufsummation aller n Sprossen zur DGLAP-Gleichung führt. Die einzelnen Sprossen haben eine strenge Ordnung in den Transversalimpulsen k_{iT}.

Entwickelt man nun den elektromagnetischen Strom j_μ in der Umgebung des Lichtkegels nach Potenzen von Operatoren (OPE, Operator Product Expansion), wie die Analyse von Gross und Wilzcek [26] ergab, liefern nur Operatoren mit minimalem *Twist*[12] τ dominante Beiträge. Operatoren mit einem höheren Twist sind durch Faktoren wie $(M_p^2/Q^2)^{\frac{\tau}{2}-1}$ unterdrückt.

Als Ergebnis dieser sehr formalen Beschreibung der QCD durch die OPE erhält man einen Ausdruck für die **Momente** der Strukturfunktionen in völliger Analogie zum Faktorisierungstheorem:

$$\int_0^1 dx\, x^{n-2} F_i(x,Q^2) = \sum_k A_n^k(\mu^2) C_{i,n}^k(Q^2/\mu^2, \alpha_s) \quad i = 1,2,3,L \tag{1.33}$$

[12] Die zugrundeliegende Expansion nach Operatoren [28] ist eine Entwicklung nach Twist. Der Twist eines Operators ist gegeben durch $Twist = Dimension - Spin$. Die Wilson-Operatoren in der OPE haben Dimension $n+3$ und maximalen Spin $n+1$ (allgemein hat ein Tensor $(n+1)$-Stufe maximalen Spin $n+1$). Der minimale Twist ergibt sich daher aus $(n+3)-(n+1) = 2$. Dieser minimale oder leading Twist dominiert in der OPE. Höhere oder *higher twist* Operatoren sind relativ zum leading twist mit Potenzen von (M_p^2/Q^2) unterdrückt.

Als n-tes Moment der Strukturfunktion F_i wird der Ausdruck

$$\int_0^1 dx\, x^{n-2} F_i(x, Q^2) \tag{1.34}$$

bezeichnet. Die $C_{i,n}^k$ sind die Fouriertransformierten der Koeffizientenfunktionen. Ihre Q^2-Abhängigkeit wird durch die RGE aus Gleichung (1.23) beschrieben. Mit A_n^k werden die reduzierten Matrixelemente der lokalen Spin-n, Twist-2 Operatoren bezeichnet.

Die Operatoren können nach Darstellungen der Flavorgruppen in Singlett und Nonsinglett Operatoren klassifiziert werden. Entsprechend kann auch F_2 in einen Singlett- und Nonsinglett-Beitrag aufgespalten werden. Singlett-Terme verhalten sich symmetrisch unter Flavortransformation und tragen die Quantenzahlen $I = S = C = \ldots = 0$, wie z.B. die Kombination $\Sigma = \sum_i (q_i + \overline{q_i})$. Nonsinglett Terme ändern entsprechend ihr Vorzeichen unter Vertauschung der Quarkflavor und verhalten sich antisymmetrisch, wie beispielsweise $\Delta = \sum_i (q_i - \overline{q_i})$.

Für den Nonsinglett Anteil von F_2 kann die Gleichung (1.33) als

$$\int_0^1 dx\, x^{n-2} F_2^{NS}(x, Q^2) = A_n(Q_0^2) \cdot \left[\frac{\alpha_s(Q^2)}{\alpha_s(Q_0^2)} \right]^{d_n} \tag{1.35}$$

geschrieben werden [29], wobei d_n als anomale Dimension bezeichnet wird.

Die Momentenbildung $M(n, Q^2) = \int_0^1 dx\, x^{n-2} F_2(x, Q^2)$ aus der Strukturfunktion F_2 wird auch Mellintransformation genannt. Führt man eine Rücktransformation von Gleichung (1.35) vom n-Raum in den x-Raum durch, so erhält man direkt die DGLAP-Gleichung (1.27) in ihrer Integro-Differentialdarstellung. Dabei ist die anomale Dimension d_n mit der Splittingfunktion P_{qq} ebenfalls über eine Mellintransformation verknüpft:

$$d_n = -\frac{2}{\beta_0} \int_0^1 dx\, x^{n-2} P_{qq}, \quad mit \quad \beta_0 = 11 - \frac{2}{3} n_f \tag{1.36}$$

Die DGLAP-Gleichungen und die Operator-Produktentwicklung sind somit vollständig äquivalente Zugänge zur störungstheoretischen Beschreibung in der tiefinelastischen Streuung.

1.4.5 Verhalten bei kleinen x

Für die x-Abhängigkeit von F_2 an einem gegebenen Q^2 machen die DGLAP-Gleichungen keine quantitativen Vorhersagen. Bei kleinen x ist der Übergang $g \to gg$ dominant, da die Gluonen-Splittingfunktion $P_{gg} \sim (6/x)$ aus Gleichung (1.30) dort singulär wird. Durch die Quark-Antiquark-Bildung der Gluonen $g \to q\overline{q}$ steigt auch die Strukturfunktion F_2 zu kleinen x sehr stark an, was experimentell durch HERA-Messungen (siehe Abschnitt 1.6) bestätigt wurde.

Die grundlegende Entwicklungsgleichung im Bereich kleiner x für die Gluonendichte ist die BFKL[13]-Gleichung [30], da sie die Logarithmen $\ln(1/x)$, die bei genügend kleinem x gegenüber den Logarithmen $\ln(Q^2)$ überwiegen können, vollständig berücksichtigt und

[13] Baltisky, Fadin, Kuraev, Lipatov

aufsummiert. Ausgangspunkt der BFKL-Gleichung ist die unintegrierte Gluonendichte $f(x, k_T^2)$ mit Transversalimpuls k_T^2, die mit $xg(x, Q^2)$ wie folgt zusammenhängt:

$$f(x, k_T^2) = \frac{\partial xg(x, Q^2)}{\partial \ln k_T^2} \tag{1.37}$$

In der führenden $\ln(1/x)$-Näherung (LLA(x)) lautet die BFKL-Gleichung [31] in LO

$$f(x, {k_T}^2) = f^0(x, {k_T}^2) + \frac{3\alpha_s({k_T}^2)}{\pi} {k_T}^2 \int_x^1 \frac{dx'}{x} \int_{{k_0}^2}^{\infty} \frac{d{k'_T}^2}{{k'_T}^2} \mathcal{K}(k_T^2, {k'_T}^2) f(x', {k'_T}^2), \tag{1.38}$$

wobei $f^0(x, k_T^2)$ ein geeignet gewählter inhomogener Term ist, der bestimmten Anfangsbedingungen genügt. $\mathcal{K}$ ist der eigentliche Entwicklungkern, der die iterative Berechnung der Leiterdiagramme, ähnlich wie in Abbildung 1.6, enthält. Dabei wird über alle Leiterdiagramme mit Gluonenaustausch und virtuellen Korrekturen summiert.

Unter der Annahme einer festen Kopplung α_s, kann Gleichung (1.38) analytisch gelöst werden. Der dominierende Teil dieser Lösung ist bei kleinen x gegeben durch:

$$f(x, k_T^2) \sim \frac{x^{-\lambda_{BFKL}}}{\sqrt{\ln(1/x)}} \left[1 + \mathcal{O}\left(1/\ln(1/x)\right)\right] \tag{1.39}$$

Dabei ist λ_{BFKL} der führende Eigenwert des LO-Kerns $\mathcal{K}$, der für eine feste Kopplung α_s

$$\lambda_{BFKL} = \frac{12 \ln 2}{\pi} \alpha_s \approx 0.4 \ldots 0.5 \tag{1.40}$$

lautet. Durch Einführung einer laufenden Kopplung $\alpha_s(k_T^2)$ wird die Lösung der BFKL-Gleichung erschwert und kann augenblicklich nur numerisch durchgeführt werden [32]. Ferner erfordert diese Prozedur einen Abschneideparameter k_0^2, der verhindert, daß die Gluonenemission im infraroten Bereich stattfindet, wo die Kopplungen so groß werden, daß keine Störungstheorie mehr anwendbar ist. Ein unerwünschtes Ergebnis ist dabei, daß der dadurch erhaltene Eigenwert λ_{BFKL} von der Wahl der Größe dieses Abschneideparameters abhängig wird [33]. Dieses Problem kann erst vollständig in der nächsthöheren Ordnung der BFKL-Gleichung gelöst werden. Die Rechnungen der NLO-Korrekturen zum Entwicklungskern sind zwar erst kürzlich vollendet worden [34], eine endgültige Bestimmung des Eigenwertes steht jedoch noch aus[14].

Der in der Integration in Gleichung (1.38) betrachtete Phasenraum ist in der LLA(x)-Näherung streng im Longitudinalimpuls geordnet:

$$\xi_1 \gg \xi_2 \gg \ldots \gg \xi_n \gg x$$

Dagegen existiert bis auf den Abschneideparameter k_0^2 als untere Grenze im Gegensatz zur DGLAP-Gleichung keine Einschränkung in den Transversalimpulsen. Theoretisch können sie in der BFKL-Leiter jeden beliebigen Wert $k_0^2 \leq k_{iT}^2 \leq \infty$ annehmen, wobei jedoch ihre Varianz

$$\left\langle (< \ln k_{iT}^2 > - \ln k_{iT}^2)^2 \right\rangle$$

umso größer wird, je kleinere Werte ξ erreicht werden. Dieses Phänomen wird als k_T-Diffusion oder *random walk* in k_T bezeichnet und ist eine hervorstechende Eigenschaft der BFKL-Dynamik.

[14] Nach ersten Abschätzungen scheint der BFKL-Eigenwert durch NLO-Korrekturen verringert zu werden [35].

1.5 Phänomenologie bei kleinen Q^2

Ein besonderes Interesse am Verhalten des Wirkungsquerschnitts $\sigma_{tot}^{\gamma^* p}$ bei niedrigen Viererimpulsüberträgen Q^2 ist dadurch entstanden, daß zwei völlig verschiedene physikalische Konzepte in dieser Region miteinander verknüpft werden müssen.

Bei höheren Q^2 in der Größenordnung $\mathcal{O}(5\ \mathrm{GeV}^2)$ ist die zugrundeliegende Theorie die QCD, die als Störungstheorie Aussagen über Wirkungsquerschnitte und Strukturfunktionen trifft, sobald eine große Energieskala vorliegt, an der die Kopplungskonstante α_s genügend klein ist. Das Photon ist in diesem Szenarium ein punktförmiges Objekt, das in der DIS die Untersuchung der partonischen Struktur des Protons erlaubt. Geht man jedoch zu kleineren Q^2, nimmt die Virtualität des Photons ab bis es im Grenzfall $Q^2 \to 0$ reell wird. Je kleiner die Virtualität des Photons wird, desto mehr kann das Photon in den Prozessen der Photoproduktion $\gamma p \to X$ $(Q^2 \approx 0)$ als ausgedehntes Objekt interpretiert werden, das sich in Teilchenreaktionen wie ein Hadron verhält. Diese 'weichen' Prozesse sind bei weitem der dominante Anteil in der ep-Streuung. Zu ihrer Beschreibung kann keine störungstheoretische QCD herangezogen werden, da die Kopplungskonstante α_s beliebig groß werden kann. Es existieren in dieser Region jedoch recht erfolgreiche phänomenologische Ansätze, die zur physikalischen Modellierung dienen. Im folgenden sollen einige theoretische Randbedingungen und Ideen erläutert werden, die in der Beschreibung der DIS bei kleinen Q^2 eine wichtige Rolle spielen.

1.5.1 Der hadronische Tensor

Der in Gleichung (1.6) eingeführte hadronische Tensor $H_{\mu\nu}$ ist als Imaginärteil der Vorwärtsstreuamplitude virtueller Photon-Proton-Streuung definiert und über das optische Theorem mit dem Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_{\gamma^* p}^{tot} = \frac{4\pi^2\alpha}{Q^2} F_2$$

verbunden. Bei der Zerlegung des Hadronentensors in einzelne Strukturfunktionen gemäß Gleichung (1.7) treten jedoch unerwünschte Pole für $Q^2 \to 0$ auf. Um diese kinematischen Singularitäten explizit deutlich zu machen, kann Gleichung (1.7) umgeschrieben werden:

$$H_{\mu\nu} = -\frac{F_1}{M_p} g^{\mu\nu} + \frac{F_2}{M_p (p\cdot q)} p^\mu p^\nu + \left(\frac{F_1}{M_p} + \frac{F_2 (p\cdot q)}{M_p q^2}\right) \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} - \frac{F_2 (p^\mu q^\nu + p^\nu q^\mu)}{M_p q^2}. \quad (1.41)$$

Die Singularitäten für $Q^2 = -q^2 = 0$ sind aus Gründen der Eichinvarianz bzw. Stromerhaltung verboten und physikalisch nicht sinnvoll. Um diese Pole zu beseitigen, fordert man die Erfüllung folgender Randbedingungen für die Strukturfunktionen F_i im Grenzübergang $Q^2 \to 0$:

$$F_2 = \mathcal{O}(Q^2) \quad (1.42)$$

$$\frac{F_1}{M_p} + \frac{F_2 p\cdot q}{M_p q^2} = \mathcal{O}(Q^2) \quad (1.43)$$

Die beiden Bedingungen müssen für jeden beliebigen Wert von $p\cdot q$ erfüllt sein und spielen für Parametrisierungen im Bereich kleiner Q^2 eine wichtige Rolle. Die obigen Forderungen können auch folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$F_2(x, Q^2) \rightarrow 0, \quad \text{wenn} \quad Q^2 \rightarrow 0 \tag{1.44}$$
$$F_L(x, Q^2) \rightarrow 0, \quad \text{wenn} \quad Q^2 \rightarrow 0 \tag{1.45}$$
$$R(x, Q^2) = \frac{F_L}{2xF_1} \rightarrow 0, \quad \text{wenn} \quad Q^2 \rightarrow 0 \tag{1.46}$$

F_2 und F_L verschwinden somit im Grenzübergang $Q^2 \rightarrow 0$ als Funktionen der Ordnung $\mathcal{O}(Q^2)$ bzw. $\mathcal{O}(Q^4)$. Damit wird auch der Wirkungsquerschnitt (vgl. Gleichung (1.14)) für longitudinale Photonen identisch null, was im Fall $Q^2 \rightarrow 0$ zu erwarten ist. Der Wirkungsquerschnitt für transversale Photonen hingegen bleibt endlich, da für F_1 keine kinematische Bedingung aus der Eichinvarianz des hadronischen Tensors folgt.

1.5.2 Das Vektormeson-Dominanz-Modell

Das Vektormeson-Dominanz-Modell (VDM) basiert auf der experimentellen Tatsache, daß Photon-Hadron-Wechselwirkungen bei hohen Energien viele Ähnlichkeiten zu Hadron-Hadron-Wechselwirkungen zeigen. Das Photon kann nach Sakurai [36] als eine Summe neutraler Vektormesonen mit $J^{PC} = 1^{--}$ aufgefaßt werden. Dies bedeutet, daß das physikalische Photon Fluktuationen in virtuelle Vektormesonzustände $|VM_i>$ erfährt:

$$|\gamma_{\text{phys}}> = A \cdot |\gamma_{\text{QED}}> + \sqrt{\alpha} \sum_i |VM_i> \tag{1.47}$$

Die wichtigsten $q\overline{q}$-Zustände sind $\rho(770)$, $\omega(783)$ und $\varphi(1020)$, aber auch angeregte

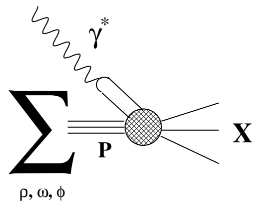

Abbildung 1.7: Darstellung des Vektormeson Dominanz Modells

Zustände wie $\rho(1430; 1700; 2150)$ sind erlaubt. Die Lebensdauer der Fluktuation τ ist umgekehrt proportional zur Energie ΔE, die benötigt wird, um den $q\overline{q}$-Zustand mit Masse M_V in einen reellen zu heben:

$$\tau \approx \frac{2pq}{Q^2 + M_V^2}$$

Die Dauer der Fluktuation wird umso größer, je kleiner die Virtualität des Photons und je geringer die Masse M_V des hadronischen Zustandes ist. In einem Bezugssystem, in dem die Lebensdauer τ groß ist, verhält sich das Photon demnach wie ein Hadron, allerdings mit Wirkungsquerschnitten, die für Photon-Hadron-Wechselwirkungen rund 100-mal kleiner sind als reine Hadron-Hadron-Reaktionen, was auf den zusätzlichen Faktor α in Gleichung (1.47) zurückzuführen ist.

Im VDM-Modell kann die Strukturfunktion F_2 folgendermaßen ausgedrückt werden [37]:

$$F_2(x, Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi} \sum_V \frac{M_V^4 \sigma_V(W)}{\gamma_V^2 (Q^2 + M_V^2)^2} \tag{1.48}$$

Die Größen $\sigma_V(W)$ sind die totalen Vektormeson-Nukleon-Wirkungsquerschnitte, γ_V^2 ist die Kopplungskonstante des Photons an das Vektormeson, die aus Vektormesonproduktion in e^+e^--Annihilation bestimmt werden kann. Geht in der obigen Gleichung nur eine endliche Anzahl von Vektormesonzuständen ein, verschwindet F_2 mit $1/Q^2$ bei großen Q^2. Dies ist entgegen experimentellen Beobachtungen, die bestätigt haben, daß F_2 ungefähr Q^2-unabhängig ist (Skalenverhalten), was nur durch schwache logarithmische Korrekturen in Q^2 verletzt wird. Werden auch schwere Vektormesonen und Kontinuumszustände berücksichtigt, kann das Skalenverhalten von F_2 hergestellt werden. Diese Version des VDM wird als *generalized VDM* (GVDM) bezeichnet [39].

Eine auf dem VDM basierende Parametrisierung der Strukturfunktion, die bei hohen Q^2 Beiträge aus der QCD enthält, ist von Badelek und Kwiecinski vorgeschlagen worden [38]:

$$F_2^{BK}(x, Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi} \sum_V \frac{M_V^4 \sigma_V(W)}{\gamma_V^2 (Q^2 + M_V^2)^2} + \frac{Q^2}{Q^2 + M_0^2} F_2^{AS}(\overline{x}, Q^2 + M_0^2) \tag{1.49}$$

$$\overline{x} = \frac{Q^2 + M_0^2}{W^2 + Q^2 - M_p^2 + M_0^2} = \frac{Q^2 + M_0^2}{2pq + M_0^2} \tag{1.50}$$

In dieser Summe wird ein asymptotisches F_2^{AS} angenommen, das bei hohen Q^2 dominiert. Üblicherweise wird hierbei eine existierende QCD-Parametrisierung gewählt. Die Wahl des Parameters $\overline{x}$ als Argument für F_2^{AS} verhindert, daß beliebig kleine x-Werte im Photoproduktionslimes $Q^2 \to 0$ bei fester Energie $W^2 \sim pq$ erreicht werden. Der erste Anteil in Gleichung (1.49) entspricht dem VDM-Anteil, wobei die Summe über alle Vektormesonen bis zu einem Abschneideparameter M_0^2 geht. Dieses Modell ist im Bereich kleiner x anwendbar und versucht die gesamte Q^2-Region zu beschreiben.

1.5.3 Die Reggetheorie

Die Reggetheorie ist allgemein die Theorie der analytischen Eigenschaften der Streuamplitude als Funktion des (komplexen) Drehimpulses. Im Reggebild lassen sich Hadron-Hadron-Wirkungsquerschnitte bei einer Schwerpunktsenergie s als t-Austausch von Teilchen mit verschiedenen Drehimpulsen beschreiben [40]:

$$\sigma_{tot}^{hh}(s) \sim \sum_i A_i(s) s^{\alpha_i(0)-1} \tag{1.51}$$

Hierbei ist $\alpha_i(0)$ der t-Achsenabschnitt (Interzept) einer linearen Teilchentrajektorie, die einer Gruppe von Teilchen entspricht, die alle auf derselben Geraden im komplexen

Drehimpuls-t Raum liegen. Im sogenannten Reggelimes $s \to \infty$ ist das Hochenergieverhalten der hadronischen Wirkungsquerschnitte durch zwei Interzepte bestimmt: einem effektiven Pomeroninterzept des Pomerons $I\!P$ mit einem Wert $\alpha_{I\!P}(0) = 1.08$[15] und einem Mesoninterzept einer Mesontrajektorie $I\!R$ (Reggeon) mit Interzeptwert $\alpha_{I\!R}(0) = 0.55$.

Das Pomeron trägt die Quantenzahlen des Vakuums und dominiert den Wirkungsquerschnitt bei hohen Energien. Seine Trajektorie ist jedoch keinem bekannten Teilchen zuzuordnen. Der Reggeonaustausch dagegen entspricht dem Austausch real existierender Mesonen wie ρ, ω, f oder a_2. Da die überwiegende Mehrheit der Prozesse, die zum totalen Wirkungsquerschnitt von Hadronreaktionen beitragen, weiche Prozesse mit geringen transversalen Impulsen der entstehenden Teilchen sind, wird das Pomeron auch als *soft Pomeron* bezeichnet.

Bei HERA werden für feste Werte von Q^2 sehr kleine $x \sim Q^2/s$ und damit auch hohe $\gamma^* p$-Schwerpunktsenergien $W^2 \approx Q^2/x$ erreicht. Da die Reggetheorie Aussagen über das Hochenergieverhalten von Wirkungsquerschnitten macht, bietet sie einen möglichen theoretischen Rahmen, um Vorhersagen über $\sigma_{tot}^{\gamma^* p}$-Wirkungsquerschnitte zu treffen. Nach [42] kann $\sigma_{tot}^{\gamma^* p}$ wie folgt dargestellt werden:

$$\sigma_{tot}^{\gamma^* p} = \frac{4\pi^2\alpha}{Q^2} F_2 = \frac{4\pi^2\alpha}{Q^2} \sum_i A_i(Q^2) s^{\alpha_i(0)-1} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^2} \sum_i A_i'(Q^2) x^{1-\alpha_i(0)} \tag{1.52}$$

Der Singlett-Anteil von F_2 wird durch Pomeronaustausch bestimmt. Er dominiert den Bereich kleiner x, während das Reggeon (in diesem Fall das a_2-Meson) an die Valenzquarks oder den Non-Singlett-Anteil koppelt:

$$\begin{aligned} F_2(x, Q^2) &= A_1'(Q^2) x^{-0.08} + A_2'(Q^2) x^{0.0425} \qquad (1.53)\\ \text{mit} \quad A_1'(Q^2) &= (Q^2)^{\alpha_i - 1} A_i(Q^2) \\ \text{und} \quad \lim_{Q^2 \to 0} A_i(Q^2) &= \mathcal{O}(Q^2) \end{aligned}$$

Das *soft Pomeron* wäre in diesem von Donnachie und Landshoff vorgeschlagenen Modell [42] für einen schwachen Anstieg von $F_2 \sim x^{-0.08}$ zu kleinen x verantwortlich.

Aus den allgemeinen analytischen Eigenschaften der S-Matrix, wie der Unitarität, folgt eine obere Grenze für die Hadron-Hadron-Wirkungsquerschnitte $\sigma_{tot}^{hh}(s) \leq c \cdot \ln^2 s$. Diese als Froissart-Grenze [43] benannte Limitierung besagt, daß die totalen Wirkungsquerschnitte für $s \to \infty$ nicht schneller anwachsen dürfen als mit dem Quadrat des Logarithmus der Energie. Ein Pomeron mit Interzept größer als eins, wie das *soft Pomeron*, führt bei asymptotisch unendlichen Energien zu einer Verletzung dieses Unitaritätskriteriums. Man kann jedoch durch Einführung von absorptiven Korrekturen eine Sättigung erreichen, die den Interzept bei großer Energie vermindert, so daß die Unitaritätsbedingung erfüllt werden kann [44].

Weitere Parametrisierungen, die auf Reggetheorie und VDM basieren, werden in Kapitel 4 ausführlich im Zusammenhang mit den analysierten Daten diskutiert.

[15] Der Interzeptwert des Pomerons wird nicht von der Reggetheorie vorhergesagt. Er wurde aus einer Fülle an experimentellen totalen Wirkungsquerschnittsdaten bestimmt und ist ein rein phänomenologischer Wert. Donnachie und Landshoff [41] haben aus Anpassungen an die Wirkungsquerschnitte aus $pp, p\overline{p}, pn, \pi p, Kp$ und γp-Reaktionen einen Wert von $\alpha_{I\!P}(0) \approx 1.08$ gefunden.

1.6 HERA Resultate zu F_2

Die experimentellen Ergebnisse von HERA [45], [46] aus dem Jahre 1994 zeigen, daß die Strukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ für $Q^2 \geq 1.5$ GeV^2 bei kleinen x sehr rasch ansteigt. In Ab-

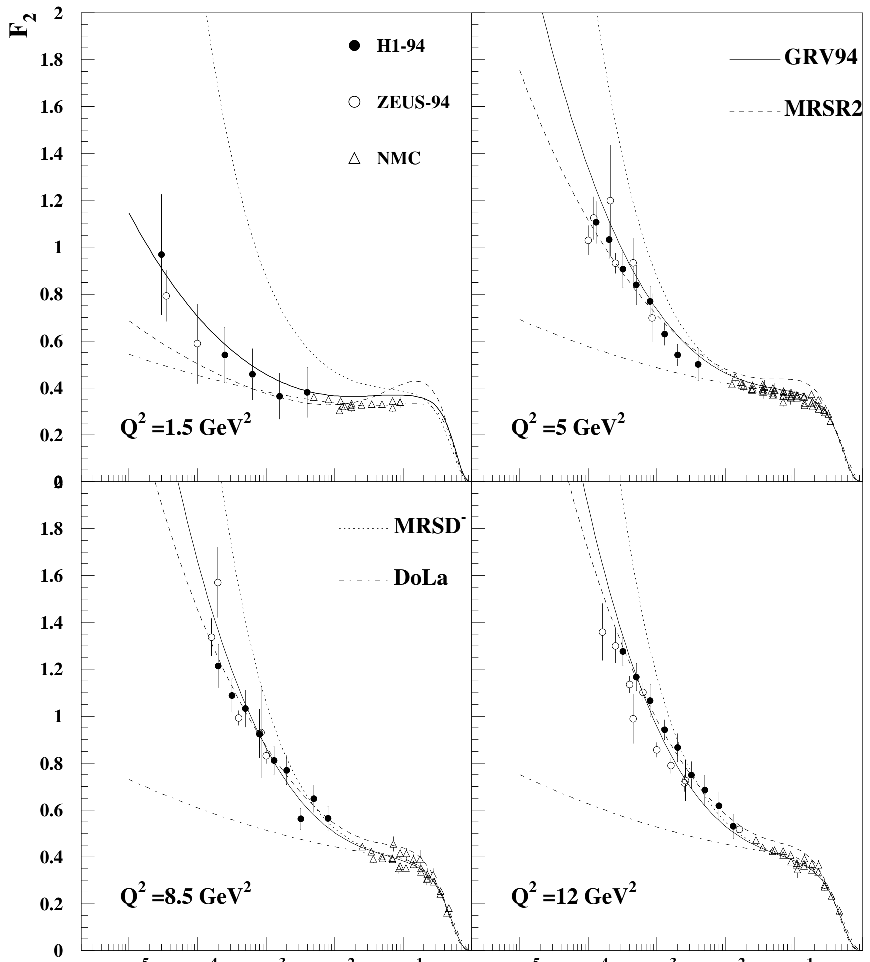

Abbildung 1.8: Die von H1 und ZEUS im Jahre 1994 gemessene Strukturfunktion F_2 bei einigen ausgewählten Q^2-Werten von Q^2 =1.5, 5, 8.5 und 12 GeV^2. Gezeigt sind einige Parametrisierungen, die auf QCD-Vorhersagen beruhen wie GRV94, MRSR2 und MRSD$^-$. DoLa stellt die in Gleichung (1.53) erwähnte Reggeparametrisierung dar. Die Daten bei höheren x sind von NMC [47].

bildung 1.8 ist die von H1 und ZEUS gemessene Strukturfunktion F_2 für vier typische Q^2-Werte von 1.5, 5, 8.5 und 12 GeV^2 zusammen mit einigen Theorievorhersagen dargestellt.

In der störungstheoretischen QCD erwartet man eine starke Zunahme der Zahl der Gluonen zu kleinen x, da in diesem Bereich die Selbstkopplung der Gluonen $g \to gg$ dominiert. Durch Quark-Antiquarkbildung der Gluonen werden geladene Partonen erzeugt, die zum starken Anstieg der Strukturfunktion F_2 bei kleinen x führen. Das Wachstum von F_2 zu kleinen x kann im Rahmen der QCD mit dem DGLAP-Formalismus erfolgreich beschrieben werden. In Abbildung 1.8 sind zwei auf den DGLAP-Gleichungen basierende Parametrisierungen gezeigt (GRV94, MRSR2), die nicht nur die gezeigten Daten bei relativ niedrigen Q^2, sondern auch Meßpunkte bei viel höheren Q^2-Werten ($Q^2 \leq 5000\,\mathrm{GeV}^2$) sehr gut wiedergeben. Eine detaillierte Diskussion der einzelnen DGLAP-Parametrisierungen findet sich im nächsten Abschnitt.

Aus der im Abschnitt 1.4.5 erläuterten BFKL-Gleichung (1.38) kann in LO ein Verhalten $F_2 \sim x^{-\lambda_{BFKL}}$ mit $\lambda_{BFKL} \approx 0.4 \ldots 0.5$ ohne Berücksichtigung einer laufenden Kopplungskonstante $\alpha_s(Q^2)$ abgeleitet werden. Dieser sehr starke Anstieg ist in der MRSD$^-$-Parametrisierung enthalten, die deutlich über den Daten aus Abbildung 1.8 liegt. Bestimmt man nämlich für feste Q^2 den Anstieg von F_2 zu kleinen x gemäß der Form $F_2 \sim x^{-\lambda}$, erhält man aus den Daten Werte für λ zwischen 0.2 und 0.4, die kontinuierlich mit höherem Q^2 größer werden [45], aber immer noch unterhalb des BFKL-Eigenwertes $\lambda_{BFKL} \approx 0.5$ liegen. Es gibt jedoch BFKL-Parametrisierungen [48], die recht gut die F_2-Daten beschreiben, allerdings sind reine BFKL-Vorhersagen für F_2 schwierig, da momentan sehr viele ad-hoc-Annahmen und Abschneideparameter eingeführt werden müssen, die in einer vollständigen NLO-Rechnung nicht mehr notwendig sein werden.

Die in Abschnitt 1.4.5 erwähnte k_T-Charakteristik der BFKL-Gleichung ist zwar eine der signifikantesten Merkmale dieser Vorhersage, doch ist man in einer inklusiven Messung, wie die der Strukturfunktionsbestimmung, nicht sensitiv auf dieses typische k_T-Verhalten der Partonen, da über alle möglichen hadronischen Endzustände gemittelt wird. In letzter Zeit wurden allerdings verschiedene exklusive Messungen vorgeschlagen, die eine klare Signatur dieser k_T-Charakteristik zeigen sollen, wie beispielsweise die Bestimmung der Rate hochenergetischer Jets in Vorwärtsrichtung, deren Wirkungsquerschnitt bei kleinen x gegenüber der herkömmlichen DGLAP-Vorhersage in der BFKL-Theorie stark erhöht ist [49].

In Abbildung 1.8 ist zusätzlich die Parametrisierung von Donnachie und Landshoff aus Gleichung (1.53) gezeigt, die auf Erwartungen der Reggetheorie basiert. Verantwortlich für den Anstieg von F_2 zu kleinen x ist in diesem Bild das *soft Pomeron* mit seiner $x^{-0.08}$-Abhängigkeit, die jedoch weit unter den Daten liegt und somit nicht Ursache des starken Wachstums von F_2 sein kann.

1.7 DGLAP-Anpassungen und ihre Partonparametrisierungen

Die DGLAP-Gleichungen (1.27) beschreiben das Q^2-Verhalten der Partondichten. Allerdings muß am Beginn der Q^2-Entwicklung eine Annahme über die x-Abhängigkeit der Quark- und Gluonendichten an einer Startskala Q_0^2 gemacht werden, da ihre Form nicht von der QCD vorhergesagt wird. Es werden in einer QCD-Anpassung daher flexible Funktionen gewählt, die bei wenigen freien Parametern genügend Spielraum bieten, um möglichst nahe an die 'wahre' x-Anfangsverteilung der Partondichten bei Q_0^2 zu kommen. Diese Funktionen müssen zudem das Verhalten der Partondichten für $x \to 0$ und $x \to 1$ richtig beschreiben, das durch phänomenologische Überlegungen motiviert ist.

Für $x \to 0$ sagt die Reggetheorie ein Potenzverhalten für die Strukturfunktionen F_i und damit für die Partondichten voraus. Auch wenn der Interzept des soft Pomerons zu niedrig ist, um die Daten zu beschreiben, ist eine Annahme der Form $x^{-\lambda}$ bei einem Q_0^2 im Grenzfall $x \to 0$ sicherlich sinnvoll. Für den Fall hoher $x \to 1$ gelangt man zur elastischen Streuung, da die Masse des hadronischen Endzustands $W^2 = (p+q)^2$ sich der Protonmasse nähert. In dieser Region ist das Q^2-Verhalten der Strukturfunktion durch Formfaktoren bestimmt, die sich hauptsächlich aus Protonresonanzbeiträgen ergeben. Da diese Resonanzen bzw. die Formfaktoren rasch mit Q^2 abfallen ($\sim (1/Q^2)^N$)[16], kann aufgrund der Beziehung $(1-x) \sim 1/Q^2$ bei hohen x folgendes qualitatives Verhalten für F_1 und F_2 abgeleitet werden:

$$F_1(x), F_2(x) \sim (1-x)^{2N-1} = (1-x)^3, \quad \text{für} \quad x \to 1 \tag{1.54}$$

Diese Beziehung geht auf Drell und Yan [50] sowie West [51] zurück.

Die grundlegende Idee von DGLAP-Anpassungen ist nun, die Partondichten $q_i(x, Q_0^2)$, $g(x, Q_0^2)$ an einer Skala Q_0^2 zu parametrisieren, so daß $q_i(x, Q^2)$ und $g(x, Q^2)$ in störungstheoretischer QCD durch Lösen der DGLAP-Gleichung an einem beliebigem Q^2 berechnet werden können. Gleichzeitig werden die freien Parameter in der Anfangsverteilung so verändert, daß eine optimale Übereinstimmung mit den experimentellen Daten bei allen zur Verfügung stehenden Q^2 erreicht ist. Eine der am meist benutzten Formen des Ansatzes bei Q_0^2 lautet:

$$xf_i(x, Q_0^2) = Ax^B(1-x)^C \cdot P(x) \quad \text{mit} \quad f_i = q, g,$$

wobei $P(x)$ ein möglichst einfaches Polynom darstellt, das die Partonverteilung im Bereich mittlerer x ($\sim 10^{-2} - 10^{-1}$) beschreibt. Von den verschiedenen existierenden Partonparametrisierungen sollen im folgenden die wichtigsten erläutert werden. Bei den meisten handelt es sich um Resultate sogenannter globaler Analysen, bei denen viele experimentelle Daten aus unterschiedlichen physikalischen Prozessen involviert sind[17].

MRS:

Die Gruppe um Martin, Roberts und Stirling benutzt in ihrer neuesten Parametrisierung [52] einen Startwert von $Q_0^2 = 1$ GeV^2. Für die Anfangsverteilung wird folgender Ansatz gewählt:

$$xf_i(x, Q_0^2) = A_i x^{B_i}(1-x)^{C_i}(1 + D_i\sqrt{x} + E_i x) \quad \text{mit} \quad i = u_v, d_v, S, g$$

Hierbei steht der Index i für die beiden Valenzquarks u_v, d_v sowie für den totalen Seequarkanteil S und die Gluonendichte g. Zusätzlich wird die $\overline{d} - \overline{u}$-Asymmetrie aus Gleichung (1.22) explizit parametrisiert. An die experimentellen Daten aus DIS, Jetproduktion und direkter Photonproduktion wurden vier verschiedene Sätze von Partonparametrisierungen angepaßt: MRSR1, R2, R3 und R4. Diese unterscheiden sich teils im benutzten

[16] Dies ist der sogenannte Dipolformfaktor, der empirisch aus frühen Messungen zu $N = 2$ bestimmt wurde.

[17] Neben den DIS-Prozessen gehören hierzu auch die direkte Photonproduktion (vgl. Kapitel 5.), Jetproduktion sowie die paarweise Erzeugung von Myonen in pN-Kollisionen durch den Drell-Yan-Mechanismus.

Wert für $\alpha_s(M_Z^2)$ und teils in den Randbedingungen der Parameter B_i für die Gluonen- und Seequarkdichten.

CTEQ:

Die neueste Generation der Parametrisierung der Partondichten der CTEQ[18]-Gruppe wird als CTEQ4 [53] bezeichnet. Als Q_0^2 wurde 2.56 GeV^2 gewählt. Die allgemeine Form der Anfangsverteilung lautet:

$$xf_i(x,Q_0^2) = A_i x^{B_i}(1-x)^{C_i}(1+Dx^{E_i}), \quad \text{mit} \quad i = u_v, d_v, \overline{u}+\overline{d}, s, \overline{d}-\overline{u}$$

Die verschiedenen Sätze aus der CTEQ4-Generation (CTEQ4A1-A5) weisen ein jeweils unterschiedliches $\alpha_s(M_Z^2)$ von 0.110 bis 0.122 auf.

GRV:

Einen anderen Weg beschreiten Glück, Reya und Vogt [54] mit ihrem Konzept der 'dynamischen' Partonverteilungen. Bei sehr tiefen $Q_0^2 \approx 0.3$ GeV^2 werden Gluonenverteilung und Seequarkanteil valenzartig ($B > 0$) angesetzt:

$$xg(x,Q_0^2), xS(x,Q_0^2) = Ax^B(1-x)^C, \quad \text{mit} \quad B > 0$$

Gluonendichte und Seequarkanteil verschwinden bei $Q_0^2 = 0.3$ GeV^2 genauso wie die Valenzquarks u_v, d_v für $x \to 0$. Dieses nichtsinguläre Verhalten der Partonen für $x \to 0$ an der Startskala Q_0^2 ist in Abbildung 1.9 links zu erkennen. Allein durch die DGLAP-Entwicklung zu höheren Q^2 werden mehr Partonen erzeugt. Die ursprünglich valenzartige Gluonendichte ist bei $Q^2 = 5$ GeV^2 singulär, d.h. wächst für $x \to 0$ rasch an, und erzeugt durch $g \to q\overline{q}$ einen ebenfalls ansteigenden Seeanteil. Im Gegensatz zu CTEQ und MRS, die für ihre Gluonen- oder Seequarkdichten an einer höheren Anfangsskala schon einen singulären Ansatz wählen, wird bei GRV dieses Verhalten rein dynamisch erzeugt. Durch eine lange Q^2-Entwicklung kann somit ein DGLAP-Wachstum zu kleinen x erzeugt werden. Das Proton im Fall der GRV-Parametrisierung besteht an der Skala Q_0^2 aus $2.72u$, $1.88d$, $0.72\overline{u}$, $0.88\overline{d}$ und rund einem Gluon. Diese Partonen dürfen aber nicht als Konstituentenquarks, also Quarks, die bei langreichweitigen Prozessen das Proton aufbauen, aufgefaßt werden, sondern sind als störungstheoretische Objekte[19] anzusehen.

Der GRV-Ansatz beschreibt sehr erfolgreich die HERA-Daten, wie aus Abbildung 1.8 ersichtlich ist, und kann als Beweis dafür angesehen werden, daß die aus der DGLAP-Gleichung abgeleitete QCD-Dynamik einen starken Anstieg von F_2 zu kleinen x erzeugen kann, wenn nur der Entwicklungsweg in Q^2 genügend lang ist. Der Seequarkanteil von GRV setzt sich bei Q_0^2 aus $2(\overline{u}+\overline{d})$ zusammen und enthält somit keinen s-Quarkanteil. Dieser s-Beitrag wird erst dynamisch aus Gluonen bei höheren Q^2 erzeugt und ist als reine parameterfreie Vorhersage mit experimentellen Daten zum s-See zu konfrontieren.

Die GRV-Idee eines äußerst niedrigen, zudem willkürlich gesetzten Q_0^2 ist trotz ihres Erfolges auch starker Kritik ausgesetzt. Bei solchen tiefen Q^2-Werten ist eine Anwendung der DGLAP-Gleichung höchst zweifelhaft [55], obwohl die Kopplungskonstante $\alpha_s(Q_0^2)/\pi \sim 0.2 < 1$ selber noch klein ist. Zwar kann niemand voraussagen, bis zu welchem kleinen Q^2 die Störungstheorie noch gültig ist, doch man erwartet allgemein, daß ihr Zusammenbrechen von großen Korrekturen zwischen verschiedenen Ordnungen der Störungsreihe begleitet ist. Der große Unterschied in der GRV-Parametrisierung zwischen

[18] **C**oordinated **T**heoretical-**E**xperimental Project on **QCD**.

[19] Die Quarks aus der pQCD werden auch als *current quarks* bezeichnet.

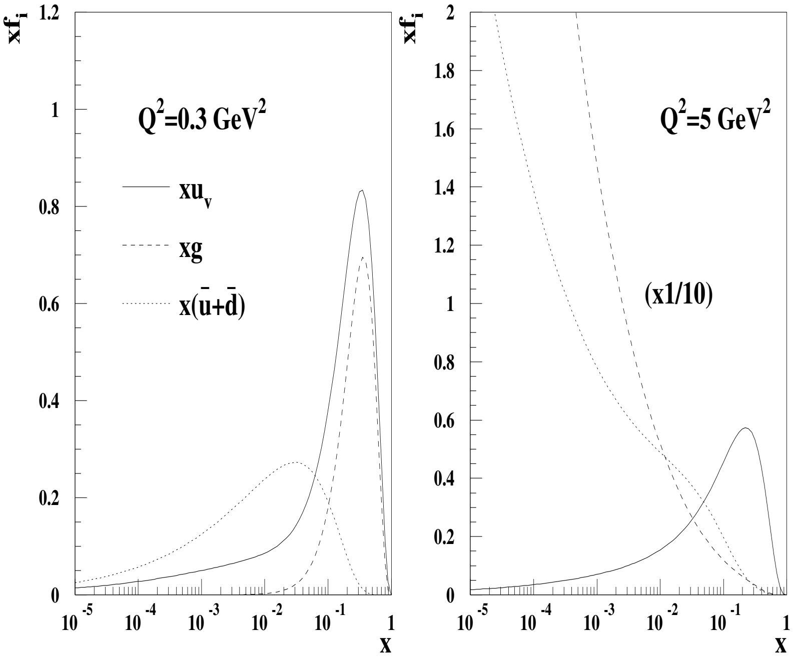

Abbildung 1.9: Partondichten der GRV-Parametrisierung bei $Q^2 = Q_0^2 = 0.3$ GeV^2 und $Q^2 = 5$ GeV^2. Bei der Startskala Q_0^2 verhalten sich die Gluonen- und die Seequarkdichten wie die Valenzquarks. Bei $Q^2 = 5$ GeV^2 ist die Gluonendichte im Bild rechts durch den Faktor 1/10 unterdrückt gezeichnet.

LO- und NLO-Rechnung bei kleinen Q^2 kann ein Hinweis auf eine fehlende Stabilität in der Störungsrechnung sein, und könnte die Anwendung und Zuverlässigkeit der QCD bei diesen kleinen Q^2 in Zweifel ziehen [56].

Kapitel 2

DIS-Streuexperimente, HERA und der H1-Detektor

2.1 DIS-Experimente

Viele Experimente zur tiefinelastischen Streuung haben zum heutigen Kenntnisstand über die Struktur der Nukleonen geführt. In Abbildung 2.1 sind die für heutige Datenanalysen wichtigsten DIS-Experimente mit ihren jeweils zugänglichen kinematischen Bereichen in x und Q^2 dargestellt. Gegenüber den anderen Experimenten, die alle mit einem ruhenden hadronischen Target (*fixed target*) durchgeführt wurden, ist der kinematische Phasenraum durch HERA erheblich erweitert worden. Die Lepton-Nukleon-Streuexperimente können sowohl mit Neutrinos (ν_e, ν_μ) als auch mit geladenen Leptonen (e, μ) durchgeführt werden.

Die Reihe der wichtigsten Experimente zur tiefinelastischen Elektronstreuung begann im Jahre 1967 mit dem Pionierexperiment am SLAC [4] bei Einfallsenergien von 4.5 bis 20 GeV, dessen Magnetspektrometer gestreute Elektronenergien von 1.6, 8 und 20 GeV nachweisen konnte. Bis zum Jahre 1985 wurden acht verschiedene Streuexperimente an Proton- oder Deuterontargets durchgeführt, die Daten über die Strukturfunktionen bei hohen x zwischen 0.06 und 0.9 lieferten [57]. Die maximal zugänglichen Werte für Q^2 betrugen 30 GeV^2.

In den frühen 80er Jahren wurden dann am CERN gleichzeitig zwei große Experimente mit Myonenstrahlen mit Energien bis zu 325 GeV betrieben: BCDMS (*Bologna, CERN, Dubna, Munich, Saclay*) [58] und EMC (*European Muon Collaboration*) [59]. BCDMS untersuchte bis 1985 in μp- und μd-Streuung die Strukturfunktionen F_2^p und F_2^d bei Strahlenergien von 100, 120, 200 und 280 GeV. Der große Bereich in x und Q^2, der mit diesem Präzisionsexperiment abgedeckt wurde, reichte in x von 0.06 bis 0.8 und in Q^2 von 7 bis 260 GeV^2. EMC nahm bis zum Jahre 1983 Daten unter Verwendung verschiedener hadronischer Targets, wie Wasserstoff, Deuterium und Eisen, um Strukturfunktionen, hadronische Endzustände und nukleare Effekte in der DIS zu studieren.

Im Experiment NMC (*New Muon Collaboration*) [60] wurde das modifizierte Magnetspektrometer des Vorgängers EMC benutzt. In den Jahren 1986, 1987 und 1989 führte NMC sehr präzise Messungen zu F_2^p und F_2^d bei Myonenenergien von 90 bis 280 GeV durch. NMC gelang es durch einen verbesserten Detektor, den gemessenen x-Bereich um eine Größenordnung im Vergleich zu EMC und BCDMS auszudehnen, um so als erstes

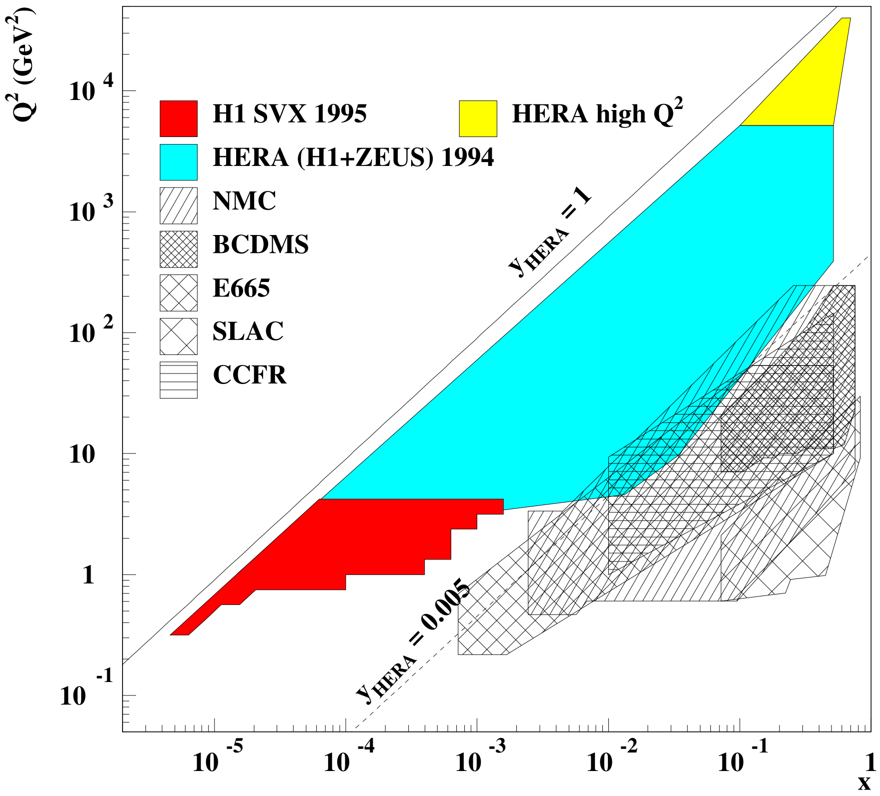

Abbildung 2.1: Die kinematische Ebene einiger wichtiger DIS-Experimente. H1 SVX 95 bezieht sich auf den kinematischen Bereich, den die vorliegende Analyse erschließt. Die Linien mit konstanten y-Werten beziehen sich auf die HERA-Schwerpunktsenergie.

Experiment in der damals unbekannten Region kleiner x zu messen.

Das im Augenblick letzte Myonenstreuexperiment zur Messung der unpolarisierten DIS fand am FNAL statt und wurde durch die E665-Kollaboration betrieben [61]. Ein 470 GeV Myonenstrahl, der vom Tevatron erzeugt wurde, konnte in den Jahren 1987-1992 zur Datennahme an Proton- und Deuterontargets genutzt werden.

Neutrinostreuexperimente, die wichtige Informationen über die paritätsverletzende Strukturfunktion xF_3 liefern, fanden in den frühen 80er Jahren am CERN statt. Das CDHSW-Experiment (*CERN, Dortmund, Heidelberg, Saclay, Warschau*) konnte mit ν_μ und $\overline{\nu_\mu}$-Strahlen von bis zu 260 GeV Untersuchungen an verschiedenen Targets durchführen. Die genauesten Daten über $F_2^{\nu N}$ und $xF_3^{\nu N}$ lieferte jedoch das CCFR-Experiment (*Chicago, Columbia, Fermilab, Rochester*) [62], das 1984 und 1987 als E740 und E770 den Breitbandneutrinostrahl des Fermilabs für Messungen nutzte. Dieser Breitbandstrahl enthält Neutrinos und Antineutrinos bei Energien von 30-600 GeV, die aus dem Kaon- oder Pionzerfall stammen. Der CCFR-Detektor ist in den letzten Jahren modifiziert und mit einer verbesserten Strahlzuführung zum NuTeV-Experiment umgestaltet worden, das im Jahre 1996 mit der Datennahme begonnen hat [63].

2.2 HERA

Eine Möglichkeit, Strukturfunktionen in Bereich sehr kleiner x experimentell zu bestimmen, wurde mit dem Bau der Beschleunigeranlage HERA (Hadronen-Elektronen-Ring-Anlage) am DESY geschaffen. HERA ist der einzige ep-Speicherring der Welt und wurde 1990 nach einer 6-jährigen Bauzeit fertiggestellt. Der Ring besteht aus zwei getrennten Beschleunigerringen mit einem Umfang von 6.3 km. Der prinzipielle Aufbau von HERA ist in Abbildung 2.2 dargestellt. Der Elektronen-Beschleunigerring erlaubt eine maximale

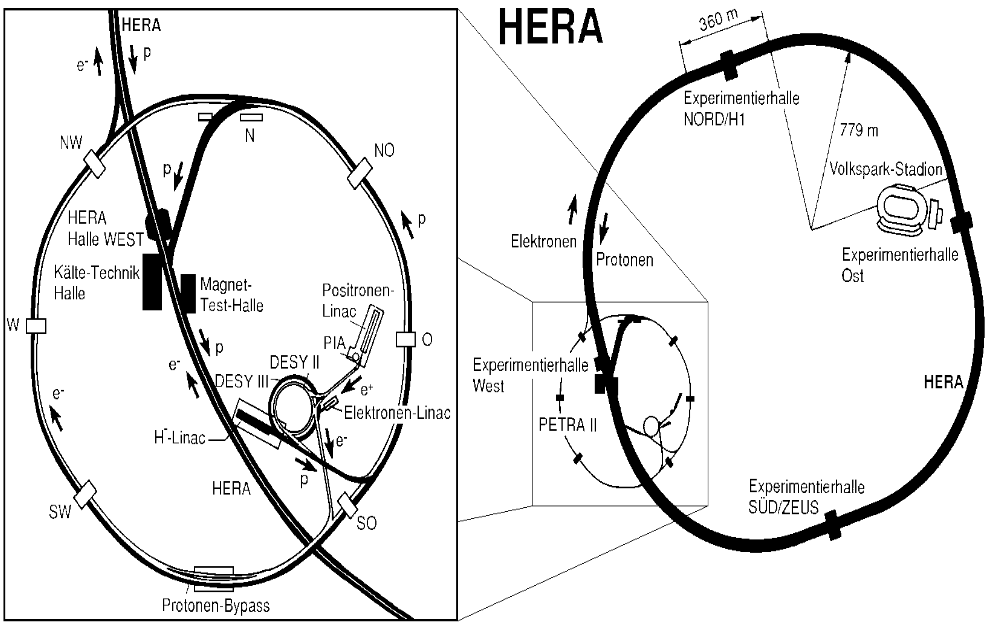

Abbildung 2.2: Der schematische Aufbau von HERA.

Energie von 30 GeV, während der Ring für die Protonen 820 GeV liefert. Dies führt zu einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 314$ GeV, wofür bei einem Experiment an einem ruhenden Proton-Target eine Elektronenstrahlenergie von 50 TeV notwendig wäre. Während der beiden ersten Jahre bis einschließlich 1993 wurde HERA mit Elektronen betrieben, danach mit Positronen[1], die eine rund dreimal längere Lebensdauer im Strahlrohr besitzen. Für 1998 sind aufgrund einer verbesserten Vakuumtechnik erneut Elektronfüllungen vorgesehen.

[1]Im folgenden wird das gestreute Lepton nur noch als Elektron bezeichnet.

HERA kann mit bis zu 220 Teilchenpaketen in jedem Ring betrieben werden. Diese Aufteilung in 220 Segmente führt bei HERA zu einem Paketabstand von 96 ns, was einer Strahlkreuzungsrate von 10.6 MHz entspricht. In einer typischen Füllung des Jahres 1995 wurden 174 Pakete zur Kollision gebracht. Zusätzliche 6 Elektronen- und 15 Protonenpakete (*pilot bunches*) dienen zur Untersuchung des strahlinduzierten Untergrundes, da diese speziellen Pakete keine Kollisionspartner besitzen, d.h. auf leere Bunche im Kollisionspunkt treffen. In jedem Teilchenpaket befinden sich rund 10^{11} Teilchen, deren longitudinale Dichte einer Gaußverteilung gehorcht. Im Falle der Protonpakete ist die longitudinale Varianz $\sigma_z \approx 11$ cm, was zu einer Verschmierung des Kollisionspunktes in der Nachweiszone führt. Tabelle 2.1 zeigt die Entwicklung einiger HERA-Parameter über den Zeitraum der letzten Jahre.

HERA-Parameter		Design e^+	Design p	1995 e^+	1995 p	1996 e^+	1996 p
Strahlenergie	[GeV]	30.0	820	27.5	820	27.5	820
Schwerpunktsenergie	[GeV]	314		300		300	
mittl. Strahlstrom	[mA]	58	163	18	54	21	60
Teilchenpakete		210	210	174	174	175	175
Max. $\mathcal{L}$	[cm^{-2}s^{-1}]	1.50×10^{31}		0.59×10^{31}		0.84×10^{31}	
Max. Spez. $\mathcal{L}$	[cm^{-2}s^{-1}mA^{-2}]	4.0×10^{29}		6.2×10^{29}		7.6×10^{29}	
$\int \mathcal{L}$ dt(HERA geliefert)	[pb^{-1}a^{-1}]	100		10.1		13.3	
$\int \mathcal{L}$ dt(H1 aufgezeichnet)	[pb^{-1}a^{-1}]	100		6.2		8.9	

Tabelle 2.1: Einige Parameter des Speicherrings HERA für die Datennahmeperioden 1995 und 1996 im Vergleich zu den Designwerten.

Elektron- und Protonstrahlen werden an zwei Wechselwirkungszonen frontal zur Kollision gebracht, wo die beiden Detektoren H1 und ZEUS seit 1992 Daten aufzeichnen. An zwei weiteren Kollisionszonen von HERA sind die Experimente HERMES und HERA-B untergebracht, die für ihre Untersuchungen jeweils nur den Elektron- (HERMES) bzw. nur den Protonstrahl (HERA-B) verwenden, der auf ein ruhendes hadronisches Target trifft.

HERMES wurde entwickelt, um die Spinstruktur von Nukleonen mit Hilfe der Streuung von longitudinal polarisierten Elektronen an einem polarisierten Gasstromtarget, wie Wasserstoff, Deuterium oder Helium zu untersuchen. Das Experiment ist seit 1995 in Betrieb und lieferte in ersten Veröffentlichungen schon Resultate zur Spinstrukturfunktion des Protons [64].

Das Experiment HERA-B ist augenblicklich noch im Aufbau und wird voraussichtlich 1999 in Betrieb genommen. Das Ziel ist die Messung und Untersuchung der CP-Verletzung im $B^0\overline{B^0}$-System, wofür der 820 GeV Protonstrahl benötigt wird, in dessen Strahlhalo ein Drahttarget aus Wolfram eingefahren wird [65].

2.3 H1-Detektor

Der H1-Detektor, der von der H1-Kollaboration nach rund 7-jähriger Planungs- und

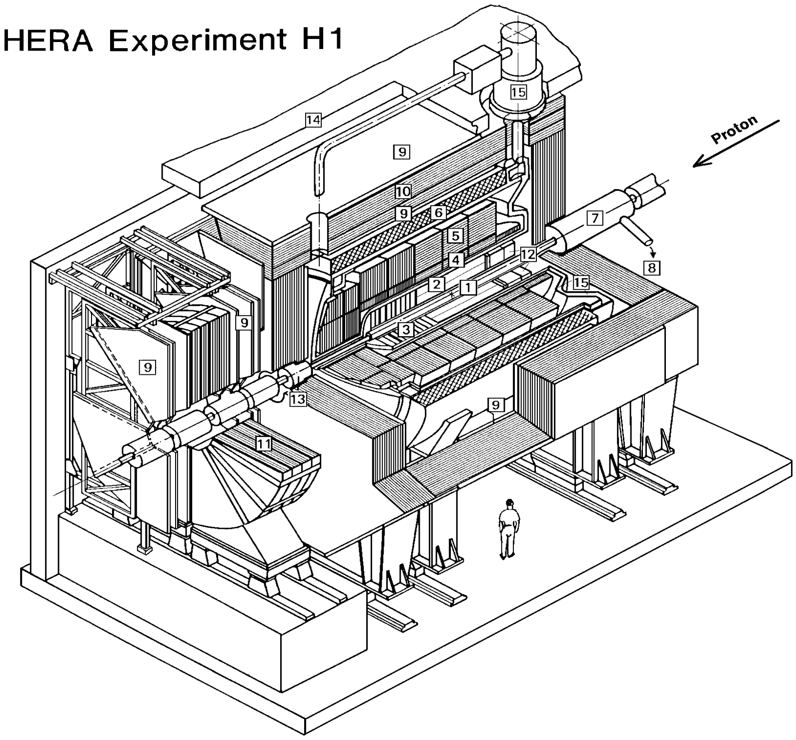

Abbildung 2.3: **Der H1-Detektor bei HERA.**
Er hat eine Größe von ca. $12 \times 10 \times 15$ m^3 und ein Gewicht von rund 2800 t. Der Detektor besteht aus folgenden Komponenten:
$\boxed{1}$ Strahlrohr $\boxed{2}$ Zentrale Spurkammer
$\boxed{3}$ Vorwärtsspurkammer $\boxed{4}$ Blei/LAr-Kalorimeter
$\boxed{5}$ Stahl/LAr-Kalorimeter $\boxed{6}$ Supraleitende Spule
$\boxed{7}$ Kompensationsmagnet $\boxed{8}$ Helium-Kälteanlage
$\boxed{9}$ Myonenkammern $\boxed{10}$ Instrumentiertes Eisenjoch $\boxed{11}$ Myon-Toroid-Magnet
$\boxed{12}$ Rückwärtskalorimeter (SPACAL)
$\boxed{13}$ Plug-Kalorimeter $\boxed{14}$ Betonabschirmung
$\boxed{15}$ LAr-Kryostat

Bauzeit 1991 fertiggestellt wurde [66], ist ein nahezu den gesamten Raumwinkelbereich abdeckendes Nachweisgerät. Es wurde konzipiert, um mit hoher Präzision Energien und Spurverläufe der bei *ep*-Kollisionen entstehenden Teilchen zu vermessen. Aufgrund des Unterschiedes in der Strahlenergie von Elektronen und Protonen ist die mittlere Energie-und Teilchendichte in Vorwärtsrichtung (in Protonrichtung) höher. Der Detektor ist daher asymmetrisch aufgebaut. Abbildung 2.3 zeigt den prinzipiellen Aufbau des H1-Detektors. Das im Bild von rechts einlaufende Proton definiert die positive z-Achse. Der Ursprung des rechtshändigen Koordinatensystems befindet sich am nominellen Wechselwirkungspunkt. Eine detaillierte Beschreibung einzelner Detektorkomponenten ist in Referenz [66] zu finden, so daß im folgenden nur jene Teile des Detektors beschrieben werden, die für die Analyse tiefinelastischer Ereignisse von Bedeutung sind:

- Das zentrale **Spurkammersystem** $\boxed{2}$
  Die Spurerkennung geladener Teilchen erfolgt durch ein System von Drift- und Vieldrahtproportionalkammern, deren Signale zum Triggern, zur Spurrekonstruktion und zur Teilchenidentifikation verwendet werden. Insgesamt deckt das zentrale Spurkammersystem den Bereich -1.5 m$< z <$ 2.5 m ab und besteht aus sechs konzentrisch ineinanderliegenden Spurkammern. Am dichtesten zum Strahlrohr liegt die **CIP**[2], eine Proportionalkammer, die aus zwei Ebenen aufgebaut ist. Sie besitzt zwar nur eine grobe Ortsauflösung, kann dafür aber ein schnelles Triggersignal liefern. Als nächster Spurdetektor folgt die **CIZ**[3], deren Drähte senkrecht zur Strahlachse verlaufen. Aus diesem Grund kann diese Driftkammer die z-Position von Spuren bestimmen. CIP und CIZ sind von der konzentrischen Driftkammer **CJC1**[4] umgeben, die einen Polarwinkelbereich in θ von 15° bis 165° abdeckt. Nach der inneren Driftkammer CJC1 folgt wiederum eine Proportionalkammer **COP**[5], eine z-Kammer **COZ**[6] und eine weitere Driftkammer **CJC2**, die Spurerkennung und Rekonstruktion vervollständigen.
  CJC1 und CJC2 bilden die Grundlage der Spurmessung in der $r\phi$-Ebene. Sie erreichen eine Auflösung von $\sigma_{r\phi} \approx 170\ \mu$m. Ihre Signale dienen zur Messung der Transversalimpulse p_T von durchquerenden Teilchen mit einer Impulsauflösung von $\sigma_{p_T}/P_T^2 \approx 10^{-2}$ GeV^{-1}.
  Die Bestimmung der z-Komponente ist Aufgabe der CIZ und COZ, die typischerweise eine Genauigkeit von $\sigma_z \approx 300\ \mu$m erreichen. Die beiden Vieldrahtproportionalkammern CIP und COP besitzen eine Zeitauflösung von 21 ns und erlauben eine Bestimmung des Zeitpunktes t_0 der Wechselwirkung, die schon in der allerersten Triggerstufe zur Untergrundunterdrückung genutzt werden kann.

- Das **Vorwärtsspurkammersystem** $\boxed{3}$ kann Spuren geladener Teilchen im Polarwinkelbereich $5° \leq \theta \leq 25°$ messen. Es ist aus drei Supermodulen aufgebaut, die sich jeweils in zwei Drift- und Proportionalkammern und einen Übergangsstrahlungsdetektor gliedern.

- Das **Flüssig-Argon-Kalorimeter (LAr)** umgibt das Spurkammersystem und mißt die Energien von Teilchen, die zentral- oder vorwärtsgestreut werden. Die Akzeptanz im Polarwinkelbereich θ reicht von 4° bis 153°. Es ist in ca. 45000 Zellen unterteilt und besitzt einen elektromagnetischen $\boxed{4}$ und einen hadronischen Teil

[2] Central Inner Proportional Chamber
[3] Central Inner Z-Chamber
[4] Central Jet Chamber
[5] Central Outer Proportianal Chamber
[6] Central Outer Z-Chamber

$\boxed{5}$. Bei beiden Sektionen handelt es sich um Sampling-Kalorimeter, die als aktives Medium flüssiges Argon sowie Blei bzw. Stahl als Absorber benutzen. Sowohl der elektromagnetische als auch der hadronische Teil des LAr sind nichtkompensierende Kalorimeter, d.h. die Signale für Hadronen sind ca. 30-40% geringer als für Elektronen der gleichen Energie. Daher müssen die hadronischen Energien im nachhinein während der Rekonstruktion neu gewichtet werden. Der gegenwärtige systematische Fehler in der Bestimmung hadronischer Energien beträgt 4%.
Das Plug-Kalorimeter $\boxed{13}$ deckt den Akzeptanzbereich zwischen dem LAr-Kalorimeter und dem Strahlrohr für $4° \geq \theta \geq 0.6°$ ab. Dieses Kalorimeter zur hadronischen Energiemessung besteht aus Kupferabsorbern und Siliziumdetektoren.

- Das rückwärtige Kalorimeter **SPACAL**[7] $\boxed{12}$ überdeckt den Winkelbereich von $153° \leq \theta \leq 177.8°$. Es besteht aus einem elektromagnetischen und einem hadronischen Teil, die beide aus einer Blei/Szintillationsfasermatrix aufgebaut sind. Der nähere Aufbau und die Eigenschaften des SPACALs werden in 2.4 beschrieben.

- Die rückwärtige Driftkammer **BDC**[8] befindet sich vor dem SPACAL-Kalorimeter. Sie hat die Aufgabe, die genaue Position von geladenen Teilchen zu bestimmen, die in den Rückwärtsbereich ($153° \leq \theta \leq 177°$) gestreut werden. Die BDC besteht aus vier Doppellagen, die in jeweils acht Sektoren unterteilt sind. Jeder dieser Sektoren besitzt 32 Driftzellen. Die Drähte einer Lage sind oktogonal gespannt, so daß sich ein spinnweben-ähnliches Bild ergibt. Diese oktogonale Anordnung bewirkt, daß die Driftwege der ionisierten Teilchen annähernd radial verlaufen, was zu einer hohen Auflösung in r führt. Um die azimuthale Komponente des Teilchendurchgangs besser zu bestimmen, sind die Doppellagen gegeneinander um $11.25°$ verdreht. Eine detaillierte Beschreibung des Aufbaus der BDC mit ihren Eigenschaften findet sich in [67]. Die BDC bildet zusammen mit dem SPACAL die beiden wichtigsten Nachweisgeräte, die für die Messung gestreuter Elektronen in dieser Analyse benutzt wurden.

- Das **Luminositätssystem** umfaßt zwei kleine Kalorimeter, einen 100×100 mm^2 großen Photondetektor (PD) und einen 154×154 mm^2 großen Elektrontagger (ET), die sich bei $z = -102.9$ m bzw. $z = -33.4$ m im HERA-Tunnel befinden. Beide Detektoren bestehen aus KRS-15 Kristallen (78% TlCl+22% TlBr) und besitzen eine Energieauflösung von $\sigma/E \approx 15\%/\sqrt{E(GeV)}$. Vor dem Photondetektor befindet sich zum Schutz vor niederenergetischer Synchrotronstrahlung ein Absorber aus Kupfer und Blei sowie ein Wasser-Čerenkovzähler, der als Vetozähler dazu dient, Photonen zu selektieren, die ohne Wechselwirkung das Absorbermaterial durchquert haben.
Photonen und Elektronen aus dem Bethe-Heitler-Bremsstrahlungsprozeß [68] $ep \rightarrow ep\gamma$ werden im Luminositätssystem nachgewiesen. Da der Wirkungsquerschnitt dieses Prozesses sehr genau im Rahmen der QED berechnet werden kann und keine Abhängigkeit von der Strukturfunktion F_2 besitzt, kann aus der Rate der Koinzidenzen von Elektronen und Photonen $(e-\gamma)$ die Luminosität ermittelt werden. Eine andere Methode zur Luminositätsbestimmung, die ebenfalls auf dem Bethe-Heitler-Prozeß beruht, ist der Nachweis eines einzelnen Photons im PD, dessen Energie

[7] Spaghetti-Calorimeter
[8] Backward Drift Chamber

eine gewisse Schwelle überschreitet. Diese γ-Methode eignet sich besser zur Berechnung der endgültigen Luminositäten, da in der Akzeptanzbestimmung des PD keine Abhängigkeiten von der Strahloptik auftreten. Die systematische Unsicherheit, die 1995 in der Luminositätsbestimmung erzielt wurde, beträgt für die in dieser Analyse betrachteten Datenperiode 1.14% [69].

- Das **Flugzeitsystem** oder **TOF**[9] besteht aus verschiedenen Szintillationszählern, die an unterschiedlichen Positionen entlang des Strahlrohrs angebracht sind. Im vorderen Bereich des Detektors, in Protonstrahlrichtung, befinden sich bei $z = 790$ cm das Forward-TOF (FTOF) und bei $z = 540$ cm das Plug-TOF (PTOF). Zusätzlich zu dem Flugzeitsystem wurden bei $z = -650$ cm bzw. $z = -810$ cm zwei Szintillatorvetowände installiert. Im hinteren Bereich des Detektors befindet sich ferner bei $z = -275$ cm das Backward TOF. Alle Szintillatorsysteme besitzen eine sehr gute Zeitauflösung im ns-Bereich, so daß diese Information zur Erkennung von strahlinduzierten Untergrundereignissen genutzt werden kann.

- Das H1-**Triggersystem** hat die Aufgabe, eine schnelle Trennung der Untergrundereignisse von den interessierenden Physikereignissen durchzuführen. Der Hauptbeitrag zu diesen Ereignissen stammt aus Wechselwirkungen des Protonstrahls mit Restgasen im Strahlrohr bzw. aus Wechselwirkungen zwischen Protonstrahlhalo und Strahlrohrwänden. Die Rate dieses Untergrunds ist rund 10^4-mal größer als die mit dem SPACAL meßbare Ereignisrate der tiefinelastischen Streuung. Um aus diesem hohen Untergrund die interessanten Physikereignisse herauszufiltern, wurde ein komplexes, mehrstufiges Triggersystem entworfen [70]:
Die erste Triggerstufe L1 konvertiert Informationen, die vom Detektor für das Triggersytem sehr rasch zur Verfügung gestellt werden, in Triggerelemente. Die zentrale Triggerlogik CTL verknüpft diese Elemente zu 128 verschiedenen Subtriggern durch logische Operationen. Aufgrund der unterschiedlichen Auslesezeiten einzelner Detektorkomponenten ist es allerdings nicht möglich, daß der L1-Trigger schon nach einem Kollisionsintervall von 96 ns=1 BC (*bunch crossing*) eine Entscheidung über das Ereignis trifft. Beispielsweise benötigen die Triggerinformationen für L1, die vom LAr erzeugt werden, aufgrund der Integrationszeiten in den Vorverstärkern rund 13 BC. Um totzeitfrei arbeiten zu können, ist daher ein Zwischenspeichern der Triggerinformation in sogenannten Pipelines erforderlich. Nach 24 BC fällt der L1-Trigger seine Entscheidung, ob das Ereignis behalten oder verworfen wird, indem die CTL alle 128 gebildeten Subtrigger durch ein logisches ODER verknüpft. Sobald eine der Subtriggerbedingungen erfüllt ist, wird die Pipeline angehalten, und die Signale werden an die nächste Triggerstufe weitergereicht. Da die Datennahmekapazität des Auslesesystems beschränkt ist, darf die Triggerrate einen oberen Grenzwert nicht überschreiten. Um daher die Totzeit klein zu halten und die Ausbeute groß, werden Subtrigger, die eine sehr hohe Rate aufweisen, sehr starken Untersetzungsfaktoren oder *prescales* unterworfen. Dies bedeutet, daß der jeweilige Subtrigger erst nach einer festgelegten Anzahl von erfüllten Bedingungen eine positive Triggerentscheidung auslösen kann.
Die Triggerstufe L2 [71] basiert sowohl auf neuronalen Netzen als auch auf topolo-

[9]Time-of-Flight System

gischen Bedingungen, die das Ereignis erfüllen muß. Innerhalb von 20 μs wird hier eine weitere Filterung der ankommenden Ereignisse vorgenommen. Im Jahre 1995 war L2 jedoch noch nicht vollständig implementiert.
Die Triggerebene L3 erlaubt, weitere Bedingungen an die Ereignisse zu stellen. Diese Stufe besteht aus einem 29K-Prozessor, der innerhalb von 2 ms eine Entscheidung fällen muß. Dieser Filter wurde jedoch 1995 und 1996 ebenfalls nicht benutzt.
Auf der Triggerstufe L4 [72] ist die vollständige Subdetektorinformation des Ereignisses vorhanden und es kann eine Teilrekonstruktion des Ereignisses durchgeführt werden. Dies geschieht auf einer Prozessorfarm mit 32 parallel arbeitenden RISC-Prozessoren. Für jeden Subtrigger, der auf L1 das Ereignis akzeptiert hat, wird nun eine nochmalige Überprüfung mit höherer Genauigkeit durchgeführt. Die L4-akzeptierten Ereignisse werden auf Magnetbänder mit einer endgültigen Rate von ca. 10-20 Hz geschrieben, wobei rund 1% der verworfenen Ereignissen zur Kontrolle auf separat aufgezeichnet werden.
Die letzte Stufe L5 führt eine komplette Ereignisrekonstruktion der akzeptierten Rohdaten durch und ordnet die Ereignisse verschiedenen Physikklassen zu, wie beispielsweise der Photoproduktion oder der tiefinelastischen Streuung. Kann ein Ereignis in keine Physikklasse eingeteilt werden, wird es verworfen. Wie auf L4 werden jedoch 1% der nicht klassifizierten Ereignisse in gesonderten Datensätzen zu Kontrollzwecken gespeichert. Die Daten, die diese letzte Filterstufe passiert haben, liegen in Form von DSTs (*Data Summary Tapes*) auf Festplatten vor und stehen der Physikanalyse zur Verfügung.

