Bestimmung der Kopplungskonstanten der starken Wechselwirkung aus Jetraten am H1-Experiment

Von der Mathematisch–Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Rheinisch–Westfälischen Technischen Hochschule Aachen
genehmigte Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades
eines Doktors der Naturwissenschaften

Vorgelegt von

Diplom–Physiker
Christian Johann Niedzballa

aus Ratibor (Oberschlesien)

Referent	:	Universitätsprofessor Dr. Ch. Berger
Korreferent	:	Universitätsprofessor Dr. D. Schmitz
Tag der mündlichen Prüfung	:	25.11.1997

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einführung und Motivation

Das Standardmodell (SM) der Elementarteilchenphysik hat sich bis heute bestens zur Beschreibung des Aufbaus von Materie bewährt, da es mit allen experimentellen Beobachtungen in Übereinstimmung ist. Erste Abweichungen wurden am Elektron-Proton-Speicherring HERA am DESY für sehr hohe Q^2-Werte beobachtet, wobei Q^2 der negative, quadrierte Viererimpulsübertrag des Elektrons auf das Proton ist. Es bleibt zu klären ob es sich dabei um eine statistische Fluktuation handelt oder nicht. Details können in Ref. [1] nachgelesen werden.

Die Grundbausteine des SM sind Fermionen, Spin-1/2-Teilchen, die keine nachweisbare räumliche Struktur besitzen. Sie werden jeweils zu linkshändigen Dubletts und rechtshändigen Singletts, den Leptonen und Quarks, wie in Tabelle 1.1 zu sehen, zusammengefaßt. Zu jedem Teilchen existiert ein entsprechendes Antiteilchen mit entgegengesetzten additiven Quantenzahlen. Die Quarks, von denen das top-Quark (t) als letztes erst Anfang 1994 am Fermilab-Tevatron-Beschleuniger entdeckt und seine Masse zu $(174 \pm 10^{+13}_{-12})$ GeV bestimmt wurde [2], tragen im Gegensatz zu den geladenen Leptonen eine drittelzahlige elektrische Ladung und zusätzlich einen inneren Freiheitsgrad, die Farbladung (Flavour). Die Wechselwirkung zwischen den farblosen Fermionen erfolgt durch den Austausch von Spin 1 Feldquanten, den Eichbosonen, der als neutraler (γ, Z) bzw. geladener $(W^{\pm})$ Strom beschrieben werden kann. Quarks können zusätzlich un-

Leptonen:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L \quad e^-_R \quad \mu^-_R \quad \tau^-_R$$

Quarks:

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L \quad u_R \quad d_R \quad s_R \quad c_R \quad b_R \quad t_R$$

Tabelle 1.1: Die Leptonen und Quarks im Standardmodell.

tereinander durch den Austausch von Gluonen wechselwirken. Das Higgs-Boson übernimmt im SM unter anderem die Aufgabe der Erzeugung der Teilchenmassen, ist aber noch nicht entdeckt. Seine Masse sollte aus theoretischen Überlegungen heraus aber unterhalb von 1 TeV liegen. Die Stärke der jeweiligen Wechselwirkung zwischen Teilchen und Feldquant wird durch eine entsprechende Kopplungskonstante g_i bzw. α_i ($g_i^2 \equiv 4\pi\alpha_i$) beschrieben, wobei α_i gleichzeitig zur Charakterisierung der störungstheoretischen Ordnung eines Prozesses dient. Die Kopplungskonstante hat keinen festen Wert, sondern hängt von der Entfernung und damit von der Energie der wechselwirkenden Teilchen ab, was als „Laufen" bezeichnet wird und durch die Vakuumpolarisation erklärt werden kann. So bilden sich im Vakuum der Quantenelektrodynamik (QED), die die elektromagnetische Wechselwirkung durch Austausch von γ-Quanten beschreibt, durch die sog. Selbstenergie Elektron-Positron-Paare, die die „nackte" Ladung umgeben und damit abschirmen. Für ein „weit" entferntes (Probe-) Teilchen erscheint die Ladung daher im Vergleich zu einem sehr „nahen" reduziert. Das dazugehörige α_i wird α_{elm} oder einfach α genannt. Im Falle der schwachen Wechselwirkung werden Z- und $W^{\pm}$-Bosonen ausgetauscht. Die Kopplungskonstante wird durch einen $\sin^{-1}(\vartheta_W)$-Term modifiziert, wobei ϑ_W der Weinbergwinkel ist. Im Gegensatz zur QED tragen in der Quantenchromodynamik (QCD), die die starke Wechselwirkung beschreibt, die Austauschteilchen (Gluonen), eine Farbladung. Sie ermöglicht es ihnen, in Selbstwechselwirkung zu treten, was ein „antiscreening" zur Folge hat. D. h. für sehr „kleine" Abstände ist die Kopplungskonstante bzw. $\alpha_s = \alpha_i$ klein („asymptotische Freiheit"), bei „großen" Abständen aber sehr stark, so daß es unmöglich ist, Quarks und Gluonen als „freie" Teilchen zu beobachten. Sie treten nur als farbneutrale Zustände (Hadronen) auf, was als Quarkeinschluß („confinement") bezeichnet wird.

Das SM macht keine Vorhersagen über die Werte der Kopplungskonstanten bzw. der Parameter α_i, so daß diese experimentell möglichst genau für einzelne Abstandsskalen bestimmt werden müssen. Damit können aber die störungstheoretischen Vorhersagen für das „Laufen" der Kopplungskonstanten, die durch eine Renormierungsgruppengleichung (RGE) beschrieben wird, überprüft werden. Dies wurde an vielen Beschleunigern, speziell am Elektron-Positron-Speicherring LEP am CERN, basierend auf unterschiedlichen Methoden durchgeführt [3]. Da jedes Experiment aber andere systematische Unsicherheiten aufweist, können die Ergebnisse nur schwer miteinander verknüpft werden. Am Elektron-Proton-Speicherring HERA ist es jedoch möglich, speziell α_s für unterschiedliche Abstandsskalen in einem Experiment zu bestimmen und damit das „Laufen" direkt zu überprüfen. Tabelle 1.2 zeigt die fundamentalen Wechselwirkungen mit den jeweiligen Feldquanten, deren Spin und den zugehörigen α_i-Werten. Als Abstandsskala wurde das Massenquadrat des Z-Bosons, m_Z^2, gewählt. Die Gravitation, die immer wirkt, aber auf Grund der zur Zeit erreichbaren Teilchenstrahlenergien und den damit verbundenen sehr kleinen Kopplungskonstanten in der Elementarteilchenphysik noch keine große Rolle spielt, wird im folgenden nicht

Art der Wechselwirkung	Feldquant	Spin	$\alpha_i(m_Z^2)$
elektromagnetisch	γ	1	$\alpha = \frac{1}{128.88} \approx 7.76 \times 10^{-3}$
schwach	$Z\ ,\ W^{\pm}$	1	$\frac{\alpha}{\sin^2 \vartheta_W} = \frac{\alpha}{0.2315} \approx 3.35 \times 10^{-2}$
stark	Gluon	1	$\alpha_s = 0.1183$
gravitativ	Graviton	2	$\frac{G_N}{\hbar c} \approx 6.7 \times 10^{-39} \left(\frac{\mathrm{GeV}}{\mathrm{c}^2}\right)^{-2}$

Tabelle 1.2: Die fundamentalen Wechselwirkungsarten und ihre Kopplungskonstanten; Wertangaben nach [4].

weiter betrachtet. Die entsprechende Kopplungskonstante ist daher nicht geeicht und somit dimensionsbehaftet.

Die vorliegende Arbeit, die in der H1-Kollaboration entstanden ist, befaßt sich mit der Messung der Kopplungskonstanten der starken Wechselwirkung. Zur α_s-Messung wird eine Methode herangezogen, die auf der Bestimmung der integrierten Jetrate basiert und bereits in früheren Veröffentlichungen benutzt wurde [5, 6]. Bei den dafür notwendigen NLO-Berechnungen wurden jedoch Näherungen gemacht, die sich als zu grob herausstellten. Zudem wurde kein definierter Jet-Algorithmus verwandt, so daß diese α_s-Bestimmung zusätzlich noch mit einem großen theoretischen Fehler versehen ist. Neue NLO-Berechnungen weisen diese Schwächen nicht auf und ermöglichten so eine verbesserte α_s-Bestimmung. Sie erlaubten zudem, die Abhängigkeiten von Jet-Algorithmen und Rekombinationsschemata zu studieren. Dies war wichtig, um zu zeigen, daß die benutzte Methode zur α_s-Bestimmung auch für diese Algorithmen und Rekombinationsschemata anzuwenden ist. Die Grundlage für diese Analyse bilden die mit dem H1-Detektor aufgenommenen Daten der Jahre 1994 und 1995.

Die Arbeit ist wie folgt gegliedert: Im nachfolgenden Kapitel werden der Beschleuniger HERA und das H1-Experiment kurz vorgestellt. Kapitel 3 gibt einen Überblick über die Kinematik der tiefunelastischen Elektron-Proton-Streuung und behandelt den theoretischen Formalismus zur Bestimmung von α_s. Das Kapitel 4 ist der Datenselektion und das Kapitel 5 der Jetidentifikation gewidmet. Alle α_s-Resultate werden im Kapitel 6 vorgestellt und diskutiert. Abschließend wird eine Zusammenfassung der Arbeit gegeben.

Kapitel 2

HERA und das H1-Experiment

2.1 Der Speicherring HERA

Die „Hadron-Elektron-Ring-Anlage“ HERA wurde in den Jahren 1984−1991 am Deutschen-Elektron-Synchrotron (DESY) in Hamburg erbaut. Sie besteht aus zwei Speicherringen, dem Elektron- und dem Protonring, die in einem 6336 m langen und in einer Tiefe von 10−20 m befindlichen Tunnel aufgebaut sind. Im Protonring können die Protonen bis auf einen Impuls von 820 GeV, die Elektronen bzw. Positronen im Elektronring auf maximal 30 GeV beschleunigt werden. Da die Beschleunigung durch hochfrequente elektromagnetische Felder mittels Resonatoren erfolgt, sind die Teilchenstrahlen jeweils in Pakete (Bunche) unterteilt, die einen Abstand von 96 ns = 28 m aufweisen. Die Fokussierung und Führung der Strahlen auf einer Kreisbahn erfolgt für die Protonen durch supraleitende und für Elektronen durch normalleitende Sextupol-, Quadrupol- und Dipolmagnete. Die Protonen werden aus negativ ionisiertem Wasserstoff gewonnen, der

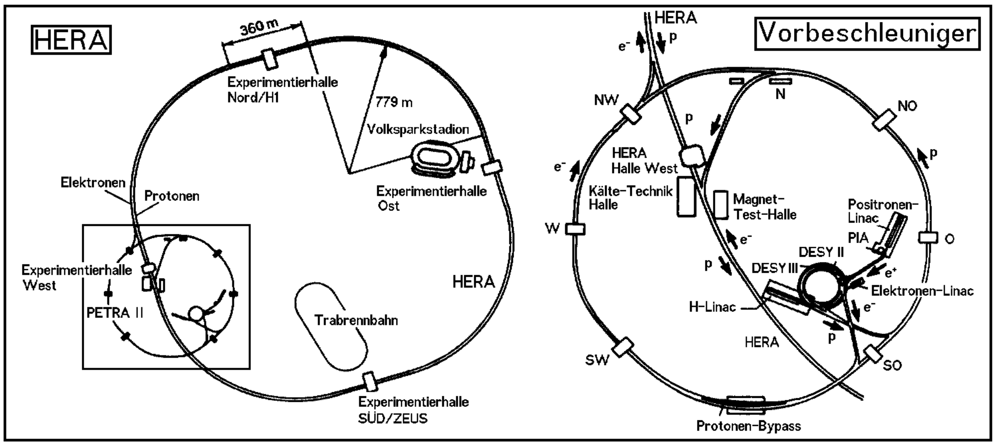

Abbildung 2.1: Der HERA-Speicherring.

	Design-Werte		Runperiode 1995	
	p-Ring	e-Ring	p-Ring	e-Ring
Endenergie [GeV]	820	30	820	27.5
Anzahl Teilchenpakete	210	210	180	189
Teilchen/Bunch [10^{11}]	210	80	82.9	1.3
Strahlstrom/Bunch [μA]	760	290	300	97
Umfang	6336		6336	
Kollisionsrate [MHz]	10.4		10.4	
Schwerpunktsenergie [GeV]	314		300	
Luminosität [$\mathrm{cm}^{-2}\mathrm{sec}^{-1}$]	1.5×10^{31}		2.1×10^{30}	

Tabelle 2.1: Technische Daten des HERA Speicherringes nach [7].

durch einen Linearbeschleuniger beschleunigt bei der Injektion in das Synchrotron DESY III auf eine dünne Folie trifft, in der die Elektronen zurückbleiben. Zur Erzeugung von Positronen werden zunächst Elektronen über einen Linearbeschleuniger auf Wolfram geschossen. Durch Bremsstrahlung und nachfolgende Paarbildung entstehen Positronen, die im Speicherring PIA zwischengespeichert werden. Bevor die Protonen und Positronen in HERA injiziert werden, werden sie in den Speicherringen DESY und PETRA gesammelt und vorbeschleunigt. Im folgenden wird nicht mehr zwischen Elektronen und Positronen explizit unterschieden, sondern beide werden nur noch als Elektronen bezeichnet.

Die HERA-Anlage komplettieren insgesamt vier Experimentierhallen, in denen Detektoren untergebracht sind. Zwei davon, der H1-Detektor in der Halle Nord und der ZEUS-Detektor in der Halle Süd, befinden sich an Wechselwirkungszonen, wo der Elektron- und Protonstrahl unter einem Winkel von 180° (H1-Konvention) zur Kollision gebracht werden. Auf Grund der mittleren longitudinalen Ausdehnung eines Protonbunches von etwa 20 cm ist der Wechselwirkungspunkt ± 50 cm um den nominalen Wechselwirkungspunkt verteilt. In den beiden anderen Hallen (West bzw. Ost) sind das HERMES und das HERA-B Experiment untergebracht, wo der Elektron bzw. Protonstahl auf ein feststehendes Target trifft. Am HERMES-Experiment soll die Spinverteilung der Quarks im Proton und Neutron bestimmt und am HERA-B Experiment die CP-Verletzung in b-Quark-Systemen studiert werden. Ein schematischer Aufbau der HERA-Anlage samt Vorbeschleuniger und Experimentierhallen ist in Abbildung 2.1 zu sehen. Tabelle 2.1 enthält die wichtigsten technischen Daten der Runperiode 1994 und 1995 im Vergleich zu Design-Werten.

2.2 Der H1-Detektor

Der H1-Detektor ist in der Nordhalle des HERA-Tunnels untergebracht und in Abbildung 2.2 dargestellt. Seine Abmessungen betragen $12\,\mathrm{m}\times10\,\mathrm{m}\times15\,\mathrm{m}$, und sein Gesamtgewicht liegt bei ca. 2800 t. Die Protonen laufen entlang der +z-Richtung von rechts, die Elektronen von links ein. Auf Grund der stark unterschiedlichen Impulse der beiden Teilchenstrahlen ist der Detektor asymmetrisch um den nominalen Wechselwirkungspunkt aufgebaut, so wird der resultierende „boost“ in Vorwärtsrichtung kompensiert. Die Aufgabe des H1-Detektors ist die Energie- und Impulsbestimmung und damit die Identifikation aller bei der *ep*-Streuung entstehenden Teilchen. Im wesentlichen sind dies das gestreute Elektron und die hadronischen Endzustände.

Im folgenden werden die wichtigsten Komponenten des H1-Detektors und deren Eigenschaften kurz beschrieben. Eine ausführlichere Beschreibung findet sich in Ref. [7].

Spurkammern

Der im Strahlrohr $\boxed{1}$ gelegene Wechselwirkungspunkt wird zylindrisch vom zentralen Spurkammersystem $\boxed{2}$ als innerste Komponente umschlossen. Von innen nach außen besteht es aus der inneren Proportionalkammer CIP, der inneren z-Driftkammer CIZ, der inneren Jetkammer CJC1, der äußeren z-Driftkammer COZ, der äußeren Proportionalkammer COP sowie der äußeren Jetkammer CJC2. Die Zeitauflösung der beiden Kammern CIP und COP von etwa 21 ns erlaubt eine gute Bestimmung des Wechselwirkungszeitpunktes. Beide werden deshalb auch als Ereignistrigger verwendet. Bei den beiden z-Driftkammern sind die Drähte senkrecht zur Strahlachse gespannt. Sie haben eine Ortsauflösung von $\sigma_z \approx 300\,\mu$m und ermöglichen so eine sehr genaue Rekonstruktion der z-Position der Teilchen. Mit Hilfe der Jetkammern CJC1 und CJC2 lassen sich der Ereignisvertex sowie der Impuls und die Ionisationsverluste der Teilchen bestimmen. Die Impulsauflösung $\Delta p/p^2$ beträgt $3 \times 10^{-3}\,\mathrm{GeV}^{-1}$, die Ortsauflösung in der r-ϕ-Ebene $\sigma_{r\phi} \approx 160\,\mu$m.

An das zentrale Spurkammersystem schließt sich nach vorne das Vorwärtskammersystem $\boxed{3}$ an, welches aus drei sog. Supermodulen aufgebaut ist. Jedes dieser Module besteht aus drei planaren Driftkammern, welche jeweils um 60° gegeneinander verdreht sind, einer Vieldrahtproportionalkammer, einem Übergangsstrahlungsmodul und einer radialen Driftkammer. Vervollständigt wird das Spurkammersystem durch die rückwärtige Proportionalkammer BPC, die ebenfalls zur Spur- und Impulsbestimmung dient.

Flüssig-Argon-Kalorimeter (LAr)

Das Flüssig-Argon-Kalorimeter des H1-Detektors befindet sich innerhalb der supraleitenden Spule und besteht aus einem elektromagnetischen und einem ha-

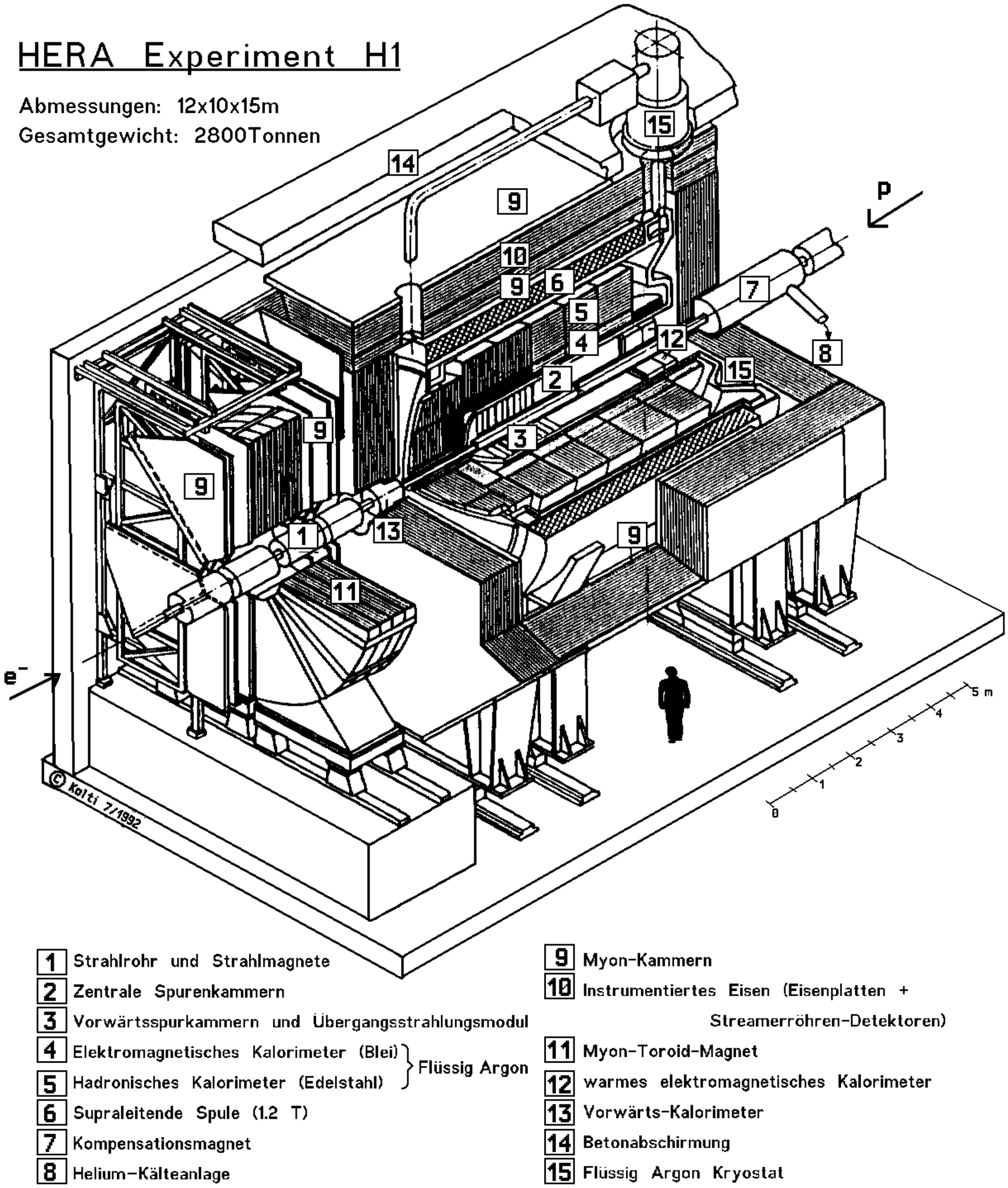

Abbildung 2.2: Der H1-Detektor.

dronischen Teil. Es ist als Sampling-Kalorimeter aufgebaut und deckt dabei den Winkelbereich $4° < \vartheta < 153°$ ab.

Der elektromagnetische Teil des Kalorimeters $\boxed{4}$ besteht aus 2.4 mm starken Absorberplatten aus Blei und jeweils 2.35 mm dicken aktiven Schichten flüssigen Argons. Segmentierte Ausleseplatten, sog. „Pads“, übernehmen dabei die Auslese. Insgesamt ist der elektromagnetische Teil zwischen 20 und 30 Strahlungslängen tief. Seine Energieauflösung kann beschrieben werden durch

$$\frac{\sigma_E}{E} = \sqrt{\frac{A^2}{E} + \frac{B^2}{E^2} + C^2}$$

mit

$$\begin{aligned} A &= (11.16 \pm 0.05) \times 10^{-2}\,\sqrt{\mathrm{GeV}}, \\ B &= (152 \pm 4)\,\mathrm{MeV}, \\ C &= (0.64 \pm 0.07) \times 10^{-2}. \end{aligned}$$

Im hadronischen Teil des Kalorimeters $\boxed{5}$ werden hingegen 19 mm starke Stahlplatten als Absorbermaterial verwandt. Zwischen diesen sind jeweils zwei 2.4 mm dicke Schichten aus flüssigem Argon, die von Ausleseplatten umgeben sind. Das gesamte Flüssig-Argon-Kalorimeter hat eine Tiefe von 4.5 bis 8 nuklearen Wechselwirkungslängen, und seine Auflösung konnte bestimmt werden zu

$$\frac{\sigma_E}{E} = \sqrt{\frac{A^2}{E} + \frac{B^2}{E^2} + C^2}$$

mit

$$\begin{aligned} A &= (46.1 \pm 0.7) \times 10^{-2}\,\sqrt{\mathrm{GeV}}, \\ B &= (730 \pm 30)\,\mathrm{MeV}, \\ C &= (2.6 \pm 0.2) \times 10^{-2}. \end{aligned}$$

Es sei bemerkt, daß das Kalorimeter nicht kompensierend ist, d. h. die Signalantwort für Hadronen und Elektronen gleicher Energie ist verschieden, was aber bei der Energierekonstruktion durch Skalierungsfaktoren korrigiert wird. Des weiteren ist das Kalorimeter sehr fein segmentiert, da es in 44352 Zellen aufgeteilt ist.

BEMC/SPACAL

Das BEMC-Kalorimeter $\boxed{12}$ schließt sich an den hinteren Teil des Spurkammersystems an und ergänzt damit das Flüssig-Argon-Kalorimeter im Winkelbereich $151° < \vartheta < 177°$. Es ist als Sandwich aufgebaut, wobei 2.5 mm starke Blei-und 4 mm starke Szintillatorplatten sich abwechseln, und hat eine Tiefe von 22.5 Strahlungslängen. Die Energieauflösung beträgt für Elektronen

$$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{10\%}{\sqrt{E/GeV}}$$

und für Hadronen

$$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{80\%}{\sqrt{E/GeV}}.$$

Das BEMC wurde 1995 durch ein verbessertes Kalorimeter, das SPACAL, ersetzt. Dieses besteht aus einem separaten elektromagnetischen und einem hadronischen Teil.

PLUG

Das PLUG-Kalorimeter $\boxed{13}$ dient zur Messung von hadronischer Energie im Winkelbereich $0.7° < \vartheta < 3.2°$. Es besteht aus Kupferplatten als Absorber und Siliziumzählern und hat eine Energieauflösung von

$$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{150\%}{\sqrt{E/GeV}}.$$

Instrumentiertes Eisen

Der H1-Detektor wird durch das instrumentierte Eisen $\boxed{10}$ abgeschlossen, welches aus zehn Eisenplatten mit dazwischen eingeschobenen Streamerrohrkammern aufgebaut ist. Es dient als Eisenjoch zur Rückführung des magnetischen Flusses der Spule $\boxed{6}$. Zusätzlich dient es zur Identifikation von Myonspuren und als Kalorimeter für hadronische Teilchen, die ihre Energie nicht vollständig im LAr deponiert haben.

Vorwärts-Myon-Spektrometer

Dieser Teil des Detektors dient dem Nachweis und der Impulsbestimmung von Myonen im Winkelbereich $3° < \vartheta < 17°$. Ein Toroid-Magnet wird dabei von je zwei radialen und einer azimutalen Driftkammer von vorn und hinten umgeben.

Magnetspule

Die supraleitende Spule $\boxed{6}$ mit einer Länge von 5.16 m und einem Radius von 2.75 m umschließt die Kalorimeter und erzeugt im zentralen Spurkammersystem ein homogenes Magnetfeld der Stärke 1.2 Tesla.

Luminositätssystem

Das Luminositätssystem besteht aus zwei Kristall-Szintillatoren, dem Elektron-Tagger und einem Photon-Zähler. Sie sind bei $z = -33.4$ m bzw. $z = -102.9$ m aufgestellt. Zur Luminositätsmessung wird der theoretisch sehr genau bekannte Bethe-Heitler-Prozeß, $ep \to e\gamma p$, herangezogen, der durch eine Koizidenz beider Detektoren signalisiert wird. Unsicherheiten wie zufällige Koizidenzen und reine Untergrundrate werden bei der Messung berücksichtigt. Die Genauigkeit der Luminositätsmessung beträgt 5% [8].

Flugzeitzähler (ToF) / Vetowand

Das ToF (Time of Flight) besteht aus zwei Szintillatorwänden, die hinter dem BEMC bei $z = -1.95$ m und $z = -2.25$ m angebracht sind. Die Vetowand bilden zwei weitere doppelte Szintillatorwände, die im Abstand $z = -6.5$ m und $z = -8.1$ m positioniert sind. Sowohl das ToF als auch die Vetowand dienen zur Unterdrückung von strahlkorrelierten Untergrundereignissen.

2.3 Der Trigger

Bei der Kollision von Elektronen und Protonen treten nicht nur physikalisch interessante Ereignisse, sondern in deutlich größerer Zahl auch unerwünschte Untergrundereignisse auf. Zu diesen zählen Wechselwirkungen von Protonen mit Restgas im Strahlrohr bzw. mit dem Strahlrohr selbst, sowie Synchrotronstrahlung des Elektronenstrahls, kosmische Höhenstrahlung und elektronisches Rauschen. Die Aufgabe des Triggersystems ist es, die interessanten Ereignisse möglichst schnell und effizient zu erkennen. Nun kann der Detektor nicht bei jeder Bunch-Kollision, d. h. alle 96 ns, vollständig ausgelesen werden. Um die bei der Auslese entstehende Totzeit des Detektors zu minimieren, verwendet H1 ein mehrstufiges Triggersystem. Dabei wird die jeweils nächste Stufe nur bei einer positiven Entscheidung der untergeordneten Stufe aktiviert. Die erste Stufe entscheidet aufgrund schneller Informationen der einzelnen Detektorteile innerhalb von $\sim 2\ \mu$s totzeitfrei, ob ein Ereignis zur weiteren Analyse freigegeben wird. So wird bei einer positiven Entscheidung die weitere Datennahme gestoppt und die Auslese aller Detekorkomponenten gestartet. Auf Grund detaillierterer Informationen überprüft die folgende Triggerstufe, noch basierend auf *Hardware*-Auslese, die vorhergehende Entscheidung. Sie dauert ca. 20 μs. Erst die dritte Stufe beginnt mit der *Software*-Auslese, wo Informationen der einzelnen Detektorkomponenten zusammengefaßt werden und mit der Ereignisauswertung begonnen wird. In der Triggerstufe 4 ist der Detektor vollständig ausgelesen, und eine schnelle Rekonstruktion kann erfolgen, die jedoch unterbrochen wird, wenn z. B. bestimmte Vertex- oder Energiebedingungen nicht erfüllt sind. Die Ereignisrekonstruktion bildet zusammen mit der Einteilung der Ereignisse in Klassen die letzte Triggerstufe.

Für die vorliegende Analyse, die auf der Elektronerkennung im BEMC oder Flüssig-Argon-Kalorimeter beruht, wurden der BEMC-Elektrontrigger bzw. zwei Elektrontrigger des LAr benutzt, von denen mindestens einer ansprechen und folgende Kriterien erfüllen mußte. Triggerblöcke sind dabei vier zusammengefaßte Triggertürme, die wiederum aus großen Bereichen aktivierter elektromagnetischer bzw. hadronischer Kalorimeterzellen aufgebaut sind.

- *Elektrontrigger* 1 : Im elektromagnetischen Teil eines der sog. Triggerblöcke muß eine Schwellenenergie von mindestens 6 GeV erreicht werden und gleichzeitig Treffer im zentralen Spurkammersystem vorhanden sein, so daß das Spurkammersystem einen Ereigniszeitpunkt zur Verfügung stellen kann.

- *Elektrontrigger* 2 : Im elektromagnetischen Teil eines der sog. Triggerblöcke muß eine Schwellenenergie von mindestens 8 GeV erreicht werden. Hier wird keine zusätzliche Bedingung an das zentrale Spurkammersystem gestellt.

2.4 Ereignisrekonstruktion

Da mit Hilfe des H1-Detektors nur digitalisierte elektronische Signale aufgenommen werden können, müssen diese zu physikalisch sinnvollen Einheiten zusammengefaßt werden. Diese Aufgabe übernimmt die Ereignisrekonstruktion. So wird z. B. im Fall einer Energiemessung die Proportionalität zwischen gemessener Ladung und deponierter Energie hergestellt. Des weiteren werden aus einzelnen in der Spurkammer getroffenen Drähten eine Teilchenspur oder aus den Energien einzelner nah beieinanderliegender Kalorimeterzellen sog. *Cluster* gebildet. Hierbei wird berücksichtigt, daß das Kalorimeter nicht kompensierend ist und somit die Energie durch Skalierungsfaktoren regewichtet werden muß. Schlußendlich werden diese Informationseinheiten dann durch Parameter wie räumliche Lage, Ausdehnung und Energie charakterisiert. Detaillierte Informationen über die Ereignisrekonstruktion sind zu finden in Ref. [7].

Kapitel 3

Theorie

3.1 Die Kinematik bei HERA

Auf Grund der Tatsache, daß der HERA-Speicherring asymmetrisch betrieben wird, d. h. sich der Schwerpunkt des ep-Systems in Protonrichtung bewegt, ist es von Vorteil, alle kinematischen Variablen, die zur Beschreibung der ep-Streureaktionen notwendig sind, in lorentzinvarianter Form zu definieren. Damit werden unnötige Transformationen vom Schwerpunkt- ins Laborsystem bzw. in umgekehrter Richtung vermieden. Des weiteren wird ein Maßsystem benutzt, in dem $\hbar = 1$ und $c = 1$ gesetzt werden. Energien, Impulse und Massen erhalten so die gleiche Dimension und werden in der Einheit GeV angegeben. Die Umrechnung erfolgt mittels

$$197.33\,\mathrm{GeV} \;=\; 1\,\mathrm{fm}^{-1}.$$

Am Beispiel der inklusiven ep-Streuung

$$e(k) \quad + \quad p(P) \quad \longrightarrow \quad e'(k') \quad + \quad X(h)$$

werden die Invarianten eingeführt und ihre Bedeutung erläutert. Die dazugehörige graphische Darstellung ist in Abbildung 3.1 zu sehen. Das zwischen Elektron und Proton ausgetauschte Feldquant (geschlängelte Linie) kann ein γ bzw. Z sein, X symbolisiert einen beliebigen hadronischen Endzustand, „$\hat{}$“ die Zuordnung zum sog. harten Subprozeß und $f_{i/p}(\xi)\,\mathrm{d}\xi$ gibt die Wahrscheinlichkeit an, das Parton i mit dem Impulsbruchteil ξ im Proton zu finden. Die Beschreibung der am Prozeß beteiligten Teilchen erfolgt durch relativistische Viererimpulsvektoren

$$p \;\equiv\; p^{\mu} \;\equiv\; \begin{pmatrix} E \\ \vec{p} \end{pmatrix},$$

wobei das Quadrat eines Viererimpulsvektors definiert ist als

$$p^{\mu}p_{\mu} \;=\; p_{\mu}p^{\mu} \;\equiv\; E^2 - \vec{p}^{\,2} \;=\; m^2$$

und dem Quadrat der Teilchenmasse entspricht.