2.4 Ausbau des rückwärtigen Bereiches von H1

Da das Interesse der tiefinelastischen Streuung bei kleinen x sehr stark mit den ersten HERA-Ergebnissen zur Strukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ gestiegen ist, wurde frühzeitig vorgeschlagen, den Rückwärtsbereich des H1-Detektors zu verbessern [73], um eine erhöhte Akzeptanz für Ereignissen bei niedrigen x und Q^2 zu bekommen. In den Jahren 1993 und 1994 wurde deshalb das folgende Ausbauprogramm für den H1-Detektor vorbereitet:

- Ein neues rückwärtiges Kalorimeter (SPACAL), das sowohl Elektronen-, als auch Hadronenenergien messen kann,

- eine neue Rückwärtsspurkammer (BDC), die für die genaue Ortsbestimmung der gestreuten Elektronen verantwortlich ist,

- und schließlich Silizium-Spurdetektoren für eine präzise Winkelmessung gestreuter Teilchen.

Kalorimeter und Driftkammer ersetzten die alten Detektorkomponenten BEMC und BPC, die bis 1994 im H1-Detektor Verwendung fanden. Der Einbau der neuen Instrumente erfolgte während der Winterpause 94/95. In Abbildung 2.4 ist der verbesserte rückwärtige Bereich des H1-Detektors dargestellt. Die Vorderseite des SPACALs befindet sich bei $z = -150$ cm.

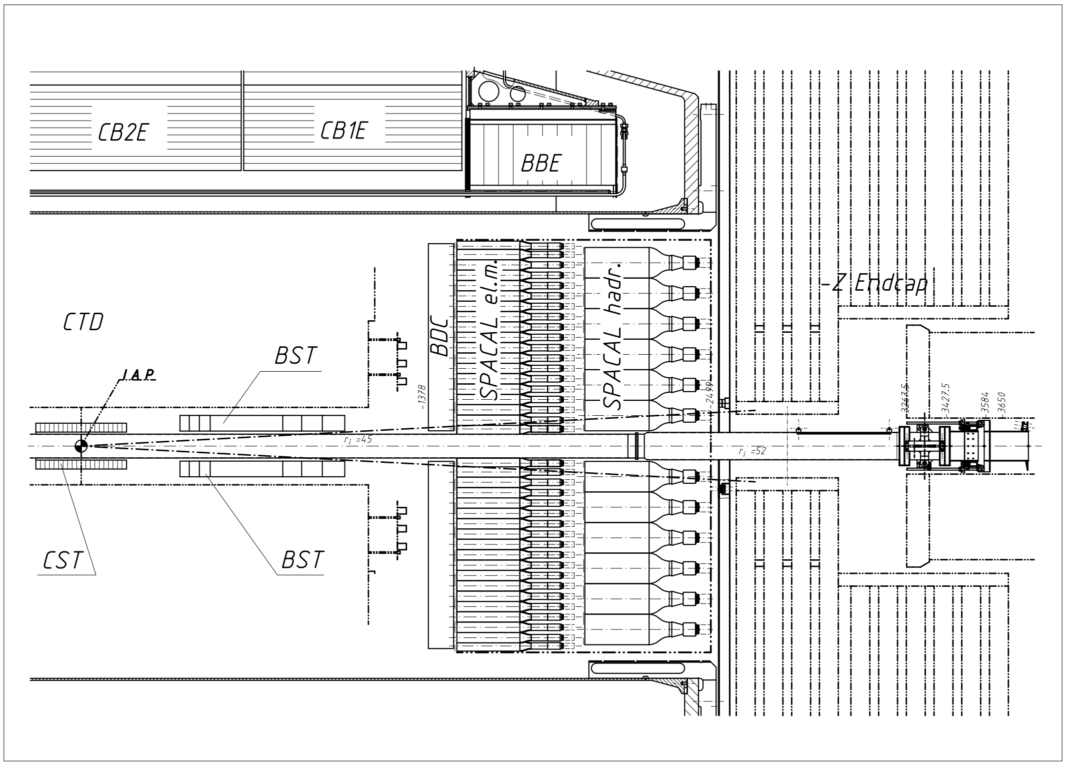

Abbildung 2.4: Die Einbauposition des SPACAL-Kalorimeters im H1-Detektor. Vor dem SPACAL befindet sich die Driftkammer BDC.

2.4.1 Mit dem SPACAL erzielte Verbesserungen

Mit dem neuen Kalorimeter im Rückwärtsbereich des H1-Detektors konnten folgende Aspekte gegenüber dem alten Kalorimeter BEMC verbessert werden:

- Das SPACAL erlaubt die Rekonstruktion und Energiemessung der gestreuten Elektronen in einem großen Raumwinkelbereich, der vom Strahlrohr bis an das LAr-Kalorimeter reicht. Die gewünschte Nähe zum Strahlrohr folgt aus der Tatsache, daß gerade die Ereignisse der tiefinelastischen Streuung bei kleinen x und kleinen Q^2 dadurch gekennzeichnet sind, daß das gestreute Elektron unter großen Winkeln θ_e relativ zur Richtung des einlaufenden Protons abgelenkt wird. Das SPACAL vergrößert im Vergleich zum früheren Kalorimeter den zugänglichen Winkelbereich von 176° auf 177.8°. Wird außerdem der Wechselwirkungspunkt um +70 cm in Protonflugrichtung verschoben, wie es bei der *shifted vertex* Meßreihe der Fall war, können Winkel bis 178.3° erreicht werden. Dadurch ist es möglich, bei sehr kleinen Werten von $Q^2 \approx 0.4$ GeV^2 zu messen.

- Die Energieauflösung σ/E konnte auf $7\%/\sqrt{E} \oplus 1\%$ für Elektronen verbessert werden [74], was für Elektronen mit 30 GeV eine Auflösung von besser als 2% bedeutet. Zusätzlich betrug die Unsicherheit der absoluten Energieskala für die Daten aus dem

Jahre 1995 1% [75].

- Ein niedriger Molière-Radius von 25 mm und eine kleine Zellgröße von 40.5×40.5 mm^2 bewirken eine Ortsauflösung des Schauerschwerpunktes im Millimeterbereich (< 4 mm) [76].

- Für die Messung der inlusiven Streuquerschnitte ist eine eindeutige Identifikation der gestreuten Elektronen notwendig. Deshalb muß eine zuverlässige Separation zwischen Elektronen und den aus Photoproduktionsereignissen stammenden Pionen anhand ihrer unterschiedlichen Schauerausbreitung im Kalorimeter vorgenommen werden. Unterstützend bei dieser Elektron-Pion-Trennung wirkt die longitudinale Segmentierung des SPACALs in einen elektromagnetischen und hadronischen Teil [77].

- Durch den Einsatz von leistungsfähigen und magnetfeldtauglichen Photomultipliern sowie einer rauscharmen Elektronik konnte ein sehr niedriges Untergrundrauschen von wenigen MeV erzielt werden. Dies ist die Voraussetzung für niedrige Triggerschwellen und für eine zuverlässige Rekonstruktion kleiner Energiedepositionen im Kalorimeter. Durch das rauscharme Verhalten des SPACALs konnten minimal ionisierende Teilchen (MIPs) im Detektorsignal nachgewiesen werden, die in den Jahren '95 und '96 zur Vorkalibration des Kalorimeters dienten [78, 79].

2.4.2 Aufbau des SPACALs

Das SPACAL ist ein Blei-Szintillationsfaser-Kalorimeter, bei dem szintillierende Fasern parallel zur Strahlachse verlaufen, die von einer Absorbermatrix aus Blei dicht umgeben sind. Die in einem elektromagnetischen oder hadronischen Schauer entstehenden Teilchen regen das Szintillatormaterial zur Lichterzeugung an. Dieses Szintillationslicht wird durch Totalreflexion in den Fasern weitergeleitet und dort an einem der Enden der Absorbermatrix mit Hilfe von Photomultipliern ausgelesen. Ein Spaghetti-Kalorimeter besitzt sehr homogene Signalantworten, da auf Wellenlängenschieber an Modulgrenzen, die bei sogenannten 'Sandwich'-Kalorimetern Verwendung finden, verzichtet werden kann. Ein weiterer Vorteil des SPACALs ist seine kompakte Bauweise. Die longitudinale Anordnung der Fasern in der Absorbermatrix gestattet es, ein kompaktes und hermetisches Kalorimeter mit kleinen Schauerdimensionen zu bauen. Die verschiedenen Konstruktionsparameter und Eigenschaften des SPACALs sind in Tabelle 2.2 aufgeführt.

Die elektromagnetische Komponente ist modular aufgebaut und in insgesamt 1192 Zellen unterteilt. Jede dieser Zellen ist an einem Photomultiplier angeschlossen und bildet dadurch einen auszulesenden Kanal. Zwei benachbarte Zellen werden als Submodul bezeichnet. Es ist mit Ausnahme von speziellen Randmodulen die kleinste modulare Einheit des Kalorimeters, die produziert wurde. Abbildung 2.5 zeigt schematisch den Aufbau eines Submoduls mit den am Ende der Blei-Faser-Matrix austretenden Faserbündeln. Die für das SPACAL verwendeten Szintillatorfasern (BICRON BCF-12) bestehen aus einem szintillierenden Kernmaterial, das von einem Mantel aus einem Material mit geringerem Brechungsindex umgeben wird. Durch den Unterschied in den Brechungsindizes von $n_{Kern}/n_{Mantel} = 1.6/1.49$ wird das im Kern erzeugte Licht innerhalb eines Öffnungswinkels $\alpha \leq \arccos(n_{Kern}/n_{Mantel}) \sim 22°$ durch Totalreflexion an der Grenzfläche zwischen Kern und Mantel entlang der Faserachse weitergeleitet. Die Abschwächungslänge in den

Parameter	**elektromagnetisches SPACAL**	**hadronisches SPACAL**
Blei-Faser Volumenverhältnis	2.27:1	3.4:1
Faserdurchmesser	0.5 mm	1 mm
Fasertyp	Bicron BCF-12, Frontseite verspiegelt	Bicron BCF-12, Frontseite verspiegelt
Intensitätsmaximum	435 nm	435 nm
Photomultipliertyp	Hamamatsu R5505	Hamamatsu R2490-06
Strahlungslänge X_0	0.91 cm	0.85 cm
Molière-Radius R_M	2.55 cm	2.45 cm
Hadron. Absorptionslänge λ	25 cm	24.6 cm
Aktive Länge	25 cm	25 cm
Gesamtdurchmesser	160 cm	160 cm
Anzahl der Zellen	1192	128
Zellgröße	40.5×40.5 mm^2	120×120 mm^2
Winkelbereich	$152° \leq \theta \leq 177.8°$	$159° \leq \theta \leq 178°$
Energieauflösung für Elektronen	$7\%/\sqrt{E} \oplus 1\%$	$13\%/\sqrt{E} \oplus 3\%$
Winkelauflösung	≤ 2 mrad	-
Zeitauflösung	≤ 1 ns	≤ 1 ns

Tabelle 2.2: Eigenschaften und Konstruktionsparameter des SPACALs.

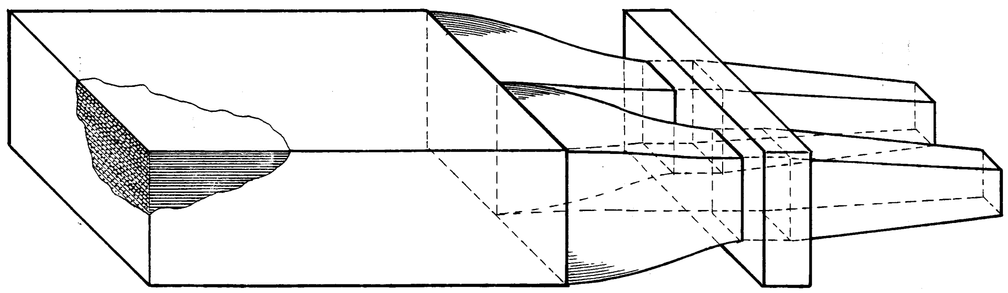

Abbildung 2.5: Aufbau eines 2-Zell-Submoduls – von links nach rechts: Blei/Faser-Matrix, Faserbündelzone mit Bündelrahmen und anschließendem Lichtmischer

Fasern beträgt ca. 120 cm [80]. Jeweils acht Submodule werden zu 16-Zellenmodulen kombiniert, aus denen dann der elektromagnetischen Teil des SPACALs aufgebaut wird.

Der hadronische Teil bestand 1995 aus 128 Zellen[10], die ein aktives Volumen von

[10] Erst Anfang 1996 wurde durch den Einbau spezieller Randmodule die Zahl der Zellen des hadronischen Sektors auf 136 erhöht.

$120 \times 120 \times 2500$ mm^3 besitzen. Bei der hadronischen Komponente wurden Fasern mit einem Durchmesser von 1 mm gewählt, um möglichst nahe an ein Blei-Faser-Verhältnis von 4:1 zu kommen. Dieses Verhältnis garantiert für Spaghetti-Kalorimeter die sogenannte Kompensation, bei der Signale von Elektronen und Hadronen gleicher Energie einander angeglichen sind [83].

Nähere Details über die Module und den Aufbau des SPACALs sind in [81, 82] zu finden.

2.4.3 Auslese- und Triggersystem

Das am Ende des Faserbündels austretende Szintillationslicht wird mit Hilfe eines Lichtmischers homogen auf die Photokathode eines Photomultipliers gegeben. Die Lichtausbeute des SPACALs beträgt dabei 2.8 Photoelektronen pro MeV. Das bedeutet, daß sich pro deponierter Energie von 1 MeV im Kalorimeter durchschnittlich 2.8 Photoelektronen von der Photokathode lösen, die dann nach Durchlaufen der 15 Dynodenstufen im Photomultiplier um den Faktor 10^4 (für ein Magnetfeld von B=1.2 T) verstärkt werden[11].

Das Anodensignal wird durch einen Vorverstärker über ein 19 m langes Koaxialkabel zur sogenannten *Front End* geschickt. Dort werden die Signale in drei Auslesezweige aufgeteilt, die für je eine der Hauptfunktionen des SPACAL-Kalorimeters verantwortlich sind: Energiemessung, Zeitmessung und Triggerfunktion. Die Signale werden für die drei Ausleseketten unterschiedlich geformt und angepaßt, um bei der Digitalisierung eine optimale Erfüllung der jeweiligen Aufgabe zu erreichen. Die Energieeinträge der einzelnen Zellen werden, nachdem ein Digitalisierungsschritt durch einen 12-bit ADC stattgefunden hat, von Signalprozessoren weiter verarbeitet. Sie führen hauptsächlich eine Pedestalsubtraktion und Nullunterdrückung durch, um die Rohenergien dann weiter zu den Triggerstufen L4 und L5 zu leiten. Für die Zeitbestimmungsfunktion des SPACALs werden sehr kurze Signale mit einer Anstiegsflanke von nur 3 ns benötigt [84]. Liegen die Pulse über einer bestimmten Schwelle werden zwei Ausgangssignale generiert, die für die genaue Zeitmessung des Ereignisses durch TDCs und die Triggerfunktion notwendig sind.

Die aus ep-Kollisionen stammenden und in den Rückwärtsbereich gestreuten Teilchen erreichen das SPACAL-Kalorimeter rund 5 ns nach der Wechselwirkung. Fremdereignisse hingegen, die außerhalb des Detektors vom Protonstrahl durch Wechselwirkung mit Restgasatomen im Strahlrohr erzeugt werden, gelangen zeitlich vor den nominellen Kollisionsteilchen ins SPACAL. Durch die Zeitdifferenz von 2×5 ns = 10 ns können strahlinduzierter Untergrund und physikalische Ereignisse getrennt werden. Dabei wird in dem durch das TDC-System gemessene Zeitintervall von 0-32 ns ein Zeitfenster bei nominal 15 ns mit einer Breite von ± 5 ns definiert. Alle Ereignisse, die außerhalb dieses TOF-Fensters liegen, sind auf protonstrahlinduzierte Fremdprozesse zurückzuführen und werden als ATOF klassifiziert.

Der Triggerzweig des SPACALs summiert die Energieeinträge separat für TOF- und ATOF-Ereignisse. TOF-Energien, die über einer bestimmte Schwelle liegen, bilden ein positives Identifikationskriterium für Elektronen, während zu hohe ATOF-Energien als

[11] Da das SPACAL im H1-Magnetfeld von rund 1.2 T arbeitet, müssen magnetfeldtaugliche Photomultiplier verwendet werden. Die von Hamamatsu entwickelten Gitterdynoden-Photomultiplier erreichen bei 1.2 T immer noch einen Verstärkungsfaktor von 10^4 [88], verglichen mit einer Verstärkung von 10^6, die ohne ein äußeres Magnetfeld erzielt wird.

Vetofunktion in Kombination mit anderen Triggerelementen dienen. Der speziell für Elektronerkennung konzipierte inklusive Elektronentrigger (IET) des SPACALs beruht allein auf den TOF-Energieeinträgen im Kalorimeter. Die hohe Segmentierung des IET in 320 Triggertürmen, die aus jeweils 16 Auslesezellen des elektromagnetischen Teils des Kalorimeters gebildet werden, sorgt für eine ausreichend gute Lokalisierung kompakter Schauer. Die Triggertürme überlappen sich geometrisch, um keine Ineffizienzen in Randbereichen der Türme entstehen zu lassen, was einen Verlust in der Nachweiswahrscheinlichkeit für Elektronen bedeuten würde.

Das von einem Triggerturm gemessene Signal wird mit drei verschiedenen Diskriminatorschwellen (IET$>0,1,2$) verglichen. Zusätzlich ist die Möglichkeit vorhanden, die jeweiligen Triggerschwellen ortsabhängig in drei Bereichen des SPACALs (central, outer1, outer2) unterschiedlich zu setzen. Tabelle 2.3 zeigt die Energieschwellen des IET, wie sie während der Datennahmeperiode mit verschobenem Ereignisvertex 1995 eingestellt waren. Nähere Informationen zum IET-System finden sich in [85].

	IET >0	IET >1	IET >2
center	4 GeV	6 GeV	15 GeV
outer1	2 GeV	3.5 GeV	15 GeV
outer2	1 GeV	2 GeV	15 GeV

Tabelle 2.3: Die drei ortsabhängigen Energieschwellen des Inklusiven Elektrontriggers IET. Die Werte entsprechen denen des Jahres 1995.

2.4.4 Energierekonstruktion und -kalibration

Die in den DSP (vgl. Abschnitt 2.4.3) erzeugten Rohdaten werden im Rekonstruktionsprogramm auf den Triggerstufen L4 bzw. L5 weiter verarbeitet. Dabei werden zunächst die Rohenergien mit Kalibrationsfaktoren korrigiert, die vom LED-Überwachungssystem CAM[12] geliefert werden. In einem weiteren Schritt werden zusammenhängende Mengen von Zelleinträgen im SPACAL zu sogenannten Clustern zusammengefasst, die einer lokal begrenzten Energiedeposition im Kalorimeter entsprechen. Dabei sucht ein Clusteralgorithmus zuerst die Zelle mit dem höchsten Energieeintrag, die den Kern eines Clusterobjekts bildet. Danach werden weitere Nachbarzellen zu diesem Cluster verbunden, falls bestimmte Kriterien erfüllt sind [90]. Jedem gebildeten Clusterobjekt wird ein Clusterschwerpunkt x_{CL}, y_{CL} sowie ein Clusterradius R_{CL} zugeordnet:

$$(x_{CL}, y_{CL}) = \frac{\sum_i (x_i, y_i) w(E_i)}{\sum_i w(E_i)} \tag{2.1}$$

$$R_{CL} = \frac{\sum_i E_i \sqrt{(x_{CL} - x_i)^2 + (y_{CL} - y_i)^2}}{\sum_i E_i} \tag{2.2}$$

Hierbei läuft die Summe über alle Zellen i aus denen der Cluster besteht und mit (x_i, y_i) sind die geometrischen Mittelpunkten der SPACAL-Zellen gemeint. Der Clusterradius

[12] Calibration Module

R_{CL} dient als Maß der lateralen Ausbreitung eine Schauers und ist ein wichtiges Analysekriterium (vgl. Abschnitt 3.3.4), um elektromagnetische Schauer, die durch Elektronereignisse verursacht werden, zu erkennen. Allgemein wird die beste Ortsauflösung zur Berechnung des Clusterschwerpunktes (x_{CL}, y_{CL}) mit einer logarithmischen Gewichtungsfunktion $w(E_i)$ erzielt [76]. Bei der Rekonstruktion der Daten des Jahres 1995 wurde jedoch eine Gewichtung $w(E_i) = \sqrt{E_i}$ gewählt, um die Sensitivität auf Zellen mit sehr geringen Energieeinträgen von wenigen MeV zu minimieren. Dieser Schritt wurde nötig, da der Rauschpegel 1995 unerwartet hoch war und bis zu 10 MeV betrug[13].

Die relative Energiekalibration der Energieeinträge von SPACAL-Zellen wurde anhand der Lage und Form des sogenannten kinematischen Maximums vorgenommen. Das kinematische Maximum ist eine dicht bei der Eingangsenergie der Elektronen von 27.5 GeV auftretende Anhäufung im Energiespektrum gestreuter Elektronen, die durch einen bei $y \to 0$ stark ansteigenden Wirkungsquerschnitt verursacht wird. Der Verlauf der Strukturfunktion F_2 ist hier relativ flach und unterscheidet sich in den meisten QCD-Parametrisierungen nur wenig, so daß die aus der absolute Lage und Form des kinematischen Maximums abgeleitete Kalibration in guter Näherung strukturfunktionsunabhängig ist. Aus dem Vergleich des kinematischen Maximums zwischen Daten und Modellereignissen (Monte Carlo vgl. Abschnitt 3.2.3) wurden für das Jahr 1995 zellenweise Kalibrationsfaktoren ermittelt, die zum relativen Abgleich der Signalantworten im SPACAL dienen. Das genaue Verfahren ist in [75] beschrieben. Unter Ausnutzung der redundanten kinematischen Information bei der Wahl verschiedener Rekonstruktionsmöglichkeiten (vgl. Abschnitt 3.1) zur Bestimmung der Ereignisvariablen x und Q^2 konnte eine Absolutkalibration der SPACAL-Energien durchgeführt werden [75]. Als Ergebnis dieser Kalibration wurde die absolute Energieskala für die Daten aus der Periode des verschobenen Wechselwirkungspunkts auf 1% genau bestimmt.

2.4.5 Slow-Control-Überwachungssystem

Aufgabe des Slow-Control-Systems ist die ständige Überwachung langsam veränderlicher Betriebsparameter des Detektors, wie z.B. Temperaturen, Versorgungsspannungen oder Triggerschwellen. Diese Kontrolle sorgt für einen stabilen Betrieb des Detektors und sichert die notwendige Datenqualität. Für die Überwachung müssen daher in regelmäßigen Abständen automatische Messungen der Monitorgrößen durchgeführt werden, die dann mit einstellbaren Sollwerten verglichen werden. Liegt eine Änderung des gemessenen Wertes über einer bestimmten Toleranzschwelle, wird dies durch optische und akustische Warnsignale deutlich gemacht.

Das Überwachungssystem des SPACALs ist in die allgemeine H1-Kalorimeter Slow-Control-Anlage eingebettet [86], die von einer OS9-Workstation gesteuert wird. Die von Detektorteilen ausgesandten Gleichspannungssignale im Bereich zwischen 0 und 5 V werden über einen Multiplexer auf einen 8-bit ADC gegeben. Mehrmals in der Minute werden die Meßwerte der ausgelesenen Kanäle mit einem Referenzwert verglichen. Übersteigt die Differenz eine eingestellte Schwelle ϵ, wird ein sogenanntes *slow event* erzeugt und in eine lokale Datei geschrieben. Dieses *slow event* enthält nach H1-Konvention [87] eine genaue Beschreibung des Überwachungskanals, des aktuell gemessenen Wertes und

[13] Im Verlauf der Strahlzeitunterbrechung 95/96 konnte jedoch das elektronische Rauschen auf unter 5 MeV begrenzt werden.

einen genauen Zeiteintrag[14]. Für die Differenzwerte ϵ können drei verschiedene Stufen definiert werden: signifikante Änderung, Warnung und Alarm. Während das Slow-Control-System jede signifikante Änderung in einer Datei protokolliert, werden bei Warnungen- und Alarmzuständen zusätzlich optische und akustische Signale an die Schichtbesatzung im H1-Kontrollraum ausgelöst. Folgende Betriebsparameter des SPACALs werden durch die Slow-Control-Anlage erfaßt:

- **Temperaturen:** Im SPACAL befinden sich insgesamt 11 Pt-100 Temperatursensoren, die in der Nähe der Photomultipliergehäuse angebracht sind. Im Jahre 1995 wurde die volle Hochspannung nur in der Luminositätsphase einer HERA-Füllung an die Photomultiplier angelegt, während sie in der übrigen Zeit mit stark verringerter Hochspannung versorgt wurden. Dieser Hochspannungsbetrieb machte sich in Temperaturschwankungen von bis zu 8-10°C bemerkbar. So veränderten sich die Temperaturen einiger Module im elektromagnetischen Teil des Kalorimeters von rund 30°C bei reduzierter Hochspannung auf 40°C, sobald die gesamte Hochspannung an die Photomultiplier angelegt wurde. Der Temperaturanstieg verlief jedoch rasch, so daß während der permanenten Datennahme die Temperatur der Photomultiplier auf ±2°C konstant war[15].
  Im Jahre 1996 wurde das SPACAL permanent unter voller Hochspannung betrieben. Ein zusätzlich verbessertes Kühlsystem begrenzte die Temperaturschwankungen auf rund 1°C.

- **CAM:** Das CAM-System des SPACALs erzeugt LED-Signale für alle Photomultiplierkanäle, die Kalibrierungs- und Überwachungszwecken dienen. Eine nähere Beschreibung des CAM-Systems findet sich in [89]. Der Slow-Control-Anlage werden die Betriebsspannungen des CAM-Systems und die Pulserfrequenz der LED zugeführt.

- **Trigger:** 1995 wurden 25 IET-Triggerschwellen von der Slow Control überwacht. Da jedoch die angelegten Spannungen an den Diskriminatoren zur Erzeugung der Triggerschwellen nur einige hundert mV betragen, ist mit dem zulässigen ADC-Bereich von 0-5 V der Slow-Control-Anlage eine präzise Bestimmung von kleinen Schwankungen im Triggersystem nicht möglich.

Zusätzlich sind einige Betriebsspannungen von NIM-Modulen aus der SPACAL-Elektronik an das Slow-Control-System angeschlossen. Alle auf der lokalen Festplatte der OS9-Workstation gespeicherten slow events werden einmal pro Tag automatisch in eine ORACLE-Datenbank übertragen.

---

[14] Dabei wird die *Unixtime* gewählt, die seit dem 1.1.1970 0:00 GMT in Sekunden zählt.

[15] Die Temperaturabhängigkeit der Verstärkungsfaktoren der Photomultiplier wurde auf $-0.4\%/°C$ bestimmt [88]. Die aufgrund von Temperaturschwankungen entstehenden Effekte der Photomultiplier waren damit kleiner als 1%.

Kapitel 3

Datenanalyse und Bestimmung von F_2

Dieses Kapitel beschreibt die wichtigsten Schritte, die in der Analyse zur Gewinnung der Strukturfunktion notwendig waren. Es beginnt mit den verschiedenen Rekonstruktionsmethoden der kinematischen Variablen und erläutert die Selektion der zur Analyse benutzten Daten. Die zur Bestimmung des Wirkungsquerschnitts notwendigen Strahlungskorrekturen werden separat diskutiert. Danach folgt die Bestimmung der Strukturfunktion F_2.

3.1 Rekonstruktion der kinematischen Variablen

Im Laborsystem können die Vierervektoren der kollidierenden Strahlteilchen und des gestreuten Elektrons bzw. Quarks durch folgende Ausdrücke definiert werden:

$$\begin{aligned}
\text{einlaufendes Elektron:} \quad k &= (E_e, 0, 0, -E_e) \\
\text{einlaufendes Proton:} \quad P &= (E_p, 0, 0, E_p) \\
\text{auslaufendes Elektron:} \quad k' &= (E_e', E_e' \sin\theta_e \cos\phi_e, E_e' \sin\theta_e \sin\phi_e, E_e' \cos\theta_e) \\
\text{gestreutes Quark:} \quad P_q' &= (E_h, E_h \sin\theta_h \cos\phi_h, E_h \sin\theta_h \sin\phi_h, E_h \cos\theta_h)
\end{aligned}$$

Hierbei liegt nach H1-Konvention die z-Achse des Koordinatensystems in Richtung des einlaufenden Protons. Mit E_e', θ_e und ϕ_e werden die Energie, der Polar- und der Azimutwinkel des gestreuten Elektrons bezeichnet und E_h', θ_h und ϕ_h definieren in analoger Weise Energie und Winkel des gestreuten Quarks. Allerdings kann ein Quark aus Gründen des *Confinements* nicht isoliert beobachtet werden; vielmehr werden aus den gestreuten Quarks in der späteren Fragmentation massive hadronische Endzustandsteilchen erzeugt. Aus der gemessenen Verteilung der Hadronen im Detektor kann die Richtung des gestreuten Quarks rekonstruiert werden, so daß die Kinematik auf Partonenebene durch die Meßgrößen des hadronischen Endzustandes ausgedrückt werden kann. Da im H1-Detektor sowohl das Elektron, als auch die Hadronen gemessen werden, handelt es sich hierbei um ein überbestimmtes System, das folgende alternative Möglichkeiten zur Rekonstruktion der kinematischen Variablen x, Q^2 und y bietet:

Elektronmethode

Hier werden nur Informationen aus Meßgrößen des Elektrons benutzt.

$$Q_e^2 = 4E_eE_e'\cos^2\left(\frac{\theta_e}{2}\right) \quad (3.1)$$

$$y_e = 1 - \frac{E_e'}{E_e}\sin^2\left(\frac{\theta_e}{2}\right) \quad (3.2)$$

$$x_e = \frac{Q^2}{y_e s} \quad (3.3)$$

Aus den partiellen Ableitungen ergeben sich sofort die Vor- und Nachteile dieser Methode:

$$\begin{aligned}
\left.\frac{\delta Q^2}{Q^2}\right|_{E'_e} &= \frac{\delta E'_e}{E'_e} & \left.\frac{\delta Q^2}{Q^2}\right|_{\theta_e} &= -\tan\left(\frac{\theta_e}{2}\right)\delta\theta_e \\
\left.\frac{\delta x}{x}\right|_{E'_e} &= \frac{1}{y}\frac{\delta E'_e}{E'_e} & \left.\frac{\delta x}{x}\right|_{\theta_e} &= \left[x\frac{E_p}{E_e} - 1\right]\tan\left(\frac{\theta_e}{2}\right)\delta\theta_e \\
\left.\frac{\delta y}{y}\right|_{E'_e} &= \frac{y-1}{y}\frac{\delta E'_e}{E'_e} & \left.\frac{\delta y}{y}\right|_{\theta_e} &= \frac{1-y}{y}\cot\left(\frac{\theta_e}{2}\right)\delta\theta_e
\end{aligned}$$

Die Elektronmethode bietet eine sehr gute Auflösung in Q^2, die bei niedrigen Q^2 oder großen Winkeln θ_e von der Winkelmessung dominiert wird[1]. Bei höheren Q^2 ist die Energieunsicherheit $\delta E_e'/E_e'$ der limitierende Faktor. Für kleine Werte von y verschlechtert sich sowohl die x- als auch die y-Rekonstruktion wegen des in der obigen Gleichung vorkommenden Faktors $1/y$. Deshalb ist die Elektronmethode nur für $y \geq 0.1$ sinnvoll. Bei großen y bietet diese Methode die kleinsten relativen Fehler und ist daher den anderen Methoden, die noch vorgestellt werden, vorzuziehen. Allerdings müssen bei dieser Methode Strahlungskorrekturen (siehe Kapitel 3.4) berücksichtigt werden, die für $y > 0.6$ auf 50% und mehr anwachsen können.

In der vorliegenden Analyse der Daten mit verschobenem Ereignisvertex wurde allein die Elektronmethode verwendet. Die dabei auftretenden Strahlungskorrekturen sind sorgfältig untersucht und abgeschätzt worden und werden in Kapitel 3.4 ausführlich diskutiert.

Hadronmethode

Die Hadronmethode oder Methode nach Jacquet-Blondel [91] benutzt die Information aus den Hadronen. Die beiden Meßgrößen $p_{T,h}$ und $(E-p_z)_h$ entsprechen dem Transversalimpuls und der Differenz zwischen der Energie und der z-Komponente des Impulses aller Hadronen im Detektor und eignen sich zur Beschreibung des aus dem gestreuten Quark gebildeten Stromjets. Beide Größen sind nicht sensitiv auf Teilchenverluste im Strahlrohr in Vorwärtsrichtung, d.h. in Protonflugrichtung, da für kleine Streuwinkel der Hadronen $p_{T,h} \approx 0$ ist und ebenfalls $(E-p_z)_h$ aufgrund $E_h \approx p_z$ verschwindet.

$$y_{JB} = \frac{1}{2E_e}\sum_i (E-p_z)_i \quad (3.4)$$

$$Q_{JB}^2 = \frac{p_{T,h}^2}{1-y_{JB}} \quad (3.5)$$

[1]Der Faktor $\tan(\theta_e/2)$ beträgt bei $\theta \approx 177°$ rund 38.

Dabei geht die Summe in dem Ausdruck für y_{JB} über alle hadronischen Teilchen i und der Gesamttransversalimpuls der Hadronen ist definiert als $p_{T,h}^2 = \left(\sum_i p_{x,i}^2\right)^2 + \left(\sum_i p_{y,i}^2\right)^2$.

Um die Größen $(E - p_z)_h$ und $p_{T,h}$ aus der Detektorinformation zu bilden, wird bei genügend granularen Kalorimetern E_i durch den Energieeintrag in einer Kalorimeterzelle E_{c_i} ersetzt[2]. Die Größe $p_{z,i}$ entspricht dann $E_{c_i} \cos\theta_{c_i}$, wobei θ_{c_i} die Winkelposition der Kalorimeterzelle c_i in Bezug zur z-Achse des einlaufenden Protonstrahls angibt.

Die Hadronenmethode ist die einzige Möglichkeit, die Ereigniskinematik im Falle der CC-Ereignisse, bei denen ein (Anti-)Neutrino im Endzustand vorliegt, zu rekonstruieren. Die Auflösung von Q_{JB}^2 verschlechtert sich im Bereich $y \to 1$ zunehmend. Eine Anwendung ist im NC-Fall nur für $y < 0.2$ sinnvoll.

Sigma (Σ)-Methode

Die Σ-Methode [92] ist eine gemischte Methode, die auf eine effiziente Weise Informationen über leptonische und hadronische Endzustände kombiniert. Unter Ausnutzung von Energie- und Impulserhaltung am ep-Vertex gilt:

$$2E_e = \Sigma_h + E'_e(1 - \cos\theta_e), \quad \text{mit} \quad \Sigma_h = \sum_i (E - p_z)_i \tag{3.6}$$

Die Σ-Variablen werden nun so kombiniert, daß y_Σ und Q_Σ^2 unabhängig von der Energie des einlaufenden Elektrons werden:

$$y_\Sigma = \frac{\Sigma_h}{\Sigma_h + E'_e(1 - \cos\theta_e)} = \frac{y_{JB}}{(1 - y_e) + y_{JB}} \tag{3.7}$$

$$Q_\Sigma^2 = \frac{E'^2_e \sin^2\theta_e}{1 - y_\Sigma} \tag{3.8}$$

Die Auflösung von y_Σ ist gegeben durch:

$$\left.\frac{\delta y_\Sigma}{y_\Sigma}\right|_{E'_e} = (1 - y)\frac{\delta E'_e}{E'_e} \qquad \left.\frac{\delta y_\Sigma}{y_\Sigma}\right|_{\theta_e} = (1 - y)\frac{\delta\theta_e}{\tan(\theta_e/2)} \tag{3.9}$$

$$\left.\frac{\delta y_\Sigma}{y_\Sigma}\right|_{y_{JB}} = (1 - y)\frac{\delta y_{JB}}{y_{JB}} = (1 - y)\frac{\delta\Sigma_h}{\Sigma_h} \tag{3.10}$$

Bei kleinen y verhält sich die Σ-Methode in der y-Auflösung wie die JB-Methode, da der dominierende Beitrag durch $\frac{\delta\Sigma_h}{\Sigma_h}$ bestimmt wird. Das Anwachsen von $\frac{\delta\Sigma_h}{\Sigma_h}$ zu höheren y wird durch den Faktor $(1 - y)$ teilweise kompensiert, so daß der Anwendungsbereich der Σ-Methode auf größere y ausgedehnt werden.

Gegenüber der Elektronmethode besitzt die Σ-Methode einen klaren Vorteil in der x, y-Auflösung für $y < 0.2$. Für $y > 0.2$ hingegen gewinnt die Elektronmethode rasch an Genauigkeit und erweist sich hier als der Σ-Methode überlegen. Um daher den verfügbaren Phasenraum mit der bestmöglichen Präzision bei der Rekonstruktion der Variablen zu erfassen, werden in offiziellen H1-Analysen zur Strukturfunktionsbestimmung die Elektronmethode für $y \geq 0.15$ und die Σ-Methode für $y < 0.15$ benutzt.

[2]Es muß jedoch gewährleistet sein, daß alle Energieeinträge in den Kalorimeterzellen nur hadronischen Energien entsprechen, d.h. die Zellen, die den elektromagnetischen Schauer des Elektrons bilden, gehen nicht in die Summe ein.

3.2 Die Mittel zur Bestimmung von F_2

Die Protonstrukturfunktion F_2 ist mit dem zweifachen differentiellen Bornwirkungsquerschnitt über

$$\frac{d^2\sigma_{Born}}{dxdQ^2} = \frac{2\pi\alpha^2}{xQ^4}\left[2(1-y)F_2(x,Q^2) + \frac{y^2}{1+R(x,Q^2)}F_2(x,Q^2)\right] := \kappa(R)\cdot F_2(x,Q^2) \quad (3.11)$$

verbunden. Verglichen mit Gleichung (1.16) ist der Term mit xF_3 weggelassen, da er bei kleinen Q^2, wie sie in dieser Analyse vorkommen, keine Rolle spielt. Anstelle der longitudinalen Strukturfunktion F_L wurde das Verhältnis $R = \sigma_l/\sigma_t = F_L/(F_2 - F_L)$ gewählt. Der Faktor $\kappa(R)$ aus Gleichung (3.11) enthält neben kinematischen Größen die Abhängigkeit des Wirkungsquerschnittes vom Verhältnis R, dessen Einfluß später diskutiert wird.

Der in Gleichung (3.11) angegebene Bornwirkungsquerschnitt entspricht der Näherung in niedrigster Ordnung der QED eines Ein-Photonaustausches zwischen leptonischem und hadronischem Vertex. Experimentell gemessen werden jedoch Beiträge zu allen Ordnungen in α, so daß der aus der Messung bestimmte Wirkungsquerschnitt erst auf Bornniveau korrigiert werden muß, um den einfachen Zusammenhang zur Strukturfunktion F_2 gemäß Gleichung (3.11) herzustellen:

$$\frac{d^2\sigma_{exp}}{dxdQ^2} = \frac{d^2\sigma_{Born}}{dxdQ^2}(1+\delta_{RC}(x,Q^2)) = \kappa(R)F_2(x,Q^2)(1+\delta_{RC}(x,Q^2)) \quad (3.12)$$

In dem Faktor $1+\delta_{RC}$ sind die Strahlungskorrekturen enthalten, die benötigt werden, um die Einflüsse von höheren Ordnungen aus experimentell bestimmten Wirkungsquerschnitten zu trennen. Ihre Bestimmung sowie eine ausführliche Diskussion wird in Abschnitt 3.4 vorgenommen.

3.2.1 Die iterative Monte-Carlo-Methode

Um die Strukturfunktion $F_2(x_c, Q_c^2)$ an einem Punkt des Phasenraums (x_c, Q_c^2) zu bestimmen, wird der zugängliche Meßbereich in x und Q^2 in kleine Flächenelemente $\square_{x,Q^2}$ mit Breite Δx, ΔQ^2 eingeteilt, die auch als *Bins* bezeichnet werden. Gemessen wird das Integral des unkorrigierten doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitts über ein Flächenelement $\square_j$, das wie folgt mit der Anzahl der Ereignisse N_j^{exp} im Bin j und der Luminosität $\mathcal{L}$ zusammenhängt:

$$\int_{\square_j} \frac{d^2\sigma}{dxdQ^2} dxdQ^2 = \frac{N_j^{exp}}{\mathcal{L}} \quad (3.13)$$

Um nun zu einer aussagekräftigen Messung des Wirkungsquerschnitts zu kommen, der in Verbindung mit der Strukturfunktion F_2 an einem bestimmten Punkt (x_c, Q_c^2) steht, müssen folgende Korrekturen angewandt werden:

- Mit N_j^{exp} in Gleichung (3.13) ist die Anzahl aller rekonstruierten Ereignisse $N_j^{tot,rec}$ im Bin j abzüglich aller nicht zu DIS-Prozessen zählenden Fremdereignisse N_j^{backgr} gemeint.

$$N_j^{exp} = N_j^{tot,rec} - N_j^{backgr}$$

- Um die Effekte einer begrenzten Detektorauflösung zu berücksichtigen, wird eine Akzeptanzkorrektur A eingeführt, die wie folgt definiert ist:

$$A_j^{exp} = \frac{N_j^{exp}}{N_j^{true}}$$

N_j^{true} ist dabei die Anzahl der Ereignisse, die man im Flächenelement $\Box_j$ rekonstruieren würde, wenn die Messung perfekt wäre, d.h. wenn keine Detektorauflösungseffekte bezüglich der Energie E_e' und des Winkels θ_e und keine sonstigen Akzeptanzverluste durch Inhomogenitäten im Detektor vorlägen. Die in einer Messung auftretenden Abwanderungen von Ereignissen zu benachbarten Bins werden über ein Stabilitätskriterium, das in Kapitel 3.5.1 vorgestellt wird, kontrolliert.

- Zusätzlich müssen Selektionseffizienzen ϵ_j^{exp} in den Bins berücksichtigt werden, die der Ausbeute an echten DIS-Ereignissen durch den Meß- und Analysevorgang entsprechen. Ist die Selektionseffizienz hoch, gehen durch die Messung kaum DIS-Ereignisse verloren, die beispielsweise durch Selektionskriterien in der Analyse oder Triggerentscheidungen entstehen können.

- Gleichung 3.13 gibt zwar das Integral über das Flächenelement $\Box_j$ an, interessiert ist man jedoch am Wert des zweifach differentiellen Wirkungsquerschnitts oder der Strukturfunktion F_2 an einem festen Binzentralwert (x_c, Q_c^2). Durch einen Korrekturfaktor Δ_{bc}^j wird die Abweichung des Wirkungsquerschnitts am Zentralwert (x_c, Q_c^2) vom Wert, gemittelt über das Flächenelement $\Box_j$, beschrieben:

$$\Delta_{bc}^j = \frac{\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2}|_{x=x_c, Q^2=Q_c^2}}{\int_{\Box_j} dx dQ^2 \frac{d^2\sigma}{dx dQ^2}} \tag{3.14}$$

Dieser Faktor ist dann wichtig, wenn der Wirkungsquerschnitt sehr stark über das Bin variiert.

- Ferner müssen die Strahlungskorrekturen $1 + \delta_{RC}$ angewandt werden, um die gemessenen Raten auf den durch den Ein-Photonaustausch definierten Bornwirkungsquerschnitt zu korrigieren.

Berücksichtigt man alle oben erwähnten Gesichtspunkte, dann lautet der auf Bornniveau korrigierte, zweifach differentielle Wirkungsquerschnitt an den Zentralwerten (x_c, Q_c^2):

$$d\sigma_{corr}^{exp}(x_c, Q_c^2) := \frac{d^2\sigma_{corr}^{exp}}{dx dQ^2} = \frac{(N_j^{tot,rec} - N_j^{backgr})}{\mathcal{L}^{exp}} \cdot \frac{1}{A_j^{exp}\epsilon_j^{exp}} \cdot \Delta_{bc}^j \cdot \frac{1}{(1+\delta_{RC}^{exp})} \tag{3.15}$$

Dieser Ausdruck enthält viele Unbekannte, deren Bestimmung aus den experimentellen Daten alleine ein zeitaufwendiges und schwieriges Unterfangen ist. Um daher Akzeptanzkorrekturen, Untergrundsubtraktion und Strahlungskorrekturen elegant durchführen zu können, werden Monte-Carlo-Simulationen (MC) benutzt, die als eine Nachbildung echter physikalischer Ereignisse verstanden werden können. In Abschnitt 3.2.3 findet sich ein

Überblick über die in der Analyse verwendeten MC-Programme. MC-Ereignisse werden in der gleichen Form wie die Daten in der Rekonstruktions- und Analysekette behandelt.

Um mit den MC-Simulationen die Wirkungsquerschnitte zu bestimmen, wird auf der linken und rechten Seite der Gleichung (3.15) durch die entsprechenden Ausdrücke für MC-Ereignisse dividiert:

$$\frac{d\sigma^{exp}_{corr}/dxdQ^2}{d\sigma^{MC}/dxdQ^2} = \frac{(N_j^{tot,rec} - N_j^{backgr})}{N_j^{MC}} \frac{\Delta_{bc}^{j,exp}}{\Delta_{bc}^{j,MC}} \frac{A_j^{MC}\epsilon_j^{MC}}{A_j^{exp}\epsilon_j^{exp}} \frac{(1+\delta_{RC}^{MC})}{(1+\delta_{RC}^{exp})} \frac{\mathcal{L}^{MC}}{\mathcal{L}^{exp}} \tag{3.16}$$

Unter der Annahme, daß

$$\frac{\Delta_{bc}^{j,exp}}{\Delta_{bc}^{j,MC}} \frac{A_j^{MC}\epsilon_j^{MC}}{A_j^{exp}\epsilon_j^{exp}} \frac{(1+\delta_{RC}^{MC})}{(1+\delta_{RC}^{exp})} \approx 1$$

gilt, kann Gleichung (3.16) vereinfacht dargestellt werden:

$$\frac{d\sigma^{exp}/dxdQ^2}{d\sigma^{MC}/dxdQ^2} \approx \frac{(N_j^{tot,rec} - N_j^{backgr})}{N_j^{MC}} \frac{\mathcal{L}^{MC}}{\mathcal{L}^{exp}} \tag{3.17}$$

Diese einfache Beziehung setzt den Quotienten der differentiellen Wirkungsquerschnitte von Daten und MC-Ereignissen in Verbindung zu dem Verhältnis aus gemessener Anzahl von Ereignissen abzüglich des Untergrunds zu MC-Ereignissen, wobei der Daten- und MC-Satz jeweils noch auf ihre Luminosität $\mathcal{L}$ normiert sind.

Simulationen dienen in dieser MC-Methode demnach zur indirekten Bestimmung von Akzeptanz A, Selektionseffizienzen ϵ, zur Durchführung von Zentralwertkorrekturen Δ_{bc} sowie den Strahlungskorrekturen $(1+\delta_{RC})$. Die Anzahl der verbleibenden Fremdereignisse in den Daten wird ebenfalls mit Hilfe geeigneter MC-Simulationen abgeschätzt und von den rekonstruierten Ereignissen in den Flächenelementen statistisch subtrahiert. Mehrere Bedingungen müssen jedoch erfüllt sein, um eine Anwendung des MC-Verfahrens zur Gewinnung des Wirkungsquerschnittes anhand Gleichung (3.16) zu rechtfertigen:

- Der Einfluß einer begrenzten Detektorauflösung kommt in der Akzeptanz $A_j^{exp} = N_j^{exp}/N_j^{true}$ zum Ausdruck. Die Bestimmung dieser Größe geschieht durch die MC-Simulation, da hier die Anzahl der 'wahren' Ereignisse in einem Bin j bekannt ist. Die Akzeptanz bei den simulierten Ereignissen ist dann näherungsweise gleich der Akzeptanz der experimentellen Daten, wenn die Messung entscheidender Detektorgrößen wie Energie oder Winkel und damit auch die kinematischen Variablen x oder Q^2 sehr gut durch die Simulation beschrieben wird. Dies erfordert neben dem Vergleich der Kontrollgrößen auch eine Berücksichtigung von Änderungen des Zustandes des Detektors, um beispielsweise inaktive Signaldrähte in Driftkammern oder verschlechterte Auflösung in Detektorkomponenten in der Simulation zu berücksichtigen.

- Ferner müssen die Selektionseffizienzen in den Daten und im MC gleich groß sein. Hierfür ist eine genaue Überprüfung von solchen Ereignissen notwendig, die durch Selektionskriterien verloren gehen. Die Definition der Selektionsschnitte für die Analyse werden in Abschnitt 3.3. vorgestellt.

- Da die Zentralwertkorrektur mit Hilfe der Simulation geschieht, muß ein realistischer Wirkungsquerschnitt dem MC-Programm zugrundegelegt werden, nach dem die Ereignisse generiert werden, der dem 'wahren' Wirkungsquerschnitt möglichst nahekommen sollte.

- Schließlich müssen die Strahlungseffekte im MC-Programm richtig beschrieben sein, da Korrekturen für die Elektronmethode von beispielsweise $40 - 50\%$ auftreten können. Eine wichtige Aufgabe ist es daher, eine genaue Überprüfung der Strahlungskorrekturen des MC-Programms, die mit Hilfe eines analytischen Programms im kinematisch zugänglichen Bereich der Messung durchgeführt wird. Die detaillierten Untersuchungen sind in Abschnitt 3.4 behandelt.

- Werden auch die Fremdereignisse anhand eines MC-Programms von den gemessenen Daten subtrahiert, ist eine Kontrolle der Untergrundsimulation anhand gemessener Daten zwingend erforderlich. Eine Überprüfungsmöglichkeit der Simulation zur Untergrundbeschreibung durch aufgezeichnete Daten ist in Kapitel 3.3.5 beschrieben.

Die genannten Anforderungen lassen sich erst dann erfüllen, wenn allgemein eine gute Übereinstimmung zwischen Daten- und MC-Verteilungen vorliegt. Dies wird durch ein mehrstufiges Abgleichen der Simulation erreicht. Zu dieser Iteration gehört auch, daß der dem MC zugrundeliegende Wirkungsquerschnitt sich Schritt für Schritt an den tatsächlichen annähert. Zu Beginn wird mit einer Startverteilung $d\sigma^{MC}$ anhand Gleichung (3.17) der Wirkungsquerschnitt $d\sigma^{exp}$ das erstemal bestimmt. Der so erhaltene Wirkungsquerschnitt dient in einer parametrisierten Form in der nächsten Iteration als Grundlage der Simulation, mit dessen Hilfe ein neues $d\sigma^{exp'}$ entfaltet wird. Dieses Verfahren wird solange wiederholt, bis eine Konvergenz erreicht ist, d.h. bis keine merklichen Unterschiede zwischen den Iterationsschritten in den extrahierten $d\sigma^{exp}$ festgestellt werden. Die iterative Art der Wirkungsquerschnittsbestimmung verhindert, daß die Ergebnisse tendenziell zur MC-Verteilung verschoben werden. Zusätzlich werden verschiedene Bedingungen an die Flächenelemente $\square_j$ gestellt, um die Korrelationen der Bins untereinander zu minimieren. Diese Bedingungen werden in Abschnitt 3.5.1 vorgestellt.

Um in jedem Iterationsschritt eine erneute Simulation von Ereignissen zu vermeiden, werden die MC-Ereignisse jedesmal gemäß des neu zugrundegelegten Wirkungsquerschnitts umgewichtet. In der Anwendung zeigte sich, daß schon nach dem dritten Iterationsschritt eine sehr gute Annäherung zwischen Daten und MC erreicht war, so daß ein weiterer Anpassungsschritt nicht vorgenommen werden mußte. Die genaue Wahl der Wirkungsquerschnitte zur iterativen Entfaltung werden in Kapitel 3.5.3 vorgestellt.

3.2.2 Die Wahl des Verhältnisses $R = \sigma_l/\sigma_t$

Der Wirkungsquerschnitt aus Gleichung (3.11) enthält neben der gesuchten Strukturfunktion F_2 noch einen Faktor $\kappa(R)$, der neben kinematischen Größen vom zunächst unbekannten Verhältnis R abhängt. Prinzipiell kann R jeden beliebigen Wert zwischen 0 und ∞ annehmen. Der tatsächliche Einfluß von R auf den Wirkungsquerschnitt ist jedoch auch durch die Größe des Faktors y^2 in Gleichung (3.11) bestimmt. Für große Werte von y macht sich R oder die longitudinale Strukturfunktion F_L im Wirkungsquerschnitt bemerkbar. Abbildung 3.1 zeigt für einen typischen im Meßbereich der analysierten Daten liegenden Q^2-Wert von 1.5 GeV^2 den in Gleichung (1.17) definierten reduzierten Wirkungsquerschnitt $\sigma_{red} = F_2 - \frac{y^2}{(1+(1-y)^2)} F_L$ für die Strukturfunktion GRV[54] unter drei Annahmen für R: $R = 0$, $\quad R = R_{GRV}$, $\quad R = \infty$. Besonders bei kleinen x, also hohen y,

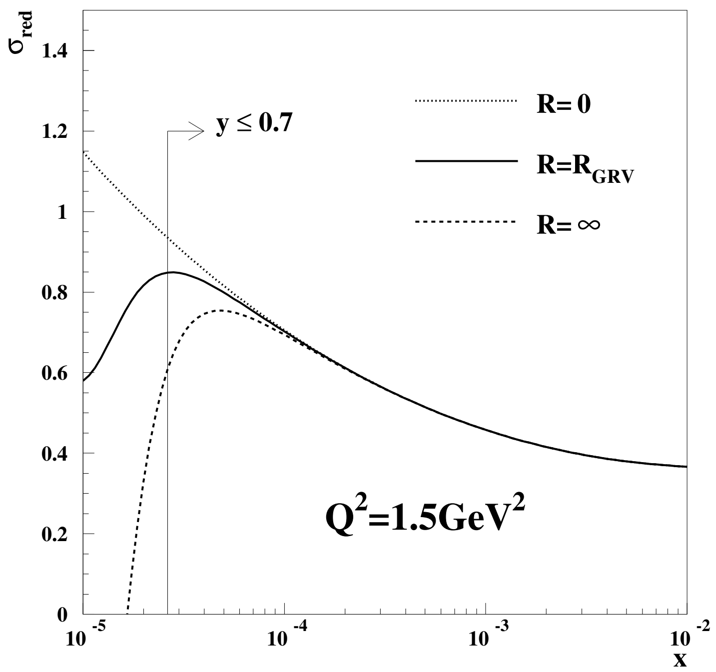

Abbildung 3.1: Die Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts von verschiedenen R-Annahmen. Gezeigt ist der reduzierte Wirkungsquerschnitt $\sigma_{red} = F_2 - \frac{y^2}{Y_+} F_L = F_2 - \frac{y^2}{Y_+} \frac{R}{R+1} F_2$ mit $Y_+ = 1 + (1-y)^2$. Als F_2 ist eine GRV-Parametrisierung gewählt.

ist der Einfluß von R deutlich.

Messungen von R wurden in früheren Experimenten an ruhenden hadronischen Targets wie BCDMS [93], CDHSW [94], SLAC [57] oder EMC [95] durchgeführt. Einige der Daten für drei verschiedene Q^2-Werte sind in Abbildung 3.2 zusammengestellt. Bisherige Meßergebnisse für R liegen im x-Bereich $x > 0.01$. Aus diesem Grund ist das Verhalten von R für kleine x völlig unbestimmt. Auch die R-Messungen der Kollaborationen NMC [96] und CCFR [97][3] bei x-Werten um $\sim 10^{-2}$ liegen noch außerhalb des kinematischen Bereichs, bei dem R im Wirkungsquerschnitt für HERA-Schwerpunktsenergien eine signifikante Rolle spielt. Man ist daher bei der Bestimmung der Strukturfunktion F_2 gezwungen, sich auf Theorievorhersagen für R zu verlassen, solange von den HERA-Experimenten keine direkten Messungen für R vorliegen.

[3]Die CCFR-Daten zur R-Messung sind noch vorläufig und noch nicht endgültig veröffentlicht. Sie stimmen aber sehr gut mit den NMC-Daten überein.

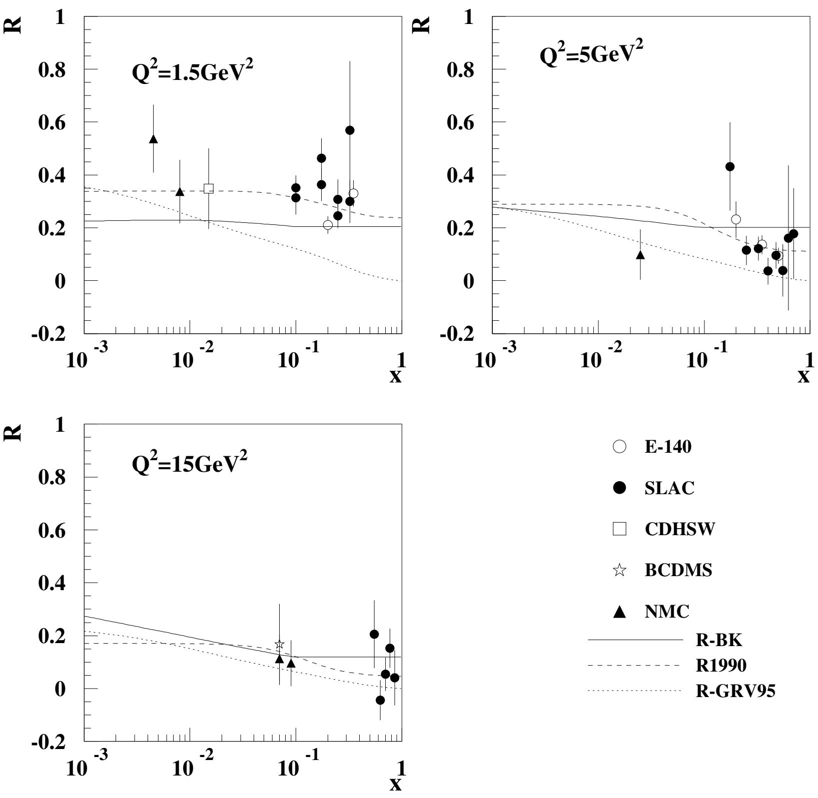

Abbildung 3.2: Zusammenstellung einiger an früheren Experimenten gemessenen R-Daten für drei Q^2-Werte. Die eingezeichneten Kurven zeigen verschiedene R-Parametrisierungen, die auf QCD-Rechnungen (R_{GRV}), auf phänomenologischen Beschreibungen (R_{BK}) und auf einer Anpassung an existierende R-Daten (R_{1990}) basieren. Die Parametrisierung R_{1990} nimmt ein flaches Verhalten für $x \to 0$ an.

Im QPM verschwindet R gemäß Gleichung (1.20). In der QCD kann F_L und damit R aus F_2 und der Gluonendichte berechnet werden [98]. Dieses R_{QCD} ist in Abbildung 3.2 für GRV gezeigt. Es liegt allerdings bei hohen x und kleinem Q^2 weit unter den von SLAC gemessenen Daten[4]. Zu kleinen x wird aufgrund des Einflusses der Gluonendichte ein Anstieg für R_{QCD} erwartet. Eine auf SLAC-, BCDMS- und CDHSW-Daten beruhende phänomenologische Beschreibung wird als R_{1990} bezeichnet [100], die ebenfalls in Abbildung 3.2 eingezeichnet ist.

Schließlich ist noch die von Badelek und Kwiecinski [101] vorgeschlagene Parametrisie-

[4]In einer QCD-Analyse von Miramontes et al. [99] wurde jedoch gezeigt, daß R-Messungen im Bereich kleiner Q^2 und hoher x, vor allem aus den SLAC-Experimenten, inkonsistent mit dem *leading-twist*-Ausdruck für F_L aus [98] sind. Zur korrekten Beschreibung muß vielmehr ein beträchtlicher *twist-4*-Beitrag berücksichtigt werden, der zu einem größeren $R_{QCD}^{twist=2,4} > R_{QCD}^{twist=2}$ in Einklang mit den SLAC-Daten führt.

rung R_{BK} in der Abbildung gezeigt, das auf dem Photon-Gluon-Prozeß und auf phänomenologischen Überlegungen beruht. Dabei wird die laufende Kopplungskonstante α_s sowie die zur Berechnung benutzten Gluonendichte an der Skala $Q^2 + 4m_q^2$ ausgewertet, wobei m_q die Quarkmassen darstellt. Dieses Modell ist vor allem im Bereich kleiner x und niedriger Q^2 anzuwenden, also genau im Meßbereich dieser Analyse. Im Grenzübergang $Q^2 \to 0$ wird F_L und auch R in diesem Modell als Funktion der Ordnung $\mathcal{O}(Q^4)$ kontinuierlich fortgesetzt, um im Einklang mit den kinematischen Randbedingungen des hadronischen Tensors aus Gleichung (1.43) zu sein.

Für die Strukturfunktionsbestimmung F_2 mit H1-Daten aus dem Jahre 1994 [45] wurde für R die QCD-Vorhersage basierend auf der GRV-Parametrisierung [54] gewählt. In den Bereichen höherer $Q^2 \geq 1$ GeV^2 ist dies sicherlich gerechtfertigt, da dort die DGLAP-Gleichungen recht erfolgreich angewandt werden können.

In der Analyse der 1995-Daten mit verschobenem Wechselwirkungspunkt werden jedoch Wirkungsquerschnitte bis $Q^2 \approx 0.3$ GeV^2 erreicht, so daß hier das Modell von Badelek und Kwiecinski zu bevorzugen ist, zumal es das richtige Verhalten für R im Grenzfall $Q^2 \to 0$ besitzt. Die für die Analyse benutzten R-Werte liegen zwischen 0.1 und 0.3. Da der Unterschied zu anderen R-Parametrisierungen bei kleinen x und Q^2 rund 100% beträgt, ist neben der ermittelten Strukturfunktion F_2 auch der benutzte Wert von R als Ergebnis in Kapitel 3.5.3 tabelliert. Die Veränderung von F_2 durch die unterschiedliche Wahl von R wird ebenfalls in diesem Abschnitt diskutiert. Schließlich finden sich in Kapitel 3.4 Untersuchungen zum Einfluß verschiedener R-Werte auf die Strahlungskorrekturen.

Die großen Unsicherheiten von R im Bereich kleiner x können erst dann geklärt werden, wenn F_L bei HERA direkt gemessen wird. Dafür ist aber eine Veränderung der Strahlenergie notwendig, da am selben Punkt (x, Q^2) bei unterschiedlichen $y = Q^2/xs$ der Wirkungsquerschnitt ermittelt werden muß, damit seine einzelnen Beiträge von F_2 und F_L separat bestimmt werden können. Von H1 wurde eine Methode vorgeschlagen [102], die es auf indirektem Wege erlaubt, eine Aussage über F_L bei hohen y im HERA-Bereich zu treffen. Die für diese Methode notwendigen QCD-Extrapolationen sind für vorläufige H1-Daten aus dem Jahre 1995 und 1996 in Kapitel 5 durchgeführt.

3.2.3 Monte-Carlo-Simulationen der Ereignisse

Messungen der Strukturfunktion und des Wirkungsquerschnittes erfordern, wie in Abschnitt 3.2.1. dargestellt, Akzeptanz- und Effizienzkorrekturen, die nicht nur von der komplexen Detektorstruktur und von benutzten Rekonstruktionsalgorithmen abhängen, sondern auch von den charakteristischen Topologien der Ereignisse. Da analytische Rechnungen zu kompliziert und aufwendig sind, haben sich in der Praxis Monte-Carlo-Techniken durchgesetzt, die angefangen von den physikalischen Prozessen der ep-Kollisionen bis zum genauen Ansprechverhalten des Detektors die tatsächlichen Messungen nachzubilden versuchen. Die Simulation erweist sich als äußerst nützlich, um Detektoreffekte aufgrund einer begrenzten Auflösung von rein physikalischen Aspekten des Ereignisses zu unterscheiden.

Monte-Carlo-Simulationen bestehen aus zwei großen Programmteilen. Im ersten Teil wird ein spezieller physikalischer Prozeß in einem MC-Generator erzeugt. Entsprechend eines physikalischen Modells stehen nach diesem Prozeßschritt Informationen über die Vierervektoren der beteiligten Teilchen zur Verfügung. Im zweiten Teil folgt nun die Simulation der Detektor- und Triggerantworten auf die im Generator erzeugten Teilchenkonstellationen. Die Detektorsimulation kann als Abbild der wahren Geometrie des Detektors und seiner Eigenschaften verstanden werden, das ständig an neue Detektoraspekte angepaßt und angeglichen werden muß.

Zur Detektorsimulation wird das H1-interne Programm H1SIM benutzt, das mit Hilfe des Programmpakets GEANT [103] die Detektorantworten auf die durch den Generator erzeugte physikalische Situation nachbildet. Die nach dem zweiten Schritt simulierten Ereignisse werden nun derselben Rekonstruktions- und Analysekette zugeführt, die auch auf Daten angewandt wird, um eine möglichst vollständige Reproduktion der Messung zu erhalten.

Für die Physikanalyse wurden im wesentlichen zwei Physikgeneratoren benutzt: DJANGO6 [104] zur Erzeugung tiefinelastischer Streuprozesse und PHOJET [105] zur Abschätzung der Photoproduktionsereignisse im aufgezeichneten Datensatz.

Das Programm DJANGO6 agiert als Interface zwischen zwei weiteren Programmen HERACLES [106] und LEPTO [107]. Der inklusive Prozeß der Lepton-Proton-Streuung $e^+p \to e^+X$ wird von HERACLES simuliert. Dabei werden gemäß einer vorgegebenen Partonverteilung aus der FORTRAN-Bibliothek PDFLIB [108] Wirkungsquerschnitte in einem vorher definierten kinematischen Bereich berechnet, nach denen Ereignisse auf Partonebene generiert werden. Zusätzlich zum Born-Wirkungsquerschnitt werden QED-Korrekturen in erster Ordnung sowie elektroschwache Effekte berücksichtigt. Eine genaue Diskussion der in HERACLES beschriebenen Strahlungsprozesse findet sich in Abschnitt 3.4.

Für eine komplette Ereignissimulation einschließlich der Quarkfragmentierung und -hadronisierung wird LEPTO aufgerufen, das als eigenständiger Generator QCD-Prozesse in der Lepton-Quark Streuung behandelt. Die Matrixelemente der QCD-Compton-Streuung $\gamma^* q \to qg$ und der Boson-Gluon-Fusion (BGF) $\gamma^* g \to q\overline{q}$ werden dabei in $\mathcal{O}(\alpha_s)$ exakt berechnet. An diese hart gestreuten Partonen schließt sich für eine detaillierte Beschreibung des hadronischen Endzustandes ein zweistufiger Hadronisationsprozeß an. Partonen mit hoher Virtualität verzweigen sich in Anlehnung an die QCD-Entwicklungsgleichungen kaskadenartig, bis ein unterer Grenzwert der Virtualität erreicht ist. Dieser Partonschauer (PS) findet sowohl vor als auch nach dem eigentlichen Lepton-Quark-Subprozeß statt. Die Erzeugung stabiler Teilchen im zweiten Schritt der Hadronisation folgt mit dem Programm JETSET [109], das aufgrund des phänomenologischen *LUND-Stringmodells* [110] die Kräfte zwischen Farbladungen der Partonen durch Strings ersetzt. Aus diesen Strings formieren sich die beobachtbaren hadronischen Endzustandsteilchen. Alternativ zum Partonschauer (PS) kann in Lepto auch das *Colour Dipole Model* (CDM) aus ARIADNE [111] zusammen mit der BGF benutzt werden. Im CDM wird ein Farbdipol zwischen gestreutem Quark und Protonrest gebildet, der – analog der Emission elektromagnetischer Felder durch eine Antenne – viele Gluonen abstrahlt. Diese Gluonen erzeugen entweder Quark-Antiquarkpaare oder emittieren weitere Gluonen mit abnehmenden Transversalimpulsen. Auch nach diesem Schritt werden die entstandenen Partonen der weiteren Hadronisation nach dem LUND-Stringmodell zugeführt. Gegenwärtig bietet das CDM kombiniert mit dem BGF-Prozeß die beste Beschreibung des bei kleinen Q^2 experimentell bei HERA gemessenen hadronischen Endzustands [112]. Aus diesem Grund wurde bei der Erzeugung der für die Analyse benutzten Monte-Carlo-Ereignissen das CDM-BGF-Modell gewählt.

Die zur Berechnung der Wirkungsquerschnitte[5] benötigten Partondichten wurden durch GRV und MRSD0' [113] aus der PDFLIB parametrisiert. Es wurden zwei simulierte DIS-Sätze erzeugt, deren genaue Luminositäten in Tabelle 3.1 angegeben ist.

Die Parametrisierung GRV beschreibt, wie auch schon in Abbildung 1.8 gezeigt, erfolgreich die gemessenen F_2-Daten des Jahres 1994 ab $Q^2 \geq 1.5$ GeV^2. Die Parametrisierung MRSD0' beruht auf einem *soft-Pomeron*-ähnlichen Verhalten von $F_2 \sim x^{-0.08}$ (vgl. Gleichung (1.53)) und kann deshalb nur im Bereich kleiner Q^2 den wahren Wirkungsquerschnitt korrekt wiedergeben. Da für die GRV-Parametrisierung die Strukturfunktion sehr rasch für $Q^2 \leq 0.85$ GeV^2 in einen valenzartigen Zustand übergeht und demnach zu kleine Wirkungsquerschnitte liefert, wird für $Q^2 \leq 0.35$ ausschließlich MRSD0' benutzt.

Um die Strukturfunktionen F_2 im Grenzwert $Q^2 \to 0$ korrekt zum Verschwinden zu bringen, werden sie in DJANGO6 mit einem Gewichtungsfaktor w versehen:

$$\begin{aligned} F_2(x,Q^2) &\to w \cdot F_2(x,Q^2) \\ w &= 1-\exp(-aQ^2), \quad \text{mit} \qquad a = 3.37\ \text{GeV}^{-2} \end{aligned}$$

Diese auf Prokhorov und Volkonsky zurückzuführende Dämpfung [114] ist mit den kinematischen Randbedingungen, die aus dem Verhalten des hadronischen Tensors gefordert werden (vgl. Gleichung (1.43)), konsistent:

$$\begin{aligned} w &= 1-\exp(-aQ^2) = 1 - \sum_n \frac{(-aQ^2)^n}{n!} \approx aQ^2 \\ \Rightarrow w \cdot F_2 &= \mathcal{O}(Q^2), \quad \text{wenn} \qquad Q^2 \to 0 \end{aligned}$$

Aufgrund der in DJANGO6 benutzten Algorithmen wird eine Anwendung des Programms nur in Phasenraumregionen von $W^2 \geq 25$ GeV^2 empfohlen [104]. Geringe hadronische Massen $W^2 \approx 25$ GeV^2 entsprechen bei kleinem Q^2 Ereignissen mit $y \approx W^2/s \sim 10^{-4}$, bei denen aufgrund ihrer geringen Aktivität im Detektor kein Wechselwirkungspunkt rekonstruiert werden kann. Diese Ereignisse werden deshalb für die Datenanalyse nicht berücksichtigt.

Die simulierten und rekonstruierten MC-Ereignisse des DJANGO6-Programmes werden für Analysezwecke zu Beginn des Iterationsverfahrens mit Gewichten versehen, so daß ihre Verteilung einem anderen Wirkungsquerschnitt entspricht. Dieser Wirkungsquerschnitt hat als Strukturfunktion F_2 eine QCD-Anpassung zugrunde, die mit Daten des Jahres 1994 durchgeführt wurde [45]. Zwar erfolgte die Anfangsverteilung für die DGLAP-Gleichung bei $Q_0^2 = 5$ GeV^2, dennoch konnte diese QCD-Parametrisierung durch rückwärtige Entwicklung bis auf $Q^2 \sim 0.2$ GeV^2 ausgedehnt werden. Die longitudinale Strukturfunktion F_L wurde für die umgewichteten Ereignisse berücksichtigt und zunächst aus den GRV-Partondichten [54] berechnet.

Im Programmpaket DJANGO6 werden keine diffraktiven Prozesse modelliert, die im Reggebild als Pomeronaustausch oder bei der Erzeugung exklusiver Teilchen wie ρ, ω oder ϕ als Vektormesondominanz des Photons erklärt werden können. Ereignisse aus der elastischen Vektormesonproduktion, wie beispielsweise $ep \to ep\rho$ wurden unter Zuhilfenahme des MC-Generators DIFFVM [115] gesondert untersucht. Das MC-Programm RAPGAP [116] beschreibt diffraktive tiefinelastische Streuung als Pomeronaustausch und

[5] Dabei wird im Generator $F_L = 0$ gesetzt.

Generator	PDF	int. Luminosität [nb^{-1}]
DJANGO6	GRV-504	189.14
DJANGO6	MRSD0'	82.95
PHOJET	p:GRV/γ:GRV	255.3

Tabelle 3.1: Die benutzten MC-Ereignissätze mit ihren Luminositäten.

diente zusätzlich zur Nachbildung des kontinuierlichen, diffraktiv erzeugten Massenspektrums.

Photoproduktionsereignisse werden mit dem MC-Generator PHOJET erzeugt, der alle Ereignisklassen der Photoproduktion modelliert. Die möglichen physikalischen Prozesse der Photoproduktion können in drei Teile klassifiziert werden. Dominiert wird der totale Wirkungsquerschnitt von weichen Prozessen mit Transversalimpulsen der erzeugten Teilchen von $p_T < 1$ GeV, die durch Modelle wie das VDM (siehe Abschnitt 1.5) beschrieben werden können. Bei hohen Schwerpunktsenergien wird das Verhalten des totalen Wirkungsquerschnittes durch das *soft Pomeron* bestimmt.

Prozesse mit Transversalimpulsen $p_T > 1$ GeV lassen sich in die anomale Komponente der aufgelösten Photoproduktion und in die direkte Photoproduktion unterteilen. Aufgelöste Prozesse treten dann auf, wenn für das Photon eine Substruktur angenommen werden kann. Im Gegensatz dazu verstehen sich direkte Prozesse als Kopplungen punktförmiger Photonen an Quarks.

Die simulierten Ereignisse aus der γp-Streuung werden zur Abschätzung des Untergrundes in den gemessenen Daten benutzt. Die Normierung des MC-Ereignissatzes geschieht anhand eines Vergleichs zu speziell gemessenen Daten, die durch Signale im Elektrontagger als γp-Fremdereignisse identifiziert werden können (vgl. Kapitel 3.3.5).

3.3 Datenselektion

Für die in der vorliegenden Arbeit beschriebenen Analyse wurden Ereignisse der tiefinelastischen Streuung bei niedrigen Q^2 aus einem Datensatz selektiert, der im Jahre 1995 vom H1-Detektor aufgezeichnet wurde. Dieser Datensatz enthält diejenigen Ereignisse, die während einer speziellen Meßperiode im November 1995 einen um +70 cm in Protonflugrichtung verschobenen Wechselwirkungspunkt besaßen. Dieser spezielle Meßlauf wurde durchgeführt, um mit Hilfe des SPACALs gestreute Elektronen unter sehr großen Polarwinkeln θ_e und damit kleinen Q^2 zu messen. Die der Analyse zugeführten Ereignisse werden ausschließlich über die Identifizierung eines gestreuten Elektrons im SPACAL definiert. Dabei werden für die detaillierte Datenselektion die Eigenschaften von elektromagnetischen Schauern im SPACAL sowie die Spurinformationen von geladenen Teilchen aus der BDC benutzt. Zunächst werden jedoch die bei der DIS-Analyse auftretenden Fremdprozesse besprochen.

3.3.1 Untergrundereignisse

Strahlinduzierter Untergrund
Die dominierende Quelle von Fremdreaktionen während der Datennahme im Bereich $Q^2 < 100$ GeV^2 sind Wechselwirkungen des Proton- oder Elektronstrahls mit der Strahlröhre bzw. mit Restgasmolekülen im Strahlrohr. Der Wirkungsquerschnitt für die durch den Elektronstrahl induzierten Prozesse ist wesentlich kleiner als die Rate der Reaktionen, die vom Protonstrahl induziert werden. Schon auf Triggerstufe L1 kann der größte Anteil solcher durch den Protonstrahl induzierten Ereignisse mit dem in Abschnitt 2.2 beschriebenen Flugzeitsystem und dem IET-Trigger des SPACALs unterdrückt werden, da der IET-Trigger eine Energiedeposition innerhalb eines festgelegten Zeitfensters verlangt. Eine Fremdreaktion, die alleine durch den Elektronstrahl erzeugt wurde, äußerte sich im Jahre 1995 durch eine auf eine Zelle im SPACAL begrenzte Energiedeposition um 10 GeV. Dieser sogenannte *hot spot* wurde lange mit veränderten Strahloptiken untersucht [117], konnte aber nie vollständig während des Meßbetriebes beseitigt werden. Aus diesem Grund wurde ein spezieller Filter in die Rekonstruktion auf L4 und L5 aufgenommen, der die typische Ereignistopologie zur Unterdrückung des *hot spots* nutzte.

Um die nach den Selektionsschnitten verbliebene Verunreinigung im Ereignissatz zu überprüfen, wurden 300 Ereignisse visuell inspiziert. Die Kontrolle ergab, daß weniger als 1% der Ereignisse nach der Selektion aus strahlinduzierten Prozessen stammte [117].

Photoproduktionsuntergrund
Ursache für Fremdereignisse aus ep-Kollisionen sind Photoproduktionsprozesse, bei denen von einlaufenden Elektronen quasireelle Photonen ($Q^2 \approx 0$) abgestrahlt werden, die mit dem Proton in Wechselwirkung treten. Das Elektron ändert dabei seine Flugrichtung kaum und kann im Hauptdetektor nicht mehr gemessen werden.

Diese Photoproduktionsereignisse können durchaus die Selektionskriterien der DIS-Analyse erfüllen, da ihre hadronischen Endzustandsteilchen, hauptsächlich Pionen, manchmal elektromagnetische Cluster im SPACAL vortäuschen können. Ein neutrales Pion zerfällt dabei aufgrund seiner kurzen Lebensdauer ($\tau \sim 10^{-16}$ sec) noch innerhalb der Wechselwirkungszone in zwei Photonen, die im SPACAL als Elektronen mißidentifiziert werden können. Wird einem der Photonen noch ein geladenes Pion überlagert, kann es zu einer Spurbildung in der BDC kommen. Allerdings nimmt die Photoproduktionsrate sehr stark mit zunehmender SPACAL-Energie ab, so daß die meisten Untergrundereignisse aus der Photoproduktion durch eine Forderung nach einer Minimalenergie des Elektronkandidaten verworfen werden.

Dennoch ist aufgrund des großen totalen Wirkungsquerschnittes von $\sigma_{tot}^{\gamma p} = 165\ \mu$b bei HERA-Schwerpunktsenergien [118] gegenüber dem Wirkungsquerschnitt für DIS-Prozesse mit den in der Analyse definierten kinematischen Schnitten von nur $\sigma^{DIS} \approx 500$ nb eine sehr hohe Zahl an Hadronen aus der Photoproduktion zu erwarten, die mit wirksamen Methoden unterdrückt werden müssen. Dabei läßt sich der Photoproduktionsuntergrund allerdings nicht vollständig beseitigen. Gerade bei niedrigen Elektronenergien oder hohen y beträgt der Anteil der verbleibenden Fremdereignisse bis zu 20%. Eine Subtraktion dieser Ereignisse mit Hilfe des PHOJET-MC erfordert daher eine sorgfältige Überprüfung der Simulation anhand echter gemessener Photoproduktionsereignisse, da die Möglichkeit besteht, einen Teil (ca. 10%) der Elektronen der Photoproduktionsereignisse im Elektronendetektor des Luminositätssystems nachzuweisen. Die zur Kontrolle benutzte Methode mit dem Elektrontagger ist in Abschnitt 3.3.5 beschrieben.

3.3.2 Triggerbedingungen

Die Datenauslese des H1-Detektors wird durch das Triggersystem ausgelöst. Ein Überblick der Triggerstufen ist in Kapitel 2.3 beschrieben. Bei der vorliegenden Messung wird ein Ereignis aufgezeichnet, wenn der inklusive Elektronentrigger (IET) des SPACALs angesprochen hat, der eine lokalisierte Energiedeposition oberhalb einer gewissen Schwelle verlangt. Die Bedingung des Haupttriggers $S0$ war dann erfüllt, wenn eine im SPACAL gebildete Energiesumme eines Triggerturms über der mittleren Energieschwelle von 6 GeV (IET>1) lag. Um die Triggerausbeute dieser Schwelle zu kontrollieren, wurden zwei weitere Subtrigger, $S5$ und $S7$, als sogenannte Monitortrigger verwendet. Die beiden Subtrigger $S5$ und $S7$ verlangten als Hauptforderung eine Energiesumme oberhalb der niedrigsten Schwelle von 4 GeV (IET>0).

Neben den Bedingungen eines minimalen Eintrages in einer Triggersumme waren die drei Subtrigger $S0$, $S5$ und $S7$ noch mit folgenden Forderungen verbunden:

$$\begin{aligned} S0 &= (\mathrm{IET} > 1)\,\&\&\,(v4)\,\&\&\,(f1) \\ S5 &= (\mathrm{IET} > 0)\,\&\&\,(v4)\,\&\&\,(f1) \\ S7 &= (\mathrm{IET} > 0)\,\&\&\,(v4)\,\&\&\,(f1)\,\&\&\,(t5)\,\&\&\,(r1) \end{aligned}$$

Die Zusatzbedingungen, die durch ein logisches UND (&&) mit der Hauptforderung des IET verknüpft sind, hatten im Jahre 1995 folgende Bedeutung:

$$\begin{aligned} v4 &:= (\overline{BTOF}_{BG})\,\&\&\,(\overline{VETO}_{inner})\,\&\&\,(\overline{VETO}_{outer}) \\ f1 &:= \Big((FTOF_{IA})\,||\,(\overline{FTOF}_{BG})\Big)\,\&\&\,(PTOF) \\ t5 &:= DCR\Phi - t_0 \\ r1 &:= \overline{RZ}_{veto} \end{aligned}$$

Die Nebenbedingung $v4$ verlangt das Fehlen eines Untergrundsignals der Flugzeitsysteme BTOF und der inneren und äußeren Vetowand. Die Forderung $f1$ war durch ein aktives Wechselwirkungssignal im FTOF oder kein Untergrundsignal im selben Flugzeitzähler definiert, die noch an die Anwesenheit eines positiven Signals innerhalb des aus nominellen ep-Kollisionen definierten Zeitfensters verknüpft wurde. Die $DCR\Phi - t_0$-Bedingung ist erfüllt, wenn mindestens eine Spur in der CJC zur Wechselwirkungszeit auftritt. Das RZ_{veto}-Triggerelement basiert auf Treffern in der CIZ und COZ, die dadurch eine schnelle Abschätzung der z-Position des Wechselwirkungspunktes erlauben.

Die Effizienz der mittleren Energieschwelle IET>1 ist mit Hilfe eines unabhängigen Datensatzes mit der erfüllten Bedingung IET>0 bestimmt worden [119]. Es stellte sich heraus, daß die Triggerausbeute für Elektronenergien zwischen 7-8 GeV nur rund 75% war, trotz des am Diskriminator eingestellten Schwellenwerts von 6 GeV. Erst ab Energien von 9 GeV war die IET>1-Bedingung des SPACALs zu 100% effizient. Die Verluste der mittleren IET-Schwelle ließen sich auf lokale Ineffizienzen einer bestimmten Zellenregion im SPACAL zurückführen. Um die zwischen 7-9 GeV eingebüßten Ereignisse trotzdem für die Analyse verwerten zu können, wurde in diesem Energiebereich eine Kombination aus $S5 + S7$ gebildet, deren untere IET-Schwelle ab Energien von 7 GeV eine Ausbeute von 100% besaß.

Die sonstigen Verluste durch die in den Subtriggern $S0$, $S5$ und $S7$ verlangten Nebenbedingungen der Flugzeitzähler betrugen rund 1% [119].

3.3.3 Runselektion

Während des Experimentierbetriebs wird die Datennahme in einzelne Meßläufe, die als *Runs* bezeichnet werden, aufgeteilt. Die für die Meßperiode mit verschobenem Ereignisvertex totale integrierte Luminosität von 148 nb^{-1} setzt sich aus 120 Runs zusammen, die sich durch ihre jeweiligen Teilluminositäten, Strahlbedingungen, Zustand der H1-Subkomponenten und Untergrundraten unterscheiden. Es wurde eine auf folgenden Kriterien basierende Runselektion vorgenommen.

- **HV-Zustand:** Es wurden nur Runs zugelassen, in denen die Detektorkomponenten in Betrieb waren, die für die Analyse eine wichtige Bedeutung haben. Die Bereitschaft der folgenden Subdetektoren war erforderlich: Die inneren Spurkammern CJC1 und CIZ, die BDC und das SPACAL, das LAr-Kalorimeter sowie Luminositäts- und Flugzeitsysteme.

- **Ereignisausbeute:** Sehr kurze Runs mit einer Luminosität von weniger als 0.2 nb^{-1}, was rund 100 DIS-Ereignissen entspricht, wurden verworfen. Ein weiteres Kriterium ist die Anzahl der selektierten Ereignissen pro im Run gesammelter Luminosität. Diese Größe dient zur Überprüfung der Triggerstabilität. Es wurden daher nur Runs für die Analyse verwertet, deren Schwankungen in der Ereigniszahl pro Luminosität kleiner als 15% um den statistischen Mittelwert aller Runs waren.

- **Stabile Energiemessung:** Eine konstante Energiemessung im SPACAL wurde dadurch garantiert, daß alle Runs verworfen wurden, deren mittlere Energieantwort im SPACAL um mehr als $\pm 2\%$ vom globalen Energiemittelwert aller Runs abwich.

- **Untersetzungsfaktoren:** Der Haupttrigger $S0$ mußte in den akzeptierten Runs einen Untersetzungsfaktor von 1 besitzen.

- **Strahlverschiebung:** Für jeden Meßlauf wird die Strahlneigung relativ zum H1-Koordinatensystem durch die Verteilung der x- und y-Koordinaten der Wechselwirkungspunkte bezüglich des nominellen Kollisionspunktes bestimmt. War die Strahllage gegenüber dem H1-Koordinatensystem zu stark geneigt, wurde der Run ebenfalls verworfen.

Insgesamt reduziert sich so die Anzahl der zur Analyse zugelassenen Runs auf 73 mit einer übriggebliebenen integrierten Luminosität von 119 nb^{-1}. Bei der Luminositätsmessung werden allerdings neben dem Hauptpaket des Protonstrahls noch weitere Neben- oder Satellitenpakete berücksichtigt, die sich bei ± 4.8 ns um das Protonhauptpaket entwickeln. Diese Satellitenpakete können ep-Reaktionen auslösen, die um etwa ± 70 cm gegenüber dem nominellen Strahlwechselwirkungspunkt verschoben sind. Da durch einen Schnitt auf den Wechselwirkungspunkt diese Ereignisse nicht in der Analyse verwertet werden, muß nachträglich eine Korrektur auf den Luminositätsbeitrag der Satellitenpakete durchgeführt werden. Der Anteil der Luminosität in den Nebenpaketen betrug $(4.6 \pm 3.)\%$ [69], so daß letztendlich (114 ± 3.4) nb^{-1} der Analyse zur Verfügung steht.

3.3.4 Ereignisselektion und Nachweiswahrscheinlichkeiten

Die Selektion tiefinelastischer Streuereignisse beruht sowohl auf allgemeinen Ereigniskriterien, die für DIS-Prozesse gefordert werden, als auch auf der speziellen Erkennung gestreuter Elektronen im rückwärtigen Bereich des Detektors. Gleichzeitig müssen auftauchende Fremdereignisse aus der Photoproduktion so gut wie möglich unterdrückt werden, ohne allzuviele DIS-Ereignisse zu verlieren. Die Ereignisselektion soll die beiden Anforderungen in optimaler Weise erfüllen: minimale Einbuße an DIS-Ereignissen und maximale Unterdrückung an Fremdprozessen. Folgende allgemeine Selektionskriterien müssen für DIS-Ereignisse zunächst erfüllt sein:

- **Wechselwirkungspunkt:** Die Bestimmung des Wechselwirkungspunktes in x, y und z ist für die präzise Rekonstruktion der Ereigniskinematik erforderlich, da bei der Berechnung des Streuwinkels θ_e mit der Elektronmethode ein Ereignisvertex benötigt wird. Die Positionsbestimmung des Wechselwirkungspunktes geschieht entweder durch das zentrale oder das vordere Spurkammersystem. Alle Ereignisse, die keinen rekonstruierten Wechselwirkungspunkt besitzen, werden verworfen. Zusätzlich wird für jeden rekonstruierten Vertex eine z-Koordinate gefordert, die ± 30 cm um den nominellen z-Wechselwirkungspunkt liegt. Da der Wechselwirkungspunkt für Ereignisse dieser Analyse um $+70$ cm in Richtung des Protonstrahls verschoben wurde, verlangt man:

  $$40 \text{ cm} \leq z_{vtx} \leq 100 \text{ cm} \tag{3.18}$$

  Die Forderung nach einem Ereignisvertex und seine Einschränkung um den nominellen z-Wechselwirkungspunkt ist ein wirksames Mittel, Fremdereignisse zu unterdrücken. Untergrund, der durch den Elektron- oder Protonstrahl hervorgerufen wird, entsteht meist außerhalb des H1-Detektors und besitzt daher keinen Ereigniswechselwirkungspunkt innerhalb des verlangten Bereiches.

  Die Rekonstruktionswahrscheinlichkeit des Wechselwirkungspunktes durch die Spurkammern hängt stark von der Anzahl der angesprochenen Drahtlagen ab, aus denen die Teilchenspuren und der Wechselwirkungspunkt ermittelt werden. Die Bestimmung eines Ereignisvertex ist umso schwieriger, je kleiner die invariante Masse W des Ereignisses wird, da weniger Spuren erzeugt werden. Da $W^2 \approx ys$ ist, sinkt demnach die Vertexeffizienz mit abnehmenden y. Bei sehr kleinen Werten von y werden zudem die Hadronen überwiegend in Vorwärtsrichtung und nicht in den Akzeptanzbereich der Spurkammer gestreut.

  Die Bestimmung der Nachweiswahrscheinlichkeit des Wechselwirkungspunktes innerhalb des erlaubten Bereiches erfolgte in zwei Stufen. Zunächst wurde nach dem Anteil der Ereignisse im Datensatz gefragt, die überhaupt einen Wechselwirkungspunkt besitzen. Danach wurde die Effizienz des 30 cm-Schnittes bestimmt, d.h. das Verhältnis der Zahl der selektierten Ereignisse mit einem rekonstruierten Wechselwirkungspunkt innerhalb der erlaubten 30 cm zur Zahl der DIS-Ereignisse, bei denen allgemein ein Vertex gefunden wurde. Beide Effizienzen können aus den Daten nur mit verschärften Selektionskriterien berechnet werden, weil sonst zuviele Fremdereignisse aus strahlinduzierten Prozessen und unerwünschte Ereignisse aus Satellitenpaketen im Datensatz auftauchen. Es wird daher ein positives Zeitsignal zwischen

35 ns und 45 ns im Plug-Flugzeitzähler gefordert, das zusammen mit der Zeitmessung im SPACAL die Untergrundereignisse aus den Satellitenpaketen und aus Strahlprozessen spürbar limitiert. Die gesamte Ausbeute an DIS-Ereignissen aufgrund des Vertexkriteriums liegt für $y \sim 0.15$ bei rund 90%. Mit ansteigendem y werden bei $y \sim 0.7$ mit der Elektronenmethode 97-98% erreicht. Die Übereinstimmung zwischen Daten und MC liegt bei $\pm 2\%$[6].

- **Die Größe $E - p_z$:** Die Energie- und Impulsbilanz eines DIS-Ereignisses kann durch das im Kalorimeter gemessene $E - p_z$ ausgedrückt werden (vgl. Gleichung (3.6)):

$$2E_e = \Sigma_h + E_{e'}(1 + \cos\theta_e) := E - p_z \tag{3.19}$$

Für ein DIS-Ereignis werden also $2 \cdot 27.5 = 55$ GeV für $E - p_z$ erwartet. Da die Verluste in Rückwärtsrichtung des Detektors stark in diese Bilanz eingehen, besitzen Photoproduktionsereignisse, bei denen das Elektron nicht im Hauptdetektor nachgewiesen wird, ein verringertes $E - p_z$. Wird vom einlaufenden Elektron ein Photon emittiert, geht ebenfalls longitudinaler Impuls in der Summe $E - p_z$ verloren, da in den allermeisten Fällen die abgestrahlten Photonen kollinear zum einlaufenden Elektron emittiert werden. Das Photon verschwindet somit im Strahlrohr und fehlt in der Energiebilanz der Gleichung (3.19). Ein Schnitt auf die Größe $E - p_z$ ist demnach ein effektives Mittel, um Untergrundprozesse der Photoproduktion und die Strahlungskorrekturen zu begrenzen. In der Analyse werden zur DIS-Selektion

$$(E - p_z)_{Calo} \geq 35 \text{ GeV} \tag{3.20}$$

verlangt, wobei die in $(E - p_z)_{Calo}$ eingehenden Energien nur aus den Kalorimetern bestimmt werden. Abbildung 3.3 zeigt die in den Daten gemessene $E - p_z$-Verteilung im Vergleich zu einer DIS- und Photoproduktionssimulation. Im oberen Bild werden diejenigen Ereignisse betrachtet, bei denen alle Selektionskriterien außer der $E - p_z$-Forderung verlangt werden. Im unteren Bild ist noch ein zusätzlicher y-Schnitt von $y > 0.55$ gefordert, der den Photoproduktionsanteil in den Daten beträchtlich erhöht.

Das Nebenmaximum in Abbildung 3.3 bei $E - p_z \approx 25$ GeV ist auf Strahlungsereignisse zurückzuführen. Für $y > 0.55$ ergibt sich eine Einschränkung der Energie der gestreuten Elektronen gemäß Gleichung (3.2):

$$\begin{aligned} y &= 1 - \frac{E'}{E}\sin^2(\theta_e/2) \approx 1 - \frac{E}{E'} > 0.55 \\ \Rightarrow E' &< 12 \text{ GeV}. \end{aligned}$$

Das bedeutet, daß die abgestrahlte Photonenergie rund $E_\gamma = E - E' \approx 27 \text{ GeV} - 12 \text{ GeV} = 15$ GeV beträgt. Die Größe $E - p_z$ wird dabei auf $55 \text{ GeV} - 2 \cdot 15 \text{ GeV} = 25$ GeV reduziert, wenn das emittierte Photon nicht im Detektor beobachtet wird. Die genauen Auswirkungen des Schnittes (3.20) auf die Strahlungskorrekturen werden in Abschnitt 3.4. diskutiert.

[6] Für $y < 0.05$ werden allerdings Abweichungen von mehr als 5% zwischen Daten und MC in der Vertexeffizienz beobachtet [75]. Dieser Bereich ist aber aus der Analyse ausgeschlossen.

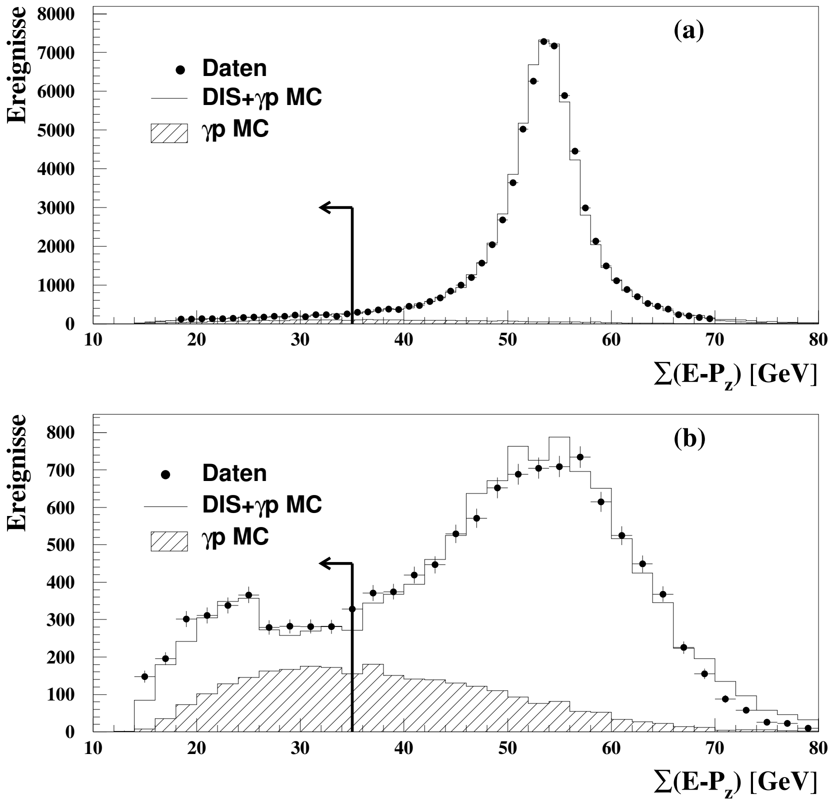

Abbildung 3.3: Vergleich der Größe $E - p_z$ für Daten und MC. Das oberen Bild (a) zeigt für selektierte Ereignisse die Verteilung $E - p_z$, die charakteristisch bei 55 GeV ein Maximum besitzt. Für $y > 0.55$ (Bild (b)) erhöht sich der relative Anteil der Photoproduktion, der als grau schraffiertes Histogramm gezeigt wird. Ein zusätzliches Nebenmaximum bei 25 GeV ist auf Ereignisse mit Photonabstrahlung zurückzuführen. Die Pfeile in der Abbildung symbolisieren das Schnittkriterium. Die Daten- und MC-Verteilungen sind auf die Luminosität normiert.

Die folgenden Selektionskriterien dienen der Identifizierung des gestreuten Elektrons. Als Elektronkandidat wird stets der energiereichste Cluster im SPACAL ausgewählt.

- **Clusterenergie:** Als minimale Energie des Clusters wird 7 GeV gefordert. Photoproduktionsereignisse, bei denen ein gestreutes Elektron im SPACAL vorgetäuscht wird, treten hauptsächlich bei niedrigen Clusterenergien auf. Der Schnitt auf die Energie des elektromagnetischen Clusters verringert daher den Anteil an verbleibenden Photoproduktionsereignissen. Die Energie- und Winkelverteilung der gestreuten Elektronkandidaten ist in Abbildung 3.4 für Daten und MC dargestellt. Die Verteilungen sind jeweils auf die Luminosität normiert. Das grau schraffierte Histogramm in Abbildung 3.4 zeigt den in den Daten verbleibenden Photoproduktionsuntergrund. Mit zunehmenden Clusterenergien im SPACAL nimmt der Anteil der Photoproduktion, wie in der Abbildung zu sehen ist, schnell ab. Sowohl die Energie- , als auch die Winkelmessung wird gut von der Simulation beschrieben.

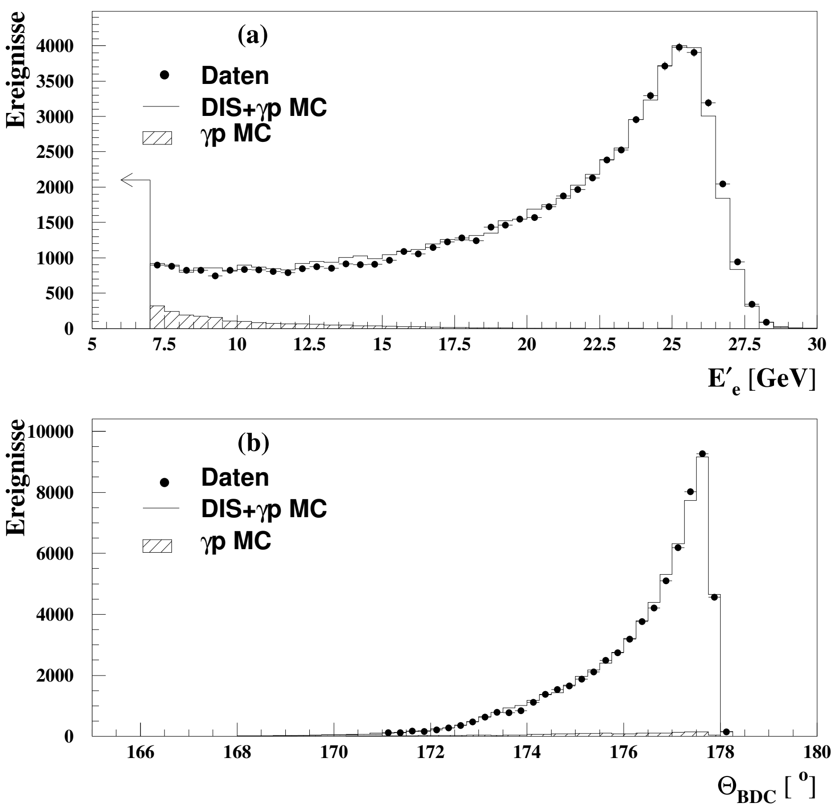

Abbildung 3.4: Die Energie und der Winkel des gestreuten Elektrons für Daten und MC. Der Anteil der Photoproduktionsereignisse in (a) nimmt mit zunehmender Elektronenergie rasch ab. Bild (b) zeigt die Winkelverteilung des gestreuten Elektrons, die mit der BDC gemessen wurde. Die Daten- und MC-Verteilungen sind auf die Luminosität normiert.

- **Zeitverhalten:** Die Energiedeposition der höchstenergetischen Zelle des elektromagnetischen Clusters muß innerhalb des Zeitfensters des TDC-Systems zwischen 12 ns und 23 ns liegen. Dadurch werden Fremdereignisse verworfen, die aus Flugzeitgründen nicht vom Wechselwirkungspunkt stammen können.

- **Vetolagenenergie:** Bei Elektronen, die im SPACAL nahe am Strahlrohr nachgewiesen werden, kann es zu Fehlmessungen der Energie kommen, da aufgrund der beschränkten geometrischen Akzeptanz am Rand des SPACALs nicht alle Schauer-teilchen im Kalorimeter erfaßt werden. Eine maximal erlaubte Energie von 1 GeV in den dicht um das Strahlrohr liegenden Vetolagen verhindert Energieverluste an den Akzeptanzrändern. Die Verteilung für Daten und MC ist in Abbildung 3.5(a) dargestellt, wobei alle anderen Selektionsschnitte in dieser Verteilung bereits angewandt sind. Die Pfeile in der Abbildung symbolisieren den Schnitt auf die Vetolagenenergie von 1 GeV. Die durch den Energieschnitt in den Vetolagen verworfenen Ereignisse werden in den Ausläufern der Verteilung sehr gut vom MC beschrieben.

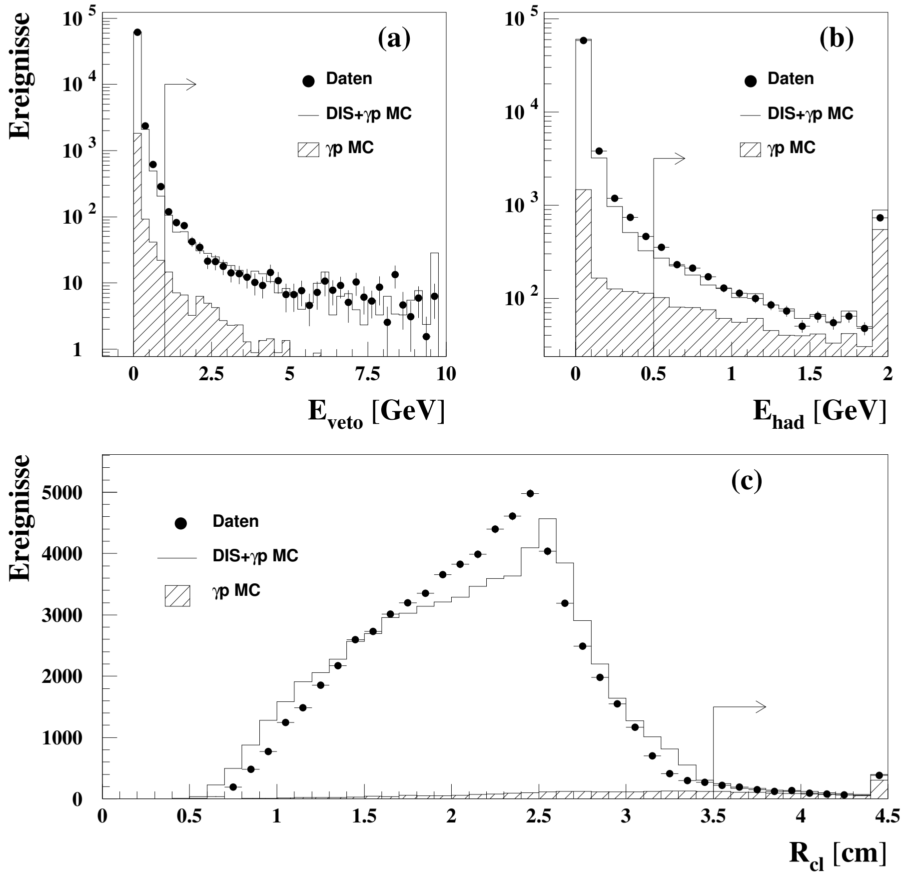

Abbildung 3.5: In (a) ist die Häufigkeitsverteilung der Vetolagenenergie zu sehen. Ein Schnitt von 1 GeV verwirft Ereignisse, die zu dicht am Strahlrohr liegen und deren Energie aufgrund von Akzeptanzverlusten fehlrekonstruiert wird. Bild (b) stellt die Energie des hadronischen SPACALs dar, die in einem Konus von 17.5 cm um den Elektronenkandidaten aufsummiert wird. Der Schauerradius R_{CL} wird in (c) gezeigt. Alle Daten- und MC-Verteilungen sind auf die Luminosität normiert. Die Pfeile in den Bildern symbolisieren die Schnittkriterien.

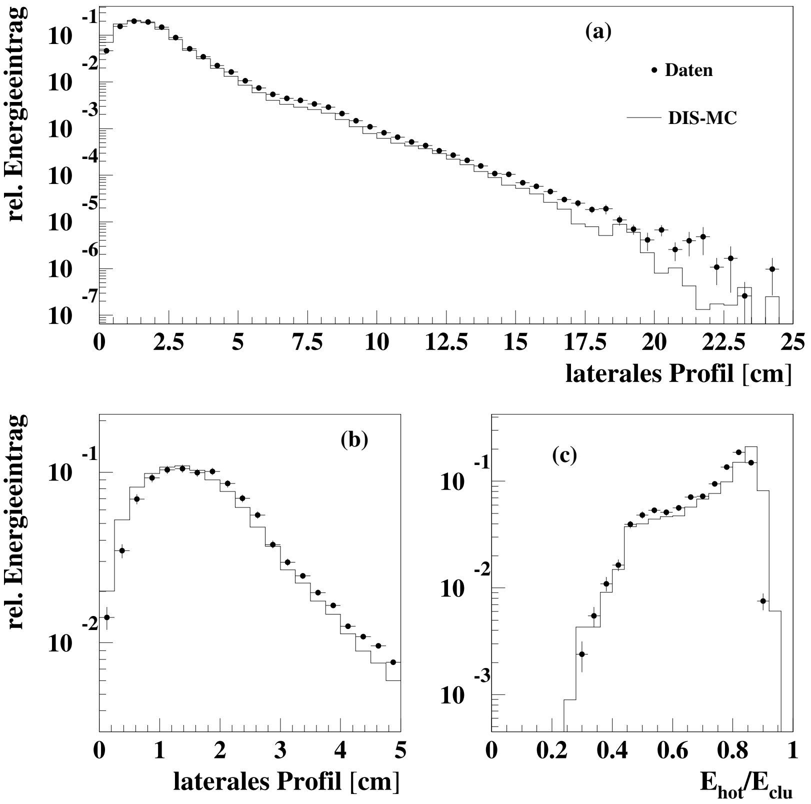

Abbildung 3.6: Vergleich (a) des lateralen Schauerprofils zwischen Daten und MC. Der Schauerkern bei einer Schauerausbreitung bis rund 5 cm ist in Abbildung (b) dargestellt. Das Bild (c) zeigt den Energieanteil der energiereichsten Zelle an der gesamten Clusterenergie E_{hot}/E_{Clu}.

- **Energie im hadronischen SPACAL:** Die Energie im hadronischen Teil des SPACALs, die innerhalb eines Zylinders mit Durchmesser 17.5 cm um den in die hadronische Sektion projezierten Clusterschwerpunkt des Elektronkandidaten aufsummiert wird, darf nicht größer als 0.5 GeV sein. Elektronschauer sind im allgemeinen im elektromagnetischen Teil des SPACALs innerhalb $27X_\circ$ vollständig zum Erliegen gekommen, so daß keine longitudinalen Energieverluste in den hadronischen Abschnitt gelangen. Bei Schauer, die durch Hadronen ausgelöst werden, erwartet man hingegen eine größere longitudinale Schauerdimension. Abbildung 3.5(b) zeigt die hadronische Energieverteilung in den Daten im Vergleich zur Simulation. Der Anteil an Photoproduktion in den Daten wird mit zunehmender hadronischer Energiedeposition größer.

- **Clusterradius:** Der Clusterradius R_{CL} (vgl. Abschnitt 2.4.4) ist ein Maß für die laterale Ausdehnung der Schauer im Kalorimeter. Als energiegewichteter Radius kann er zur Unterscheidung zwischen elektromagnetischen und hadronischen Schauern herangezogen werden, da die Schauerausbildung für Elektronen viel kompakter verläuft als für Hadronen. Für die Selektion wird daher ein Clusterradius von

$$R_{CL} \leq 3.5 \text{ cm} \tag{3.21}$$

verlangt. In Abbildung 3.5(c) wird die Verteilung des Clusterradius in den Daten mit der MC-Verteilung verglichen. Die Form des Clusterradius im MC weicht eindeutig von der Radiusverteilung in den Daten ab. Die Ursache dieser Diskrepanz liegt in einer unzureichenden Schauerbeschreibung durch die Simulation. In Abbildung 3.6(a) wird das laterale Profil der elektromagnetischen Schauer für Daten und MC gezeigt. Die Schauerverteilung wird über weite Strecken sehr gut vom MC reproduziert. Die Abweichungen bei großen Abständen vom Schauerschwerpunkt sind auf SPACAL-Zellen zurückzuführen, die in den Daten häufiger Energieeinträge unter 100 MeV haben, d.h. ein verstärktes Rauschverhalten aufweisen. In (b) wird die laterale Schauerverteilung in Daten und MC im inneren Bereich des Schauers bis 5 cm gezeigt. Die Diskrepanz in der Clusterradiusverteilung aus Abbildung 3.5(c) liegt daran, daß im Schauerinneren bei der Simulation mehr Energie in den Zellen deponiert wird als in den Daten. Nach dem Erreichen des Schauermaximums bei rund 1 cm unterschreitet die Energiedeposition im MC die der Daten. In Abbildung 3.6(c) ist der Energieanteil der energiereichsten Zelle E_{hot} des Clusters dargestellt. Als direkte Folge davon besitzen die energiereichste Zellen eines Clusters im MC einen höheren Anteil an der Clusterenergie, wie in Abbildung 3.6(c) zu sehen ist. Durch die Energiegewichtung bei der Berechnung des Schauerradius R_{CL} (vgl. Abschnitt 2.4.4) wird R_{CL} in der Simulation zu kleineren Radien verschoben, da der Schauerkern im MC kompakter verläuft, wie anhand der Abbildung 3.6(b) festgestellt wurde. Die Abweichung in der Beschreibung von R_{CL} zwischen Daten und MC kann nur durch eine Veränderung der Schauerparameter in der Simulation abgestellt werden. Die Beschreibung des Ausläufers der R_{CL}-Verteilung in den Daten zu hohen Werten von R_{CL} durch das MC ist recht gut, wie aus Abbildung 3.5 hervorgeht. Dies bedeutet, daß die durch den Clusterradiusschnitt verworfenen Ereignisse sehr gut vom MC reproduziert werden, so daß bei diesem Schnitt trotz der Diskrepanz der Schauerbeschreibung keine Fehlbestimmung der Ereigniszahl hervorgerufen wird.

- **Abstand zur BDC:** Die BDC liefert für geladene Teilchen präzise Spurinformationen, die zusammen mit dem rekonstruierten Wechselwirkungspunkt zur Bestimmung des Polarwinkels des gestreuten Elektrons dient. Durchquert ein Elektron die BDC im inneren Bereich, wird in 98% [120] aller Fälle eine Spur in der Driftkammer rekonstruiert, die einen Abstand von weniger als 3 cm zum elektromagnetischen Schauerschwerpunkt besitzt. Da die Spurausbeute für Elektronen sehr hoch ist, wird zur Identifizierung der Elektronen ein Kriterium für den Abstand zwischen Schauerschwerpunkt im SPACAL und rekonstruierter Spur in der BDC verlangt:

$$|\Delta R| < 2 \text{ cm} \qquad \text{und} \qquad R\Delta\Phi < 2.5 \text{ cm} \tag{3.22}$$

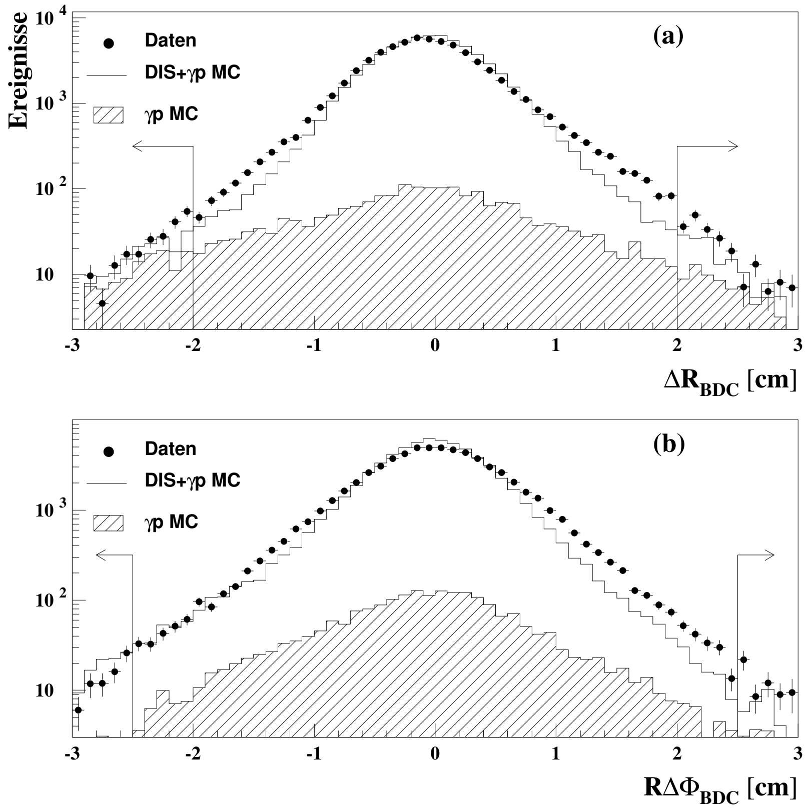

Abbildung 3.7: Die radiale und azimuthale Komponente des BDC-Cluster-Abstandes für Daten und MC. Die Pfeile symbolisieren das Schnittkriterium. Die Daten- und MC-Verteilungen sind auf die Luminosität normiert.

Der gesamte laterale Abstand SPACAL-BDC wird dabei in eine radiale Komponente R und einen dazu senkrechten azimutalen Anteil $R\Delta\Phi$ zerlegt. Aufgrund der oktogonalen Bauweise der BDC (siehe Kapitel 2.3) verlaufen die Driftwege in der Spurkammer annähernd radial, so daß eine bessere Ortsauflösung in radialer Richtung erreicht wird, die für Elektronen rund $\sigma_R \approx 0.8$ mm beträgt [120]. Die Auflösung in Φ dagegen ist rund fünfmal schlechter. In Abbildung 3.7 sind beide Abstände für Daten und MC-Ereignisse dargestellt.

Neben der Winkelmessung dienen die Spur-Cluster-Kriterien der Unterdrückung von Ereignissen aus der Photoproduktion, wenn ungeladene Teilchen wie γ, π° im Kalorimeter zwar einen Cluster bilden, aber keine Spur in der BDC hinterlassen.

- **Geometrischer Akzeptanzschnitt:** Es wird ein Abstand $R_\circ > 8.7$ cm zwischen Auftreffpunkt des Elektrons in der SPACAl-Ebene und Strahlrohr verlangt. Die Koordinaten des Auftreffpunktes werden dabei mit der BDC bestimmt. Für den Datensatz mit verschobenem Wechselwirkungspunkt entspricht diese Forderung einem Polarwinkelschnitt von $\theta_e \geq 178°$. Dieses Kriterium vermeidet große Korrekturen in der inneren Region des SPACALs, die durch Energiefehlmessungen nahe des Strahlrohrs entstehen können.

3.3.5 Abschätzung des verbleibenden Photoproduktionsuntergrunds

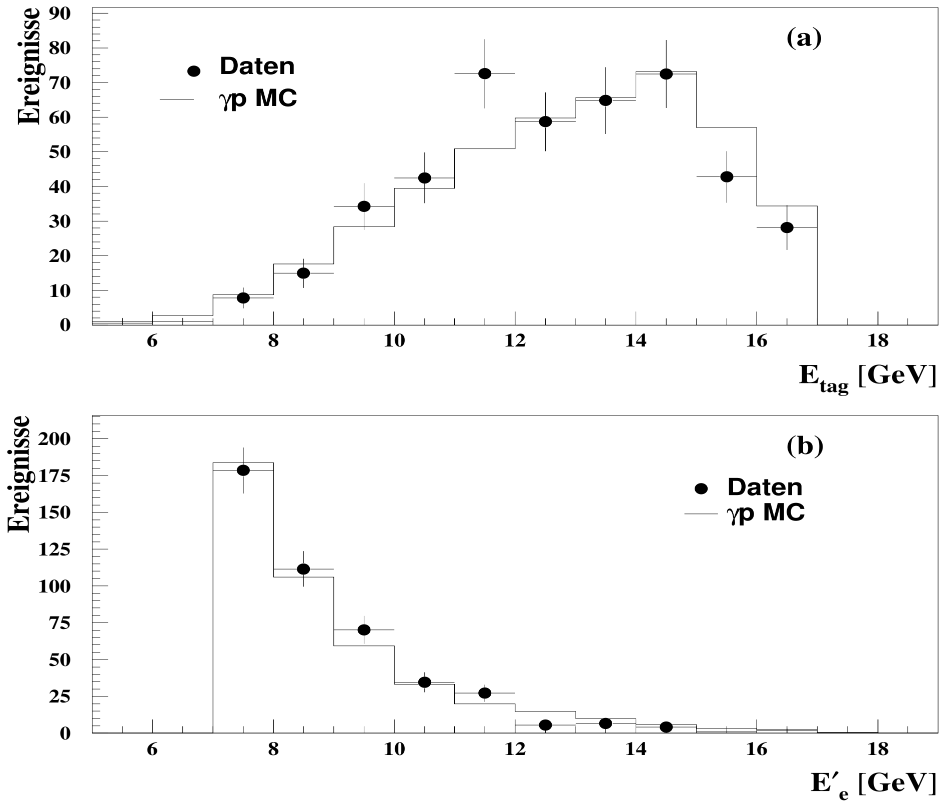

Abbildung 3.8: Die Energie des Elektrontaggers E_{tag} für selektierte Photoproduktionsereignisse (a). In (b) ist das Energiespektrum im SPACAL der vorgetäuschten Elektronen aus dem hadronischen Endzustandes der Photoproduktion gezeigt. Die Normierung der Verteilungen geschieht über die Luminositäten.

In Abschnitt 3.3.1 wurden als Hauptuntergrund Ereignisse aus der Photoproduktion diskutiert. Damit die im Datensatz verbleibenden Fremdereignisse mit dem MC-Programm PHOJET richtig abgeschätzt werden können, um eine binweise Subtraktion des Untergrunds durchzuführen, muß eine gute Beschreibung echter Photoproduktionsdaten durch die Simulation erfolgen. Dies wird anhand eines speziell selektierten Ereignissatzes überprüft, bei dem nur unter sehr kleinen Ablenkwinkeln gestreute Elektronen aus Photoproduktionsreaktionen im Elektronendetektor (ET) des Luminositätssystems (vgl. Kapitel

2.3) nachgewiesen werden. Dieses Nachweisgerät befindet sich bei $z = -33$ m und weist nur Elektronen nach, die in einem bestimmten Impulsintervall durch die HERA-Magnete in den Detektor abgelenkt werden. Die Akzeptanz ist auf Elektronenergien von $8-22$ GeV beschränkt, was einem y-Bereich von

$$y = 1 - \frac{E'_e}{E_e}\sin^2\frac{\theta_e}{2} \approx 1 - \frac{E'_e}{E_e} = 0.2\cdots 0.7$$

entspricht. Allerdings erreicht der ET erst bei $y > 0.4$ ein Akzeptanzplateau von 70%. Die zum Vergleich mit der Simulation herangezogenen Ereignisse müssen alle DIS-Selektionskriterien außer dem $E - p_z$-Schnitt erfüllen. Zusätzlich werden folgende Bedingungen an das Luminositätssystem gestellt:

- Die Energie im Photondetektor PD darf 2 GeV nicht überschreiten.
- Die Ereignisse im ET liegen innerhalb des geometrischen Bereiches $|x_{ET}| < 6.5$ cm.
- Zu dem $(E - p_z)_{calo}$ des Hauptkalorimeters wird noch das $(E - p_z)_{ET} \approx 2E_{ET}$ addiert. $(E - p_z)_{tot}$ darf 70 GeV nicht überschreiten.

Das letzte Kriterium sichert vor allem, daß sich keine zusätzlichen koinzidenten Fremdereignisse aus dem Bethe-Heitler-Prozeß mit den selektierten Photoproduktionsereignissen überlagern.

Abbildung 3.8(a) zeigt die mit dem ET gemessene Energie der Elektronen für Daten und PHOJET-MC. Die Elektronenergie im MC wurde dabei aus der generierten Energie unter Berücksichtigung der $15\%/\sqrt{E}$-Auflösung des ET berechnet. In Abbildung 3.8(b) ist die im SPACAL gemessene Energie des vorgetäuschten Elektronenkandidaten zu sehen. Die Häufigkeit von fehlinterpretierten Elektronkandidaten durch die Photoproduktion fällt rasch mit zunehmender SPACAL-Energie ab. Aufgrund der guten Übereinstimmung zwischen diesem speziellen Datensatz und dem PHOJET-MC kann eine statistische Subtraktion der im Analysesatz verbleibenden Photoproduktionsereignisse binweise vorgenommen werden. Als Normierungsunsicherheit der Simulation kann aus Abbildung 3.8 ein Fehler von $\pm 30\%$ abgeleitet werden. Da sich nach allen Selektionskriterien bei der kleinsten Elektronenergie dieser Analyse noch immer rund 20% Fremdereignisse aus Photoproduktion im Datensatz befinden, beläuft sich der Fehler aus der Untergrundsubtraktion für den ermittelten Wirkungsquerschnitt auf $\sim 6\%$ im Bereich hoher y.

3.4 Strahlungskorrekturen in der QED

Die Strukturfunktion F_2 ist ein direkter Zugang zu den Partonkonstituenten des Protons. Sie ist allerdings nur mit dem Bornwirkungsquerschnitt gemäß Gleichung (3.11) direkt verknüpft, der die Elektron-Proton-Streuung als einen Ein-Photonaustausch definiert. Es ist daher das experimentelle Ziel, die Einflüsse von Strahlungseffekten zu minimieren und gemessene Wirkungsquerschnitte auf ein reines Bornniveau zu korrigieren. Der Prozeß, einen Bornwirkungsquerschnitt aus gemessenen Daten zu erhalten, wird allgemein als Strahlungskorrektur bezeichnet.

3.4.1 Klassifizierung der Strahlungsbeiträge

Die Strahlungsdiagramme, die in Ordnung $\mathcal{O}(\alpha)$ zum NC-Wirkungsquerschnitt der Elektron-Quark-Streuung beitragen, sind in Abbildung 3.9 gezeigt. Folgende Korrektu-

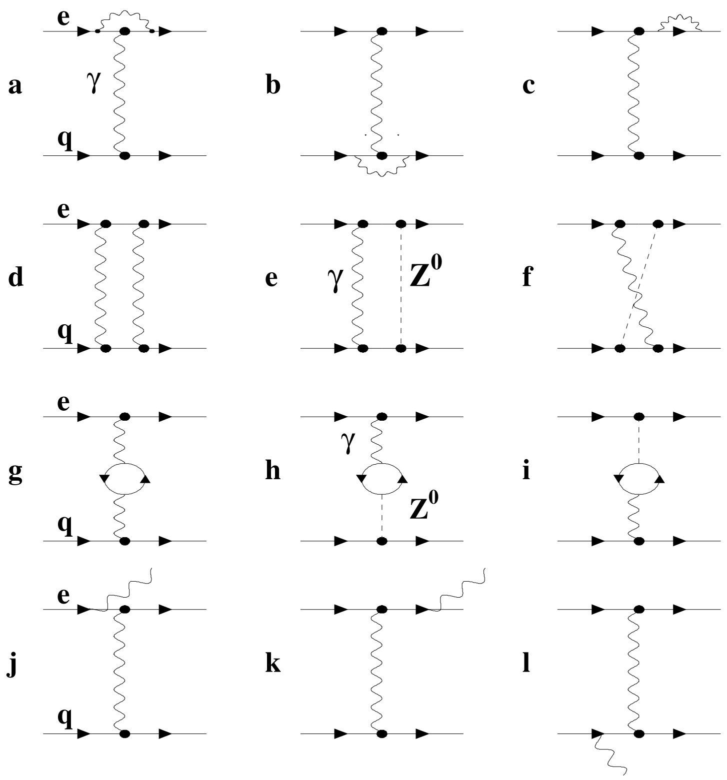

Abbildung 3.9: Strahlungsdiagramme der $\mathcal{O}(\alpha)$, die zum NC-Wirkungsquerschnitt beitragen.

ren können dabei unterschieden werden [121]:

- Die leptonischen Korrekturen enthalten in den Diagrammen a, c, j und k aus Abbildung 3.9 ein zusätzliches Photon, das der Leptonlinie zugeordnet ist. Dazu gehören virtuelle Korrekturen am Lepton-Photonvertex (a) kombiniert mit den Selbstenergiebeiträgen des Leptons (c). Zusätzlich existiert die reelle Photonabstrahlung von der Leptonlinie, die im Anfangszustand (j) oder im Endzustand (k) des Leptons geschehen kann.

- Die Korrekturen an den Quarklinien entsprechen den Diagrammen b und l. Da sie in völliger Analogie zu den leptonischen Beiträgen auftreten, sind nicht alle Möglichkeiten in der Abbildung gezeigt.

- Die Lepton-Quark-Interferenzterme bestehen aus den $\gamma\gamma$- oder γZ°-Boxdiagrammen d, e, f aber auch aus Interferenzen der Bremstrahlungsgraphen j und l.

- Schließlich existieren Vakuumpolarisationsbeiträge g, h, i, die aus Fermionenschleifen bestehen. Sie führen zu Selbstenergietermen des ausgetauschten Bosons, die in einer laufenden Kopplungskonstanten α absorbiert werden können:

$$\alpha(Q^2) = \frac{\alpha(0)}{1 - \Delta\alpha}$$

  Die Korrektur $\Delta\alpha$ kann aus folgenden drei Anteilen berechnet werden: $\Delta\alpha = \Delta\alpha_l + \Delta\alpha_{udcsb} + \Delta\alpha_t$, entsprechend den geladenen Leptonen, den leichten Quarks und dem top-Quark. Für $Q^2 = M_Z^2$ beträgt $\Delta\alpha \approx 0.06$, so daß sich die Kopplungskonstante von $1/137.036$ (bei $Q^2 = 0$) auf $\alpha(M_Z^2) = 1/128.8$ erhöht[7]. Im Bereich kleiner $x \sim 10^{-4}$ beträgt die Korrektur zum DIS-Wirkungsquerschnitt aufgrund der Vakuumpolarisation, wie aus Abbildung 3.10 ersichtlich, rund 3%. Geht man zu höheren x oder höheren Q^2 werden zusätzlich elektroschwache Korrekturen aus γ/Z°-Mischungen wichtig, so daß die Korrektur zur Vakuumpolarisation auf über 10% ansteigt.

Der inklusive Wirkungsquerschnitt, der die Strahlungsprozesse an der Leptonlinie berücksichtigt, kann als Summe zweier Terme geschrieben werden [123]:

$$\frac{d\sigma_{rad}^{exp}}{dxdQ^2} = \frac{d\sigma^{Born}}{dxdQ^2}\left(1 + \delta_{virt}^{soft}(x, Q^2)\right) + \int \frac{d^3k}{2k_0}\frac{d\sigma^{Brems}}{dxdQ^2}(x, Q^2, k) \tag{3.23}$$

Der erste Ausdruck enthält alle virtuellen Korrekturen am Lepton-Photonvertex und die infrarot(IR)-divergenten Anteile der reellen Photonabstrahlung. Die IR-Divergenzen treten bei den Vertexdiagrammen a und b von Abbildung 3.9 sowie bei weicher Photonemission auf, da sie logarithmisch vom Viererimpuls k des Photons abhängen. Allerdings wird im Bloch-Nordsieck-Theorem [124] die Kompensation von IR-divergenten Anteilen in inklusiven Wirkungsquerschnitten bewiesen. Dies bedeutet, daß sich alle IR-Divergenzen zwischen virtuellen Prozessen und weicher Photonabstrahlung zu allen Ordnungen α aufheben. Im Term δ_{virt}^{soft} aus Gleichung 3.23 werden nur emittierte Photonen mit einer Energie unterhalb eines Abschneideparameter k_0 betrachtet. Diese Schwellenenergie liegt jedoch weit unterhalb der Detektorauflösung, so daß die restliche 'harte' Photonemission im Integralausdruck in Gleichung 3.23 berücksichtigt wird. Da der Beitrag $\delta_{virt}^{soft} < 0$ ist, werden die Nettokorrekturen zum Wirkungsquerschnitt im dominanten Bereich der virtuellen und weichen Prozesse, nämlich bei kleinen Werten von y und großen Werten von x, negativ.

Die Berechnungen der höheren Ordnungen der weichen Photonabstrahlung kann durch die *soft photon exponentiation* realisiert werden [121], die eine Behandlung von Vielfachemissionen weicher Photonen erlaubt. Der Integralausdruck aus Gleichung 3.23 beinhaltet die restliche IR-divergenzfreie Bremsstrahlung reeller Photonen, die fast im kompletten

[7] Eine zur Berechnung der Vakuumpolarisation nützliche Parametrisierung findet sich in [122].

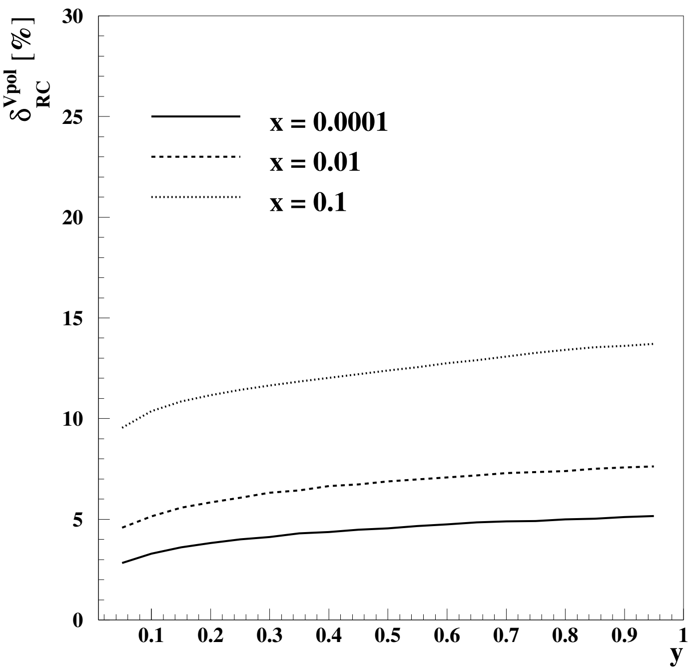

Abbildung 3.10: Die Strahlungskorrekturen δ^{Vpol} auf den DIS-Wirkungsquerschnitt, die aufgrund der Vakuumpolarisation notwendig werden, für drei verschiedene x-Werte. Der Rechnung liegt eine Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 300$ GeV zugrunde.

Gebiet des Phasenraums den experimentell zugänglichen Wirkungsquerschnitt $d\sigma^{exp}_{rad}$ dominiert.

Für ein besseres Verständnis der Korrekturen zur Bremsstrahlung ist eine sorgfältige Definition der kinematischen Variablen und der Art, wie sie im Experiment gemessen werden, notwendig. Die Abbildung 3.11 zeigt den Graphen eines Bremsstrahlungsprozesses von der Leptonlinie. Wird wie in der Elektronmethode die Kinematik durch das gestreute Lepton bestimmt, erhält man:

$$Q_l^2 = -(l-l')^2 \qquad x_l = \frac{Q_l^2}{2p(l-l')} \qquad y_l = \frac{p(l-l')}{pl} \tag{3.24}$$

Durch die Emission eines Photons mit Viererimpuls k von der Leptonlinie kommt es zu einer veränderten Kinematik am hadronischen Vertex, die durch hadronische Variablen folgendermaßen ausgedrückt wird:

$$Q_h^2 = -(p_X-p)^2 \qquad x_h = \frac{Q_h^2}{2p(p_X-p)} \qquad y_h = \frac{p(p_X-p)}{pl} \tag{3.25}$$

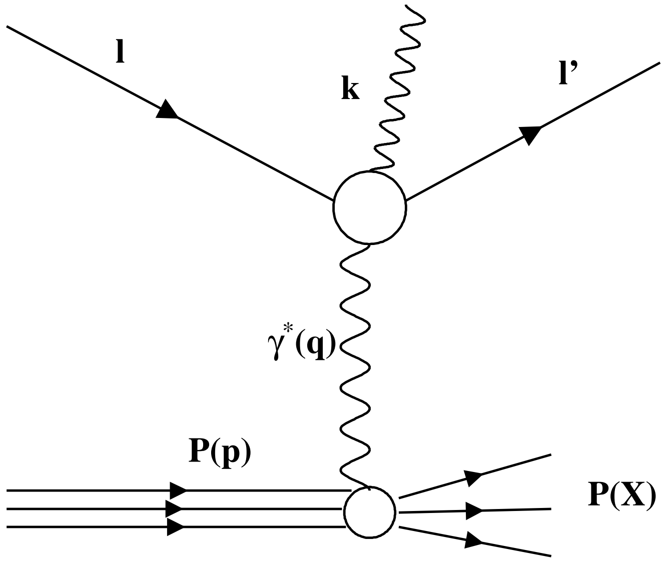

Abbildung 3.11: Feynmandarstellung des Prozesse $ep \rightarrow eX\gamma$ im Fall der reellen Photonabstrahlung.

Unter der Annahme eines Bremsstrahlungsprozesses mit einem einzelnen Photon kann aufgrund der Viererimpulserhaltung

$$Q_h^2 = -(p_X - p)^2 = -(l - l' - k)^2 = Q_l^2 + 2k(l - l') \tag{3.26}$$

geschrieben werden. Im allgemeinen kann Q_h^2 daher sehr klein verglichen zu Q_l^2 werden. Da die Größe des Wirkungsquerschnitts für neutrale Ströme durch den Photonpropagator $1/Q_h^2$ am hadronischen Vertex bestimmt wird, führt die Photonemission mit $Q_h^2 < Q_l^2$ zu einem erhöhten Wirkungsquerschnitt. Dies ist der Grund, warum die Strahlungskorrekturen in leptonischen Variablen sehr groß werden können. Die Verschiebung von Q_h^2 zu kleinen Werten wird umso stärker, je größer der Viererimpuls des abgestrahlten Photons ist. Man erwartet deshalb besonders große Korrekuren für den Wirkungsquerschnitt in leptonischen Variablen bei kleinen x_l und hohen y_l, was in der Abbildung 3.12 gezeigt ist. Die Berechnung des Bremsstrahlungsprozesses $ep \rightarrow eX\gamma$ erfolgt mit Hilfe von analytischen

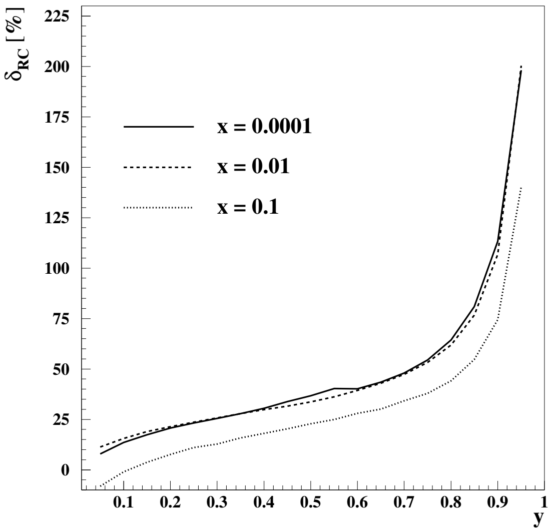

Abbildung 3.12: Die Strahlungskorrekturen in leptonischen Variablen für die reellen Bremsstrahlungsprozesse.

Strahlungsfunktionen K_i [123]:

$$\frac{d^2\sigma^{Brems}}{dx_l dy_l} = \frac{\alpha^3}{\pi} \int_{x_l}^{1} dx_h \int_{Q^2_{h,min}}^{\frac{x_h}{x_l}Q_l^2} \frac{dQ_h^2}{Q_h^2} \sum_{i=1,2,3} F_i(x_h, Q_h^2) K_i(x_l, Q_l^2; x_h, Q_h^2) \tag{3.27}$$

Die Summe geht in dieser Gleichung über alle Strukturfunktionen F_i. Die untere Integrationsgrenze $Q^2_{h,min}$ ist durch

$$Q^2_{h,min} = \frac{x_l^2 M_p^2}{1 - x_l} + \mathcal{O}(m_l^2)$$

gegeben. Dadurch wird klar, daß zur Berechnung der Korrekturen die Strukturfunktionen bis zu einem sehr kleinen Q^2 bekannt sein müssen. Die Auswirkungen verschiedener Extrapolationen von F_2 für $Q^2 \to 0$ wird in Abschnitt 3.4.4 diskutiert.

Die Gleichung 3.27 kann unter alleiniger Berücksichtigung der Terme $\ln(Q^2/m_e^2)$ in der *Leading Logarithmic Approximation* (LLA) in drei Hauptanteile zerlegt werden [125]:

- Die Initial State Radiation (ISR) ist die Emission eines Photons, welches vom einlaufenden Elektron abgestrahlt wird. Da in der ISR Terme der Form $\sim \frac{1}{k \cdot l}$ auftreten, ist das emittierte Photon fast immer kollinear zum Elektron.

- Die Final State Radiation (FSR) stammt von der Abstrahlung eines Photons vom auslaufenden Elektron. Der dominierende Pol ist dabei $\sim \frac{1}{k \cdot l'}$, so daß die Photonemission auch hier bevorzugt kollinear zum Elektron geschieht.

- Die QED-Compton-Ereignisse sind dadurch gekennzeichnet, daß das ausgetauschte Photon reell wird und somit $Q_h^2 \to 0$ gilt. Diese Ereignisklasse läßt sich als quasielastisch Streuung eines Photons an einem Elektron verstehen. Die experimentelle Signatur ist durch ein Elektron gegeben, dessen transversaler Impuls durch das abgestrahlt Photon balanciert wird.

Die **ISR** führt zu einer effektiven Verringerung der Schwerpunktsenergie und verändert die Kinematik am hadronischen Vertex folgendermaßen:

$$Q_h^2 = zQ_l^2 \tag{3.28}$$

$$x_h = \frac{x_l y_l z}{y_l + z - 1} \qquad y_h = \frac{y_l + z - 1}{z} \tag{3.29}$$

$$z = z(E_\gamma) = (E_e - E_\gamma)/E_e \tag{3.30}$$

Dabei steht E_γ für die Energie des im Anfangszustand abgestrahlten Photons. An einem gegebenen Meßpunkt (x_l, Q_l^2) ist der Energieanteil z auf den Bereich $1 \geq z \geq (1-y_l)/(1-x_l y_l)$ eingeschränkt, da $z(E_\gamma)$ durch die Bedingung $x_h \leq 1$ limitiert ist. Durch die ISR werden also alle drei Variablen x_h, Q_h^2 und y_h beeinflußt. Q_h^2 und y_h sind kleiner als die experimentell mit der Elektronmethode bestimmten Variablen Q_l^2 und y_l, während x_h zu größeren Werten verschoben wird. Die direkte Folge ist die bereits erwähnte Zunahme der Strahlungskorrekturen mit wachsendem leptonischen y_l und kleiner werdendem x_l. Um die rapide ansteigenden Strahlungskorrekturen für $z(E_\gamma) \to 0$ zu vermeiden, sollten Ereignisse mit hohem E_γ durch die Selektion unterdrückt werden. Genau dies bewirkt aber der $(E-p_z)_{calo}$-Schnitt in der Ereignisselektion (vgl. Kapitel 3.3.4). Unter der Annahme, daß alle Photonen der ISR unter einem Polarwinkel von $\theta \approx 180°$ abgestrahlt und somit nicht im Hauptdetektor nachgewiesen werden, gilt für die Erhaltungsgröße $(E-p_z)_{tot}$:

$$2E_e = (E-p_z)_{tot} = (E-p_z)_{calo} + (E-p_z)_\gamma \approx (E-p_z)_{calo} + 2E_\gamma \tag{3.31}$$

(3.32)

Mit einer Forderung nach $(E-p_z)_{calo} \leq 35$ GeV werden damit Strahlungsereignisse der ISR mit Photonenenergien $E_\gamma \geq 10$ GeV unterdrückt, was zu einer deutlichen Verringerung der Strahlungskorrekturen bei hohen y_l führt.