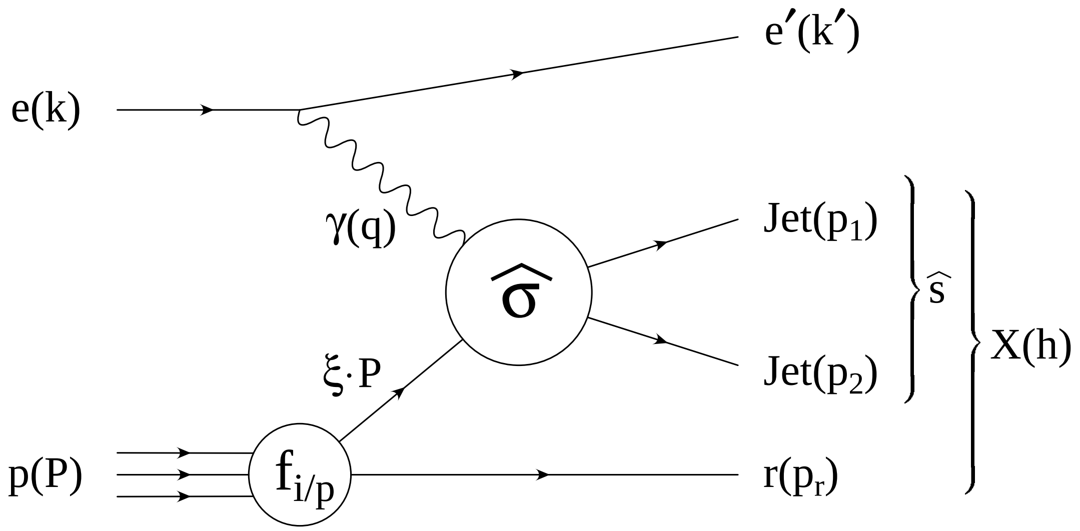

Abbildung 3.1: Schematische Darstellung einer unelastischen ep-Streuung.

Mit der folgenden Nomenklatur

k	:	4-er Impuls des einlaufenden Elektrons $(E_e, 0, 0, p_{z,e}) = (27.5, 0, 0, -27.5)$
k'	:	4-er Impuls des gestreuten Elektrons $(E_{e'}, p_{x,e'}, p_{y,e'}, p_{z,e'})$
P	:	4-er Impuls des einlaufenden Protons $(E_p, 0, 0, p_{z,p}) = (820, 0, 0, 820)$
q	:	4-er Impulsübertrag zwischen ein- und auslaufendem Elektron
h	:	4-er Impuls des hadronischen Endzustandes $(E_h, p_{x,h}, p_{y,h}, p_{z,h})$

lauten die Invarianten [4]:

$$s \equiv (k+P)^2 = 2\,k \cdot P = 4\,E_e\,E_p$$

$$Q^2 \equiv -q^2 \equiv -(k-k')^2$$

$$x \equiv \frac{Q^2}{2\,q \cdot P}$$

$$y \equiv \frac{q \cdot P}{k \cdot P}$$

$$\nu \equiv \frac{q \cdot P}{m_p}$$

$$W^2 \equiv h^2 = (P+q)^2 = \frac{1-x}{x}\,Q^2$$

$$\hat{s} \equiv (q+\xi P)^2 = 2\,\xi\,q \cdot P - Q^2.$$

$\sqrt{s}$ ist dabei die Schwerpunktsenergie des ep-Systems und Q^2 der negative, quadrierte Viererimpulsübertrag des Elektrons auf das Proton. Das ν und „Bjorken“-y beschreiben den absoluten bzw. relativen Energieverlust des Elektrons im Ruhesystem des Protons. W entspricht der invarianten Masse des hadronischen Endzustandes und $\sqrt{\hat{s}}$ der des harten Subprozesses. Werden die beiden Gleichungen für „Bjorken“-x und $\hat{s}$ miteinander kombiniert, so ergibt sich folgende Relation zwischen dem Impulsbruchteil ξ des Partons am Protonimpuls, der in den harten Subprozeß einfließt und x

$$\xi \;=\; x\left(1+\frac{\hat{s}}{Q^2}\right).$$

D. h. es gilt $\xi \geq x$, wobei die Gleichheit nur für $\hat{s} = 0$ zutrifft, was dem Partonmodell entspricht. Ein Blick auf die oben aufgelisteten Invarianten zeigt, daß die vollständige Kinematik einer inklusiven ep-Streuung auf nur zwei unabhängige Größen zurückgeführt werden kann. Die anderen lassen sich dann aus diesen beiden ableiten. Am häufigsten werden zur Beschreibung x bzw. y und Q^2 herangezogen, die aber auf unterschiedliche Weise bestimmt werden können. Die sog. Elektronmethode, durch den Index „e“ gekennzeichnet, basiert auf der Messung der Energie und des Winkels des gestreuten Elektrons. Es ergibt sich

$$\begin{aligned}
y_e &= \frac{q\cdot P}{k\cdot P} = \frac{(k-k')\cdot P}{k\cdot P} = 1-\frac{E_{e'}-p_{z,e'}}{2\,E_e} \\
Q_e^2 &= -(k-k')^2 = 2\,k\cdot k' = 2\,(E_e\,E_{e'} - \vec{k}\vec{k'}) = 2\,E_e\,E_{e'}(1+cos\vartheta_{e'}) \\
&= \frac{\vec{p}^{\,2}_{T,e'}}{1-y_e} \\
x_e &= \frac{Q_e^2}{s\,y_e}.
\end{aligned}$$

Das gleiche kann mit Hilfe des hadronischen Endzustandsvektors (h) erreicht werden. Die sog. Jacquet-Blondel-Methode (JB) liefert

$$\begin{aligned}
y_{JB} &= \frac{q\cdot P}{k\cdot P} = \frac{(P_h-P)\cdot P}{k\cdot P} = \frac{E_h-p_{z,h}}{2\,E_e} \\
Q^2_{JB} &= \frac{\vec{p}^{\,2}_{T,h}}{1-y_{JB}} \\
x_{JB} &= \frac{Q^2_{JB}}{s\,y_{JB}}.
\end{aligned}$$

Als letzte Möglichkeit soll hier noch die sog. Doppel-Winkel-Methode (DW) angeführt werden. Sie benutzt nur die Informationen über die Streuwinkel des

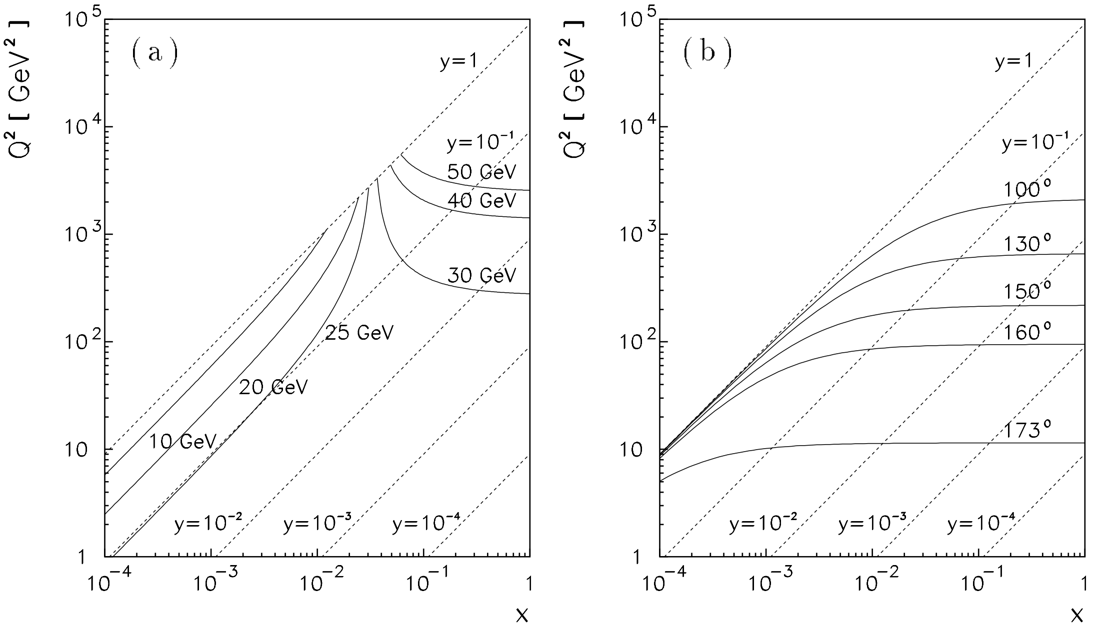

Abbildung 3.2: (Q^2, x)-Ebene für a) konstante Energien und b) konstante Winkel des gestreuten Elektrons.

Elektrons und des hadronischen Endzustandsvektors.

$$
\begin{aligned}
y_{DW} &= \frac{\sin\vartheta_{e'}(1-\cos\vartheta_j)}{\sin\vartheta_j + \sin\vartheta_{e'} - \sin(\vartheta_{e'}+\vartheta_j)} \\
Q^2_{DW} &= 4\,E_e^2\,\frac{\sin\vartheta_j(1+\cos\vartheta_{e'})}{\sin\vartheta_j + \sin\vartheta_{e'} - \sin(\vartheta_{e'}+\vartheta_j)} \\
x_{DW} &= \frac{Q^2_{DW}}{s\,y_{DW}}
\end{aligned}
$$

mit

$$
\cos\vartheta_j = \frac{Q^2_{JB}(1-y_{JB}) - 4\,E_e^2 y^2_{JB}}{Q^2_{JB}(1-y_{JB}) + 4\,E_e^2 y^2_{JB}}.
$$

Weitere mögliche Berechnungsmethoden samt detaillierter Vergleiche und Hinweise für die Verwendbarkeit der jeweiligen Methode in unterschiedlichen kinematischen Bereichen können in Ref. [9] nachgelesen werden. Die Abbildung 3.2 zeigt als Beispiel den Zusammenhang in der (Q^2, x)-Ebene für feste Energie- bzw. Winkelwerte des gestreuten Elektrons. Ebenfalls eingezeichnet sind die Geraden für konstantes y.

3.2 Die Kopplungskonstante α_s

Wie in der Einleitung angedeutet, sind die Kopplungskonstanten bzw. α_i der jeweiligen Wechselwirkung nicht fest, sondern hängen von einer Abstandsskala ab, die die Virtualität des Austauschquants wiedergibt. Diese ist eng mit der (Ladungs-) Renormierung der zugehörigen Theorie verknüpft und wird deshalb auch Renormierungsskala μ_r genannt. So müssen z. B. bei einer korrekten Beschreibung der Wechselwirkung zweier Quarks neben dem Born-Term zusätzliche Strahlungskorrekturen (1-Loop, 2-Loop, usw.), die teilweise in Abbildung 3.3 zu sehen sind, mit berücksichtigt werden. Die dabei zu berechnenden Integrale sind für große und kleine Schleifenimpulse divergent und führen zu sog. Ultraviolett- bzw. Infrarot-Katastrophen. Die Renormierung ist ein formales, relativistisch kovariantes Verfahren, das die Ultraviolettdivergenzen in endliche Resultate höherer Ordnung überführt. Dabei werden zunächst die divergenten Integrale regularisiert, d. h. endlich gemacht. Dies geschieht z. B. durch Reduzierung der Raum-Zeit Dimensionen auf $n < 4$ („dimensionale Regularisierung“)

$$\frac{d^4k}{(2\,\pi)^4} \quad \longrightarrow \quad \mu_r^{2\epsilon}\,\frac{d^{4-2\epsilon}k}{(2\,\pi)^{4-2\epsilon}} \qquad \text{mit} \quad \epsilon \;=\; 2 - \frac{n}{2},$$

wobei k für den Schleifenimpuls und ϵ für einen Abschneideparameter stehen. Als nächstes wird das Integral in zwei Teile separiert: einen endlichen Term, der unabhängig vom Abschneideparameter ist, und einen Term, der vom Abschneideparameter abhängt und im Grenzfall divergiert. Es zeigt sich, daß nun alle divergenten Terme additiv zur Ladung beitragen und durch Umskalierung derselbigen sich die eigentlich beobachtbare Ladung ergibt.

$$e_{phys.} \;=\; e_{ren.} \;=\; e_0 + \delta e_0$$

Dabei symbolisiert e_0 die physikalisch „nackte“ und δe_0 die divergenten Anteile der Ladung. Allerdings besteht bei der Extrahierung der Divergenzen eine erhebliche Freiheit, da gleichzeitig auch endliche Terme subtrahiert werden können. Dieses führt zu unterschiedlichen Renormierungsschemata. So werden im $\overline{MS}$-Schema „modified minimal subtraction“ die bei der dimensionalen Regularisierung auftretenden Terme der Form

$$\frac{1}{\epsilon} + \log(4\,\pi) - \gamma_E$$

subtrahiert, wobei γ_E die Eulersche Konstante ist. Die verbleibenden berechenbaren Anteile führen ebenfalls zur Modifikation der Ladung, die nach dem Übergang zum Grenzwert $\epsilon = 0$ eine Funktion der Renormierungsskala ist, sowie auch α_s, definiert als

$$\alpha_s \;\equiv\; \frac{e^2}{4\pi}$$

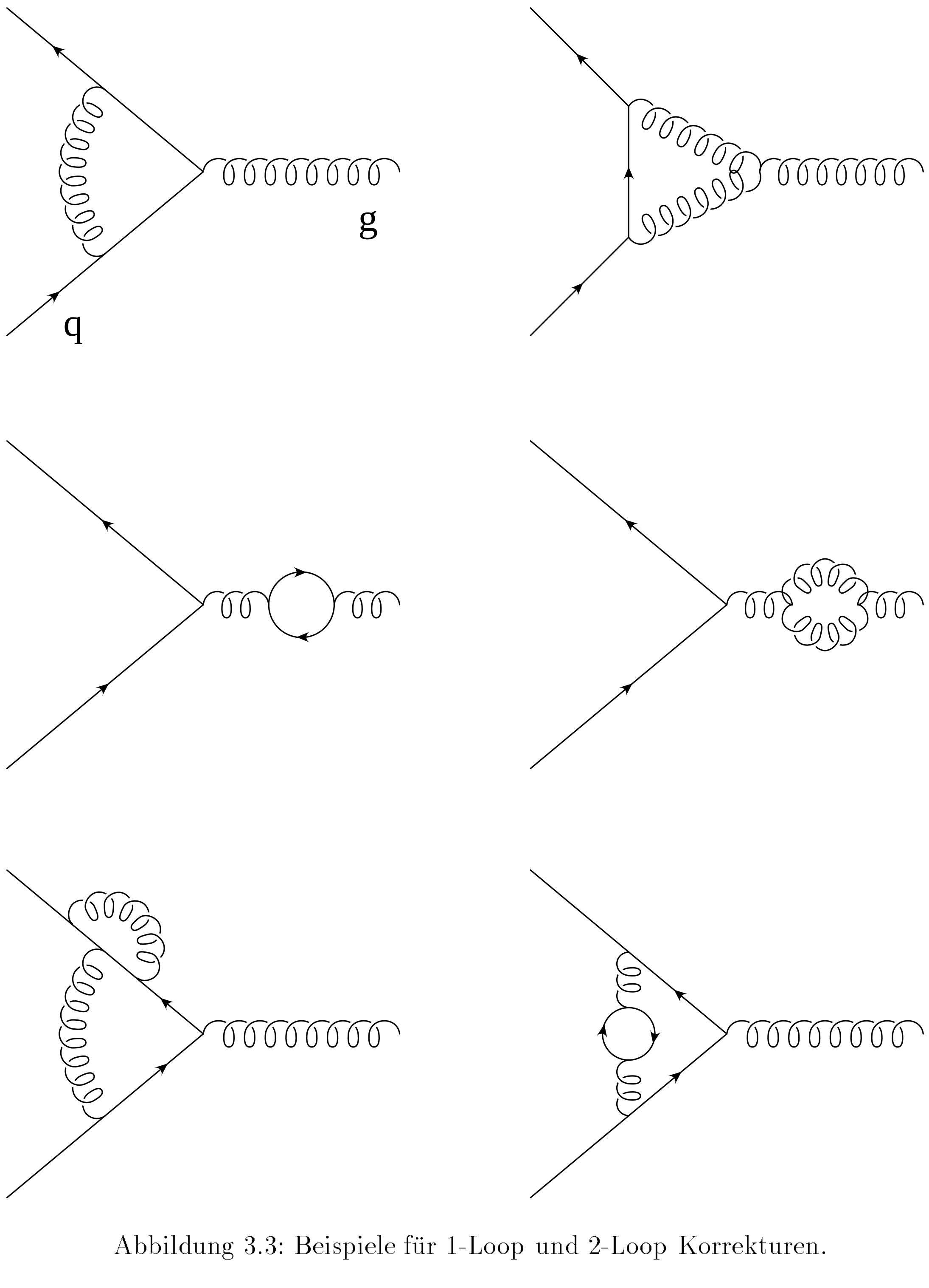

Abbildung 3.3: Beispiele für 1-Loop und 2-Loop Korrekturen.

bzw. die Kopplungskonstante g

$$g^2 \equiv 4\pi\alpha_s.$$

Es sei bemerkt, daß die Renormierung der Masse analog durchgeführt werden kann. Die explizite Beschreibung der Abhängigkeit der Kopplungskonstanten von μ_r wird durch die Renormierungsgruppengleichung (RGE)

$$\beta(g) = \mu_r^2 \frac{2\,\partial g}{\partial \mu_r^2} = -\frac{\beta_0}{(4\pi)^2} g^3 - \frac{\beta_1}{(4\pi)^4} g^5 + \cdots$$

beschrieben, wobei die β_i an Hand der Loop-Korrekturen berechnet werden können. Eine Integration der RGE bis zum ersten Term in den Grenzen $g(\mu_r^2)$ und $g'(\mu_r'^2)$ liefert

$$\log\left(\frac{\mu_r^2}{\mu_r'^2}\right) = \frac{(4\pi)^2}{\beta_0}\left(\frac{1}{g^2} - \frac{1}{g'^2}\right).$$

Ist also die Kopplungskonstante bei einem beliebigen Wert μ_r' experimentell bestimmt, so kann diese für jeden anderen Wert von μ_r umgerechnet werden. Häufig wird in der Theorie eine feste Skala Λ^2 gewählt und so die Abhängigkeit von g' durch diese ersetzt. Mit der folgenden Definition

$$\log\left(\frac{\mu_r'^2}{\Lambda^2}\right) = \frac{(4\pi)^2}{\beta_0}\frac{1}{g'^2}$$

ergibt sich für den 1-Loop Ausdruck von α_s

$$\alpha_s\left(\mu_r^2, \Lambda\right) = \frac{4\pi}{\beta_0 \log\left(\frac{\mu_r^2}{\Lambda^2}\right)}.$$

Für $\mu_r^2 \to \infty$ verschwindet die Kopplung, was als asymptotische Freiheit der QCD bezeichnet wird und die Beschreibung der Partonen als freie Teilchen ermöglicht. Wird in der RGE auch der zweite Term mitberücksichtigt, ergibt sich auf ähnliche Weise der 2-Loop Ausdruck für α_s

$$\alpha_s(\mu_r^2, \Lambda_{n_f,\overline{MS}}) = \frac{4\pi}{\beta_0\, L}\left(1 - \frac{\beta_1}{\beta_0^2}\frac{\log L}{L}\right)$$

mit

$$\beta_0 = \frac{33 - 2\,n_f}{3}, \quad \beta_1 = \frac{306 - 38\,n_f}{3}, \quad L = \log\left(\frac{\mu_r^2}{\Lambda^2_{n_f,\overline{MS}}}\right)$$

wobei das Resultat der 1-Loop Rechnung eingesetzt werden muß und ein möglicher Term $konst./(\log\frac{\mu_r^2}{\Lambda^2})^2$ in die Definition von Λ absorbiert werden kann. Hier wurde die Konstante zu Null gesetzt. Allgemein kann der n-Loop α_s-Ausdruck durch eine $(\log \frac{\mu_r^2}{\Lambda^2})^{-n}$ Reihe beschrieben werden. Es sei bemerkt, daß im Gegensatz zur 1-Loop Gleichung hier Λ vom gewählten Renormierungsschema abhängt, was durch den Index „ $\overline{MS}$ “ symbolisiert wird. Des weiteren hängen die β_i und durch die Wahl $konst. = 0$ auch $\Lambda_{\overline{MS}}$ von der Anzahl der aktiven Quarkflavours n_f (f=u,d,...) ab, die sich nach dem Wert der Renormierungsskala richtet. Ist diese kleiner als die Quarkmasse, so kann naiv gesprochen kein Quark-Antiquark Paar erzeugt und diese Flavour nicht berücksichtigt werden. Wäre $\Lambda_{\overline{MS}}$ nicht von n_f abhängig, würde dies zu Unstetigkeiten in α_s als Funktion von μ_r führen. Eine Möglichkeit, die Übergänge an der Charm-Bottom Schwelle zu beschreiben, geht auf Marciano [10] zurück.

$$\alpha_s\left(m_b^2, \Lambda^2_{5,\overline{MS}}\right) = \alpha_s\left(m_b^2, \Lambda^2_{4,\overline{MS}}\right)$$

$$\Lambda_{5,\overline{MS}} \approx \Lambda_{4,\overline{MS}} \left(\frac{\Lambda_{4,\overline{MS}}}{m_b}\right)^{\frac{2}{23}} \left[\log\left(\frac{m_b^2}{\Lambda^2_{4,\overline{MS}}}\right)\right]^{-\frac{963}{13225}}$$

Ein weiterer wichtiger Punkt ist die Wahl der Renormierungsskala. Die QCD macht darüber keine Aussage, welche die beste ist, so daß typische im Experiment auftretende Größen des harten Subprozesses wie $\sqrt{\hat{s}}$, $\sqrt{Q^2}$ und der Betrag des transversalen 3er-Jetimpulses $|\vec{p}_T|$ als Skalen benutzt werden. Dies ist numerisch wichtig, da eine Skalenänderung äquivalent zu einer Änderung der Koeffizienten der Terme höherer Ordnung in der pertubativen Entwicklung ist. Ausgehend von der 1-Loop Gleichung ergibt sich

$$\frac{\partial \alpha_s}{\partial \log \mu_r^2} = -\frac{4\pi}{\beta_0}\left[\log\left(\frac{\mu_r^2}{\Lambda^2}\right)\right]^{-2}$$

$$\frac{\alpha_s(\mu_r'^2) - \alpha_s(\mu_r^2)}{\log \mu_r'^2 - \log \mu_r^2} = -\frac{\beta_0}{4\pi}\,\alpha_s^2(\mu_r^2)$$

$$\alpha_s(\mu_r'^2) = \alpha_s(\mu_r^2)\left[1 + \frac{\beta_0}{4\pi}\log\left(\frac{\mu_r^2}{\mu_r'^2}\right)\alpha_s(\mu_r^2)\right]$$

D. h. bei einem Übergang von μ_r^2 nach $\mu_r'^2$ ändert sich α_s in der 1-Loop Approximation nicht, da die Korrekturen proportional zu α_s^2 sind und erst in den 2-Loop Koeffizienten auftreten. Daher kann α_s nur in 2-Loop Rechnungen sinnvoll bestimmt werden.

Die Beschreibung der Infrarot-Divergenzen erfolgt durch die Einbeziehung der Abstrahlung zusätzlicher kollinearer Gluonen im Endzustand, die vom Parton nicht mehr getrennt werden können. Diese Abstrahlung, auch „final state radiation“ (FSR) genannt, siehe z. B. Abbildung 3.5, hebt die virtuellen Korrekturen am Vertex exakt auf. Neben der FSR ist auch eine ISR („initial state radiation“) zulässig, bei der die Partonen vor ihrer Wechselwirkung weitere Partonen abstrahlen können. Die bei dieser Rechnung auftretenden kollinearen Divergenzen werden durch die Renormalisierung der Partondichten beseitigt. Die dabei auftretende Skala (μ_f) wird Faktorisierungsskala bezeichnet. Die Einführung der Partondichten ermöglicht es, die Wirkungsquerschnitte in der DIS („deep inelastic scattering") zu faktorisieren, d. h. sie als Summe über die Wirkungsquerschnitte aller möglichen harten Subprozesse aller Partonen, gewichtet mit den Wahrscheinlichkeiten, diese im Proton zu finden, zu berechnen:

$$\sigma = \sum_i \int d\xi \, f_{i/p}(\xi) \, \hat{\sigma}.$$

Die Partondichten $f_{i/p}$ können theoretisch nicht berechnet werden und werden experimentell als Funktion von „Bjorken" x bestimmt. Ihre Entwicklung als Funktion von μ_f^2 erfolgt durch die Altarelli-Parisi-Gleichung [11]:

$$\frac{d f_i(\xi, \mu_r^2, \mu_f^2)}{d \log(\mu_f^2)} = \sum_{j=q,\bar{q},g} \frac{\alpha_s(\mu_r^2)}{2\,\pi} \int_\xi^1 \frac{dz}{z} \left[P_{ij}\left(\frac{\xi}{z}\right) f_{j/p}(z, \mu_r^2, \mu_f^2) \right]$$

Die sog. Splitting-Funktionen P_{ij} geben dabei die Wahrscheinlichkeit an, daß ein Parton j durch Abstrahlung eines Partons in ein Parton i übergeht.

3.3 LO- und NLO-Rechnungen

Im Rahmen der QCD wird die tiefunelastische ep-Streuung, die durch einen großen Wert der Abstandsskala charakterisiert ist, durch Prozesse n-ter Ordnung in α_s ($\mathcal{O}(\alpha_s^n)$) beschrieben. Dabei werden die Partonen im Proton als asymptotisch frei angenommen, die elastisch mit dem austauschenden γ-Quant wechselwirken können. Die entsprechenden Übergangsamplituden bzw. Streuamplituden können mit Hilfe der Feynman-Regeln berechnet werden. Dazu werden bis zur gewünschten Ordnung Feynman-Graphen, die bildhafte Darstellungen der bei störungstheoretischer Entwicklung der Streumatrix auftretenden Integrale sind, aufgezeichnet und den einzelnen Elementen Faktoren zugeordnet. Die einfachste ep-Streuung ist diejenige, bei der ein Parton aus dem Proton durch das γ-Quant herausgeschlagen wird. Der dazugehörige Feynman-Graph ist in Abbildung 3.4 dargestellt. Da kein Gluon an der Wechselwirkung beteiligt ist, handelt es sich um einen Prozeß der $\mathcal{O}(\alpha_s^0)$. Dieser wird auch als Born-Term bzw. (1+1) LO (leading order) Ereignis bezeichnet, wobei „+1" für den Protonrest und „1", allgemein „n", für die Anzahl der Parton-Jets stehen. Für eine bessere Beschreibung des (1+1) Jet-Ereignisses müssen noch virtuelle und reelle Korrekturen berücksichtigt werden. Ein Teil von diesen ist in Abbildung 3.5 zu sehen. Die virtuellen Korrekturen beinhalten Terme, die einen Gluonaustausch zwischen dem Parton vor und nach der Wechselwirkung mit dem γ-Quant enthalten. Es ist aber

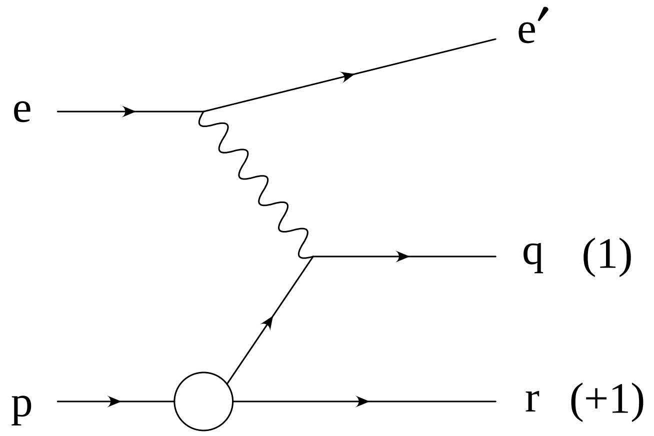

Abbildung 3.4: Feynman-Graph für ein (1+1) LO-Ereignis in der unelastischen ep-Streuung.

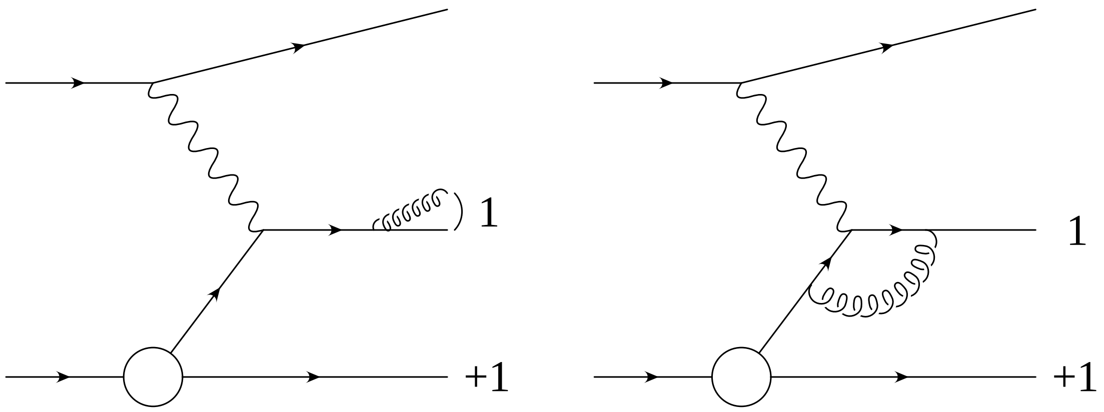

Abbildung 3.5: Beispiele für reelle und virtuelle Korrekturen beim (1+1) NLO-Ereignis.

auch möglich, daß das auslaufende Quark ein zusätzliches quasi-kollineares Gluon (final state radiation, FSR) emittiert. Dieses kann dann vom Parton nicht mehr getrennt werden, so daß beide gemeinsam nur zu einem einzigen Jet führen. Beide Korrekturen enthalten somit ein Gluon und sind deshalb proportional zu α_s und werden als (1+1) NLO (next to leading order) Ereignis bezeichnet. Natürlich könnten nicht nur ein Gluon, sondern n Gluonen jeweils ausgetauscht werden. Diese Terme würden entsprechend zur $\mathcal{O}(\alpha_s^n)$ des (1+1) Ereignisses beitragen. Emittiert dagegen das auslaufende Parton ein hartes Gluon, d. h. ein Gluon mit einen großen transversalen Impuls, ergeben sich zwei Jets im Endzustand und damit ein (2+1) LO-Ereignis. Neben diesem QCD-Compton-Prozeß kann das γ-Quant direkt mit einem Gluon wechselwirken. Bei der sog. Boson-Gluon-Fusion (BGF) entsteht ein Quark-Antiquark-Paar, das zu den beiden Jets führt. Beide

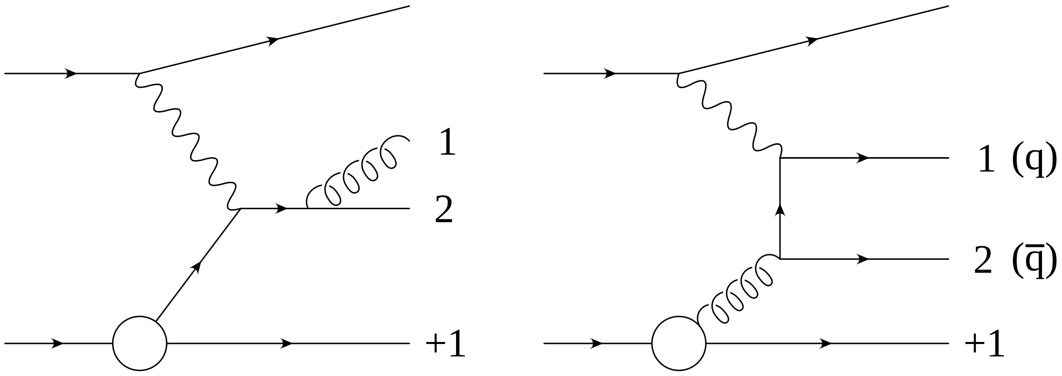

Abbildung 3.6: Ein QCD-Compton und Boson-Gluon-Fusion (2+1) LO-Ereignis.