Bei der **FSR** wird das überwiegend kollinear zum gestreuten Elektron abgestrahlte Photon in fast allen Fällen im selben elektromagnetischen Cluster wie das Elektron gemessen, so daß es zu keiner Verschiebung der kinematischen Variablen kommt. Aufgrund der feinen Granularität des SPACALs ist eine Trennung zweier elektromagnetischer Cluster bis zu einem Abstand der beiden Clustermittelpunkte von $8-9$ cm noch möglich. Die Wahrscheinlichkeit der Clusterseparation für rekonstruierte Ereignisse, bestehend aus einem Referenzelektron und einem um das Elektron verteilten Photon, ist im linken oberen Bild aus Abbildung 3.13 in Abhängigkeit vom Abstand beider Teilchen dargestellt. Die wahre Verteilung der FSR-Ereignisse aus dem DJANGO6-Generator ist in Bild b gezeigt. Die überwiegende Mehrzahl der FSR-Prozesse wird dabei unter kleinen Winkeln zum Elektron emittiert und führt im SPACAL zu sehr kleinen Elektron-Photon-Abständen. Berücksichtigt man die Separationswahrscheinlichkeit aus Bild a, so wird nur ein Bruchteil aller FSR-Ereignisse im SPACAL tatsächlich in zwei Cluster aufgelöst. Die Verteilung dieser in Elektron und Photon aufgelösten Ereignisse ist in Bild c gezeigt. Ihr Anteil an den

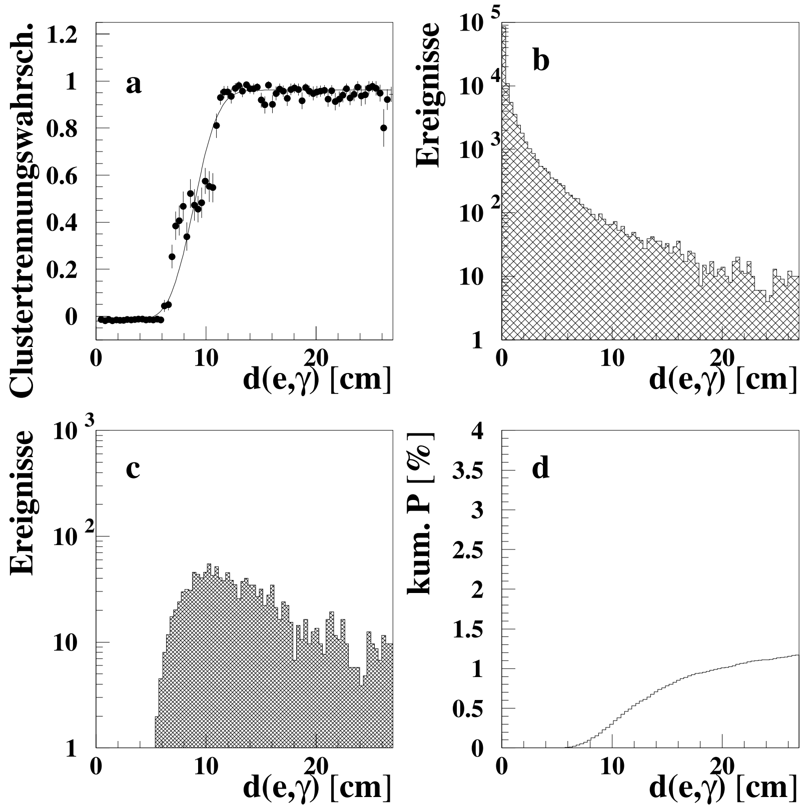

Abbildung 3.13: In Bild a ist die Wahrscheinlichkeit zur Clustertrennung zweier elektromagnetischer Schauer im SPACAL mit Schauerachsenabstand $d(e, \gamma)$ aufgetragen. Bei rund 9 cm werden 50% aller Schauer aufgetrennt. Bild b zeigt für FSR-Ereignisse aus DJANGO6 den in der Ebene des Schauermaximums berechneten Abstand zwischen Elektron und Photon. Die tatsächlich nach der Rekonstruktion in zwei Cluster aufgelösten Ereignisse sind in c gezeigt. Im Bild d schließlich findet sich die kumulierte Wahrscheinlichkeit aller separierten FSR-Ereignisse wieder. Sie beträgt im totalen MC-Ereignissatz weniger als 2%.

gesamten FSR-Ereignissen beträgt maximal 2%. Bild d schließlich zeigt die aufsummierte Wahrscheinlichkeit einer Separation der FSR-Ereignisse in Abhängigkeit ihres Abstandes im SPACAL. Die FSR-Korrekturen spielen demnach für HERA keine Rolle, da das Elektron-Photon-System inklusiv gemessen wird und dadurch keine Verschiebung in den leptonischen Variablen auftritt.

Da die Ereignisse aus der **QED-Compton-Streuung** durch sehr kleine $Q_h^2 \approx 0$ charakterisiert sind, wird die invariante Masse des hadronischen Endzustandes $W^2 = M_p^2 + Q_h^2(1 - x_h)/x_h$ sehr klein. Der Hauptbeitrag dieser Prozesse wird durch (quasi-)elastische und resonante Elektron-Proton-Streuung dominiert: $ep \to ep\gamma$ und $ep \to e\gamma N\pi$

mit $N\pi = p\pi^\circ, n\pi^+$. Abbildung 3.14 zeigt die Strahlungskorrekturen δ_{RC}^{Comp}, die durch QED-Compton-Prozesse für leptonische Variablen verursacht werden. Für $y_l \leq 0.8$ sind

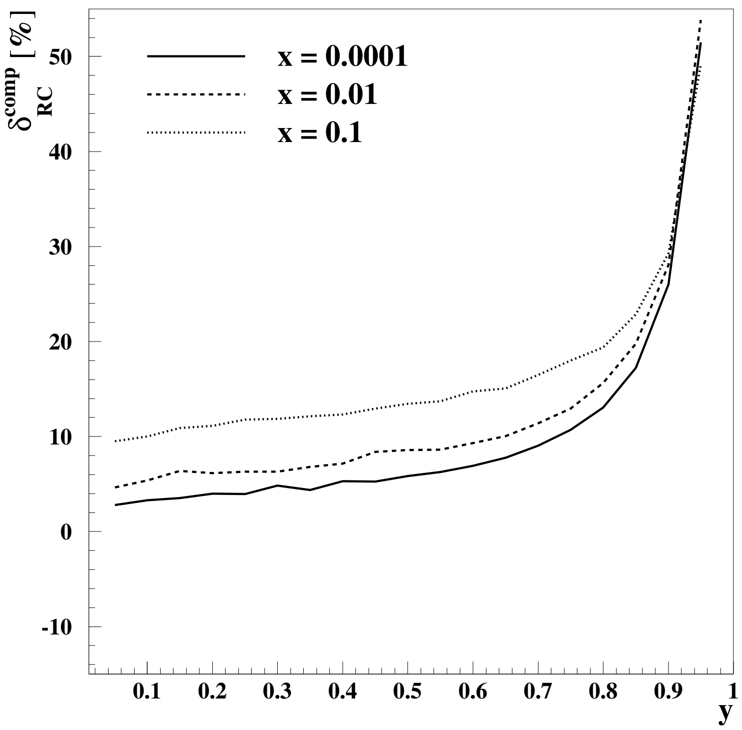

Abbildung 3.14: Die Strahlungskorrekturen in leptonischen Variablen, die aufgrund von QED-Compton-Prozessen entstehen.

die Korrekturen im Bereich kleiner x unter 8% und rund drei- bis viermal kleiner als die reellen Bremsstrahlungskorrekturen aus Abbildung 3.12. Aufgrund der geringen hadronischen Masse W werden die meisten QED-Compton-Ereignisse in der DIS-Selektion ohnehin verworfen, da in der Analyse ein rekonstruierter z-Vertex als ein wichtiges Selektionskriterium verlangt wird, das ein Mindestmaß an hadronischer Aktivität im Spurkammersystem erfordert.

Bremsstrahlungsprozesse von der Quarklinie, wie in Abbildung 3.9 l zu sehen, sind aufgrund der höheren Quarkmasse und der kleineren Quarkladung viel unwahrscheinlicher als die bereits diskutierte Photonemission von Leptonen. Die bei der Berechnung der Photonabstrahlung entstehenden logarithmischen Abhängigkeiten von der Quarkmasse $\ln(Q^2/m_q^2)$ weisen ein ähnliches Verhalten zu gluoninduzierten QCD-Korrekturen auf. Es ist daher möglich, diese Korrekturterme in die Definition der Partonverteilungsfunktion zu absorbieren. Dadurch werden die DGLAP-Gleichungen um einen zusätzlichen Beitrag erweitert, der in völliger Analogie zu den QCD-Splittingfunktionen die Photonemission beschreibt [126]. Der Einfluß auf den Wirkungsquerschnitt bleibt durch die Abstrahlung reeller Photonen von der Quarklinie im Bereich $x < 0.1$ im gesamten y-Bereich unter 1% und kann deshalb für die Strahlungskorrektur vernachlässigt werden [127]. Allerdings entstehen für $x > 0.5$ und $Q^2 > 10000$ GeV^2 negative Korrekturbeiträge $\delta < 0$, die 5% betragen können und in in einer Analyse von NC-Ereignissen bei hohem Q^2 in Betracht gezogen werden sollten. Die Zunahme dieser Korrekturen für $x \rightarrow 1$ erklärt sich aus dem $\ln(1-x)$-Verhalten, das in der Splittingfunktion P^{γ}_{qq} der modifizierten DGLAP-Gleichung auftritt. Ein Ausblick auf die Größe der Strahlungskorrekturen im Bereich hoher x und Q^2 wird in Abschnitt 3.4.5 gegeben.

Die Lepton-Quark-Interferenzterme, die in Abbildung 3.9 d-f als Boxdiagramme gezeichnet sind oder aus einer Interferenz der Graphen j und l bestehen, sind frei von Massensingularitäten der Form $\ln(Q^2/m_q^2)$ und können daher nicht durch eine Umdefinition der Partondichten berücksichtigt werden. Die Größe ihrer Korrekturen bleibt für $Q^2 < 4 \cdot 10^4$ unter 1% [123].

Zusammenfassend gilt für die gesamten Strahlungskorrekturen zum NC-Wirkungsquerschnitt, daß sie hauptsächlich durch reelle Photonabstrahlung von der Leptonlinie charakterisiert werden können, wobei im Bereich kleiner y die virtuellen Korrekturen am Lepton-Photon-Vertex immer wichtiger werden. Die reelle Emission von Photonen kann in der LLA in drei Anteile separiert werden, wobei die ISR die Nettokorrekturen dominiert. Zusammen mit der Berücksichtigung der Vakuumpolarisation reicht die korrekte Beschreibung der leptonischen Korrekturen aus, um den kompletten Einfluß aus Strahlungsprozessen auf den NC-Wirkungsquerschnitt mit einer Genauigkeit von besser als 1% im betrachteten kinematischen Gebiet wiederzugeben.

3.4.2 Programme zur Berechnung der Strahlungskorrekturen

Für die Bestimmung der Strahlungskorrekturen in dem kinematischen Bereich der Analyse wurden zwei unterschiedliche Programme benutzt: das MC-Programm DJANGO6 [104] und das analytische Programmpaket HECTOR [128].

Der Physikgenerator DJANGO6 wurde bereits in Kapitel 3.2.3 beschrieben. Die eigentliche Berechnung des Wirkungsquerschnitts unter Berücksichtigung der Strahlungseffekte geschieht im Teilprogramm HERACLES, das die folgenden Strahlungsprozesse beschreibt.

- Die leptonischen Korrekturen der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha)$, d.h. virtuelle Einschleifenbeiträge und reelle Bremsstrahlung, die für die drei Kanäle ISR, FSR und QED-Comptonprozeß getrennt behandelt werden[8], sind implementiert. Allerdings enthält das Programm keine Behandlung der Vielfachemission weicher Photonen.

- Quark-Leptonen-Interferenzen und reelle bzw. virtuelle Korrekturen an den Quarklinien sind zwar in HERACLES vorgesehen, werden aber nicht für DJANGO6 benutzt.

- Die Vakuumpolarisation sowie elektroschwache Korrekturen sind vollständig enthalten.

HECTOR ist ein sehr umfangreiches Programmpaket, das eine Fülle an semianalytischen Berechnungen an QED- und elektroschwachen Korrekturen zu Wirkungsquerschnit-

[8] Trotz der Trennung in die drei Strahlungskanäle rechnet HERACLES nicht in der einfachen LLA, sondern geht über diese Näherung hinaus.

VEGAS-Punkte	Unsicherheit in $d^2\sigma^{rad}/dxdQ^2$
10K	0.6%
30K	0.3%
50K	0.2%

Tabelle 3.2: Die Präzision des in DJANGO6 berechneten Wirkungsquerschnitts für eine verschiedene Anzahl von Gitterpunkten.

ten enthält. Es besteht aus drei Hauptzweigen, die auf früheren Programmen wie HELIOS [129] und TERAD [130] aufgebaut sind. HELIOS erlaubt die Berechnung der Strahlungskorrekturen in der LLA der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha)$, die als Näherung in vielen Fällen eine ausreichende Genauigkeit garantiert. Die Berechnung von Beiträgen der Ordnung α^2 in der LLA, im folgenden $\mathcal{O}(\alpha^2 L^2)$ genannt, und die *soft photon exponentiation* sind in HELIOS als zusätzliche Optionen enthalten. In TERAD ist die komplette QED- und elektroschwache Korrektur an der Leptonlinie exakt in $\mathcal{O}(\alpha)$ implementiert. Dieser Zweig stellt daher eine Verbesserung der LLA-Näherung dar. Eine Berechnung von quarkonischen Korrekturen und Interferenzbeiträgen ist im TERAD-Zweig möglich. Schließlich bietet der dritte und letzte Hauptpfad des HECTOR-Programms die Möglichkeit der Kombination beider Zweige, d.h. Rechnungen in exakter $\mathcal{O}(\alpha)$ können durch Terme mit $\mathcal{O}(\alpha^2 L^2)$ ergänzt werden.

3.4.3 Strahlungskorrekturen für $Q^2 > 1$ GeV^2

Die Berechnung des radiativen Wirkungsquerschnitts in DJANGO6 geschieht mit Hilfe einer MC-Integration (VEGAS), deren Genauigkeit stark von der Anzahl der gewählten Gitterpunkte des zugänglichen Phasenraums abhängt. Um in DJANGO6 möglichst kleine Integrationsfehler für den numerisch bestimmten Wirkungsquerschnitt zu erhalten, nach dem die späteren Ereignisse generiert werden, wurde die Anzahl der VEGAS-Gitterpunkte auf 50000 erhöht. Tabelle 3.2 zeigt den von DJANGO6 ermittelten Integrationsfehler in Abhängigkeit von der Zahl der Gitterpunkte. Zur Berechnung der Korrekturen mit DJANGO6 werden Ereignisse sowohl mit ($d\sigma_{rad}$) als auch ohne ($d\sigma_{Born}$) Strahlungsprozesse erzeugt. Eine über ein Flächenelement $\Box_j$ der $x - Q^2$-Ebene gemittelte Strahlungskorrektur ergibt sich dann aus dem Verhältnis der Wirkungsquerschnitte bzw. aus dem Verhältnis der auf die Luminosität normierten Zählraten gemäß

$$\langle 1 + \delta_{RC}^j \rangle = \frac{\int_{\Box_j} d\sigma_{rad} dx dQ^2}{\int_{\Box_j} d\sigma_{Born} dx dQ^2} = \frac{N_j^{rad}}{N_j^{Born}} \cdot \frac{\mathcal{L}_j^{Born}}{\mathcal{L}_j^{rad}} \tag{3.33}$$

Mit HECTOR können die Strahlungskorrekturen $\delta(x, Q^2)$ an jedem beliebigen kinematisch erlaubten Punkt (x_c, Q_c^2) des Phasenraums analytisch berechnet werden:

$$1 + \delta(x_c, Q_c^2) = \frac{d\sigma_{rad}(x_c, Q_c^2)}{d\sigma_{Born}(x_c, Q_c^2)} \tag{3.34}$$

Daher ist für ein Vergleich beider Programme erst eine Zentralwertkorrektur vorzunehmen, die in den gewählten Flächenelementen der Analyse als kleiner 1% bestimmt wurde, so daß in guter Näherung für die HECTOR-Korrekturen in den Flächenelementen

$$(1 + \delta_{RC}(x_c, Q_c^2)) \approx \langle(1 + \delta_{RC}^j)\rangle \tag{3.35}$$

gesetzt wurde.

In Abbildung 3.15 sind die von beiden Programmen erhaltenen Strahlungskorrekturen der Elektronmethode für einige exemplarisch ausgewählte Q^2-Werte als Funktion von x aufgetragen. Eine Diskussion der Strahlungskorrekturen im Bereich kleiner $Q^2 (\leq 1\ \mathrm{GeV}^2)$ wird im nächsten Abschnitt separat geführt. Die HECTOR-Rechnung für Abbildung 3.15 erfolgte zunächst nur in der LLA-Näherung. Als Strukturfunktion diente GRV [54]. Die Übereinstimmung in der Bestimmung der Strahlungskorrekturen kann auf rund 2-3% angegeben werden. Um die Genauigkeit der Korrekturen zu verbessern wurden TERAD-Rechnungen in vollständiger $\mathcal{O}(\alpha)$ durchgeführt. In Abbildung 3.16 sind die Unterschiede

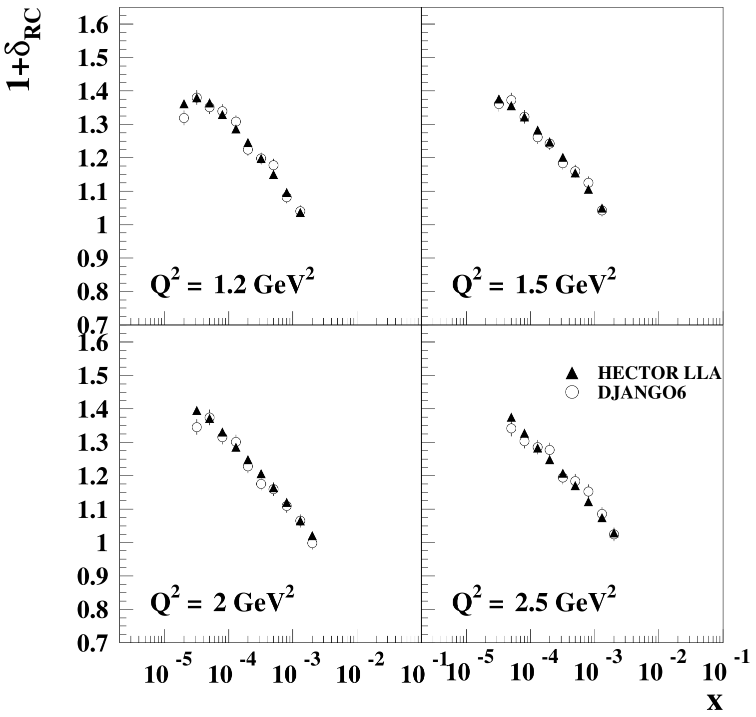

Abbildung 3.15: Die Strahlungskorrekturen in leptonischen Variablen für DJANGO6 und HECTOR für vier ausgewählte Q^2-Bins als Funktion von x. Als Strukturfunktion wurde GRV benutzt. Mit kleineren Werten von x steigen die Korrekturen an, da bei höherem y die harte Photonabstrahlung der ISR rapide zunimmt. Die x-Punkte entsprechen den für die Analyse benutzten Zentralwerten der Bins.

zwischen LLA-Behandlung und exakter Rechnung dargestellt. Bei Werten von $y > 0.7$

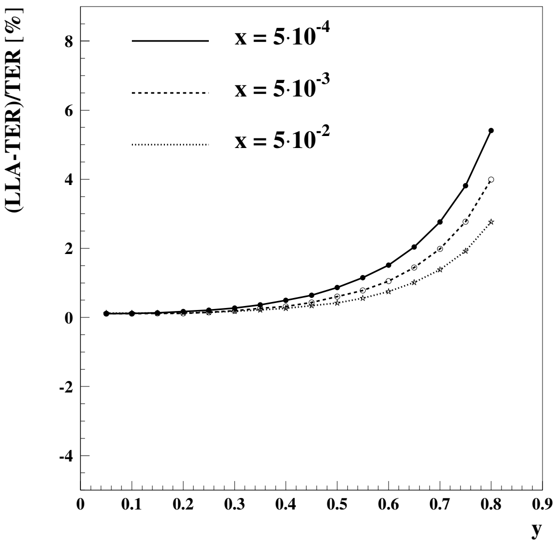

Abbildung 3.16: Die Abweichungen der Strahlungskorrekturen zwischen LLA und exakter Rechnung der $\mathcal{O}(\alpha)$ für leptonische Variablen.

nimmt die Präzision in der LLA-Bestimmung ab, wo die Korrekturen um 1-4% gegenüber der exakten Rechnung überschätzt werden. Eine Anwendung der LLA ist somit nur auf die Bereiche kleiner y beschränkt, wo sie allerdings eine ausreichende Genauigkeit besitzt.

Die Beiträge von höheren Ordnungen, insbesondere der $\mathcal{O}(\alpha^2)$, sind als LLA analytisch berechnet worden. Der Einfluß dieser $\mathcal{O}(L^2\alpha^2)$-Korrekturen wurde mit Hilfe der kombinierten Programme HELIOS und TERAD kleiner als 1.5% im zugänglichen kinematischen Bereich bestimmt. Abbildung 3.17 stellt die relativen Abweichungen von DJANGO6 und TERAD $(\delta_{Djg} - \delta_{Hec})/(1 + \delta_{Hec})$ für vier verschiedene Q^2-Werte aus der Analyse dar. Die Korrektur δ_{Hec} bezieht sich dabei auf die exakte Rechnung $\mathcal{O}(\alpha)$, bei der $\mathcal{O}(L^2\alpha^2)$-Terme mitberücksichtigt werden. Diese Kombination erlaubt in HECTOR momentan die genaueste Berechnung von Strahlungskorrekturen. Aus Abbildung 3.17 kann somit eine Übereinstimmung zwischen der DJANGO6-Simulation und analytischer Rechnung auf $\pm 2\%$ ermittelt werden.

Zur Gewinnung des Wirkungsquerschnitts wird die iterative MC-Methode angewandt, die es erforderlich macht, daß zu Beginn jedes Iterationsschrittes die simulierten Ereignisse am hadronischen Vertex auf einen neuen Wirkungsquerschnitt umgewichtet werden. Der Gewichtungsfaktor $w(x_h, Q_h^2)$, mit dem jedes Ereignis multipliziert wird, ergibt sich dabei aus dem Verhältnis von neuem Wirkungsquerschnitt zu altem:

$$w(x_h, Q_h^2) = \frac{d\sigma_{rad}^{neu}(x_h, Q_h^2)}{d\sigma_{rad}^{alt}(x_h, Q_h^2)} = \frac{d\sigma_{Born}^{neu}(x_h, Q_h^2)}{d\sigma_{Born}^{alt}(x_h, Q_h^2)} \frac{(1 + \delta_{RC}^{neu}(x_h, Q_h^2))}{(1 + \delta_{RC}^{alt}(x_h, Q_h^2))} \tag{3.36}$$

Dabei müssen bei der Umgewichtung die Wirkungsquerschnitte mit den Strahlungspro-

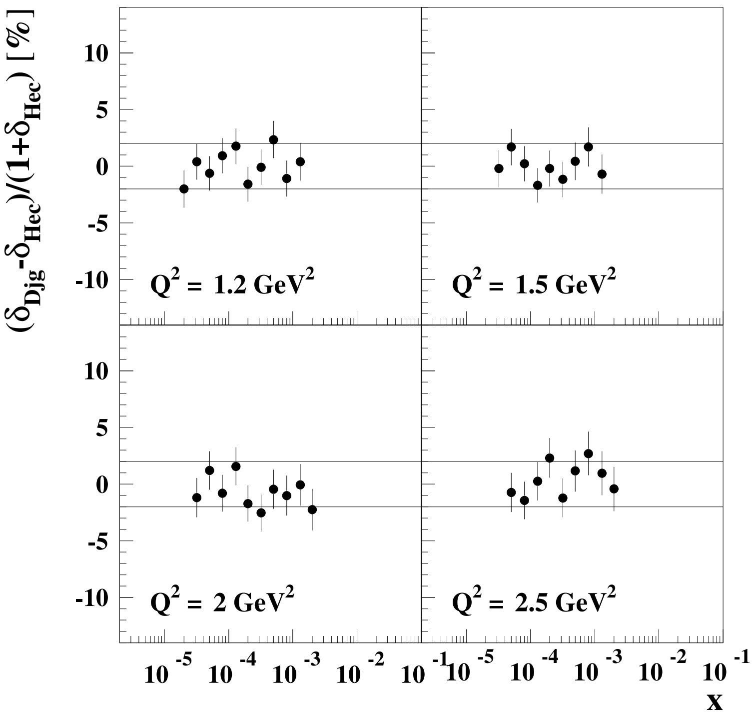

Abbildung 3.17: Vergleich der Strahlungskorrekturen zwischen DJANGO6 und HECTOR. In HECTOR wurde dabei die exakteste Behandlung der Strahlungskorrekturen gewählt: $\mathcal{O}(\alpha)$ exakt aus TERAD, ergänzt mit Beiträgen der $\mathcal{O}(L^2\alpha^2)$-Näherung aus HELIOS.

zessen σ_{rad}^{neu} berücksichtigt werden, da die Ausgangsereignisse im MC gemäß σ_{rad}^{alt} erzeugt wurden, der ja die Strahlungseffekte beinhaltet. Um trotzdem mit den Bornausdrücken in Gleichung (3.36) arbeiten zu können, müssen die Faktoren $(1+\delta_{RC}(x_h,Q_h^2))$ angewandt werden, die den Strahlungskorrekturen bei der Wahl des hadronischen Variablenpaars entsprechen. Allgemein sind die Korrekturfaktoren bezogen auf hadronische Größen viel kleiner als die mit der Leptonkinematik verbundenen Korrekturen, da Q_h^2 (nicht jedoch Q_l^2) von der leptonischen Bremsstrahlung unbeeinflußt ist. Im Bereich kleiner x betragen die Korrekturen in hadronischen Variablen rund 3% und können zu hohen y auf rund 10% ansteigen. Die Abhängigkeit der Korrekturen von verschiedenen Strukturfunktionen wurde für eine Reihe von Parametrisierungen untersucht und ist in Abbildung 3.18 gezeigt. Der Einfluß verschiedener Strukturfunktionen auf die Korrektur ist damit kleiner als $\pm 0.5\%$, so daß als Gewichtungsfaktor für MC-Ereignisse das einfache Verhältnis der Bornwirkungsquerschnitte in Gleichung (3.36) eine ausreichende Genauigkeit bei der Umgewichtung

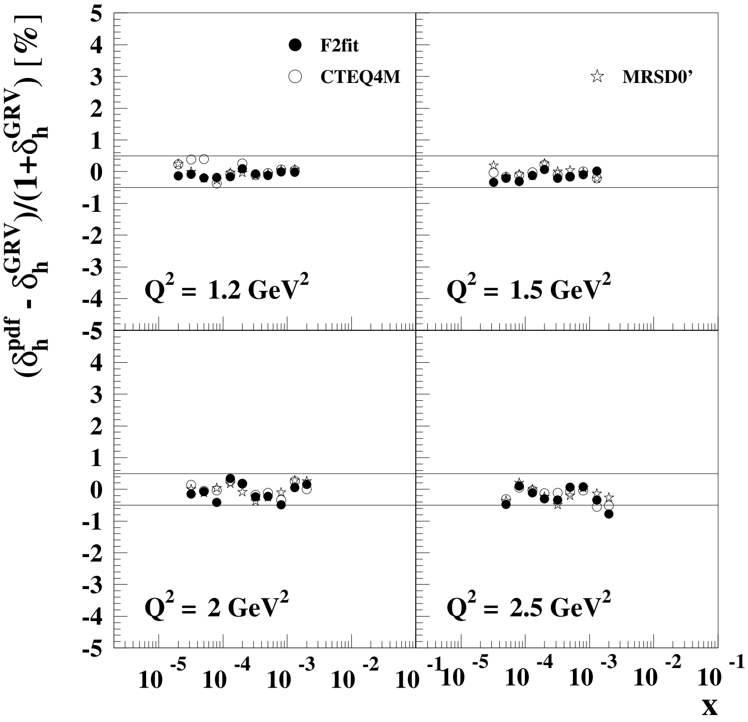

Abbildung 3.18: Die Unterschiede in den Strahlungskorrekturen für hadronische Variablen bei der Wahl verschiedener Strukturfunktionen. Als Parametrisierungen von F_2 wurden CTEQ4M, MRSD0' und eine QCD-Anpassung an die H1-Daten des Jahres 1994 gewählt. Die ermittelten Strahlungskorrekturen δ_h sind auf die GRV-Korrekturen normiert.

bietet.

Da der gemessene Wirkungsquerschnitt nach einigen Iterationsstufen aus einem Vergleich mit einem umgewichteten MC-Programm bestimmt wird, müssen als entscheidende Gegenprüfung die Strahlungskorrekturen für die neugewichteten Ereignisse ebenfalls mit einer analytischen Rechnung aus HECTOR konfrontiert werden. Der Vergleich beider Strahlungskorrekturen wurde dabei für jede Iterationsstufe aufs Neue vorgenommen, um eine zusätzliche Kontrolle der Strukturfunktionsabhängigkeit der Strahlungskorrekturen zu bekommen. In Abbildung 3.19 sind für den in der letzten Iterationsstufe benutzten Wirkungsquerschnitt die Abweichungen der Strahlungskorrekturen aus dem MC von der HECTOR-Rechnung für vier ausgewählte Q^2-Werte aufgetragen. Die analytische Rechnung wurde wiederum in exakter $\mathcal{O}(\alpha)$ ergänzt durch Terme höherer Ordnung durchgeführt. Aus dem Vergleich kann für die gezeigten Q^2-Bins geschlossen werden, daß die

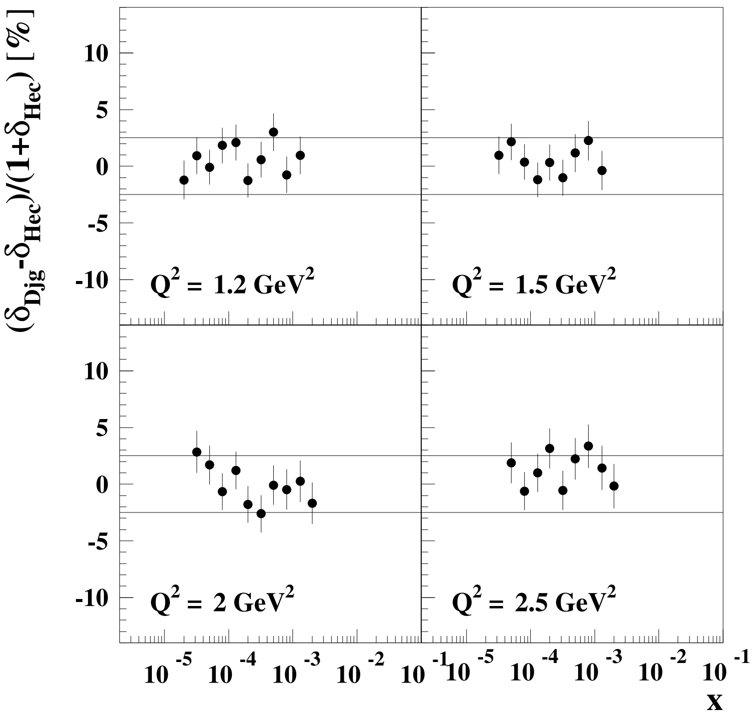

Abbildung 3.19: Unterschiede der Strahlungskorrekturen zwischen DJANGO6 und HECTOR für den in der letzten Iterationsstufe benutzten Wirkungsquerschnitt.

augenblickliche Unsicherheit der zur Bestimmung des Bornwirkungsquerschnitts benötigten Strahlungskorrekturen aus DJANGO6 für eine vorgegebene Strukturfunktion $\pm 2.5\%$ beträgt.

Damit kann jedoch noch keine endgültige Aussage über den tatsächlichen systematischen Fehler durch Strahlungskorrekturen getroffen werden, der bei der Gewinnung des Bornwirkungsquerschnitts entsteht. In Gleichung (3.17), die zur Bestimmung des auf Bornniveau korrigierten Wirkungsquerschnitts dient, wurde angenommen, daß $(1+\delta^{MC})/(1+\delta^{Daten}) \approx 1$ ist. Tatsächlich nähert sich die Iteration auch schrittweise an den 'wahren' Wirkungsquerschnitt an, so daß im Idealfall nach der n-ten Iterationsstufe der dem MC zugrundeliegende Wirkungsquerschnitt exakt mit dem aus den Daten übereinstimmt. Da jedoch aus praktischen Gründen nicht beliebig viele Stufen in der Iteration durchgeführt werden, soll hier nachdem die richtige Berechnung der Strahlungskorrekturen des MC-Generators auf 2.5% überprüft wurde, eine Abschätzung des Einflusses der verbleibenden Unsicherheit von F_2 und R auf das Verhältnis $(1+\delta^{MC})/(1+\delta^{Daten})$ gegeben werden.

Die Unkenntnis über die wahre Größe von F_2 wurde zu $\pm 5\%$ angenommen, ein Wert, der sich aus QCD-Anpassungen unter Berücksichtigung der systematischen Fehler für $Q^2 \geq 1.5$ GeV^2 aus den Daten des Jahres 1994 ableiten läßt. Der relative Fehler von R beträgt sicherlich 100% und kann aus existierenden R-Parametrisierungen abgeschätzt werden. Zur Berechnung der Strahlungskorrekturen wurden die Strukturfunktionen F_2 und R innerhalb ihrer Fehlergrenzen getrennt variiert. Da in der Analyse ein $(E - P_z)_{calo}$-Schnitt zur Anwendung kommt, wurde dieses Kriterium bei der Berechnung der Korrekturen berücksichtigt. Ferner wurde die Rechnung nur für ISR-Photonen durchgeführt, da im Datensatz keine Korrektur durch FSR bei Verwendung der iterativen MC-Methode notwendig wird. Nur bei der Elektronmethode führt die Unkenntnis der Strukturfunktion zu einer signifikanten Unsicherheit in der Strahlungskorrektur. Die Rechnungen, die für die Σ-Methode durchgeführt wurden, ergaben eine ähnlich geringe Abhängigkeit der Strahlungskorrekturen von der Wahl der Strukturfunktion, wie sie schon bei den Korrekturen für das hadronische Variablenpaar festgestellt wurde (Abbildung 3.18). In Abbildung 3.20

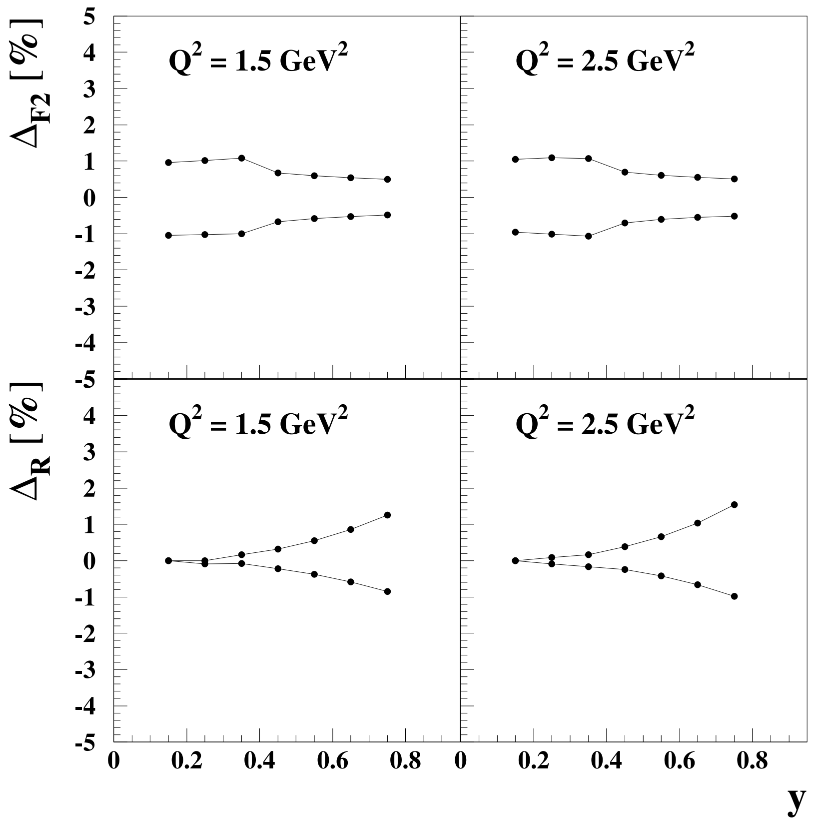

Abbildung 3.20: Einfluß einer $\pm 5\%$-igen Änderung von F_2 und einer $\pm 100\%$-igen Änderung von R auf die Strahlungskorrekturen.

sind exemplarisch für zwei Q^2-Werte die Unsicherheiten der Strahlungskorrekturen für eine 5%-ige Änderung von F_2 und eine 100%-ige Änderung von R dargestellt. Da die Anwendung der Elektronmethode in dieser Analyse auf $y > 0.12$ beschränkt wird, ist in der Abbildung 3.20 der Bereich $y < 0.12$ nicht berücksichtigt worden. Während sich die Unsicherheit in F_2 in einem resultierenden Fehler von 1% bemerkbar macht, schlägt sich die Variation in R in einer Korrekturänderung um 1.5% bei hohen y nieder.

Zur Ermittlung des systematischen Fehlers in den Strahlungskorrekturen für $Q^2 \geq 1.2$ GeV^2 müssen schließlich folgende Beiträge berücksichtigt werden:

- Die Unsicherheit der Strahlungskorrektur in DJANGO6 bezüglich der Genauigkeit und fehlenden höheren Ordnungen beträgt 2.5%.
- Die Unkenntnis von F_2 für die Q^2-Bins $Q^2 \geq 1.2$ GeV^2 wurde zu 5% angenommen. Dadurch ergibt sich ein Fehler der Strahlungskorrektur von 1%.
- Der relative Fehler der R-Annahme ist 100%. Dies bewirkt bei $y > 0.7$ einen Fehler in den Strahlungskorrekturen von 1.5%.

Zusammenfassend kann als Gesamtfehler für die Strahlungskorrektur ein Wert von 3% als konservative Abschätzung abgeleitet werden, der sich direkt als systematische Unsicherheit auf das gemessene F_2 niederschlägt.

3.4.4 Strahlungskorrekturen im Bereich $Q^2 < 1$ GeV^2

Der experimentell beobachtbare Wirkungsquerschnitt $d\sigma^{rad}(x_l, Q_l^2)$, der mit Hilfe der Elektronmethode bestimmt wird, enthält sehr viele Beiträge aus Strahlungsprozessen mit Q_h^2-Werten unterhalb des ermittelten Q_l^2. Die Verschiebung $Q_h^2 = z \cdot Q_l^2$ war durch $z = (E_0 - E_\gamma)/E_0$ gegeben, so daß insbesondere bei harter Photonabstrahlung in der ISR sehr kleine Q_h^2 theoretisch bis $Q_{h,min}^2 = x_l^2 M_p^2/(1 - x_l)$ erreicht werden können.

Da die Strukturfunktion F_2 unterhalb $Q^2 \leq 1$ GeV^2 bei HERA vor dieser Analyse überhaupt noch nicht gemessen wurde und nur einige Daten von NMC und E665 als Anhaltspunkte bei höheren x vorliegen, müssen die Auswirkungen der Unsicherheit von F_2 auf die Strahlungskorrekturen sorgfältig ermittelt werden.

Im Bereich kleiner Q^2 existieren einige phänomenologische Modelle der Strukturfunktion, die als Abschätzung der Unsicherheiten herangezogen werden können. Die meisten Parametrisierungen sind üblicherweise Ergebnisse von phänomenologischen Anpassungen an experimentelle Daten, von denen zwei Modelle, nämlich die Parametrisierung von Badelek und Kwiecinski (BK) sowie die auf Donnachie und Landshoff (Dola) zurückgehende Beschreibung, in Kapitel 1.5 vorgestellt wurden. Eine Übersicht und Beschreibung anderer Modelle findet sich in Kapitel 4.

In Abbildung 3.21 sind die Abweichungen der Strahlungskorrekturen von DJANGO6 und HECTOR in den für die Analyse gewählten Bins kleiner Q^2 gezeigt. Als Strukturfunktionen F_2 und R dienten wiederum die im letzten Iterationsschritt benutzten Parametrisierungen. Die Rechnungen mit HECTOR beinhalten die vollständige $\mathcal{O}(\alpha)$ an der Leptonlinie und sind durch Terme aus höherer Ordnung ergänzt. Im Bereich niedriger Q^2 kann von einer theoretischen Übereinstimmung zwischen beiden Programmen in der Berechnung der Strahlungskorrekturen von 3.5% ausgegangen werden. Eine genauere Überprüfung konnte wegen der limitierenden MC-Statistik nicht durchgeführt werden.

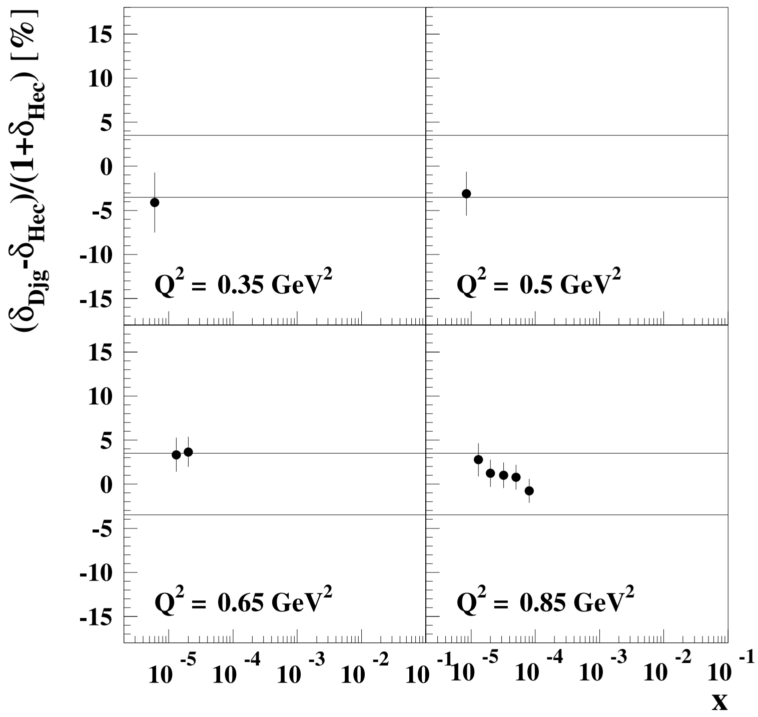

Abbildung 3.21: Vergleich der Strahlungskorrekturen zwischen DJANGO6 und HECTOR im Bereich kleiner Q^2. Dabei wurden die in der letzten Iterationsstufe benutzte Strukturfunktion H1BKQCD gewählt.

Eine der Hauptunsicherheiten besteht in der Extrapolation der Strukturfunktion F_2 zu kleinen Q^2. In Ereignissen der ISR können harte Photonen mit beispielsweise $E_\gamma \approx 20$ GeV zu einer Verschiebung $z = (E_0 - E_\gamma)/E_0 \approx 0.27$ von Q_h^2 führen. Mißt man also in leptonischen Variablen am Punkt $Q_l^2 = 0.5$ GeV^2, so müssen aufgrund der Strahlungsprozesse Beiträge zum Wirkungsquerschnitt mit $Q_h^2 \leq 0.13$ GeV^2 mitberücksichtigt werden. In Tabelle 3.3 sind für einige Parametrisierungen, die für den Bereich kleiner Q^2 vorgesehen sind, die Strahlungskorrekturen δ_l in den niedrigsten Bins der Analyse aufgelistet. Bei allen Strukturfunktionen wurde dasselbe R [101] gewählt. Die maximale Abweichung Δ_{max} entspricht dem größten prozentualen Unterschied der Strahlungskorrekturen $(1 + \delta_l)$ zu der im MC verwendeten Standardparametrisierung H1BKQCD. Bei DoLa sind die Unterschiede in den Strahlungskorrekturen am größten, während CKMT und ALLM sehr ähnliche Resultate zu H1BKQCD aufweisen.

Durch den in der Analyse angewandten Schnitt auf $(E - p_z)$ (vgl. Abschnitt 3.3.4)

x	Q^2 [GeV^2]	y	δ [%] CKMT	δ [%] DoLa	δ [%] BK	δ [%] ALLM	δ [%] H1BKQCD	Δ_{max} [%]
$6 \cdot 10^{-6}$	0.35	0.64	39.7	42.5	35.5	42.27	42.9	5.5
$8.6 \cdot 10^{-6}$	0.5	0.64	41	45.6	37.2	43.95	43.5	4.4
$1.1 \cdot 10^{-5}$	0.65	0.64	41.8	45.6	38.4	44.88	43.8	4
$1.6 \cdot 10^{-5}$	0.65	0.44	36.8	42.2	33.5	39.06	38.3	3
$1.4 \cdot 10^{-5}$	0.85	0.68	42.8	51.3	39.5	45.6	44.3	5
$2 \cdot 10^{-5}$	0.85	0.47	37.1	43.8	33.7	38.9	37.9	4.3
$3.2 \cdot 10^{-5}$	0.85	0.29	31.7	37.2	28.7	33.23	32.5	3.5
$5 \cdot 10^{-5}$	0.85	0.19	25.8	30.3	23.4	27.05	26.6	3

Tabelle 3.3: Strahlungskorrekturen im Bereich kleiner Q^2 für verschiedene Parametrisierungen. CKMT und ALLM werden in Kapitel 4. vorgestellt. H1BKQCD ist die in der letzten Iterationsstufe benutzte Parametrisierung im MC. Die Rechnungen in HECTOR wurden ohne Verwendung des $(E - p_z)$-Schnitts durchgeführt.

x	Q^2 [GeV^2]	y	δ [%] CKMT	δ [%] DoLa	δ [%] BK	δ [%] ALLM	δ [%] H1BKQCD	Δ_{max} [%]
$6 \cdot 10^{-6}$	0.35	0.64	4.4	4.5	4.2	4.4	4.3	0.2
$8.6 \cdot 10^{-6}$	0.5	0.64	4.7	4.9	4.5	4.73	4.6	0.3
$1.1 \cdot 10^{-5}$	0.65	0.64	4.9	5.2	4.8	4.97	4.9	0.3
$1.6 \cdot 10^{-5}$	0.65	0.44	10.5	11.3	10	10.64	10.4	0.8
$1.4 \cdot 10^{-5}$	0.85	0.68	5.2	5.5	5	5.2	5.1	0.6
$2 \cdot 10^{-5}$	0.85	0.47	10.8	12	10.3	10.9	10.6	0.7
$3.2 \cdot 10^{-5}$	0.85	0.29	31.7	37.2	28.7	33.23	32.5	3
$5 \cdot 10^{-5}$	0.85	0.19	25.8	30.3	23.4	27.05	26.5	2.3

Tabelle 3.4: Strahlungskorrekturen im Bereich kleiner Q^2 unter Berücksichtigung des in der Analyse benutzten $(E-p_z)$-Schnittes. Für die Berechnung der maximalen Abweichung der Korrektur Δ_{max} zur Referenzstrukturfunktion (H1BKQCD) wurde die Parametrisierung DoLa für $Q^2 = 0.85$ GeV^2 nicht berücksichtigt.

können die Strahlungskorrekturen erheblich vermindert werden, da die harte Photonabstrahlung der ISR spürbar reduziert wird. Eine $(E-P_z)$-Forderung von 35 GeV entspricht einer maximal erlaubten Energie des Photons E_γ von $E_\gamma = 10$ GeV. Tabelle 3.4 enthält die Strahlungskorrekturen von HECTOR unter Berücksichtigung des $(E-p_z)$-Kriteriums. Gerade in den Bereichen der hohen y-Werte, $y \geq 0.6$, können die Strahlungskorrekturen durch den Schnitt um einen Faktor 10 verringert werden. Auch die Unterschiede durch die einzelnen Parametrisierungen sind signifikant kleiner geworden. Sie betragen in den von den $(E - p_z)$-Schnitten betroffenen Bins weniger als 1%. Die Verringerung der Strahlungskorrektur ist auf die Unterdrückung harter Photonabstrahlung mit $E_\gamma \geq 10$ GeV zurückzuführen, da dadurch der Phasenraum in Q^2 und x in der Integration der Wirkungsquerschnitte für Strahlungsprozesse erheblich eingeschränkt wird. Bei $Q_l^2 = 0.35$ GeV^2 beispielsweise kommt nur die Extrapolation der Strukturfunktion bis $Q_h^2 = 0.22$ GeV^2 als mögliche Unsicherheit in Betracht. Die Verwendung des $(E - p_z)$-Schnittes ist somit

x	Q^2 [GeV^2]	y	δ [%] $R = R_{BK}$	δ [%] $R = 0$	δ [%] $R = 2R_{BK}$	δ [%] $R = R_{QCD}$	Δ_{max} [%]
$6 \cdot 10^{-6}$	0.35	0.64	4.3	3.88	4.7	4.024	0.4
$8.6 \cdot 10^{-6}$	0.5	0.64	4.64	4.13	5.12	4.33	0.5
$1.1 \cdot 10^{-5}$	0.65	0.64	4.85	4.27	5.4	4.52	0.5
$1.6 \cdot 10^{-5}$	0.65	0.44	10.42	9.83	11.1	10.08	0.5
$1.4 \cdot 10^{-5}$	0.85	0.68	5.09	4.4	5.81	4.73	0.7
$2 \cdot 10^{-5}$	0.85	0.47	10.64	10.0	10.92	10.29	0.6
$3.2 \cdot 10^{-5}$	0.85	0.29	32.5	31.83	33.1	32.14	0.5
$5 \cdot 10^{-5}$	0.85	0.19	26.5	26.4	26.54	26.48	0.1

Tabelle 3.5: Die im Bereich kleiner Q^2 ermittelten Strahlungskorrekturen für verschiedene Annahmen von R. Ein $(E-p_z)$-Schnitt ist in der Berechnung verwendet worden. Als Referenzstrukturfunktion ist H1BKQCD sowie für R die BK-Parametrisierung (vgl. Abschnitt 3.2.2) gewählt. Die Funktion R_{QCD} geht auf eine QCD-Vorhersage von GRV zurück.

ein wirksames Mittel, systematische Fehler zu verkleinern, die aus der Unkenntnis des Wirkungsquerschnitts bei sehr niedrigen Q^2 entstehen.

Um den Einfluß von R auf die Strahlungskorrekturen im Bereich kleiner Q^2 zu erfassen, wurde wiederum ein separater Fehler von 100% für die verwendete R-Parametrisierung angenommen. Für die in Tabelle 3.5 angegebenen Strahlungskorrekturen wurde die Referenzstrukturfunktion H1BKQCD benutzt und das Kriterium des $(E-p_z)$-Schnitts bei der Berechnung mit HECTOR berücksichtigt. Im gesamten y-Bereich ist die Differenz in den Strahlungskorrekturen kleiner als 1%. Als zusätzliche Kontrolle sind in der vorletzten Spalte die Strahlungskorrekturen für eine andere R-Parametrisierung mitangegeben. Ein Vergleich der Strahlungskorrekturen ohne $(E-p_z)$-Schnitt ergäbe bei der Variation von R um 100% eine vor allem bei hohen y auftretende Abweichung von $4-5\%$. Auch hier profitieren die systematischen Fehler von der Unterdrückung der harten Photonabstrahlung, die durch das $(E-p_z)$-Kriterium erreicht wird.

Damit kann abschließend der systematische Fehler auf die Strahlungskorrekturen für kleine Q^2 ($Q^2 \leq 1$ GeV^2) wie folgt angegeben werden.

- Eine Unsicherheit von 3.5% stammt aus dem direkten Vergleich DJANGO6 und HECTOR. Dieser Fehler könnte durch mehr Statistik im MC eventuell verringert werden.

- Die Abhängigkeit der Strahlungskorrekturen von einer realistischen Strukturfunktion F_2 im Bereich kleiner Q^2 beträgt für $y \geq 0.3$ aufgrund der $(E-p_z)$-Forderung weniger als 1%. Für kleinere Werte von y, die noch mit der Elektronmethode rekonstruiert werden, muß ein Fehler von 2.5% berücksichtigt werden, der die Unkenntnis von F_2 in dieser Region widerspiegelt.

- Der Einfluß einer 100%-igen Änderung von R äußert sich in den Strahlungskorrekturen in einem Fehler von maximal 1% bei hohen y.

3.4.5 Ausblick auf Strahlungskorrekturen im Bereich hoher Q^2

Durch die von H1 [131] und ZEUS [132] in den Jahren 1994-96 beobachteten DIS-Ereignisse bei hohen Q^2 und x ist ein großes Interesse an Vorhersagen des NC-Wirkungsquerschnitts in diesem Bereich entstanden. Beide Experimente fanden in ihren Datensätzen einen Überschuß an Ereignissen, der im Rahmen der damaligen Statistik nur mit einer Wahrscheinlichkeit von 1% bei H1 und von 6% bei ZEUS mit den Erwartungen aus DIS-Prozessen zu vereinbaren war.

Um die möglichen Unsicherheiten im NC-Wirkungsquerschnitt in der durch HERA neu erschlossenen Region hoher Q^2 zu ermitteln, wurden Untersuchungen zu Strahlungskorrekturen für die Elektronmethode durchgeführt.

Bei hohen Q^2 erhält der NC-Wirkungsquerschnitt einen nicht mehr zu vernachlässigenden Beitrag aus der schwachen Wechselwirkung, die durch $Z°$-Austausch vermittelt wird. Als Konsequenz werden sogenannte generalisierte Strukturfunktionen eingeführt [133], die die elektroschwache Wechselwirkung von unpolarisierten Leptonen mit Quarks aus dem Proton über den Austausch eines Photons, eines $Z°$-Bosons und die Interferenz der beiden Bosonen beschreibt:

$$\begin{pmatrix} \mathcal{F}_2(x,Q^2) \\ x\mathcal{F}_3(x,Q^2) \end{pmatrix} = x \sum_{q=quarks} \begin{pmatrix} C_2^q(Q^2)\left[q(x,Q^2)+\overline{q}(x,Q^2)\right] \\ C_3^q(x,Q^2)\left[q(x,Q^2)-\overline{q}(x,Q^2)\right] \end{pmatrix} \tag{3.37}$$

Die Koeffizientenfunktionen C_i^q sind folgendermaßen definiert [133]:

$$C_2^q(Q^2) = e_q^2 - 2e_q v_q v_e \chi_Z + \left(v_q^2 + a_q^2\right)\chi_Z \tag{3.38}$$

$$C_3^q(Q^2) = -2e_q a_q a_e \chi_Z + (2v_q a_q)(2v_e a_e)\chi_Z^2 \tag{3.39}$$

$$\chi_Z = \frac{1}{4\sin^2\theta_W\cos^2\theta_W}\frac{Q^2}{Q^2+M_Z^2} \tag{3.40}$$

Dabei ist e_q die Quarkladung in Einheiten der Elementarladung, $v_q = (T_{3q} - 2e_q\sin^2\theta_W)$ und $a_q = T_{3q}$ sind die Vektor- und Axialkopplungen der Quarks an das $Z°$ sowie v_e und a_e die entsprechenden Elektronkopplungen. Der schwache Mischungswinkel wird als θ_W bezeichnet und T_3 ist schließlich die dritte Komponente des schwachen Isospins. Die $Z°$-Kopplungen können auch durch die im Myonzerfall sehr präzise gemessene Fermikonstante G_μ in niedrigster Ordnung ausgedrückt werden,

$$\frac{1}{\sin\theta_W\cos\theta_W} = \sqrt{\frac{G_\mu M_Z^2}{2\sqrt{2}\pi\alpha}}, \tag{3.41}$$

so daß als Eingabeparameter zur Berechnung der Wirkungsquerschnitte α, G_μ und die $Z°$-Bosonmasse dienen.

Virtuelle elektroschwache Korrekturen durch $Z°$-Selbstenergien einschließlich von ZZ- oder WW-Boxdiagramme sowie Vertexkorrekturen durch die schwache Wechselwirkung können durch elektroschwache Formfaktoren ausgedrückt werden. Sie modifizieren zum einen den Term χ_Z in Gleichung (3.40) aber auch die Axial- und Vektorkopplungen, deren Änderung direkt in einen effektiven Mischungswinkel absorbiert werden kann:

$$\sin^2\theta_W^{eff} = \kappa_i(s,Q^2;q,e)\cdot\sin^2\theta_W, \quad \text{mit} \quad i = e,q,eq$$

Als Näherung zu den exakten Ausdrücken kann $\kappa_e \approx \kappa_q$ und $\kappa_{eq} \approx \kappa_e \kappa_q$ gesetzt werden, so daß ein einziger effektiver Mischungswinkel $\sin^2\theta_W^{eff}$ in den Axial- und Vektorkopplungen eingeführt wird, dessen numerischer Wert in HECTOR bei 0.232 liegt und aus dem Experiment bestimmt werden kann. Die Darstellungsform des Wirkungsquerschnitts mit $\sin^2\theta_W^{eff}$ wird auch als *improved Born cross section* bezeichnet.

Der Einfluß einer exakten Behandlung der Formfaktoren $\kappa_i(s, Q^2; q, e)$ auf die Berechnung des Wirkungsquerschnitts blieb im untersuchten Bereich bis $Q^2 \leq 25000$ GeV^2 unter 1%, so daß bei der Berechnung der Strahlungskorrekturen der effektive Mischungswinkel als gute Näherung benutzt wurde.

Im oberen Teil der Abbildung 3.22 sind für verschiedene Strukturfunktionen die Strahlungskorrekturen in leptonischen Variablen für zwei ausgewählte Q^2-Werte als Funktion von y aufgetragen. Als Strukturfunktionen wurden gängige Parametrisierungen von MRS, CTEQ und GRV betrachtet. Im unteren Teil der Abbildung sind die resultierenden Korrekturen auf MRSH normiert, die als Referenzstrukturfunktion im MC für die Analyse aus [131] benutzt wurde. Die Strahlungskorrekturen unterscheiden sich im betrachteten Bereich nur wenig voneinander, was auf die Ähnlichkeit der Strukturfunktionsvorhersagen zurückgeführt werden kann. Die einzige Abweichung ist am Rand des durch HERA zugänglichen kinematischen Phasenraums bei $Q^2 = 25000$ GeV^2 und $y = 0.3$ zu beobachten, was einem x von 0.93 entspricht. Dort ist jedoch der Wirkungsquerschnitt im Vergleich zum benachbarten Bin schon um einen Faktor 100 unterdrückt, so daß dort keine Ereignisse mit der verfügbaren HERA-Statistik beobachtet werden können. Im restlichen Bereich des Phasenraums hingegen läßt sich eine Unsicherheit der Strahlungskorrekturen von 1.5% ableiten.

Die Ähnlichkeit der Strukturfunktionen bei großen x erklärt sich durch den in dieser Region dominierenden Nonsinglett-Beitrag zu F_2, der direkt aus den Valenzquarks besteht. Diese Valenzquarkdichten sind jedoch durch zahlreiche Neutrino-Streuexperimente bei sehr viel niedrigeren Q^2 ermittelt worden und auf 5-10% Prozent bekannt. Die Extrapolation zu hohen Q^2 geschieht dann durch reine Anwendung der DGLAP-Gleichungen und ist mit keinen weiteren großen Unsicherheiten begleitet.

Zur Abschätzung der Größe von Korrekturen höherer Ordnungen wurden in den HECTOR-Rechnungen Terme der $\mathcal{O}(L^2\alpha^2)$ berücksichtigt. Ferner spielen bei hohen Q^2 und großen Werten von x die hadronischen Korrekturen sowohl von der Quarklinie als auch mögliche Interferenzterme zwischen Lepton- und Quarkabstrahlung eine Rolle. Die genannten Beiträge sind in DJANGO6 nicht implementiert, so daß ihre Auswirkungen auf die Nettostrahlungskorrekturen separat untersucht wurden. Abbildung 3.23 zeigt die Abweichungen der Strahlungskorrekturen zu einer Standard LO-Rechnung, die nur die photonischen Korrekturen an der Leptonlinie beinhaltet. Wird der Interferenzbeitrag (l/q) in der Rechnung berücksichtigt, verschieben sich die Strahlungskorrekturen leicht um bis zu 1.5% zu höheren Werten. Die weitere Einführung der reellen Photonabstrahlung von der Quarklinie (l/q+q) ist mit starken negativen Änderungen der Strahlungskorrekturen verbunden, die umso größer werden, je höhere x-Werte erreicht werden. Dieses Verhalten wurde bereits in Abschnitt 3.4.1 diskutiert und hängt mit der Singularität der Splittingfunktion für die Photonabstrahlung zusammen. Eine zusätzliche Berücksichtigung der Effekte höherer Ordnung (l/q+q+NLLA) bewirkt eine teilweise Kompensation, so daß die Nettokorrektur derjenigen aus der Standardrechnung in LO recht nahe kommt. Als Fehler zählt damit nur die Abweichung der kompletten Rechnung zur Standardrechnung, die

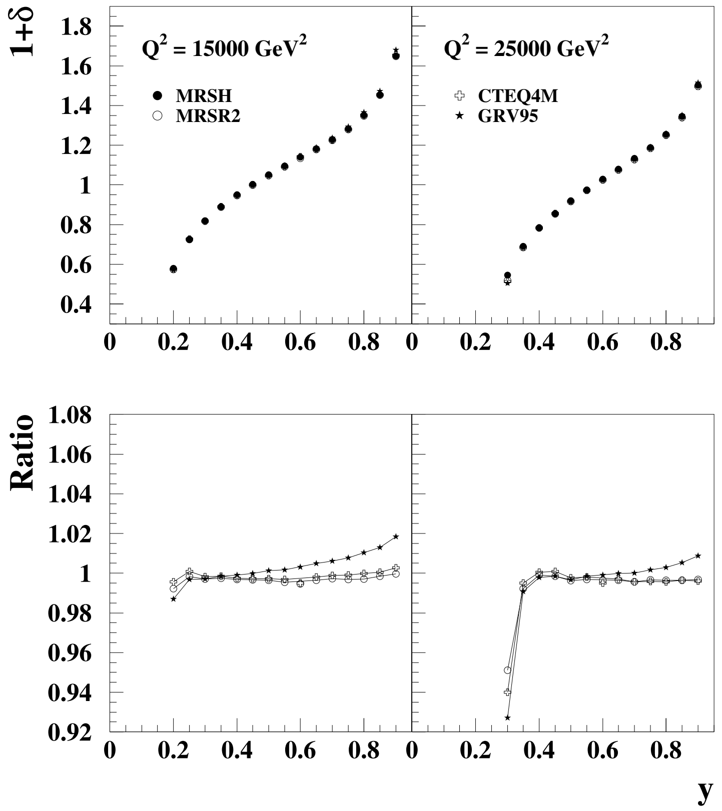

Abbildung 3.22: Vergleich der mit HECTOR berechneten Strahlungskorrekturen im Bereich großer Q^2. Im unteren Bild sind die auf MRSH normierten Korrekturen gezeigt. Die Rechnungen wurden für die HERA-Schwerpunktsenergie durchgeführt.

noch am ehesten mit DJANGO6 verglichen werden kann. Damit kann eine Unsicherheit aufgrund fehlender quarkonischer Korrekturen und des Einflusses höherer Ordnung von $\pm 2\%$ auf die Standardrechnung veranschlagt werden.

Um einen Vergleich mit dem DJANGO6-MC vorzunehmen, wurden integrierte Wirkungsquerschnitte in den Phasenraumgebieten betrachtet, die für die Analyse der Ereignisse bei hohen Q^2 [131] besonders interessant sind. In Tabelle 3.6 sind die Integrationsgrenzen in x und Q^2 aufgeführt. Zur Berechnung der Wirkungsquerschnitte mit und ohne Strahlungsereignisse wurde die Strukturfunktion MRSH benutzt. Die DJANGO6-Resultate ergeben sich direkt aus der nach der VEGAS-Integration vorliegenden Generatorinformationen, während in HECTOR zur Aufsummierung der Wirkungsquerschnitte ein lineares Gitter in x und y gewählt wurde. Die Werte zwischen DJANGO6 und HECTOR stimmen sowohl für die integrierten Born- als auch für die radiativen Wirkungsquerschnitte auf 1% überein. Die HECTOR-Rechnung aus Tabelle 3.6 berücksichtigt jedoch

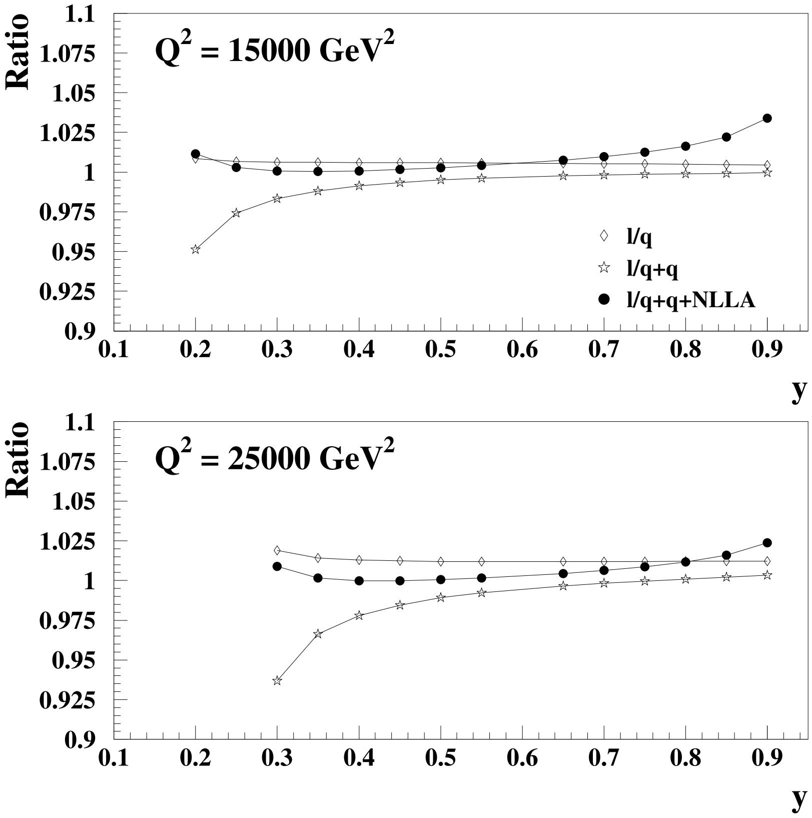

Abbildung 3.23: Der Einfluß der Strahlungskorrekturen im Bereich hoher Q^2, der durch Effekte höherer Ordnung und der Berücksichtigung von Korrekturen an den Quarklinien entsteht. Alle Rechnungen sind auf eine Standard LO-Rechnung für $1+\delta$ normiert, die nur die Korrekturen an der Leptonlinie behandelt. Die als Rauten gekennzeichneten Punkte berücksichtigen zusätzlich zur Leptonlinie Korrekturen, die durch Interferenz zwischen Lepton- und Quarkabstrahlung (l/q) entstehen. Die Punkte mit den Sternen entsprechen der Rechnung mit zusätzlicher reeller Photonemission von der Quarklinie (l/q+q). Die schwarzen Punkte schließlich berücksichtigen außerdem noch Terme der höheren Ordnung an der Leptonlinie (l/q+q+NLLA).

nur die leptonischen Korrekturen, so daß als zusätzlicher systematischer Fehler die vorher bereits diskutierten Unsicherheiten von 2% aufgrund fehlender Korrekturbeiträge direkt auf DJANGO6 übertragen werden können.

Abschließend kann damit die Unsicherheit in den Strahlungskorrekturen zu 2% abgeschätzt werden. Ein weiterer Beitrag von 1.5%, der durch die unterschiedliche Wahl der *a priori* unbekannten Strukturfunktionen stammt, kann als weiterer Fehler mitangegeben werde. Da jedoch in der Analyse von [131] eine extra Unsicherheit aus den Vorhersagen

x-Schnitt	y-Schnitt	σ^{Hec}_{Born} [pb]	σ^{Djg}_{Born} [pb]	$\Delta(Djg/Hec)$ [%]	σ^{Hec}_{rad} [pb]	σ^{Djg}_{rad} [pb]	$\Delta(Djg/Hec)$ [%]
$x > 0.3$	$y > 0.2$	1.281	1.291	0.7	1.216	1.214	< 0.5
$x > 0.3$	$y > 0.3$	0.591	0.596	0.8	0.605	0.602	0.5
$x > 0.3$	$y > 0.4$	0.305	0.308	1	0.337	0.334	0.9
$x > 0.3$	$y > 0.5$	0.166	0.168	1.8	0.199	0.196	1.5
$x > 0.4$	$y > 0.2$	0.412	0.415	0.7	0.366	0.366	< 0.5
$x > 0.4$	$y > 0.3$	0.186	0.188	1	0.178	0.178	< 0.5
$x > 0.4$	$y > 0.4$	0.0943	0.0952	0.9	0.0971	0.0965	0.6
$x > 0.4$	$y > 0.5$	0.0503	0.0509	1	0.0559	0.0553	1
$x > 0.5$	$y > 0.2$	0.123	0.124	0.8	0.102	0.102	< 0.5
$x > 0.5$	$y > 0.3$	0.0547	0.0552	1	0.0491	0.049	< 0.5
$x > 0.5$	$y > 0.4$	0.0273	0.0276	1	0.0263	0.0262	< 0.5
$x > 0.5$	$y > 0.5$	0.0144	0.0145	0.7	0.0149	0.0148	0.7
$x > 0.6$	$y > 0.2$	0.0308	0.0311	0.9	0.0238	0.0239	0.5
$x > 0.6$	$y > 0.3$	0.0136	0.0137	0.7	0.0114	0.0114	< 0.5
$x > 0.6$	$y > 0.4$	$6.71\cdot10^{-3}$	$6.78\cdot10^{-3}$	1	$6.04\cdot10^{-3}$	$6.03\cdot10^{-3}$	< 0.5
$x > 0.6$	$y > 0.5$	$3.5\cdot10^{-3}$	$3.54\cdot10^{-3}$	1	$3.38\cdot10^{-3}$	$3.37\cdot10^{-3}$	< 0.5

Tabelle 3.6: Vergleich der integrierten Wirkungsquerschnitte für DJANGO6-MC und HECTOR bei einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 300$ GeV.

verschiedener Strukturfunktionen ermittelt wurde, ist es nicht notwendig, diesen Fehler explizit zu den Korrekturunsicherheiten zu addieren.

3.5 Die Bestimmung von F_2

3.5.1 Die Einteilung der kinematischen Ebene

In Abschnitt 3.2.1 wurde die Methode zur Messung des zweifach differentiellen Wirkungsquerschnitts vorgestellt. Dabei wird in einem definierten Flächenelement $\square_j$ die Zahl der DIS-Ereignisse registriert. Die Wahl geeigneter Flächenelemente in der x-Q^2-Ebene geschieht unter Berücksichtigung der folgenden Kriterien:

- Ein großer Teil der mit dem MC generierten Ereignisse sollte auch nach der Detektorsimulation und Rekonstruktion im Bin verbleiben. Um Abwanderungen von Ereignissen in Nachbarbins zu begrenzen, die aufgrund der begrenzten Auflösung des Detektors entstehen können, müssen somit die Binbreiten Δx und ΔQ^2 der gewählten Flächenelementen größer als die detektorspezifische Auflösung δx und δQ^2 sein.

- Der statistische Fehler wird durch die Anzahl der im Bin gemessenen Ereignisse bestimmt. Die jeweiligen Flächenelemente sollten so groß gewählt werden, daß der Gesamtfehler der Messung durch den systematischen Fehler dominiert wird.

Die erste Forderung nach Reduzierung von Migrationseffekten bei gleichzeitiger Erhöhung der verbleibenden Ereignisse im Bin kommt im sogenannten Stabilitätskriterium zum Ausdruck:

$$A_{j,stabil} = \frac{N_j^{gen+rec}}{N_j^{gen}} \geq \begin{cases} 0.35 & : \text{ Elektronmethode} \\ 0.3 & : \ \Sigma - \text{Methode} \end{cases} \tag{3.42}$$

Die Größe $N_j^{gen+rec}/N_j^{gen}$ bezeichnet das Verhältnis der in einem Flächenelement rekonstruierten Ereignisse, die dort auch tatsächlich erzeugt wurden, zu der Anzahl der Ereignisse, die überhaupt in diesem Bin generiert wurden. Die Forderung nach einer hohen Stabilität im Flächenelement verhindert eine zu starke Korrelation der Bins untereinander und sichert dadurch die Anwendung der binweisen iterativen MC-Methode zur unverzerrten Extraktion des Wirkungsquerschnitts. Abbildung 3.24 zeigt für die gewählten Flächenelemente die erreichten Stabilitätswerte sowohl für die Elektron- als auch für die Σ-Methode. Zu kleineren y nimmt die Stabilität bei Benutzung der Elektronvariablen

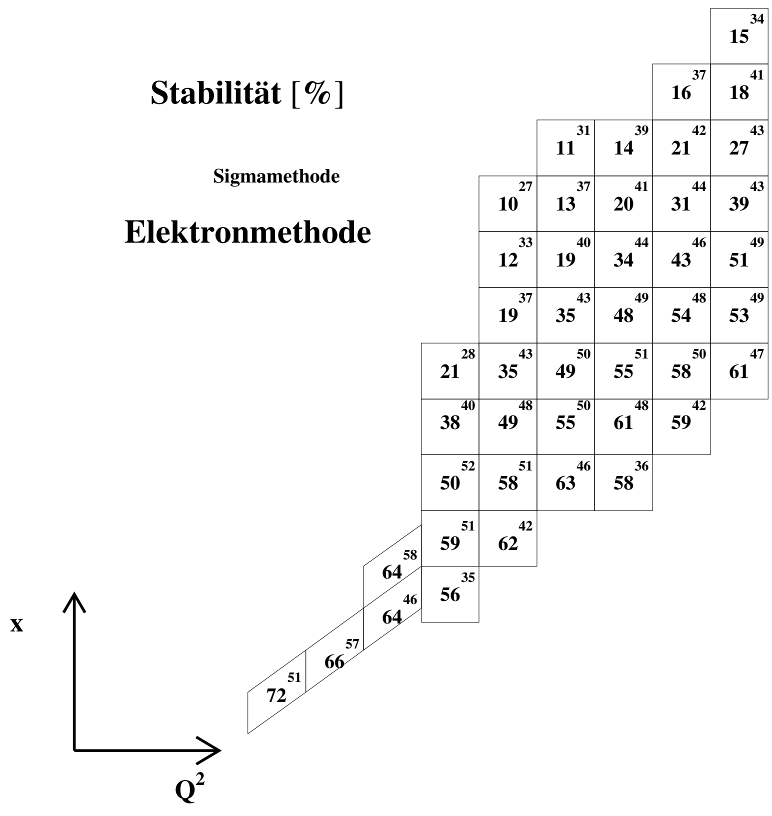

Abbildung 3.24: Die durch die Elektron- und Σ-Methode erzielten Stabilitäten in den Bins. Die Stabilitäten der Elektronmethode sind in der Binmitte in Prozentzahlen angegeben; die Werte für die Stabilitäten der Σ-Methode finden sich in der oberen rechten Ecke.

rasch ab, so daß hier auf die Σ-Methode zurückgegriffen werden muß. Bei hohen y bietet allerdings die Elektronmethode die beste Möglichkeit zur Rekonstruktion der kinematischen

Variablen.