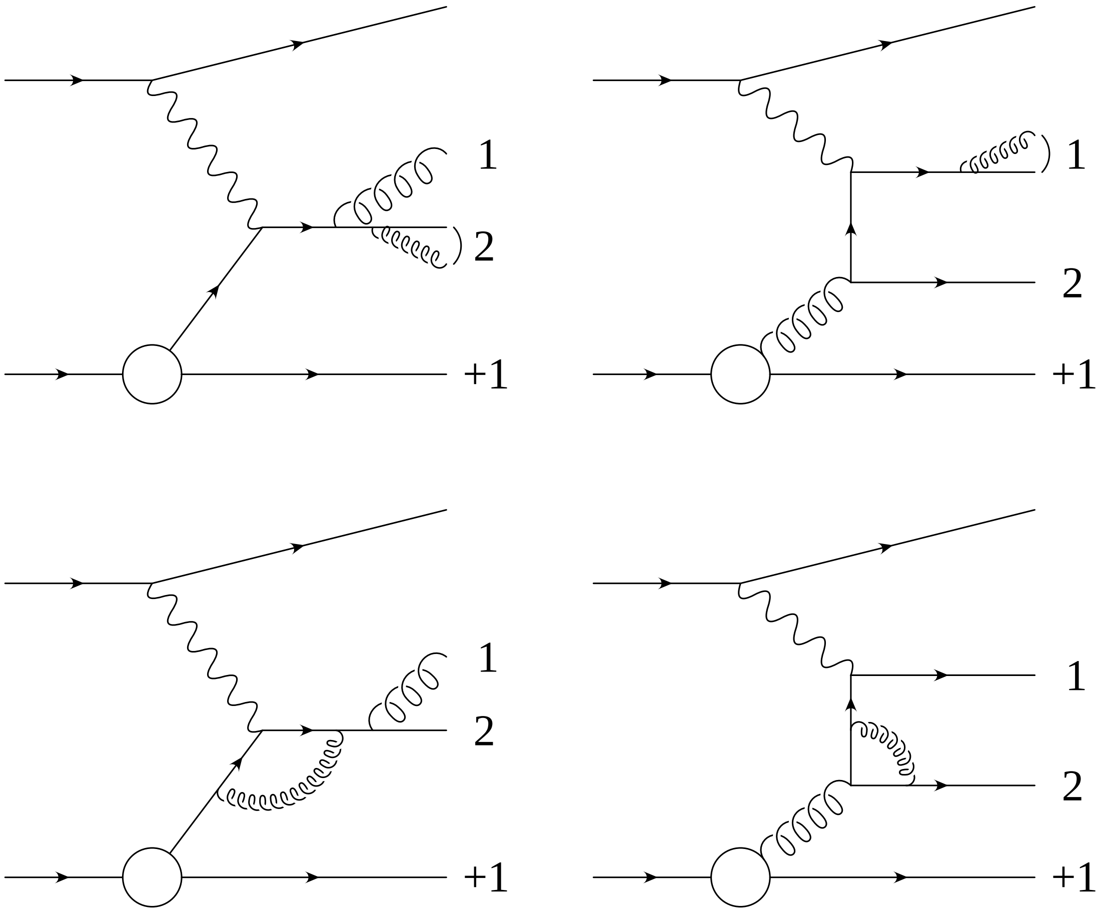

Abbildung 3.7: Beispiele für NLO-Korrekturen zum QCD-Compton und zur Boson-Gluon-Fusion.

Prozesse sind proportional zu α_s und in Abbildung 3.6 dargestellt. Auch bei der genaueren Beschreibung der (2+1) Ereignisse müssen virtuelle und reelle Korrekturen berücksichtigt werden. Diese sind teilweise in Abbildung 3.7 zu sehen und analog zu den (1+1) Korrekturen zu interpretieren. Das Resultat ist ein (2+1) NLO $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$, NNLO $\mathcal{O}(\alpha_s^3)$, usw. Ereignis. D. h. über die (2+1) Jet-Ereignisse ist es möglich, α_s zu bestimmen. Die explizite Berechnung der jeweiligen LO und NLO Jet-Wirkungsquerschnitte kann mit den MC-Programmen MEPJET [12] und DISENT [13] durchgeführt werden. MEPJET basiert dabei auf der sog. *crossing*-Methode, DISENT auf der *subtraction*-Methode. Beide Programme liefern innerhalb des statistischen Fehlers von je 3% die gleichen Resultate.

3.4 DIS-Ereignisgeneratoren

Bis hierher wurden alle Betrachtungen nur auf dem Parton-Level durchgeführt. Um aber die mit dem H1-Detektor aufgenommenen Daten mit den theoretischen Vorhersagen vergleichen zu können, wird ein entsprechendes Detektor-Level benötigt, welches auf der Simulation des H1-Detektors basiert. Dieser Übergang erfolgt mittels DIS Monte-Carlo Ereignisgeneratoren, wie LEPTO und ARIADNE. Beiden Generatoren ist gemeinsam, daß sie zunächst Partonen generieren, die der Ausgangspunkt für die Hadronisierung mit anschließender Detektorsimulation sind. Das Ziel ist es, den Zusammenhang zwischen experimentell beobachtbaren Jets und den Parton-Jets zu ermitteln. Die Simulation des H1-Detektors erfolgt mittels des Programmpakets GEANT [14]. Hier wird die Reaktion aller Komponenten des H1-Detektors simuliert, einschließlich aller Akzeptanzen, Auflösungen, Effizienzen und des elektronischen Rauschens. Die so simulierten Ereignisse entsprechen „realen“ Reaktionen und unterliegen somit der gleichen Rekonstruktion.

3.4.1 Hadronisierung

Wäre das Partonniveau der reale Endzustand, müßten freie Quarks und Gluonen mit ihren Quantenzahlen beobachtbar sein. In der Natur sind aber noch keine freien Quarks und damit keine farbige Materie beobachtet worden, d. h. es existieren nur gebundene, farbneutrale Quarkzustände, die sog. Baryonen (qqq) bzw. Mesonen ($q\bar{q}$). Der Übergang vom Partonniveau zu diesen hadronischen Zuständen wird als Schauerung und Hadronisierung bezeichnet. Die theoretische Grundlage dafür liefert das Lund-String-Modell, das auf der Annahme eines Wechselwirkungspotentials $V_{q\bar{q}}(r)$ zwischen Quark und Antiquark der Form

$$V_{q\bar{q}}(r) = -\frac{4}{3}\frac{\alpha_s}{r} + k\,r$$

basiert, wobei r für den Quarkabstand und k für eine positive Konstante stehen, und der Existenz einer Gluon-Gluon-Selbstwechselwirkung, die die zwischen

Quark und Antiquark bestehenden Farblinien zu sogenannten Strings oder Saiten zusammenzieht. In diesem Modell sind Quark und Antiquark durch gluonische Saitenstränge miteinander verbunden, die eine konstante Energiedichte pro Einheitslänge (k) aufweisen. Laufen die Quarks auseinander, wird der Abstand zwischen ihnen vergrößert, was zu einer Anspannung der Saiten führt. Ab einer bestimmten Entfernung ist es energetisch günstiger, neue Quark-Antiquark-Paare durch Aufbrechen der Strings zu erzeugen, als sie weiter zu spannen. Diesem Schauerungsschritt, bei dem gleichzeitig auch Prozesse höherer QCD–Ordnungen wie Gluonabstrahlung mitsimuliert werden, schließt sich, durch die zwischen den Quarks wirkenden starken Kräfte, eine Hadronisierung an. Es bilden sich neue Meson- bzw. Baryonzustände, die gegebenfalls weiter zerfallen. Dieser Vorgang wiederholt sich so lange, bis die dafür zur Verfügung stehende Energie aufgebraucht ist. Das endgültige Generierungsergebnis sind „stabile“ Hadronen.

3.4.2 LEPTO

Auch dem Generator LEPTO [15], es wurde die Version 6.5 benutzt, liegt eine Faktorisierung des Wirkungsquerschnitts zugrunde, so daß die einlaufenden Partonen aus dem Proton durch Partondichtefunktionen beschrieben werden können. Für diese Analyse wurde die Partondichte MSRH [16] mit $\Lambda_4 = 230\,\mathrm{MeV}$ verwandt, da diese an die HERA-Ergebnisse gemessener Strukturfunktionen angepaßt wurde. Die Generierung der QCD-Compton- und Boson-Gluon-Fusion-Prozesse erfolgt über LO-Matrixelemente, d. h. zur $\mathcal{O}(\alpha_s)$. Die beteiligten Partonen werden dabei als masselos angenommen. Der aus der Differenz zwischen dem totalen Wirkungsquerschnitt zur $\mathcal{O}(\alpha_s)$ und den beiden Wirkungsquerschnitten der BGF- und QCDC-Prozesse verbleibende Wirkungsquerschnitt wird dem (1+1) Jet-Prozeß zugeordnet, siehe Abbildung 3.5.

Um QCD-Abstrahlungen höherer Ordnung zu berücksichtigen und damit eine bessere Annäherung an NLO-Rechnungen zu erhalten, ist in LEPTO ein Modell für Partonschauer implementiert. Dieses basiert auf QCD-Partonverzweigungen in der „leading logarithm approximation“, wobei nur führende Logarithmen der QCD-Störungsreihe berücksichtigt werden. In diesem Modell entstehen zusätzliche niederenergetische und kollineare Partonen durch iterative Verzweigungen über Prozesse $q \to qg$, $g \to q\overline{q}$ und $g \to gg$, die sowohl im Anfangszustand, Abstrahlung vor dem Photonvertex, als auch im Endzustand, Abstrahlung nach dem Photonvertex, auftreten können, siehe Abbildung 3.8. Die Partonschauer im Anfangszustand werden dabei vom Vertex aus zurückgerechnet, wobei die maximale Virtualität, die zur Verfügung steht, durch den Divergenzschnitt beschränkt und der Einfluß der Partondichte berücksichtigt sind. Dadurch wird eine Überlappung der Phasenräume für das Matrixelement und die Partonschauer vermieden. Mit Hilfe der Partonschauer lassen sich somit Endzustände mit beliebig vielen Partonen erzeugen, die unter Verwendung des Lund-String-Modells Hadronen bilden. Die Benutzung vom Matrixelement (ME) und Partonschauer wird im folgenden

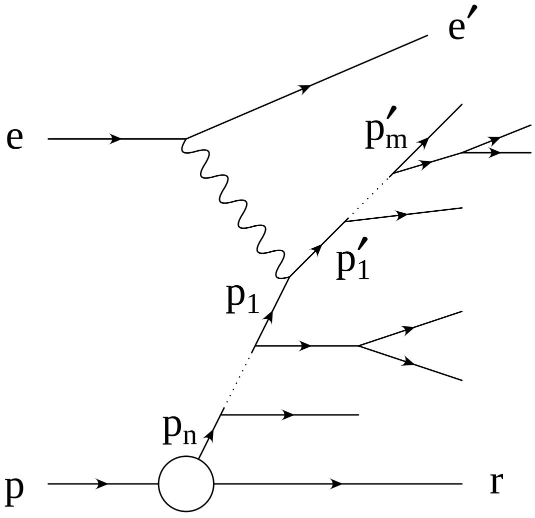

Abbildung 3.8: Schematische Darstellung der Partonschauer im Anfangs- und Endzustand einer unelastischen *ep*-Streuung.

als MEPS bezeichnet.

3.4.3 ARIADNE

Bei dem Generator ARIADNE [17], es wurde die Version 4.08 benutzt, tritt anstelle des QCD-Matrixelements und der Partonschauer ein Farbdipolmodell. Dieses kann nicht abgeschaltet und daher das Matrixelement nicht explizit berechnet werden. Des weiteren basiert es nicht auf pertubativen QCD-Annahmen, so daß das Parton-Level physikalisch nicht eindeutig definiert ist. Im Rahmen dieses Modells erfolgt die Abstrahlung von Gluonen durch Farbdipole, die zwischen gestreuten Quarks und Protonrest gebildet werden, ähnlich einem schwingendem Dipol in der Elektrodynamik. Die dabei entstehenden Farbladungen bilden neue Dipole, die wiederum strahlen können. Im Unterschied zum Partonschauermodell wird nicht zwischen Anfangs- und Endzustand unterschieden, und die Partonen werden auch nicht mit abnehmender Virtualität, sondern mit abnehmendem transversalen Impuls erzeugt. Die Hadronisierung erfolgt auch hier über das Lund-String-Modell.

3.4.4 HERWIG

Der Generator HERWIG [18], es wurde die Version 5.09 benutzt, beschreibt alle hochenergetischen Prozesse, wobei die Faktorisierbarkeit des harten Subprozesses angenommen wird. D. h. daß dieser zerlegt werden kann in einen elementaren Steuprozeß, Abstrahlungen im Anfangs- und Endzustand und eine Hadronisierung. Die Abstrahlungen erfolgen in sukzessiven Verzweigungsprozessen, wobei die Energieverteilung auf die beteiligten Partonen den DGLAP-Splitting-Funktionen genügt und ihr Emissionswinkel sich jeweils verkleinert. Die Hadronisierung in HERWIG wird durch das sogenannte Cluster-Hadronisierungs-Modell beschrieben. Dabei werden alle auslaufenden Gluonen in Quark-Antiquark-Paare aufgespalten und entstehende Farbsinglettzustände zu Clustern zusammengefaßt, die dann in Hadronen zerfallen.

3.5 Jet-Algorithmen

In den vorhergehendem Abschnitten ist schon oft der Begriff „Jet“ benutzt worden, ohne daß dieser explizit definiert wurde. Dies soll nun nachgeholt werden.

Auf Grund der Fragmentierung und anschließenden Hadronisierung ergeben sich im Endzustand einer tiefunelastischen ep-Streuung eine Vielzahl von Teilchen. Diese sind aber nicht gleichmäßig im Raum verteilt, sondern gruppieren sich in Teilchenbündeln, Jets genannt. Mathematische Vorschriften, die Jet-Algorithmen, erlauben es, aus den einzelnen Teilchen eines Bündels, die durch 4er-Vektoren beschrieben werden, einen neuen 4er-Vektor zu definieren, der den Jet repräsentiert. Das Ziel ist die Herstellung einer Korrelation zwischen den Jets und den 4er-Vektoren der Partonen, welche durch die QCD beschrieben werden. Die gleiche Prozedur kann auch auf dem Detektor-Level durchgeführt werden. Hier werden entsprechend Cluster als Objekte herangezogen. In den letzten Jahren wurden eine Vielzahl von Jet-Algorithmen entwickelt, von denen sich der Cone-, K_t- und JADE-Algorithmus experimentell durchgesetzt haben. Alle Algorithmen müssen dabei auf die folgenden drei Fragen eine Antwort finden.

1. Welche Objekte müssen als nächstes zusammengefaßt werden?

2. Wie sollen die Objekte zusammengefaßt (rekombiniert) werden?

3. Wann ist die Prozedur beendet?

Speziell der letzte Punkt ist wichtig, da dieser einen Abschneide- bzw. Auflösungsparameter benötigt, der über die Zuordnung zu einem n oder $(n+1)$ Jet-Ereignis entscheiden kann. So wird z. B. die auftretende Divergenz bei der QCD-Compton-Berechnung für kollineare Gluonabstrahlung aufgefangen, indem der Abschneideparameter so gewählt wird, daß eine Rekombination der beiden Teilchen zu einem neuen notwendig wird. Ein (2+1) Ereignis ist damit in ein (1+1) Ereignis übergegangen. Als Konsequenz sind nun alle $(n+1)$ Jet-Wirkungsquerschnitte vom verwendeten Algorithmus, der Rekombination und dem Wert für den Abschneideparameter abhängig.

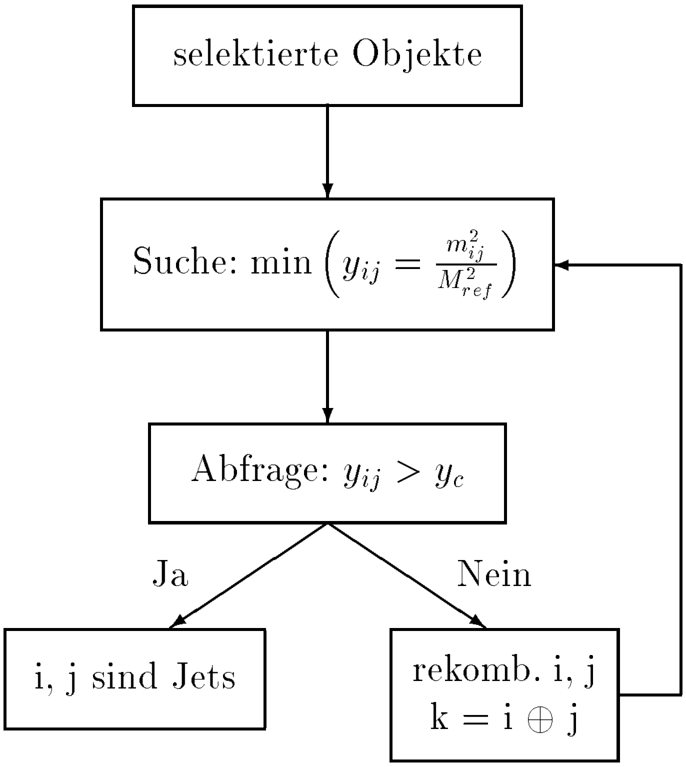

Abbildung 3.9: Flußdiagramm zur Darstellung der Funktionsweise von Cluster-Algorithmen.

3.5.1 Cone-Algorithmus

Der hier verwendete Cone-Algorithmus ist eine modifizierte Version des von der CDF-Collaboration für $p\bar{p}$-Streuung eingeführten Algorithmus [19]. Ein Jet wird definiert aus einem Satz von Objekten, die sich im Abstand $R \equiv \sqrt{\delta\eta^2 + \delta\phi^2}$ befinden, die Cone-Achse identisch der Summe der Objektimpulse ist und die Energie des Jets eine Schwelle überschreitet. $\eta \equiv -\log(\tan\frac{\vartheta}{2})$ ist dabei die Pseudorapidität und ϕ der Azimutalwinkel eines Objekts. Gesondert behandelt werden die Fälle mit einer Überschneidung der Cone-Radien und damit mehrfacher Zuordnung von Objekten zu verschiedenen Jets, siehe Ref. [20, 21]. Die Parameter des Cone-Algorithmus sind somit der Cone-Radius, die minimale Energie des Jets und das Überlappungsverhältnis.

3.5.2 JADE-Algorithmus

Der JADE-Algorithmus wurde durch die JADE-Kollaboration [22] zur Jetbestimmung in der Elektron-Positron-Annihilation eingeführt. Die prinzipielle Vorgehensweise ist schematisch in Abbildung 3.9 zu sehen. Nach der Definierung der

Schema	m_{ij}^2	Rekombination	Bemerkung
JADE	$2E_iE_j(1-\cos\vartheta_{ij})$	$p_k = p_i + p_j$	$m_i^2 = m_j^2 = 0$
E	$(p_i + p_j)^2$	$p_k = p_i + p_j$	lorentzinv.
E0	$(p_i + p_j)^2$	$E_k = E_i + E_j$ $\vec{p}_k = \frac{E_k}{\lvert\vec{p}_i+\vec{p}_j\rvert} \cdot (\vec{p}_i + \vec{p}_j)$	$\vec{p}$ nicht erhalten
P	$(p_i + p_j)^2$	$\vec{p}_k = \vec{p}_i + \vec{p}_j$ $E_k = \lvert\vec{p}_k\rvert$	E nicht erhalten

Tabelle 3.1: Die unterschiedlichen Rekombinationsschemata.

zu betrachtenden Objekte werden alle möglichen Kombinationen der invarianten Masse m_{ij}^2 zweier Objekte (i, j) skaliert auf eine Referenzmasse (M_{ref}), z. B. $\sqrt{\hat{s}}$, $\sqrt{Q^2}$, W usw. , berechnet.

$$y_{ij} = \frac{m_{ij}^2}{M_{ref}^2}$$

Als nächstes wird das Minimum dieser y_{ij} bestimmt und mit einem von außen vorgegebenen Abschneideparameter y_c verglichen. Ist das Minimum kleiner als y_c, werden die Objekte zu einem neuen Objekt $k = i \oplus j$ rekombiniert, das i-te und j-te Objekt eliminiert und die Prozedur wiederholt. Dies geschieht so lange, bis alle y_{ij} größer als y_c sind. Die Anzahl der verbleibenden rekombinierten Objekte entspricht der Anzahl der gefundenen Jets. In der ep-Streuung wird dieses Verfahren häufig ein wenig modifiziert. Auf Grund der unterschiedlichen Energie der beiden Stoßpartner sind die Protonfragmente sehr stark in Protonrichtung geboostet und der Protonrest verschwindet ganz oder teilweise im Strahlrohr. Um diesen Einfluß zu kompensieren und damit eine bessere Trennung des Protonrestes von den anderen harten Jets zu erreichen, wird ein Pseudo-Teilchen eingeführt, welches den fehlenden longitudinalen Impuls des Ereignisses zugewiesen bekommt. Dieses Pseudo-Teilchen wird als zusätzliches Objekt in die selektierten Objekte eingefügt und der Algorithmus gestartet. Es gibt nun verschiedene Möglichkeiten, die invariante Masse m_{ij}^2 zu berechnen und die Objekte (i, j) zu rekombinieren. Diese führen zu unterschiedlichen Schemata und sind in Tabelle 3.1 zusammengefaßt. Beim JADE-Schema werden die Objektmassen explizit zu Null gesetzt, so daß sich der Ausdruck für die invariante Masse auf die Energie und den Winkel zwischen den Objekten reduziert. Die Rekombination erfolgt durch die Addition der 4er-Vektoren der beiden Objekte. Werden hingegen die Objektmassen mitberücksichtigt, ergibt sich das E-Schema, welches dann lorentzinvariant ist. Das E0-Schema ist durch die Energieerhaltung und die Umskalierung des Impulses charakterisiert. Es sei bemerkt, daß das JADE- und das E0-Schema bis zur zweiten Rekombination identisch sind, solange keine Schnitte gezüglich der Energie oder des 3er-Impulses der Jets gemacht werden. Dagegen ist beim P-Schema der 3er-Impuls erhalten, und die Energie wird entsprechend umskaliert, so daß auch hier die Objekte masselos werden.

3.5.3 K_t-Algorithmus

Der K_t-Algorithmus, auch Durham-Algorithmus genannt, eignet sich für alle möglichen Reaktionen, wie e^+e^-, $p\bar{p}$, γp und ep [23] und basiert auf einer relativen Messung des transversalen 3er-Impulses. In der ep-Streuung erfolgt dies in zwei Schritten. Zuerst wird der harte Subprozeß vom Protonrest getrennt und danach erst die Bestimmung der Jets durchgeführt. All dies findet aus theoretischen Gründen im Breit-System statt, das nur durch einen 3er-Impulsübertrag des Elekrons definiert ist. Im einzelnen sieht dies wie folgt aus.

Zunächst wird ein Objekt i betrachtet und alle möglichen Kombinationen der Auflösungsgröße y_{ij} zu den übrigen Objekten j und zusätzlich eine Auflösungsgröße y_{ip} bezüglich der z-Richtung im Breit-System wie folgt berechnet, wobei $\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}} \leq M^2_{ref} \leq Q^2$ erfüllt sein muß.

$$y_{ij} \;=\; \frac{2\,(1-\cos\vartheta^*_{ij})}{M^2_{ref}}\,\min(E_i^{*2}, E_j^{*2}) \quad , \quad y_{ip} \;=\; \frac{2\,(1-\cos\vartheta^*_{ip})}{M^2_{ref}}\,E_i^{*2}$$

Dies wird für jedes Objekt i wiederholt und das Minimum aller erhaltenen Werte bestimmt. Geht dieses Minimum aus einem y_{ip}-Wert hervor, und ist $y_{ip} < 1$, wird das Objekt i eliminiert und die Berechnung neu gestartet. Führt dagegen y_{ij} zum Minimum, und ist auch hier $y_{ij} < 1$ werden die Objekte i und j rekombiniert. Dies wird so lange durchgeführt, bis alle y_{ip} und y_{ij} größer als eins sind. Als Resultat des ersten Schrittes ergeben sich sog. Macrojets, die vom Protonrest abgespalten sind. Werden sehr eng beieinander liegende Objekte betrachtet, kann $2(1-\cos\vartheta^*)$ in einer Taylor-Reihe zu $\sin^2\vartheta^*$ abgeschätzt und die Zähler in obiger Gleichung gleich dem Quadrat des transversalen Impulses im Breit-System (k_T^2) gesetzt werden. Im ersten Schritt werden also alle Objekte, die ein kleineres k_T als M_{ref} haben, zum Protonrest gezählt, es sei denn, sie sind näher zum anderen Objekt. Im zweiten Schritt kann nun versucht werden, die Macrojets für einen Auflösungsparameter $y_c < 1$ weiter aufzulösen. Dazu werden wiederum alle Kombinationen von y_{ij} berechnet und das Minimum bestimmt. Ist dieses kleiner als y_c, werden die Objekte i und j zum neuen Objekt k rekombiniert und anschließend eliminiert. Diese Prozedur wird wiederholt, bis alle y_{ij} größer als y_c sind.

Die Anzahl der verbleibenden Objekte entspricht der Anzahl der Jets. Alle so bestimmten Jets weisen einen Unterschied im transversalen Impuls auf, der von y_c abhängig ist und durch

$$\triangle k_T \geq \sqrt{y_c} \cdot M_{ref}$$

gegeben ist.

Eine andere Möglichkeit, den K_t-Algorithmus zu benutzen, ergibt sich, wenn die Bedingung $y_{ip} \leq 1$ durch $y_{ip} \leq y_c$ ersetzt wird. Damit ist eine Unterscheidung zwischen den Objekten und der z-Richtung im Breit-System nicht mehr notwendig, und die Jetbestimmung erfolgt in einem Schritt. Der sogenannte *inklusive* K_t-Algorithmus [24] ist eine dritte Variante. Hierbei werden zwei Auflösungsparameter d_{ip} und d_{ij} im Breit-System definiert als

$$d_{ip} \;=\; \vec{p}^{\,*2}_{T,i} \quad , \quad d_{ij} \;=\; \min(\vec{p}^{\,*2}_{T,i}, \vec{p}^{\,*2}_{T,j})\, R^2_{ij}$$

mit

$$R^2_{ij} \;=\; (\eta^*_i - \eta^*_j)^2 \,+\, (\phi^*_i - \phi^*_j)^2,$$

wobei $\vec{p}^{\,*}_T$, η^* und ϕ^* für den transversalen Impuls, die Pseudorapidität und den Azimutalwinkel eines Objekts stehen. Ist d_{ij} das Minimum von d_{ip} und d_{ij}, werden die Objekte i und j zum neuen Objekt k rekombiniert

$$|\,\vec{p}^{\,*}_{T,k}\,| \;=\; |\,\vec{p}^{\,*}_{T,i}\,| \,+\, |\,\vec{p}^{\,*}_{T,j}\,|$$

mit

$$\eta^*_k \;=\; \frac{|\,\vec{p}^{\,*}_{T,i}\,|\,\eta^*_i \,+\, |\,\vec{p}^{\,*}_{T,j}\,|\,\eta^*_j}{|\,\vec{p}^{\,*}_{T,k}\,|} \quad , \quad \phi^*_k \;=\; \frac{|\,\vec{p}^{\,*}_{T,i}\,|\,\phi^*_i \,+\, |\,\vec{p}^{\,*}_{T,j}\,|\,\phi^*_j}{|\,\vec{p}^{\,*}_{T,k}\,|}.$$

Für $d_{ip} = \min(d_{ip}, d_{ij})$ wird das Objekt i eliminiert und als Jet an die erste Stelle einer Jetliste eingetragen. Die Prozedur wird so lange wiederholt, bis alle Objekte in die Jetliste übertragen wurden und die Jets nach $|\,\vec{p}^{\,*}_T\,|$ sortiert sind. Eine Zuordnung zu einem $(n+1)$ Ereignis erfolgt dann durch Abzählen von Jets, die einen $|\,\vec{p}^{\,*}_{T,min}\,|$-Wert überschreiten. Damit ist der inklusive K_t-Algorithmus von der Transformation in logitudinaler Richtung invariant und unabhängig von einem Auflösungsparameter y_c. Studien zu diesen beiden Varianten wurden nicht durchgeführt.

Zum Abschluß sollen die unterschiedlichen (2+1) Jet-Phasenräume der jeweiligen Jet-Algorithmen gegenübergestellt werden. Zur Beschreibung wurden die Größen x_p und z_p herangezogen, da sich damit die (2+1) Wirkungsquerschnitte leicht darstellen lassen [25]. Mit den in Abbildung 3.1 eingeführten Bezeichnungen können die beiden Skalenvariablen x_p und z_p wie folgt definiert werden

$$x_p \;\equiv\; \frac{Q^2}{2\,p\cdot q} \;=\; \frac{Q^2}{Q^2+\hat{s}} \;=\; \frac{x}{\xi} \qquad (x \leq x_p \leq 1)$$

$$z_p \;\equiv\; \min\,(z_1, z_2) \qquad (0 \leq z_p \leq 0.5)$$

wobei z_i für $i = 1, 2$ definiert ist als

$$z_i \equiv \frac{p \cdot p_i}{p \cdot q} = \frac{P \cdot p_i}{P \cdot p_1 + P \cdot p_2} = \frac{1}{2}(1 - \cos\vartheta_i^\star).$$

Dabei ist $p = \xi P$ der Impulsbruchteil des Protons, der vom Parton getragen wird. $\hat{s}$ entspricht dem Quadrat der invarianten Masse der beiden Jets bzw. im Fall von LO-Rechnungen der Partonen im Endzustand ($\hat{s} = m_{12}^2 = (p_1 + p_2)^2$), und $\vartheta_i^\star$ entspricht dem Polarwinkel des Jets mit dem Index i im γ-Parton-System. Es ist leicht zu sehen, daß $x \leq x_p \leq 1$ und $0 \leq z_i \leq 1$ gelten. Da ferner $z_1 + z_2 = 1$ ist, bleibt z_p auf das Intervall $[0, 0.5]$, wie oben angegeben, beschränkt. Es sei bemerkt, daß bei allen Berechnungen die Massen der Jets vernachlässigt wurden.

Die jeweiligen Jet-Algorithmen basieren auf unterschiedlichen Definitionen zur Bestimmung von (2+1) Jet-Ereignissen, die sich in verschiedenen Grenzen für x_p und z_p widerspiegeln. Für den JADE-Algorithmus mit W als M_{ref} ergeben sich die folgenden Relationen

$$\begin{aligned}
z_p^{min} &= \frac{(1-x)\,x_p}{x_p - x}\,y_c \\
x_p^{min} &= \frac{x}{1 - 2\,(1-x)\,y_c} \\
x_p^{max} &= \frac{x}{x + (1-x)\,y_c} = \frac{Q^2}{Q^2 + y_c\,W^2}.
\end{aligned}$$

D. h. der Phasenraum ist von x und y_c abhängig.

Der Cone-Algorithmus akzeptiert hingegen nur Jets, deren transversale Energie (E_T) einen minimalen Wert ($E_{T,min}$) überschreitet, wobei (E_T) durch $\hat{s}$ und z_p ausgedrückt werden kann:

$$E_T^2 = z_p\,(1 - z_p)\,\hat{s}.$$

Da $E_T \geq E_{T,min}$ und $\hat{s} \geq 4\,E_{T,min}^2$ gelten, können die Grenzen für z_p leicht bestimmt werden. Ferner ist der Cone-Phasenraum im Gegensatz zum JADE-Phasenraum nicht durch den W^2-Wert unterdrückt, was zu einer höheren Statistik führt.

Für den K_t-Algorithmus können die beiden Auflösungsparameter und damit die (2+1) Jet-Phasenraumgrenzen nach Ref. [26] bestimmt werden zu

$$y_{ij} = \frac{1 - x_p}{x_p}\,M_{ref}^2 \cdot \min\left\{\frac{x_p + z_i - 2x_p z_i}{1 - x_p - z_i + 2x_p z_i}, \frac{1 - x_p - z_i + 2x_p z_i}{x_p + z_i - 2x_p z_i}\right\}$$

und

$$y_{ip} = \frac{z_i\,(1 - x_p - z_i + 2x_p z_i)}{x_p}\,M_{ref}^2.$$

In Abbildung 3.10 sind die jeweiligen (2+1) Jet-Phasenräume für $Q^2 > 100\mathrm{GeV}^2$ in der (x_p, z_p)-Ebene dargestellt, wobei jeder Punkt einem LEPTO Monte-Carlo

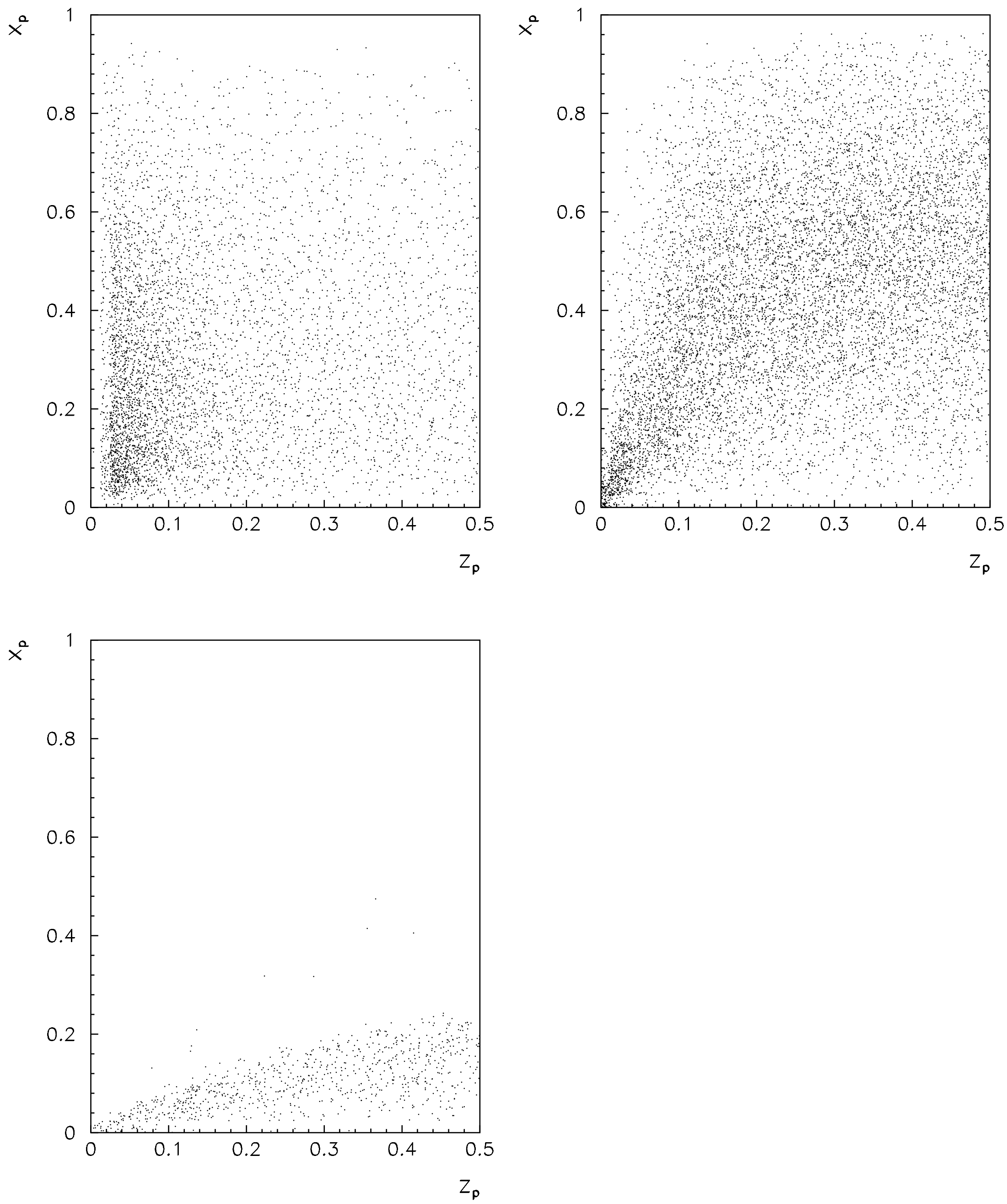

Abbildung 3.10: (2+1) Jet-Phasenräume für den a) JADE-, b) Cone-, c) K_t-Algorithmus mit $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$.

Ereignis auf Parton-Level entspricht. Dabei wurden $R = 1$ für den Cone-Radius, $y_c = 0.02$ und $y_c = 0.5$ für den JADE- bzw. K_t-Auflösungsparameter gesetzt und als Skalen W bzw. $\sqrt{Q^2}$ verwandt. Die hier zugrundeliegenden kinematischen Schnitte sind in Abschnitt 4.2 angegeben und erläutert.

3.6 α_s-Bestimmung über die (2+1) Jetrate

In den vorhergehenden Abschnitten wurde an Hand der Feynman-Graphen aufgezeigt, daß eine α_s-Bestimmung über die (2+1) Jetereignisse für unterschiedliche Q^2-Bereiche in einem einzigen Experiment erfolgen kann. Die naheliegenste Methode wäre nun die Messung des differentiellen (2+1) Jet-Wirkungsquerschnitts mit anschließendem Vergleich mit NLO-Rechnungen. Diese Vorgehensweise ist aufwendig, da sie insbesondere genaue Luminositätsmessung und Detektoreffizienzbestimmung voraussetzt. Eine elegantere Möglichkeit zur α_s-Bestimmung, bei der die oben genannten Probleme entfallen, ist die über die (2+1) Jetrate (R_{2+1}), wie sie in [6] vorgestellt wurde. R_{2+1} ist dabei auf der theoretischen bzw. experimentellen Seite definiert als

$$R_{2+1} = \left(\frac{d\sigma_{2+1}}{d\sigma_{tot}}\right)_{Theor.} = \frac{N_{2+1}/\mathcal{L}}{N_{tot}/\mathcal{L}} = \left(\frac{N_{2+1}}{N_{tot}}\right)_{Exp.},$$

wobei folgende Notation zugrunde liegt.

σ_{2+1}	=	(2+1) Jet-Wirkungsquerschnitt $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$
σ_{tot}	=	totaler Wirkungsquerschnitt $\mathcal{O}(\alpha_s)$
N_{2+1}	=	Anzahl der (2+1) Jetereignisse
N_{tot}	=	totale Anzahl der Ereignisse
$\mathcal{L}$	=	integrierte Luminosität

Werden nun auf der theoretischen Seite $\mu_r^2 = \mu_f^2 = Q^2$ gesetzt und kleine Q^2-Intervalle betrachtet, in denen sich α_s wenig ändert, kann α_s durch den mittleren Q^2-Wert approximiert und aus dem Matrixelement extrahiert werden. Die jeweiligen Wirkungsquerschnitte können dann geschrieben werden als

$$\begin{aligned}
d\sigma_{tot}(Q^2,\alpha_s) &= d\sigma_{1+1}(Q^2,\alpha_s,y_c) + d\sigma_{2+1}(Q^2,\alpha_s,y_c) + \dots \\
d\sigma_{1+1}(Q^2,\alpha_s,y_c) &= A_{20}(Q^2) + \alpha_s(Q^2,\Lambda^2)\, A_{21}(Q^2,y_c) \\
d\sigma_{2+1}(Q^2,\alpha_s,y_c) &= \alpha_s(Q^2,\Lambda^2)\, A_{31}(Q^2,y_c) + \alpha_s^2(Q^2,\Lambda^2)\, A_{32}(Q^2,y_c),
\end{aligned}$$

wobei A_{ij} für den $((i-1)+1)$ reduzierten Jet-Wirkungsquerschnitt zur $\mathcal{O}(\alpha_s^j)$ steht und nur vom Matrixelement und der verwendeten Partondichte abhängt. Diese ist zwar implizit durch die Altarelli-Parisi-Gleichung von α_s abhängig, der dadurch entstehende Fehler ist aber verhältnismäßig klein. Durch Einsetzen dieser

Ausdrücke in die R_{2+1}-Definition und Taylor-Entwicklung nach α_s folgt:

$$\begin{aligned} R_{2+1}(Q^2, y_c) &= \frac{\alpha_s A_{31} + \alpha_s^2 A_{32}}{A_{20} + \alpha_s(A_{21} + \tilde{A}_{31})} \\ &= \alpha_s \frac{A_{31}}{A_{20}} \left[1 + \left(\frac{A_{32}}{A_{31}} - \frac{A_{21} + \tilde{A}_{31}}{A_{20}} \right) \alpha_s + \mathcal{O}(\alpha_s^2) \right], \end{aligned}$$

wobei „$\sim$" symbolisieren soll, daß die (2+1) Ereignisse, die zu $d\sigma_{2+1}$ bzw. $d\sigma_{tot}$ beitragen, anderen Jetschnitten genügen können. Die Taylor-Entwicklung zeigt, daß obwohl der totale Wirkungsquerschnitt nur bis zur $\mathcal{O}(\alpha_s)$ berechnet wurde $R_{2+1}(Q^2, y_c)$ bis zur $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ korrekt ist. Die obige R_{2+1}-Gleichung kann nach α_s aufgelöst und somit als Funktion von R_{2+1} und den Koeffizienten A_{ij} ausgedrückt werden.

$$\alpha_s(Q^2) = -\frac{g - h\, R_{2+1}(Q^2, y_c)}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{[g - h\, R_{2+1}(Q^2, y_c)]^2 + 4\, f\, R_{2+1}(Q^2, y_c)}$$

mit

$$f = \frac{A_{20}}{A_{32}}, \qquad g = \frac{A_{31}}{A_{32}}, \qquad h = \frac{A_{21} + \tilde{A}_{31}}{A_{32}}$$

Nun kann die mit dem Detektor bestimmte (2+1) Jetrate nicht direkt für R_{2+1} eingesetzt werden, da die pertubativen QCD-Rechnungen nur auf dem Partonniveau basieren. Der Übergang vom Detektor- zum Parton-Level geschieht über ein DIS Monte-Carlo. Dabei werden zunächst die jeweiligen R_{2+1}-Werte auf dem Parton bzw. Detektor-Level bestimmt und anschließend das Verhältnis gebildet, was zu einem sog. Korrekturfaktor K führt:

$$K \equiv \frac{R_{2+1}^{Par}}{R_{2+1}^{Det}} \stackrel{!}{=} \frac{R_{2+1}}{R_{2+1}^{Dat}}.$$

D. h. unter der Annahme, daß die Daten den gleichen K-Faktor aufweisen, ist ihre Transformation auf das Parton-Level möglich und damit eine Korrelation zwischen R_{2+1}^{Dat} und α_s gegeben. An die α_s-Werte für die jeweiligen Q^2-Bereiche kann nun die RGE über einen χ^2-Fit angepaßt werden, wobei $\Lambda_{n_f,\overline{MS}}$ als einziger freier Parameter fungiert

$$\chi^2(\Lambda^2_{n_f,\overline{MS}}) = \min \sum_{k=1}^{N} \frac{\left[\alpha_s(Q_k^2) - \alpha_s(Q_k^2, \Lambda^2_{n_f,\overline{MS}})\right]^2}{\left[\sigma\left[\alpha_s(Q_k^2)\right]\right]^2}$$

und der statistische Fehler sich zu

$$\begin{aligned} \sigma\left[\alpha_s(Q_k^2)\right] &= \frac{\partial \alpha_s(Q_k^2)}{\partial R_{2+1}(Q^2, y_c)}\, dR_{2+1}(Q^2, y_c) \\ &= \left(\frac{h}{2} \pm \frac{2f - h\,(g - h\, R_{2+1}(Q^2, y_c))}{2\sqrt{(g - h\, R_{2+1}(Q^2, y_c))^2 + 4\, f\, R_{2+1}(Q^2, y_c)}} \right) dR_{2+1}(Q^2, y_c) \end{aligned}$$

berechnen läßt, wobei dR_{2+1} durch

$$dR_{2+1} = \sqrt{K^2\,\sigma^2(R_{2+1}) \;+\; \left(R_{2+1}^{Dat}\right)^2 \left[\left(\frac{1}{R_{2+1}^{Det}}\right)^2 \sigma^2(R_{2+1}^{Par}) \;+\; \left(-\,\frac{R_{2+1}^{Par}}{(R_{2+1}^{Det})^2}\right)^2 \sigma^2(R_{2+1}^{Det})\right]}$$

gegeben ist. Als Fehler für die Rate wurde der Effizienzfehler angenommen.

$$\sigma^2(R_{2+1}) \;=\; \frac{R_{2+1}\,(1\;-\;R_{2+1})}{N_{tot}}$$

Unter Verwendung des so bestimmten $\Lambda_{n_f=4}$-Wertes kann $\alpha_s(M_Z^2)$ berechnet und mit anderen Experimenten verglichen werden.

Kapitel 4

Ereignisselektion

Um die Kopplungskonstante α_s bestimmen zu können, müssen aus der Vielfalt der mit dem H1-Detektor aufgenommenen Ereignisse die aus der tiefunelastischen Streuung stammenden selektiert werden. Die Selektion stützt sich dabei vorwiegend auf die Identifikation des gestreuten Elektrons im Flüssig-Argon-Kalorimeter oder BEMC. Das Resultat sind zwei getrennte Sätze von Ereignissen, die weiteren Kriterien (Schnitten) genügen müssen.

4.1 Identifikation des gestreuten Elektrons

Für die jeweiligen Datensätze wurden zur Elektronsuche entsprechende Elektronfinder benutzt, die über das H1-Analyseprogrammpaket H1PHAN [27] verfügbar sind. Ausgangspunkt für die Elektronfinder bilden Cluster bzw. Zellen in den elektromagnetischen Kalorimetern.

4.1.1 Elektron im BEMC

Zum Auffinden von Elektronen im BEMC wurde QFSELM als Elektronfinder benutzt, siehe auch Ref. [28]. Dieser betrachtet den Cluster mit der höchsten Energie als Elektronkandidat. Da das gestreute Elektron auf jeden Fall die BPC durchquert, wurde zusätzlich verlangt, daß der Abstand zwischen dem Schwerpunkt des Clusters im BEMC und dem nächsten Treffer in der BPC kleiner als 15 cm ist. Dazu wird der Cluster auf $z = -141.1$ cm verschoben und auf die BPC-Ebene projiziert. Des weiteren sollen die Beträge der x- und y-Koordinaten des Clusterschwerpunktes größer als 14 cm sein und der Streuwinkel des Elektrons, bestimmt aus dem Ereignisvertex und dem Treffer in der BPC, innerhalb von 160° und 173° liegen. Dies gewährleistet eine gute Rekonstruktion der Cluster- und damit der Elektronenergie.

4.1.2 Elektron im LAr

Die Elektronidentifikation im LAr erfolgte mittels QFSELH [29], welches auf charakteristischen Eigenschaften von elektromagnetischen Schauern wie räumlicher Isolation, Kompaktheit und deponierter Gesamtenergie basiert. Dabei werden die Informationen von Kalorimeterzellen verwandt und die Cluster nur als Zeiger benötigt. Als Elektronkandidat dienen Cluster mit den höchsten transversalen Impulsen, die mindestens 2° von einer ϕ-Kante entfernt sind und deren elektromagnetischer Anteil 80 % an der gesamten Clusterenergie ausmacht. Um Cluster mit höchstem $|\vec{p}_T|$ werden zwei Zylinder der Länge 30 cm und einem Radius von 15 cm bzw. 30 cm gelegt, so daß diese bis zur ersten Lage des hadronischen Kalorimeters reichen. Die räumliche Isolation bzw. Kompaktheit der Schauer wird dadurch realisiert, daß die aufsummierte Energie zwischen den beiden Zylinderradien kleiner als 1.2 GeV sein muß und die Summe von vier höchstenergetischen Zellen mehr als 50 % der gesamten Clusterenergie beträgt. Des weiteren wird gefordert, daß die Gesamtenergie oberhalb der ersten Lage des hadronischen Kalorimeters kleiner als 0.5 GeV sein muß und daß der Anteil der in der ersten elektromagnetischen Lage deponierten Energie an der gesamten Clusterenergie zwischen 0 % und 90 % liegt. Abschließend wird verlangt, daß $y_e < 0.9$ ist und der Elektronenstreuwinkel in Bezug auf den Ereignisvertex und den Clusterschwerpunkt im Bereich von 10° und 160° liegt. Dies gewährleistet eine minimale Elektronenergie bzw. vollständige Schauerbildung im Kalorimeter. Als Energie des gestreuten Elektrons definiert QFSELH die Summe der Energien aller Zellen, die sich innerhalb des Zylinders mit dem Radius von 15 cm um den Clusterschwerpunkt befinden.

Neben diesen QFSELH-Forderungen wurde eine Spur der zentralen Spurkammer innerhalb von 7° auf den Clusterschwerpunkt verlangt und eine Elektronenergiekorrektur in Abhängigkeit von der z-Koordinate, siehe Ref. [30], durchgeführt. Des weiteren wurde ein Konus in der (η, ϕ)-Ebene mit dem Radius $R = 0.5$ cm um das gefundene Elektron gelegt und alle darin befindlichen Cluster gelockt, um so mögliche Streucluster um das Elektron bei der Bestimmung des hadronischen Endzustandes zu vermeiden.

4.2 Kinematische Schnitte

Neben der tiefunelastischen Streuung können auch Ereignisse aus der Photoproduktion und der Strahlwechselwirkung mit dem Restgas, sog. „beamhalos“ zum Auffinden eines Elektrons im BEMC oder LAr führen. Diese Untergrundereignisse sind für die Jetanalyse störend und werden durch zusätzliche kinematische Schnitte eliminiert. Dabei wird zwischen gemeinsamen und datensatzabhängigen Schnitten unterschieden.

BEMC und LAr

- $|\mathbf{Z_{Vertex}} - \overline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{Vertex}}| < \mathbf{30\,cm}$. Der Ereignisvertex soll innerhalb des Intervalls ± 30 cm um den mittleren Vertex aller Ereignisse ($\overline{Z}_{Vertex}$) liegen. Für die 94er Daten lag $\overline{Z}_{Vertex}$ bei ca. 5 cm, für die 95er Daten bei ca. 1 cm Dieser Schnitt eliminiert die beamhalo-Ereignisse, da diese keinen definierten Vertex besitzen.

- $\mathbf{W^2_{DW} > 5000\,GeV^2}$. Diese Bedingung stellt zum einen sicher, daß genügend hadronische Energie zur Jetbestimmung vorhanden ist. Zum anderen entspricht sie für kleine Q^2-Werte einem unteren y-Schnitt und unterdrückt damit die radiativen Abstrahlungskorrekturen. Ferner garantiert sie eine gute Bestimmung der übrigen kinematischen Größen über die Elektronmethode. W^2 wurde aber selbst mit Hilfe der Doppel-Winkel-Methode bestimmt und hängt somit nicht im Detail vom Jetendzustand ab.

BEMC

- $\mathbf{10 < Q^2_e < 100\,GeV^2}$. Diese Forderung gewährleistet daß es keine Überlappung von Ereignissen in Q^2 gibt, da Elektronen mit $Q^2_e < 100\,\mathrm{GeV}^2$ auch ins LAr gestreut werden können.

- $\mathbf{E_{e'} > 14\,GeV}$. Dieser Schnitt entspricht $y_e \lesssim 0.5$ und unterdrückt möglichen Untergrund aus der Photoproduktion durch mißidentifizierte Hadronen, da das BEMC kein hadronisches Kalorimeter besitzt.

- $\mathbf{160^\circ < \vartheta_{e'} < 173^\circ}$. Siehe Abschnitt 4.1.1

LAr

- $\mathbf{Q^2_e > 100\,GeV^2}$. Diese Bedingung verhindert einen Überlapp mit Elektronen im BEMC.

- $\mathbf{E_{e'} > 11\,GeV}$. Diese Forderung sichert einen guten Elektronkandidaten.

- $\mathbf{y_e < 0.7}$. Dieser Schnitt unterdrückt wie beim BEMC-Datensatz den Untergrund aus der Photoproduktion.

- $\mathbf{10^\circ < \vartheta_{e'} < 150^\circ}$. Durch diese Bedingung wird sichergestellt, daß das Elektron im LAr detektiert wird und somit die vorhandene Lücke zum BEMC ausgeschlossen bleibt.

BEMC	LAr
$10 < Q_e^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$	$Q_e^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$
$160° < \vartheta_{e'} < 173°$	$10° < \vartheta_{e'} < 150°$
$E_{e'} > 14\,\mathrm{GeV}$	$E_{e'} > 11\,\mathrm{GeV}$
	$y_e < 0.7$
	$38\,\mathrm{GeV} < \sum_i (E_i - p_{z,i}) < 70\,\mathrm{GeV}$
$W_{DW}^2 > 5000\,\mathrm{GeV}^2$	
$\lvert Z_{Vertex} - \overline{Z}_{Vertex}\rvert < 30\,\mathrm{cm}$	

Tabelle 4.1: Zusammenstellung der kinematischen Schnitte für die jeweiligen Datensätze.

- $\mathbf{38\,GeV} < \sum_\mathbf{i} (\mathbf{E_i} - \mathbf{p_{z,i}}) < \mathbf{70\,GeV}$. Hierbei stehen E_i für die Energie von LAr-Clustern und $p_{z,i}$ für den zugehörigen Impuls in z-Richtung. Bei idealer Auflösung ist die Summe $E - p_z$ gleich der doppelten Elektronstrahlenergie, d. h. 54 GeV und ermöglicht so die Unterdrückung von Photoproduktionsereignissen, bei denen Energie in Richtung des Elektronstrahls verloren geht. Ferner werden Ereignisse aus tiefunelastischer Streuung verworfen, bei denen das Elektron ein Photon im Anfangszustand emittiert. Auch Strahlrohrereignisse mit Restgaskernen werden durch diesen Schnitt eliminiert, da $E - p_z \approx m_{Kern}$ entspricht und das Restgas nur aus leichten Elementen besteht.

Alle oben angeführten Schnitte für die beiden Datensätze sind in Tabelle 4.1 nochmals in kompakter Form zusammengefaßt. Mit den so gewählten Schnitten ist die Triggereffizienz für den BEMC-Datensatz größer als 99 % und für den LAr-Datensatz größer als 97 %.

4.3 Selektierte Ereignisse

In Abbildung 4.1 und 4.2 sind zwei typische H1-Ereignisse abgebildet, für die das Elektron im BEMC bzw. LAr nachgewiesen wurde und die im vorhergehenden Abschnitt angegebenen Selektionskriterien erfüllt. Die gesamten selektierten Ereignisse sind dagegen in Abbildung 4.3 zu sehen, wo jeder Punkt in der (Q^2, x)-Ebene einem Ereignis entspricht. Q^2 und x wurden dabei mit der Elektronmethode bestimmt. Es sind deutlich die beiden Datensätze zu erkennen, und obwohl eine Lücke zwischen diesen zu sehen ist, ist der gesamte Q^2-Bereich

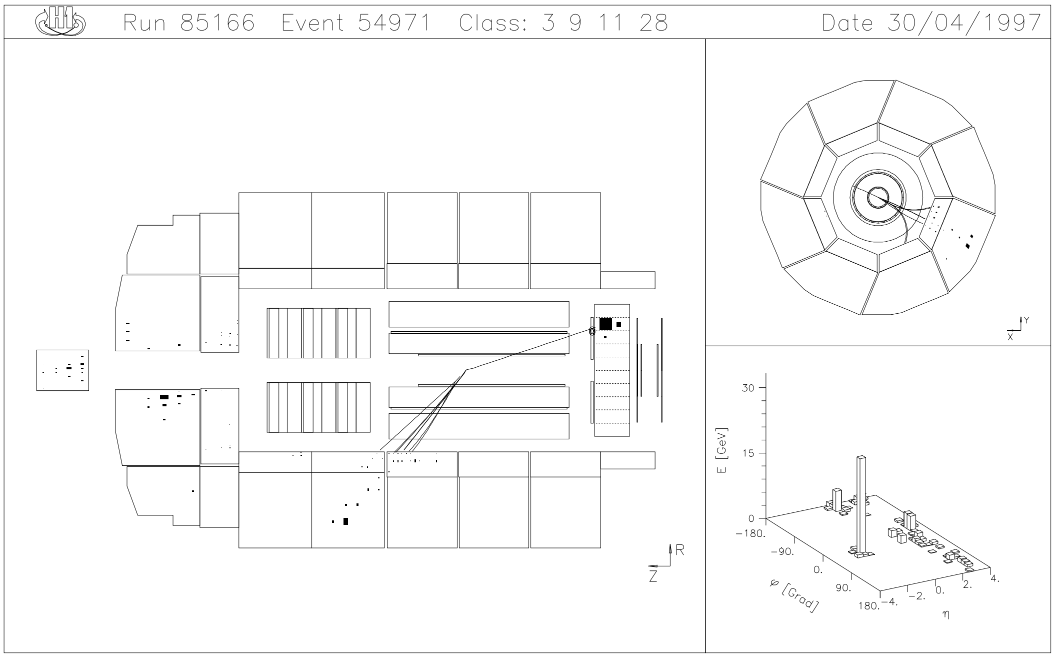

Abbildung 4.1: Ein H1-Ereignis mit Elektron im BEMC.

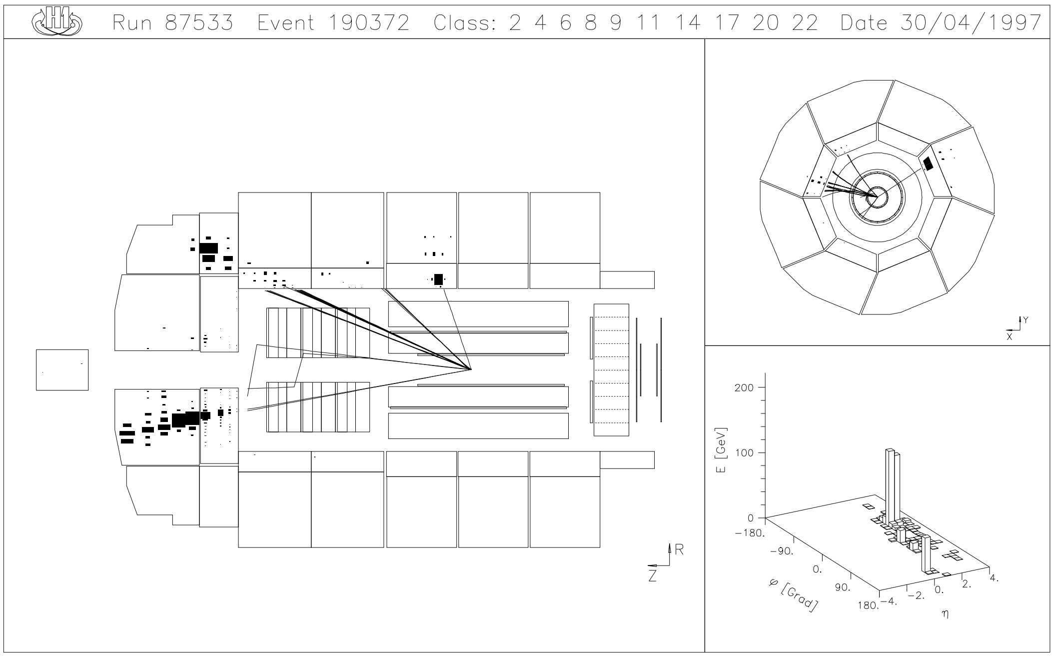

Abbildung 4.2: Ein H1-Ereignis mit Elektron im LAr.

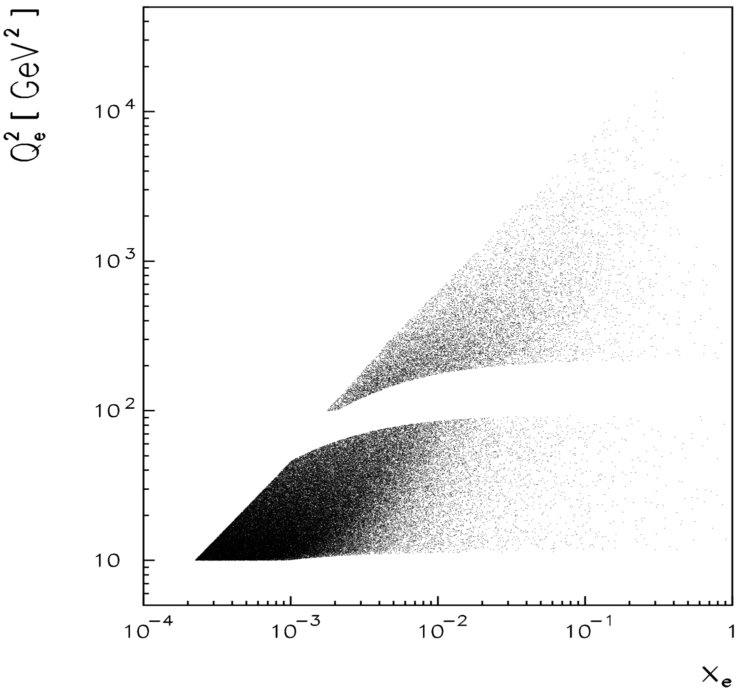

Abbildung 4.3: Selektierte Ereignisse in der (Q^2, x)-Ebene, wobei jeder Punkt einem Ereignis entspricht. Q^2 und x wurden mit der Elektron-Methode bestimmt.

vollständig überdeckt. Auf Grund der kinematischen Schnitte im Polarwinkel macht der mittlere Wert von x für $Q^2 = 100\,\mathrm{GeV}^2$ einen Sprung, so daß Ereignisse mit etwas höherem Q^2-Wert einen kleineren x-Wert aufweisen als Ereignisse mit kleinerem Q^2-Wert. Für die 94er-Datennahme wurde eine integrierte Luminosität von $2.74\,pb^{-1}$ bestimmt. Diese führte zu 112985 Ereignissen, wo ein Elektron im BEMC- und zu 5410 Ereignissen wo ein Elektron im LAr-Kalorimeter nachgewiesen wurde. Während der 95er-Datennahme wurden dagegen $3.84\,pb^{-1}$ angesammelt und 8280 Ereignisse im LAr-Kalorimeter selektiert. Somit standen insgesamt 13690 Ereignisse zur Bestimmung der Jetendzustände im LAr-Datensatz zur Verfügung. Der Anteil an Ereignissen mit einer Rapiditätslücke wurde für den BEMC- und LAr-Datensatz zu 5% bzw. 1% abgeschätzt. Als Selektionkriterium mußte der Abstand in der Pseudorapidität zwischen dem am meisten in der Vorwärtsrichtung liegenden Cluster mit einer Energie oberhalb von 400 GeV und der ersten LAr-Kalorimeterzelle größer als 1.8 sein. Bevor die Jetendzustände im nächsten Kapitel studiert werden soll erst gezeigt werden, daß DIS Monte-Carlo Ereignisse die kinematischen Verteilungen der selektierten Daten beschreiben. Für diese Analyse wurde als Monte-Carlo LEPTO im MEPS-Modus, siehe Abschnitt 3.4.2, verwendet. Als Referenzgrößen dienen Q_e^2, W_{DW}^2, $\vartheta_{e'}$ und $E_{e'}$ bzw. y_e.

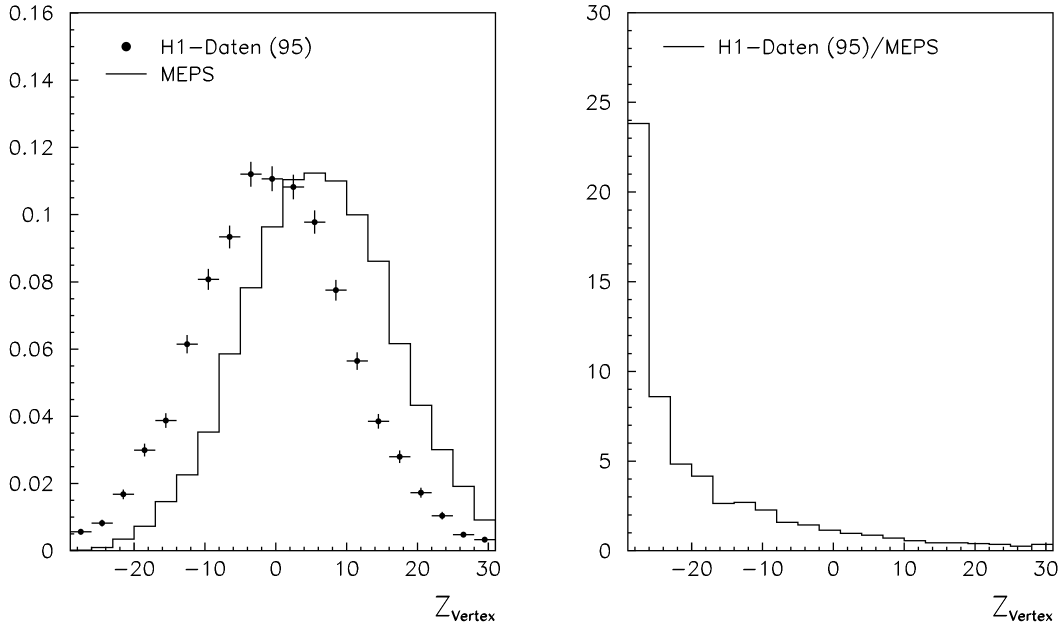

Abbildung 4.4: Vergleich der Z_{Vertex}-Verteilungen zwischen H1-Daten und LEPTO im MEPS-Modus für den 95er-Datensatz und die resultierenden Korrekturfaktoren.