Die exakte Bin-Einteilung der kinematischen Ebene mit ihren Zentralwerten ist in Abbildung 3.25 gezeigt. Die Ebene wurde für $Q^2 \geq 0.75$ GeV^2 bis $Q^2 \leq 4.21$ GeV^2 und für

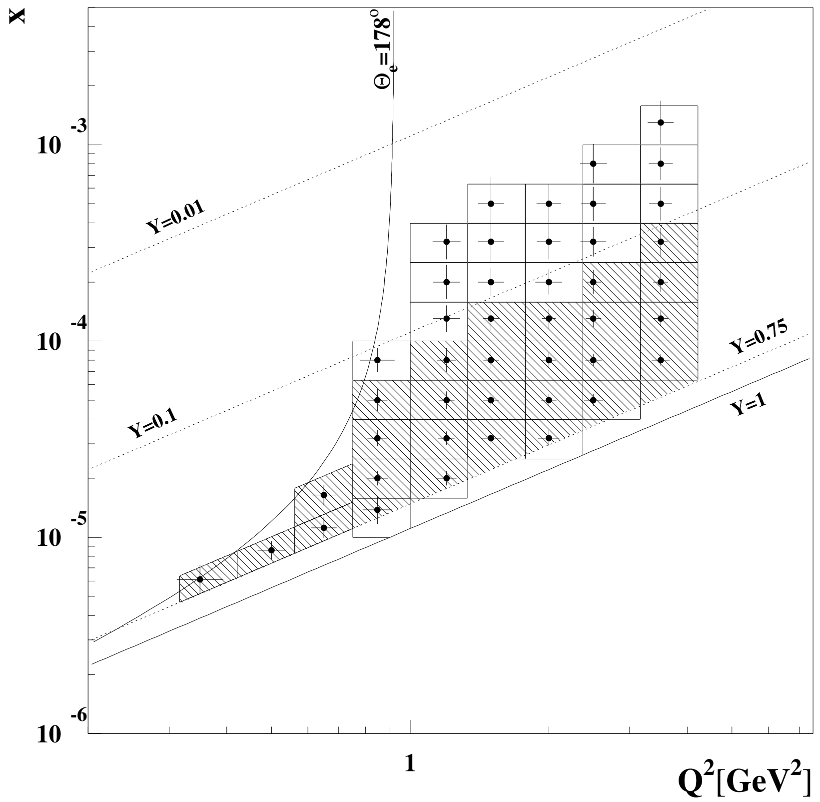

Abbildung 3.25: Die Bineinteilung in der x-Q^2-Ebene für Daten mit verschobenem Vertex. Die grau schraffierte Fläche markiert den Bereich, der mit der Elektronmethode zugänglich ist. Eingezeichnet sind ferner die Binzentralwerte sowie die für die jeweils benutzte Rekonstruktionsmethode auftretenden Auflösungen in x und Q^2.

$x \leq 0.00398$ mit einem Q^2-x-Raster, das äquidistant in $\log Q^2$ und $\log x$ verläuft, überzogen. Die ersten vier Bins für $Q^2 < 0.75$ GeV^2 liegen in einer durch die Akzeptanzschnitte $\theta \leq 178°$ und $y \leq 0.75$ stark eingeschränkten Eckregion des Phasenraums, das durch die Wahl eines Q^2-y-Gitters besser abgedeckt wird. Die an den Zentralwerten befindlichen Fehlerbalken geben die mit der Elektronmethode im grau schraffierten Bereich sowie die durch die Σ-Methode im hellen Bereich erzielten Auflösungen in x und Q^2 an. Der Wechsel zur Σ-Methode findet bei $y \approx 0.1$ statt, da die Elektronmethode aufgrund ihrer $1/y$-Eigenschaft in der x-Auflösung die in Gleichung (3.42) aufgestellte Stabilitätsforderung nicht mehr erreicht.

3.5.2 Die Fehler von F_2

Statistische Fehler

Der Wirkungsquerschnitt $d\sigma^{exp}/dxdQ^2$ und die für ein gegebenes R gesuchte Strukturfunktion F_2 werden aus dem Verhältnis (vgl. Abschnitt 3.2.1)

$$d\sigma_j^{exp} = d\sigma_j^{MC} \frac{N_j^{tot,rec} - N_j^{backgr}}{N_j^{MC}} \cdot \frac{\mathcal{L}^{MC}}{\mathcal{L}^{Daten}} \tag{3.43}$$

ermittelt, wobei $N^{tot,rec}$ die Anzahl der im Bin rekonstruierten Ereignisse einschließlich der verbleibenden Photoproduktionsereignisse N^{backgr} ist. Der statistische Fehler der Messung setzt sich aus zwei Anteilen zusammen: den tatsächlich in einem Bin vorhandenen DIS-Ereignissen N_j^{data}, die aus den gemessenen Ereignissen $N^{tot,rec}$ über $N_j^{data} = N^{tot,rec} - N^{backgr}$ ermittelt werden und den DIS-MC-Ereignissen N^{MC}.

$$\left(\frac{\Delta\sigma_{exp}}{\sigma_{exp}}\right)^2_{stat,j} = \left(\frac{\Delta N_j^{data}}{N_j^{data}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta N_j^{MC}}{N_j^{MC}}\right)^2 \tag{3.44}$$

$$\left(\frac{\Delta\sigma_{exp}}{\sigma_{exp}}\right)_{stat,j} = \sqrt{\frac{N_j^{tot,rec} + N_j^{backgr}}{(N_j^{tot,rec} - N_j^{backgr})^2} + \frac{1}{N_j^{MC}}} \tag{3.45}$$

Mit N_j^{MC} ist jedoch die effektive Anzahl der DIS-MC-Ereignisse in einem Bin j gemeint, d.h. unter Berücksichtigung der Gewichtungsfaktoren w_i, die bei der iterativen Anpassung des MC eingeführt werden. Damit lautet der statistische Fehler für $(\sigma_{exp})_j$ bzw. $(F_2)_j$:

$$\left(\frac{\Delta\sigma_{exp}}{\sigma_{exp}}\right)_{stat,j} = \sqrt{\frac{N_j^{tot,rec} + N_j^{backgr}}{(N_j^{tot,rec} - N_j^{backgr})^2} + \frac{\sum_i (w_i^2)_j}{(\sum_i w_i)_j^2}}, \tag{3.46}$$

wobei die Summe über alle Ereignisse i im Bin j läuft. Selbstverständlich verschwindet der zweite Term in Gleichung (3.46), wenn $N_j^{MC} \to \infty$ geht. Aus dieser Gleichung ist ebenfalls zu erkennen, daß ein großer Anteil α_j an im Bin verbleibenden Photoproduktionsereignissen ($N_j^{backgr} = \alpha_j N_j^{tot,rec}$) einen hohen statistischen Fehler verursacht. Unter der Annahme einer hohen DIS-MC-Statistik, vereinfacht sich Gleichung (3.46) zu:

$$\left(\frac{\Delta\sigma_{exp}}{\sigma_{exp}}\right)_{stat,j} = \frac{1}{\sqrt{N_j^{tot,rec}(1-\alpha_j)}} \cdot \sqrt{\frac{1+\alpha_j}{1-\alpha_j}} \tag{3.47}$$

Der gesamte statistische Fehler erreicht in den Bins des Meßbereichs bei kleinen y rund 3% und steigt auf bis zu 6% im höchsten y-Bin an[9].

Systematische Fehler

Eine realistische Abschätzung der systematischen Fehler ist ein wichtiger Aspekt der F_2-Analyse. Die Untersuchungen der systematisch bedingten Unsicherheiten zum Wirkungsquerschnitt wurden mit MC-Studien durchgeführt. Für jede in Frage kommende Fehlerquelle wird der Beitrag innerhalb der Fehlergrenzen abwechselnd um den entsprechenden

[9]Mit Ausnahme des Bins bei $Q^2 = 0.35$ GeV^2, wo der statistische Fehler $\sim 9\%$ beträgt.

positiven bzw. negativen Wert verschoben und die gesamte Ereignisselektion, die Untergrundsubtraktion und die F_2-Bestimmung wiederholt. Das Verhältnis der modifizierten zu den unmodifizierten Ergebnissen liefert dann die pro Bin ermittelte F_2-Variation. Im einzelnen wurden die Beiträge der folgenden Fehlerquellen zur Abschätzung des gesamten systematischen Fehlers auf die F_2-Messung betrachtet:

- Die absolute Energieskala des elektromagnetischen SPACALs ist für Elektronen von 27.5 GeV auf 1% genau bekannt [75]. Dieser Wert stammt aus Studien des Energiespektrums der gestreuten Elektronen am kinematischen Maximum und wurde mit Hilfe der Doppelwinkelmethode, die eine Rekonstruktion der Kinematik allein aus den Winkeln des Elektrons und der Hadronen erlaubt, zusätzlich überprüft [75]. Bei kleineren Elektronenenergien von 7 GeV wird als Unsicherheit der Energieskala ein Wert von 2.5% angenommen, der aus Untersuchungen mit QED-Compton-Ereignissen abgeleitet wurde [134]. Da die Linearität der Energieantwort des SPACALs auf 1.3% an Teststrahlmessungen überprüft wurde [74], kann ein lineares Verhalten des systematischen Fehlers von 2.5% bei 7 GeV bis 1% bei 27.5 GeV angenommen werden. Die Verschiebung der Energieskala um den erwähnten Betrag ist der dominierende Fehler in den meisten Bins der Analyse, in denen die Elektronmethode zur Anwendung kommt. Er steigt von 0.5% proportional zu $1/y$ bis zu ca. 7% im niedrigsten y-Bereich an.

- Die hadronische Energieskala des SPACALs ist auf 7% [75] bekannt, während die des LAr mit einer Unsicherheit von nur 4% behaftet ist. Die Fehler durch eine Variation der hadronischen Energie liegen bei der Elektronmethode unter 1.5% und steigen nur für die höchsten y-Werte auf 4.5% an. Der Einfluß der hadronischen Energieskala auf den Fehler des Wirkungsquerschnitts stammt von dem $(E - p_z)$-Selektionsschnitt, der ja gerade bei hohen y einen großen Anteil an unerwünschten Fremdereignissen verwirft.

- Es wird eine maximale Verschiebung des Elektronstreuwinkels θ um 0.5 mrad betrachtet, die eine mögliche Ungenauigkeit in der Ausrichtung des BDC-SPACAL-Systems nach der zentralen Spurkammer CJC im H1-Detektor berücksichtigt. Eine genaue Diskussion über die Größe und den Ursprung dieses Fehlers ist in [120] zu finden. Der Beitrag der Unsicherheit in θ bewirkt eine Variation der Strukturfunktion von bis zu 4%.

- Die Unsicherheit in der Selektionsausbeute für Elektronen wird wie folgt abgeschätzt: Bei der DIS-Simulation werden 30% des Anteils der durch die Schnitte verworfenen Ereignisse als Fehler angenommen. Diese Abschätzung erwies sich als konservativ, denn der daraus resultierende Fehler war stets größer als die Unterschiede der Selektionseffizienzen zwischen Daten und MC. Der Fehler beträgt in den höchsten y-Bins rund 7%, sinkt aber rasch unter 2% für $y \leq 0.5$. In Abbildung 3.26 sind für die vier Selektionskriterien Clusterradius (RCL), $(E - p_z)$-Schnitt (EMPZ), hadronischer Energieanteil (EHSEL) und BDC-SPACAL-Abstand (BDC) (vgl. Kapitel 3.3.4) die Anteile der DIS-MC-Ereignisse aufgetragen, die die jeweilige Selektionsforderung nicht erfüllen. Allen Selektionsschnitten ist gemein, daß sie besonders bei hohen y bis zu 7% an echten DIS-Ereignissen verwerfen können.

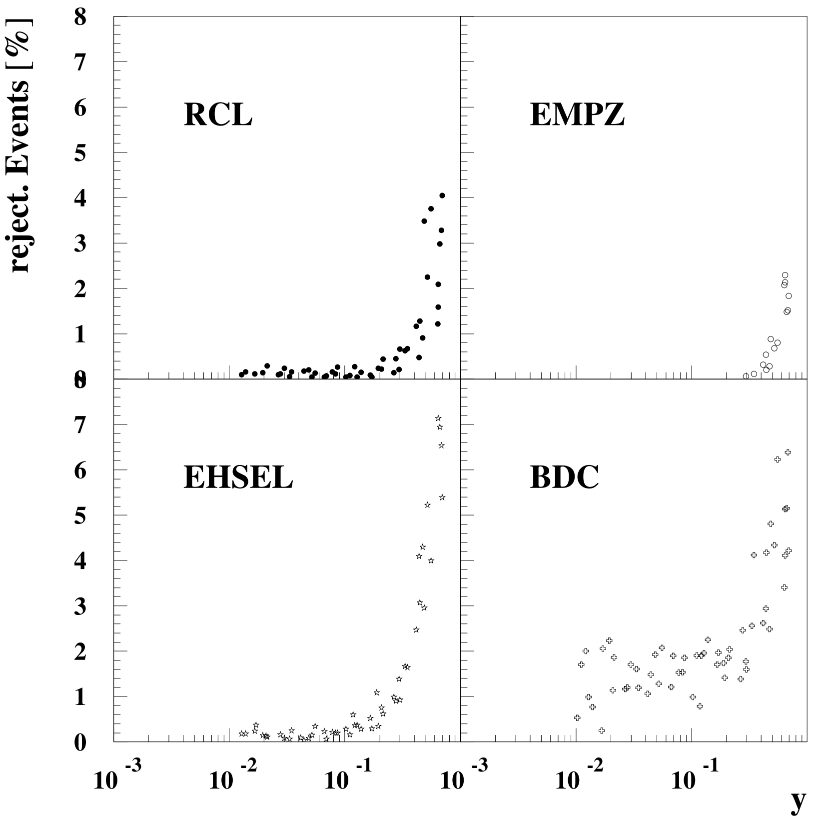

Abbildung 3.26: Der Anteil an DIS-MC-Ereignissen, der durch verschiedene Selektionsschnitte verworfen wird. 30% des Anteils an nicht zugelassenen Ereignissen werden als systematische Unsicherheit in der Selektionseffizienz veranschlagt.

- Die Triggereffizienz der IET-Schwelle wurde aus den Daten zu 100% ermittelt. Allerdings verursachten 1995 die Flugzeitzähler und die Vetowand Verluste von $1.2 \pm 0.5\%$ [119], so daß zur Selektionseffizienz ein Fehler von 0.5% quadratisch addiert wird.

- Die Vertexeffizienz steigt mit zunehmendem y auf 97-98% an und wird vom MC für $y > 0.05$ mit einer Genauigkeit von 2% reproduziert. Diese Unsicherheit geht somit als Fehler in allen Bins der F_2-Messung ein[10]

- Für die Bestimmung der Vertexeffizienz wurde ein positives Zeitsignal im Flugzeitsystem PTOF des Plug-Kalorimeters verlangt (vgl. Kapitel 3.3.4). Aufgrund der Winkelakzeptanz des PTOFs werden bestimmte Ereignisklassen mit ihren charakte-

[10]Für $y < 0.05$ fällt die Vertexeffizienz rasch auf 70-80% ab und weist im MC eine Diskrepanz zu den Daten von 5-10% auf. Dieser Bereich ist allerdings aus der Analyse ausgeschlossen.

ristischen Topologien verworfen. Diese Ereignisse sind vor allem elastische, diffraktive Vektormesonerzeugungen, bei denen das Proton intakt bleibt ($ep \to ep\, \rho(\varphi,\omega)$) und die dadurch auch kein Signal im PTOF verursachen. Bei kleinen Q^2 und hohem y ($y > 0.2$) können die aus dem Vektormesonzerfall entstehenden Pionenpaare das Spurkammersystem unter so kleinen Winkeln verlassen, daß kein Ereignisvertex rekonstruiert wird und diese Ereignisklasse damit auch nicht die erforderlichen Selektionskriterien erfüllt. Da der DJANGO6-Generator diese Prozesse nicht berücksichtigt, wurden die MC-Programme DIFFVM zur Simulation der elastischen Vektormesonproduktion und RAPGAP zur Beschreibung diffraktiv erzeugter Massenzustände zur Bestimmung der Vertexeffizienz benutzt. Die Rate der elastischen Vektormesonerzeugung wird vor allem durch die ρ-Produktion bestimmt. Ihr Wirkungsquerschnitt wurde in der Photoproduktion von H1 [135] bei hohen W^2 und einigen *fixed target* Experimenten bei niedrigeren W^2 bestimmt. Ferner liegen H1-Messungen [136] zur elastischen ρ-Produktion für $Q^2 \approx 10$ GeV^2 vor, so daß zwischen beiden Regionen der Wirkungsquerschnitt interpoliert werden kann:

$$\sigma^{el.\rho}_{\gamma^* p}(Q^2, W) = \sigma_0 \left(\frac{m_\rho^2}{m_\rho^2 + Q^2}\right)^{2.3} \left(\frac{W}{W_0}\right)^{0.1+0.015Q^2[\mathrm{GeV}^2]} \tag{3.48}$$

Dieser Ausdruck mit $\sigma_0 = 13.8\ \mu$b und $W_0 = 90$ GeV kann als Parametrisierung des Wirkungsquerschnitts der elastischen ρ-Produktion benutzt werden [137]. Der Anteil der elastisch erzeugten ρ-Ereignisse liegt im Vergleich zum totalen inklusiven DIS-Wirkungsquerschnitt bei $Q^2 \approx 0.5$ GeV^2 und $y \approx 0.6$ bei rund 6%. In einem DIS-Datensatz müssen deshalb leicht verringerte Vertex-Effizienzen aufgrund des Anteils an Vektormesonen berücksichtigt werden. Diese diffraktive Korrektur beträgt bis zu 6% im kleinsten Q^2-Bin, da dort alle elastischen Ereignisse das Vertexkriterium nicht erfüllen und daher verloren gehen. Als Fehler des diffraktiven Anteils wird eine Unsicherheit von 50% für den Wirkungsquerschnitt der elastischen ρ-Mesonen aus Gleichung (3.48) angenommen.

- Die Spurausbeute der BDC beträgt 98% und kann im MC auf 2% korrekt beschrieben werden. Die Abweichung zwischen Daten und MC wird als systematischer Fehler verbucht.

- Die Unsicherheit im Photoproduktionsuntergrund wird auf 30% abgeschätzt (vgl. Kapitel 3.3.5). Da nur Bins bei hohen y einen Anteil von maximal 20-22% an Fremdereignissen aus der Photoproduktion besitzen, wird der daraus resultierende Fehler auf die Messung kleiner als 6%.

- Für Unsicherheiten in den Strahlungskorrekturen wurde ein systematischer Fehler für $Q^2 \geq 1.2$ GeV^2 von 3% bestimmt. Im Bereich kleiner $Q^2 \leq 0.85$ GeV^2 wird die Unsicherheit auf 4% abgeschätzt (vgl. Kapitel 3.4.3).

- Ein zusätzlicher Normierungsfehler von 3% entsteht durch die Unsicherheit in der Luminositätsmessung, die hauptsächlich durch Beiträge von Satellitenpakete verursacht wird [69].

Die erwähnten systematischen Fehler können in korrelierte und unkorrelierte Beiträge aufgeteilt werden. Bei unkorrelierten Fehlern verschiebt sich der Meßwert in einem einzelnen Bin unabhängig von den anderen Bins, wenn die Meßgröße innerhalb ihrer unkorrelierten Fehlergrenzen variiert wird. Zu dem unkorrelierten Fehler werden außer den statistischen die Unsicherheiten durch Strahlungskorrekturen, die Fehler in der Elektronenselektion sowie die Unsicherheiten der Vertex-, BDC-, und Triggereffizienzen gezählt. Korrelierte Fehler drücken eine Abhängigkeit der einzelnen Bins voneinander aus. Allgemein beeinflussen die Effekte einer globalen Mißkalibration, wie die Änderung der Energieskala im erlaubten Fehlerbereich, die verschiedenen Bins in einer ähnlichen Weise, so daß diese Variation in den Bins als korreliert betrachtet werden kann. Als korrelierte Fehler werden die Mißkalibrationen durch Energieskalen, Polarwinkelmessung sowie die Untergrundsubtraktion und die diffraktiven Korrekturen betrachtet. Der totale Fehler der Messung ergibt sich aus der quadratischen Summe der statistischen und systematischen Fehler. In Tabelle 3.7 finden sich die Resultate der Strukturfunktionsmessung mit ihren statistischen und totalen Fehler sowie den korrelierten und unkorrelierten Beiträgen zum Gesamtfehler.

3.5.3 Die Resultate der Messung

Die Wirkungsquerschnitte wurden nach der MC-Methode an den Binzentralwerten nach Gleichung (3.17) ausgewertet. Für das MC wurde in der letzten Iterationsstufe eine leicht modifizierte BK-Parametrisierung (vgl. Abschnitt 1.5.3) benutzt:

$$F_2^{MC,iter}(x,Q^2) = C_V F_2^{VDM}(x,Q^2) + \frac{Q^2}{Q^2+M_0^2} F_2^{AS}(\overline{x}, Q^2+M_0^2) \tag{3.49}$$

Als asymptotische Strukturfunktion F_2^{AS} dient eine mit ersten vorläufigen Daten erzielte QCD-Anpassung, die als zweite Iterationsstufe im MC-Verfahren verwendet wurde [138]. Gegenüber der Originalparametrisierung aus [38] wurde der Abschneideparameter M_0^2 von 1.2 auf 0.45 verändert, um eine gute Anpassung an die Daten zu bekommen. Der Parameter C_V mit einem Wert von 0.77 ist eingeführt, um den totalen Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma p}$ aus der Photoproduktion im HERA-Bereich beim Übergang $Q^2 \to 0$ zu beschreiben. Der zur Umgewichtung der MC-Ereignisse benutzte Wirkungsquerschnitt enthält außer der Strukturfunktion $F_2^{MC,iter}$ aus Gleichung (3.49) als $R = \sigma_L/\sigma_T$ die Parametrisierung nach dem BK-Modell [101], das in Kapitel 3.2.2. vorgestellt wurde. Die Abbildung 3.27 zeigt den direkt mit der MC-Methode bestimmten skalierten Wirkungsquerschnitt $\sigma_{red} = F_2 - y^2/Y_+ F_L$ für die Q^2- und x-Bins der Analyse mit der Elektronmethode. Zum Vergleich ist der reduzierte Wirkungsquerschnitt $\sigma_{red}^{MC,iter}$ als Parametrisierung mit eingezeichnet. Die aus dem gemessenen Wirkungsquerschnitt extrahierten F_2-Daten sind mit ihren korrespondierenden R-Werten des BK-Modells in Tabelle 3.7 mitsamt ihren Fehlern zu finden. Die Datenpunkte für $y < 0.12$ wurden mit der Σ-Methode rekonstruiert und sind [139] entnommen.

In Abbildung 3.28 sind die unter der R_{BK}-Annahme extrahierten Strukturfunktionswerte in den Q^2-Bins der Analyse dargestellt. Neben den Daten aus der Elektronmethode sind für $y < 0.12$ die Σ-Werte gezeigt. Der kleine Graph in der Abbildung 3.28 demonstriert die R-Abhängigkeit der ermittelten Strukturfunktion. Es zeigt das Verhältnis zur

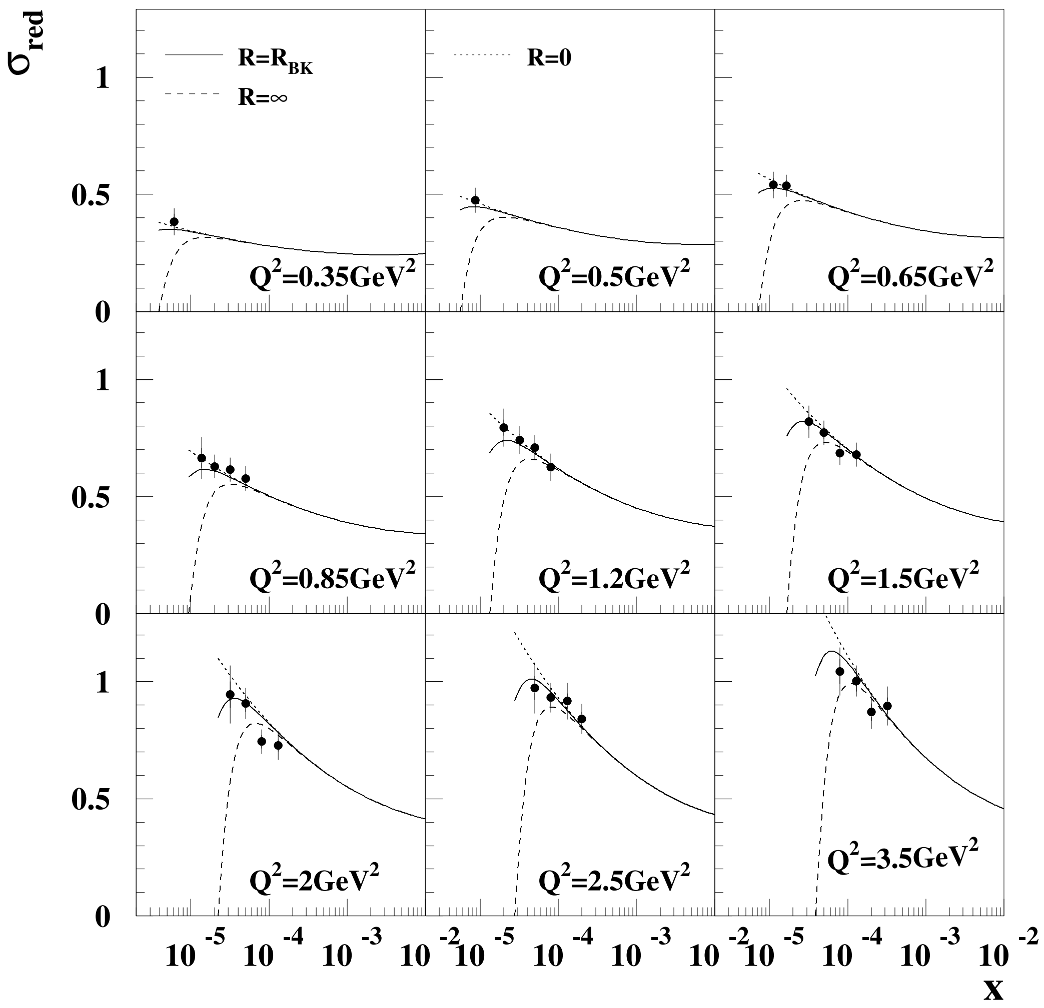

Abbildung 3.27: Die mit der Elektronmethode gemessenen Wirkungsquerschnitte $\sigma_{red} = F_2 - y^2/Y_+F_L = F_2(1 - y^2/Y_+\frac{R}{R+1})$. Die Fehlerbalken geben die quadratische Summe aus statistischem und systematischem Fehler an. Die Normierungsunsicherheit ist allerdings nicht im Fehler enthalten. Die eingezeichnete durchgezogene Linie entspricht dem in der letzten Iterationsstufe verwendeten Wirkungsquerschnitt aus Gleichung (3.49). Die gestrichelten Linien zeigen die Vorhersagen für $R = 0$ bzw. $F_L = 0$ und $R = \infty$ bzw. $F_2 = F_L$.

Standardstrukturfunktion aus Tabelle 3.7 unter der Annahme einer 100%-igen Unsicherheit auf die Größe von R. Besonders die ersten beiden x-Bins der jeweiligen Q^2-Werte sind auf eine Variation von R sensitiv. Die Änderung in F_2 kann hier bis zu 8% betragen.

Q^2 in GeV^2	y	x	σ_{red}	R_{BK}	F_2	δ_{stat} [%]	δ_{tot} [%]	δ_{uncor} [%]	δ_{cor} [%]
0.35	0.640	0.0000061	0.383	0.10	0.397	9.08	15.07	11.76	9.43
0.50	0.640	0.0000086	0.474	0.13	0.494	5.62	11.22	9.34	6.22
0.65	0.640	0.0000112	0.540	0.16	0.568	5.10	10.59	8.50	6.32
0.65	0.440	0.0000164	0.537	0.15	0.547	4.13	8.72	7.24	4.86
0.85	0.682	0.0000138	0.664	0.19	0.713	6.34	13.46	10.12	8.88
0.85	0.470	0.0000200	0.629	0.19	0.646	3.39	7.87	6.60	4.29
0.85	0.294	0.0000320	0.616	0.18	0.621	3.19	8.32	6.09	5.67
0.85	0.188	0.0000500	0.577	0.18	0.579	3.78	9.24	6.37	6.69
1.20	0.664	0.0000200	0.794	0.23	0.857	4.34	10.23	8.07	6.29
1.20	0.415	0.0000320	0.741	0.22	0.759	3.35	7.92	5.70	5.50
1.20	0.266	0.0000500	0.709	0.22	0.715	2.83	7.56	5.10	5.58
1.20	0.166	0.0000800	0.625	0.21	0.627	2.79	9.44	5.08	7.96
1.50	0.519	0.0000320	0.819	0.25	0.856	4.04	8.49	7.09	4.67
1.50	0.332	0.0000500	0.772	0.25	0.783	3.38	6.84	5.54	4.01
1.50	0.208	0.0000800	0.686	0.24	0.690	3.12	7.62	5.26	5.51
1.50	0.128	0.0001300	0.679	0.23	0.680	3.23	7.42	6.07	4.28
2.00	0.692	0.0000320	0.945	0.29	1.048	6.02	13.07	9.22	9.26
2.00	0.443	0.0000500	0.907	0.28	0.938	3.99	7.21	6.34	3.45
2.00	0.277	0.0000800	0.744	0.27	0.752	3.76	6.97	5.72	3.99
2.00	0.170	0.0001300	0.728	0.26	0.730	3.45	8.39	5.47	6.36
2.50	0.554	0.0000500	0.973	0.30	1.034	5.22	11.27	8.50	7.40
2.50	0.346	0.0000800	0.932	0.29	0.950	4.13	6.76	6.19	2.72
2.50	0.213	0.0001300	0.917	0.28	0.922	3.66	8.42	5.61	6.28
2.50	0.138	0.0002000	0.841	0.27	0.843	3.51	7.71	5.51	5.40
3.50	0.484	0.0000800	1.044	0.32	1.093	5.10	9.84	9.24	3.37
3.50	0.298	0.0001300	1.003	0.31	1.018	4.36	6.55	6.13	2.30
3.50	0.194	0.0002000	0.870	0.30	0.874	4.23	8.28	5.94	5.76
3.50	0.121	0.0003200	0.897	0.29	0.899	3.94	9.29	5.74	7.30
0.85	0.118	0.0000800	0.533	0.17	0.534	3.90	15.67	5.21	14.46
1.20	0.102	0.0001300	0.569	0.21	0.570	2.98	5.61	4.97	1.07
1.20	0.066	0.0002000	0.525	0.21	0.525	3.02	5.76	4.94	1.71
1.20	0.042	0.0003200	0.531	0.21	0.531	3.05	8.29	7.03	3.70
1.50	0.128	0.0001300	0.668	0.23	0.669	3.23	7.09	5.05	4.28
1.50	0.083	0.0002000	0.645	0.23	0.645	3.19	7.85	5.00	5.52
1.50	0.052	0.0003200	0.613	0.23	0.613	3.20	7.37	4.99	4.82
1.50	0.033	0.0005000	0.577	0.23	0.577	3.10	8.29	7.05	3.62
2.00	0.111	0.0002000	0.716	0.26	0.717	3.55	6.39	5.10	2.66
2.00	0.069	0.0003200	0.727	0.25	0.727	3.52	6.56	5.09	3.08
2.00	0.044	0.0005000	0.639	0.25	0.639	3.62	8.80	7.13	4.30
2.50	0.086	0.0003200	0.702	0.27	0.703	3.89	6.14	5.15	1.15
2.50	0.055	0.0005000	0.649	0.26	0.649	4.00	7.55	5.17	4.48
2.50	0.035	0.0008000	0.590	0.26	0.590	4.11	8.87	7.19	3.97
3.50	0.077	0.0005000	0.863	0.28	0.864	4.29	7.33	5.28	3.77
3.50	0.048	0.0008000	0.686	0.28	0.686	4.42	8.22	7.27	1.42
3.50	0.030	0.0013000	0.663	0.27	0.663	4.47	8.29	7.28	1.77

Tabelle 3.7: Die experimentell gemessenen Wirkungsquerschnitte σ_{red}. Die angegebene Strukturfunktion F_2 ist aus σ_{red} und den zitierten R-Werten extrahiert worden. Die statistischen Fehler wurden gemäß Gleichung (3.46) ermittelt. Der gesamte Fehler δ_{tot} läßt sich in einen korrelierten und unkorrelierten Beitrag aufspalten. Die unteren Datenpunkte in der Tabelle sind mit der Σ-Methode bestimmt und [139] entnommen.

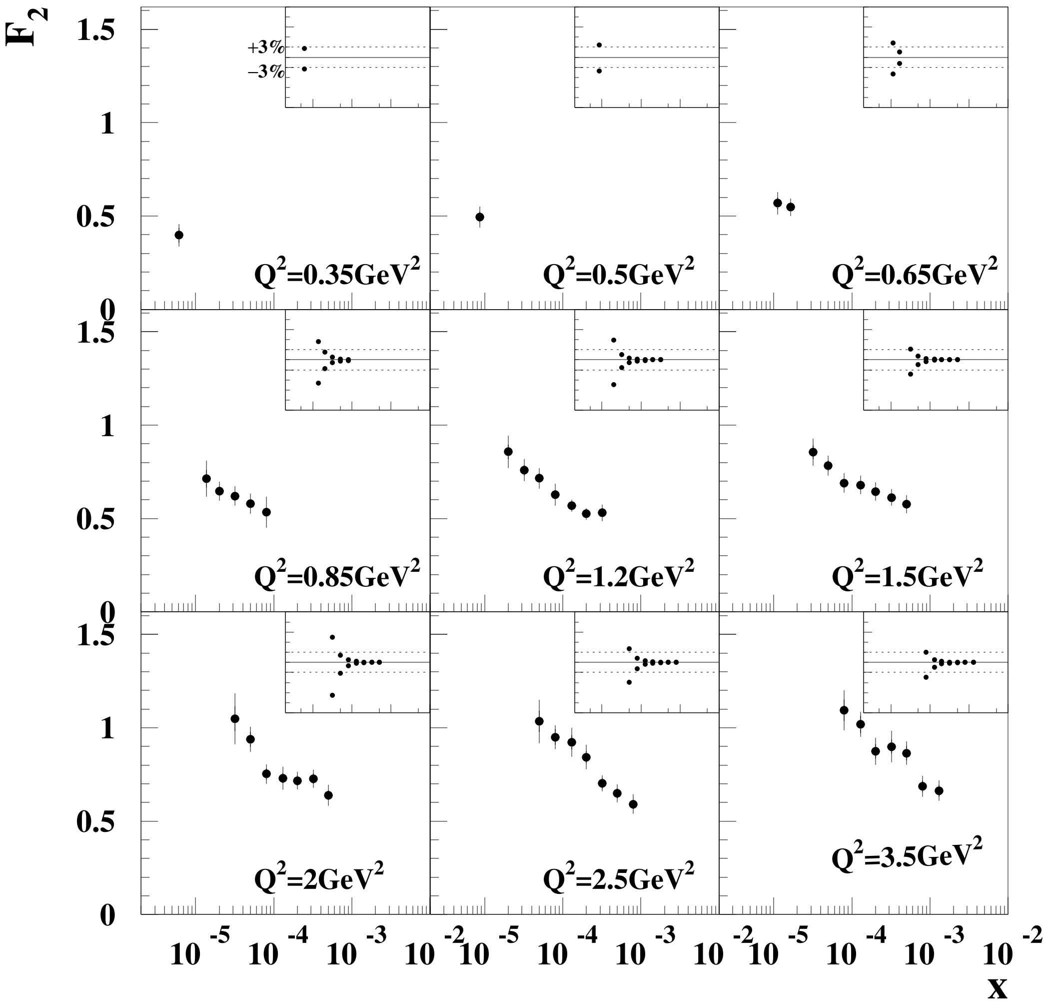

Abbildung 3.28: Die ermittelte Strukturfunktion F_2 in den Q^2-Bins der Analyse. Für $y < 0.12$ sind die F_2-Werte aus der Σ-Methode miteingezeichnet. Die kleinen Bilder zeigen die Sensitivität von F_2 auf die Variation des R-Wertes um 100%. Die gestrichelten Linien definieren eine Änderung um $\pm 3\%$. Der Bereich der x-Skala in den kleinen Bildern ist mit dem x-Wertebereich der großen Diagramme identisch.

Kapitel 4

Diskussion der Phänomenologie bei kleinen Q^2

In diesem Kapitel wird eine ausführliche Diskussion und Interpretation der gemessenen Strukturfunktion F_2 bei kleinen Werten von Q^2 gegeben. Zu Beginn werden die F_2-Daten mit phänomenologischen Modellen mit dem Ziel konfrontiert, mehr über das Verhalten der Strukturfunktion im Übergangsbereich ($Q^2 \to 0$) von DIS zur Photoproduktion zu erfahren. Zu diesem Zweck wird im zweiten Abschnitt des Kapitels eine auf das Vektormeson-Dominanz-Modell (VDM) gestützte Extrapolation der Wirkungsquerschnittsdaten zu $Q^2 = 0$ vorgestellt, die Vergleiche mit gemessenen Photoproduktionsdaten ermöglicht.

4.1 Das x- und Q^2-Verhalten der Daten im Vergleich zu Modellen

Die in Tabelle 3.7 aufgeführten F_2-Daten von 1995 sind in Abbildung 4.1 zusammen mit H1-Daten aus dem Jahre 1994 [45] in den Q^2-Bins der Analyse gezeigt. Der Vergleich der neuen F_2-Ergebnisse mit den H1-Daten des Jahres 1994 zeigt im Überlappbereich $1.5 \leq Q^2 \leq 3.5$ GeV^2 eine gute Übereinstimmung. Darüberhinaus wird zum ersten Mal bei H1 der Bereich $0.35 \leq Q^2 < 1.5$ GeV^2 mit F_2-Daten bei kleinen x abgedeckt. Aus Abbildung 4.1 ist ersichtlich, daß der Anstieg von F_2 zu kleinen x noch bei kleinen Q^2 ($Q^2 \leq 1$ GeV^2) anhält.

Die F_2-Meßpunkte werden in der Abbildung mit vier verschiedenen Modellen verglichen, die jeweils unterschiedliche theoretische Konzepte repräsentieren: Die Parametrisierung CKMT[1] beruht auf der Reggetheorie, die SchSp[2]-Parametrisierung benutzt die Ideen der Vektormeson-Dominanz, während die Modelle von GRV und ABY[3] auf QCD-Rechnungen basieren (eine ausführliche Beschreibung der Modelle folgt später).

Das Wachstum von F_2 zu kleinen x kann bei festem Q^2 durch eine Potenz λ charakterisiert werden:

$$\langle F_2(x) \rangle_{x_{min}}^{x_{max}} \propto x^{-\lambda} \tag{4.1}$$

[1] Capella, Kaidalov, Merino, Tran Than Van
[2] Schildknecht, Spiesberger
[3] Adel, Barreiro, Yndurain

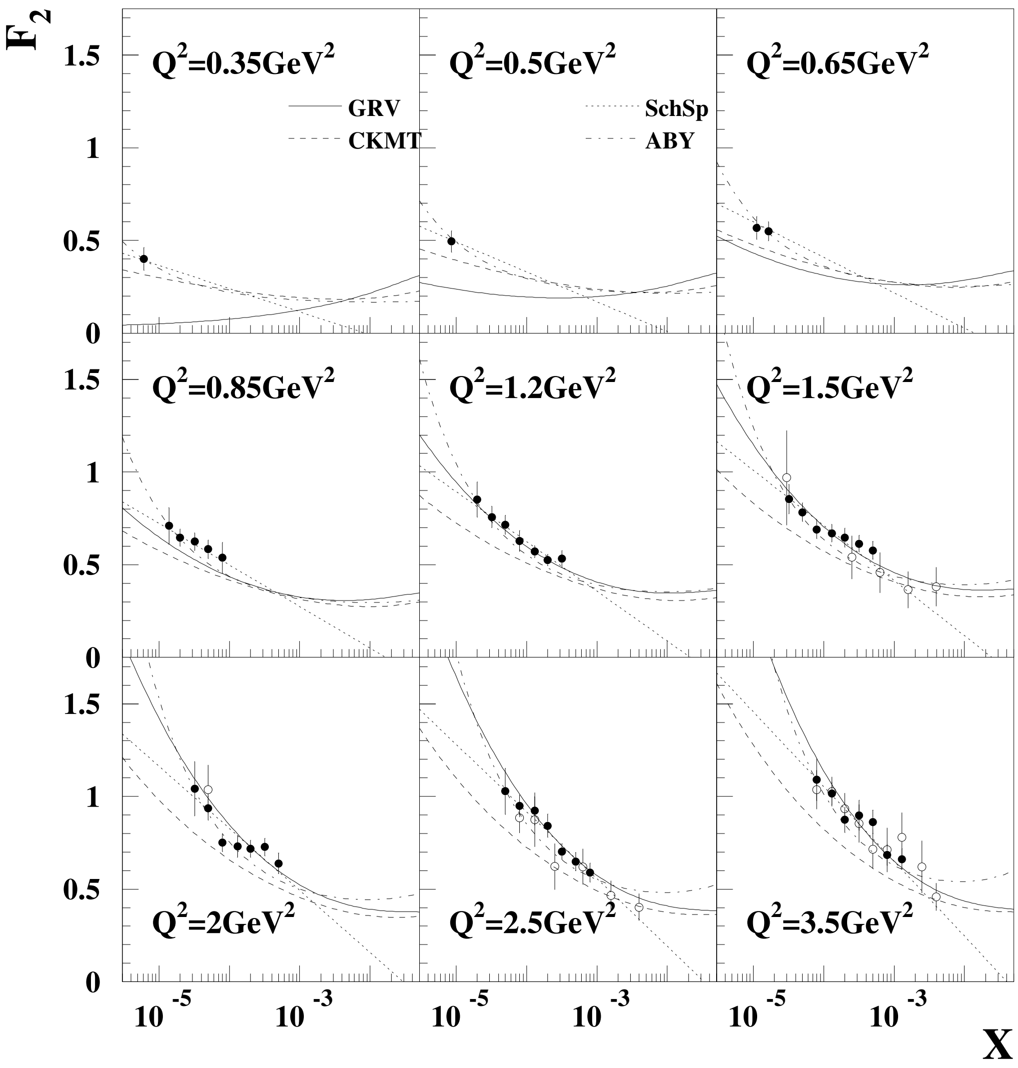

Abbildung 4.1: Vergleich der gemessenen Strukturfunktion F_2 mit verschiedenen Modellen. Gezeigt sind neben den Daten der *shifted vertex* Periode 1995 (schwarz) die H1-Punkte (offen) aus dem Jahre 1994. Die eingezeichneten Parametrisierungen basieren teilweise auf QCD-Rechnungen (GRV, ABY), teilweise auf phänomenologischen Ansätzen, wie dem VDM (SchSp) oder der Reggetheorie (CKMT).

Für jedes Q^2-Bin der Analyse wird dabei zwischen dem kleinsten x_{min} und dem größten x_{max} erreichten x-Wert ein Potenzausdruck der Form (4.1) an die gemessene Strukturfunktion F_2 angepaßt. Dies ist insbesondere dann eine sehr gute Näherung, wenn sich das Meßintervall in x nicht über allzuviele Größenordnungen erstreckt. Das Wachstum in jedem Q^2-Bin ist dann durch die Potenz λ definiert, die die Änderung des x-Anstiegs der Strukturfunktion bei unterschiedlichen Werten von Q^2 beschreibt. In Tabelle 4.1 finden sich die durch die Anpassung an F_2 bestimmten λ-Werte zusammen mit ihren statistischen und systematischen Fehlern. Da diese Steigungen jeweils nur für ein bestimmtes x-Intervall gültig sind, werden die Grenzen des x-Intervalls in Tabelle 4.1 mitangegeben.

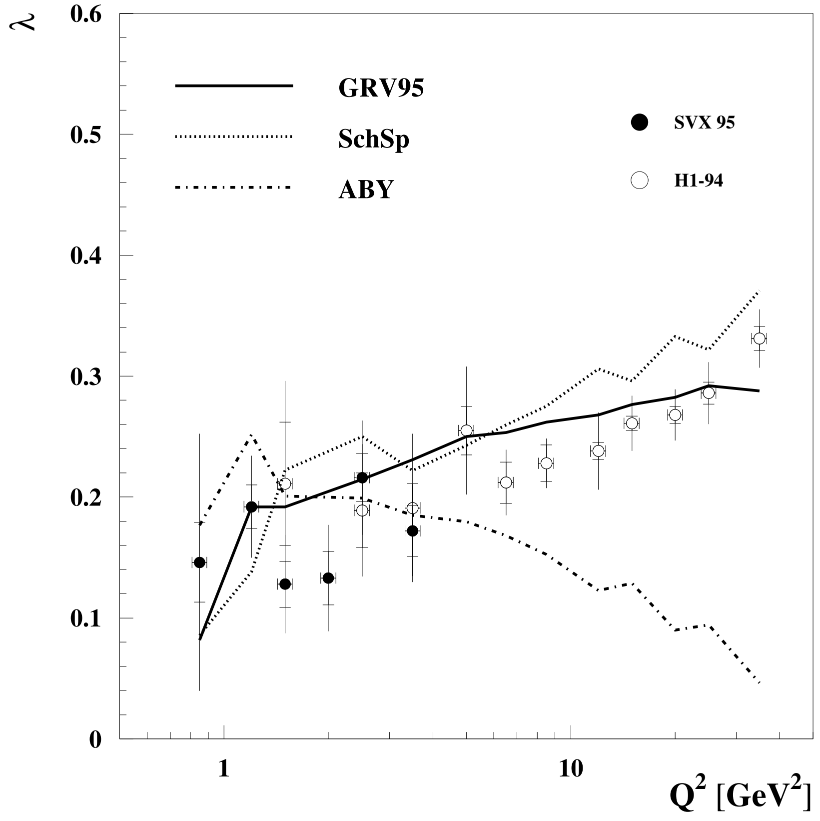

Abbildung 4.2: Vergleich des Wachstums der Strukturfunktion F_2 zu kleinen x mit drei verschiedenen Modellen. Zu größeren Q^2 sind auch die Steigungen λ der 1994-Daten dargestellt. Die λ-Werte der einzelnen Parametrisierungen, die hier gezeigt werden, sind in analoger Weise zu den Daten ermittelt worden (vgl. Text).

Abbildung 4.2 zeigt für die analysierten F_2-Daten ihre Steigung λ für verschiedene Werte von Q^2. Zusätzlich sind im Bereich höherer Q^2 die Ergebnisse für λ aus einer analogen Anpassung an F_2-Daten des Jahres 1994 [45] dargestellt. Die Abbildung 4.2 macht deutlich, daß mit abnehmenden Werten von Q^2 das Wachstum der Strukturfunktion zu kleinen x zunehmend schwächer wird.

Zum Vergleich werden in dieser Abbildung die korrespondierenden λ-Werte dreier Parametrisierungen gezeigt. Der x-Anstieg jeder Parametrisierung wurde in dem jeweiligen

Q^2 [GeV^2]	x_{min}	x_{max}	λ	$\delta\lambda_{stat}$	$\delta\lambda_{sys}$
0.85	$1.38 \cdot 10^{-5}$	$8 \cdot 10^{-5}$	0.147	0.04	0.097
1.2	$2 \cdot 10^{-5}$	$3.2 \cdot 10^{-4}$	0.192	0.02	0.036
1.5	$3.2 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-4}$	0.128	0.019	0.037
2.0	$3.2 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-4}$	0.133	0.024	0.04
2.5	$5 \cdot 10^{-5}$	$8 \cdot 10^{-4}$	0.216	0.021	0.042
3.5	$8 \cdot 10^{-5}$	$1.3 \cdot 10^{-4}$	0.172	0.021	0.031

Tabelle 4.1: Das Wachstum von F_2 zu kleinen x ausgedrückt durch die Größe λ für verschiedene Q^2-Werte. Die statistischen Fehler von λ entsprechen den gesamten unkorrelierten Beiträgen zum Fehler von F_2 (vgl. Kapitel 3.5.2). Die systematischen Fehler wurden durch Verschiebung von F_2 um seinen korrelierten Fehler an jedem Punkt ermittelt.

x-Intervall der Q^2-Bins durch eine Anpassung der Form $x^{-\lambda}$ bestimmt. Um sicherzustellen, daß sich die Parametrisierungen durch die Form $\sim x^{-\lambda}$ gut beschreiben lassen, wurde das x-Intervall eines Q^2-Bins zusätzlich in fünf weitere Unterabschnitte i unterteilt und aus der Anpassung in jedem Unterabschnitt i ein Wert λ_i bestimmt. Es zeigte sich, daß die durchgeführten Anpassungen der Form $x^{-\lambda_i}$ in jedem Unterabschnitt i eine sehr gute Näherung an die jeweilige Parametrisierung ergaben, da die Abweichung in einem Unterabschnitt meist weniger als 1% betrug und nur in seltenen Fällen auf maximal 2% anstieg. Die verschiedenen λ_i-Werte der zu einem Q^2-Bin gehörenden fünf Unterabschnitte wurden statistisch gemittelt, wobei ihr Mittelwert zum Vergleich mit den Daten in Abbildung 4.2 eingezeichnet ist. Die relative Streuung der einzelnen λ_i-Werte aus den Unterabschnitten lag für die GRV-Parametrisierung unter 20%, während sie im SchSp-Modell maximal 40% erreichte. Für die Parametrisierung ABY betrug die relative Varianz bei kleinen Q^2 rund 20% und stieg bei den höchsten Q^2-Bins auf 100% an. Die Abweichungen können als Maß für die Fehler der λ-Bestimmung aus theoretischen Modellen angesehen werden und verdeutlichen, daß die auf diese Weise aus den unterschiedlichen Parametrisierungen ermittelten λ-Werte keine absoluten quantitativen Theorievorhersagen darstellen, sondern nur zum qualitativen Vergleich der Variation des x-Wachstums der Strukturfunktion bei unterschiedlichem Q^2 dienen.

Abbildung 4.3 zeigt die Q^2-Abhängigkeit der F_2-Daten bei einigen festen Werten von x. Die Steigung $dF_2/d\log(Q^2)$ ist dabei ein direktes Maß der Skalenverletzung, die in Abschnitt 1.4.2 besprochen wurde. Neben den Daten dieser Analyse sind auch die H1-94-Daten sowie die ZEUS-Werte [141] aus dem Jahre 1995 dargestellt[4].

Im folgenden werden die bereits erwähnten Modelle vorgestellt und anhand der Abbildungen 4.1, 4.2 und 4.3 mit den Daten konfrontiert.

- **GRV-Modell:**
  Die in Abschnitt 1.7 bereits vorgestellte GRV-Parametrisierung [54] beruht auf einer DGLAP-Entwicklung, die von valenzartigen Partonen an einer sehr tiefen Anfangsskala $Q_0^2 \approx 0.35$ GeV^2 ausgeht. Für $Q^2 > 1$ GeV^2 beschreibt GRV die Zunahme der gemessene Strukturfunktion zu kleineren Werten von x sehr gut (vgl. Abbildung 4.1).

[4]Die ZEUS-Daten erreichen sehr kleine Q^2 bis herunter zu 0.11GeV^2. Die Messung wurde durch den Einbau eines *beam pipe calorimeters (BPC)* ermöglicht, das sehr dicht am Strahlrohr liegt.

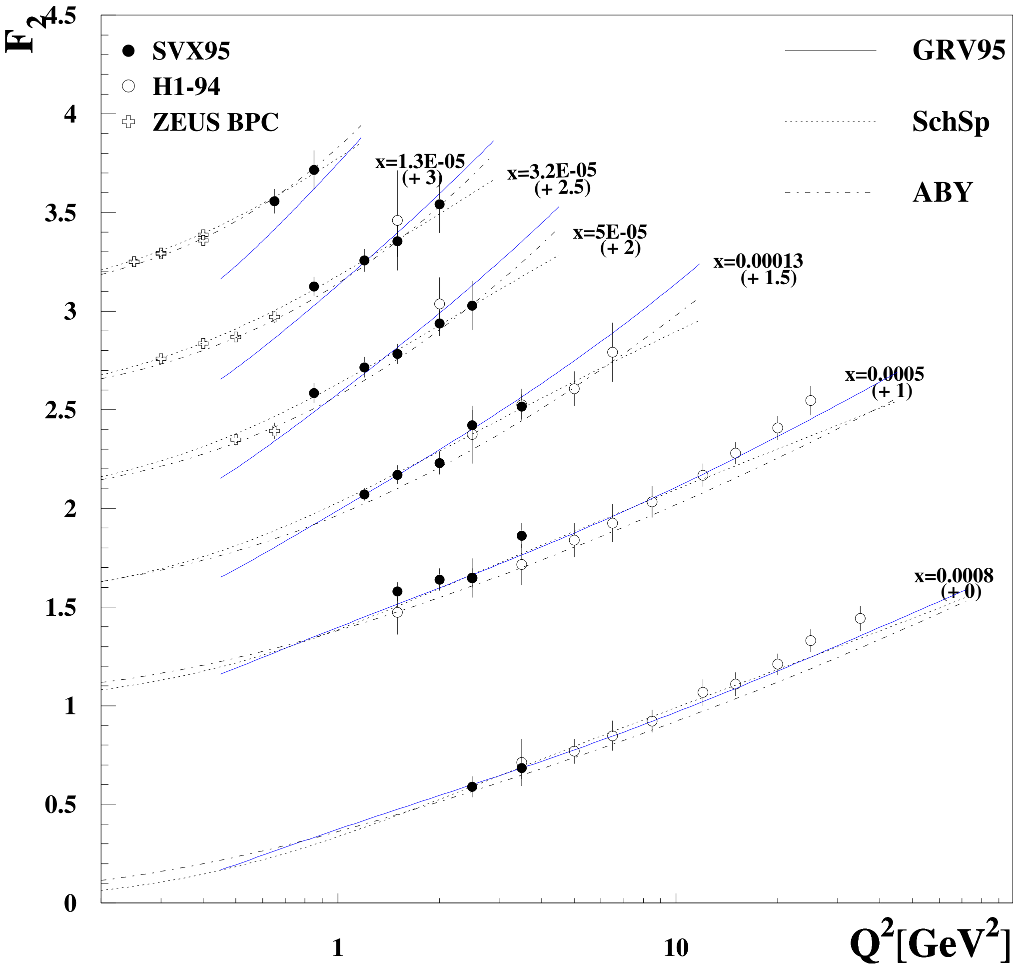

Abbildung 4.3: Darstellung der Skalenverletzung der Strukturfunktion für einige ausgewählte x-Werte der Analyse. Ebenfalls eingezeichnet sind die ZEUS-BPC-Daten bei sehr kleinem Q^2 [141] sowie die H1-Daten des Jahres 1994 [45]. Alle Datenpunkte und Modellvorhersagen sind jeweils um die in den Klammern angegebenen Werte aus Darstellungsgründen verschoben.

Erst bei $Q^2 < 1$ GeV^2 weichen QCD-Anpassung und gemessene Daten voneinander ab. Bei noch kleineren Werten von $Q^2 \sim 0.5$ GeV^2 geht das GRV-Modell erwartungsgemäß sehr rasch in seinen valenzartigen Anfangszustand zurück und liefert nur noch unrealistische Werte für die Strukturfunktion. Das Wachstum von F_2 zu kleinen x wird von GRV, wie aus Abbildung 4.2 zu entnehmen ist, sehr gut wiedergegeben. Aus Abbildung 4.3 geht allerdings hervor, daß GRV besonders bei den kleinsten Werten von x eine etwas zu starke Skalenverletzung der Strukturfunktion erzeugt, die über der aus den Daten liegt. Erst bei höheren Werten von $x \sim 5 \cdot 10^{-4}$ wird der Q^2-Anstieg von F_2 (Abbildung 4.3) richtig beschrieben. Der steile Anstieg von F_2 bei zunehmenden Q^2 und kleinem x, der aus der GRV-Parametrisierung folgt, kann direkt auf eine hohe Gluonendichte zurückgeführt werden, die für die Skalenverletzung im Modell verantwortlich ist. Im GRV-Modell entwickelt sich aufgrund der niedrigen Anfangsskala Q_0^2 nach wenigen Evolutionsschritten in Q^2 eine sehr steile Gluonendichte, die mit den gemessenen Daten bei kleinen x inkompatibel ist (vgl. Kapitel 5.2).

- **ABY-Modell:**
Ebenfalls auf QCD-Rechnungen basiert die Parametrisierung von ABY [142], die zwei mögliche QCD-Lösungen aus der OPE (operator product expansion, vgl. Abschnitt 1.44) berücksichtigt. Ein 'harter', singulärer Ansatz $F_2 \sim x^{-\lambda_{ABY}}$, mit $\lambda_{ABY} > 0$, wird mit einem flachen x-Verhalten der Strukturfunktion kombiniert. Um diesen Ansatz auf niedrige Werte von Q^2 ausdehnen zu können, muß die laufende Kopplungskonstante $\alpha_s(Q^2)$, die für $Q^2 \to \Lambda^2$ divergiert, einen Sättigungsbereich erreichen und wird in diesem Modell durch

$$\alpha_s(Q^2) \to \tilde{\alpha}_s(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \log((Q^2 + \Lambda_{eff}^2)/\Lambda_{eff}^2)} \tag{4.2}$$

ersetzt, wobei ein effektives Λ_{eff} in der Größenordnung von typischen hadronischen Massen benutzt wird. Für kleine Q^2 und bei niedrigen x lautet die ABY-Parametrisierung:

$$F_2^{ABY}(x, Q^2) = B_S(\tilde{\alpha}_s(Q^2))^{d_S} x^{-\lambda_{ABY}} + C\frac{Q^2}{Q^2 + \Lambda_{eff}^2} + B_{NS}(\tilde{\alpha}_s(Q^2))^{d_{NS}} x^{\rho}. \tag{4.3}$$

Der erste Term in Gleichung (4.3) entspricht der singulären Lösung mit $F_2 \sim x^{-\lambda_{ABY}}$ mit einem λ_{ABY} von 0.47. Der mittlere Term nimmt ein flaches x-Verhalten für F_2 an, das im Grenzfall $Q^2 \to 0$ Gleichung (4.3) dominiert und dadurch die Strukturfunktion in korrekter Weise für $Q^2 \to 0$ zum Verschwinden bringt. Der dritte Term schließlich ist ein reiner Non-Singlett-Ausdruck, der bei hohem x einem Reggeonaustausch mit Interzeptwert $\alpha_{I\!R} \approx 1 - \rho = 0.5$ entspricht. Die ABY-Parametrisierung beschreibt im Bereich $Q^2 < 5$ GeV^2 die gemessenen Daten recht gut, wie aus Abbildung 4.1 hervorgeht. Bei den kleinsten x-Werten steigt ihre F_2-Vorhersage rasch an, während sie im Bereich größerer x aufgrund des mittleren Terms in Gleichung (4.3) langsam flacher wird. Zu höheren x-Werten ist sogar ein Anstieg von F_2 zu großen x aus Abbildung 4.1 zu erkennen, das vom Reggeonbeitrag ($F_2 \sim x^{\rho}$) stammt.

In Abbildung 4.2 wird das Wachstum von F_2 zu kleinen x aus der ABY-Gleichung mit den Datenpunkten verglichen. Hier zeigt sich, daß die Tendenz des effektiven $x^{-\lambda}$-Verhaltens in den Daten, nämlich ein Anstieg von λ zu höheren Werten von Q^2, im ABY-Modell nicht richtig wiedergegeben wird. Die einfache Anpassung der Form $x^{-\lambda}$ an Gleichung (4.3) liefert hier ein abnehmendes λ bei wachsendem Q^2, was durch den zunehmenden Einfluß des Non-Singlett-Ausdrucks x^{ρ} bei höheren Q^2 und damit größeren x hervorgerufen wird.

Der Gültigkeitsbereich von Gleichung (4.3) ist auf $Q^2 \leq 20$ GeV^2 beschränkt [142], da in dieser Parametrisierung keine QCD-Entwicklung enthalten ist. Zur Beschreibung der Strukturfunktion bei höheren Q^2-Werten muß die 'weiche' Komponente (2. Term in Gl. 4.3) über die DGLAP-Gleichungen entwickelt werden. In der QCD-Entwicklung erzeugt dieser Term ein x-Wachstum, das schneller als jede Potenz von $\log(1/x)$ und langsamer als jede Potenz $x^{-\lambda}$ ansteigt [29]. Dadurch würde das abfallende Verhalten von λ aus Abbildung 4.2 im ABY-Modell zu hohen Q^2 wieder kompensiert werden.

- **Regge-Modelle:**
Die CKMT-Parametrisierung [143], die in Abbildung 4.1 gezeigt wird, beruht auf den Ideen der Reggetheorie (vgl. Kapitel 1.5.3). Im Gegensatz zum bereits erwähnten DoLa-Modell aus Gleichung (1.53), bekommt der Interzeptwert des Pomerons $\alpha_{I\!P}$ eine Q^2-Abhängigkeit der Form

$$\alpha_{I\!P}(Q^2) - 1 = \Delta(Q^2) = \Delta_0 \left(1 + \frac{2Q^2}{Q^2 + d}\right). \tag{4.4}$$

In diesem Modell wird für $Q^2 \to \infty$ der Anstieg der Strukturfunktion zu kleinen x durch den Austausch eines einzigen 'nackten' Pomerons mit Interzeptwert $1+\Delta(\infty) \approx 1.24$ bestimmt. Durch absorptive Korrekturen, die umso größer werden, je kleiner die Virtualität Q^2 des Photons ist, erhält man einen effektiven Interzeptwert $1+\Delta(Q^2)$ gemäß der Gleichung (4.4), der niedriger ist als der 'nackte' Pomeroninterzept. Bei $Q^2 = 0$ wird der Wirkungsquerschnitt dann durch das *soft Pomeron* mit $1 + \Delta(0) \approx 1.08$ bestimmt. Die Strukturfunktion F_2 läßt sich im CKMT-Modell wie folgt parametrisieren:

$$\begin{aligned} F_2^{CKMT}(x, Q^2) &= Ax^{-\Delta(Q^2)}(1-x)^{n(Q^2)+4} \left(\frac{Q^2}{Q^2+a}\right)^{1+\Delta(Q^2)} \\ &\quad + Bx^{1-\alpha_{I\!R}}(1-x)^{n(Q^2)} \left(\frac{Q^2}{Q^2+b}\right)^{\alpha_{I\!R}}, \end{aligned} \tag{4.5}$$

wobei $n(Q^2) = \frac{3}{2}\left(1 + \frac{Q^2}{Q^2+c}\right)$ das durch die Quarkzählregeln (vgl. Abschnitt 1.7) festgelegte Verhalten der Strukturfunktion im Grenzwert $x \to 1$ sichert. Der erste Term in Gleichung (4.5) entspricht dem effektiven Pomeronbeitrag mit einem Q^2-abhängigen Interzept, der das Verhalten der Strukturfunktion für kleine x festlegt. Der zweite Term in der obigen Gleichung entspricht einem Beitrag durch Austausch eines Reggeons, der für höhere Werte von x dominiert.

Die Parameter aus Gleichung (4.5) sind durch Anpassungen an SLAC-, BCDMS- und NMC-Daten festgelegt worden. Es zeigt sich jedoch, daß der starke Anstieg von F_2 zu kleinen x aus Abbildung 4.1 durch die CKMT-Vorhersage nicht beschrieben werden kann. Allerdings kann durch eine leichte Modifikation der Gleichung (4.4) und Einführung eines neuen Parameters κ in der Q^2-Abhängigkeit des Interzeptwertes die CKMT-Vorhersage bis $Q^2 \leq 3.5$ GeV^2 an die Daten angepaßt werden [144], ohne die Grundaussagen des Modells zu verändern. Der veränderte Interzeptwert $\Delta'(Q^2)$

besitzt dann folgende Gestalt:

$$\Delta'(Q^2) = \Delta_0 \left(1 + \frac{\kappa Q^2}{Q^2 + d'}\right) \tag{4.6}$$

wobei die Werte für κ und d' nach der Anpassung an die F_2-Daten den Originalwerten sehr nahe kommen. In Abbildung 4.4 ist die CKMT-Parametrisierung mit ihrer modifizierten Interzeptabhängigkeit erneut dargestellt.

Die – auf dem *soft Pomeron* basierende – reine Regge-Vorhersage von Donnachie und Landshoff [42] aus Gleichung (1.53) verfehlt die Daten im gesamten Q^2-Bereich der F_2-Messung, wie aus Abbildung 4.4 hervorgeht. Im Bereich hoher x dagegen gibt die DoLa-Parametrisierung die F_2-Daten des Experiments NMC und E665 richtig wieder. Der durch das *soft Pomeron* vermittelte Anstieg von $x^{-0.08}$ genügt jedoch nicht, das Wachstum von F_2 zu kleinen x, selbst bei niedrigem Q^2, zu erklären.

In einer neuen Analyse von Cudell et al. [145] wurden aus den totalen Wirkungsquerschnittsdaten von pp-, $p\overline{p}$-, γp- und πp-Reaktionen[5] ein neuer Pomeroninterzeptwert von $\alpha_{\mathbb{P}} = 1.0964^{+0.0115}_{-0.0091}$ ermittelt. Mit diesem neuen Pomeroninterzept kann eine sehr einfache Anpassung an die F_2-Daten von NMC und E665 durchgeführt werden [147], die in ihrer funktionalen Form mit der originalen DoLa-Parametrisierung identisch ist:

$$F_2 \propto \left(\frac{Q^2}{Q^2 + a}\right) x^{1-\alpha_{\mathbb{P}}} \tag{4.7}$$

Abbildung 4.4 zeigt den Einfluß dieses veränderten Pomeroninterzepts im Vergleich zur originalen DoLa-Parametrisierung. Im Gegensatz zum ursprünglichen Wert von $1 - \alpha_{\mathbb{P}} = -0.08$ gibt der durch Cudell neu bestimmte Interzept ein leicht erhöhtes F_2 im Bereich kleiner x, das aber immer noch weit unterhalb der gemessenen Strukturfunktionsdaten liegt.

Die in Abbildung 4.4 gezeigten Parametrisierungen machen deutlich, daß die Modelle, die auf der Reggetheorie basieren und einen festen Pomeroninterzept besitzen, die Strukturfunktionsdaten F_2 bei kleinen x im Q^2-Bereich der Analyse verfehlen[6]. Dagegen zeigt das CKMT-Modell, daß die Strukturfunktionsdaten und damit die totalen Wirkungsquerschnitte $\sigma^{tot}_{\gamma^* p}$ bis zu $Q^2 = 3.5$ GeV^2 korrekt wiedergegeben werden können, wenn eine Q^2-Abhängigkeit im Interzept eingeführt wird.

- **SchSp-Modell:**
  Die SchSp-Parametrisierung [148], die in den vorigen Abbildungen 4.1 bis 4.3 gezeigt worden ist, basiert auf den Ideen des generalisierten Vektormeson-Dominanz-Modells (vgl. Abschnitt 1.5.2). Der transversale Photon-Proton-Wirkungsquerschnitt kann

[5] Ob aus experimentellen Daten ein Wachstum der hadronischen Wirkungsquerschnitte mit s^ϵ gefolgert werden kann, wurde in Referenz [146] untersucht. Die Autoren kommen in ihrer Analyse zum Schluß, daß sowohl Anpassungen mit einem Potenzverhalten $s^\epsilon \sim x^{-\epsilon}$ als auch ein logarithmisches Anwachsen der hadronischen Wirkungsquerschnitte mit $\ln^\gamma(s)$, wobei $\gamma \in [0.5, 2.2]$, kompatibel mit Messungen zu hadronischen Wirkungsquerschnitten ist.

[6] Es ist jedoch möglich, die ZEUS-BPC-Daten für $0.11 \leq Q^2 \leq 0.65$ GeV^2 mit einem festen Interzeptwert zu beschreiben [151].

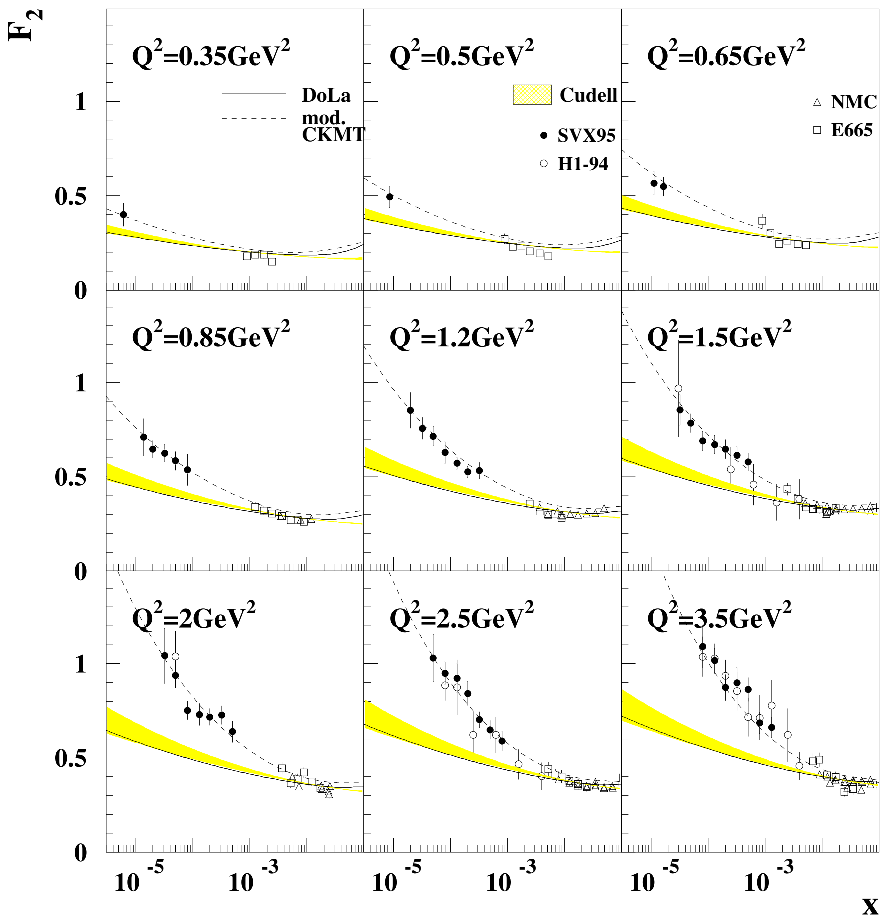

Abbildung 4.4: Vergleich der gemessenen Strukturfunktion F_2 mit verschiedenen Regge-Modellen. Neben den H1-Punkten sind Daten aus Experimenten an ruhenden hadronischen Targets gezeigt (E665, NMC). Die Vorhersage von DoLa [42] benutzt einen Pomeroninterzept von 1.08. Die Analyse von Cudell et al. [145] liefert einen etwas höheren Wert von 1.096, der aber immer noch einen viel zu schwachen Anstieg von F_2 zu kleinen x erzeugt. Das eingezeichnete Band stellt den aus dieser Untersuchung erhaltenen Wertebereich des Pomeroninterzepts dar. Durch eine Q^2-Abhängigkeit, wie im modifizierten CKMT-Modell, kann eine Beschreibung der F_2-Daten bis $Q^2 = 3.5$ GeV^2 erreicht werden.

hier durch einen Integralausdruck über kontinuierliche Vektormesonzustände mit

Masse m dargestellt[7] werden [149]:

$$\sigma_T(W^2, Q^2) = \int_{m_0^2} dm^2 \frac{\rho_T(W^2, m^2) m^4}{(m^2 + Q^2)^2} \tag{4.8}$$

Dabei bezeichnet man $\rho_T(W^2, m^2)$ als Spektralfunktion, die im direkten Zusammenhang mit der Vorwärtsstreuamplitude der elastischen Streuung eines Vektormesons am Proton steht. Der longitudinale Wirkungsquerschnitt $\sigma_L(W^2, Q^2)$ kann aus Gleichung (4.8) durch einen zusätzlichen Faktor $\xi Q^2/m^2$ [149] im Integranden ermittelt werden:

$$\sigma_L(W^2, Q^2) = \int_{m_0^2} dm^2 \frac{\xi \rho_T(W^2, m^2) m^4}{(m^2 + Q^2)^2} \frac{Q^2}{m^2} \tag{4.9}$$

Im SchSp-Modell wird für die Spektralfunktion der folgende Ansatz gemacht:

$$\rho_T(W^2, m^2) = N \frac{\ln(W^2/am^2)}{m^4} \tag{4.10}$$

Die $1/m^4$-Abhängigkeit folgt zum einem aus der Hadronproduktion bei e^+e^--Streuung, die mit $1/m^2$, der Masse des erzeugten hadronischen Systems, abfällt und zum anderen aus der nachfolgenden Wechselwirkung des gebildeten hadronischen Zustands mit dem Proton. Die W^2-Abhängigkeit wird für große Energien als logarithmisch angenommen und mit einem zusätzlichen Parameter a auf die hadronische Masse m skaliert.