Es sei bemerkt, daß die LEPTO-Ereignisse speziell für die 95er-Daten mit einem falschen Z_{Vertex} simuliert wurden und daher eine Korrektur notwendig war. Dazu wurden die Ereignisse der Daten und der Monte-Carlo histogrammisiert, auf eins normiert, und der Quotient gebildet, siehe Abbildung 4.4. Als Resultat ergaben sich Bin abhängige Korrekturfaktoren, mit denen die jeweiligen simulierten Ereignisse gewichtet wurden. Die 94er Monte-Carlo Ereignisse mußten zusätzlich mit einem konstanten Faktor gewichtet werden, da die Anzahl des 95er Monte-Carlo Ereignisse kleiner war als die der 94er, obwohl in der 95er-Datennahme mehr Luminosität angesammelt wurde. Die resultierenden Vergleichshistogramme sind für den BEMC-Datensatz in Abbildung 4.5 bzw. für den LAr-Datensatz in Abbildung 4.7 zu sehen, wobei der Index „e“ und „DW“ nicht mitangegeben wurde. Im allgemeinen werden die Verteilungen in ihrer Form beschrieben. Unterschiede in der Winkelverteilung des gestreuten Elektrons sind für $\vartheta_{e'} > 170°$ in Abbildung 4.5a zu erkennen. Dies hängt mit der Akzeptanzgrenze des BEMC in Elektronrichtung zusammen und spiegelt sich für kleine Q^2-Werte in der Q^2-Verteilung wider. Diese steigt auf Grund der Akzeptanzgrenze der Kalorimeter zu großen Polarwinkeln ϑ zunächst an und fällt erst für höhere Q^2-Werte ab, besser zu sehen in Abbildung 4.7c. Die Diskrepanz für kleine Streuwinkel ist hingegen eine Folge der Normierung der Histogramme auf die totale Anzahl der Einträge. Des weiteren ist eine Verbreiterung der Energieverteilung, Abbildung 4.5b, für

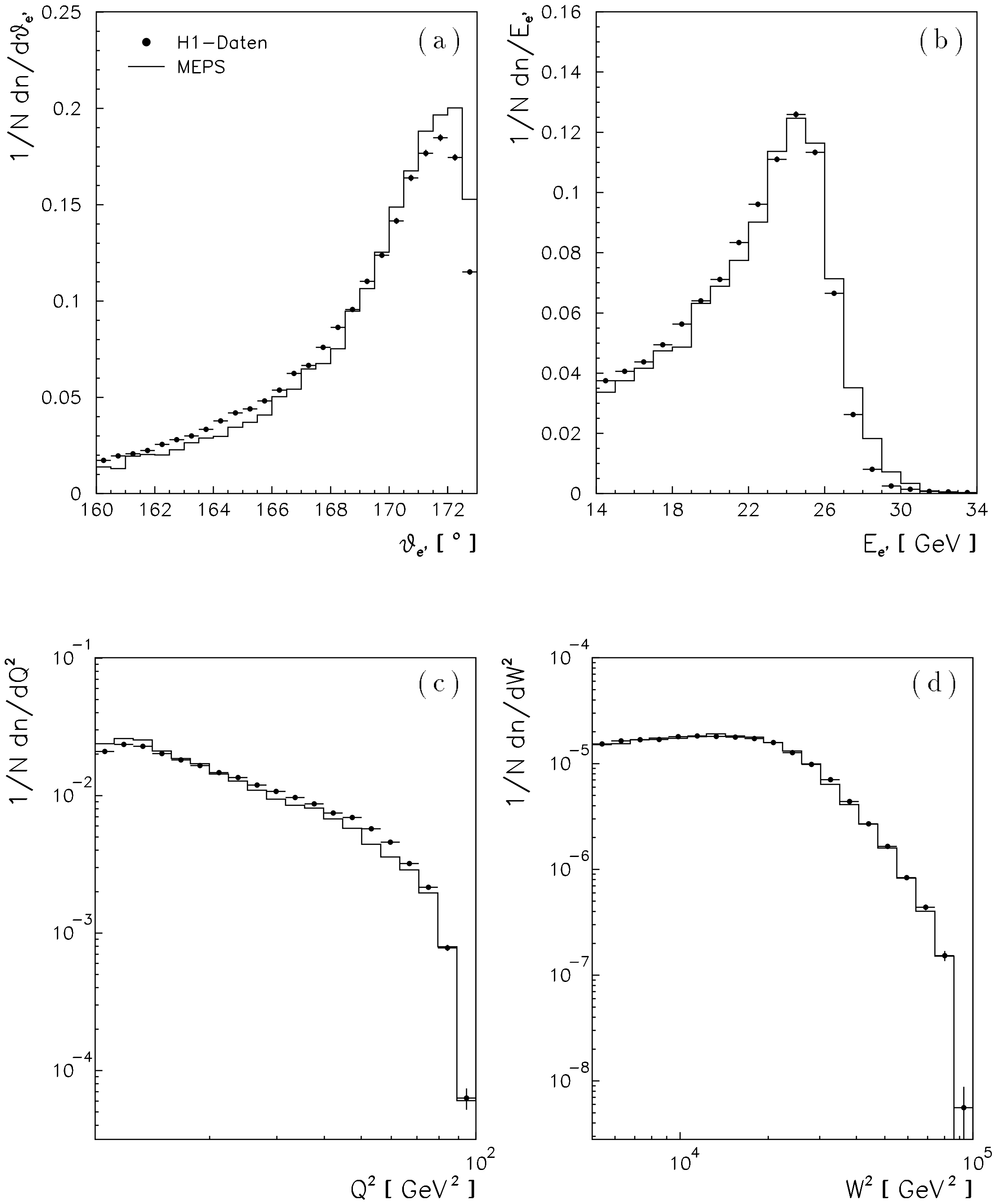

Abbildung 4.5: Vergleich kinematischer Verteilungen zwischen H1-Daten und LEPTO im MEPS-Modus, wo das Elektron ins BEMC streute. a) Winkel und b) Energie des gestreuten Elektrons, c) Q^2 und d) W^2 berechnet nach der Elektron- bzw. Doppel-Winkel-Methode.

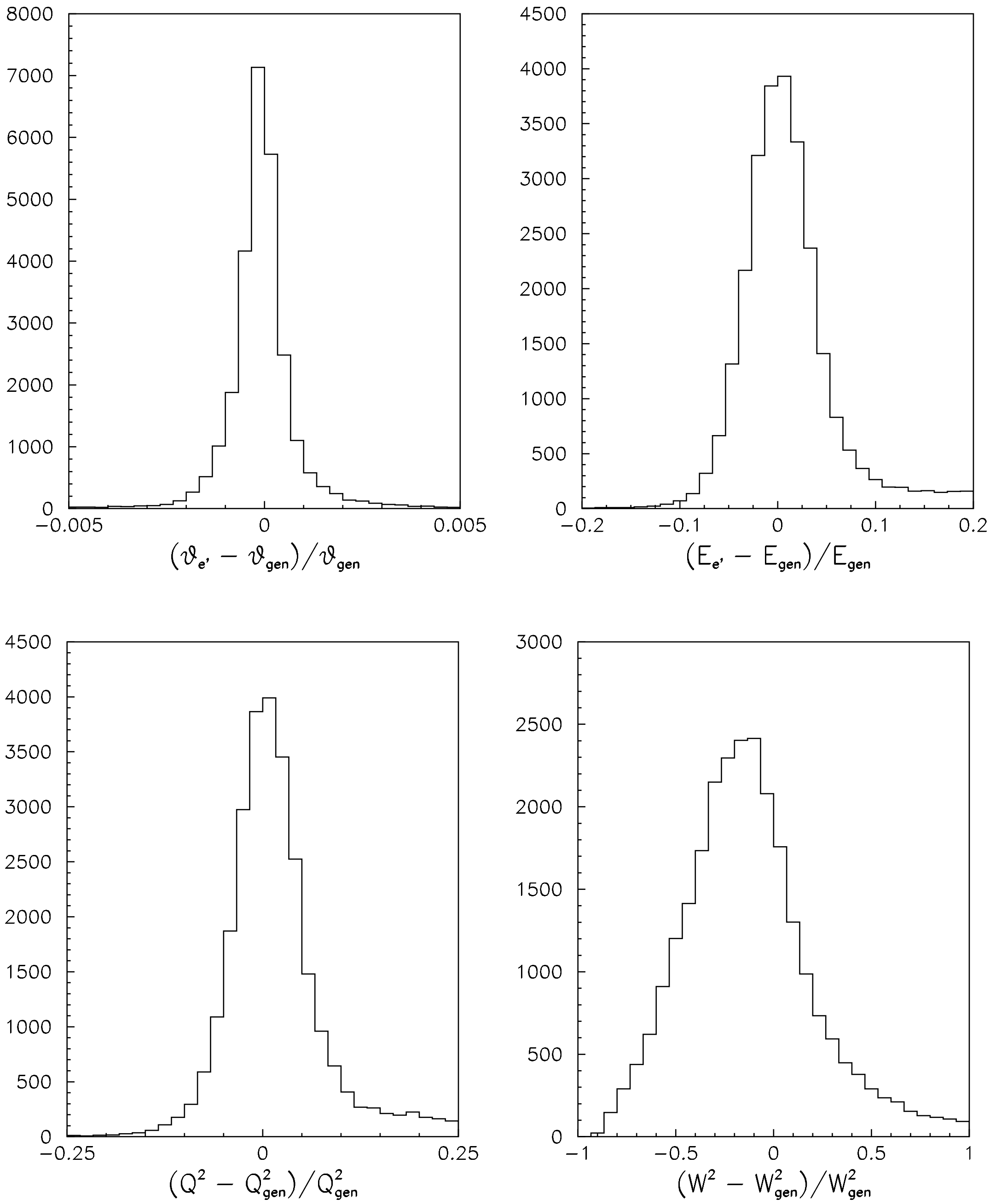

Abbildung 4.6: Die zugehörige Auflösung der kinematischen Größen mit dem Elektron im BEMC. Verwendet wurde LEPTO im MEPS-Modus.

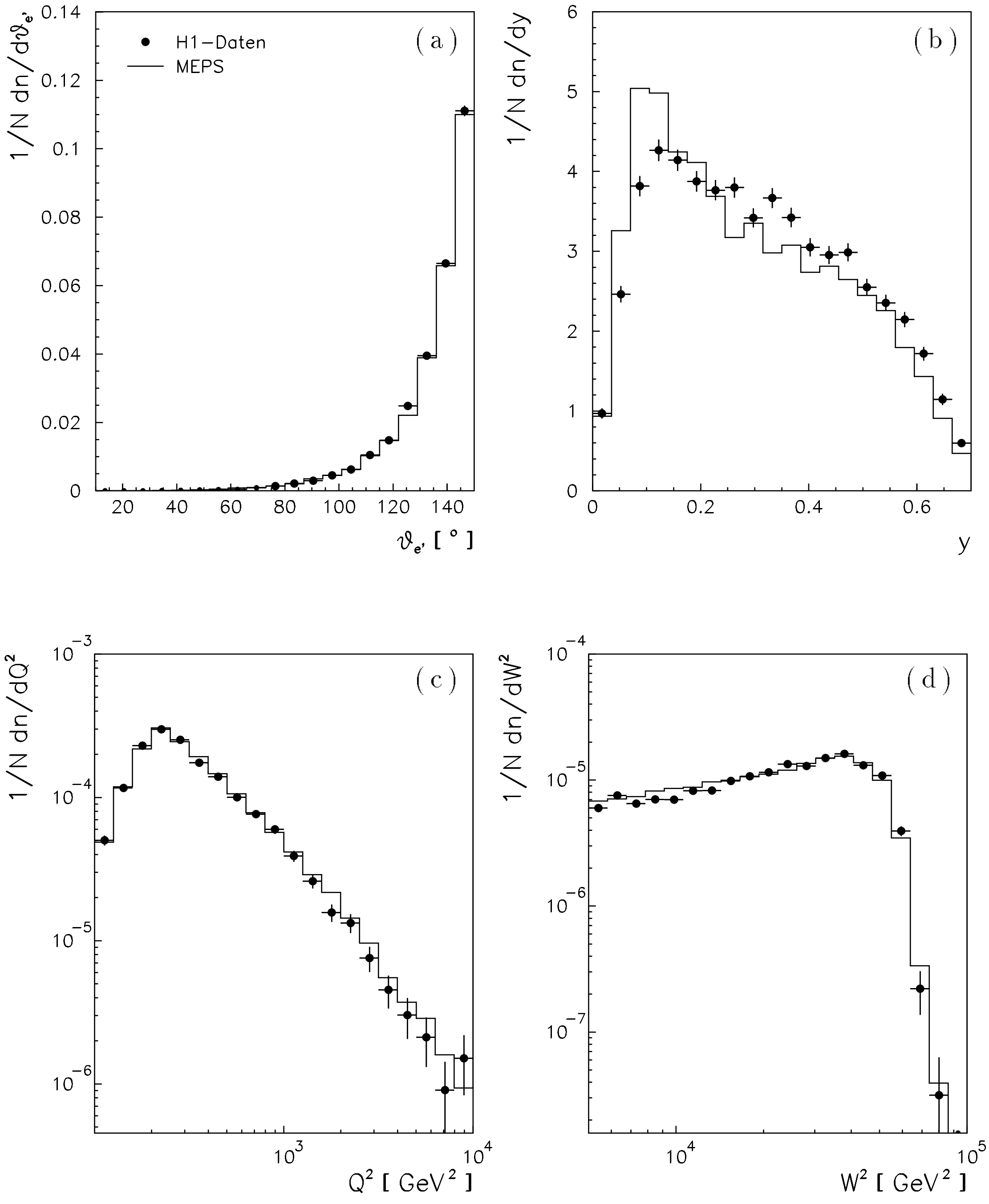

Abbildung 4.7: Vergleich kinematischer Verteilungen zwischen H1-Daten und LEPTO im MEPS-Modus, wo das Elektron ins LAr streute. a) Winkel des gestreuten Elektrons, b) y, c) Q^2 und d) W^2 berechnet nach der Elektron- bzw. Doppel-Winkel-Methode.

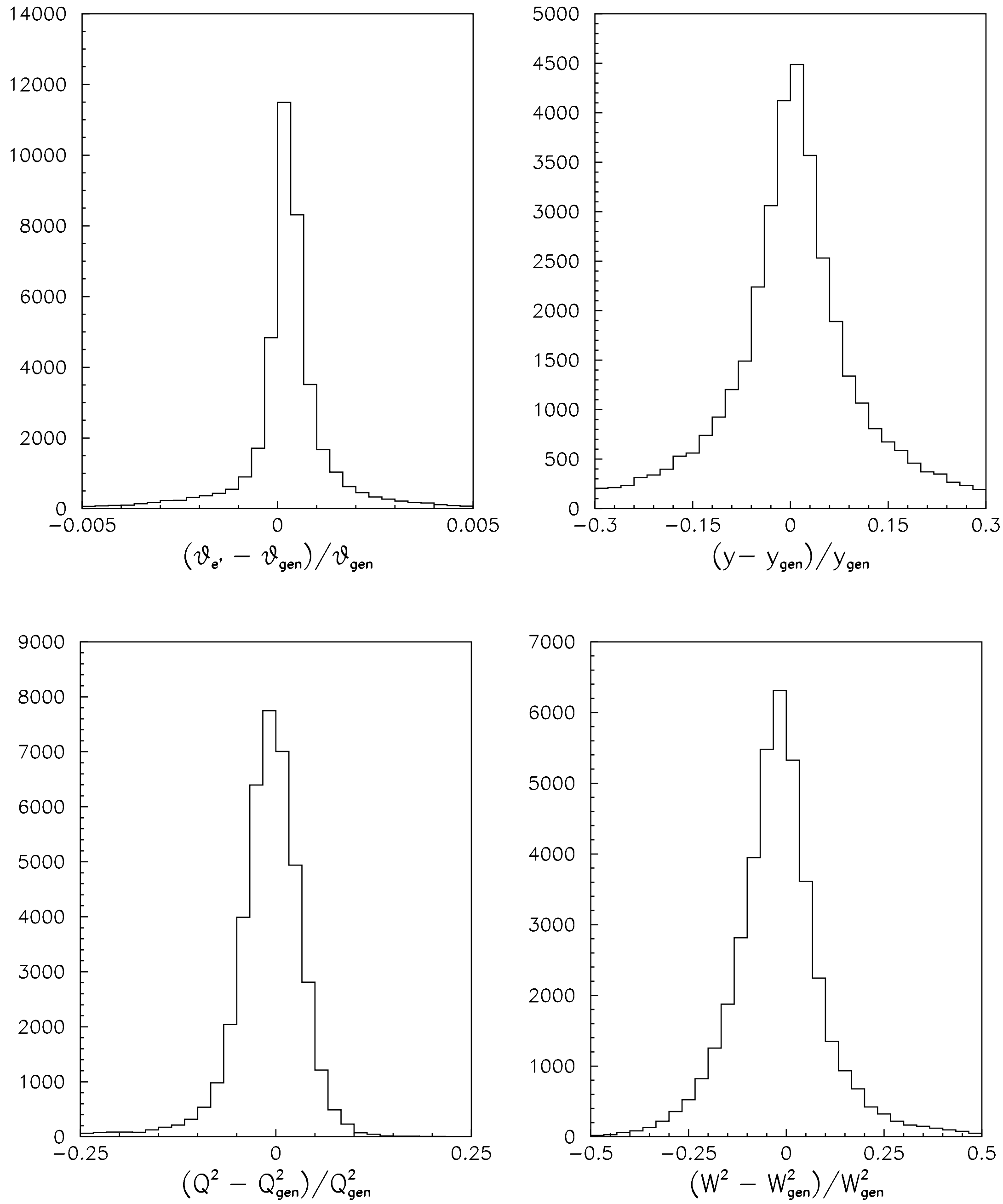

Abbildung 4.8: Die zugehörige Auflösung der kinematischen Größen mit dem Elektron im LAr. Verwendet wurde LEPTO im MEPS-Modus.

hohe Elektronenergien sichtbar. Diese ist auf eine unzureichende Simulation der Energieauflösung zurückzuführen und erklärt auch den Unterschied in der y-Verteilung in Abbildung 4.7b. Denn eine hohe Elektronenergie hat einen kleinen y-Wert zur Folge.

Mit Hilfe der simulierten Ereignisse läßt sich auch die Auflösung der oben genannten Größen bestimmen. Dazu werden Ereignisse betrachtet, die alle Schnitte erfüllen und die rekonstruierten Werte mit den generierten verglichen. Bei einer idealen Beschreibung ist ein Maximum um Null zu erwarten, was auch zutrifft, wie in den Abbildungen 4.6 und 4.8 zu sehen. Die Breite der Verteilungen ist dabei ein Maß für die Auflösung des Detektors. Abgesehen von der W^2-Auflösung für das BEMC, Abbildung 4.6d, sind alle anderen Auflösungen recht gut. Diese ist um ca. 10 % verschoben und weist eine große Breite auf. Da das BEMC kein hadronisches Kalorimeter besitzt, können damit keine hadronischen Fragmente vermessen werden. Ereignisse, bei denen ein Teil des hadronischen Endzustandes ins BEMC gestreut wird, haben damit einen kleineren rekonstruierten W^2-Wert, und die Auflösung ist entsprechend schlechter.

Kapitel 5

Jetrekonstruktion

Die im vorhergehenden Kapitel beschriebene Selektion liefert Ereignisse der tiefunelastischen Streuung, ohne dabei den hadronischen Endzustand näher zu berücksichtigen. Dieser wird erst durch die Jet-Algorithmuswahl definiert. Da die jeweiligen Algorithmen JADE, K_t und Cone von einer unterschiedlichen Jetdefinition ausgehen, liefern sie entsprechend verschiedene Verteilungen der Jetgrößen wie z. B. ϑ_{jet}, z_p und x_p. Damit eine α_s-Bestimmung überhaupt möglich wird, muß der Jetphasenraum durch Jetschnitte eingeschränkt werden. Diese werden in den nächsten Abschnitten für die einzelnen Algorithmen diskutiert. Die Wahl der Schnitte richtete sich dabei nach folgenden Kriterien, in die implizit die RGE-Vorhersage eingeht.

- Die (2+1) Jetrate des DIS Monte-Corlos sollte als Funktion von Q^2 den NLO-Jetraten equivalent sein.
- Die vom DIS Monte-Carlo vorhergesagte (2+1) Jetrate als Funktion von Q^2 sollte zumindest im Verlauf und gegebenfalls auch im Wert den der Daten entsprechen.
- Die Jetverteilungen der Daten sollten vom gewählten DIS Monte-Carlo auf Detektor-Level beschrieben werden und das Parton-Level mit NLO-Vorhersagen übereinstimmen.

Allen Algorithmen gemeinsam ist die Einteilung der selektierten Ereignisse in Q^2-Bereiche. Diese wurden so gewählt, daß statistische Fluktuationen möglichst klein sind und somit systematische Änderungen für die Fehlerbetrachtung studiert werden konnten und die α_s-Abhängigkeit von Q^2 vernachlässigbar ist, damit der α_s-Wert durch den mittleren Q^2-Binwert approximiert werden kann. Der Q^2-Mittelwert wurde an Hand der Daten über

$$\langle Q^2 \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} Q_i^2$$

	Bin 1	Bin 2	Bin 3	Bin 4	Bin 5	Bin 6	Bin 7	Bin 8
Q^2 [GeV^2]	10–14	14–18	18–25	25–40	40–100	100–300	300–700	700–4000
$\langle Q^2 \rangle$ [GeV^2]	11.93	15.84	21.15	31.39	53.93	209.15	440.14	1272.49

Tabelle 5.1: Die gewählten Q^2-Bereiche samt zugehörige Mittelwerte.

für das jeweilige Q^2-Intervall bestimmt und stimmt mit NLO-Rechnungen sehr gut überein. Die einzelnen Q^2-Bereiche samt $\langle Q^2 \rangle$-Werten sind in Tabelle 5.1 angegeben und werden im folgenden durch die Binnummer charakterisiert. Es sei wiederum bemerkt, daß zur Generierung der Monte-Carlo Ereignisse und der NLO-Rechnungen jeweils die Partondichte MRSH mit $\Lambda_4 = 230\,\mathrm{MeV}$ benutzt wurde.

5.1 JADE-Algorithmus

Wie im Abschnitt 3.5.2 beschrieben, ist der JADE-Algorithmus durch den Auflösungsparameter y_c und eine Referenzmasse charakterisiert. Für die vorliegende Analyse wurde analog zu Ref. [6] $y_c = 0.02$ und W als M_{ref} benutzt. W^2 entspricht dem invarianten Massenquadrat des hadronischen Endzustandes inklusive des Pseudo-Teilchens, welches den fehlenden longitudinalen Impuls des Ereignisses trägt. Die Cluster wurden dabei als masselos angenommen, da sie meist nicht mit Hadronen identifiziert werden können und die 3er-Impulse entsprechend umskaliert. W^2 läßt sich damit ausdrücken als

$$W^2 = \left[\sum_i \begin{pmatrix} E_i \\ E_i\,\hat{n} \end{pmatrix} \right]^2 ,$$

wobei $\hat{n}$ der Impulseinheitsvektor ist. Das so bestimmte W^2 weicht leicht vom W^2_{DA} ab, welches als kinematischer Selektionsschnitt verwandt wurde, reduziert aber den Einfluß der Energieauflösung auf die (2+1) Jetrate. Da $W^2 > 5000\,\mathrm{GeV}^2$ ist, stehen für die Jetproduktion mindestens $100\,\mathrm{GeV}^2$ zur Verfügung.

Ein Vergleich der resultierenden Jetverteilungen für (2+1) Ereignisse der H1-Daten und der LEPTO-Vorhersage auf dem Detektor-Level sind in den Abbildungen 5.1 und 5.2 zu sehen, wobei das gestreute Elektron im BEMC bzw. LAr nachgewiesen wurde. Zur Charakterisierung der Jets wurden der Jetwinkel ϑ_{jet}, z_p und x_p herangezogen, wobei die Größen untereinander korreliert sind. $\vartheta_{jet,min}$ und $\vartheta_{jet,max}$ entsprechen dabei dem minimalen bzw. maximalen Jetwinkel des (2+1) Ereignisses. Die Verteilungen sind jeweils auf die totale Anzahl der (2+1) Ereignisse, d. h. auf „1“ normiert und die Bingröße in die y-Achsenskala (Ordinate) eingerechnet. Damit kann nur der Verlauf der Verteilungen studiert werden, die absolute Normierung, die von Λ_4 und damit α_s abhängt, ist hingegen frei und wird erst bei der Betrachtung der (2+1) Jetrate relevant. Die H1-Daten sind durch Punkte mit statistischem Fehler und das LEPTO Monte-Carlo im MEPS-Modus durch das Histogramm (durchgezogene Linie) dargestellt. In beiden Abbildungen werden die Daten durch die MEPS-Vorhersagen im Verlauf gut beschrieben. Unterschiede sind für kleine ϑ_{jet}-, z_p- und x_p-Werte zu erkennen, die von einer ungenügenden theoretischen Beschreibung der Hadronisierung durch das Monte-Carlo und einer erschwerten Detektorsimulation in der Vorwärtsrichtung herrühren. Sie können aber durch Schnitte eliminiert werden. Da das hadronische Kalorimeter Cluster in Rückwärtsrichtung nur bis zu einem Winkel von 153° berücksichtigen kann und zur besseren Jetrekonstruktion der Jet vollständig im LAr nachgewiesen werden sollte, wurde ein rückwärtiger Jetschnitt von 145° gewählt.

Für die α_s-Bestimmung ist die (2+1) Jetrate (R_{2+1}) als Observable die wichtigere Größe. Diese wurde definiert als

$$R_{2+1} = \frac{N_{2+1}}{N_{tot}} = \frac{N_{2+1}}{N_{1+1} + \tilde{N}_{2+1}},$$

wobei N_{2+1} die Anzahl der (2+1) Ereignisse angibt, die alle Jetschnitte erfüllen und N_{tot} der Summe aus den (1+1) und den (2+1) Jetereignissen entspricht, wo einer der Jets innerhalb der Jetakzeptanzschnitte liegt bzw. dem z_p-Schnitt nicht genügt. Die Abhängigkeit der Jetrate von $\vartheta_{jet,min}$ und $z_{p,min}$ ist für die einzelnen Q^2-Bins in den Abbildungen 5.3 bis 5.6 zu sehen. Als Jetschnitte wurden für die $\vartheta_{jet,min}$-Abhängigkeit $\vartheta_{jet} < 145°$ und $z_p > 0.1$, für die $z_{p,min}$-Abhängigkeit $10° < \vartheta_{jet} < 145°$ angesetzt. Auch hier repräsentieren die Punkte die H1-Daten und das Histogramm die MEPS-Vorhersagen auf der Detektorebene. Es ist deutlich zu sehen, daß R_{2+1} der Daten für die Bins 1 bis 4, d. h. für $Q^2 < 40\,\mathrm{GeV}^2$, nicht vom Monte-Carlo beschrieben wird, was auf eine zu geringe Vorhersage des (2+1) Wirkungsquerschnittes nach Partonschauer zurückzuführen ist und wiederum die Probleme der theoretischen Beschreibung der H1-Daten für kleiner werdende Q^2- und x-Bjorken-Werte aufzeigt. Demzufolge erscheint eine α_s-Bestimmung in diesem Bereich nicht sinnvoll.

Für $Q^2 > 40\,\mathrm{GeV}^2$ hingegen werden die Raten im Verlauf und auch im absoluten Wert vom Monte-Carlo beschrieben. Um die endgültigen Jetschnitte zu finden, wurden zusätzlich die NLO-Vorhersagen mit dem MEPS Parton-Level verglichen. Die entsprechenden Verteilungen sind in den Abbildungen 5.7 und 5.8 dargestellt. Als Jetschnitt wurde hier $z_p > 0.04$ gewählt, da dieser Schnitt bei der Generierung der Monte-Carlo Ereignisse implizit eingestellt war. Dabei wurden die Histogramme auf die Luminosität des Monte-Carlos normiert. Das durchgezogene Histogramm entspricht der NLO-Rechnung und das gestrichelte dem MEPS Parton-Level. Auch hier ergibt sich eine gute Übereinstimmung oberhalb von $\vartheta_{jet} > 10°$ für $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$. Für $Q^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$ gibt es aber erhebliche Unterschiede, die auf eine unzureichende Approximation der NLO-Vorhersagen

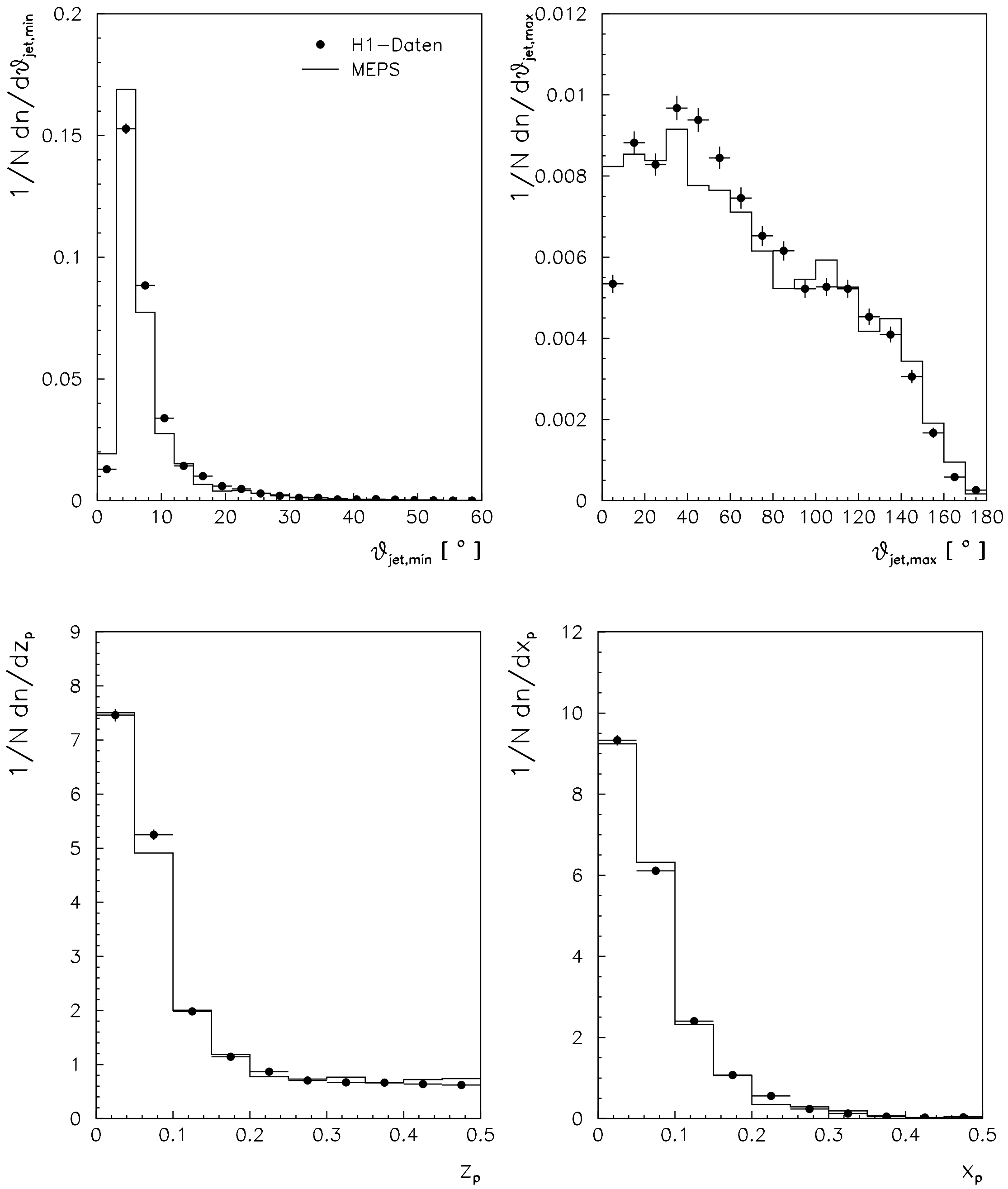

Abbildung 5.1: Vergleich der $\vartheta_{jet,min}$, $\vartheta_{jet,max}$, z_p und x_p JADE-Verteilungen zwischen H1-Daten und LEPTO im MEPS-Modus für Ereignisse mit einem Elektron im BEMC.

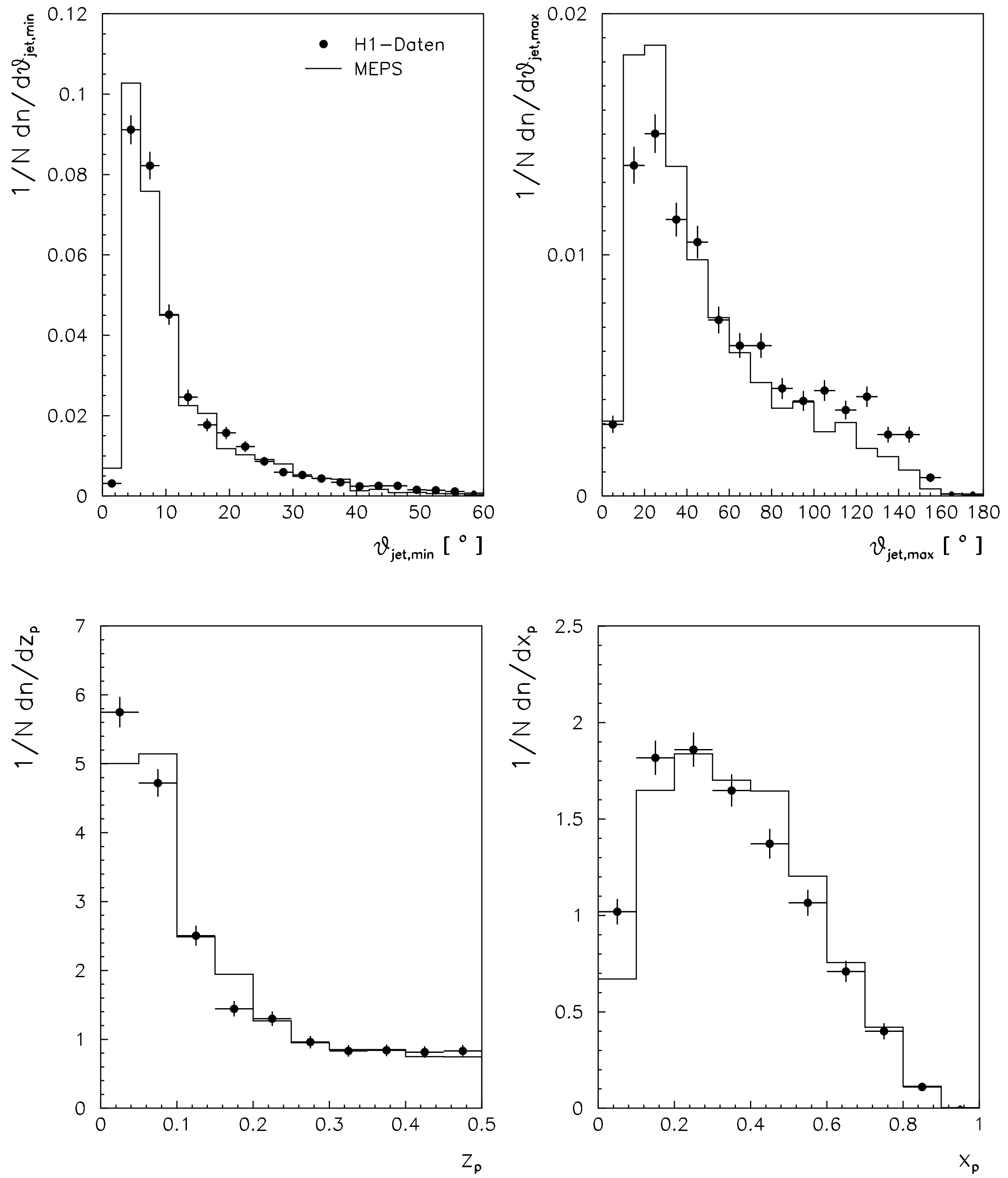

Abbildung 5.2: Vergleich der $\vartheta_{jet,min}$, $\vartheta_{jet,max}$, z_p und x_p JADE-Verteilungen zwischen H1-Daten und LEPTO im MEPS-Modus für Ereignisse mit einem Elektron im LAr.

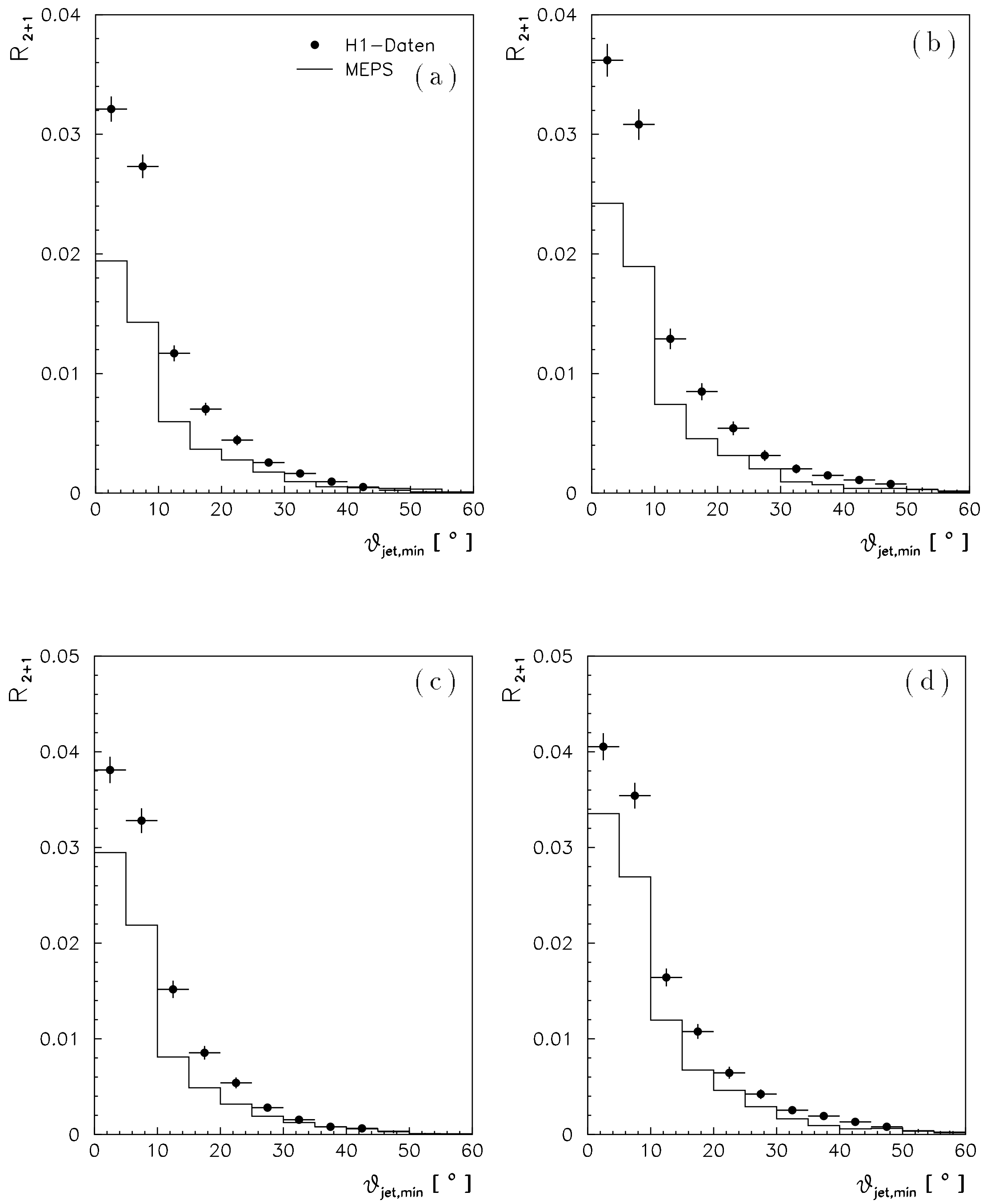

Abbildung 5.3: Vergleich der (2+1) JADE-Jetraten als Funktion von $\vartheta_{jet,min}$ zwischen H1-Daten und LEPTO im MEPS-Modus für $\vartheta_{jet} < 145°$ und $z_p > 0.1$ in den Bins 1 (a), 2 (b), 3 (c) und 4 (d).

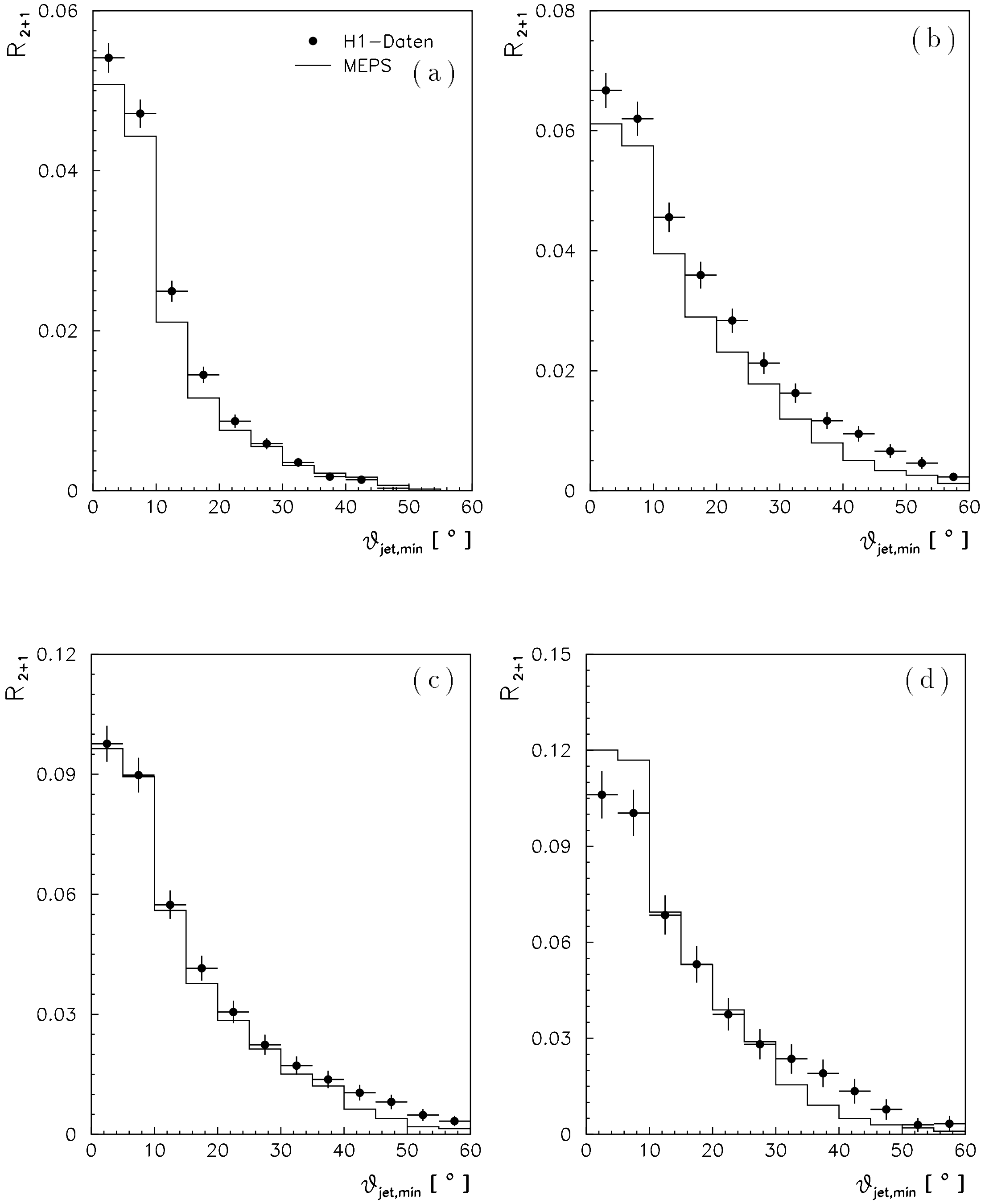

Abbildung 5.4: Vergleich der (2+1) JADE-Jetraten als Funktion von $\vartheta_{jet,min}$ zwischen H1-Daten und LEPTO im MEPS-Modus für $\vartheta_{jet} < 145°$ und $z_p > 0.1$ in den Bins 5 (a), 6 (b), 7 (c) und 8 (d).

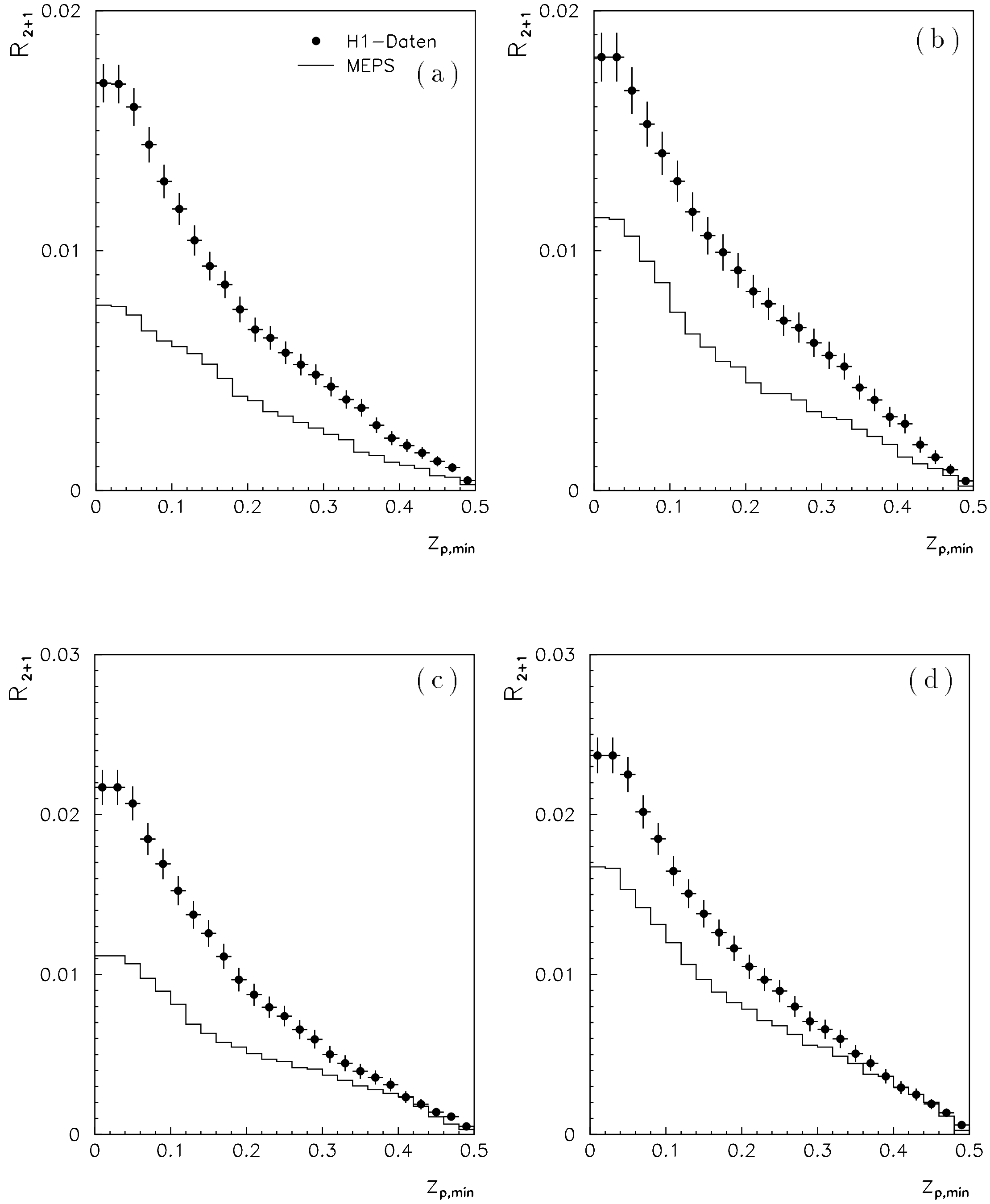

Abbildung 5.5: Vergleich der (2+1) JADE-Jetraten als Funktion von $z_{p,min}$ zwischen H1-Daten und LEPTO im MEPS-Modus für $10° < \vartheta_{jet} < 145°$ in den Bins 1 (a), 2 (b), 3 (c) und 4 (d).

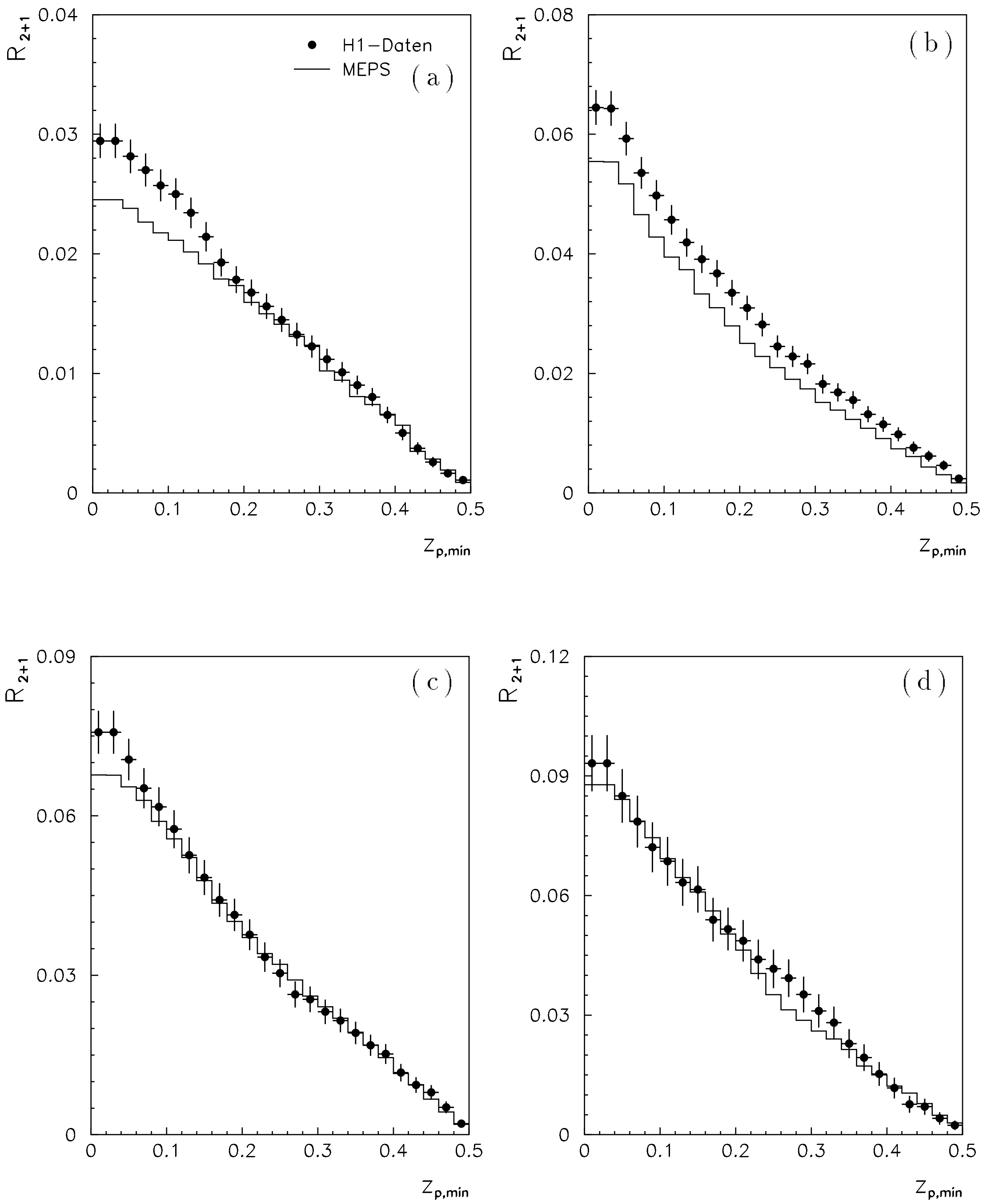

Abbildung 5.6: Vergleich der (2+1) JADE-Jetraten als Funktion von $z_{p,min}$ zwischen H1-Daten und LEPTO im MEPS-Modus für $10° < \vartheta_{jet} < 145°$ in den Bins 5 (a), 6 (b), 7 (c) und 8 (d).

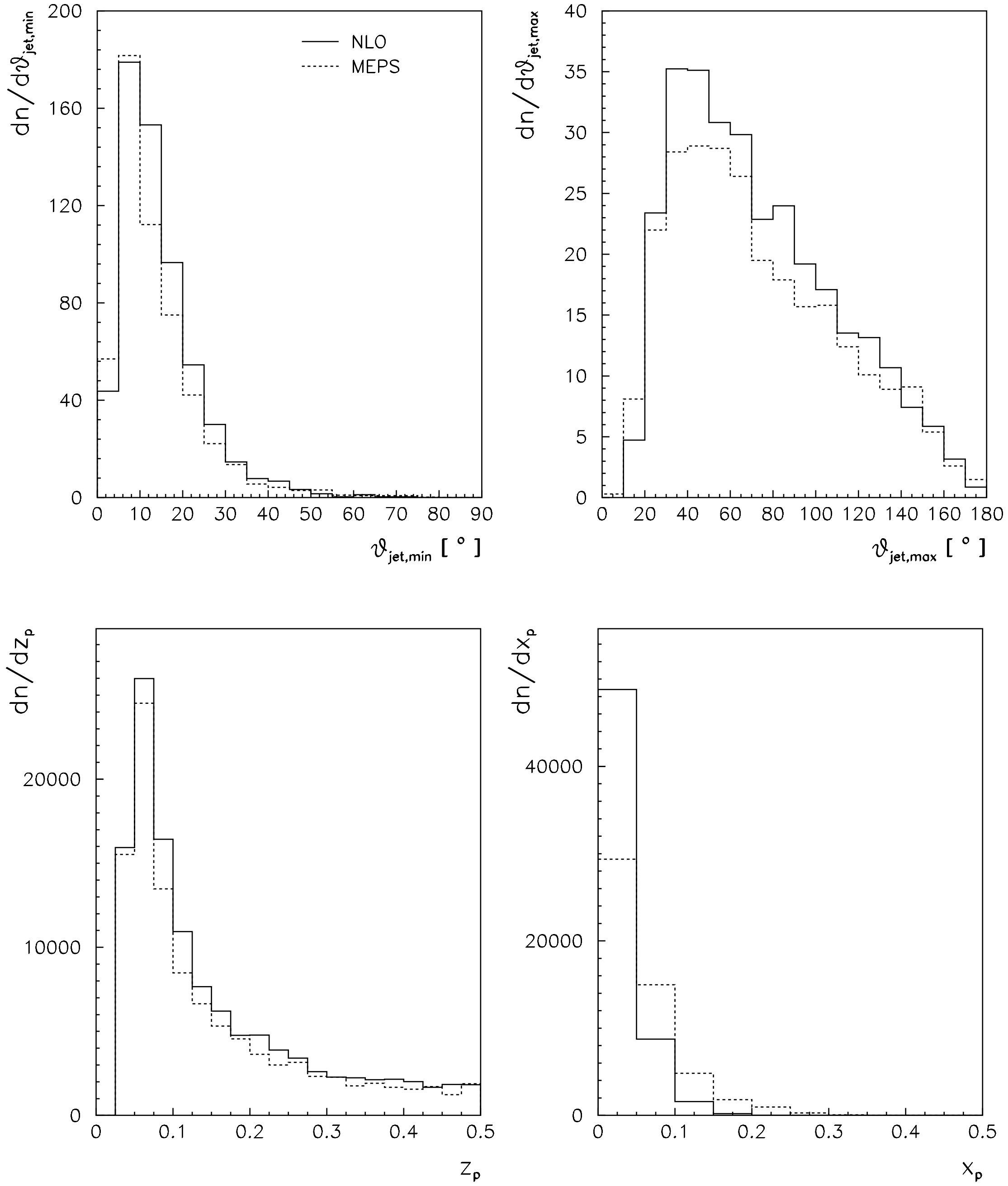

Abbildung 5.7: Vergleich der $\vartheta_{jet,min}$, $\vartheta_{jet,max}$, z_p und x_p JADE-Verteilungen zwischen NLO und LEPTO im MEPS-Modus für Ereignisse mit $10\,\mathrm{GeV}^2 < Q^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$.

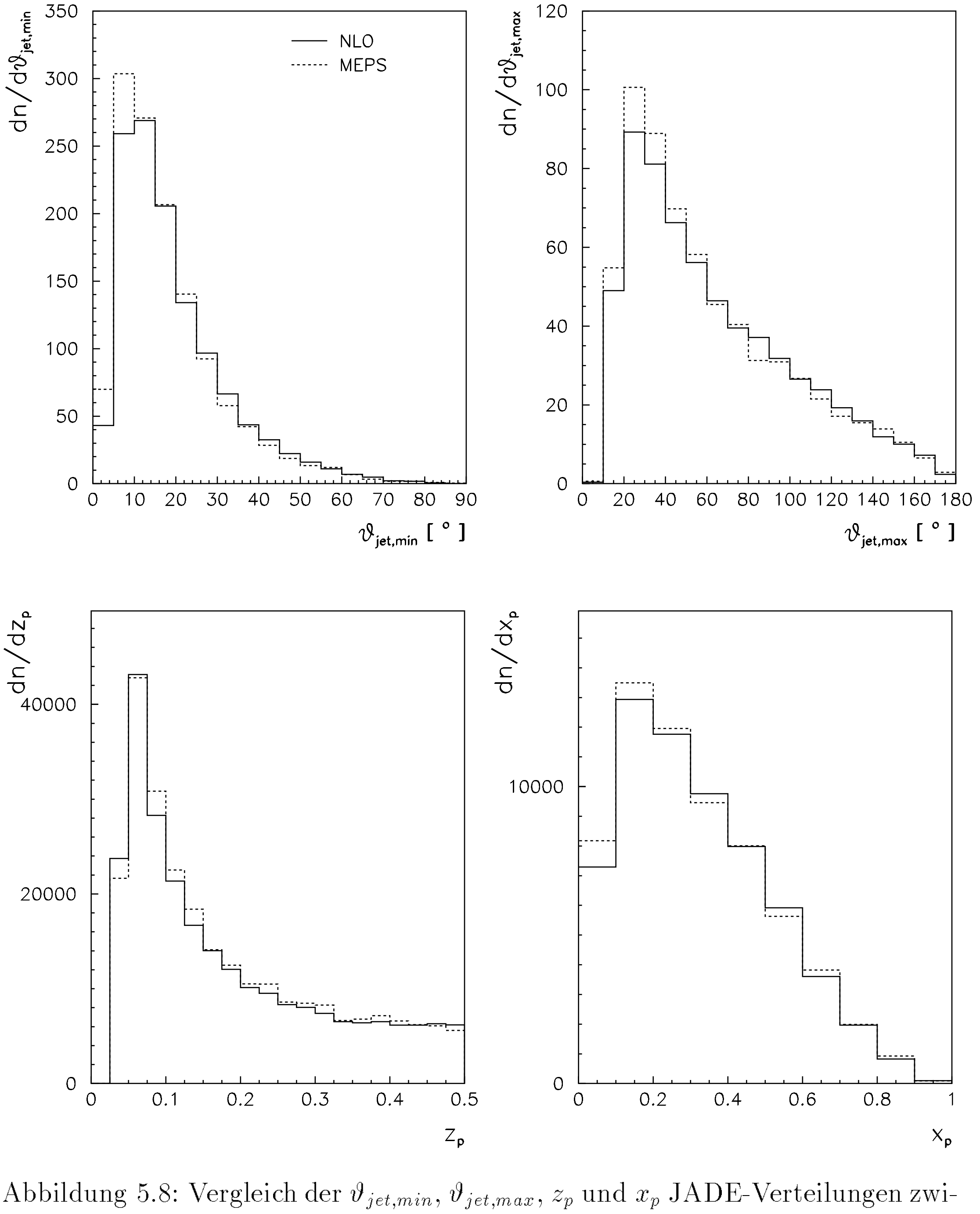

Abbildung 5.8: Vergleich der $\vartheta_{jet,min}$, $\vartheta_{jet,max}$, z_p und x_p JADE-Verteilungen zwischen NLO und LEPTO im MEPS-Modus für Ereignisse mit $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$.

Q^2-Bin	R_{2+1}^{MEPS}	R_{2+1}^{NLO}
1	0.016 ± 0.001	0.026 ± 0.001
2	0.016 ± 0.001	0.028 ± 0.001
3	0.020 ± 0.002	0.030 ± 0.001
4	0.029 ± 0.002	0.037 ± 0.001
5	0.040 ± 0.003	0.044 ± 0.001
6	0.059 ± 0.003	0.065 ± 0.002
7	0.085 ± 0.003	0.084 ± 0.003
8	0.107 ± 0.003	0.098 ± 0.003

Tabelle 5.2: Vergleich der (2+1) JADE-Jetrate von MEPS mit NLO-Rechnungen.

Q^2-Bin	σ_{2+1}^{ME} [pb]	σ_{2+1}^{LO} [pb]
1	260.34	261.52
2	196.26	198.80
3	241.63	247.35
4	311.97	316.61
5	368.28	373.47
6	131.32	130.83
7	115.28	117.04
8	63.34	64.11

Tabelle 5.3: Vergleich zwischen dem LEPTO ME und MEPJET LO (2+1) JADE-Jetwirkungsquerschnitt.

durch die Partonschauer hindeuten. Dieser Einfluß verringert sich mit zunehmendem Q^2 und höher werdenden mittleren x-Werten. Unter Berücksichtigung aller Verteilungen wurden die folgenden Jetschnitte als Zentralwerte für die α_s-Bestimmung ausgewählt

$$10^\circ < \vartheta_{jet} < 145^\circ \qquad \text{und} \qquad z_p > 0.1$$

und der Q^2-Bereich kleiner $40\,\mathrm{GeV}^2$ verworfen, zumal auch die R_{2+1}-Werte von MEPS und NLO-Rechnungen für dieses Schnittszenario gut übereinstimmen, wie in Tabelle 5.2 angeführt. Die Genauigkeit aller NLO-Berechnungen lag dabei unterhalb von 3%. Bei dem oben beschriebenem Vergleich wurde stillschweigend angenommen, daß die ME- und MEPJET LO-Rechnungen übereinstimmen. Dies wurde für den (2+1)LO Wirkungsquerschnitt unter Anwendung der kinematischen Schnitte für die einzelnen Q^2-Bereiche überprüft. Die Resultate sind in Ta-

Q^2-Bin	R_{2+1}^{ohne}	R_{2+1}^{mit}	$R_{2+1}^{ohne} / R_{2+1}^{mit}$
5	0.038 ± 0.001	0.039 ± 0.001	0.97
6	0.063 ± 0.001	0.066 ± 0.001	0.95
7	0.088 ± 0.002	0.088 ± 0.002	1.00
8	0.113 ± 0.003	0.119 ± 0.003	0.95

Tabelle 5.4: Einfluß von radiativen Ereignissen auf die (2+1) JADE-Jetrate für unterschiedliche Q^2-Bereiche.

belle 5.3 zusammengefaßt, wobei zur α_s-Berechnung die 1-Loop Gleichung und als Partondichte MRSH mit $\Lambda_4 = 230\,\mathrm{MeV}$ benutzt wurde. Die Wirkungsquerschnitte sind innerhalb von 2% equivalent. Ferner wurde der Einfluß der radiativen Ereignisse auf die (2+1) Jetrate für das oben genannte Schnittszenario mit Hilfe des Generators DJANGO [31], der auf dem Generator LEPTO aufbaut und zusätzlich die Abstrahlung von Photonen im Anfangs- und Endzustand berücksichtigt, abgeschätzt. Ein hartes Photon kann nämlich fälschlicherweise als ein zusätzlicher Jet interpretiert werden. Dazu wurden auf Parton-Niveau für $Q^2 > 40\,\mathrm{GeV}^2$ 50000 bzw. für $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$ 100000 Ereignisse mit und ohne radiative Korrekturen generiert. Die expliziten Werte für die Q^2-Bins oberhalb von $40\,\mathrm{GeV}^2$ sind in Tabelle 5.4 angegeben und sind kleiner als 5%. Da der statistischer Fehler der (2+1) Jetraten der H1-Daten aber in der Größenordnung von 10% liegt, wurde auf eine zusätzliche Korrektur der H1-Daten verzichtet.