Beide Integrale aus den Gleichungen (4.8) und (4.9) können unter der oben angenommenen Form der Spektralfunktion ρ_T geschlossen gelöst werden [148]. Als Wirkungsquerschnitte erhält man dann:

$$\begin{aligned}
\sigma_T(W^2, Q^2) &= N \left(\frac{1}{Q^2 + m_0^2} \ln(\frac{W^2}{am_0^2}) - \frac{1}{Q^2} \ln(1 + \frac{Q^2}{m_0^2}) \right) && (4.11) \\
\sigma_L(W^2, Q^2) &= N\xi \Bigg[\left(\frac{1}{Q^2} \ln(1 + \frac{Q^2}{m_0^2}) - \frac{1}{Q^2 + m_0^2} \right) \ln(\frac{W^2}{am_0^2}) \\
&\quad + \frac{1}{Q^2} \left(\ln(1 + \frac{Q^2}{m_0^2}) + \mathrm{Li}_2(\frac{Q^2}{m_0^2}) \right) \Bigg] && (4.12)
\end{aligned}$$

Die Funktion $\mathrm{Li}_2(x)$ bezeichnet den Dilogarithmus, der durch $\mathrm{Li}_2(x) = -\int_0^x dt\, \ln(1-t)/t$ definiert ist.

Im Grenzfall $Q^2 \to 0$ verschwindet σ_L erwartungsgemäß, während der transversale Wirkungsquerschnitt σ_T endlich bleibt:

$$\sigma_T(W^2, Q^2 \to 0) = \sigma_{\gamma p} = \frac{N}{m_0^2} \left(\ln\Big(\frac{W^2}{am_0^2}\Big) - 1 \right) \tag{4.13}$$

[7] Die allgemeine elastische Reaktion lautet $VM + p \to VM' + p$, wobei VM und VM' die Vektormesonzustände sind, in die das Photon fluktuiert. Betrachtet man nur elastische Prozesse mit $VM = VM'$, kann die Streuamplitude auf einfache Weise diagonalisiert werden, und es ist nur eine Integration über m durchzuführen.

Das SchSp-Modell ist aufgrund seiner logarithmischen W^2-Abhängigkeit im Bereich großer $W^2 > 1000$ GeV^2 anzuwenden, da nur dort die hadronischen Wirkungsquerschnitte langsam mit der Energie ansteigen.

Für die in den Abbildungen 4.1, 4.2 und 4.3 mit SchSp gekennzeichneten Kurven wurden die in Referenz [148] angegebenen Werte für die freien Parameter N, m_0^2, a und ξ benutzt. Das auf diese Weise definierte $F_2 = \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha}(\sigma_T+\sigma_L)$ beschreibt dabei das x-Wachstum der in den Abbildungen 4.1 und 4.2 wiedergegebenen Strukturfunktion recht zufriedenstellend. Die Skalenverletzung von F_2 (Abbildung 4.3) wird ebenfalls sehr gut wiedergegeben und ist allein auf die longitudinale Komponente σ_L von F_2 zurückzuführen, da der transversale Anteil an F_2 für $Q^2 \gg m_0^2$ etwa Q^2-unabhängig ist.

- **ALLM-Modell:**
Die ALLM[8]-Parametrisierung [187] ist das Ergebnis einer umfassenden Anpassung an F_2-Daten der Experimente SLAC, BCDMS, E665, NMC, ZEUS und H1 sowie an Wirkungsquerschnitte zur Photoproduktion mit dem versucht wird, den gesamten Phasenraum in W und Q^2 abzudecken. Die ALLM-Parametrisierung wurde erst kürzlich [187] an die neuen Daten von H1 [139] und ZEUS [141] des Jahres 1995 angepaßt (ALLM97). Die Grundidee der ALLM-Parametrisierung besteht in der Annahme, daß die Strukturfunktion F_2 aus zwei Anteilen, einem Pomeron-Term und einem Reggeon-Beitrag, aufgebaut werden kann:

$$F_2(x,Q^2) = \frac{Q^2}{Q^2+m_0^2}\left(F_2^{I\!P}(x,Q^2) + F_2^{I\!R}(x,Q^2)\right) \tag{4.14}$$

$$F_2^{I\!P}(x,Q^2) = c_P(t)x_P^{\alpha_P(t)}(1-x)^{b_P(t)} \tag{4.15}$$

$$F_2^{I\!R}(x,Q^2) = c_R(t)x_R^{\alpha_R(t)}(1-x)^{b_R(t)} \tag{4.16}$$

Die Skala t ist durch

$$t = \ln\left(\frac{\ln\frac{Q^2+Q_0^2}{\Lambda^2}}{\ln\frac{Q_0^2}{\Lambda^2}}\right) \tag{4.17}$$

definiert. Die t-Abhängigkeit der einzelnen Koeffizienten c_P, c_R, b_P, b_R sowie der Potenzen $\alpha_P(t)$ und $\alpha_R(t)$ wird durch zwei Funktionen mit jeweils weiteren Parametern ausgedrückt. Insgesamt enthält die neueste ALLM97-Version 23 freie Parameter, die zur Beschreibung des Phasenraumgebiets $3 \cdot 10^{-6} \leq x \leq 0.85$ und $0 \leq Q^2 \leq 5000$ GeV^2 benötigt werden. Die ALLM97-Parametrisierung kann daher zur Beschreibung der meisten F_2-Daten aus *fixed target* Experimenten sowie der F_2-Messungen in der kompletten HERA-Region dienen. In Abbildung 4.5 ist die ALLM97-Parametrisierung zusammen mit F_2-Daten einiger Experimente im Bereich niedriger Q^2 dargestellt. Erwartungsgemäß liefert sie eine gute Beschreibung der Daten.

- **HaBu-Modell:**
Das HaBu[9]-Modell [188] stellt eine einfache und kompakte Parametrisierung der

[8] Abramowicz, Levin, Levy, Maor.
[9] Haidt, Buchmüller

F_2-Daten im Bereich kleiner x und niedriger Q^2 mit nur drei Parametern dar. Es basiert auf der Beobachtung, daß der Anstieg von F_2 zu kleinen x auch mit einem $\log(1/x)$-Wachstum verträglich ist. Außerdem kann die Zunahme von F_2 zu höheren Q^2 durch einen logarithmischen Anstieg in Q^2 beschrieben werden. Daher wird der Ansatz

$$F_2(x, Q^2) = m \cdot \xi \tag{4.18}$$
$$\xi = \log(1 + Q^2/Q_0^2) \log(x_0/x) \tag{4.19}$$

gewählt. Der linearen Anstieg von F_2 in den Variablen $\log(Q^2)$ und $\log(1/x)$ wird auch als *double logarithmic scaling* bezeichnet [188]. Die HaBu-Parametrisierung ist eng mit der Annahme verwandt, daß der x-Anstieg von F_2 bei kleinen x durch den Photon-Gluon-Fusions-Prozeß (PGF) vermittelt wird. Der PGF-Beitrag zu F_2 kann nämlich durch

$$\Delta F_2^{\gamma g} = A + \frac{\alpha_s}{3\pi} \sum_q e_q^2 B \log \frac{Q^2}{Q_0^2} \log \frac{x_0}{x} \tag{4.20}$$

ausgedrückt werden [189]. Die HaBu-Parametrisierung übernimmt keinen Versuch die Valenzquarkdichten zu beschreiben, sondern bleibt nur auf die Region $x < 0.005$ beschränkt. Aus Abbildung 4.5 kann entnommen werden, daß ein (bei kleinen x) lineares Wachstum in $\log(1/x)$ die F_2-Daten bis zu den kleinsten Q^2-Werten sehr gut wiedergeben kann. Dies bedeutet, daß unter Berücksichtigung der gegenwärtigen Fehler der Daten der Anstieg von F_2 zu kleinen x nicht zwingend der Form $F_2 \sim x^{-\lambda}$ gehorchen muß. Auch ein logarithmisches Wachstum zu niedrigen x kann aus den Daten gefolgert werden.

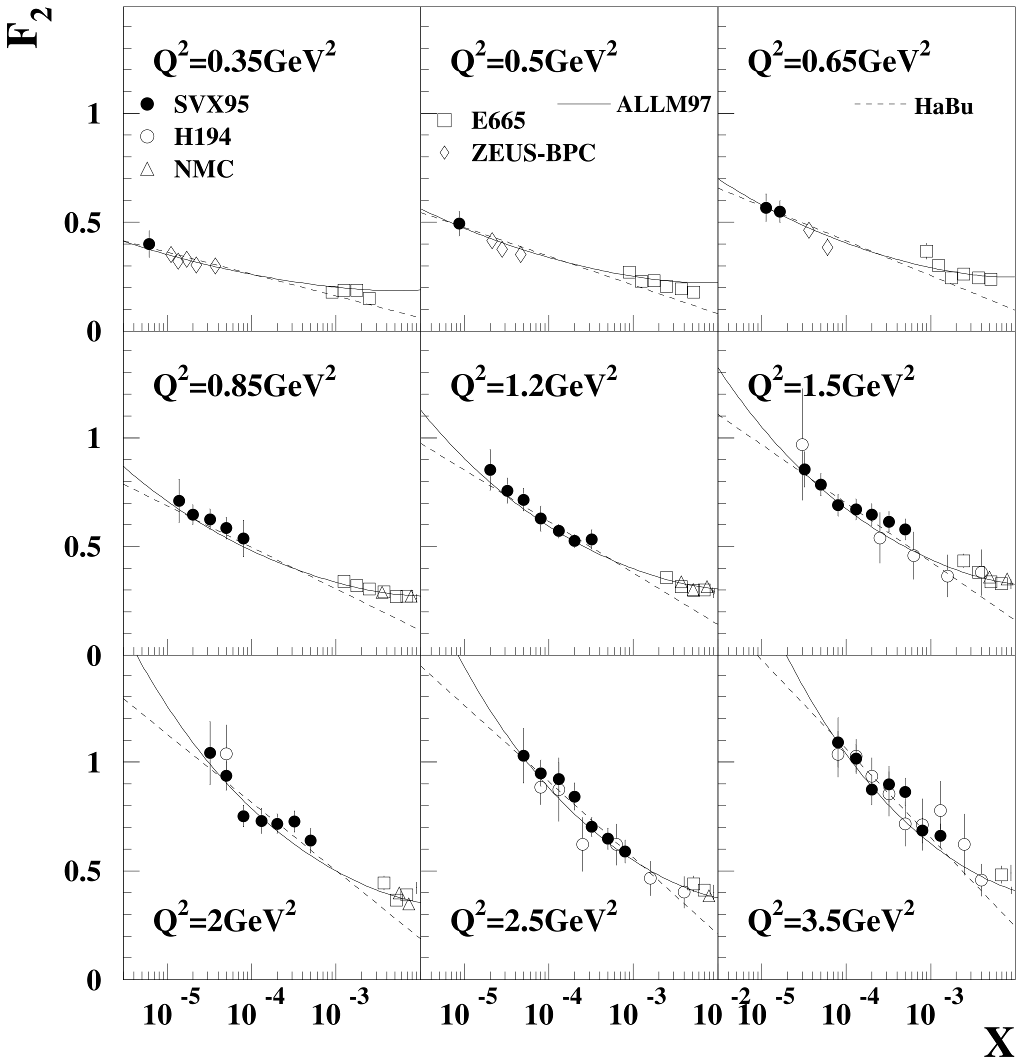

Abbildung 4.5: Die F_2-Daten im Vergleich zu zwei Modellen für verschiedene Q^2-Werte. ALLM97 wurde erst kürzlich an die gezeigten Daten angepaßt [187]. Die HaBu-Parametrisierung geht von einem linearen Wachstum von F_2 in $\log(1/x)$ aus. Die gezeigten Daten stammen von H1, ZEUS, E665 und NMC.

4.2 Extrapolation zur Photoproduktion im Rahmen des VDM

In Kapitel 4.1 ist gezeigt worden, daß das Verhalten der Strukturfunktion F_2 zu kleinen x noch bei niedrigen Q^2 durch einen Anstieg $x^{-\lambda}$ mit $\lambda \geq 0.1$ charakterisiert werden kann. Im Gegensatz dazu wächst der totale Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma p}^{tot}$ für Photoproduktionsereignisse nur langsam mit der Energie W^2 und wird von Modellen mit einem weichen Pomeroninterzept ($\sigma_{\gamma p} \sim (W^2)^{0.08}$) sehr gut beschrieben.

Um das Verhalten der gemessenen Wirkungsquerschnitte im Übergang $Q^2 \to 0$ zu untersuchen, werden die Daten bei festen Energien $W^2 \approx Q^2/x$ über modellabhängige Annahmen aus dem generalisierten VDM in den Photoproduktionsbereich extrapoliert. Eine ähnliche Extrapolation ist in [150, 151] für die ZEUS-BPC-Daten realisiert und ursprünglich von Schildknecht und Sakurai [149] vorgeschlagen worden.

Ausgegangen wird vom allgemeinen Ansatz des generalisierten VDM für die Wirkungsquerschnitte σ_T und σ_L, die in den Gleichungen (4.8) und (4.9) definiert sind. Anders als im SchSp-Modell wird allerdings kein expliziter W-Ansatz in der Spektralfunktion benötigt, da die Extrapolation bei festen Energien W nach $Q^2 \to 0$ durchgeführt wird. Läßt man in der Spektralfunktion ρ_T nur die physikalisch motivierte $1/m^4$-Abhängigkeit zu, führt die Integration der beiden Gleichungen (4.8) und (4.9) zu folgenden Ausdrücken der Wirkungsquerschnitte:

$$\sigma_T(W,Q^2) = N(W)\frac{1}{1+Q^2/m_0^2} \tag{4.21}$$

$$\sigma_L(W,Q^2) = N(W)\xi\left(\frac{m_0^2}{Q^2}\log\left(1+\frac{Q^2}{m_0^2}\right) - \frac{m_0^2}{Q^2+m_0^2}\right) \tag{4.22}$$

Im Grenzfall $Q^2 \to 0$ verschwindet σ_L, während $\sigma_T(W,0) = N(W) = \sigma_{\gamma p}^{tot}(W)$ ergibt. Der reduzierte Wirkungsquerschnitt $\sigma_{red}(x,Q^2)$, der experimentell in Abschnitt 3.5.5 bestimmt wurde, ist über

$$\sigma_{red} = F_2 - \frac{y^2}{Y_+}F_L = \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha}(\sigma_T + \epsilon(y)\sigma_L), \quad \text{mit} \quad \epsilon(y) = \frac{2(1-y)}{2-2y+y^2} \tag{4.23}$$

mit σ_L und σ_T verknüpft. Durch eine Anpassung der obigen Gleichungen für σ_L und σ_T an die experimentell bestimmten Wirkungsquerschnitte σ_{red} kann demnach eine Extrapolation auf den Photoproduktionswirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma p}^{tot} = N(W)$ bei festem W durchgeführt werden.

Hierzu werden die Ausdrücke (4.23) und (4.21) bzw. (4.22) an die gemessenen Wirkungsquerschnitte dieser Analyse für $Q^2 \leq 3.5$ GeV^2 bei festen W-Werten simultan angepaßt und die Normierungen $N(W)$ für acht W-Werte bestimmt. Der Parameter m_0^2 wird auf die ρ-Masse von $m_\rho^2 = 0.593$ GeV^2 gesetzt. In einer freien Anpassung kommt der Wert von m_0^2 auf $0.613 \pm 0.05 \pm 0.06$ und liegt der ρ-Masse tatsächlich sehr nahe.

Prinzipiell müßte der Parameter ξ ebenfalls durch Anpassung an die Daten ermittelt werden. Es zeigt sich aber, daß dadurch sehr kleine Werte von $\xi \approx 10^{-5}$ bevorzugt werden, was einen im Vergleich zu σ_T sehr kleinen σ_L-Beitrag zum Wirkungsquerschnitt zur Folge hätte. Diesem Wert für ξ wird keine physikalische Bedeutung beigemessen. Daher wird, wie in Referenz [149], ξ auf 0.2 festgelegt und um $\pm 100\%$ zur damit verbundenen systematischen Fehlerbestimmung in der Anpassung variiert[10]. In Abbildung 4.6 links ist das Verhältnis $R = \frac{\sigma_L}{\sigma_T}$ für die aus den Gleichungen (4.21) und (4.22) definierten Wirkungsquerschnitte in Abhängigkeit von Q^2 gezeigt.

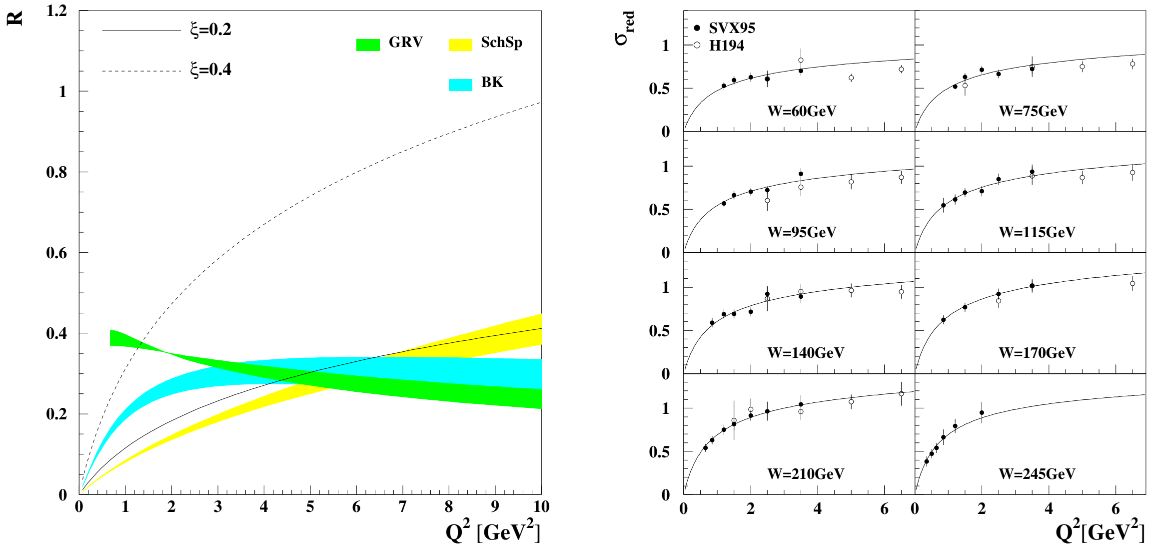

Abbildung 4.6: Links: Das Verhältnis $R = \frac{\sigma_L}{\sigma_T}$ mit den aus den Gleichungen (4.21) und (4.22) definierten Wirkungsquerschnitten. Als Massenparameter ist die ρ-Masse gewählt. Die beiden Linien R für $\xi = 0.2$, wie es in der Anpassung benutzt wurde, und für $\xi = 0.4$ als obere Fehlergrenze. Die eingezeichneten Bereiche geben die R-Werte verschiedener Modelle wieder, wobei die Grenzen der Bänder durch die minimalen und maximalen W-Werte der Analyse bestimmt sind.
Rechts: Die gemessenen Wirkungsquerschnittsdaten σ_{red} in W-Bins als Funktion von Q^2. Eingezeichnet ist die durch das VDM motivierte Anpassung, bei der nur die neuen Daten SVX95 (schwarze Punkte) benutzt wurden. Zusätzlich sind die Daten H1-94 zum Vergleich eingezeichnet.

Zusätzlich sind noch die Vorhersagen für R aus dem SchSp-Modell, aus dem BK-Modell [101] und der auf GRV-Partonen beruhenden QCD-Rechnung für R dargestellt. Mit Ausnahme der R-Parametrisierung von GRV für $Q^2 < 1$ GeV^2, liegen alle R-Werte innerhalb des durch $\xi \in [0., 0.4]$ definierten R-Bereichs. Dies demonstriert, daß die Annahme über den Parameter ξ und seine Unsicherheit im Einklang mit existierenden R-Modellen steht.

Abbildung 4.6 rechts zeigt die erhaltene Anpassung, im folgenden als SVDM1 be-

[10] Der Wert für ξ von 0.2 ist mit H1- und ZEUS-Daten zum Verhältnis $R = \sigma_L/\sigma_T$ aus der Vektormesonproduktion für ρ- und φ-Mesonen bei niedrigen Q^2 konsistent [152], wenn das einfache VDM betrachtet wird. Im einfachen VDM gilt $R = \xi \frac{Q^2}{m_V^2}$.

W [GeV]	N [GeV^{-2}]	$\sigma_{\gamma p}$ [μb]	$\delta\sigma_{uncorr}$ [%]	$\delta\sigma_{corr}$ [%]	$\delta\sigma_{\delta\xi}$ [%]	$\chi^2/n.o.p$
60	0.328	127.72	3.3	3.6	10.1	3.2/5
75	0.349	135.89	2.6	3.4	10.6	6.7/5
95	0.378	147.18	2.6	2.9	10.6	2.84/5
115	0.403	156.92	2.2	7.4	10.4	2.54/6
140	0.420	163.54	2.1	5.5	10.7	8.46/6
170	0.464	180.67	2.6	3.9	11.0	0.81/4
210	0.490	190.8	2.7	4.7	12.6	1.55/7
245	0.504	196.25	4.2	7.5	15.1	0.97/6

Tabelle 4.2: Die aus der VDM-inspirierten Anpassung (SVDM1) erhaltenen Normierungen $N(W)$ bzw. Wirkungsquerschnitte $\sigma_{\gamma p}$ für verschiedenen W-Werte mit ihren unkorrelierten und korrelierten Fehlern, sowie die durch die ξ-Variation ermittelten Unsicherheiten. In der letzten Spalte ist das χ^2 über den beteiligten Datenpunkten aufgeführt.

zeichnet, an die gemessenen Wirkungsquerschnitte dieser Analyse. Man erkennt, daß die einfache in den Gleichungen (4.21) und (4.22) definierte funktionale Form die Wirkungsquerschnitte im Q^2-Bereich bis $Q^2 = 5$ GeV^2 sehr gut beschreibt. Bei höheren Q^2 gibt es jedoch Abweichungen zu den nicht in der SVDM1-Anpassung berücksichtigten H1-Datenpunkten des Jahres 1994, die leicht unter dem Anpassungsergebnis liegen. Als χ^2 liefert der Fit nach der Minimierung einen Wert von 27.1 bei 44 Meßpunkten des *shifted vertex*(SVX95)-Datensatzes. Dabei wurden als Fehler der Meßpunkte nur die rein unkorrelierten Unsicherheiten aus Tabelle 3.7 zur Berechnung des χ^2 benutzt. Die Bestimmung der systematischen Fehler der Extrapolation erfolgte durch Anpassungen an um die korrelierten Fehler variierten Datenpunkte. Tabelle 4.2 gibt die für die Anpassung SVDM1 erhaltenen Werte $N(W)$ und $\sigma(W)$ mit ihren unkorrelierten und korrelierten Fehlern an.

Der Übergang $Q^2 \to 0$, der über die VDM-motivierte Extrapolation vorgenommen wird, ist in Abbildung 4.7 dargestellt. Hier werden die sogenannten effektiven Wirkungsquerschnitte $\sigma^{eff}_{\gamma^* p} = \sigma_T + \epsilon(y)\sigma_L$ für feste W gegenüber Q^2 aufgetragen. Diese Abbildung verdeutlicht, daß für $Q^2 \to 0$ und festem W die gemessenen Wirkungsquerschnitte in der logarithmischen Darstellung zu niedrigen Q^2 flacher werden und gegen einen konstanten Wert, den Photoproduktionswirkungsquerschnitt, konvergieren. Die in dieser Abbildung als SVDM1 bezeichnete Kurve bezieht sich dabei auf die Anpassung an die SVX95 Daten. Bei kleinen Werten von W liegt SVDM1 über den H1-94-Daten, eine Tendenz, die auch in Abbildung 4.6 zu erkennen ist. Die ZEUS-BPC-Datenpunkte, die sich bei noch kleineren Werten von Q^2 befinden, werden bei zwei Werten von W, nämlich bei $W = 170$ GeV und $W = 245$ GeV, ebenfalls überschätzt.

Führt man eine zweite Anpassung durch (SVDM2), in der die beiden Datensätze ZEUS-BPC und H1-94 für $Q^2 \leq 8.5$ GeV^2 mitberücksichtigt werden, verschieben sich die Werte für $N(W)$ an den beiden kleinsten W-Bins um 11% bzw. 6% gegenüber der Referenzanpassung SVDM1 nach unten, während an den höchsten W-Werten das Anpassungsergebnis nur um ca. 3% beeinflußt wird. Mit Ausnahme des Bins bei $W = 60$ GeV ist diese Verschiebung mit den in Tabelle 4.2 angegebenen systematischen Fehlern verträglich.

Die durch die VDM-Anpassung SVDM1 nach $Q^2 = 0$ extrapolierten Wirkungsquerschnitte sind in Abbildung 4.8 zusammen mit experimentellen Wirkungsquerschnitten der Photoproduktion gezeigt. Die bei HERA gemessenen totalen γp-Wirkungsquerschnitte [118], [153] bei $W \approx 200$ GeV werden zusammen mit Daten aus *fixed target* Experimenten sehr gut durch die DoLa-Vorhersage beschrieben. Durch die SVDM1-Extrapolation nach $Q^2 = 0$ wird die Größenordnung des γp-Wirkungsquerschnitts für $W \approx 200$ GeV richtig wiedergegeben. Die W-Abhängigkeit der extrapolierten Daten der VDM-Anpassung verläuft allerdings viel steiler als die Vorhersage des *soft Pomerons*. Zu einer Beschreibung dieses Wachstums wird ein logarithmischer Anstieg in W, analog zum SchSp-Modell, oder ein größerer Pomeroninterzept benötigt, der aber noch über dem von Cudell [145] bestimmten Interzeptwert liegen muß, wie aus Abbildung 4.8 hervorgeht. Bei $W \approx 200$ GeV übersteigt die Extrapolation der DIS-Daten den γp-Wirkungsquerschnitt um rund 20%. Setzt man den Parameter ξ in der VDM-Anpassung auf 0, betrachtet also nur die transversale Komponente σ_T, verschieben sich die extrapolierten Wirkungsquerschnitte um rund 10-15% zu kleineren Werten. Dadurch würde zumindest bei $W \approx 200$ GeV die Extrapolation mit dem tatsächlich gemessenen Wirkungsquerschnitt der Photoproduktion übereinstimmen. Die zweite durchgeführte Anpassung SVDM2 liegt für alle betrachteten Werte von W unterhalb der SVDM1-Extrapolation. Mit Ausnahme von $W = 60$ GeV liegen die Abweichungen zu SVDM1 zwischen 3-6%. Ihre W-Abhängigkeit zeigt jedoch ein ähnliches Verhalten wie die SVDM1-Extrapolation.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß mit einem einfachen, auf VDM-Annahmen gestützten Modell für σ_T und σ_L es möglich ist, eine Beschreibung der DIS-Wirkungsquerschnitte bis $Q^2 \approx 8.5$ GeV^2 zu erhalten. Die notwendigen Annahmen über R bzw. ξ sind zwar mit anderen Modellen verträglich, bewirken aber beim Übergang $Q^2 \to 0$ eine Unsicherheit von bis zu 15%. Nach der Extrapolation sind die erhaltenen Wirkungsquerschnitte im Bereich $W \approx 200$ GeV konsistent mit den Messungen aus der Photoproduktion. Ihr W-Anstieg verläuft jedoch steiler als das dem *soft Pomeron* entsprechende Wachstum.

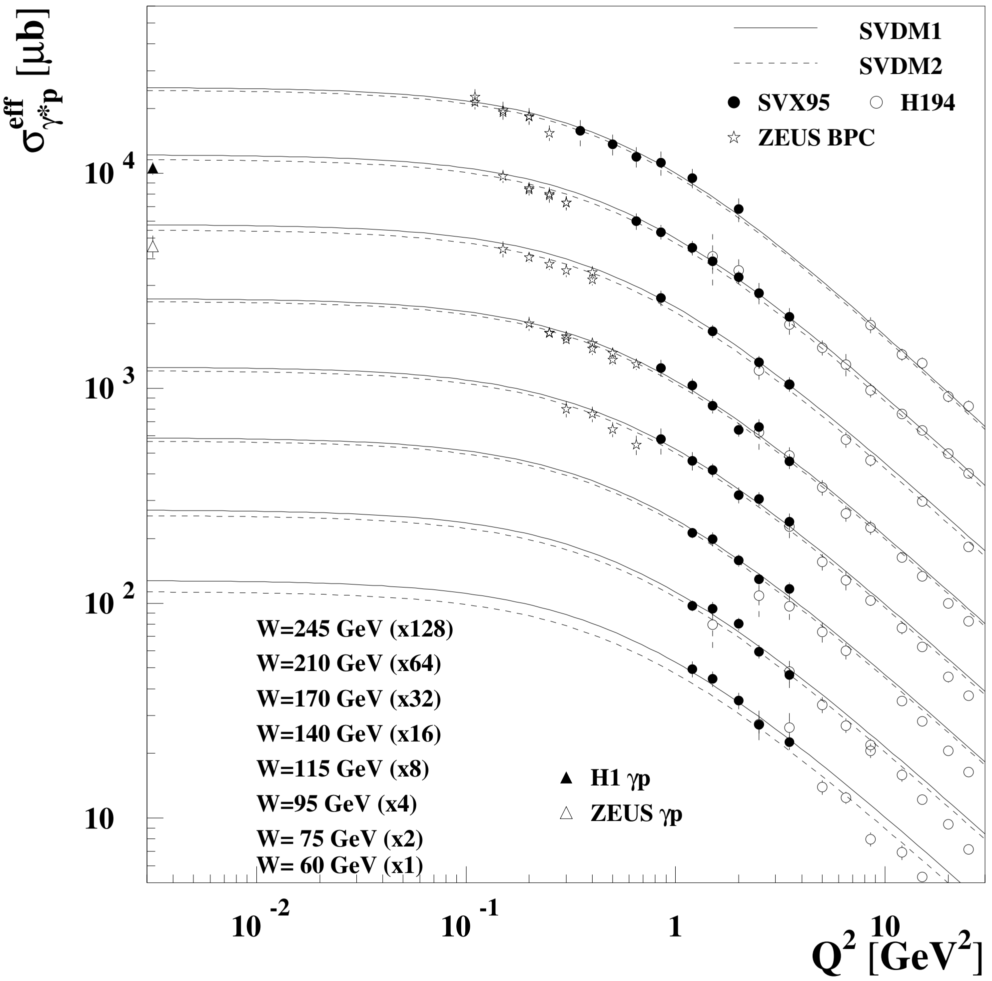

Abbildung 4.7: Der effektive Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma^* p}^{eff} = \sigma_T + \epsilon(y)\sigma_L$ für verschiedene W-Werte gegen Q^2. Die W-Werte der Daten und eingezeichneten Modelle entspricht der im Bild unten links angegebenen Reihenfolge. Ein zusätzlicher Skalierungsfaktor für Daten und Modelle ist in der Klammer mitangegeben. Neben den Daten des Jahres 1995 (SVX95) sind H1-Daten von 1994 und ZEUS-BPC Daten von 1995 dargestellt. Für die ZEUS-Daten wurde eine Zentralwertkorrektur auf die W-Werte der H1-Analyse durchgeführt. Bei $Q^2 = 0$ sind die Wirkungsquerschnitte der Photoproduktion von H1 [118] und ZEUS [153] eingetragen. Die Kurve SVDM1 bezieht sich auf den vorgestellten Fit aus Tabelle 4.2, der zur Anpassung nur die Daten SVX95 benutzt. Die Anpassung SVDM2 berücksichtigt zusätzlich die H1-94 Daten bis $Q^2 \leq 8.5$ GeV^2 und die ZEUS-BPC Daten.

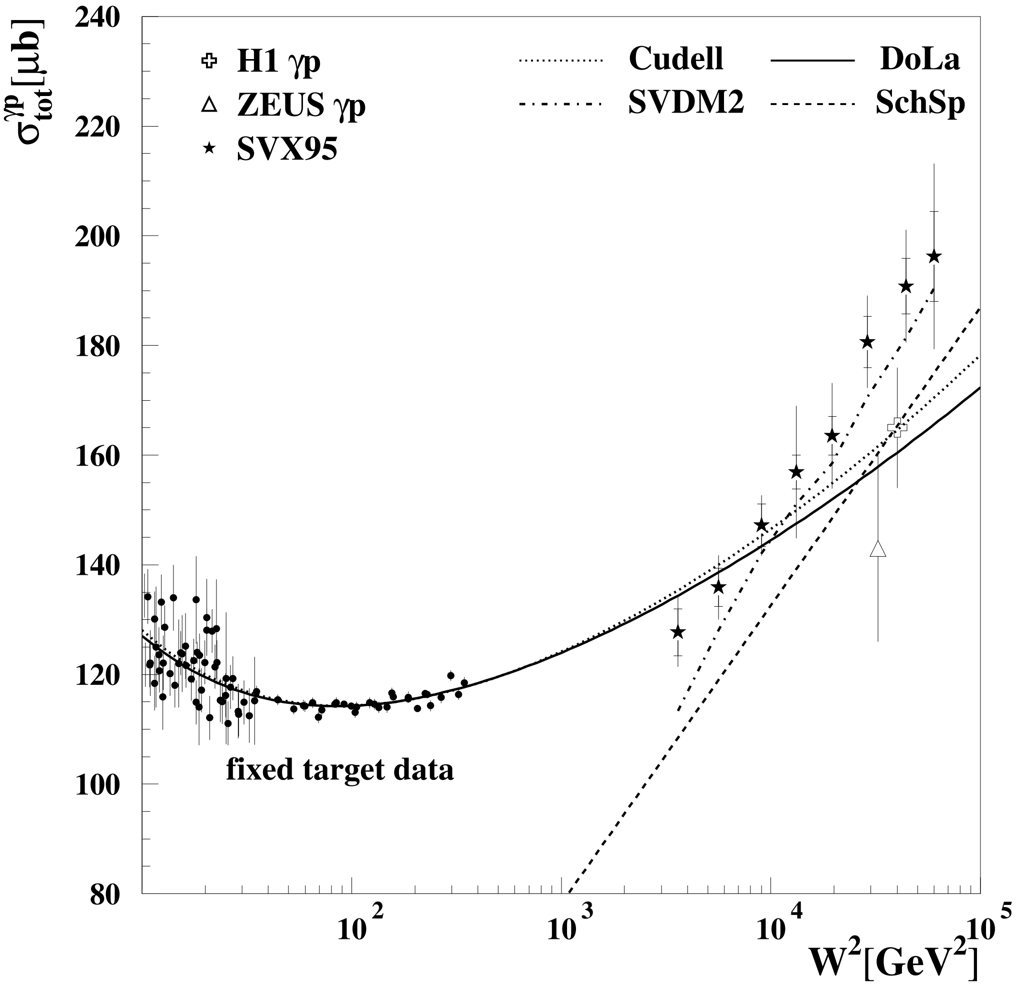

Abbildung 4.8: Die auf $Q^2 = 0$ extrapolierten Wirkungsquerschnitte zusammen mit Daten aus der Photoproduktion. Die inneren Fehlerbalken geben den aus den unkorrelierten Fehlern des Wirkungsquerschnitts erhaltene Unsicherheit in der Extrapolation wieder, die äußeren die quadratische Summe aus korrelierten und unkorrelierten Fehlern. Der durch Variation von ξ entstehende Fehler beträgt rund 15% und ist nicht eingezeichnet. Gezeigt ist ferner die Vorhersage des DoLa-Modells und das Resultat des durch Cudell neu bestimmten Pomeroninterzepts von 0.096 sowie die Parametrisierung des SchSp-Modells für $Q^2 = 0$. Als vierte Kurve sind die Zentralwerte $N(W)$ der Anpassung SVDM2 dargestellt, die neben den SVX95-Daten die Datensätze H1-94 und ZEUS-BPC benutzt.

Kapitel 5

Untersuchungen zu QCD-Anpassungen

In diesem Kapitel werden Untersuchungen zu DGLAP-Anpassungen an die Strukturfunktionsdaten vorgestellt, die schließlich zur Bestimmung der Gluonendichte bei kleinen x führen. Ferner wird eine QCD-Extrapolation von F_2 zu hohen Werten von y durchgeführt, die eine Extraktion von F_L aus gemessenen Wirkungsquerschnitten ermöglicht.

5.1 Die Methode der QCD-Anpassung

5.1.1 DGLAP-Gleichung

Experimentelle Daten zur Strukturfunktion F_2 erlauben QCD-Analysen durchzuführen, bei der die Gültigkeit der DGLAP-Gleichungen (vgl. Abschnitt 1.4.4) überprüft werden können. Dabei müssen für einen gewählten Partonenansatz bei Q_0^2 die DGLAP-Gleichungen numerisch gelöst werden, um zu höheren Werten von Q^2 zu gelangen. Für die Non-Singlett-Beiträge $q_{NS}(x,t)$ und Singlett-Terme $\Sigma(x,t)$ der Partonen sowie die Gluonendichte $g(x,t)$ lauten die DGLAP-Gleichungen:

$$\frac{\partial q_{NS}(x,t)}{\partial t} = P_{NS} \otimes q_{NS}(y, t=t_0) \tag{5.1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix}\Sigma(x,t)\\ g(x,t)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}P_{qq} & P_{qg}\\ P_{gq} & P_{gg}\end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix}\Sigma(y,t=t_0)\\ g(y,t=t_0)\end{pmatrix} \tag{5.2}$$

Hierbei ist $t = \log\frac{Q^2}{\Lambda^2}$, $t_0 = \log\frac{Q_0^2}{\Lambda^2}$ und $\otimes$ bezeichnet die Faltung $F \otimes G = \int_x^1 \frac{dy}{y} F(y) G(\frac{x}{y})$. Die Splittingfunktionen P_{ij} sind in einer Störungsreihe in α_s entwickelbar und bis zur NLO bekannt [154]. Der Singlett-Beitrag aus der obigen Gleichung besteht aus der Summe über alle Quark- und Antiquarkdichten

$$x\Sigma(x) = \sum_{i=1}^{n_f} x\{q(x) + \overline{q}(x)\}, \tag{5.3}$$

wobei die Anzahl der aktiv am Prozeß teilnehmenden Quarks durch n_f gegeben ist. Die folgenden Ausdrücke für die Quarkdichten definieren die Non-Singlett-Terme aus Gleichung (5.1):

$$xq^{-}_{NS,i}(x) = x\{q_i(x) - \overline{q_i}(x)\} \tag{5.4}$$

$$xq^{+}_{NS,i}(x) = x\{q_i(x) + \overline{q_i}(x) - \frac{1}{n_f}\Sigma(x)\} \tag{5.5}$$

Da die DGLAP-Gleichung (5.1) für Non-Singlett-Terme linear in den Quarkdichten ist, kann auch jede Linearkombination der q^+ (q^-) als Non-Singlett-Beitrag aufgefaßt werden.

Die Strukturfunktion F_2 des Protons läßt sich im $\overline{MS}$-Schema in NLO wie folgt zerlegen:

$$F_2^p = (1 + \frac{\alpha_s}{2\pi}C_2^q) \otimes F_2^{uds} + 2\sum_{i=1}^{n_f=3} e_i^2 \frac{\alpha_s}{2\pi} C_2^g \otimes xg + F_2^c \tag{5.6}$$

Dabei steht e_i für die jeweilige Quakladung, α_s bedeutet die starke Kooplungskonstante und xg entspricht der Gluonendichte. In Gleichung (5.6) wird angenommen, daß nur drei leichte Quarksorten (u, d, s) in den DGLAP-Gleichungen auftreten, während der Charm-Beitrag zu F_2 aufgrund der Charm-Masse von $m_c \approx 1.5$ GeV durch den Photon-Gluon-Fusionsprozeß erzeugt wird (vgl. Abschnitt 5.1.2) und separat berechnet werden kann. Die Koeffizientenfunktionen C_2^i sind ebenfalls im $\overline{MS}$-Schema in NLO bekannt [154]. Der Anteil F_2^{uds} kann durch eine Summe aus Singlett- und Non-Singlett-Beitrag ausgedrückt werden

$$F_2^{uds}(x) = \sum_{i=1}^{3} e_i^2 x\{q(x) + \overline{q}(x)\} = 1/3xu^+(x) + 2/9x\Sigma(x), \tag{5.7}$$

wobei u^+ und Σ durch die Gleichungen (5.5) und (5.3) definiert sind. Werden demnach nur Strukturfunktionsdaten des Protons in der QCD-Anpassung benutzt, genügt es vollkommen, die drei Funktionen Σ, u^+ und die Gluonendichte g an der Stelle Q_0^2 zu parametrisieren und mit Hilfe der DGLAP-Gleichungen zu höheren Q^2 zu entwickeln. Wird Isospinsymmetrie zwischen Neutron und Proton gefordert, kann durch Einführung eines weiteren Non-Singlett-Terms Δ^+ die Strukturfunktion F_2^d des Deuterons beschrieben werden[1]:

$$F_2^d(x) = \frac{1}{2}(F_2^p(x) + F_2^n(x)) = 1/3xu^+(x) + 2/9x\Sigma(x) - 1/6x\Delta^+(x) + F_2^c(x) \tag{5.8}$$

$$\Delta^+(x) = u^+(x) - d^+(x) \tag{5.9}$$

Aus QCD-Anpassungen zu Strukturfunktionsdaten F_2 von Proton und Deuteron können prinzipiell nur die erwähnten Kombinationen der Quarkdichten u^+, Σ und Δ^+ sowie auf indirekte Weise über die Skalenverletzung die Gluonendichte festgelegt werden. Um die Quarkdichten u, d oder s separat bestimmen zu können, müssen daher spezielle Annahmen über den Seeanteil im Proton und Neutron gemacht werden (vgl. Abschnitt 5.1.4).

In der vorliegenden Arbeit werden zur Entwicklung der Partondichten zu höheren Q^2 die DGLAP-Gleichungen (5.1) und (5.2) mit dem Programm QCDFIT [155] auf einem Gitter in $\log(x)$ und $\log(Q^2)$ numerisch mit Hilfe von orthogonalen Polynomen gelöst [156]. Die Ergebnisse der QCD-Entwicklung, die mit QCDFIT erzielt werden, sind in Referenz [157] mit Resultaten anderer QCD-Programme verglichen worden, wobei eine numerische Übereinstimmung von 0.1% gefunden wurden.

[1] F_2^d wird üblicherweise als isoskalare Strukturfunktion pro Nukleon definiert. Zur Frage der nuklearen Korrekturen vergleiche Abschnitt 5.1.3.

5.1.2 Der Beitrag des Charm-Quarks

Die einfachste Möglichkeit, den Charm-Anteil an der Strukturfunktion zu berücksichtigen, besteht in der Annahme, daß ein Photon der Virtualität Q^2 erst dann ein $c\bar{c}$-Paar im Proton auflösen kann, wenn $Q^2 > m_c^2$ gilt. Das bedeutet, daß für Q^2 unterhalb der Charm-Schwelle m_c^2 die Charm-Dichte $c(x) = 0$ ist. Für höhere $Q^2 \gg m_c^2$ kann dann das Charm-Quark als viertes (masseloses) Quark in den DGLAP-Gleichungen behandelt werden und liefert einen Beitrag von $\frac{8}{9}xc(x)$ in niedrigster Ordnung zur Strukturfunktion. Dieser einfache masselose Ansatz für das Charm-Quark wurde in den globalen QCD-Analysen von MRSR [52] und CTEQ4 [53] angewandt. Er ist für sehr hohe $Q^2 \gg m_c^2$ sinnvoll, da dann das Charm-Quark tatsächlich als masseloses Parton in der DGLAP-Entwicklung behandelt werden kann. In der Region $Q^2 \sim \mathcal{O}(m_c^2)$ muß allerdings ein phänomenologisches Schwellenverhalten für die Charm-Produktion eingeführt werden, um keine Unstetigkeiten in der Strukturfunktion zu erzeugen.

Die Methode, die in den hier vorzustellenden QCD-Anpassungen bevorzugt wurde, betrachtet die Erzeugung des Charm-Quarks als Ergebnis der Photon-Gluon-Fusion (PGF), die aufgrund der hohen Charm-Masse $m_c^2 \gg \Lambda_{QCD}^2$ störungstheoretisch berechnet werden kann. Aus Konsistenzgründen muß in einem QCD-Schema mit drei leichten Quarksorten (u, d, s) eine Q^2-Entwicklung mit der DGLAP-Gleichung durchgeführt werden, während der Charm-Beitrag über den PGF-Prozeß zur Strukturfunktion addiert wird. Die im Fusionsprozeß relevante Schwelle ist nicht durch Q^2, sondern durch $W^2 \approx Q^2/x$ gegeben, so daß selbst bei kleinen $Q^2 < m_c^2$ im Bereich niedriger Werte von x Charm-Paare nach diesem Mechanismus erzeugt werden können, die einen Beitrag zur Strukturfunktion liefern. Der PGF-Prozeß ist in NLO berechnet [158] und seine resultierenden Koeffizientenfunktionen C_g, C_q sind in einer Parametrisierung [159] zur Verfügung gestellt worden:

$$F_2^c(x, Q^2) = \frac{Q^2\alpha_s(\mu^2)}{4\pi^2 m_c^2} C_g \otimes xg(x, \mu^2) + \frac{Q^2\alpha_s^2(\mu^2)}{\pi m_c^2} \sum_{i=1}^{2n_f} q_i \otimes C_q^i \tag{5.10}$$

$$\text{mit} \quad C_g = C_g^{(0)} + 4\pi\alpha_s(\mu^2)\left(C_g^1 + \tilde{C}_g^{(1)} \ln(\frac{\mu^2}{m_c^2})\right) \tag{5.11}$$

$$\text{und} \quad C_q = C_q^{(1)} + \tilde{C}_q^{(1)} \ln(\frac{\mu^2}{m_c^2}) \tag{5.12}$$

In dieser Gleichung für die PGF werden die Gluonen- und Quarkdichten an einer Skala μ^2 ausgewertet, die nicht eindeutig definiert ist. Als relevante Skalen können beispielsweise $4m_c^2$ oder $Q^2 + 4m_c^2$ betrachtet werden [160]; ihr Einfluß wird in Abschnitt 5.2.3 näher untersucht. Typischerweise beträgt der (leichte) Quarkanteil zu F_2^c, der erst in NLO relevant wird, rund 5%, so daß der überwiegende Charm-Beitrag zur Strukturfunktion durch die Gluonendichte verursacht wird. Bei $Q^2 \approx 10$ GeV^2 und im HERA-Bereich der kleinen x-Werte beträgt der Charm-Anteil an der Strukturfunktion ca. 20-25% und ist durch Messungen von H1 und ZEUS [161] über D^*- und D^0-Mesonen in DIS experimentell bestimmt worden. Bei höheren Werten von x dagegen ist der Charm-Beitrag nur 2-5%, wie aus Ergebnissen [162] des EMC-Experiments hervorgeht.

Da die Charm-Masse in den Koeffizientenfunktionen des PGF-Prozesses beibehalten wird, fallen für sehr hohe $Q^2 \gg m_c^2$ logarithmische Terme der Form $\alpha_s \ln(\mu^2/m_c^2)$ ins Gewicht. Sie müssen zu allen Ordnungen aufsummiert werden, damit große Korrekturen in nächsthöheren Ordnungen vermieden werden. Ein natürlicher Weg in der QCD, diese großen Logarithmen zu beseitigen, besteht in der Beschreibung der Charm-Produktion über eine masselose Charm-Dichte, die gemäß den DGLAP-Gleichungen entwickelt werden kann. Der PGF-Prozeß ist daher zur Beschreibung des Charm-Beitrags bei sehr hohen Q^2 nicht geeignet und sollte durch die Behandlung des Charm-Quarks als masseloses Parton [163] oder durch andere Vorschriften ersetzt werden [164].

Der Beitrag des Bottom-Quarks zur Strukturfunktion ist aufgrund der elektrischen Ladung und der schwereren Masse von $m_b = 5$ GeV stark unterdrückt. Bei $Q^2 = 10(50)$ GeV^2 beträgt der Anteil von F_2^b an der gesamten Strukturfunktion weniger als 0.5% (1.5%) [165] und kann daher vernachlässigt werden. Ein Beitrag aus der Top-Produktion zur Strukturfunktion ist aufgrund der HERA-Schwerpunktsenergie nicht möglich.

5.1.3 Behandlung der Datensätze in der QCD-Anpassung

Die folgenden Datensätze wurden für QCD-Anpassungen in Betracht gezogen:

- **H1-94:** Die Daten zur Strukturfunktion F_2^p aus dem Jahre 1994 [45] decken den Q^2-Bereich zwischen 1.5 GeV^2 und 5000 GeV^2 ab und erstrecken sich in x von $3 \cdot 10^{-5}$ bis 0.32. Der Gesamtdatensatz ist in vier Untermengen eingeteilt, die sich hauptsächlich durch die Systematik des Meßverfahrens unterscheiden. Neben Meßergebnissen bei niedrigen Q^2, die mit dem damaligen Rückwärtskalorimeter BEMC gewonnen wurden, existieren Resultate aus der Analyse bei hohen Q^2 für die das LAr-Kalorimeter benutzt wurde. Weitere Daten zur Strukturfunktion sind auf die *shifted vertex* Periode 1994 zurückzuführen. Ferner gibt es Ergebnisse zur Strukturfunktion, die aus Ereignissen mit abgestrahlten Photonen im Anfangszustand (ISR, vgl. Kapitel 3.4.1) gewonnen wurden. Die Normierungsunsicherheiten der einzelnen Untersätze sind 1.5% und vollständig korreliert mit Ausnahme der Resultate aus der *shifted vertex* Periode 1994, deren Unsicherheit 4% beträgt und keine Korrelation zu den anderen drei Datenmengen aufweist. Zu jedem Datenpunkt werden die binweise korrelierten und unkorrelierten Fehler in Betracht gezogen.

- **H1-95 SVX:** Die Ergebnisse aus diesem Datensatz sind ausführlich in Kapitel 3 besprochen worden. Seine Normierungsunsicherheit beträgt 3%.

- **H1-95 NVX:** Vorläufige Resultate zur Strukturfunktion F_2 aus den übrigen Daten des Jahres 1995 sind in [75] und [166] zu finden. Die Meßpunkte überdecken in Q^2 eine Region von $2 \leq Q^2 \leq 8.5$ GeV^2 und besitzen in diesem Bereich im Vergleich zu 1994 einen um einen Faktor 2 reduzierten Fehler. Die Unsicherheit in der Normierung beträgt für den H1-95NVX-Datensatz 1.5%.

- **H1-96 NVX:** Die vorläufigen Ergebnisse aus der Analyse der Meßperiode des Jahres 1996 sind ebenfalls in [166] zu finden, sowie detaillierter in [167] präsentiert. Der Q^2-Bereich der ermittelten Strukturfunktionswerte erstreckt sich von $Q^2 = 12$ GeV^2 bis $Q^2 = 90$ GeV^2. Die Meßpunkte sind mit Gesamtfehler von 6-10% behaftet, die in derselben Größenordnung wie die von 1994 liegen.

- **NMC-p und NMC-d:** Die Strukturfunktionen des Protons F_2^p und des Deuterons F_2^d wurden am NMC-Experiment gemessen [47]. Die Meßergebnisse sind aus verschiedenen Meßreihen bei unterschiedlichen Myonenenergien von 90, 120, 200 und

280 GeV erzielt worden und decken einen Bereich von 0.8 – 62.3 GeV^2 in Q^2 und 0.0035-0.479 in x ab. Die Normierungsunsicherheit jedes einzelnen Meßlaufs bei unterschiedlicher Energie ist 2%.

- **BCDMS-p und BCDMS-d:** Die Strukturfunktionsdaten F_2^p und F_2^d von BCDMS [93] erstrecken sich in Q^2 von $7 - 260$ GeV^2 und erreichen x-Werte zwischen 0.06 und 0.8. Die Normierungsunsicherheit jeder einzelnen Meßreihe bei Myonenenergien von 100, 120, 200 und 280 GeV liegt bei 3%. Die Ergebnisse des BCDMS-Experiments sind durch eine hohe Präzision gekennzeichnet, da die unkorrelierten Fehler der Strukturfunktionswerte unter 2.5% liegen.

- **ZEUS 94:** Die von ZEUS im Jahre 1994 gemessene Strukturfunktion [46] deckt einen fast identischen Bereich in x und Q^2 ab wie der H1-Datensatz aus dem Jahre 1994. Sein Normierungsfehler liegt für den Hauptbestandteil dieser Datenmenge bei 2%. Analog zu H1-94 existiert auch hier eine Analyse für ISR-Ereignisse und für Daten aus der *shifted vertex*-Periode. Bei beiden Untermengen ist die Unsicherheit in der Normierung 3%. Der ZEUS-Datensatz wurde in der vorliegenden Arbeit nur zu speziellen Untersuchungen herangezogen.

- **E665-p und E665-d:** Die beiden Strukturfunktionen F_2^p und F_2^d sind vom E665-Experiment bei einer mittleren Myonenenergie von 470 GeV in einem Q^2-Bereich von $0.23 - 64.3$ GeV^2 und in einem x-Bereich von $8.9 \cdot 10^{-4} - 0.39$ bestimmt worden [168]. Die Normierungsunsicherheiten liegen bei rund 2%. Die E665-Daten sind in dieser Arbeit nur in speziellen QCD-Anpassungen berücksichtigt worden.

Im Programm QCDFIT [155] wird in der QCD-Rechnung für F_2 aus Gleichung (5.6) eine Targetmassenkorrektur [169] durchgeführt, die besonders bei niedrigen Q^2 und hohen x von Bedeutung ist. In dieser kinematischen Region repräsentiert die gemessene Variable x nicht mehr den Impulsanteil des wechselwirkenden Partons am Gesamtimpuls des Protons. Die gemessene Strukturfunktion $F_2^{exp}(x, Q^2)$ kann mit der QCD-Vorhersage $F_2^{QCD}(\xi, Q^2)$ erst dann verglichen werden, wenn die Transformation $F_2^{QCD}(\xi, Q^2) \rightarrow F_2^{QCD_{TMC}}(x, Q^2)$ durchgeführt wird[2]:

$$F_2^{QCD_{TMC}}(x, Q^2) = \frac{x^2}{\tau^{3/2}} \frac{F_2^{QCD}(\xi, Q^2)}{\xi^2} + 6 \frac{M^2 x^3}{Q^2 \tau^2} \int_\xi^1 dz \frac{F_2^{QCD}(z, Q^2)}{z^2}, \tag{5.13}$$

$$\xi = \frac{2x}{1 + \sqrt{\tau}}, \tag{5.14}$$

$$\tau = 1 + \frac{4M^2 x^2}{Q^2} \tag{5.15}$$

Mit M ist hierbei die Masse des Protons (Neutrons) gemeint. Für kleine Werte von x, wie sie bei den HERA-Messungen auftreten, ist diese Korrektur vollständig vernachlässigbar. Dagegen können sich die QCD-Rechnungen für die Datenpunkte der BCDMS- und NMC-Experimente beispielsweise bei $Q^2 \approx 5$ GeV^2 und $x \approx 0.5$ um rund 10% zu höheren

[2] Ein weiterer Term $\sim \frac{M^4}{Q^4}$ aus Referenz [169] kann für alle betrachteten Daten vollständig vernachlässigt werden

Werten verschieben. Ein Schnitt in x und Q^2 ist daher sinnvoll, um allzu große Targetmassenkorrekturen zu vermeiden.

Die Deuteron-Strukturfunktion F_2^d läßt sich wie in Gleichung (5.8) als Summe der beiden Strukturfunktionen F_2^p und F_2^n schreiben. Da das Deuteron ein nuklearer Bindungszustand zwischen Proton und Neutron ist, können sogenannte *shadowing*-Effekte auftreten, die auf Abschirmungen der Nukleonen untereinander zurückzuführen sind. Die *shadowing*-Korrekturen für F_2^d betragen nach verschiedenen Modellrechnungen maximal 2-3% [170] und zeigen eine nur schwache Q^2-Abhängigkeit. Auf die Anwendung dieser Korrektur wird daher verzichtet.

Ein weiterer Effekt, der für die Gültigkeit der Gleichung (5.8) eine Rolle spielt, fällt zunehmend bei hohem x ins Gewicht. Die durch die Fermi-Bewegung der Partonen im Kernpotential verursachte Verschmierung der Impulse sollte in Form einer Korrektur berücksichtigt werden. Diese Korrektur erreicht bei $x = 0.7$ einen Wert von rund 6%, der annähernd Q^2-unabhängig ist [171]. Da der Wert dieser Korrektur sehr rasch zu kleineren Werten von x abfällt, kann durch einen Schnitt auf $x < 0.2$ für F_2^d der Einfluß der Fermi-Bewegung auf unter 1% begrenzt und somit vernachlässigt werden.

Um die Qualität der QCD-Anpassung an die Datensätze quantitativ auszudrücken, wird die folgende Definition von χ^2 benutzt:

$$\chi^2 = \sum_{exp} \sum_{i=1}^{n_{points}} \frac{\left(f_{exp} \cdot F_2^{QCD_{TMC}} - F_2^{exp,i}\right)^2}{\sigma^2_{i,uncorr}} + \sum_{exp} \frac{(f_{exp}-1)^2}{\sigma^2_{exp}} \tag{5.16}$$

Hierbei werden die gemessenen Datenpunkte eines jeweiligen Experiments als $F_2^{exp,i}$ bezeichnet. Ihr Fehler $\sigma^2_{uncorr,i}$ wird für alle H1-Datensätze aus den rein statistischen und unkorrelierten systematischen Beiträgen (vgl. Abschnitt 3.5.2) berechnet, während $\sigma^2_{uncorr,i}$ bei den übrigen Datensätzen nur aus dem statistischen Beitrag ermittelt wird. Die Größe $F_2^{QCD_{TMC}}$ ist die nach der Targetmassenkorrektur berechnete Strukturfunktion aus Gleichung (5.6). Die Parameter f_{exp} werden zur Normierung der einzelnen Datensätze eingeführt und in der QCD-Anpassung als gleitende Größen behandelt. Die durch die χ^2-Minimierung definierte QCD-Anpassung entscheidet demnach selbst, bei welchen Werten die Normierungen der einzelnen Datensätze liegen. Um vernünftige Ergebnisse der Skalierungsfaktoren f_{exp} unter Berücksichtigung ihrer natürlichen Normierungsunsicherheiten σ_{exp} zu erhalten, wird zum ersten Term aus Gleichung (5.16) ein zusätzlicher Beitrag $(f_{exp} - 1)^2/\sigma^2_{exp}$ addiert. Dieser Term wächst auf Kosten des χ^2 umso stärker, je mehr Standardabweichungen σ_{exp} sich die Skalierung f_{exp} vom Sollwert eins entfernt. Durch die Einführung dieses sogenannten *penalty*-Terms in der Definition von χ^2 werden starke Abweichungen der Skalierungsfaktoren vermieden.

5.1.4 Parametrisierungen der Partondichten

Die in den DGLAP-Gleichungen auftauchenden Singlett- und Non-Singlett-Terme $x\Sigma$, xu^+ und $x\Delta^+$ können durch Anpassung an die Strukturfunktionsdaten F_2^p und F_2^d direkt ermittelt werden. Um Informationen über die einzelnen Valenzquarkdichten $u_v = u - \overline{u}$ und $d_v = d - \overline{d}$ zu erhalten, werden zwei verschiedene Annahmen über den Seeanteil im Proton gemacht:

$$\overline{u} = \overline{d} \tag{5.17}$$

$$s + \overline{s} = 2s = \frac{1}{2}(\overline{u} + \overline{d}) = \overline{u} \tag{5.18}$$

Die Annahme $\overline{u} = \overline{d}$ darf nur als eine Näherung angesehen werden, da die NMC-Resultate [19] zur Überprüfung der Gottfried-Summenregel aus Gleichung (1.22) einen Hinweis auf eine $\overline{u} - \overline{d}$-Asymmetrie im Protonsee mit $\overline{d} > \overline{u}$ (im Mittel) liefern[3]. Dennoch wurden mit der Vereinfachung $\overline{u} = \overline{d}$ sehr erfolgreiche globale QCD-Anpassungen an Meßdaten durchgeführt, die brauchbare Partondichten liefern, wie das Beispiel des MRSS$_0$-Satzes [172] zeigt. Führt man einen Term zur Beschreibung der $\overline{u} - \overline{d}$-Asymmetrie in den Partonparametrisierungen ein, wird das Verhalten der Valenzquarks bei kleinen x zwar geändert [172], zu einem Einfluß auf die bei HERA wichtige Gluonendichte kommt es allerdings nicht.

Die zweite Annahme besagt, daß der s-Anteil um 50% im Vergleich zum u- oder d-Seequarkanteil unterdrückt ist. Diese Annahme kann aus der s-Verteilung im Nukleon gefolgert werden, die in NLO-QCD-Analysen von Messungen des CCFR-Experiments zur Dimyonenerzeugung $\nu N \to \mu^+\mu^- X$ ermittelt wurde [173]. In guter Näherung fanden sich keine signifikanten Anzeichen einer x-Abhängigkeit im Verhältnis $s/(\overline{u} + \overline{d})$, so daß $2s(x) = \overline{u}(x)$ für alle x angesetzt werden kann.

Mit den beiden Annahmen über den Protonsee können die Partondichten u_v, d_v, $\overline{u}$ und g an einem Impulsübertrag Q_0^2 parametrisiert werden, um die Non-Singlett- und Singlett-Terme u^+, Δ^+, Σ und g für die eigentliche DGLAP-Entwicklung eindeutig darstellen zu können. Der Vorteil dabei ist, daß die Quarksummenregeln für u_v und d_v aus Gleichung (1.21) direkt anwendbar sind, da sie wichtige Einschränkungen an die Zahl der freien Parameter liefern und den Anteil der Quarkimpulse am Gesamtimpuls bei hohen x regeln. Die gewählten Partondichten werden wie folgt bei Q_0^2 parametrisiert:

$$\begin{aligned}
xg(x, Q_0^2) &= A_g x^{B_g}(1-x)^{C_g} P(x) && (5.19)\\
xu_v(x, Q_0^2) &= A_u x^{B_u}(1-x)^{C_u}(1 + D_u x + E_u\sqrt{x}) && (5.20)\\
xd_v(x, Q_0^2) &= A_d x^{B_d}(1-x)^{C_d}(1 + D_d x + E_d\sqrt{x}) && (5.21)\\
xS(x, Q_0^2) &= 2x\overline{u}(x, Q_0^2) = A_S x^{B_S}(1-x)^{C_S}(1 + D_S x + E_S\sqrt{x}) && (5.22)
\end{aligned}$$

Die Funktion $P(x)$ in Gleichung (5.19) wird in den QCD-Anpassungen variiert, um den Einfluß der Anfangsparametrisierung bei Q_0^2 auf die Gluonendichte zu studieren (vgl. 5.2.1). Nicht alle Parameter zur Anfangsdarstellung der Partonen bei Q_0^2 werden in einer QCD-Anpassung über die DGLAP-Entwicklung völlig frei gelassen. Durch die Anwendung der Impulssummenregel $\int_0^1 x(\Sigma + g)dx = 1$ wird der Parameter A_S eingeschränkt, während die Quarksummenregeln die Normierungen A_u und A_d in den Valenzquarkdichten zwangsweise festlegen.

5.1.5 Der Einfluß von R

Die für die QCD-Anpassung benutzten Datensätze von H1 enthalten die Strukturfunktion F_2, die unter einer bestimmten Annahme für R aus den gemessenen Wirkungsquerschnitten extrahiert wurden. Für die H1-Datensätze H1-94, H1-95NVX und H1-96NVX wurde R

[3] Weitere Evidenzen für $\overline{d} > \overline{u}$ kommen aus Asymmetriemessungen in pp- und pn-Kollisionen zur Dimyonenerzeugung, die über den Drell-Yan-Mechanismus verläuft.

über eine QCD-Rechnung aus den GRV-Partonen [54] ermittelt, während den F_2-Werten aus dem SVX-95-Satz eine Modellannahme [101] über R zugrundeliegt. Um daher die F_2-Datensätze konsistent in einer QCD-Anpassung zu benutzen, wurden die F_2-Resultate in einem iterativen Verfahren in der Wahl von R aneinander angeglichen. Im ersten Schritt wird mit den vorhandenen F_2-Datensätzen eine QCD-Anpassung durchgeführt, aus der ein gemeinsames R_{QCDfit} aus den Partondichten berechnet wird. Die in der QCD-Anpassung benutzen F_2-Datensätze werden im zweiten Schritt unter Berücksichtigung von R_{QCDfit} mit Hilfe der folgenden Gleichung umgewichtet:

$$F_2^{Daten} \rightarrow F_2^{Daten'} = F_2^{Daten} \frac{1 - \tilde{Y}\tilde{R}_{QCDfit}}{1 - \tilde{Y}\tilde{R}_{Daten}}, \tag{5.23}$$

mit $\tilde{Y} = \frac{y^2}{Y_+}$ und $\tilde{R} = \frac{R}{R+1}$. Mit R_{Daten} ist der zur Bestimmung von F_2^{Daten} angenommene Wert gemeint. Die obige Gleichung folgt direkt aus der Bedingung, daß der gemessene zweifach differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma$ während der Transformation konstant bleibt. Im linken Graphen der Abbildung 5.1 ist die Abweichung zwischen den umgewichteten Werten $F_2^{Daten'}$ und den Originalwerten F_2^{Daten} für die verschiedenen H1-Datensätze in Abhängigkeit von y gezeigt. Die F_2-Datenpunkte bei hohen y werden durch die Umgewichtung um maximal 10% verschoben. Der Einfluß von R auf den Wirkungsquerschnitt bleibt aber auf große Werte von y beschränkt (vgl. Kapitel 3.2.2). Die Richtung der Verschiebung folgt aus der Anfangsannahme über R_{Daten}, die mit Ausnahme des SVX-95-Satzes auf der GRV-Parametrisierung beruht und aufgrund ihrer hohen Gluonendichte (vgl. Abbildung 4.3) einen sehr großen Wert für R liefert, während die Werte für R_{QCDfit} deutlich kleiner sind.

Im weiteren Verlauf der Iteration werden die umgewichteten $F_2^{Daten'}$-Werte erneut einer QCD-Anpassung zugeführt, um den Einfluß der veränderten Datenpunkte auf die Resultate der QCD-Anpassung zu studieren. In Abbildung 5.1 rechts oben sind die Unterschiede der QCD-Resultate für F_2^{QCDfit} aus beiden QCD-Anpassungen dargestellt. Die Abweichung im resultierenden F_2^{QCDfit} ist kleiner als 2%. Abbildung 5.1 rechts unten zeigt die Differenz der aus den beiden QCD-Anpassungen ermittelten Gluonendichte für drei verschiedene Q^2-Werte. Nach Umgewichtung der F_2-Datenpunkte beträgt die Abweichung in der Gluonendichte weniger als 0.8%. Führt man eine weitere Iteration durch, d.h. bewichtet man die $F_2^{Daten'}$ nochmal neu, so zeigt sich, daß die Änderungen in den F_2-Datenpunkten selbst bei den höchsten y-Werten weniger als 0.1% betragen und somit keinen Einfluß auf die Resultate der QCD-Anpassung haben.

Die hier vorgestellte Iterationsmethode verdeutlicht, daß der Einfluß unterschiedlicher ursprünglicher R-Annahmen auf das QCD-Resultat durch Umgewichtung der F_2-Datenpunkte kompensiert werden kann. Die Änderung der Gluonendichte nach dem ersten Iterationsschritt beträgt im Fall der H1-Daten weniger als 0.8%, so daß der Einfluß einer Umgewichtung auf das endgültige QCD-Resultat vernachlässigt werden kann.

5.2 Die Bestimmung der Gluonendichte

5.2.1 Wahl der Anfangsskala Q_0^2 und der Gluonendarstellung

Die in den Gleichung (5.19) bis (5.22) vorgestellten Parametrisierungen beziehen sich auf die Partondichten an der Anfangsskala Q_0^2, ab der die QCD-Entwicklung durchgeführt

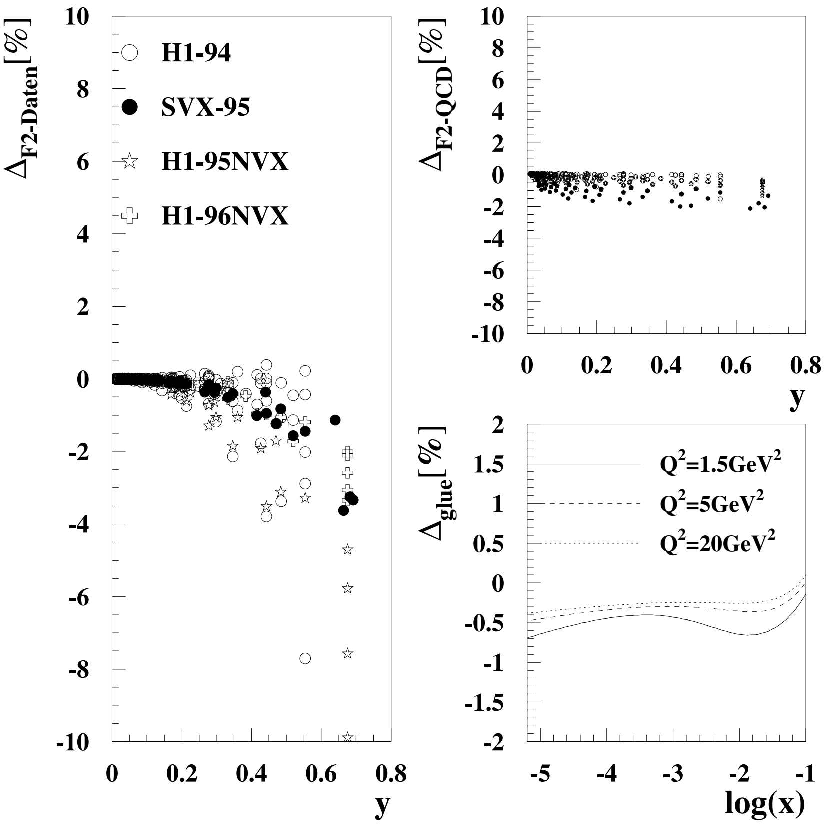

Abbildung 5.1: Links: Unterschied der H1-F_2-Datenwerte nach dem ersten Iterationsschritt in Prozent. Nur bei hohen y macht sich ein unterschiedliches R bemerkbar. Die maximale Abweichung liegt bei 10%. Im rechten Bild oben sind die Differenzen der F_2^{QCDfit}-Ergebnisse der QCD-Anpassungen an die Originalwerte und an die umgewichteten Werte gegen y dargestellt. Die Abweichung beträgt hier nur rund 2%. Im rechten unteren Bild ist die resultierende Gluonendichte gezeigt, die sich in beiden QCD-Anpassungen um weniger als 1% unterscheidet.

wird. Um die Auswirkungen der Anfangsskala Q_0^2 zu studieren, werden für zwei verschiedene Q_0^2 QCD-Anpassungen durchgeführt. Da die GRV-Parametrisierung eine gute Beschreibung der F_2-Daten für $Q^2 \geq 1$ GeV^2 liefert (vgl. Abbildung 4.1), wird die Anfangsskala zunächst auf $Q_0^2 = 1$ GeV^2 gesetzt[4]. Die Ergebnisse aus diesen QCD-Anpassungen werden mit Resultaten von Fits verglichen, die mit der bisher bei H1 [45] benutzten Skala von $Q_0^2 = 5$ GeV^2 durchgeführt wurden. Ferner sollte die Form der Gluonendarstellung bei Q_0^2 mit möglichst wenigen Parametern auskommen. Daher wurden für das Polynom $P(x)$ aus

[4]Diese Anfangsskala ist ebenfalls erfolgreich in der QCD-Analyse [52] der MRS-Gruppe verwendet worden (vgl. Kapitel 1.7).