Da die Daten bei der α_s-Bestimmung auf das Parton-Level korrigiert werden, sind die Auflösung des Jetwinkels und die Migrationen der Ereignisse ebenfalls von Bedeutung. So kann ein (n+1) Jetereignis auf dem Parton-Level auf Grund der Energie- und Winkelauflösung des Kalorimeters als ((n-1)+1) Ereignis auf der Detektorebene klassifiziert werden. Diese Migrationen werden durch die Reinheit und Effizienz charakterisiert, die im Idealfall 100% betragen. Die Effizienz ist definiert als die Anzahl der Ereignisse, die als (2+1) Jetereignisse generiert und gefunden wurden, dividiert durch die Anzahl der generierten (2+1) Jetereignisse. Die Reinheit ist hingegen definiert als die Anzahl der Ereignisse, die als (2+1) Jetereignisse generiert und gefunden wurden, dividiert durch die Anzahl der gefundenen (2+1) Jetereignisse. Die einzelnen Werte für die oben angegebenen Schnitte sind in Tabelle 5.5 zusammengefaßt. Die Korrelation zwischen generiertem und rekonstruiertem Jetwinkel und die dazugehörige Auflösung sind in den Abbildungen 5.9 und 5.10 für die BEMC- bzw. LAr-Ereignisse dargestellt. Ein Gauß-Fit ergab als Mittelwert und Sigma 3.6 bzw. 6.1 für die BEMC MC-Ereignisse und 2.6 bzw. 5.3 für die LAr MC-Ereignisse. Eine Verbesserung dieser Werte ließe sich mit einem zusätzlichen $|\vec{p}_T|$-Schnitt erreichen, siehe Ref. [32], doch damit würde auch die Statistik deutlich sinken, so daß die oben angeführten

	N_{2+1}^{Gen}	N_{2+1}^{Rek}	$N_{2+1}^{Gen+Rek}$	Effizienz	Reinheit
BEMC	958	457	259	0.27	0.57
LAr	3382	2004	1389	0.41	0.69

Tabelle 5.5: Effizienz und Reinheit für BEMC- und LAr-Ereignisse.

Werte hingenommen werden mußten.

Bis hierher wurde entweder die Parton- oder die Detektorebene betrachtet. Als Bindeglied zwischen beiden Niveaus existiert noch das Hadron-Level. Dieses ermöglicht, den Einfluß der Hadronisierung und Detektorsimulation separat zu studieren. Exemplarisch sind in den Abbildungen 5.11 und 5.12 die $\vartheta_{jet,min}$- und z_p-Verteilung für die Hadron- und Partonebene von MEPS (2+1) Jetereignissen gegenübergestellt. Auch hier wurde $z_p > 0.04$ wegen des Generierungsschnittes gefordert. Das Hadron-Level entspricht dem durchgezogenem und das Parton-Level dem gestricheltem Histogramm, welches jeweils auf die totale Anzahl der (2+1) Ereignisse normiert wurde. Es ist zu sehen, daß die Hadronisierung die Jets in Vorwärtsrichtung verschiebt, was durch die Fragmentierung und damit verbundene Energieflüsse zwischen gestreutem Parton und Protonrest hervorgerufen wird. Demzufolge passieren weniger (2+1) Ereignisse die Jetakzeptanzschnitte, was sich in einer verminderten Jetrate bzgl. dem Parton-Level widerspiegelt, siehe Tabelle 6.14. Aus der Tabelle ist ebenfalls zu entnehmen, daß sich der Einfluß der Hadronisierung mit zunehmendem Q^2-Wert verringert, da

$$K(had \to par) \;=\; \frac{K(det \to par)}{K(det \to had)}$$

kleiner wird.

Neben dem LEPTO Monte-Carlo wurden ARIADNE und HERWIG benutzt, um die Daten auf das Parton-Level zu korrigieren. Die Jetverteilungen sind für beide, LEPTO und ARIADNE, sehr ähnlich. Das ARIADNE Monte-Carlo sagt aber im Vergleich zu LEPTO einen viel flacheren Verlauf von $R_{2+1}(Q^2)$ voraus, wie in Abbildung 5.13 für $Q^2 > 40\,\mathrm{GeV}^2$ zu sehen und wurde deshalb im weiteren nicht detaillierter studiert. Zu erwähnen ist jedoch die Tatsache, daß die Korrekturfaktoren, die dem Verhältnis von R_{2+1}^{Par} und R_{2+1}^{Det} entsprechen, für beide Generatoren innerhalb der statistischen Fehlers gleich sind und demzufolge zu vergleichbaren α_s-Werten führen. Die expliziten Korrekturfaktoren sind in Tabelle 5.6 gegenübergestellt. Der Generator HERWIG beschreibt hingegen den $R_{2+1}(Q^2)$-Verlauf der Daten bzw. der NLO-Vorhersage, die absoluten Werte sind jedoch nicht kompatibel. Da HERWIG eine völlig andere Hadronisierung zu Grunde liegt, wurde dieses Monte-Carlo zur Abschätzung des Hadronisierungsfehlers verwandt, siehe Kapitel 6. Dabei wurden nicht voll simulierte und rekonstruierte

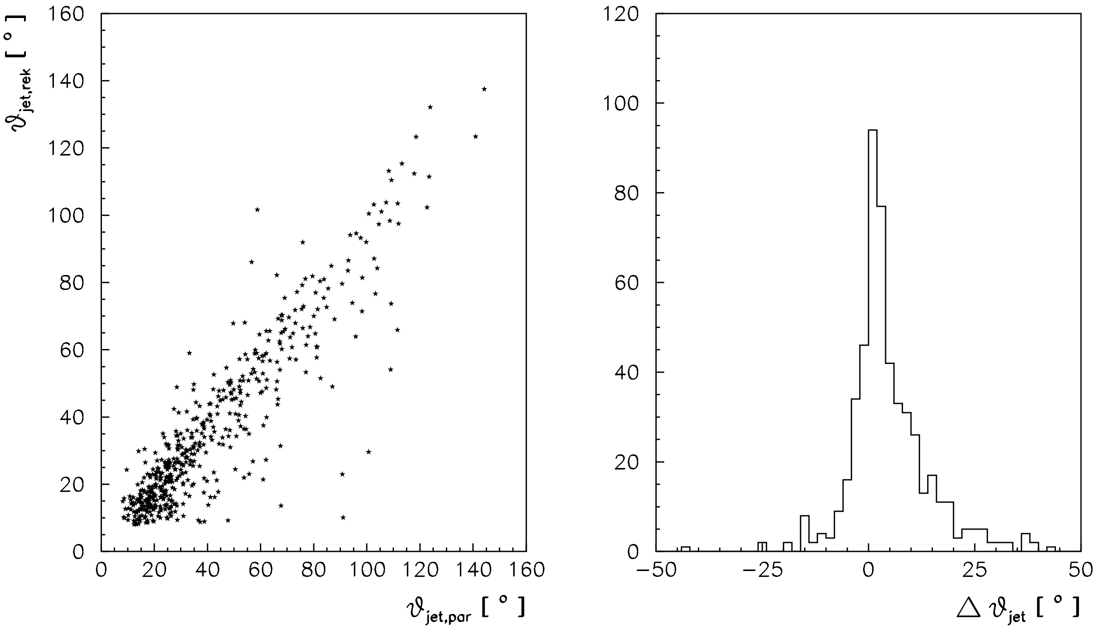

Abbildung 5.9: Korrelation zwischen generiertem und rekonstruiertem ϑ_{jet} für (2+1) BEMC-Ereignisse.

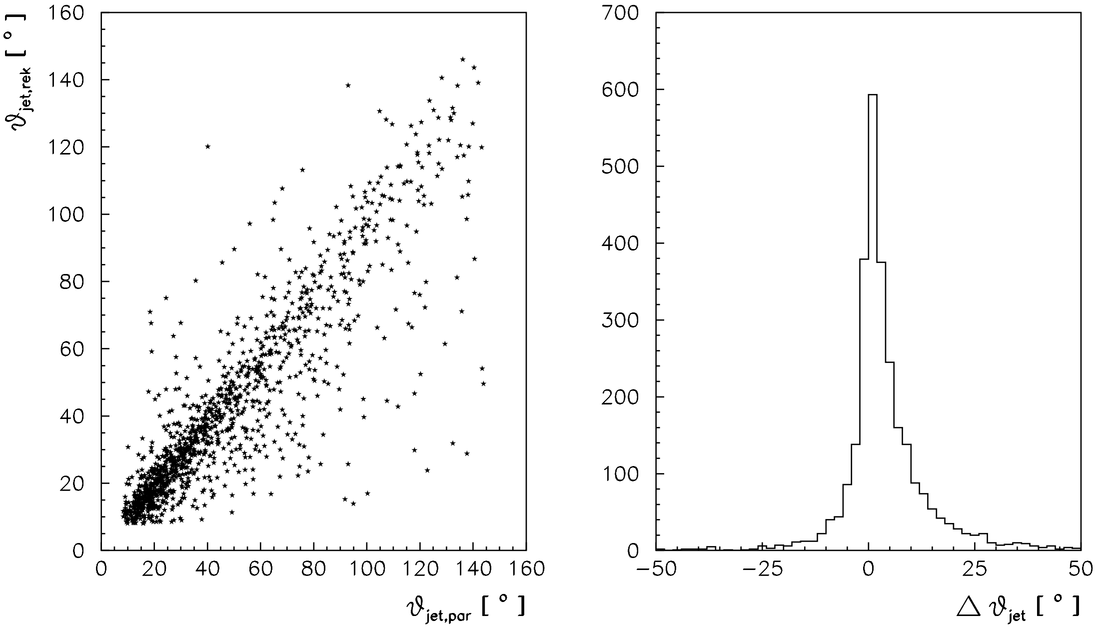

Abbildung 5.10: Korrelation zwischen generiertem und rekonstruiertem ϑ_{jet} für (2+1) LAr-Ereignisse.

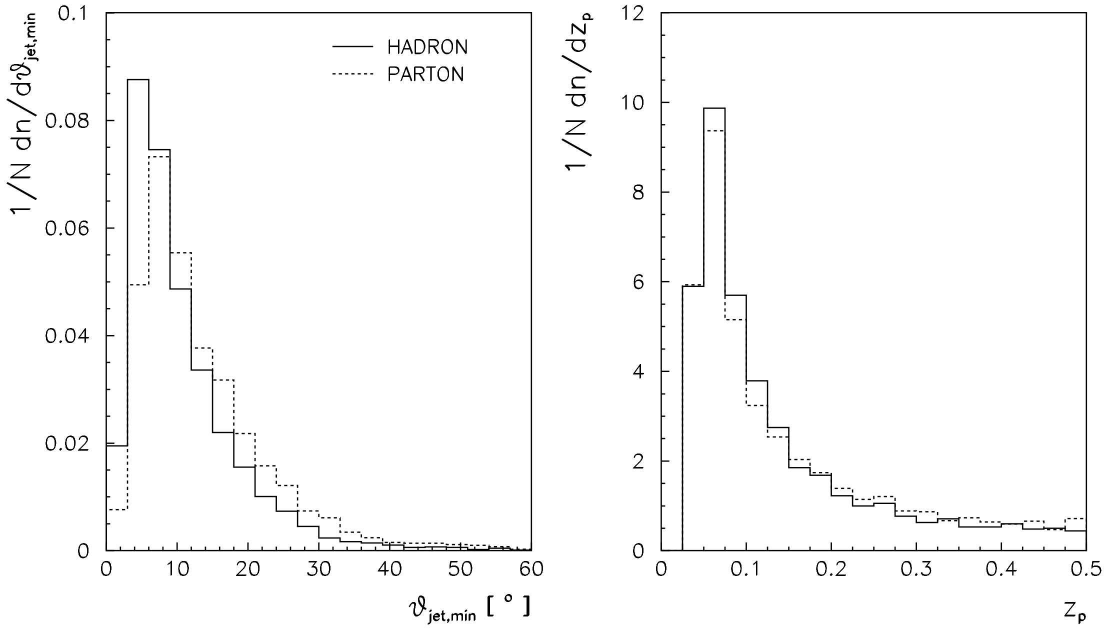

Abbildung 5.11: Vergleich der $\vartheta_{jet,min}$- und z_p-Verteilungen für $10\,\mathrm{GeV}^2 < Q^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$ (2+1) MEPS-Jetereignisse auf Hadron- bzw. Parton-Level.

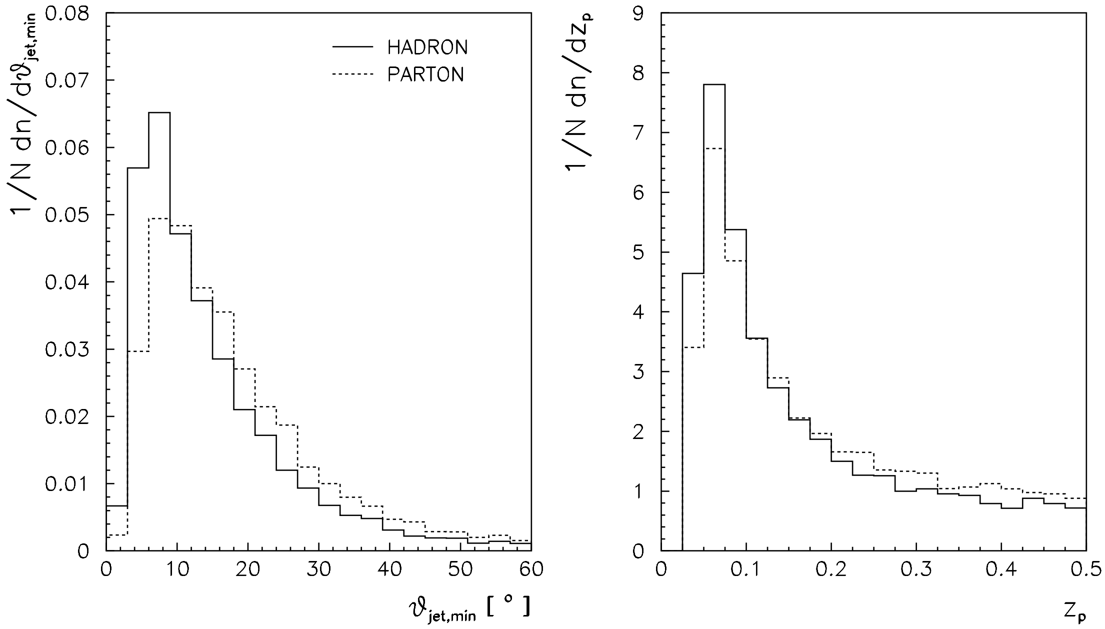

Abbildung 5.12: Vergleich der $\vartheta_{jet,min}$- und z_p-Verteilungen für $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$ (2+1) MEPS-Jetereignisse auf Hadron- bzw. Parton-Level.

Ereignisse herangezogen, sondern nur das Parton- und Hadron-Level. Der Übergang zur Detektorebene wurde vom LEPTO Generator übernommen.

Neben dem JADE-Schema wurden auch das E0- und P-Schema studiert. Da alle drei Schemata die Jets als masselos annehmen, unterscheiden sie sich nur in ihrer Rekombination, deren Einfluß somit untersucht werden kann. Das E-Schema wurde hingegen nicht betrachtet, da es explizit die Massen mitberücksichtigt, die NLO-Rechnungen aber auf masselosen Partonen basieren. Wie schon im Abschnitt 3.5.2 angedeutet, sind das JADE- und E0-Schema auf der Ebene der $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ Berechnungen identisch, solange die Jets keinen Energie- bzw. $|\vec{p}_T|$-Schnitten genügen müssen. Dies resultiert aus der maximal zweifachen Rekombination, da maximal drei Partonen vor der Rekombination zur Verfügung stehen und mindestens ein Jet nach der Rekombination verbleiben muß. Wenn nun Theorie und Experiment sich gleich verhalten, dürfen sich das JADE- und E0-Schema auf Detektor- bzw. Partonebene nur gerigfügig unterscheiden. Dies trifft auch tatsächlich zu, wie in Abbildung 5.14 bis 5.17 zu sehen, wo die einzelnen Ebenen (Daten, MEPS-Detektor, MEPS-Parton und NLO-Rechnung) für die entsprechenden Schemata gegenübergestellt sind. Exemplarisch wurden dafür die $\vartheta_{jet,min}$- und z_p-Verteilungen ausgewählt und wieder zwischen BEMC- und LAr-Ereignissen unterschieden. Die Histogramme sind auf die totale Anzahl der (2+1) Ereignisse normiert, wobei für die Parton- und NLO-Verteilungen ein z_p-Schnitt von 0.04 gefordert wurde. Das durchgezogene Histogramm entspricht dem JADE-, das gestrichelte dem E0- und das gepunktete dem P-Schema.

Das P-Schema unterscheidet sich schon per Definition vom JADE-Schema hinsichtlich der NLO-Berechnungen und zeigt eine Verschiebung der Jets in Vorwärtsrichtung auf. Da der Jet auch masseloser Partonen nach der ersten Rekombination eine Masse erhält und die Energie immer größer als der Betrag des 3er-Impulses ist, müssen die Partonen beim P-Schema im Vergleich zum JADE-Schema bei gleichen y_c- und W^2- Werten gegebenfalls öfter rekombiniert werden, was zu einer Änderung der Jetgrößen führt. Diese Änderung ist aber auf allen vier Ebenen in etwa identisch, so daß auch hier ähnliche α_s-Resultate zu erwarten sind.

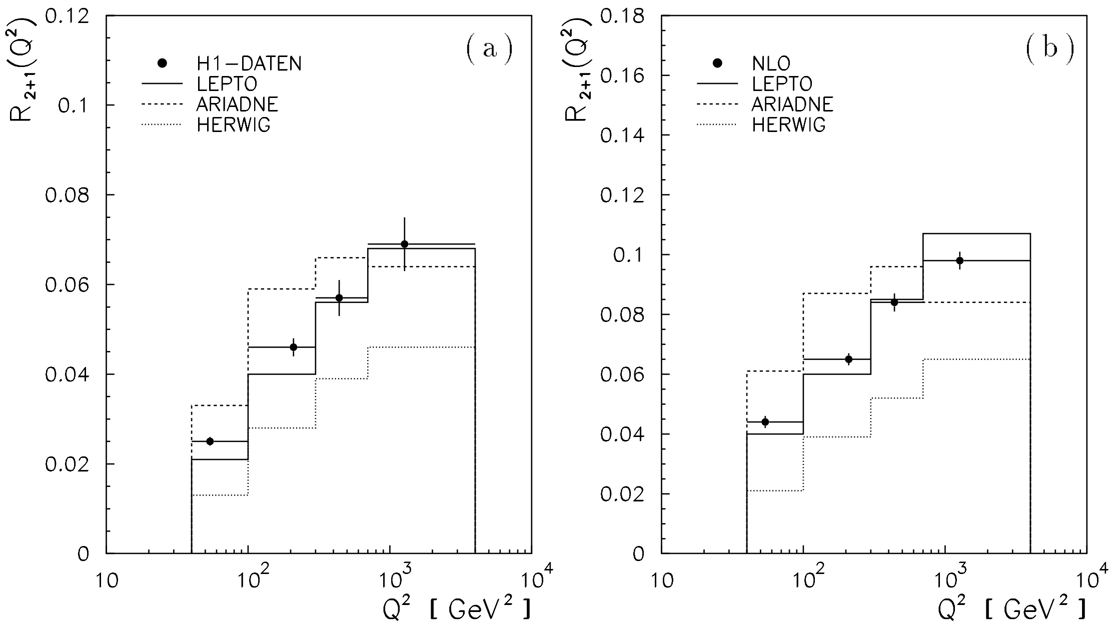

Abbildung 5.13: Vergleich der (2+1) Jetrate auf a) Detektor- und b) Parton-Level für LEPTO, ARIADNE und HERWIG mit den H1-Daten bzw. der NLO-Vorhersage.

Q^2-Bin	K^{LEPTO}	$K^{ARIADNE}$	K^{HERWIG}
5	1.88 ± 0.21	1.85 ± 0.23	1.64 ± 0.06
6	1.48 ± 0.05	1.47 ± 0.04	1.41 ± 0.03
7	1.53 ± 0.06	1.46 ± 0.05	1.34 ± 0.04
8	1.57 ± 0.08	1.34 ± 0.08	1.41 ± 0.05

Tabelle 5.6: Vergleich der Korrekturfaktoren für LEPTO, ARIADNE und HERWIG.

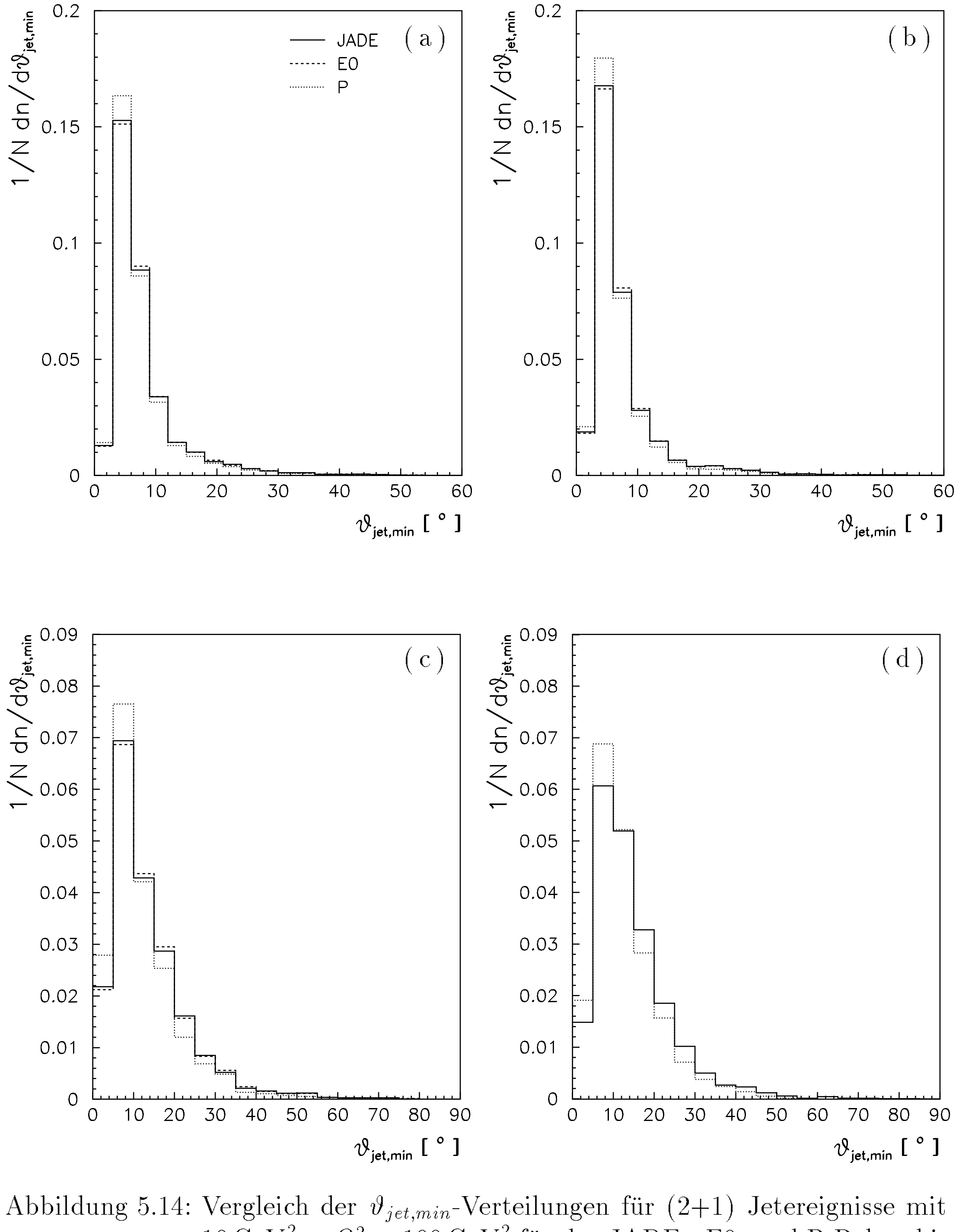

Abbildung 5.14: Vergleich der $\vartheta_{jet,min}$-Verteilungen für (2+1) Jetereignisse mit $10\,\mathrm{GeV}^2 < Q^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$ für das JADE-, E0- und P-Rekombinationsschema. a) H1-Daten, b) MEPS auf der Detektorebene, c) MEPS auf der Partonebene und d) NLO-Vorhersage.

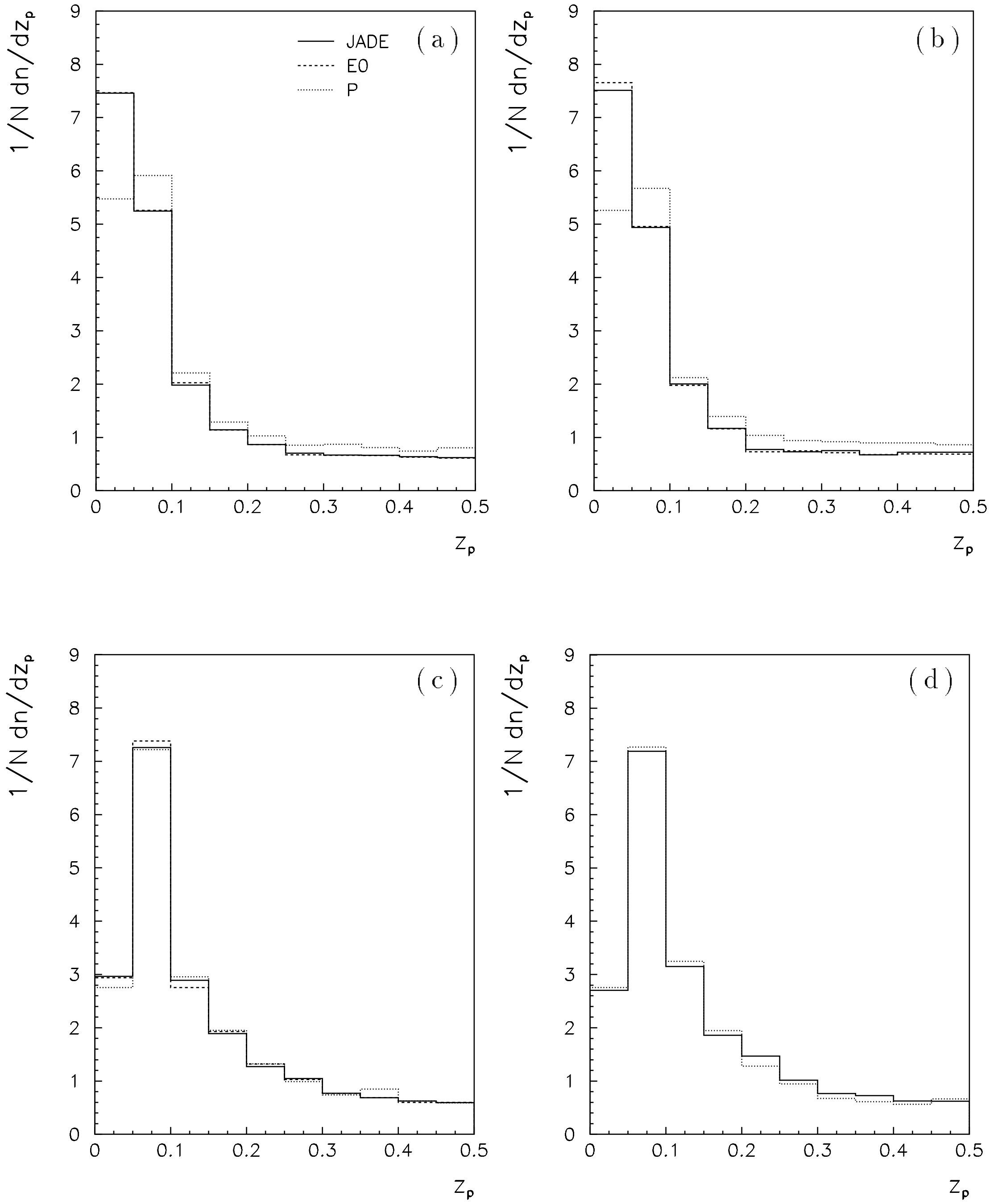

Abbildung 5.15: Vergleich der z_p-Verteilungen für (2+1) Jetereignisse mit $10\,\mathrm{GeV}^2 < Q^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$ für das JADE-, E0- und P-Rekombinationsschema. a) H1-Daten, b) MEPS auf der Detektorebene, c) MEPS auf der Partonebene und d) NLO-Vorhersage.

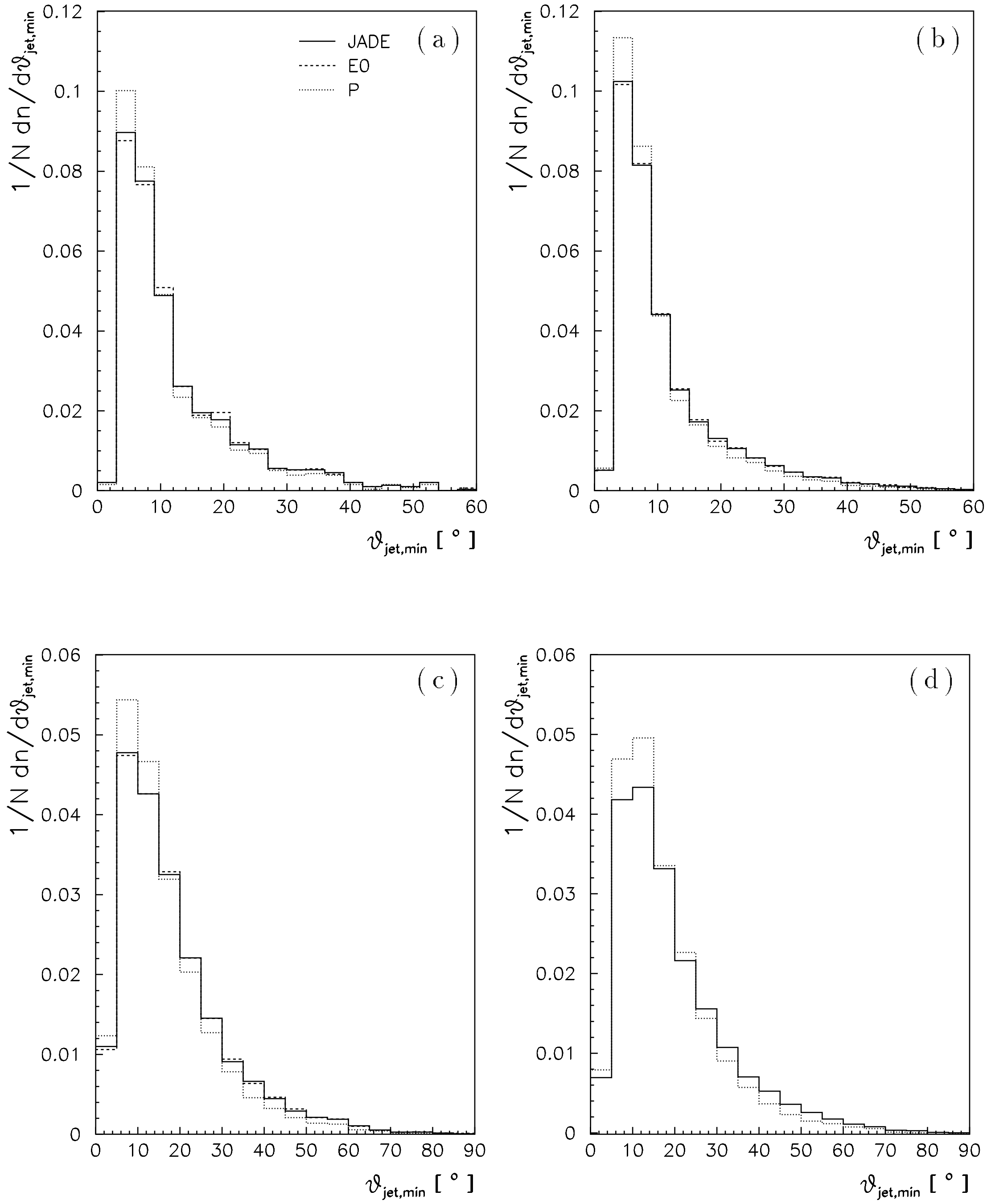

Abbildung 5.16: Vergleich der $\vartheta_{jet,min}$-Verteilungen für (2+1) Jetereignisse mit $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$ für das JADE-, E0- und P-Rekombinationsschema. a) H1-Daten, b) MEPS auf der Detektorebene, c) MEPS auf der Partonebene und d) NLO-Vorhersage.