Gleichung (5.19) verschiedene Möglichkeiten geprüft:

$$P(x) = 1 \qquad \text{3-Parameter für } xg \tag{5.24}$$

$$P(x) = 1 + Dx \qquad \text{4-Parameter für } xg \tag{5.25}$$

$$P(x) = 1 + Dx + E\sqrt{x} \qquad \text{5-Parameter für } xg \tag{5.26}$$

In den durchgeführten QCD-Anpassungen wurden unabhängig von der Skala Q_0^2 und der Parametrisierung stets dieselben Datensätze mit einem Schnitt $Q^2 \geq 1.5$ GeV^2 benutzt. Die Abbildung 5.2 zeigt in der linken Spalte für $Q_0^2 = 1$ GeV^2 die Q^2-Entwicklung der Gluonendichte für drei verschiedene Q^2-Werte. Dabei wurden drei QCD-Anpassungen durchgeführt, die sich jeweils bei $Q_0^2 = 1$ GeV^2 in der Anzahl der Parameter für die Gluonendarstellung unterscheiden. In den QCD-Anpassungen mit $Q_0^2 = 1$ GeV^2 verhält sich die Gluonendichte an der Anfangsskala valenzartig, d.h. sie verschwindet für $x \to 0$, wobei für $x \leq 10^{-3}$ die einzelnen Parametrisierungen verschieden schnell gegen null tendieren. Sobald höhere Werte von Q^2 in der DGLAP-Entwicklung erreicht werden, steigt die Gluonendichte zu abnehmendem x stark an. Bei $Q^2 = 2$ bzw. 20 GeV^2 sind keine Abhängigkeiten von der gewählten Anfangsparametrisierung und der Zahl der benutzten Parameter festzustellen. Dagegen besitzt die Anzahl der Parameter für die Gluonendarstellung in der QCD-Anpassung bei $Q_0^2 = 5$ GeV^2 einen großen Einfluß auf die resultierende Gluonendichte, wie aus der rechten Spalte der Abbildung 5.2 hervorgeht. Zwischen der 3- und 5-parametrigen Darstellung der Gluonendichte ergeben sich bei kleinen Werten von x Unterschiede von 20-30% bei den gezeigten Werten von Q^2. Dies bedeutet, daß eine an einer Anfangsskala parametrisierte Gluonendichte, die dort singulär verläuft, stark von der Anzahl der Parameter abhängig ist. Die QCD-Anpassungen bei $Q_0^2 = 5$ GeV^2 ergeben für eine 5-parametrige Gluonendichte im Vergleich zur Darstellung mit 3-Parametern einen leicht verbesserten Wert von χ^2, der ungefähr dem χ^2-Resultat aus Anpassungen an der Startskala $Q_0^2 = 1$ GeV^2 entspricht. Um einen allzu großen Einfluß der Anfangsparametrisierung auf die resultierende Gluonendichte zu vermeiden, wird die Anfangsskala auf $Q_0^2 = 1$ GeV^2 gesetzt. Alle drei bei dieser Skala durchgeführten QCD-Anpassungen unterscheiden sich in ihrem χ^2 kaum, so daß eine 3-parametrige Gluonendarstellung zur Beschreibung einer valenzartigen Anfangsverteilung vollauf genügt.

Wird für eine valenzartige Gluonendichte eine rückwärtige DGLAP-Entwicklung zu kleineren Werten $Q^2 < Q_0^2$ durchgeführt, läßt sich eine negative Gluonendichte nicht vermeiden. Schon unmittelbar nach dem ersten rückwärtigen Entwicklungsschritt geht die Gluonenverteilung bei kleinen x in den negativen Bereich über. Dieses Verhalten, wie in Abbildung 5.3 dargestellt, hängt direkt mit den mathematischen Eigenschaften der Splittingfunktionen zusammen und tritt nur für eine rückwärtige Entwicklung valenzartiger Gluonen- oder Singlett-Dichten auf. Da eine negative Gluonendichte physikalisch ohne Gehalt ist, fragt sich, ob eine valenzartige Gluonendichte an einer Anfangsskala Q_0^2 für eine DGLAP-Entwicklung überhaupt in Betracht gezogen werden kann. Nimmt man die Anfangsdarstellung bei $Q_0^2 = 1$ GeV^2 als reine nicht-störungstheoretische Parametrisierung an und sieht darin nur eine mathematische Form zur numerischen Lösung der DGLAP-Gleichung, rechtfertigt dies einen valenzartigen Ansatz der Gluonendichte bei einem kleinen Q_0^2, so daß eine DGLAP-Entwicklung zu kleineren Q^2 vermieden werden kann. Die störungstheoretischen Aussagen zum QCD-Verhalten der Gluonendichte und der Strukturfunktion F_2 bei höheren Werten von Q^2 bleiben davon unberührt.

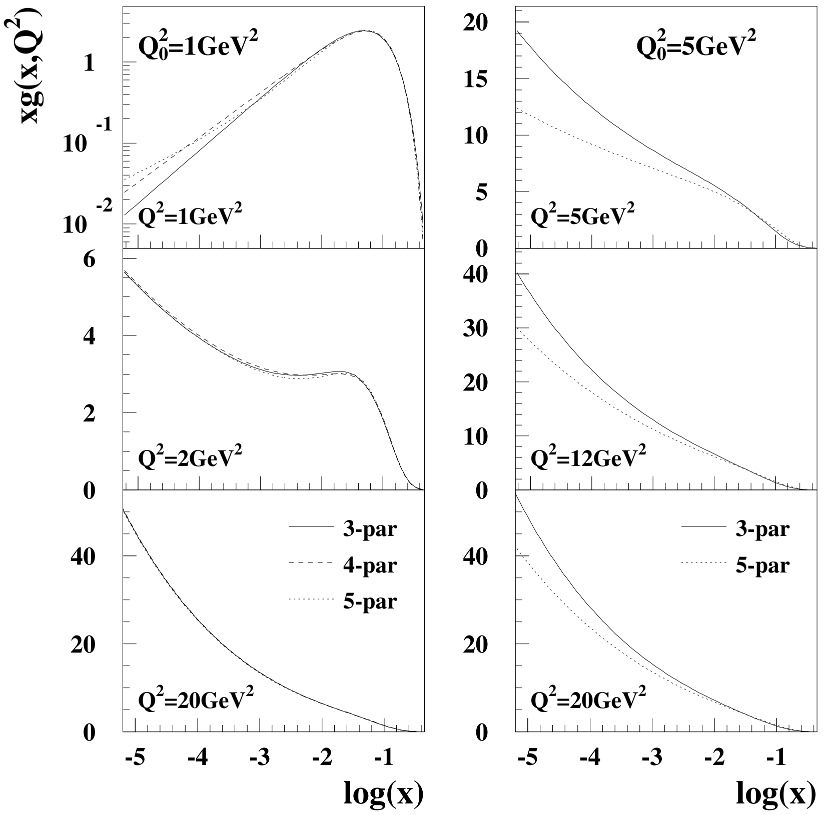

Abbildung 5.2: Einfluß der Anfangsskala Q_0^2 und der gewählten Parametrisierung auf die Gluonendichte. In der linken Spalte der Abbildung ist die Anfangsskala $Q_0^2 = 1$ GeV^2 gewählt und die Gluonendichte durch eine 3-, 4- und 5-Parameterform dargestellt. Die rechte Spalte zeigt die aus QCD-Anpassungen resultierenden Gluonendichten mit der Anfangsskala $Q_0^2 = 5$ GeV^2, wobei zwei verschiedene Darstellungsformen mit drei und fünf Parametern für die Gluonendichte gewählt wurden.

5.2.2 Die zentrale QCD-Anpassung zur Bestimmung der Gluonendichte

Für die Bestimmung der Gluonendichte wird als zentrale QCD-Anpassung eine Anfangsskala von $Q_0^2 = 1$ GeV^2 mit einer 3-parametrigen Darstellung der Gluonendichte gewählt. Die Kopplungskonstante $\alpha_s(M_Z^2)$ wird auf 0.118 gesetzt, was dem Weltmittelwert von $\alpha_s(M_Z^2)$ entspricht [174]. Der Beitrag von F_2^c zur Strukturfunktion wird für eine Charm-Masse von $m_c = 1.5$ GeV über die PGF nach Gleichung (5.10) berechnet, und die Skala zur Charm-Erzeugung auf $\mu^2 = Q^2 + 4m_c^2$ gesetzt. Als Daten werden die H1-Datensätze aus den Jahren 1994, 1995 und 1996 mit einem minimalen Q^2 von 1.5 GeV^2 und einem maximalen y von 0.6 zugelassen. Da keine Umgewichtung der Strukturfunktionsdaten gemäß Gleichung (5.23) stattfindet, verhindert der y-Schnitt einen allzu großen Einfluß der R-

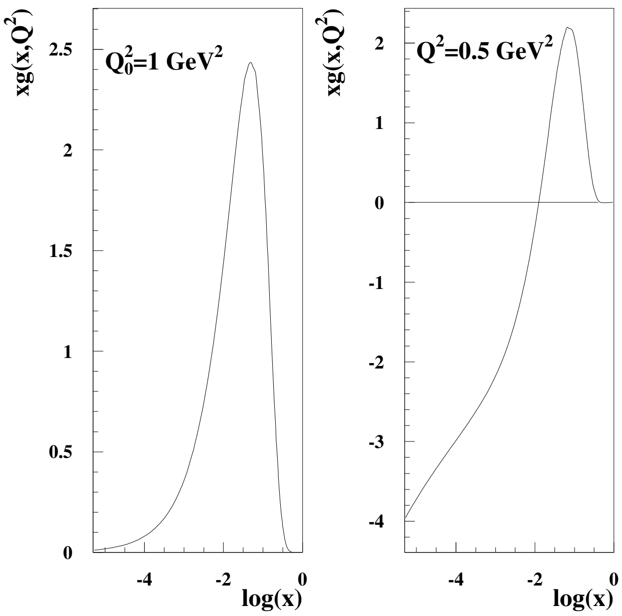

Abbildung 5.3: In der rückwärtigen DGLAP-Entwicklung zu Q^2-Werten $Q^2 < Q_0^2 = 1$ GeV^2 wird die Gluonendichte aufgrund der mathematischen Eigenschaften der Splittingfunktionen bei kleinen x negativ.

Annahme auf das aus dem gemessenen Wirkungsquerschnitt extrahierte F_2. Ferner sind die F_2^p- und F_2^d-Datenpunkte aus den *fixed target* Experimenten NMC und BCDMS in der QCD-Anpassung zu berücksichtigen, da sie das Verhalten der Valenzquarks bei hohen x bestimmen. Um große kinematische Korrekturen aufgrund des Einflusses der Targetmasse (vgl. Gleichung (5.13)) zu vermeiden, werden aus den Datensätzen von NMC und BCDMS keine Datenpunkte mit $Q^2 < 5$ GeV^2 zugelassen sowie eine Einschränkung auf $Q^2 \geq 15$ GeV^2 für $x > 0.5$ verlangt. Diese beiden Bedingungen verhindern zusätzlich mögliche Beiträge von *higher twist*-Termen, die vor allem für die Datenpunkte aus dem BCDMS-Experiment bei hohen x und kleinen Q^2 Bedeutung erlangen [175].

Alle erwähnten Datensätze werden während der QCD-Anpassung in ihrer Normierung frei gelassen, wobei ihre angegebenen Normierungsunsicherheiten über den *penalty*-Term aus Gleichung (5.16) in der χ^2-Berechnung berücksichtigt werden. Als experimentelle Unsicherheiten gehen für die H1-Datensätze die unkorrelierten sowie für die NMC- und BCDMS-Datenpunkte die statistischen Fehler in die Bestimmung des χ^2 ein.

Abbildung 5.4 zeigt die aus der QCD-Anpassung resultierende Strukturfunktion F_2^{QCDfit} zusammen mit F_2-Daten für $1.5 \leq Q^2 \leq 90$ GeV^2. Die Übereinstimmung zwischen Datenpunkten und dem Fitergebnis ist sehr gut. Das Q^2-Verhalten des QCD-Ergebnisses wird aus Abbildung 5.5 deutlich, die die Strukturfunktion F_2^{QCDfit} zusammen mit den Datenpunkten für feste x-Werte gegen Q^2 darstellt. Die QCD-Anpassung liefert für $1 < Q^2 \leq 5000$ GeV^2 und für $x \leq 0.5$ eine ausgezeichnete Beschreibung aller Datenpunk-

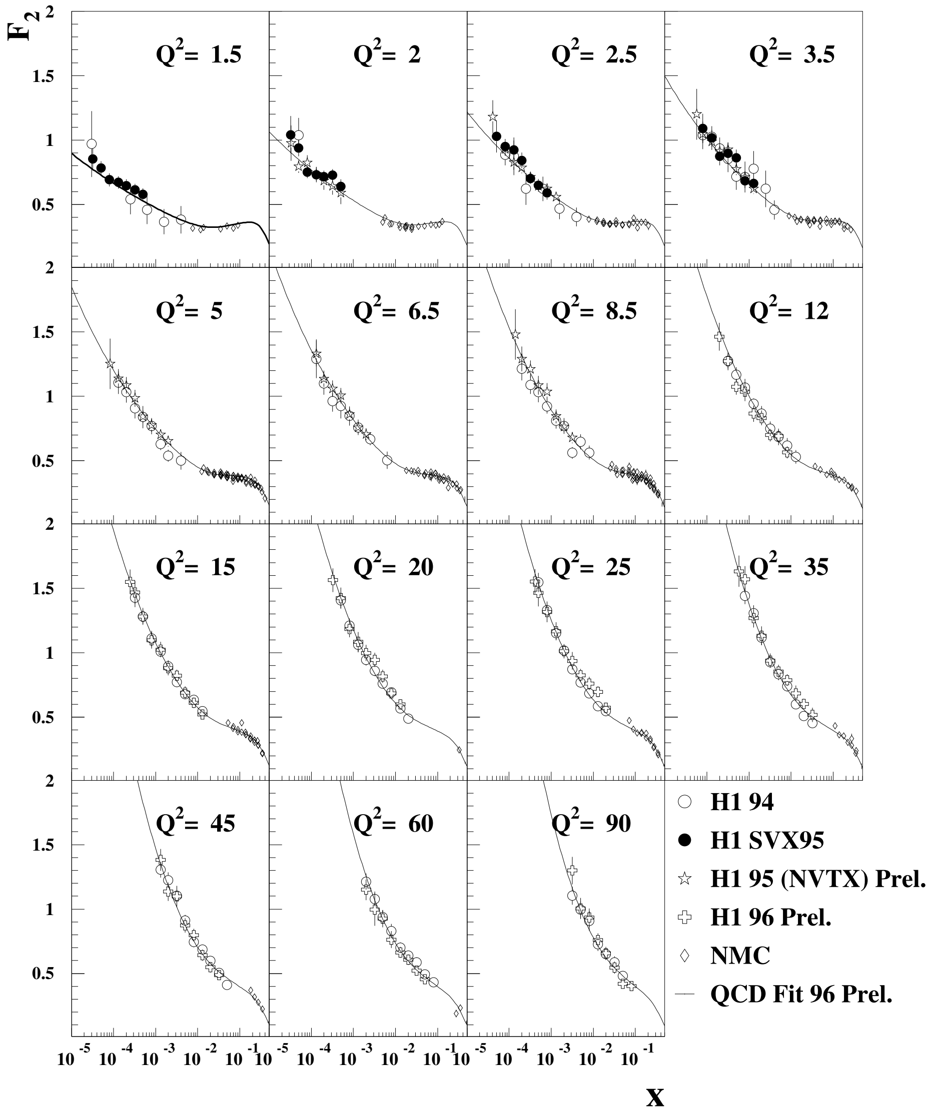

Abbildung 5.4: Das Ergebnis F_2^{QCDfit} aus der zentralen QCD-Anpassung ist für feste Q^2 (in GeV^2) für $1.5 \leq Q^2 \leq 90$ GeV^2 zusammen mit experimentellen Daten gegen x dargestellt. Die Datenpunkte sind in ihrer Normierung unverschoben.

te. Der χ^2-Gesamtwert für alle 1019 verwendeten Datenpunkte in der QCD-Anpassung ist 1368.

In Tabelle 5.1 sind die nach der Minimierung erhaltenen χ^2-Werte sowie die durch die Anpassung bestimmten Normierungen der einzelnen Datensätzen separat aufgelistet. Die aus der QCD-Anpassung erhaltenen Normierungen bewegen sich mit Ausnahme von H1-

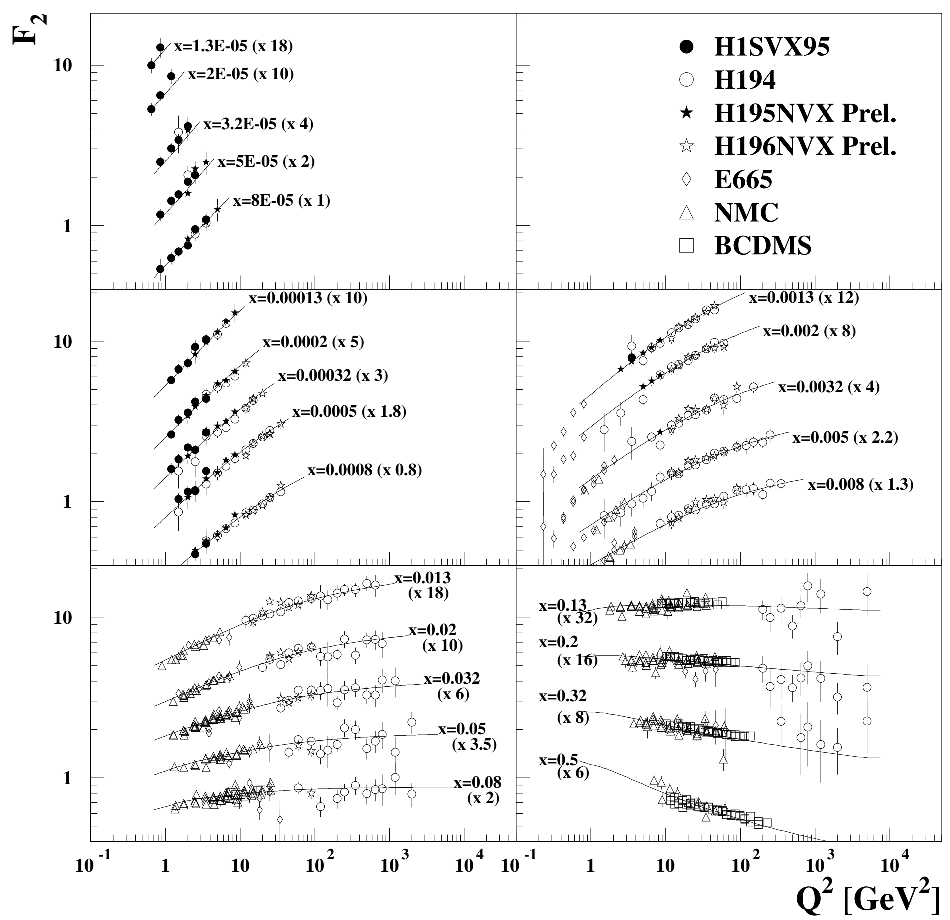

Abbildung 5.5: Dargestellt ist F_2^{QCDfit} aus der zentralen QCD-Anpassung für feste x-Werte gegen Q^2, jeweils skaliert um den in der Klammer angegebenen Wert. Die eingezeichneten Datenpunkte sind in ihrer Normierung unverschoben.

95 (SVX + NVX) im 1σ-Bereich. Im Bereich kleiner Werte von Q^2 und x unterschreitet die resultierende Strukturfunktion F_2^{QCDfit} leicht die neuen Datenpunkte H1-95, wie in Abbildung 5.4 bei $Q^2 = 1.5$ GeV^2 zu erkennen ist. Bei beiden Datensätzen des BCDMS-Experiments werden Verschiebungen um -1σ festgestellt. Dies ist mit dem Resultat einer kombinierten SLAC/BCDMS-QCD-Analyse [57] konsistent, in der eine globale Verschiebung der BCDMS-Daten um -2% gefunden wurde, die nach [57] ihre Ursache in einer Mißkalibration des Magnetspektrometers des BCDMS-Experiments haben könnte.

In Abbildung 5.6 ist der χ^2-Beitrag jedes einzelnen H1-Datenpunktes dargestellt. Dabei wird die Größe χ^2_{Punkt} mit einem positiven (negativen) Vorzeichen versehen, wenn die Datenpunkte überhalb (unterhalb) der QCD-Anpassung F_2^{QCDfit} liegen. In den rechten

Name	Anz. d. Pkte (n.o.p)	χ^2	$\chi^2/n.o.p$	Norm	σ_{Norm}
H1-94	193	224.3	1.16	1.002 (1.009)	1.5% (4%)
H1-95NVX	41	35.7	0.87	0.98	1.5%
H1-95SVX	27	36.3	1.34	0.95	3%
H1-96NVX	67	114.9	1.7	0.99	2%
NMC-p	179	309.7	1.73	0.98-1.01	2%
NMC-d	179	242.2	1.35	0.98.4-1.01	2%
BCDMS-p	174	192.6	1.1	0.97	3%
BCDMS-d	159	198.7	1.25	0.97	3%
Gesamt	1019	1368	1.34	-	-

Tabelle 5.1: Die χ^2-Resultate der einzelnen Datensätze sowie ihre Normierungen, die in der QCD-Anpassung freigelassen wurde. Die in der letzten Spalte erwähnten Werte σ_{Norm} sind die Normierungsunsicherheiten der einzelnen Datensätze. In Klammern ist die Normierung des *shifted vertex*-Satzes 1994 angegeben, der von den anderen 94-Daten als unabhängig betrachtet wurde. Im NMC-Datensatz wurden die Normierungen aus den Meßreihen bei unterschiedlichen Myonen-Energien separat freigelassen.

Graphen der Abbildung 5.6 ist die χ^2_{Punkt}-Verteilung gegen x und Q^2 zu sehen. Für die 193 Datenpunkte des H1-94 Satzes sind die χ^2_{Punkt}-Werte symmetrisch um null verteilt und keine signifikanten Abweichungen in der x- und Q^2-Darstellung von χ^2_{Punkt} feststellbar. Die untere Hälfte der Abbildung 5.6 zeigt die χ^2_{Punkt}-Verteilung der H1-Datensätze von 95 und 96. Hier treten tendenziell bei kleinen Q^2 und niedrigen x Abweichungen auf, die hauptsächlich durch den H1-SVX95-Satz verursacht werden. Die QCD-Anpassung verschiebt die Normierung der H1-SVX95-Daten um -5%, was rund -1.6σ entspricht.

Die durch die Gluonendichte im Proton verursachte Skalenverletzung wird in Abbildung 5.5 durch die Steigung $dF_2/d\log Q^2$ bei unterschiedlichem x veranschaulicht. Bei hohen Werten von x fällt die Strukturfunktion F_2 mit zunehmenden Q^2 ab, während sie bei kleinen x sehr stark zu größeren Werten von Q^2 ansteigt. In Abbildung 5.7 sind die aus den Daten ermittelten Steigungen $dF_2/d\log Q^2$ für verschiedene x-Werte zusammen mit den Resultaten aus der QCD-Anpassung gezeigt. Die Steigung $dF_2/d\log Q^2$ in den Daten ist aus einer einfachen Anpassung des Ausdrucks $F_2(Q^2) = a\log Q^2 + b$ an die Meßpunkte bei festem x bestimmt worden. Um die aus den Daten erhaltene Steigung $a = dF_2/d\log Q^2$ mit der QCD-Vorhersage zu vergleichen, werden für dieselben Q^2-Punkte, an denen Datenwerte vorliegen, analoge Anpassungen der Form $a\log Q^2 + b$ an die durch den QCD-Fit gegebenen Strukturfunktionswerte durchgeführt. Aus Abbildung 5.7 ist deutlich erkennbar, daß $dF_2/d\log Q^2$ als Maß für die Skalenverletzung zu kleineren Werten von x stark ansteigt. Das Wachstum der Steigung in den Daten zu niedrigeren x wird von der QCD-Anpassung sehr gut reproduziert.

5.2.3 Die aus der QCD-Anpassung bestimmte Charm-Strukturfunktion

In Abschnitt 5.1.2 wurde die Photon-Gluon-Fusion (PGF) als das Verfahren zur Beschreibung des Charm-Beitrages zur Strukturfunktion F_2 vorgestellt. Nach Gleichung (5.10) kann F_2^c aus der Gluonen- und den (leichten) Quarkdichten berechnet werden. Da der Anteil der Quarkdichten nur rund 5% am gesamten F_2^c ausmacht, ist eine Messung von

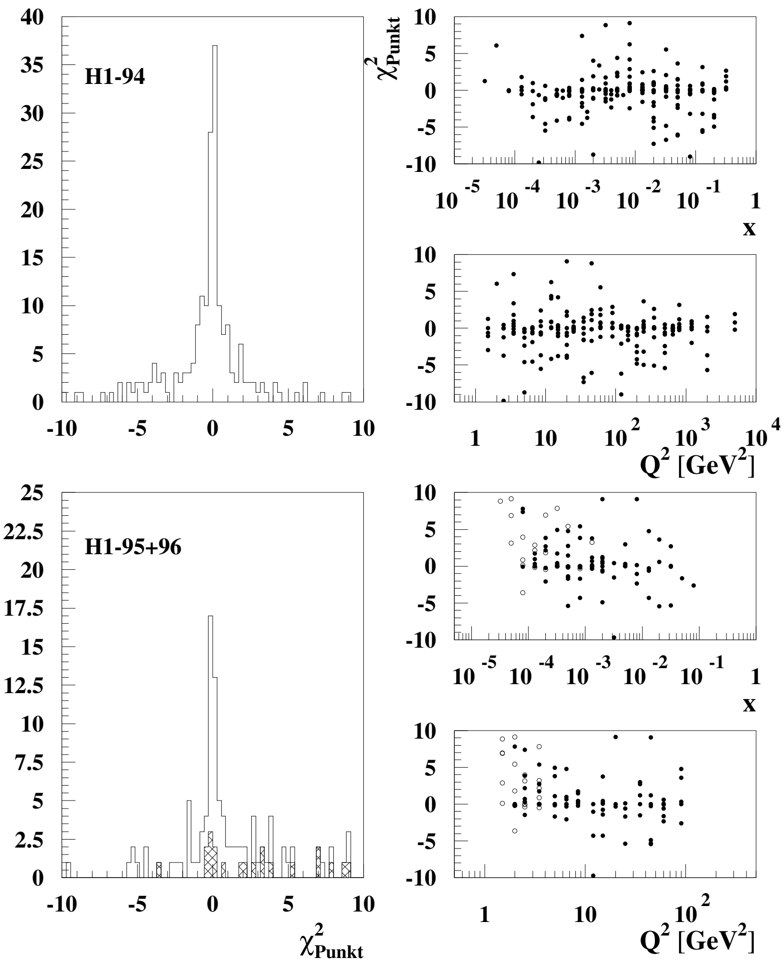

Abbildung 5.6: Die χ^2-Verteilung pro Datenpunkt für den Datensatz H1-94 (oben) und für H1-95+96 (unten). Rechts ist jeweils die Größe χ^2_{Punkt} in Abhängigkeit von Q^2 und x aufgetragen. Die Datenpunkte SVX95 sind in den beiden rechten unteren Bildern als weiße Punkte gekennzeichnet. Sie liegen bei $Q^2 = 1.5 - 2.5$ GeV^2 über dem Fit und werden in der QCD-Anpassung in der Normierung um 5% nach unten verschoben. Der schraffierte Teil des unteren Histogramms entspricht der χ^2_{Punkt}-Verteilung der SVX95-Daten.

F_2^c auf die Gluonendichte im Proton sehr sensitiv. Der aus der QCD-Anpassung an die Strukturfunktionswerte F_2 berechnete Charm-Beitrag zu F_2 ist in Abbildung 5.8 zusammen mit den experimentellen Resultaten von H1 und ZEUS [161] sowie EMC [162] gezeigt. Das in der Abbildung 5.8 für die Vorhersage von F_2^c dargestellte Band berücksichtigt die Änderung der Charm-Masse um ± 0.3 GeV. Die bei HERA gemessenen Daten zur Charm-Strukturfunktion F_2^c werden erfolgreich von der QCD-Anpassung beschrieben. Während der Anteil von Charm zu F_2 im HERA-Bereich bei kleinen x rund 20% beträgt, fällt

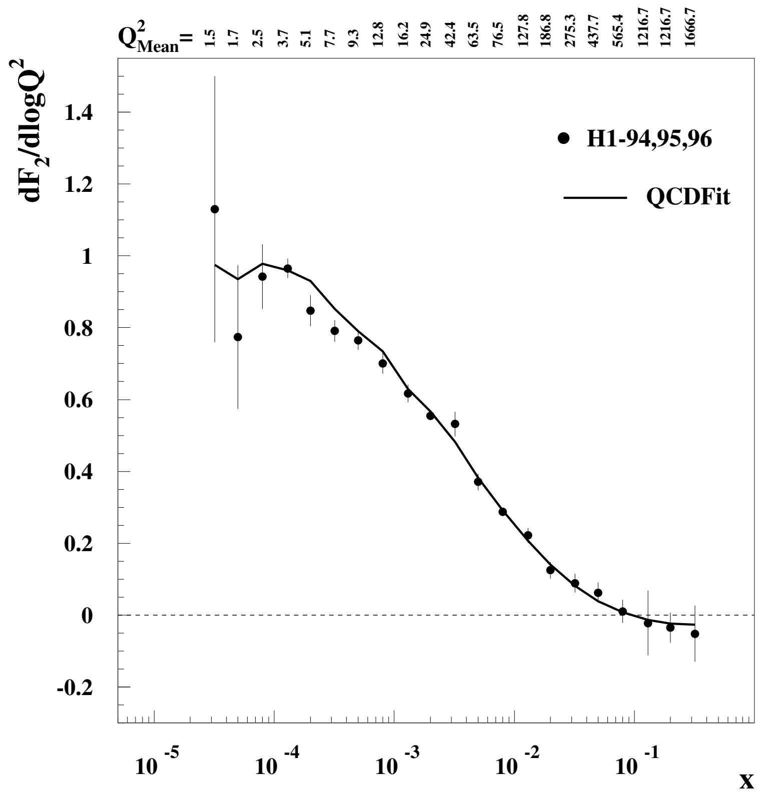

Abbildung 5.7: Die Größe $dF_2/d\log Q^2$ als Maß für die Skalenverletzung in den Daten und in der QCD-Anpassung. Die Steigungswerte $dF_2/d\log Q^2$ in den Daten wurden für alle H1-Datensätze gemeinsam bestimmt. Als Fehler sind nur die statistischen gezeichnet. Die obere Skala in der Abbildung gibt zu jedem Steigungswert $dF_2/d\log Q^2$ ein mittleres Q^2_{mean} an, um die ungefähre Größe der Q^2-Werte zu verdeutlichen, aus denen $dF_2/d\log Q^2$ ermittelt wurde.

er bei höheren x auf 5% ab, wie aus der rechten Hälfte der Abbildung 5.8 zu erkennen ist. Die Übereinstimmung zwischen den experimentellen Daten von EMC und der QCD-Vorhersage für F_2^c ist ebenfalls akzeptabel[5]. Daraus folgt, daß sich das benutzte Verfahren der PGF als konsistent mit den momentan existierenden Messungen des Charm-Beitrags zur Strukturfunktion erweist und sich zu einer erfolgreichen Beschreibung der experimentellen Daten eignet.

Die in Gleichung (5.10) auftretende Skala μ^2 für den PGF-Prozeß wurde in der zentralen QCD-Anpassung, wie in [158, 159] empfohlen, auf $\mu^2 = Q^2 + 4m_c^2$ festgelegt. In [177] wurde $\mu^2 = 4m_c^2$ als relevante Skala in Betracht gezogen. Aus diesem Grund ist die Abhängigkeit von F_2^c und der Einfluß auf die resultierende Gluonendichte für un-

[5]Die Übereinstimmung zwischen F_2^c aus EMC-Messungen und der QCD-Anpassung steht im Widerspruch zu einer Vermutung Thornes [176], der die H1-Daten bzw. die H1-Gluonendichte als inkompatibel mit den F_2^c-Werten von EMC sieht.

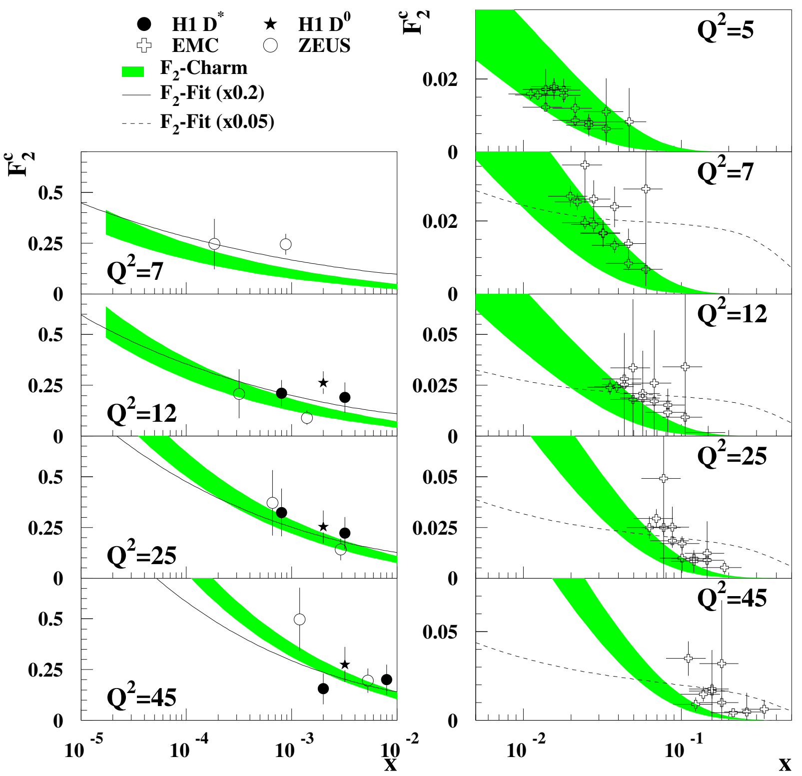

Abbildung 5.8: Die aus der QCD-Anpassung erhaltene Strukturfunktion F_2^c zusammen mit Meßergebnissen von HERA [161] und EMC [162] für verschiedene Q^2-Werte (in GeV^2). In der linken Spalte finden sich die H1-Resultate (nach D^*- und D^0-Analysen getrennt) sowie die ZEUS-Resultate, während die rechte Spalte die EMC-Ergebnisse von F_2^c bei höheren Werten von x zeigt. Das eingezeichnete Band spiegelt die Variation der Charm-Masse von $m_c = 1.5$ GeV um ± 0.3 GeV wider. Ferner ist die Strukturfunktion F_2 aus der QCD-Anpassung dargestellt, die zum besseren Vergleich in der linken Hälfte um den Faktor 0.2 und in der rechten Hälfte der Abbildung um den Faktor 0.05 skaliert gezeichnet ist, um die Größenordnung des Charm-Anteils an F_2 zu erkennen.

terschiedliche Skalen μ^2 untersucht worden. In Abbildung 5.9 finden sich die Ergebnisse der Charm-Strukturfunktion bzw. der Gluonendichte aus zwei QCD-Anpassungen, bei denen unterschiedliche Skalen μ^2 benutzt wurde. Die in der Abbildung 5.9 dargestellten Verhältnisse sind dabei auf die Resultate der Referenzanpassung mit $\mu^2 = Q^2 + 4m_c^2$ normiert. Im Bereich kleiner x ist der Unterschied von F_2^c geringer als 5%, während er für die Gluonendichte weniger als 2.5% beträgt. Dies bedeutet, daß die QCD-Rechnung zu F_2^c durch eine hohe Skalenstabilität bei kleinen x gekennzeichnet ist und daher wenig theoretische Unsicherheiten besitzt, die sich auf die Gluonendichte niederschlagen könnte.

Bei großen x hingegen spielen Schwelleneffekte in der Charm-Erzeugung eine Rolle und

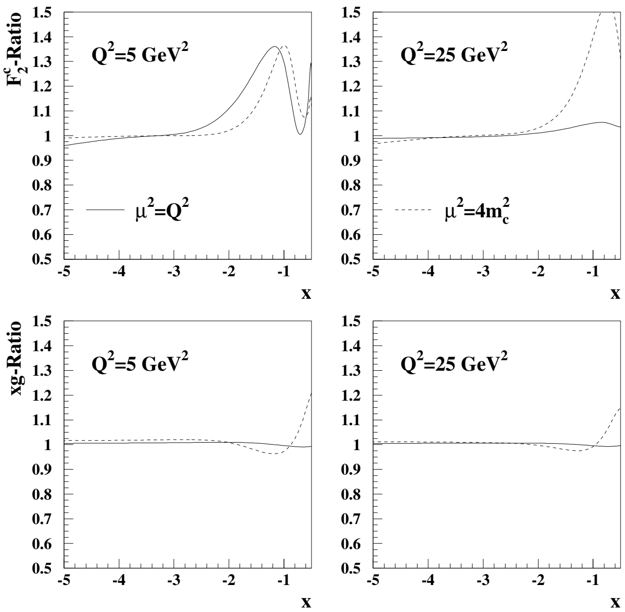

Abbildung 5.9: Die Abhängigkeit der Strukturfunktion F_2^c (oben) und der Gluonendichte xg (unten) von der gewählten Skala μ^2 im PGF-Mechanismus aus Gleichung (5.10) für zwei verschiedene Werte von Q^2. Die Abweichungen sind auf die Referenzrechnung mit der Standardskala $\mu^2 = Q^2 + 4m_c^2$ normiert.

verursachen stärkere Abweichungen. Die Unsicherheit in der Gluonendichte aufgrund der Wahl einer geeigneten Skala μ^2 bleibt jedoch für $x > 0.1$ unter 20%.

5.2.4 Gluonendichte bei hohen x

Aus den HERA-Daten zur Strukturfunktion F_2 des Protons kann das Verhalten der in den DGLAP-Gleichungen gekoppelten Gluonen- und Singlett-Dichten bei kleinen x bestimmt werden. Dies folgt unmittelbar aus der Skalenverletzung von F_2, die in Abbildung 5.7 veranschaulicht ist. Bei kleinen x, wo die Skalenverletzung $dF_2/d\log Q^2$ groß ist, dominieren die Prozesse der Quark-Antiquark-Bildung aus Gluonen ($g \to q\overline{q}$) und der Gluonenselbstkopplung ($g \to gg$). Daher stellen die bei HERA gewonnenen F_2-Resultate strenge Randbedingungen an die Gluonendichte bei kleinen x dar und tragen zur Klärung der Frage nach der zugrundeliegenden QCD-Dynamik (DGLAP oder BFKL vgl. Abschnitt 1.4) im Bereich niedriger x entscheidend bei. Dagegen wird durch eine Messung von F_2 bei höheren Werten von x ($x > 0.05$) hauptsächlich ihr Non-Singlett-Beitrag festgelegt, der sich völlig unabhängig von der Gluonendichte über die DGLAP-Gleichung entwickelt. Dies bedeutet, daß die Gluonendichte bei höheren x nur sehr schwer aus DIS-Daten bestimmbar ist.

Abbildung 5.10 zeigt in der oberen linken Hälfte die aus der QCD-Anpassung ermittelte Gluonendichte bei $Q^2 = 20$ GeV^2 über einen großen Bereich in x. Zum Vergleich sind die Ergebnisse zur Gluonendichte zweier globaler Analysen der Gruppen MRS [52] und CTEQ [53] (vgl. Abschnitt 1.7) eingezeichnet, denen eine Fülle experimenteller Daten unterschiedlichster Subprozesse zugrundeliegen. Bei kleinen Werten von x ($x < 0.01$) tre-

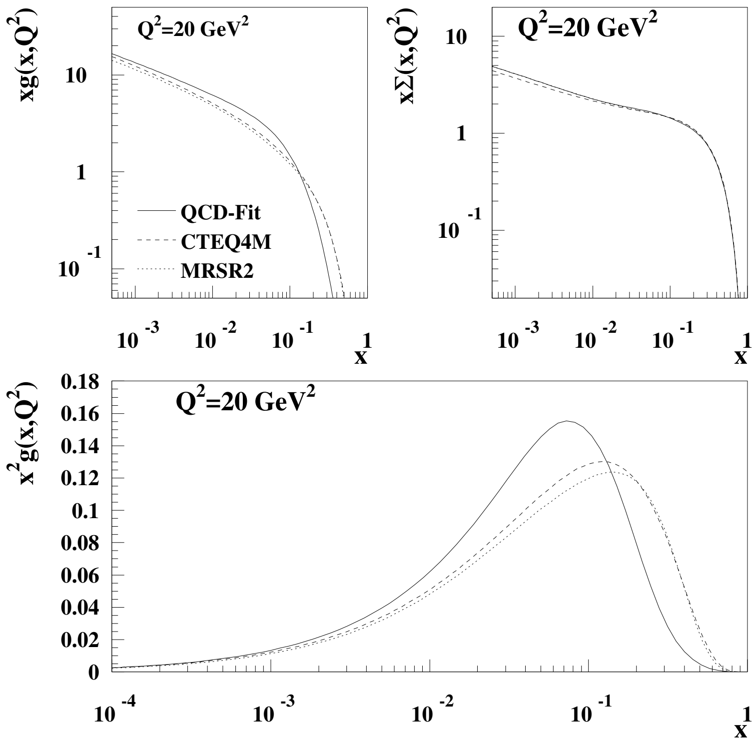

Abbildung 5.10: Oben: Die Gluonen- und Singlettdichte aus der QCD-Anpassung im Vergleich zu anderen QCD-Parametrisierungen (MRSR2, CTEQ4). Unten: Die Größe $x^2g(x,Q^2)$ aus der QCD-Anpassung (durchgezogene Linie) im Vergleich zu MRSR2 und CTEQ4.

ten keine nennenswerten Abweichungen zwischen der QCD-Anpassung und den übrigen Parametrisierungen auf. Werden jedoch sehr hohe Werte von x ($x > 0.15$) betrachtet, beginnt die Gluonendichte aus der QCD-Anpassung sehr rasch abzufallen und liegt dann weit unterhalb der anderen Parametrisierungen. Da im hohen x-Bereich eine im Vergleich zu MRS- oder CTEQ-Parametrisierungen viel zu kleine Gluonendichte vorliegt, nimmt im Verlauf der QCD-Anpassung xg zwischen $x \approx 0.01 - 0.1$ höhere Werte an, um die als strikte Randbedingung auferlegte Impulssummenregel (vgl. Abschnitt 5.1.4) einzuhalten. Der Impulsanteil, den die Gluonen innerhalb eines Intervalls dx am Gesamtimpuls des Protons tragen, ist im unteren Graphen der Abbildung 5.10 veranschaulicht. Dieses Bild zeigt x^2g auf einer logarithmischen x-Skala. Da $xg\,dx = x^2g\,d\log x$ gilt, kann hier direkt die Verteilung des Impulsanteils der Gluonendichte abgelesen werden. So findet sich beispielsweise bei $x \approx 0.1$ der größte Anteil der Gluonen am Gesamtimpuls. In der x^2g-Darstellung wird das Gluonendefizit der QCD-Anpassung für $x > 0.15$ besonders deutlich hervorgehoben.

Der Impulsanteil, den die Gluonen für alle Werte von x in der durchgeführten QCD-Anpassung tragen, liegt an der Startskala $Q_0^2 = 1$ GeV^2 bei $\int_0^1 dx\, xg(x, Q_0^2) = 0.37$. Dieser Wert stimmt sehr gut mit zwei vergleichbaren Parametrisierungen des MRSR-Satzes [52] überein, aus dem Impulsanteile für die Gluonendichte von 0.38 (R1) und 0.365 (R2) für dieselbe Startskala Q_0^2 abgeleitet werden können. Der übrige Impuls am Proton wird von der Singlett-Dichte $x\Sigma$ getragen, die in Abbildung 5.10 rechts dargestellt ist. Die aus der QCD-Anpassung bestimmte Singlett-Dichte zeigt im Vergleich zu den übrigen QCD-Parametrisierungen weder bei hohen x noch bei kleinen x signifikante Abweichungen.

Das diskutierte Impulsdefizit der QCD-Anpassung und der daraus resultierende Impulsüberschuß der Gluonendichte zwischen $0.01 < x < 0.1$ ist von der Form der gewählten Anfangsverteilung für xg nahezu unabhängig. Dies wird im oberen Bild der Abbildung 5.11

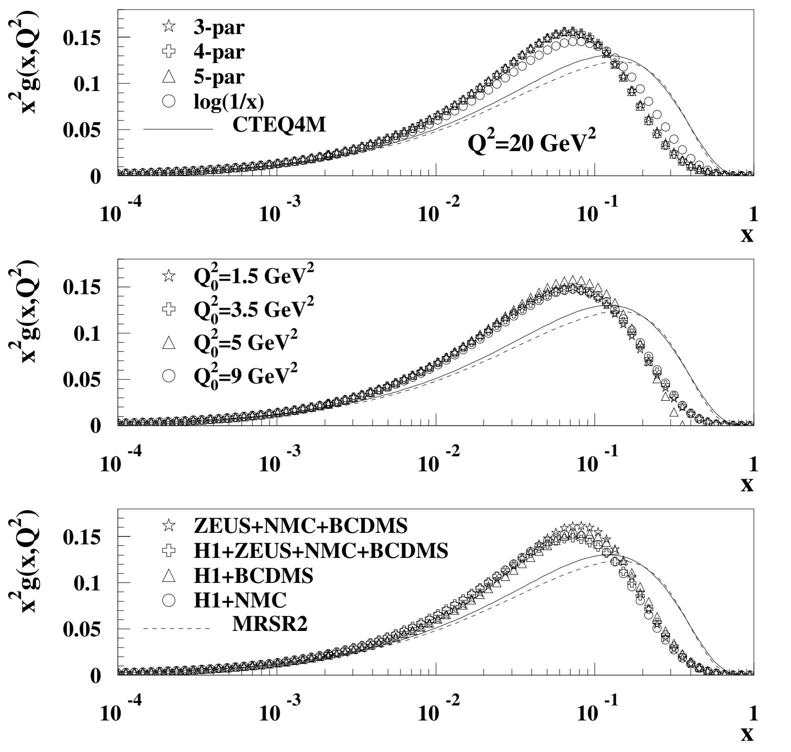

Abbildung 5.11: Die aus QCD-Anpassungen ermittelte Größe x^2g bei $Q^2 = 20$ GeV^2 für verschiedene Anfangsparametrisierungen (oben) und für unterschiedliche Startskalen Q_0^2 (mitte). Im unteren Bild sind die Ergebnisse für x^2g aus QCD-Anpassungen dargestellt, bei denen unterschiedliche Datensätze benutzt wurden. Zum Vergleich sind jeweils die aus globalen QCD-Analysen bestimmten Gluonendichten des MRSR2-Satzes und des CTEQ4M-Satzes eingezeichnet.

demonstriert, das die Ergebnisse der Gluonendichte aus verschiedenen QCD-Anpassungen zu Strukturfunktionsdaten präsentiert. Dabei wurden jeweils unterschiedliche Anfangsparametrisierungen zur Gluonendarstellung gemäß den Gleichungen (5.24-5.26) gewählt. Die als $\log(1/x)$ in Abbildung 5.11 abgekürzte Form der Gluonendarstellung benutzt anstelle des Ausdrucks $(1-x)^C$ den Term $(\log(1/x))^C$, da für $x \to 1$ die Näherung $\log(1/x) \approx (1-x)$ gemacht werden kann. Die $\log(1/x)$-Form[6] verschiebt zwar tendenziell die x^2g-Verteilung zu höheren Werte von x, ändert aber das Impulsdefizit im Bereich $x > 0.2$ im wesentlichen nicht. Der mittlere Graph aus Abbildung 5.11 zeigt die x^2g-Verteilung für QCD-Anpassungen, die bei verschiedenen Anfangsskalen Q_0^2 durchgeführt wurden. Die Variation der Startskala Q_0^2 bewirkt ebenfalls keine Änderung der Gluonenverteilung im Bereich $x > 0.2$. Ferner finden sich Ergebnisse zu x^2g aus QCD-Anpassungen in der unteren Darstellung der Abbildung 5.11 wieder, bei denen unterschiedliche F_2-Datensätze berücksichtigt wurden. Die Wahl der F_2-Daten, die zur QCD-Anpassung benutzt werden können, beeinflußt die Gluonendichte bei hohen x nicht.

Die obigen Untersuchungen machen deutlich, daß bei einer Bestimmung der Gluonendichte, die nur aus verfügbaren Daten zur Strukturfunktion F_2 erfolgt, die resultierende Gluonendichte für $x > 0.2$ viel zu rasch gegen null tendiert und weit unterhalb der übrigen, aus globalen QCD-Analysen ermittelten, Gluonenverteilungen liegt. Aus der QCD-Anpassung an Daten zur Strukturfunktion F_2 können keine strengen Randbedingungen für die Gluonendichte im Bereich $x > 0.1$ abgeleitet werden. Stattdessen wird in globalen QCD-Analysen auf Daten anderer Prozesse zurückgegriffen, um die Gluonendichte bei hohen x zu bestimmen.

Ein wichtiger QCD-Prozeß, der sensitiv auf die Gluonendichte im Bereich großer x ist, besteht in der Produktion direkter Photonen $qg \to \gamma q$ bei hohen Transversalimpulsen p_t in pp- oder pN-Kollisionen. Die Daten [178], die zur direkten Produktion von Photonen vorliegen, decken in x insgesamt den Bereich $0.01 < x < 0.6$ ab und stammen aus Messungen der Experimente WA70, R806, UA2, CDF und E706. Allerdings verläuft in den Daten die p_t-Verteilung teilweise steiler als in NLO-QCD-Rechnungen [179]. Diese Abweichungen können nicht einfach durch modifizierte Partondichten ausgeglichen werden, sondern werden als intrinsische k_t-Effekte der Partonen beschrieben [179]. Erst durch künstliche Verschmierung der Transversalimpulse der Partonen im Anfangszustand können QCD-Rechnungen die Daten reproduzieren.

Ein weiterer Prozeß, der als Randbedingung zur Bestimmung der Gluonendichte bei mittleren und hohen Werten von x dient, ist die inklusive Jetproduktion in pp-Kollisionen. In LO-QCD ist dieser Wirkungsquerschnitt proportional zu $\alpha_s^2 g(x,Q^2)g(x',Q^2)$ und $\alpha_s^2 g(x,Q^2)q(x',Q^2)$ für die gg- und gq-Streuprozesse. Die Daten zur Jetproduktion am Tevatron [180] überdecken transversale Jetenergien von 50 GeV $< E_T <$ 450 GeV und zeigen dadurch eine große Sensitivität auf die Gluonendichte im Bereich von $x = 2E_T/\sqrt{s}$ zwischen $0.06 - 0.5$.

Während die globale QCD-Analyse [53] der CTEQ-Kollaboration die Jetproduktionsdaten des Tevatrons zur Gluonenbestimmung im mittleren und hohen x-Bereich benutzt, berücksichtigt die MRS-Gruppe [52] die Daten zur direkten Produktion von Photonen. In beiden Analysen stimmt der Verlauf der resultierenden Gluonendichte bei hohen x überein. Die aus der durchgeführten QCD-Anpassung an Strukturfunktionsdaten erhaltene Gluonendichte steht im Bereich $x > 0.1$ dazu, wie erwähnt, völlig im Widerspruch und

[6] Die genaue Form der Gluonendarstellung lautet: $xg = Ax^B(\log(1/x))^C(1 + D\sqrt{\log(1/x)} + E\log(1/x))$

muß daher unter Berücksichtigung der Randbedingungen bei hohen x erneut bestimmt werden, um einen eventuellen Einfluß auf das Verhalten bei kleinen x zu untersuchen.

Dabei werden in einer fünfparametrigen Gluonendarstellung drei Parameter, die das Verhalten bei hohen x beschreiben, in einer QCD-Anpassung auf die Werte fixiert, die sich als Resultat einer globalen QCD-Analyse der MRS-Gruppe [52] ergaben. Durch diese bei $Q_0^2 = 1$ GeV^2 vorliegende Zwangsbedingung wird ein den globalen QCD-Analysen entsprechendes Verhalten der Gluonendichte für $x > 0.1$ gewährleistet, wie aus Abbildung 5.12 zu erkennen ist. In dieser Abbildung ist das Ergebnisse für die Gluonendichte aus der QCD-

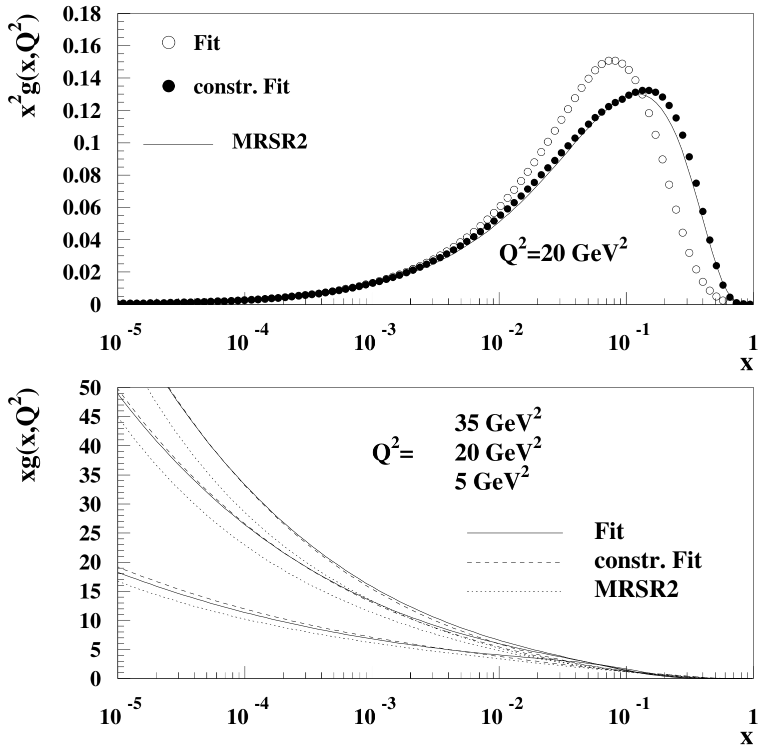

Abbildung 5.12: Der Vergleich der resultierenden Gluonendichte aus QCD-Anpassungen, die einmal mit (constr. Fit) und einmal ohne Zwangsbedingung (Fit) für das Verhalten der Gluonendichte bei hohen x, durchgeführt wurde. Die untere Abbildung zeigt die Gluonendichte für drei verschiedene Q^2-Werte in der angegebenen Reihenfolge der Bildinschrift.

Anpassung dargestellt, in der die Zwangsbedingung zur Regelung des Verhaltens bei hohen x an der Startskala $Q_0^2 = 1$ GeV^2 auferlegt wurde. Im oberen Bild ist deutlich sichtbar, wie sich die Gluonendichte aus dieser Anpassung bei $Q^2 = 20$ GeV^2 zu höheren Werten von x verschiebt und dadurch mit globalen QCD-Analysen kompatibel wird. Der untere Graph der Abbildung 5.12 zeigt die Gluonendichten für drei verschiedene Werte von Q^2 im gesamten x-Bereich. Die Abweichung der Gluonendichte mit auferlegter Zwangsbedingung bei Q_0^2 zur Standardanpassung beträgt im Bereich niedriger $x < 0.01$ weniger als 5% und steigt kontinuierlich auf über 25% bei $x \sim 0.1$ bis zu einer maximalen Abweichung von rund 300% bei x-Werten um 0.4 an. Die geringe Änderung der Gluonendichte bei niedrigen Werten von x zeigt, daß eine weitgehende Entkoppelung zwischen dem Verhalten der Gluonendichte bei kleinen x und ihrem Verlauf bei hohen $x > 0.01$ vorliegt. Der Anstieg der Gluonendichte zu kleinen x bleibt von der Zwangsbedingung annähernd unberührt, weicht aber vom Verlauf der Gluonendichte aus der globalen MRSR2-Analyse bei kleinen x ab, wie aus der unteren Darstellung der Abbildung 5.12 zu entnehmen ist. Dies demonstriert, daß die durchgeführte Anpassung, auch wenn sie eine sich an MRSR2 orientierende Zwangsbedingung enthält, eine von ihr unabhängige Bestimmung der Gluonendichte bei kleinen x erlaubt.

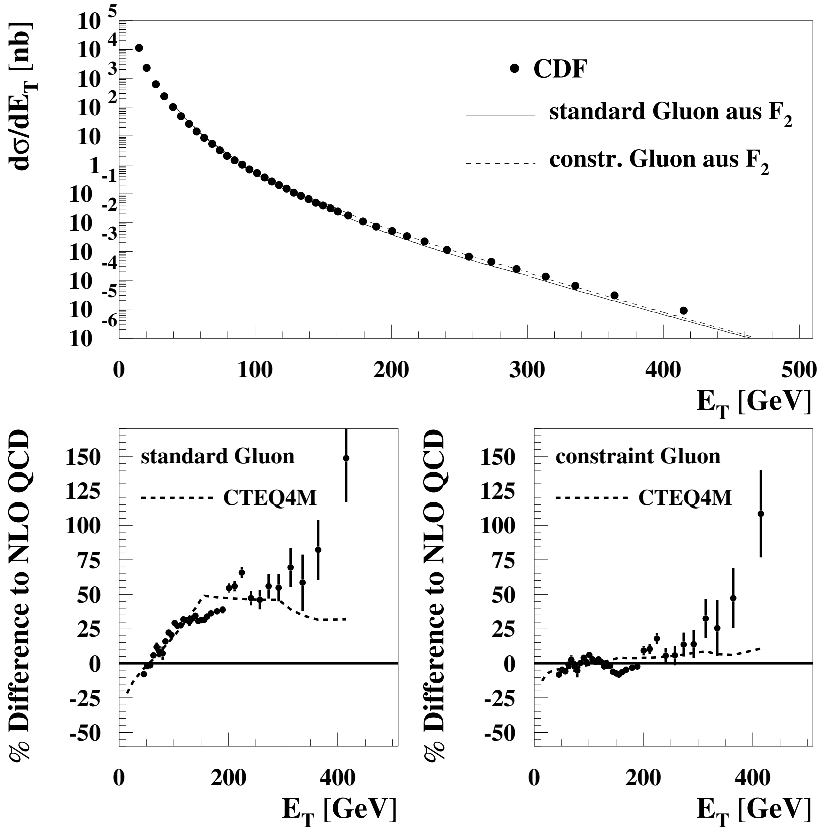

Abbildung 5.13: Vergleich der Jetwirkungsquerschnitte mit Rechnungen in NLO-QCD für zwei verschiedene Gluonendichten. In den unteren beiden Bildern sind für die Resultate der Standard-Gluonendichte und der Gluonendichte mit Zwangsbedingung die prozentualen Abweichungen zu den CDF-Daten [180] gezeigt. Nur die statistischen Fehler der Datenpunkte sind dargestellt. Die systematischen Fehler der CDF-Daten liegen zwischen $10-15\%$. Die unterbrochenen Linien in den beiden unteren Bildern geben die Abweichungen der CTEQ4-Parametrisierung zu den beiden NLO-Rechnungen an.

In Abbildung 5.13 werden zwei Rechnungen[7] in NLO-QCD mit Daten zum inklusiven Jetwirkungsquerschnitt $d\sigma/dE_T$ von CDF [180] verglichen. Die eine Rechnung basiert auf der Gluonendichte aus der Standardanpassung, während in der anderen Rechnung die Gluonenverteilung mit der Zwangsbedingung bei hohen x berücksichtigt wurde. Als QCD-Programm wurde JET3.4 [181] benutzt, das eine Berechnung des Jetwirkungsquerschnitts mit dem Cone-Algorithmus erlaubt.

Eine charakteristische Eigenschaft der CDF-Daten für $E_T > 300$ GeV ist ihre Abweichung zu konventionellen QCD-Rechnungen. Es wurde lange kontrovers diskutiert, ob der Überschuß im Wirkungsquerschnitt für $E_T > 300$ GeV mit veränderten Partondichten beschrieben werden kann [182, 53]. Bei dem Vergleich aus Abbildung 5.13 soll aber nur der Bereich $E_T < 300$ GeV von Interesse sein, was einem x von $x = 2E_T/\sqrt{s} < 0.34$ bei $\sqrt{s} = 1800$ GeV entspricht. Die Jetwirkungsquerschnitte aus der durchgeführten QCD-Rechnung liegen im linken unteren Bild weit unterhalb den Daten. Bei $E_T = 200$ GeV oder $x = 0.17$ beträgt die Differenz zur NLO-Rechnung rund 30%. Diese Diskrepanz ist eine direkte Folge der im Bereich $x > 0.1$ zu niedrigen Gluonendichte (vgl. Abbildung 5.12), die der QCD-Rechnung zugrundeliegt. Die aus der speziellen QCD-Anpassung mit Zwangsbedingung resultierende Gluonendichte jedoch vermag die CDF-Daten bis $E_T \approx 300$ GeV zu beschreiben, wie aus der rechten unteren Darstellung der Abbildung 5.13 hervorgeht. Der Vergleich der beiden unteren Darstellungen in Abbildung 5.13 zeigt, die große Empfindlichkeit der Jetproduktion auf die Gluonendichte bei großen x. Für eine zukünftige Gluonenbestimmung bei H1 sollte daher der QCD-Prozeß der Jetproduktion einschließlich der Tevatron-Daten in die QCD-Anpassung mitaufgenommen werden, um die Gluonendichte im gesamten x-Bereich ermitteln zu können.

5.2.5 Die Fehler der Gluonenbestimmung

Bestimmung des systematischen Fehlers der Gluonendichte

Um das systematische Fehlerband der Gluonendichte zu bestimmen, wurden 20 verschiedene QCD-Anpassungen durchgeführt, bei denen die einzelnen Eingangswerte der F_2-Datenpunkte gemäß den unterschiedlichen korrelierten Fehlerquellen punktweise verändert wurden. Dabei werden zur Gesamtfehlerberechnung die systematischen Fehlerquellen in verschiedene Gruppen aufgeteilt:

1. Die Elektronenergieskala im rückwärtigen Kalorimeter
2. Die Elektronenergieskala im LAr-Kalorimeter
3. Die Unsicherheit im Polarwinkel θ_e
4. Die Unsicherheit in der hadronischen Energieskala

Da den Daten H1-94 noch das rückwärtige Kalorimeter BEMC und die alte Driftkammer BPC zugrundeliegt, wurden sie unabhängig von den SPACAL/BDC-Daten der Jahre 95 und 96 um ihren systematischen Fehler aus den Fehlerquellen 1-4 variiert. Zwischen den systematischen Fehlern aus den Jahren 94 und 95/96 treten teilweise Korrelationen auf, da sowohl die Methode der Energiekalibration über das kinematische Maximum für alle

[7] Die Renormierungs- und Faktorisierungsskalen wurden auf $\mu = E_T/2$ gelegt.

Jahre 94-96 sehr ähnlich war als auch das Verfahren zur Bestimmung der Unsicherheit des Polarwinkels θ_e für alle drei Jahre über die Ausrichtung der rückwärtigen Driftkammern nach der CJC vorgenommen wurde. Aus diesem Grund wird als konservative Annahme die nach der jeweiligen QCD-Anpassung ermittelten Änderungen der Gluonendichte linear innerhalb jeder Fehlergruppe 1-4 addiert und schließlich die quadratische Summe aus den vier Summanden gebildet.

Zur Bestimmung der übrigen systematischen Unsicherheiten wurden folgende Fehlermöglichkeiten in Betracht gezogen:

- Eine Variation von Λ_{QCD} um 75 MeV, was einer Änderung von $\alpha_s(M_Z^2)$ um ± 0.005 entspricht;
- eine Änderung der Charm-Masse um ± 0.3 GeV;
- ein möglicher Einfluß von *higher twist*-Beiträgen, der durch eine QCD-Anpassung untersucht wird, bei der neben den üblichen Kriterien (vgl. Abschnitt 5.2.2) nur Daten mit $Q^2 \geq 5$ GeV^2 zugelassen werden;
- der Einfluß des Gluonendefizits bei hohen x, der durch eine QCD-Anpassung mit einer Zwangsbedingung bestimmt wurde (vgl. Abschnitt 5.2.4);
- die Abhängigkeit der Gluonendichte von der bei $Q_0^2 = 1$ GeV^2 parametrisierten funktionalen Anfangsform. Dabei wurden verschiedene Gluonendarstellungen (5-par, $\log(1/x)$ vgl. Abschnitt 5.2.4) berücksichtigt.

In dieser zweiten Fehlerklasse wurden 8 QCD-Anpassungen durchgeführt und die Abweichungen in der Gluonendichte zum zentralen Fit aus Abschnitt 5.2.2 quadratisch addiert.

In Abbildung 5.14 ist das resultierende Fehlerband der Gluonendichte für $Q^2 = 5$ GeV^2 und $Q^2 = 20$ GeV^2 im Bereich $x \leq 0.01$ gezeigt.

Die totale Breite des Fehlerbandes beträgt im Bereich $x < 0.005$ rund 15-25%. Die als Fehlerquellen 1-4 aufgeführten korrelierten Unsicherheiten liegen bei ca. $\pm(3-5)\%$. Die größte korrelierte Fehlerquelle ist hierbei die Energieskala für Elektronen, deren Variation für die 1994-Daten mit rund $\pm 1.5\%$ und jeweils für die Daten der Jahre 95 und 96 mit knapp $\pm 1\%$ zum relativen Gesamtfehler der Gluonendichte beiträgt. Die Änderung in α_s um ± 0.005 oder $\pm 4\%$ stellt einen großen Beitrag dar, da die Skalenverletzung $dF_2/d\log Q^2$ bei kleinen x direkt zur Kopplungskonstante α_s und zur Gluonendichte proportional ist. Für kleine Werte von x ist der relative Fehler auf die Gluonendichte rund $\pm(4-5)\%$ und steigt bei $x \approx 5 \cdot 10^{-3}$ auf ca. $\pm 10\%$ an. Die Variation in α_s dominiert das Fehlerband bis zu $x \approx 0.015$. Bei größeren Werten von x überwiegt ausschließlich die Fehlerquelle, die mit dem Gluonendefizit bei hohen x verbunden ist. Der Einfluß einer Änderung der Charm-Masse um 0.3 GeV auf die Gluonendichte beträgt rund 5%, wobei eine kleinere Masse m_c die Gluonendichte zu niedrigeren Werten verschiebt. Eine andere Wahl der Skala μ in der PGF-Gleichung (5.10) hat bei kleinen x einen Einfluß auf die Gluonendichte von weniger als 2.5%, wie in Abschnitt 5.2.3 festgestellt wurde, und ist im Fehlerband aus Abbildung 5.14 nicht berücksichtigt worden. Die unterschiedlichen funktionalen Formen, die bei $Q_0^2 = 1$ GeV^2 zur Gluonendarstellung dienen, bewirken für $x < 0.01$ eine Änderung in der Gluonendichte von weniger als 0.7%. Der Ausschluß aller H1-Daten mit $Q^2 < 5$ GeV^2, der eingeführt wird, um mögliche *higher twist*-Effekte abzuschätzen, beeinflußt die Gluonendichte im Bereich $x < 0.01$ um weniger als 1.5%.

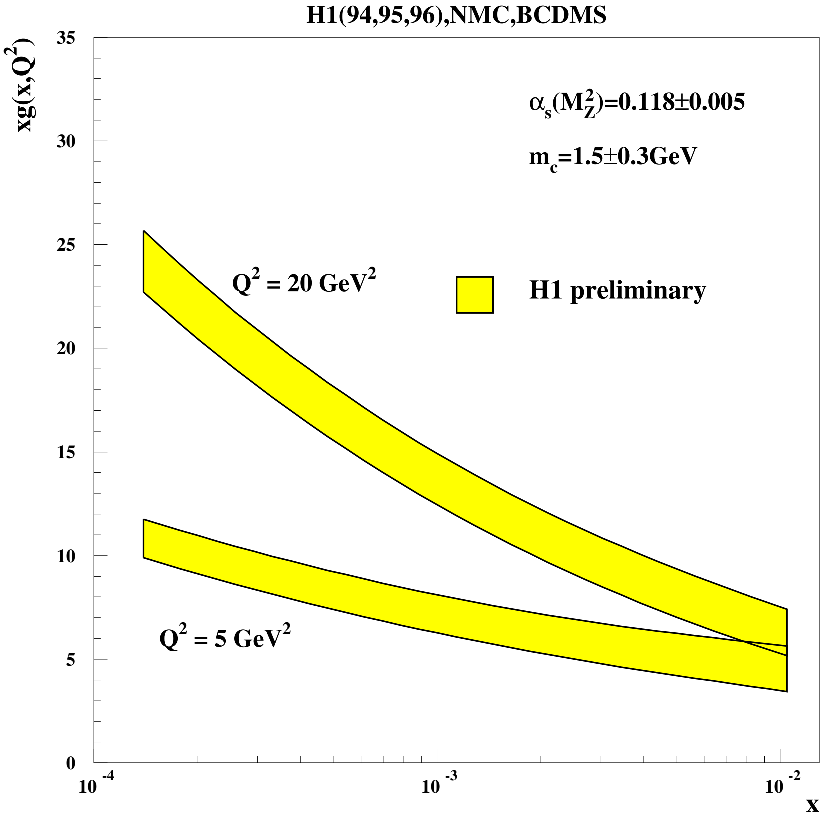

Abbildung 5.14: Die aus der QCD-Anpassung bestimmte Gluonendichte bei kleinem x mit ihrem Gesamtfehlerband bei $Q^2 = 5$ GeV^2 und 20 GeV^2

In Abbildung 5.15 ist die in dieser Analyse bestimmte Gluonendichte zusammen mit einigen QCD-Parametrisierungen sowie die aus ZEUS-Strukturfunktionsdaten extrahierte Gluonendichte [183] gezeigt. Die aus H1- bzw. ZEUS-Daten ermittelten Gluonendichten stimmen im Rahmen ihrer systematischen Fehler sehr gut überein. Zwei der drei gezeigten QCD-Parametrisierungen (MRSR1 und CTEQ4M) sind ebenfalls mit dem Fehlerband der H1-Gluonendichte konsistent. Die QCD-Parametrisierung GRV94 weist jedoch eine zu große Gluonendichte auf, die sich in einer im Vergleich zu den Daten zu starken Skalenverletzung $dF_2/d\log Q^2$ äußert, wie in Abbildung 4.3 demonstriert wurde.

Untersuchung weiterer Einflüsse

Die zentrale QCD-Anpassung aus Abschnitt 5.2.2 wurde unter Verwendung der Strukturfunktionsdaten der Experimente H1, NMC und BCDMS durchgeführt. Aus Abbildung 5.15 geht hervor, daß die aus ZEUS-Daten bestimmte Gluonendichte leicht unterhalb der H1-Gluonendichte liegt. Daher soll der Einfluß der ZEUS-Strukturfunktionsdaten auf die H1-Gluonendichte geprüft werden. In Abbildung 5.16 sind für zwei repräsentative Werte von

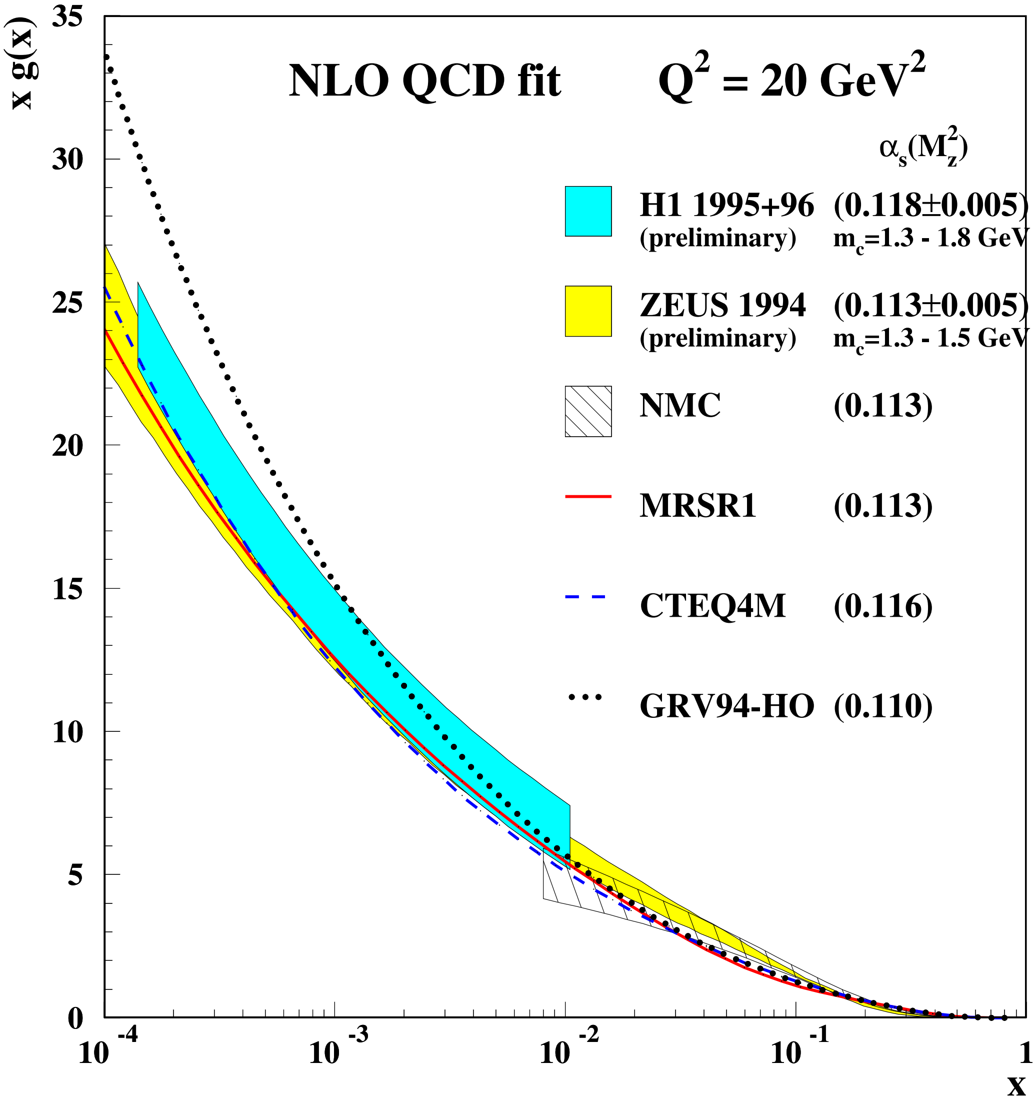

Abbildung 5.15: Die aus H1- und ZEUS-Daten zur Strukturfunktion F_2 ermittelten Gluonendichten bei $Q^2 = 20$ GeV^2. Ferner sind drei QCD-Parametrisierungen sowie die von NMC bestimmte Gluonendichte gezeigt.

x die F_2-Ergebnisse aus drei QCD-Anpassungen dargestellt. Die eingezeichneten Strukturfunktionsdaten von H1 und ZEUS stimmen zwar innerhalb ihrer systematischen Fehler überein, doch weist die aus einer QCD-Anpassung an ZEUS-Daten ermittelte Strukturfunktion eine geringere Skalenverletzung $dF_2/d\log Q^2$ auf und liegt bei größeren Q^2 unterhalb den beiden anderen QCD-Kurven. Werden in der Standardanpassung an H1-, NMC- und BCDMS-Daten auch ZEUS-Daten einbezogen, verschiebt sich beispielsweise

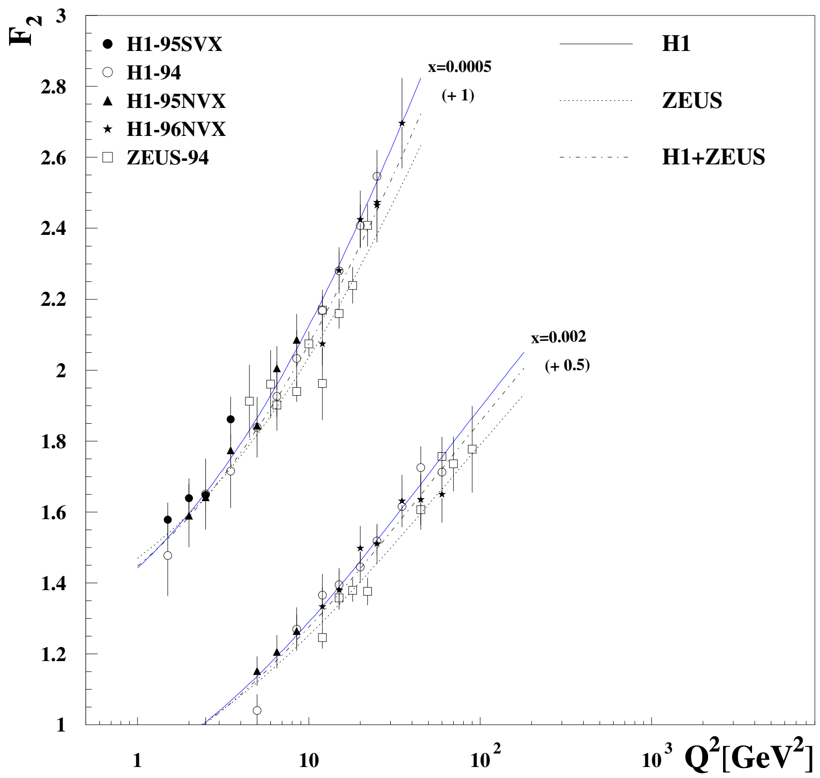

Abbildung 5.16: Die Ergebnisse für die Strukturfunktion F_2 aus drei QCD-Anpassungen zusammen mit F_2-Daten von H1 und ZEUS. Gezeigt sind nur zwei ausgewählte Werte von x. Die durchgezogene Linie entspricht der Standardanpassung aus Abschnitt 5.2.2, bei der neben Daten aus *fixed target* Experimenten die H1-Daten berücksichtigt sind. Die gepunktete Linie bezieht sich auf eine QCD-Anpassung in der an Stelle der H1- die ZEUS-Daten benutzt wurden. Das Ergebnis einer Anpassung, die H1- und ZEUS-Datensätze verwendet, liegt zwischen den beiden anderen Linien.

bei $x = 5 \cdot 10^{-4}$ und $Q^2 = 30$ GeV^2 die resultierende Strukturfunktion nach der QCD-Anpassung um rund 5% nach unten. Die Folge davon ist eine Verringerung der Gluonendichte, die für diese Anpassung um 2-3% unterhalb der Gluonenverteilung aus der Standardanpassung liegt.

Der Einfluß der E665-Daten, die in der zentralen QCD-Anpassung aus Abschnitt 5.2.2 nicht miteinbezogen wurden, ist marginal. Ihre Berücksichtigung führt zu einer Änderung der Gluonendichte, die kleiner als 1% im gesamten x-Bereich ist. Werden die kompletten NMC-Daten in der QCD-Anpassung weggelassen und ausschließlich H1- und BCDMS-Daten verwendet, verändert sich die resultierende Gluonendichte für $x < 0.1$ um weniger als 2%.

Zusätzlich wurde eine QCD-Anpassung durchgeführt, bei der die Impulssummenregel für die Gluonen- und Singlett-Dichte nicht angewandt wurde. Die Impulssumme wuchs dabei auf 1.12 an, wobei sich der absolute Betrag der Singlett-Dichte von $\int_0^1 dx\, x\Sigma \approx 0.6$ bei Q_0^2 nicht veränderte. Der von 0.4 auf 0.52 gewachsene Impuls $\int_0^1 dx\, xg$ der Gluonendichte verteilte sich vor allem auf die x-Werte zwischen 0.08 und 0.1. Die Gluonenverteilung bei kleinen x ($x < 0.01$) blieb jedoch annähernd unberührt und wurde nur um 1-2% zu höheren Werten verschoben.

Die durchgeführten QCD-Anpassungen beruhen auf den numerischen Lösungen der DGLAP-Gleichung. Neben den in der DGLAP-Gleichung aufsummierten Terme $\alpha_s^n(\log Q^2)^n$ müssen bei sehr kleinen x Ausdrücke der Form $\sum_{m=1}^{n} \alpha_s^n(\log(1/x))^m$ in der Störungsreihe berücksichtigt werden. Eine Möglichkeit, diesen Termen Rechnung zu tragen, besteht in der sogenannten Resummation [184], bei der neue Splitting- und Koeffizientenfunktionen für die DGLAP-Gleichung berechnet werden. Das Ergebnis einer QCD-Analyse [185] der Strukturfunktionsdaten von H1 und ZEUS, bei der Terme der Form $(\log(1/x))^n$ in den Splittingfunktionen miteinbezogen wurden, läßt auf einen Einfluß dieser Terme schließen, der sich in einem verbesserten χ^2 in QCD-Anpassungen bemerkbar macht[8]

Um dies zu überprüfen und die Auswirkungen der Datenpunkte bei kleinsten x auf die Gluonendichte zu untersuchen, wurden verschiedene QCD-Anpassungen durchgeführt, bei denen schrittweise Datenpunkte bei kleinen x aus der Anpassung[9] ausgeschlossen wurden. Die x-Schnitte in den Daten lagen bei: $x > 10^{-5}$, $x > 10^{-4}$, $x > 10^{-3}$ und bei $x > 10^{-2}$. Im Vergleich zu einer Anpassung ohne x-Schnitt ergaben die ersten beiden Anpassungen mit $x > 10^{-5}$ bzw. $x > 10^{-4}$ keine Änderung in der Gluonendichte, wobei das χ^2, normiert auf alle an der Anpassung beteiligten Datenpunkte, konstant blieb. Erst ab einem x-Schnitt von $x > 10^{-3}$, der zwei Größenordnungen über den von H1 erreichten niedrigsten x-Werten liegt, modifizierte sich die Gluonendichte für $x > 0.1$ um 3-4%, während das resultierende χ^2 über allen Datenpunkten keine Veränderung zeigte. Im Fall des Schnitts $x > 10^{-2}$ änderte sich die Gluonendichte um rund 20%. Eine Variation der Gluonendichte ist bei einem ständig höhergesetzten x-Schnitt irgendwann zu erwarten, da durch den Wegfall von Datenpunkten im Bereich niedriger x die zur Bestimmung des Anstiegs der Gluonendichte notwendige Information verlorengeht. Die vorgestellten Untersuchungen zeigen aber, daß ein im Bereich $10^{-5} \leq x \leq 10^{-3}$ möglicher Resummationseffekt keine großen Auswirkungen auf die Ergebnisse der QCD-Anpassung hat, da sich die resultierende Gluonendichte unter den Einwirkungen der verschiedenen x-Schnitte als sehr stabil herausstellte.

5.3 Die QCD-Anpassung zur Bestimmung von F_L

5.3.1 Das Verfahren zur Bestimmung von F_L

Im Jahr 1996 bestand durch die Kombination von Spurbedingungen mit einem IET-Triggerelement des SPACALs (vgl. Abschnitt 2.4.3) die Gelegenheit, Elektronen bei sehr niedrigen Streuenergien von 4 GeV zu registrieren. Die gesammelten DIS-Ereignisse, die einer integrierten Luminosität von 2.62 pb^{-1} entsprechen, zeichnen sich aufgrund der niedrigen Elektronenergien durch sehr hohe y-Werte ($0.65 \leq y \leq 0.85$) aus. Der Q^2-Bereich der

[8]Thorne [185] berichtet von einem χ^2 (nur systematische Fehler) von 1105 bei 1099 Datenpunkte für die resummierte QCD-Anpassung verglichen zur Standard-DGLAP-Anpassung Thornes mit $\chi^2 = 1169$.

[9]Bei den durchgeführten QCD-Anpassungen wurde der y-Schnitt $y < 0.6$ aufgehoben.

Daten überstreicht dabei die Werte von $12 - 35$ GeV^2. Die Einzelheiten der Datenanalyse zur Bestimmung der Wirkungsquerschnitte sind in [167] zu finden.

Eine wichtige Eigenschaft dieses speziellen Datensatzes ist der große Beitrag, den die longitudinale Strukturfunktion F_L bei hohen y zum differentiellen Wirkungsquerschnitt liefert, wie in Kapitel 3.2.2 diskutiert wurde. Üblicherweise wird aus gemessenen Wirkungsquerschnitten im kleinen oder mittleren y-Bereich unter einer bestimmten Annahme von F_L oder R die Strukturfunktion F_2 ermittelt, so wie es auch in dieser Analyse (Kapitel 3.5.3) geschah. Das Extraktionsverfahren kann jedoch im Bereich hoher y umgekehrt werden, so daß eine QCD-Vorhersage für F_2 zu einer F_L-Bestimmung aus den experimentellen Wirkungsquerschnitten genutzt wird. Dies wurde bereits mit H1-Daten aus dem Jahr 1994 in [102] realisiert:

$$F_L(x,Q^2) = \frac{Y_+^2}{y^2}\left(F_2^{Fit}(x,Q^2) - \frac{Q^4 x}{2\pi\alpha^2 Y_+}\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2}\right) \tag{5.27}$$

$$Y_+ = 1 + (1-y)^2 \tag{5.28}$$

Es wird daher eine QCD-Anpassung an die F_2-Daten aus den Jahren 1995-1996 durchgeführt, in der nur Meßergebnisse bei kleinem y ($y < 0.35$) zugelassen sind, um den Einfluß der longitudinalen Strukturfunktion F_L im Wirkungsquerschnitt gering zu halten. Werden nun die Partondichten an einem festen Wert x zu höheren Q^2, d.h. gleichzeitig zu höheren Werten von y ($y \sim Q^2/x$), entwickelt, läßt sich eine QCD-Aussage über das Verhalten der Strukturfunktion F_2 im Bereich großer y treffen. F_L selbst kann dann gemäß Gleichung (5.27) aus den gemessenen Wirkungsquerschnitten $\frac{d^2\sigma}{dxdQ^2}$ und dem extrapolierten F_2^{Fit} bestimmt werden.

Dieses Verfahren beruht jedoch auf der Annahme, daß der wahre Wert für F_2 bei hohem y im Einklang mit den QCD-Erwartungen steht, und stellt daher keine unabhängige Messung von F_L dar. Auf welche Weise F_L bei HERA direkt gemessen werden kann, ist in Kapitel 3.2.2 erwähnt.

5.3.2 Die zentrale QCD-Anpassung zur F_2-Extrapolation

Zur Bestimmung der Strukturfunktionswerte F_2^{Fit} bei hohen Werten von y wurden in der QCD-Anpassung die F_2-Daten von H1 für $Q^2 \geq 1.5$ GeV^2 aus den Jahren 1995 [75] und 1996 [167] nur mit der Bedingung $y < 0.35$ zugelassen, da in dieser kinematischen Region der gemessene Wirkungsquerschnitt im wesentlichen durch F_2 bestimmt ist und keine Unsicherheiten durch einen Beitrag von F_L auftreten können. Zusätzlich wurden die Proton- und Deuteron-Datensätze von BCDMS und NMC (vgl. Abschnitt 5.1.3) benutzt[10], da sie das Verhalten der Quarkdichten bei höheren x bestimmen. Analog zur zentralen QCD-Anpassung, die zur Gluonenbestimmung (vgl. Abschnitt 5.2) führte, wurde der Anfangswert Q_0^2 in der DGLAP-Entwicklung auf 1 GeV^2 gesetzt und derselbe Wert für $\alpha_s(M_Z^2)$ von 0.118 verwendet. Der Charm-Beitrag zu F_2 ist gemäß Gleichung (5.10) für eine Charm-Masse von $m_c = 1.5$ GeV an der Skala $\mu^2 = Q^2 + 4m_c^2$ berechnet worden. Im Gegensatz zur QCD-Anpassung aus Abschnitt 5.2 wurde die Normierung des H1-Datensatzes H1-96 während der χ^2-Minimierung festgehalten, da die Meßdaten bei hohen y ebenfalls aus dem Jahr 1996 stammen. Die durchgeführte QCD-Anpassung diente neben der Bestimmung der

[10] Für die *fixed target* Daten wurden dieselben Schnitte wie in Abschnitt 5.2.2 verwendet.

Name	Anz. d. Pkte (n.o.p)	χ^2	$\chi^2/n.o.p$	Norm	σ_{Norm}
H1-95NVX	35	34.0	0.97	0.99	1.5%
H1-95SVX	23	33.3	1.44	0.97	3%
H1-96NVX	61	114.6	1.8	1.	2%
NMC-p	179	306.5	1.71	0.99-1.01	2%
NMC-d	179	235.8	1.32	0.99-1.01	2%
BCDMS-p	174	205.9	1.2	0.96	3%
BCDMS-d	159	199.7	1.25	0.96	3%
Gesamt	813	1140.4	1.4	-	-

Tabelle 5.2: Die χ^2-Resultate der einzelnen Datensätze sowie ihre Normierungen aus der QCD-Anpassung, die zur F_2-Extrapolation bei hohen y dient. Die in der letzten Spalte erwähnten Werte σ_{Norm} beziehen sich auf die Normierungsunsicherheiten der einzelnen Datensätze. Der Datensatz H1-96NVX wurde in der QCD-Anpassung festgehalten.

Strukturfunktionswerte F_2^{Fit} bei hohen y auch der Berechnung der F_L-Vorhersage für drei leichte Quarksorten (u,d,s) in NLO-QCD nach [186], zu der analog der Gleichung (5.10) ein Charm-Anteil F_L^c addiert wurde. Die übrigen Einzelheiten der QCD-Anpassung entsprechen der Standardanpassung aus Abschnitt 5.2.

In Tabelle 5.2 sind die χ^2-Resultate der einzelnen Datensätze nach der QCD-Anpassung aufgeführt. Die Qualität der Anpassung ist sehr gut und mit dem Standardfit zur Bestimmung der Gluonendichte vergleichbar. Gegenüber den Werten aus Tabelle 5.1 ergeben sich keine wesentlichen Änderungen im χ^2 der einzelnen Datensätze. Abbildung 5.17 zeigt für die fünf Q^2-Werte, für die eine F_2-Extrapolation durchgeführt wurde, das Resultat der QCD-Anpassung in Form der reduzierten Wirkungsquerschnitte $\sigma^{red}(x,Q^2) = F_2(x,Q^2) - \frac{y^2}{Y_+}F_L(x,Q^2)$ zusammen mit den experimentellen Daten H1-96. Der höchste in den Daten erreichte y-Wert ist 0.82. Die eingezeichneten Kurven geben für das F_2^{Fit}-Ergebnis der QCD-Anpassung drei verschiedene Wirkungsquerschnitte σ_{red} an, die sich jeweils in der Wahl von F_L unterscheiden. Die Größe F_L wird in der Abbildung 5.17 auf ihren maximal ($F_L = F_2$) und minimal ($F_L = 0$) erlaubten Wert sowie auf den aus der QCD-Anpassung ermittelten Wert F_L^{QCD} gesetzt. Die bei hohen y gemessenen Wirkungsquerschnitte zeigen dabei eine große Sensitivität auf F_L.

5.3.3 Die Fehler der F_2-Extrapolation

Zur Bestimmung des systematischen Fehlers der F_2-Extrapolation wurden analog zu Abschnitt 5.2.5 verschiedene QCD-Anpassungen durchgeführt und dabei die Eingangswerte der F_2-Datenpunkte um ihren jeweiligen korrelierten Fehler verschoben. Als systematische Fehlerquellen wurden die Fehler der Elektronenergieskalen der Jahre 95 und 96, der hadronische Energiefehler und die Unsicherheit in der Polarwinkelbestimmung θ_e berücksichtigt. Tabelle 5.3 gibt in der oberen Hälfte die prozentualen Veränderungen des F_2^{Fit}-Wertes für die unterschiedlichen systematischen Fehlerquellen an. Die größte Unsicherheit, die durch die experimentelle Systematik in der Extrapolation entsteht, läßt sich auf die Variation der Elektronenergieskala in den H1-Daten des Jahres 1995 und liegt bei $\pm(1-2)\%$. Dagegen werden die Extrapolationswerte durch eine Änderung der Energieskala der 96-Daten

Fehlerquelle	F_2^{Fit}-Änderung in %								
Q^2-Bin [GeV^2]	12		15		20		25		35
y	0.68	0.82	0.68	0.82	0.68	0.82	0.68	0.82	0.68
Zentralwerte F_2^{Fit}	1.49	1.56	1.54	1.61	1.58	1.66	1.60	1.69	1.61
$E'_e + 1\%$ (96)	-0.89	-0.90	-0.86	-0.87	-0.82	-0.83	-0.77	-0.80	-0.70
$E'_e - 1\%$ (96)	0.93	0.95	0.89	0.91	0.83	0.85	0.76	0.8	0.66
$E'_e + 1\%$ (95)	-2.1	-2.3	-1.9	-2.2	-1.8	-2.0	-1.7	-1.9	-1.52
$E'_e - 1\%$ (95)	1.7	1.95	1.49	1.71	1.26	1.46	1.15	1.3	0.96
$\theta_e + 1$ mrad (96)	-0.07	-0.07	-0.07	-0.07	-0.07	-0.07	-0.07	-0.07	-0.06
$\theta_e - 1$ mrad (96)	0.2	0.2	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21
$\theta_e + 1$ mrad (95)	-0.39	-0.4	-0.4	-0.41	-0.41	-0.42	-0.42	-0.43	-0.42
$\theta_e - 1$ mrad (95)	0.48	0.52	0.51	0.54	0.54	0.57	0.55	0.58	0.57
$E_{had} + 4\%$	0.26	0.26	0.3	0.31	0.35	0.36	0.38	0.39	0.41
$E_{had} - 4\%$	-0.42	-0.44	-0.43	-0.45	-0.44	-0.46	-0.44	-0.46	-0.44
$\Lambda_{QCD} - 75$ MeV	-1.70	-1.97	-1.58	-1.85	-1.33	-1.61	-1.1	-1.36	-0.65
$\Lambda_{QCD} + 75$ MeV	2.51	2.69	2.4	2.58	2.21	2.4	2.03	2.22	1.75
$m_c - 0.3$ GeV	0.34	0.32	0.32	0.3	0.21	0.2	0.15	0.12	0.06
$m_c + 0.3$ GeV	-0.54	-0.51	-0.51	-0.47	-0.49	-0.47	-0.46	-0.41	-0.35
$Q^2_{min} = 5$ GeV^2	-1.8	-1.98	-1.29	-1.48	-0.75	-0.9	-0.37	-0.52	0.05
constr. xg	0.78	0.81	0.62	0.63	0.52	0.55	0.47	0.51	0.38
3-Par/log$(1/x)$-Form	0.05	0.08	0.05	0.06	-0.05	0.05	0.06	-0.06	-0.07
F_2-Fit 94 [%]	-2.0	-	-1.8	-	-1.5	-	-1.2	-	-0.8

Tabelle 5.3: Prozentuale Veränderung der F_2^{Fit}-Werte aufgrund der systematischen und theoretischen Fehlerquellen. Die letzte Zeile gibt zum Vergleich den Unterschied der extrapolierten F_2^{Fit}-Werte zur Analyse des Datensatzes H1-94 [102, 167] an.

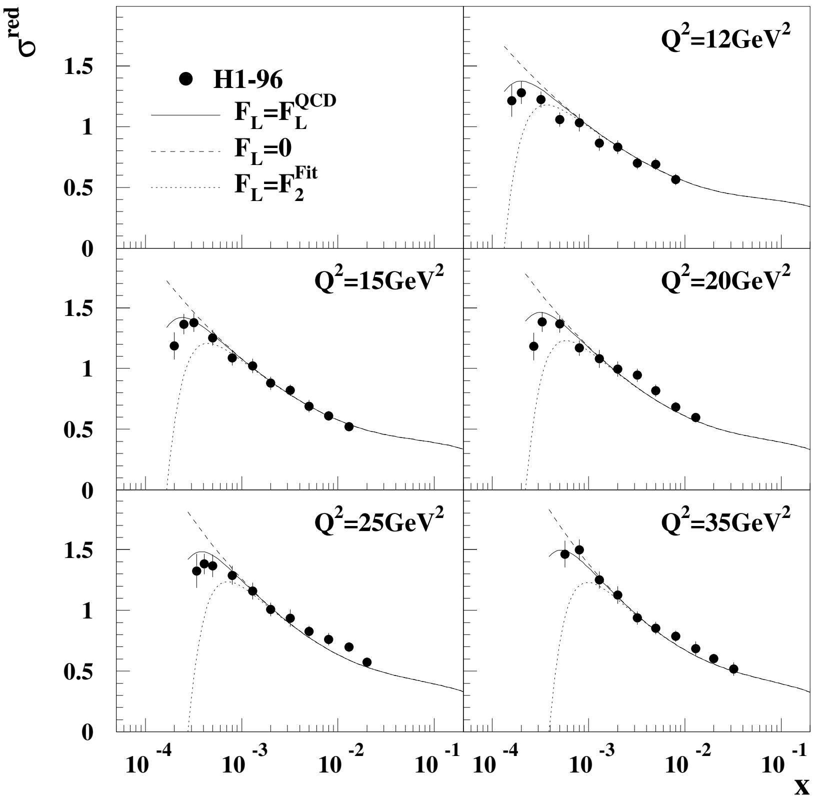

Abbildung 5.17: Das Ergebnis der QCD-Anpassung zur F_2-Extrapolation. Aufgetragen ist der reduzierte Wirkungsquerschnitt $\sigma^{red} = F_2 - \frac{y^2}{Y_+} F_L$ für verschiedene Q^2-Werte als Funktion von x zusammen mit den Daten H1-96. Die durchgezogene Linie zeigt σ^{red} unter der Annahme der Fitresultate F_2^{Fit} und F_L^{QCD}. Die beiden anderen Kurven beziehen sich auf die extremen Annahmen $F_L = 0$ bzw. $F_L = F_2^{Fit}$.

um weniger als $\pm 1\%$ beeinflußt. Da die Fehler des Datensatzes H1-95 kleiner sind als die der 96-Daten (vgl. Abschnitt 5.1.3), wird die QCD-Anpassung hauptsächlich durch die 95-Datenpunkte bestimmt. Aus diesem Grund machen sich dortige Änderungen im extrapolierten F_2-Wert auch stärker bemerkbar.

Neben den systematischen Meßfehlern wurden dieselben theoretischen Unsicherheiten, wie sie bereits in Abschnitt 5.2.5 in der QCD-Anpassung zur Gluonenbestimmung diskutiert wurden, als weitere Fehler für die extrapolierten F_2^{Fit}-Werte berücksichtigt. Die Unsicherheiten sind in der unteren Hälfte der Tabelle 5.3 als prozentuale Abweichungen zum Zentralwert F_2^{Fit} aufgeführt. Da die QCD-Anpassung an festen F_2-Daten durchgeführt wird, kompensiert eine modifizierte Gluonendichte den Einfluß einer α_s- oder m_c-Veränderung, so daß die Fehler der QCD-Vorhersage für F_2^{Fit} erheblich im Vergleich zu den

Fehlern der Gluonendichte reduziert werden. Sie betragen für die α_s- bzw. m_c-Änderung nur maximal 2.5% bzw. 0.5%. Eine weitere Unsicherheit in der F_2^{Fit}-Extrapolation läßt sich aus dem Einfluß der H1-Daten mit $Q^2 < 5$ GeV^2 ableiten. Bei $Q^2 = 12$ GeV^2 beträgt die Abweichung zum Referenzwert knapp 2%, wenn in der QCD-Anpassung nur H1-Daten mit $Q^2 > 5$ GeV^2 berücksichtigt werden. Für höhere Q^2 wird der Unterschied erwartungsgemäß kleiner und beträgt bei $Q^2 = 25$ GeV^2 0.5%, wie aus Tabelle 5.3 hervorgeht. Der Extrapolationsfehler, der aus dem in Abschnitt 5.2.4 diskutierten Gluonenverhalten bei hohen x entsteht, wurde über eine QCD-Anpassung mit auferlegter Zwangsbedingung (vgl Abschnitt 5.2.4) bestimmt (in Tabelle 5.3 als constr. xg bezeichnet). Der Einfluß einer bei hohen x stark modifizierten Gluonendichte bleibt für die extrapolierten F_2^{Fit}-Werte unter 1%. Die Auswirkung unterschiedlicher Arten der Gluonendarstellung bei Q_0^2 auf die extrapolierten F_2^{Fit}-Werte durch eine 5-parametrige Form oder eine $\log(1/x)$-Form kann vollständig vernachlässigt werden.

In der letzten Zeile der Tabelle 5.3 sind die Abweichungen der extrapolierten Zentralwerte F_2^{Fit} dieser QCD-Anpassung zur QCD-Analyse [102, 167] mit H1-Daten des Jahres 94 aufgeführt[11]. Die Übereinstimmung zur damals durchgeführten QCD-Extrapolation ist besser als 2%, obwohl unterschiedliche H1-Datensätze verwendet wurden und sich die QCD-Anpassungen in vielen Einzelheiten, wie z.B. der Startskala Q_0^2 oder der Wahl von $\alpha_s(M_Z^2)$ unterscheiden.

Eine besondere Eigenschaft der Subtraktionsmethode zur Ermittlung von F_L aus Gleichung (5.27) ist eine mögliche Kompensation der durch das Experiment bedingten korrelierten systematischen Fehler. Für eine gegebene systematische Fehlerquelle werden die Fehler der ermittelten Strukturfunktion F_L über

$$\Delta F_L = \frac{y^2}{Y_+}\left(\Delta F_2^{Fit} - \frac{Q^4}{2\pi\alpha^2 Y_+}\Delta\sigma\right) \tag{5.29}$$

bestimmt. Da die Fehler der Daten, die durch systematische Unsicherheiten in der Elektronenergieskala oder der Polarwinkelbestimmung hervorgerufen werden, bei $y > 0.35$ und bei $y \sim 0.7$ zum Teil korreliert sind, heben sich die experimentellen Fehler bei der in Gleichung (5.29) definierten Subtraktion teilweise auf. Die Fehlerbeiträge zu den gemessenen Wirkungsquerschnitten sind in [167] aufgeführt. Tabelle 5.4 enthält das Ergebnis zur F_L-Bestimmung. Neben den ermittelten Werten von F_L sind u.a. die statistischen und unkorrelierten Fehler aufgeführt. Als unkorrelierte Fehler wurden Unsicherheiten durch den Photoproduktionsuntergrund und durch Strahlungskorrekturen sowie einige Detektoreffizienzen gewertet. Die korrelierten Fehler Δ_{exp}^{cor} sind die nach der Subtraktion gemäß Gleichung (5.29) verbliebenen Unsicherheiten, die durch Fehler in den Energieskalen und in der Polarwinkelbestimmung hervorgerufen werden. Die Spalte Δ_{Fit} enthält die theoretischen Unsicherheiten in der QCD-Extrapolation, die in der unteren Hälfte der Tabelle 5.3 aufgeführt sind. Der Gesamtfehler Δ_{tot} ergibt sich aus der quadratischen Summe über alle Fehler.

Abbildung 5.18 zeigt die longitudinale Strukturfunktion F_L aus der Analyse mit Daten des Jahres 1996 für die beiden y-Werte 0.68 und 0.82. An der Stelle $y = 0.68$ werden die F_L-Werte mit den Ergebnissen der 1994-Analyse [102, 167] verglichen. Die Übereinstimmung ist sehr gut. Das eingezeichnete Fehlerband repräsentiert die Unsicherheit in

[11] Für die 94-Analyse liegen keine Werte bei $y = 0.82$ vor.

Q^2 [GeV^2]	x	y	F_L	Δ_{stat}	Δ_{exp}^{unc}	Δ_{exp}^{cor}	Δ_{Fit}	Δ_{tot}
12.0	0.000162	0.82	0.538	0.177	0.152	0.070	0.067	0.215
12.0	0.000197	0.68	0.510	0.050	0.191	0.107	0.092	0.244
15.0	0.000202	0.82	0.659	0.075	0.137	0.064	0.062	0.180
15.0	0.000246	0.68	0.414	0.058	0.177	0.086	0.085	0.222
20.0	0.000270	0.82	0.741	0.075	0.139	0.049	0.059	0.175
20.0	0.000328	0.68	0.474	0.068	0.181	0.085	0.076	0.225
25.0	0.000338	0.82	0.557	0.108	0.173	0.064	0.051	0.220
25.0	0.000410	0.68	0.525	0.075	0.186	0.073	0.070	0.225
35.0	0.000574	0.68	0.346	0.094	0.213	0.126	0.066	0.279

Tabelle 5.4: Die vorläufigen H1-Resultate zu F_L, basierend auf den Daten des Jahres 1996. Die Tabelle enthält die statistischen Fehler, die unkorrelierten und korrelierten systematischen Fehler, die Unsicherheiten, die aufgrund der QCD-Extrapolation entstehen, sowie den Gesamtfehler.

der F_L^{QCD}-Vorhersage aus der QCD-Anpassung. Dabei wurden für jede in Tabelle 5.3 aufgeführte Fehlerquelle die F_L^{QCD}-Werte aus den QCD-Anpassungen ermittelt und ihre Abweichungen quadratisch aufsummiert. Die Breite des Bandes beträgt rund $\pm(4-6)\%$. Die durchgezogenen Linien in Abbildung 5.18 entsprechen den Zentralwerten der Fit-Vorhersage für F_2. Mit den existierenden Daten aus Abbildung 5.18 können die extremen Annahmen für F_L, nämlich $F_L = 0$, wie es aus dem QPM (vgl. Abschnitt 1.3) folgt, und $F_L = F_2$ mit einer Signifikanz von ca. 2σ bzw. 4σ ausgeschlossen werden. Ferner zeigt sich, daß die F_L-Daten aus dem Jahre 1996 tendenziell über der QCD-Vorhersage liegen. Dieses Verhalten ist bei $y = 0.82$ sogar noch stärker ausgeprägt.

Als Konsistenzüberprüfung für die beiden in Kapitel 5.2 und 5.3 durchgeführten QCD-Anpassungen, die zur Ermittlung der Gluonendichte bzw. der F_2-Extrapolation dienten, wurde aus der QCD-Anpassung zur Gluonendichtenbestimmung die Werte für $F_L^{QCD,g}$ an den Stellen $y = 0.68$ und $y = 0.82$ für Q^2 zwischen 8 und 35 GeV^2 berechnet und mit dem F_L^{QCD}-Fehlerband aus Abbildung 5.18 verglichen. Es zeigte sich, daß die $F_L^{QCD,g}$-Berechnung aus der zentralen QCD-Anpassung zur Ermittlung der Gluonendichte in völligem Einklang mit dem Fehlerband der Abbildung 5.18 war. Umgekehrt stimmte auch die aus der Anpassung zur F_2-Extrapolation abgeleitete Gluonendichte mit dem Ergebnis des zentralen Fits aus Kapitel 5.2 auf weniger als 1% für $x < 0.01$ überein. Die Konsistenzüberpfüfung macht deutlich, daß sich die QCD-Resultate für xg und für F_L bzw. für die extrapolierten F_2-Werte sehr stabil gegenüber der Wahl der beiden unterschiedlichen Datensätze verhalten.

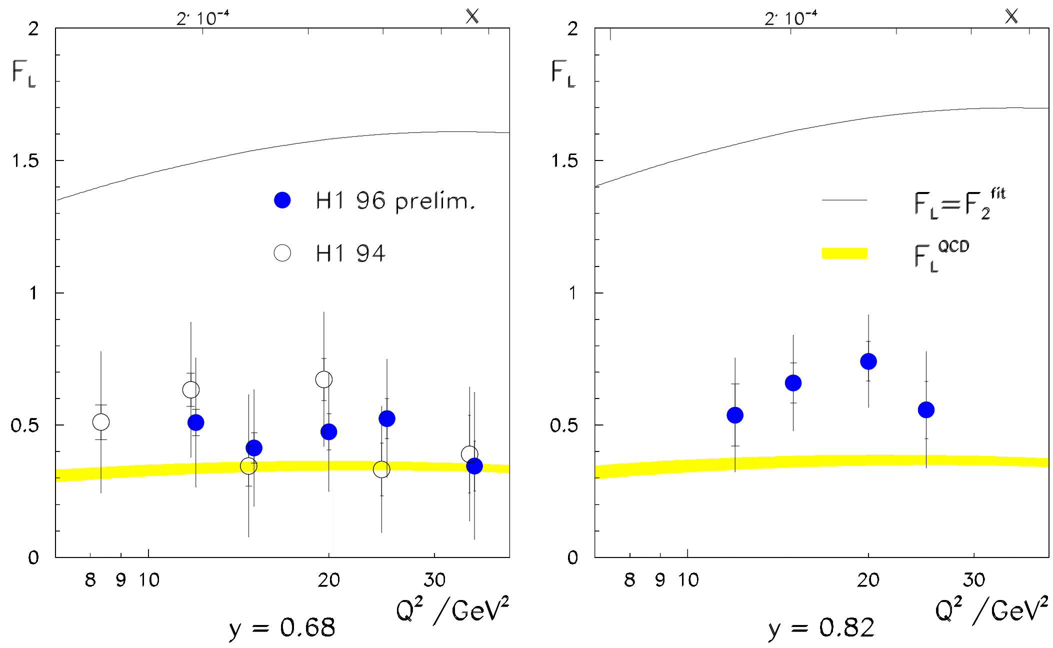

Abbildung 5.18: Die longitudinale Strukturfunktion F_L der Analyse 1996 im Vergleich zum F_L-Ergebnis aus Daten des Jahres 1994 [102, 167] bei den beiden y-Werten 0.68 und 0.82. Die inneren Fehlerbalken repräsentieren die statistischen, die äußeren die systematischen Fehler. Die Fehler sind an denselben y-Werten stark korreliert. Das eingezeichnete Fehlerband entspricht der Unsicherheit in der F_L-QCD-Vorhersage.

Zusammenfassung

Diese Arbeit stellt eine Messung der Protonstrukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ im Q^2-Bereich zwischen 0.35 und 3.5 GeV^2 vor, die auf einem Datensatz mit einer integrierten Luminosität von 114 nb^{-1} beruht, der im Jahre 1995 mit dem H1-Detektor am ep-Speicherring HERA aufgezeichnet wurde. Für diese Daten wurde der ep-Wechselwirkungspunkt um etwa 70 cm in Protonflug(Vorwärts)-Richtung bezüglich der nominellen Lage verschoben, um Elektronen, die unter sehr kleinen Winkeln am Proton gestreut werden, im Detektor besser nachweisen zu können. Gleichzeitig wurde die rückwärtige H1-Region Anfang 1995 durch den Einbau der beiden neuen Detektorkomponenten SPACAL (Kalorimeter) und BDC (Driftkammer) entscheidend verbessert. Der Meßbereich der Strukturfunktion F_2 konnte gegenüber bisherigen Messungen erheblich erweitert und die Übergangsregion zwischen tiefinelastischer Streuung (DIS) und Photoproduktion bei niedrigen Q^2 untersucht werden.

Die in der Analyse verwendeten Auswahlkriterien für die Daten wurden vorgestellt und wichtige Meßgrößen mit Monte Carlo (MC)-Verteilungen verglichen. Die MC-Simulation konnte die gemessenen Verteilungen sehr gut reproduzieren. Eine Diskrepanz trat jedoch in der Schauerbeschreibung der Elektronen durch die Simulation auf, die allerdings zu keinem Fehler in der Messung der Wirkungsquerschnitte führte. Die im Datensatz verbleibende Anzahl an Fremdereignissen aus der Photoproduktion wurde über eine γp-Simulation ermittelt, nachdem ihre absolute Normierung anhand gemessener Photoproduktionsereignisse überprüft wurde. Ein Schwerpunkt lag auf der Behandlung von Strahlungskorrekturen, die bei der Anwendung der Elektronmethode für $y < 0.7$ bis zu 50% betragen können und daher detailliert untersucht worden sind. Aus dem Vergleich der in der MC-Simulation implementierten Strahlungsprozesse mit analytischen Rechnungen konnte eine Korrekturunsicherheit von 3% ermittelt werden.

Die Strukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ wurde aus den gemessenen Wirkungsquerschnitten extrahiert, wobei eine Annahme über $R = \sigma_L/\sigma_T$, dem Verhältnis der Beiträge von longitudinal zu transversal polarisierten Photonen, gemacht wurde. Eine Variation von R um 100% beeinflußte die Strukturfunktionswerte F_2 nur bei den höchsten y-Werten um maximal 8%. Gegenüber 1994 konnte der Gesamtfehler im Überlappgebiet $1.5 \leq Q^2 \leq 3.5$ GeV^2 auf die Hälfte reduziert werden. Der Vergleich mit den F_2-Daten des Jahres 1994 zeigte im überschneidenden Q^2-Bereich eine gute Übereinstimmung der Meßergebnisse.

In der Region $Q^2 < 1.5$ GeV^2 wurde die Strukturfunktion F_2 bei H1 zum ersten Mal gemessen. Es stellte sich heraus, daß F_2 bis herunter zu $Q^2 = 0.85$ GeV^2 einen Anstieg zu kleinen x aufweist, der zu höheren Werten von Q^2 zunehmend stärker wird.

Die F_2-Daten wurden mit QCD-Vorhersagen und phänomenologischen Modellen konfrontiert. Die QCD-Parametrisierung von Glück, Reya und Vogt beschreibt die F_2-Daten ab $Q^2 \sim 1$ GeV^2. Eine auf die Reggetheorie gestützte Vorhersage von Donnachie und Landshoff, die auch zur Beschreibung der Photoproduktion bei $Q^2 \approx 0$ dient, verfehlt die Daten für $Q^2 \geq 0.35$ GeV^2. Ein Regge-Modell mit einem variablem Pomeroninterzept (CKMT) kann dagegen an die Daten bis $Q^2 < 5$ GeV^2 angepaßt werden.

Im Rahmen des Modells der Vektormesondominanz (VDM) wurde eine modellabhängige Extrapolation der gemessenen Wirkungsquerschnitte für $Q^2 \to 0$ durchgeführt. Die ermittelten Photoproduktionswirkungsquerschnitte sind mit existierenden Messungen von H1 und ZEUS konsistent. Allerdings läßt sich aus den extrapolierten Daten ein stärkerer W-Anstieg des Wirkungsquerschnitts ableiten als das von Donnachie und Landshoff vorhergesagte, weichen hadronischen Wechselwirkungen entsprechende, Wachstum des *soft Pomerons*.

Mit den F_2-Daten des Jahres 1994, den vorläufigen Meßergebnissen der Jahre 95/96 und Datenpunkten aus *fixed target* Experimenten wurden QCD-Untersuchungen durchgeführt, die schließlich zu einer Bestimmung der Gluonendichte im Proton führten. Es zeigte sich, daß für eine Anfangsskala von $Q_0^2 = 1$ GeV^2 die QCD-Entwicklung der Partonen weitgehend unabhängig von der genauen Form der Anfangsdarstellung der Gluonendichte bei Q_0^2 war. Die zentrale QCD-Anpassung lieferte eine hervorragende Beschreibung aller F_2-Daten für $Q^2 > 1$ GeV^2 und $x \leq 0.5$.

Ein besonderes Interesse wurde dem Problem der Gluonendichtebestimmung bei sehr hohen Werten von x ($x > 0.1$) gewidmet. Dort tauchte eine Schwierigkeit in der korrekten Ermittlung der Gluonendichte auf, weil nur DIS-Daten in der QCD-Anpassung benutzt wurden, die über die Skalenverletzung von F_2 erst bei kleinen Werten von x eine Sensitivität auf die Gluonendichte zeigen. Um ein Gluonendefizit im Bereich großer x zu vermeiden, mußte in der QCD-Anpassung eine Zwangsbedingung an die Gluonendichte bei hohen x gestellt werden. Es stellte sich heraus, daß der Anstieg der Gluonendichte bei niedrigen x vom Verhalten der Gluonendichte bei hohen x annähernd entkoppelt war und daher ohne zusätzliche Unsicherheiten ermittelt werden konnte. Für zukünftige QCD-Analysen bei H1 wurde die Möglichkeit aufgezeigt, die Jetwirkungsquerschnitte des Tevatrons als weitere experimentelle Daten in die QCD-Anpassung mitaufzunehmen, da sie im x-Bereich zwischen 0.01 und 0.6 besonders sensitiv auf die Gluonendichte reagieren.

Zur Bestimmung des Fehlerbandes der Gluonendichte wurden neben den korrelierten systematischen Fehlern der H1-Daten noch theoretische Unsicherheiten in der Kopplungskonstanten α_s und der Charm-Masse berücksichtigt. Die totale Breite des Bandes bei kleinen x liegt zwischen $(15 - 25)\%$, wobei die experimentellen Fehler mit rund $\pm 4\%$ beitragen. Die Gluonendichte, die aus den H1-Daten bestimmt wurde, ist mit der aus einer QCD-Analyse von ZEUS-Daten ermittelten Gluonenverteilung im Rahmen ihrer Fehler konsistent. Die Berücksichtigung der ZEUS-Daten in der Gluonendichtebestimmung dieser Arbeit führt zu Änderungen von 2-3% und äußert sich in einer im Vergleich zu H1-Daten tendenziell schwächeren F_2-Skalenverletzung.

Eine spezielle QCD-Anpassung, die an H1-Daten mit $y < 0.35$ durchgeführt wurde, diente zu einer QCD-Extrapolation von F_2 zu hohen Werten von y. Die F_2-Vorhersage wurde benötigt, um den bei großen y signifikanten Anteil der longitudinalen Strukturfunktion F_L am gemessenen Wirkungsquerschnitt zu ermitteln. Die systematischen und theoretischen Unsicherheiten in der QCD-Extrapolation wurden überprüft und auf knapp $\pm 4\%$ ermittelt. Die aus den gemessenen Wirkungsquerschnitten und extrapolierten F_2-Punkten bestimmten F_L-Werte stimmen mit einer früheren F_L-Bestimmung aus 94-Daten überein.

Mit den F_L-Daten können die beiden extremen Annahmen über F_L, nämlich $F_L = 0$ (aus dem QPM) und $F_L = F_2$ mit einer Signifikanz von 2σ bzw. 4σ ausgeschlossen werden. Ferner wurde aus der QCD-Anpassung eine QCD-Vorhersage für F_L unter Berücksichtigung der systematischen und theoretischen Fehler berechnet. Es zeigt sich, daß die aus den Wirkungsquerschnitten ermittelten F_L-Werte tendenziell über der QCD-Vorhersage liegen. Eine genaue Aussage über das Verhalten von F_L wird jedoch erst dann möglich sein, wenn in Zukunft F_L über eine Veränderung der HERA-Schwerpunktsenergie direkt gemessen wird.

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Literaturverzeichnis

[1] **J. Franck and G. Hertz**, Verh. Deutschen Phys. Ges. **16**(1914)457

[2] **R. Hofstadter**, Rev. Mod. Phys. **28**(1956)214

[3] **M. N. Rosenbluth**, Phys. Rev. **79**(1950)615

[4] **H. W. Kendall**, Rev. Mod. Phys. **63**(1991)597

[5] **W.K.H. Panofsky**, Proceedings of the International Conference on High Energy Physics, Vienna, 1968 1968.

[6] **F. Halzen and A. D. Martin**, Quarks and Leptons, John Wiley and Sons, New York 1984

[7] **L.N. Hand**, Phys. Rev. **129**(1963)1834

[8] **F.J. Gilman**, Phys. Rev. **167**(1967)1365

[9] **J.D. Bjorken**, Phys. Rev. **179**(1969)1547

[10] **M. Breidenbach et al.**, Phys. Rev. Lett. **23**(1969)935

[11] **R.P. Feynman**, Phys. Rev. Lett. **23**(1969)1415

[12] **M. Gell-Mann**, Phys. Lett. **8**(1964)214

[13] **G. Zweig**, CERN-Report, CERN-TH-412, 1964

[14] **J.D. Bjorken and E.A. Paschos**, Phys. Rev. **185**(1969)1975

[15] **J. Kuti and V.F. Weisskopf**, Phys. Rev. **D4**(1971)3418

[16] **C.G. Callan and D.J. Gross**, Phys. Rev. Lett. **22**(1969)23

[17] **R.E. Taylor**, Proceedings of 4th Internat. Symposium on Electron and Photon Interactions, Liverpool, 1969;
W. Albrecht et al., DESY-Report **69-46**;
J. Gayler, Proceedings of Workshop on DIS and QCD, Paris, 1995 and DESY-Report **95-140**

[18] **K. Gottfried**, Nucl. Phys. **14**(1969)337

[19] **NM Coll., M. Arneodo et al.**, Phys. Rev. **D50**(1994)R1

[20] **D.J. Fox**, Phys. Rev. Lett. **33**(1974)1504

[21] **G. Sterman et al.**, Handbook of perturbative QCD, Rev. Mod. Phys. **67** (1995)157

[22] **M. Göckeler et al.** Procceeding of the International Conference on Lattice Field Theory Lattice '96, Edinburgh, hep-lat/9608046

[23] **V.N Gribov and L.N. Lipatov**, Sov. Journ. Nucl. Phys. **15**(1972)438 und 675; **G. Altarelli and G. Parisi**, Nucl. Phys B **126**(1977)298

[24] **Yu.L. Dokshitzer**, Sov. Phys. JETP **46**(1977)641

[25] **N. Christ, B. Hasslacher and A.H. Mueller**, Phys. Rev. **D6**(1972)3543

[26] **D.J. Gross and F. Wilczek**, Phys. Rev. Lett. **30**(1973)1343

[27] **H. Georgi, H.D. Politzer**, Phys. Rev. **D9**(1974)416

[28] **K.G. Wilson**, Phys. Rev. **179**(1969)1499

[29] **A. de Rujula et al.**, Phys. Rev. **D10**(1974)1649

[30] **E. A. Kuraev, L. N. Lipatov and V. S. Fadin**, Sov. Phys. JETP**45**(1978) 199; **Y. Y. Balitsky and L. N. Lipatov**, Sov. Journ. Nucl. Phys. **28**(1978)22

[31] **L. N. Lipatov**, Perturbative QCD, edited by A. H. Mueller, World Scientific, Singapore, 1989

[32] **J. Kwiecinski**, Nucl. Phys. **B39B,C**(1995)58

[33] **A. D. Martin et al.** Nucl. Phys. **B29**(1992)67

[34] **V. S. Fadin and L. N. Lipatov**, Nucl. Phys. **B406**(1993)259;
V. S. Fadin, R. Fiore and M.I. Kotsky, Phys. Lett. **B389**(1996)737;
V. S. Fadin and L. N. Lipatov, Nucl. Phys. **B477**(1996)767;
G. Camici and M. Ciafaloni, Phys. Lett. **B395**(1997)118

[35] **G. Camici and M. Ciafaloni**, hep-ph/9707390

[36] **J. J. Sakurai**, Annals. Phys. **11**(1960)1

[37] **B. Badelek and J. Kwiecinski**, Z. Phys. **C43**(1989)251

[38] **B. Badelek and J. Kwiecinski**, Phys. Lett. **B295**(1992)263

[39] **G. Grammer Jr. and J.D. Sullivan**, Electromagnetic Interactions of Hadrons, edited by A. Donnachie and G. Shaw, Plenum, New York, 1978, Vol.2

[40] **P.D.B. Collins**, An Introduction to Regge Theory and High Energy Physics, Cambridge University Press, Cambridge, 1977

[41] **A. Donnachie and P.V. Landshoff**, Phys. Lett. **B296**(1992)227

[42] **A. Donnachie and P.V. Landshoff**, Z. Phys. **C61**(1994)161

[43] **M. Froissart**, Phys. Rev. **123**(1962)1053

[44] **J.R. Cudell**, Proceedings of International Europhysics Conference on High Energy Physics, Brussels, 1995

[45] **H1 Coll., S. Aid et al.** Nucl. Phys. **B470**(1996)3

[46] **ZEUS Coll., M. Derrick et al.** Z. Phys. **C72**(1996)399

[47] **NM Coll., M.Arneodo et al.**, Nucl. Phys. **B483**(1997)3

[48] **A.D. Martin et al.**, Phys. Rev. **D56**(1997)3991

[49] **A.H. Mueller**, J. Phys. **G17**(1991)1443

[50] **S.D. Drell and T. Yan**, Phys. Rev. Lett. **24**(1970)181

[51] **G.B. West**, Phys. Rev. Lett. **24**(1970)1206

[52] **A.D. Martin, R.G. Roberts and W.J. Stirling**, Phys. Lett. **B387**(1996)419

[53] **H.L. Lai et al.**, Phys. Rev. **D55**(1997)1280

[54] **M. Glück, E. Reya and A. Vogt**, Z. Phys. **C67**(1995)433

[55] **J.R. Forshaw**, Phys. Lett. **B314**(1993)425

[56] **J. Chyla**, Phys. Rev. **D54**(1996)770

[57] **L.W. Whitlow et al.**, Phys. Lett. **B282**(1992)475

[58] **BCDMS Coll.**, A. C. Benvenuti et al., Phys. Lett. **B195**(1987)91

[59] **EM Coll., O. C. Allkofer et al.**, Nucl. Instr. Meth. **179**(1981)445

[60] **NM Coll., P. Amaudruz et al.**, Nucl. Phys. **B371**(1992)3

[61] **E665-Coll., M. R. Adams et al.**, Nucl. Instr. Meth. **A291**(1990) 533

[62] **W.K. Sakumoto et al.**, Nucl. Instr. Meth. **A294**(1990)179

[63] **J. Conrad** , Proceedings of the XXIV SLAC Summer School, Stanford, 1996

[64] **M. Düren**, The HERMES Experiment: From the Design to the First Results, DESY internal report HERMES-95-02, 1995

[65] **HERA-B Coll.**, HERA-B: An Experiment to study CP violation in the B System using an internal target at the HERA proton ring, Technical Proposal, DESY-PRC **94/02**, 1994

[66] **H1 Coll., I. Abt et al.** , Nucl. Instr. and Meth. **A386**(1997)310 and **A386**(1997)348

[67] **B. Schwab**, Das Rückwärtskammersystem des H1-Experiments, Doktorarbeit, Universität Heidelberg, 1996

[68] **H.Bethe and W.Heitler**, Proc. Roy. Soc. **A146**(1934)83

[69] **H1 Coll.**, Proceedings of the International Conference on High Energy Physics, **ICHEP96 pa17-026**, Warsaw 1996
N. Gogitidze and S. Levonian, Internal H1-Note **H1-02/96-471**

[70] **F. Sefkow et al.**, IEEE Trans. Nucl. Sci. **42**(1995)900

[71] **J. Fent et al.** , Internal H1-Note **H1-04/91-172**

[72] **A. Cambell**, Proceedings of Int. Conf. Real Time 1991, Jülich, 1991

[73] **H1 Coll.**, Technical Proposal to upgrade the Backward Scattering Region of the H1 Detector, DESY PRC **93/02**, 1993

[74] **H1 SPACAL GROUP, T. Nicholls et al.**, Performance of an Electromagnetic Lead/Scintillating-Fibre Calorimeter for the H1-Detector, Nucl. Instr. Meth. **A374**(1996)149

[75] **A. Meyer**, Measurement of the Structure Function $F_2(x,Q^2)$ of the Proton at low Q^2 with the H1-Detector at HERA using the new Detector Components Spacal and BDC, Doktorarbeit, Universität Hamburg 1997

[76] **R. Pöschl**, Untersuchung der Ortsauflösung des H1-Spaghetti-Kalorimeters unter besonderer Berücksichtung großer Einschußwinkel der Primärteilchen, Diplomarbeit, Universität Dortmund 1996

[77] **H1 SPACAL GROUP, T. Nicholls et al.**, Hadronic response and e/pi-Separation with the H1 Lead/Scintillating-Fibre Calorimeter, DESY-Report **95-250**

[78] **C. Arndt**, Kalibration des H1 Spaghetti-Kalorimeters mit Halo Myonen, Diplomarbeit, Universität Hamburg, 1995

[79] **M. Dirkmann**, Calibration of the SPACAL with Cosmics, Internal H1-note **5/96-477**

[80] **R. Barschke**, Untersuchungen von Szintillationsfasern für ein Spaghetti-Kalorimeter, Diplomarbeit, Universität Hamburg, 1994

[81] **H1 SPACAL GROUP, T. Nicholls et al.**, The H1 Lead/Scintillating-Fibre Calorimeter, DESY-Report **96-171**

[82] **F. Lehner**, Untersuchungen an Modulen eines neuen Spaghetti-Kalorimeters für den H1-Detektor, Diplomarbeit, Universität Hamburg, 1994

[83] **R. Wigmans**, Performance and Limitations of Hadron Calorimetry, CERN-PPE-Report **91/205**

[84] **E. Eisenhaendler et al.**, IEEE Trans. Nucl. Sci. **42**(1995)688

[85] **S. Spielmann**, L'electronique rapide de declenchement du calorimetre SpaCal plomb/fibre-scintillante de l'experience H1 a HERA, Ph.D. Thesis, Ecole Polytechnique, 1996

[86] **A. Coville**, H1 Calorimeter Slow Control, 1993.

[87] **S. Günther**, Conventions for the naming of Slow Control Channels, Internal H1-Note **H1-11/91-202**

[88] **H1 SPACAL GROUP, R. Appuhn et al.**, Series Tests of Fine Mesh Photomultiplier tubes in Magnetic Fields of up to 1.2 Tesla, DESY-Report **97-70**

[89] **J. Janoth**, Das Kalibrationssytem CAM für das neue Kalorimeter SPACAL des H1-Detektors, Doktorarbeit, Universität Heidelberg, 1996

[90] **S. Schleif**, SPACAL-Reconstruction, Internal SPACAL-Note, 1996

[91] **A. Blondel and F. Jacquet**, Proceedings of the study of an *ep* facility for Europe, ed. by U. Amaldi, DESY-Report **79-48**(1979)391

[92] **U. Bassler and G. Bernardi** Nucl. Instr. Meth **A361**(1995)197

[93] **BCDMS-Coll., A. Benvenuti et al.**, Phys. Lett. **B223**(1989)485

[94] **CDHSW-Coll., P. Berge et al.**, Z. Phys. **C49**(1991)49

[95] **EM-Coll., J.J. Aubert et al.**, Phys. Lett. **B121**(1983)87

[96] **NM-Coll., M. Arneodo et al.**, Nucl. Phys. **B483**(1997)3

[97] **CCFR/NuTeV-Coll., A. Bodek et al.**, J. Phys. **G22**(1996)775

[98] **G. Altarelli and G. Martinelli**, Phys. Lett. **B76**(1978)89

[99] **J.L. Miramontes et al.**, Phys. Rev **D40**(1989)2184

[100] **L.W. Whitlow et al.**, Phys. Lett. **B250**(1990)193

[101] **B. Badelek, J. Kwiecinski and A. Stasto**, Durham-preprint DTP-96-16, 1996

[102] **H1 Coll., C. Adloff et al.**, Phys. Lett. **B393**(1997) 452

[103] **R. Brun et al.**, GEANT User's Guide, CERN-DD/EE 84-1, Geneva, 1987

[104] **G.A. Schuler, H. Spiesberger and K. Charchula**, Comp. Phys. Comm. **81** (1994) 381

[105] **R. Engel and J. Ranft**, Phys. Rev. **D54**(1996)4244

[106] **A. Kwiatkowski, H. Spiesberger and H.-J. Möhring**, Comp. Phys. Comm. **69**(1992)155

[107] **G. Ingelman**, Proceedings of the workshop 'Physics at HERA', vol.3, ed. W. Buchmüller and G. Ingelman, DESY (1992),p. 1336

[108] **H. Plothow-Besch**, PDFLIB, Comp. Phys. Comm. **75**(1993)396

[109] **T. Sjöstrand**, PYTHIA 5.7 and JETSET 7.4, Physics and Manual, CERN-TH. 7112/93, Geneva, 1993

[110] **T. Sjöstrand**, Comp. Phys. Comm. **39**(1986)347;
T. Sjöstrand and M. Bengtsson Comp. Phys. Comm. **43**(1987)367

[111] **L. Lönnblad**, Comp. Phys. Comm. **71**(1992)15

[112] **H1 Coll., I. Abt et al.**, Z. Phys. **C59**(1994)377

[113] **A.D. Martin, W.J. Stirling and R.G. Roberts**, Phys. Lett. **B306**(1993)145

[114] **N. Volkonsky and L. Prokhorov**, Sov. J. Exp. Theor. Phys. Letters **21**(1975)389

[115] **B. List**, Diplomarbeit, Technische Universität Berlin, 1993

[116] **H. Jung**, Comp. Phys. Comm. **86**(1995)147

[117] **R. Barschke**, Messung der Protonstrukturfunktion F_2 bei niedrigen x und Q^2 unter besonderer Berücksichtigung des verbesserten H1-Rückwärtsbereiches, Doktorarbeit, Universität Hamburg, 1997

[118] **H1 Coll., S. Aid et al.**, Z. Phys. **C69**(1995)27

[119] **V. Shekelyan**, Bericht an die ELAN-Arbeitsgruppe, 1996

[120] **J. Katzy**, Messung der Strukturfunktion F_2 bei kleinen Bjorken-x und kleinen Impulsüberträgen am H1-Experiment bei HERA, Doktorarbeit, Universität Heidelberg, 1997

[121] **H. Spiesberger et al.**, Proceedings of the workshop 'Physics at HERA', vol.2, ed. W. Buchmüller and G. Ingelman, DESY (1992)

[122] **S. Eidelman and F. Jegerlehner**, Z. Phys. **C67**(1995)585

[123] **H. Spiesberger**, J. Phys. **G19**(1993)1469

[124] **F. Bloch and A. Nordsieck**, Phys. Rev. **52**(1937)54

[125] **H. Spiesberger, A. Kwiatkowski and H.-J. Möhring**, Z. Phys. **C50**(1991)165

[126] **J. Kripfganz and H. Perlt**, Z. Phys. **C41**(1988)319.

[127] **H. Spiesberger**, Phys. Rev. **D52**(1995)4936

[128] **A. Arbuzov, D. Bardin, J. Blümlein, L. Kalinovskaya and T. Riemann**, HECTOR 1.00, Comp. Phys. Comm **94**(1996)128

[129] **J. Blümlein**, Proceedings of the workshop 'Physics at HERA', vol.3, eds. W. Buchmüller and G. Ingelman, DESY (1991),p. 1272

[130] **A. Akhundov et al.**, Proceedings of the workshop 'Physics at HERA', vol.3, eds. W. Buchmüller and G. Ingelman, DESY (1991),p. 1285

[131] **H1 Coll., C. Adloff et al.**, Z. Phys. **C74**(1997)191

[132] **ZEUS Coll., J. Breitweg et al.**, Z. Phys. **C74**(1997)207

[133] **E. Derman**, Phys. Rev. **D7**(1973)2755;
G. Ingelman and R. Rückl, Phys. Lett. **B201**(1988)360

[134] **R. Maracek**, Ph.D. Thesis, Kosice, 1997

[135] **H1 Coll., S. Aid et al.**, Nucl. Phys. **B463**(1996)3

[136] **H1 Coll., C. Adloff et al.,**, Z. Phys. **C75**(1997)607

[137] **A. deRoeck**, persönliche Mitteilung

[138] **H1 Coll., S. Aid et al.**, A Measurement of the Proton Structure Function $F_2(x, Q^2)$ at low x and Q^2 at HERA, Proceedings of the International Conference on High Energy Physics ICHEP 96, Warschau, 1996

[139] **H1 Coll., C. Adloff et al.**, Nucl. Phys. **B497**(1997)3

[140] **A. Levy**, Proceedings of the international Workshop on Deep Inelastic Scattering and Related Phenomena, DIS96, Rome, 1996

[141] **ZEUS Coll., J. Breitweg et al.**, Phys. Lett. **B407**(1997)432

[142] **C. Lopez, F. Barreiro and F.J. Yndurain**, Z. Phys. **C72**(1996)561;
K. Adel, F. Barreiro and F.J. Yndurain, Nucl. Phys. **B495**(1997)221;
K. Adel, F.J. Yndurain, Internal Report FTUAM-96-44, Universidad Autonoma Madrid, 1996

[143] **A. Capella, A. Kaidalov, C. Merino and J. Tran Than Van**, Phys. Lett. **B337**(1994)358

[144] **A. Kaidalov**, Talk at H1 meeting, Juli 1996

[145] **J. R. Cudell, K. Kang and S. K. Kim**, Talk at workshop on 'The state of Physics at the End of the 20th Century', Santa Fe, New Mexico, 1996, hep-ph/9701312;
J. R. Cudell, K. Kang and S. K. Kim, hep-ph/9601336.

[146] **P. Desgrolard, M. Griffon, E. Martynov**, Nuovo Cim. **110A**(1997)537

[147] **J. R. Cudell, B. Surrow** persönliche Mitteilung

[148] **D. Schildknecht und H. Spiesberger**, hep-ph/9707447;
D. Schildknecht, Talk at the XXI. School of Theoretical Physics, Ustron, Poland, 1997, to appear in Acta Physics Polonia

[149] **J. J. Sakurai and D. Schildknecht**, Phys. Lett. **B40**(1972)121

[150] **ZEUS Coll., J. Breitweg et al.**, QCD fits and phenomenology modeling of the proton structure function F_2 at low x and Q^2, contributed paper to European Conference on High Energy Physics EPS97, Jerusalem, 1997

[151] **B. Surrow**, Measurement of the Proton Structure Function F_2 at low Q^2 and very low x with the ZEUS BPC at HERA, Ph.D. Thesis, Universität Hamburg, 1998

[152] **H1 Coll., C. Adloff et al.**, Elastic Electroproduction of rho and phi Mesons at intermediate Q^2 at HERA, contributed paper to European Conference on High Energy Physics EPS97, Jerusalem, 1997

[153] **ZEUS Coll., M. Derrick et al.**, Z. Phys. **C63**(1994)408

[154] **G. Gurci, W. Furmanski and R. Petronzio**, Nucl. Phys. **B175**(1980)27;
W. Furmanski and R. Petronzio, Phys. Lett. **97B**(1980)437.

[155] **C. Pascaud and F. Zomer** User guide of a QCD fit program: QCDFIT, unpublished

[156] **C. Pascaud and F. Zomer** A fast and precise method to solve the Altarelli-Parisi equations in x space, DESY-Report 96-266

[157] **J. Blümlein et al.**, A detailed Comparison of NLO QCD Evolution Codes, Proceedings of the workshop 'Future Physics at HERA', DESY, Hamburg, 1996

[158] **E. Laenen, S. Riemersma, J. Smith and W. L. van Neerven**, Nucl. Phys. **B392**(1993)162

[159] **S. Riemersma, J. Smith and W. L. van Neerven**, Phys. Lett. **B347**(1995)143

[160] **A. Vogt**, DESY-Report 96-012

[161] **H1 Coll., C. Adloff et al.**, Z. Phys. **C74**(1996)593;
ZEUS Coll., J. Breitweg et al., DESY-Report 97-089

[162] **EMC Coll., J. J. Aubert et al.**, Nucl. Phys. **B213**(1983)31;
EMC Coll., M. Arneodo et al., Z. Phys. **C35**(1987)1

[163] **R.S. Thorne and R.G. Roberts**, RAL-Report TR-97-061

[164] **M. Aivazis, J. Collins, F. Olness and W.K. Tung**, Phys. Rev. **D50**(1994)3102

[165] **E. Laenen et al.** Proceedings of the workshop 'Future Physics at HERA', DESY, Hamburg, 1996

[166] **H1 Coll., C. Adloff et al.**, A Measurement of the Inclusive Deep Inelastic ep Scattering Cross Section at Low Q^2 at HERA, contributed paper to European Conference on High Energy Physics EPS97, Jerusalem, 1997

[167] **S. Glazov**, Measurement of the Proton Structure Functions F_2 and F_L with the H1 Detector at HERA, Ph.D. Thesis, HU-Berlin, 1997

[168] **E665 Coll., M.R. Adams et al.**, FERMILAB-Report 95/396-E;
A.V. Kotwal, Proton and Deuteron Structure Functions in Muon Scattering at 470 GeV, Ph.D. Thesis, Harvard University, Cambridge

[169] **H. Georgi and H. D. Politzer**, Phys. Rev. **D14**(1976)1829

[170] **B. Badelek and J. Kwiecinski**, Nucl. Phys. **B370**(1992)278;
B. Badelek and J. Kwiecinski, Phys. Rev. **D50**(1994)50

[171] **M.A. Braun and M.V. Tokarev**, Phys. Lett. **B320**(1994)381

[172] **A.D. Martin, W.J. Stirling and R.G. Roberts**, Phys. Rev. **D47**(1993)47

[173] **CCFR Coll., A. Bazarko et al**, Columbia University Report NEVIS-1492, 1993

[174] **Particle Data Group, R.M. Barnett et al.**, Phys. Rev. **D54**(1996)1,

[175] **M. Virchaux and A. Milsztajn**, Phys. Lett. **B274**(1992)221

[176] **R.S. Thorne**, RAL-Report 96-065, 1996

[177] **M. Glück, E. Reya and M. Stratmann**, Nucl. Phys. **B422**(1994)37

[178] **WA70 Coll., M. Bonesini et al.**, Z. Phys. **C38**(1988)371;
R806 Coll., T. Akesson et al., Sov. J. Nucl. Phys. **51**(1990)836;
UA2 Coll., J. Alitti et al., Phys. Lett. **263B**(1991)544;
CDF Coll., F. Abe et al., Phys. Rev. Lett. **73**(1994)2662;
E706 Coll., L. Apanasevich et al., Fermilab-Report Pub-97/351-E, 1997

[179] **J. Huston et al.**, Phys. Rev. **D51**(1995)6139

[180] **CDF-Coll., F. Abe et al.**, Phys. Rev. Lett. **77**(1996)438;
D0-Coll., R. Hirosky, Proceedings of the International Workshop on DIS (DIS97), Chicago 1997

[181] **Z. Kunszt and D.E. Soper**, Phys. Rev. D**46**(1992)192;
S. D. Ellis, Z. Kunszt and D.E. Soper, Phys. Rev. D**40**(1989)2188.

[182] **H.L. Lai and W.K. Tung**, Proceedings of International Workshop on DIS (DIS96), Rome 1996

[183] **M. Botje**, Proceedings of the International Workshop on DIS (DIS97), Chicago 1997;
A. Quadt, persönliche Mitteilung

[184] **S. Catani and F. Hautmann**, Phys. Lett. **B315**(1993)157

[185] **R.S. Thorne**, Proceedings of the International Workshop on DIS (DIS97), Chicago 1997, hep-ph/9710541.

[186] **E.B. Zijlstra and W. van Neerven**, Nucl. Phys. **B383**(1992)525;
S.A. Larin and J.A. Vermaseren, Z. Phys. **C57**(1993)93

[187] **H. Abramowicz, E. M. Levin, A. Levy und U. Maor**, Phys. Lett. **B269**(1991) 465;
H. Abramowicz and A. Levy, DESY-Report 97-251.

[188] **W. Buchmüller and D. Haidt**, DESY-Report 96-61;
D. Haidt, Proceedings of the International Workshop on DIS (DIS97), Chicago 1997.

[189] **R.D. Field**, Applications of Perturbative QCD, Addison Wesley, New York, 1989

Danksagung

Abschließend möchte ich mich bei allen bedanken, die mich bei der Durchführung und der Fertigstellung dieser Arbeit unterstützt haben.

- Ich danke Herrn Prof. Dr. G. Heinzelmann und Herrn Prof. Dr. J. Meyer für das Interesse an dieser Arbeit und deren Begutachtung.

- Die vorliegende Arbeit ist im Rahmen der ELAN-Gruppe der H1-Kollaboration entstanden. Allen Mitgliedern dieser Gruppe bin ich zu speziellem Dank verpflichtet. Insbesondere seien an dieser Stelle Dr. Max Klein, Dr. Sasha Glazov und Dr. Vladimir Shekelyan genannt. Ferner danke ich Dr. Christian Pascaud und Dr. Fabian Zomer für die freundliche Bereitstellung ihres QCD-Programms.

- Ebenso danke ich den Mitgliedern der SPACAL-Gruppe für das äußerst angenehme Arbeitsklima.

- Mein ganz besonderer Dank gilt Herrn Dr. Jörg Gayler für seine ständige Hilfs- und Diskussionsbereitschaft in allen Bereichen eines Doktorandendaseins sowie für seine wertvollen Ratschläge beim Schreiben dieser Arbeit.

- Schließlich möchte mich ganz herzlich bei meinen Bürokollegen Andreas Meyer, Rainer Barschke und Dirk Hoffmann für die freundschaftliche Atmosphäre und gute Zusammenarbeit fachlicher und allgemeiner Art bedanken. Bernd Surrow danke ich für die zahlreichen Diskussionen über die Phänomenologie kleiner Q^2.

Meiner Freundin Katharina und meiner Familie danke ich für ihre Geduld und den nötigen Rückhalt, den sie mir in dieser Zeit gegeben hat.