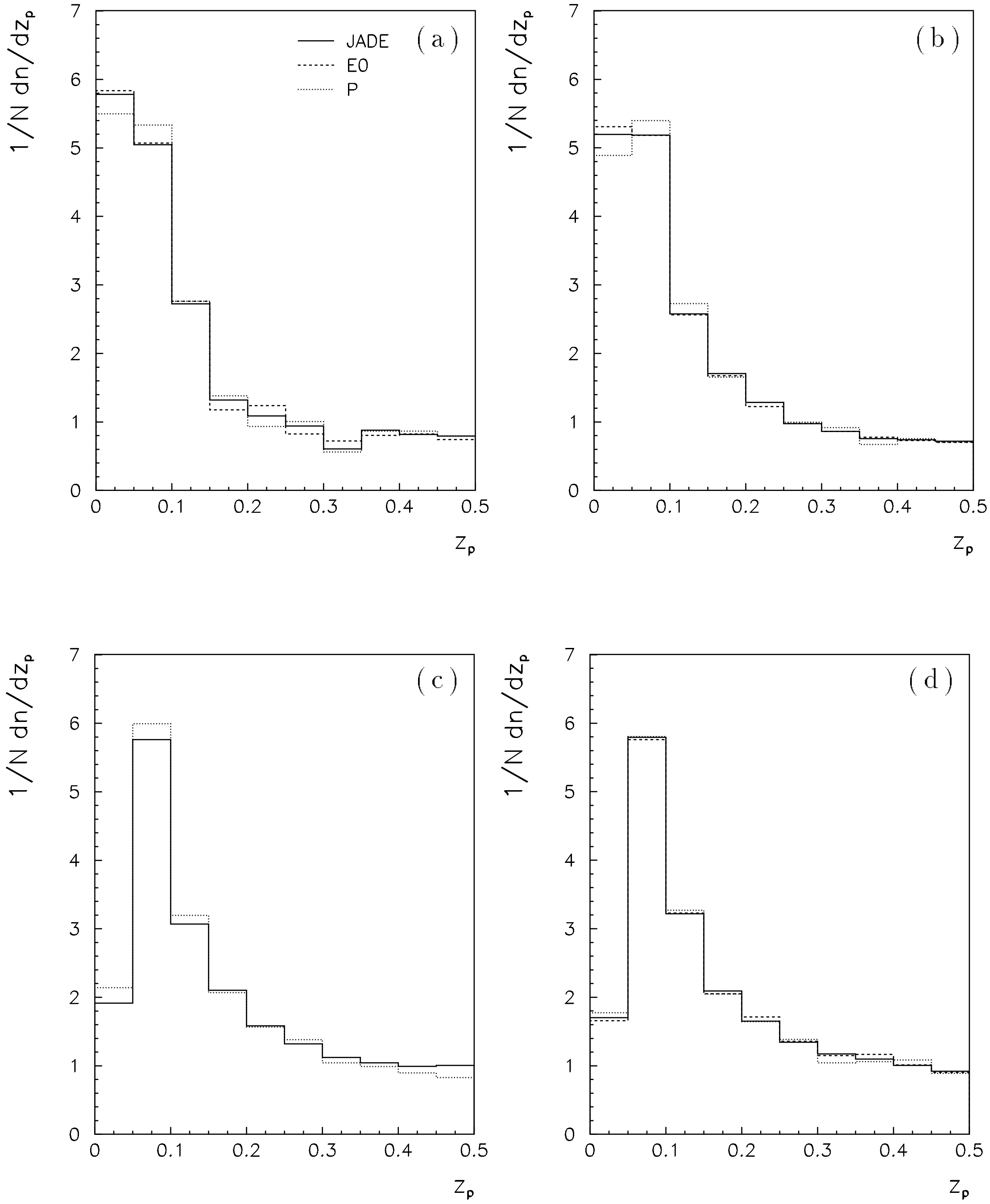

Abbildung 5.17: Vergleich der z_p-Verteilungen für (2+1) Jetereignisse mit $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$ für das JADE-, E0- und P-Rekombinationsschema. a) H1-Daten, b) MEPS auf der Detektorebene, c) MEPS auf der Partonebene und d) NLO-Vorhersage.

5.2 K_t-Algorithmus

Der K_t-Algorithmus ermöglicht auf eine andere Art und Weise, den hadronischen Endzustand zu Jets zusammenzufassen. Wie der JADE- ist auch der K_t-Algorithmus durch einen Auflösungsparameter y_c und eine Referenzmasse definiert. Für diese Analyse wurden eine feste (7 GeV) und eine „laufende" ($\sqrt{Q^2}$) Referenzmasse verwandt, wobei in beiden Fällen $y_c = 0.5$ für die Separation der Macrojets gesetzt wurde. Dies war ein Kompromiß zwischen physikalisch sinnvollen y_c-Werten und beschränkter Datenstatistik. Im folgenden werden die Jetverteilungen der Daten mit den Monte-Carlo Vorhersagen auf Detektor-Level und die NLO-Jetverteilungen mit Monte-Carlo Vorhersagen auf Parton- und Hadron-Level verglichen. Auch hier erfolgt die Beschreibung der Jets durch $\vartheta_{jet,min}$, $\vartheta_{jet,max}$, z_p und $0.5 \sum k_T$, wobei k_T im Breit-System definiert ist als

$$k_T^2 \equiv E_{jet}^{*2} (1 - \cos \vartheta_{jet}^*).$$

Da die Jetbestimmung im Breit-System durchgeführt wurde, war ein Schnitt in y-Bjorken von 0.05 notwendig, damit der Transformationsvektor auf der experimentellen Seite (Detektor-Level) möglichst genau bestimmt werden konnte. Die Berechnung des Transformationsvektors als auch der Referenzmasse erfolgte mit Hilfe der Elektronmethode.

5.2.1 Q^2 als Referenzmassenquadrat

Bevor in diesem Unterkapitel die K_t-Jetverteilungen mit Q^2 als Skalenquadrat vorgestellt werden, muß sichergestellt werden, daß der in NLO-Rechnungen benutzte K_t-Algorithmus der gleiche ist wie auf der experimentellen Seite. Dazu wurden die Wirkungsquerschnitte von LEPTO (ME) und MEPJET (LO) miteinander verglichen. Auch hier wurde die Partondichte MRSH mit $\Lambda_4 = 230\,\text{MeV}$ verwandt. Die Resultate für unterschiedliche y_c-Werte sind in Tabelle 5.7 zusammengestellt. Der Phasenraum ist gegeben durch die kinematischen Schnitte und die Einschränkung des Q^2-Bereiches auf Werte zwischen $150\,\text{GeV}^2$ und $4000\,\text{GeV}^2$. Tabelle 5.8 enthält hingegen Resultate einzelner Q^2-Bins für $y_c = 0.1$. Die Übereinstimmung sowohl im y_c- als auch Q^2-Verlauf liegt innerhalb von 2%.

Die oben angesprochenen K_t-Jetverteilungen für (2+1) Ereignisse sind für die beiden Datensätze und die verschiedenen Ebenen in den Abbildungen 5.18 bis 5.21 zu sehen. Alle Verteilungen sind auf die totale Anzahl der (2+1) Ereignisse, d. h. auf „1" normiert und die Bingröße in die y-Achsenskala eingerechnet. Abbildung 5.18 zeigt einen Vergleich zwischen den H1-Daten, durch Punkte mit statistischem Fehler dargestellt, und LEPTO im MEPS-Modus Vorhersagen (durchgezogenes Histogramm) für Ereignisse mit einem Elektron im BEMC. Das Monte-Carlo beschreibt dabei die $\vartheta_{jet,min}$- und z_p-Verteilungen der Daten recht gut. Die $\vartheta_{jet,max}$- und k_T-Verteilungen werden hingegen schlechter

y_c	σ_{2+1}^{ME} [pb]	σ_{2+1}^{LO} [pb]
0.01	505.35	520.22
0.05	195.73	197.07
0.1	104.49	104.47
0.3	31.23	30.72
0.5	30.31	29.99
1.0	30.31	29.99

Tabelle 5.7: Vergleich zwischen dem LEPTO ME und MEPJET LO (2+1) K_t-Jetwirkungsquerschnitt für unterschiedliche Werte des Auflösungsparameters y_c.

Q^2-Bin	σ_{2+1}^{ME} [pb]	σ_{2+1}^{LO} [pb]
4	754.61	767.96
5	435.07	431.93
6	74.47	74.58
7	27.09	27.19
8	8.01	7.92

Tabelle 5.8: Vergleich zwischen dem LEPTO ME und MEPJET LO (2+1) K_t-Jetwirkungsquerschnitt für unterschiedliche Q^2-Bins.

beschrieben. Speziell für kleine $\vartheta_{jet,max}$- und k_T-Werte gibt es große Unterschiede. Zumindest wird aber der Verlauf der jeweiligen Jetgrößen vom Monte-Carlo bestätigt. Ganz anders sieht dies für den Vergleich zwischen NLO-Rechnungen und LEPTO-Vorhersagen auf der Parton- und Hadron-Ebene aus, wie Abbildung 5.19 zeigt. Die NLO-Berechnungen entsprechen dabei dem durchgezogenen, das Parton-Level dem gestrichelten und das Hadron-Level dem gepunkteten Histogramm. Auch hier stimmen zwar die $\vartheta_{jet,min}$- und z_p-Verteilungen des Monte-Carlos auf Parton-Level und den NLO-Berechnungen überein, das Hadron-Level hat aber einen völlig anderen Verlauf. Am besten ist der Unterschied zwischen den drei Vorhersagen in $\vartheta_{jet,max}$ zu erkennen, die nichts miteinander gemeinsam haben. Der K_t-Algorithmus, der einen anderen Phasenraum als der JADE-Algorithmus zugänglich macht, ist demzufolge viel sensitiver auf Partonschauer-, Hadronisierungs- und Detektoreffekte. Auf Grund der sehr schlechten Korrelation zwischen den Jets auf den jeweiligen Ebenen sind Schnitte in den Jetverteilungen, um diese zu optimieren, nicht ratsam. Um jedoch die Einflüsse einigermaßen zu kontrollieren, bietet sich ϑ_q als kinematischer Schnitt an, wobei ϑ_q auf Partonebene für (1+1) Ereignisse dem Winkel des gestreuten Partons entspricht und sich aus Elektrongrößen wie folgt berechnen läßt.

$$\cos\vartheta_q \equiv \frac{Q^2\,(1-y) - 4\,E_e^2\,y^2}{Q^2\,(1-y) + 4\,E_e^2\,y^2}$$

Abbildung 5.22 zeigt die sich ergebenden ϑ_q-Verteilungen für die jeweiligen Ebenen. Ein Schnitt für hohe ϑ_q-Werte verhindert Q^2 abhängig kleine x-Bjorken Werte und unterdrückt damit die Partonschauer.

Die gleichen Jetverteilungen sind für Ereignisse mit einem Elektron im LAr in den Abbildungen 5.20, 5.21 und 5.22c und d dargestellt. Hier sehen die Korrelationen zwischen NLO und LEPTO auf Parton- und Hadron-Level vielversprechender aus, da die Verteilungen im Verlauf in etwa identisch sind. Auch die H1-Daten werden vom Monte-Carlo beschrieben. Leider ist die Statistik der Daten sehr gering, so daß die statistischen Fluktuationen es nicht ermöglichen, qualitativ bessere Aussagen zu treffen. Da sich mit zunehmendem Q^2-Wert die Ereignisanzahl drastisch verkleinert, bleiben nur eine Handvoll Ereignisse übrig, so daß eine α_s-Bestimmung für diesen Q^2-Bereich unmöglich wird.

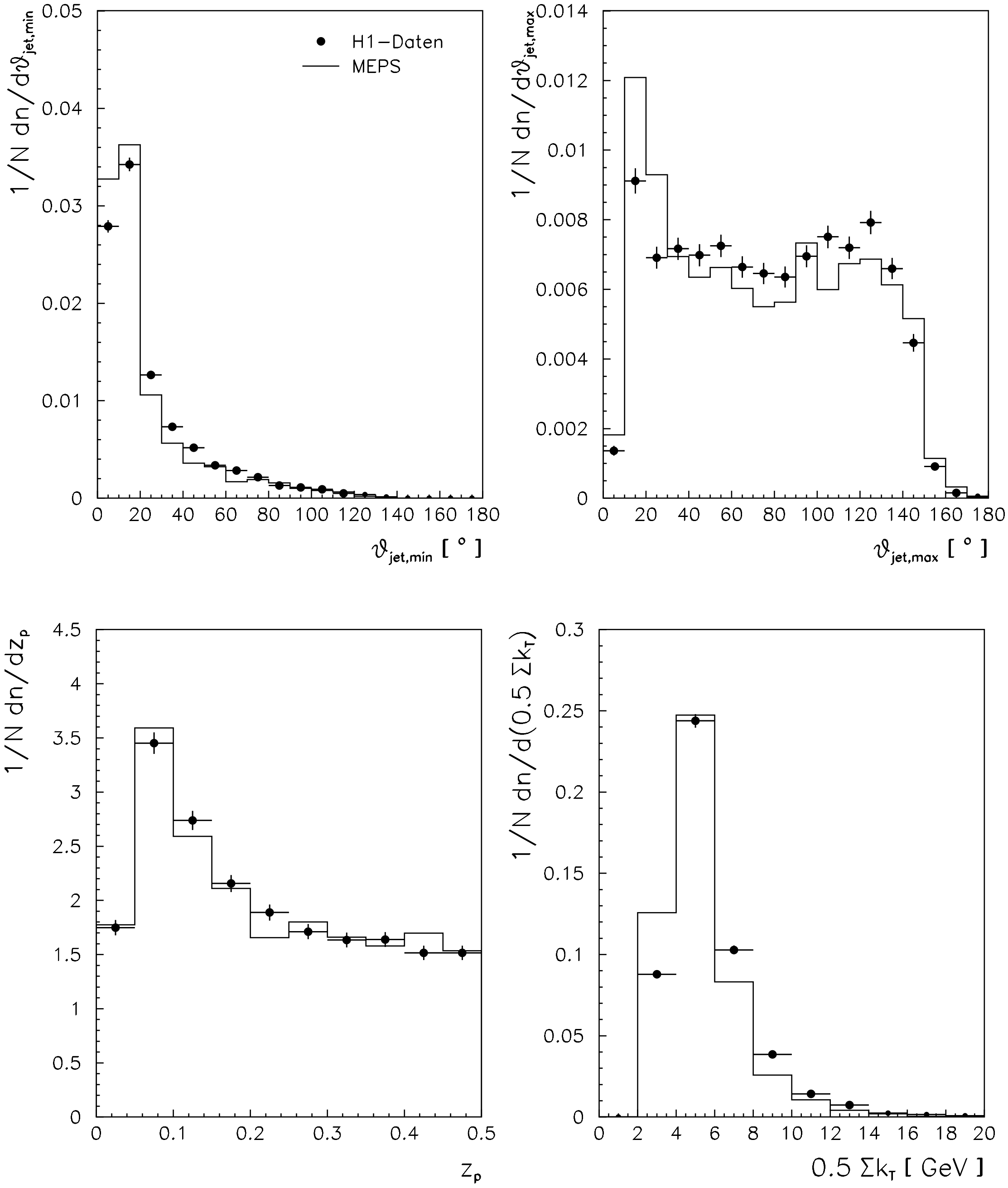

Abbildung 5.18: Vergleich der $\vartheta_{jet,min}$, $\vartheta_{jet,max}$, z_p und k_T K_t-Verteilungen zwischen H1-Daten und LEPTO im MEPS-Modus für Ereignisse mit einem Elektron im BEMC.

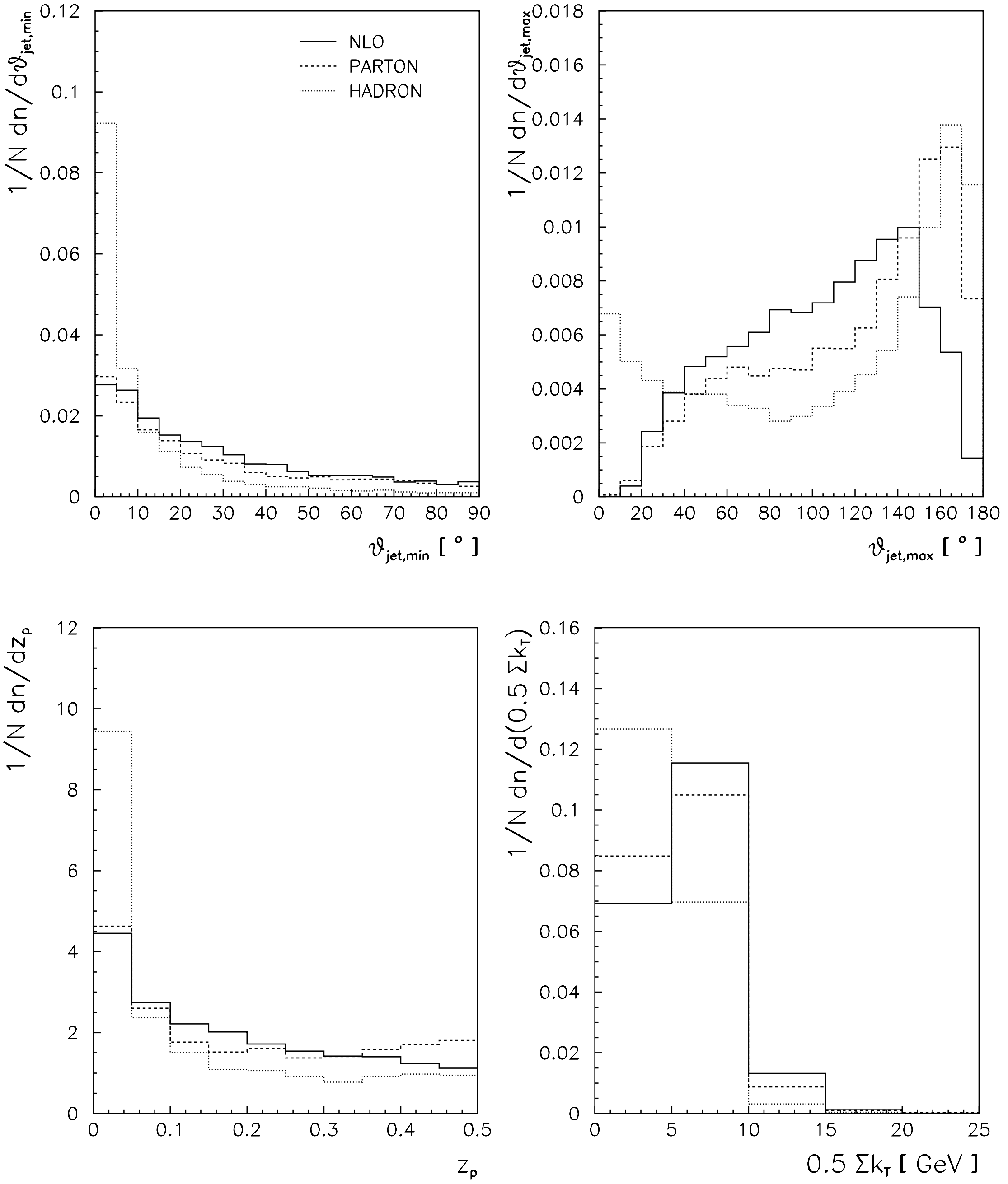

Abbildung 5.19: Vergleich der $\vartheta_{jet,min}$, $\vartheta_{jet,max}$, z_p und k_T K_t-Verteilungen zwischen NLO und LEPTO im MEPS-Modus für Ereignisse mit $10\,\mathrm{GeV}^2 < Q^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$.

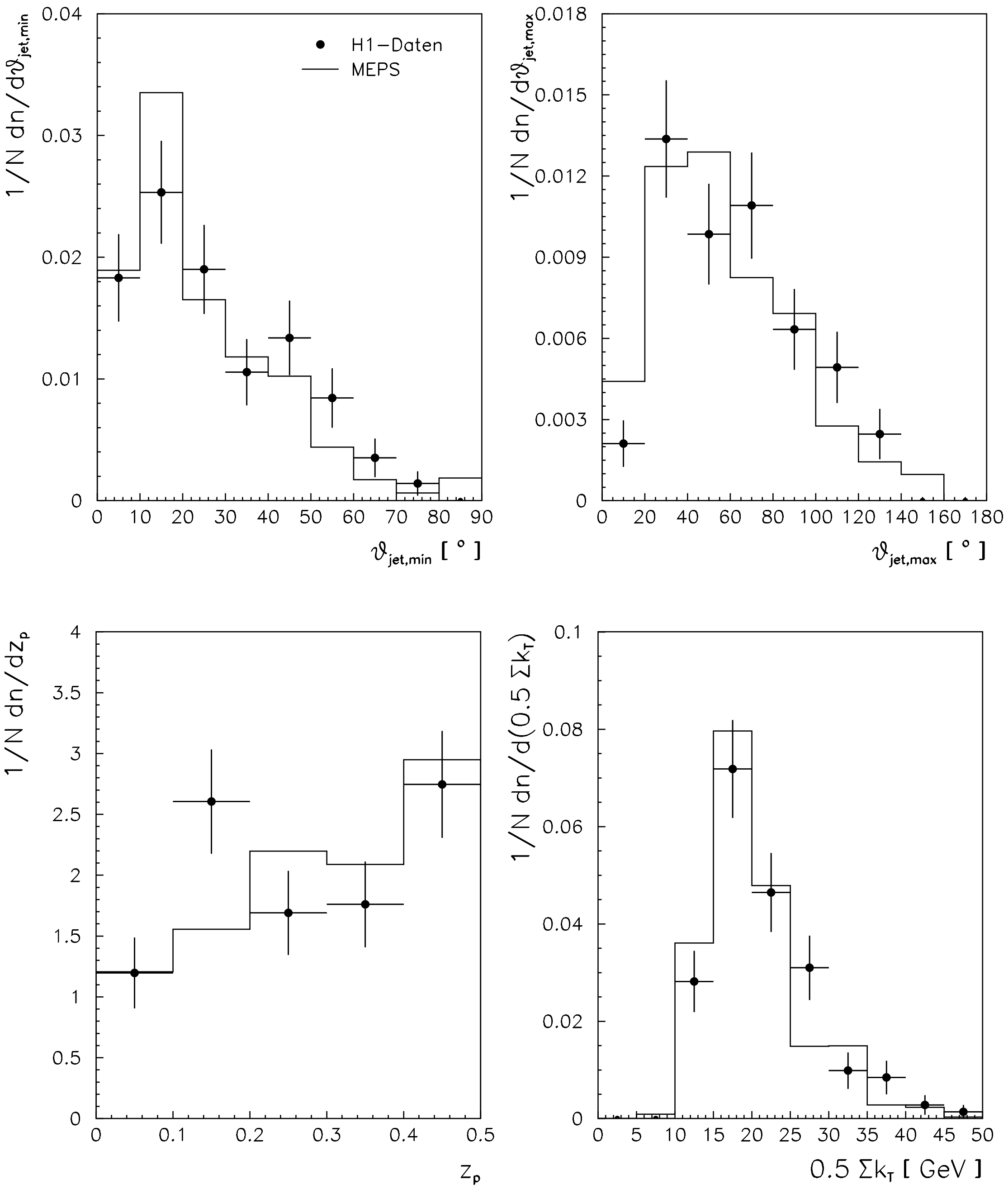

Abbildung 5.20: Vergleich der $\vartheta_{jet,min}$, $\vartheta_{jet,max}$, z_p und k_T K_t-Verteilungen zwischen H1-Daten und LEPTO im MEPS-Modus für Ereignisse mit einem Elektron im LAr.

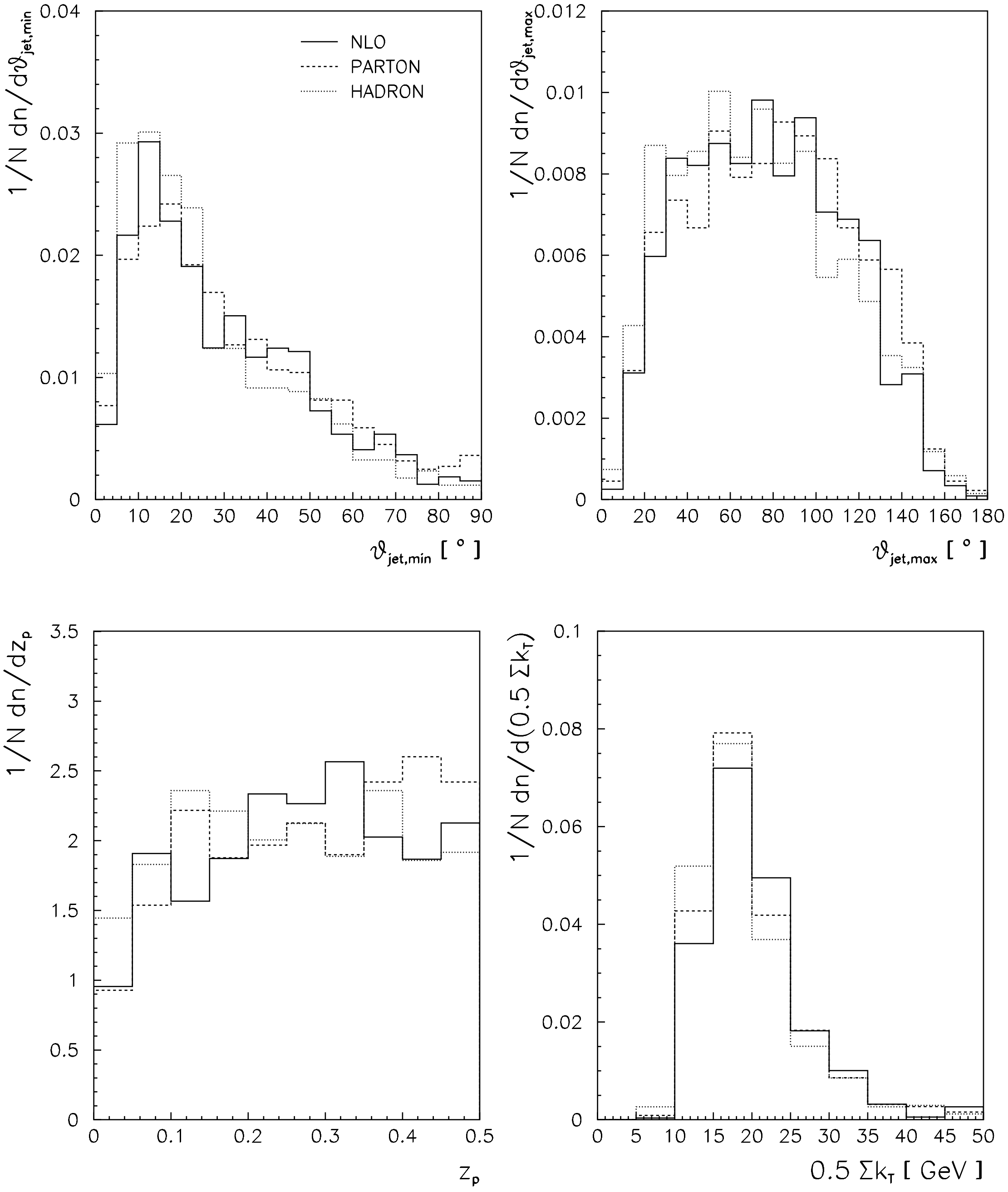

Abbildung 5.21: Vergleich der $\vartheta_{jet,min}$, $\vartheta_{jet,max}$, z_p und k_T K_t-Verteilungen zwischen NLO und LEPTO im MEPS-Modus für Ereignisse mit $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$.

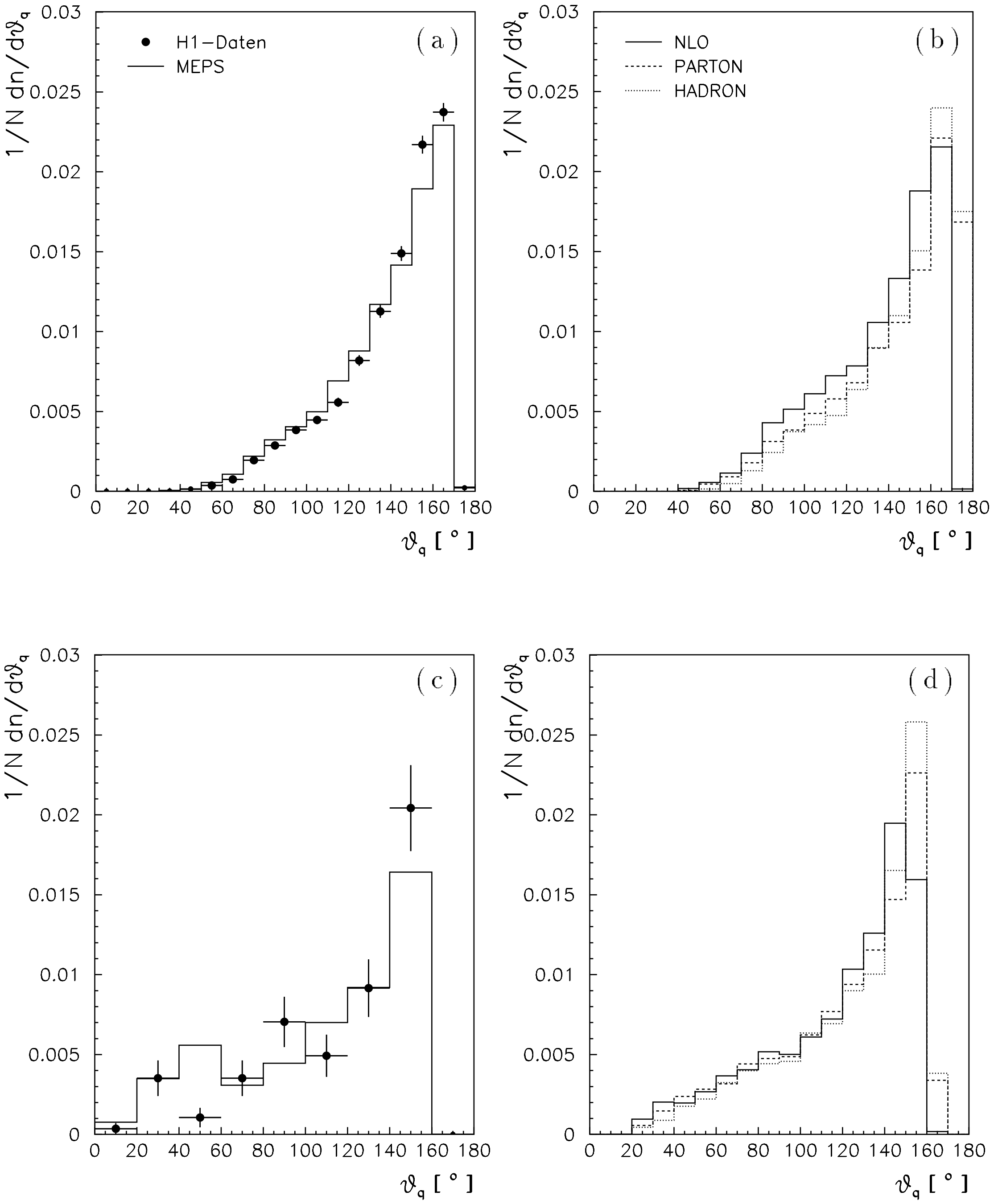

Abbildung 5.22: Vergleich der ϑ_q-Verteilungen für den K_t-Algorithmus zwischen Daten, Monte-Carlo und NLO. a) und b) entsprechen Ereignissen mit einem Elektron im BEMC. c) und d) entsprechen Ereignissen mit einem Elektron im LAr.

5.2.2 Feste Referenzmasse

Um eine höhere Statistik von (2+1) Ereignissen mit Q^2-Werten oberhalb von 100 GeV^2 zu erhalten und den Einfluß einer anderen Referenzmasse zu studieren, wurde die Q^2-Referenzmasse durch eine feste ersetzt. Ein Wert von 49 GeV^2 erschien physikalisch sinnvoll, da damit sichergestellt wird, daß die k_T-Werte größer als 5 GeV sind und damit der Einfluß der Partonschauer für Ereignisse mit Q^2-Werten unterhalb von 100 GeV^2 unterdrückt wird. In den Abbildungen 5.23 bis 5.26 sind die entsprechenden Jetverteilungen zu sehen. Auch hier entsprechen in den Abbildungen 5.23 und 5.24 die Punkte den H1-Daten und das durchgezogene Histogramm der LEPTO-Vorhersage auf dem Detektor-Level. Die durchgezogenen, gestrichelten und gepunkteten Histogramme in den Abbildungen 5.25 und 5.26 entsprechen der NLO-Vorhersage bzw. den LEPTO-Vorhersagen auf Parton- und Hadron-Level. Alle Histogramme sind auf die totale Anzahl der (2+1) Ereignisse normiert und die Bingröße in die y-Achsenskala eingerechnet. Die Qualität der Beschreibung der Daten mit einem Elektron im BEMC durch das Monte-Carlo entspricht in etwa der bei der „laufenden“ Referenzmasse. Hier ist aber die Korrelation zwischen NLO und LEPTO auf Parton- bzw. Hadron-Level deutlich besser. Unterschiede für kleine $\vartheta_{jet,min}$ und z_p sind jedoch weiterhin vorhanden. Um eine weitere Verbesserung der Korrelation zu erhalten, ist ein Schnitt in ϑ_q möglich, siehe Abbildung 5.27. Für Ereignisse mit einem Elektron im LAr sehen die Jetverteilungen sehr vielversprechend aus. Die H1-Daten werden durch das LEPTO Monte-Carlo auf dem Detektor-Level im Verlauf und absoluten Werten recht gut beschrieben. Die zugehörigen Verteilungen sind in Abbildung 5.23 zu sehen. Die Legende entspricht der oben genannten. Auch die NLO-Vorhersagen stimmen sehr gut mit den LEPTO-Verteilungen auf Parton-Level überein. Der Einfluß der Hadronisierung beschränkt sich auf Bereiche kleiner Jetwinkel und kleiner z_p-Werte, wie in Abbildung 5.26 dargestellt. Die entsprechenden ϑ_q-Verteilungen sind den Abbildungen 5.27c und d zu entnehmen.

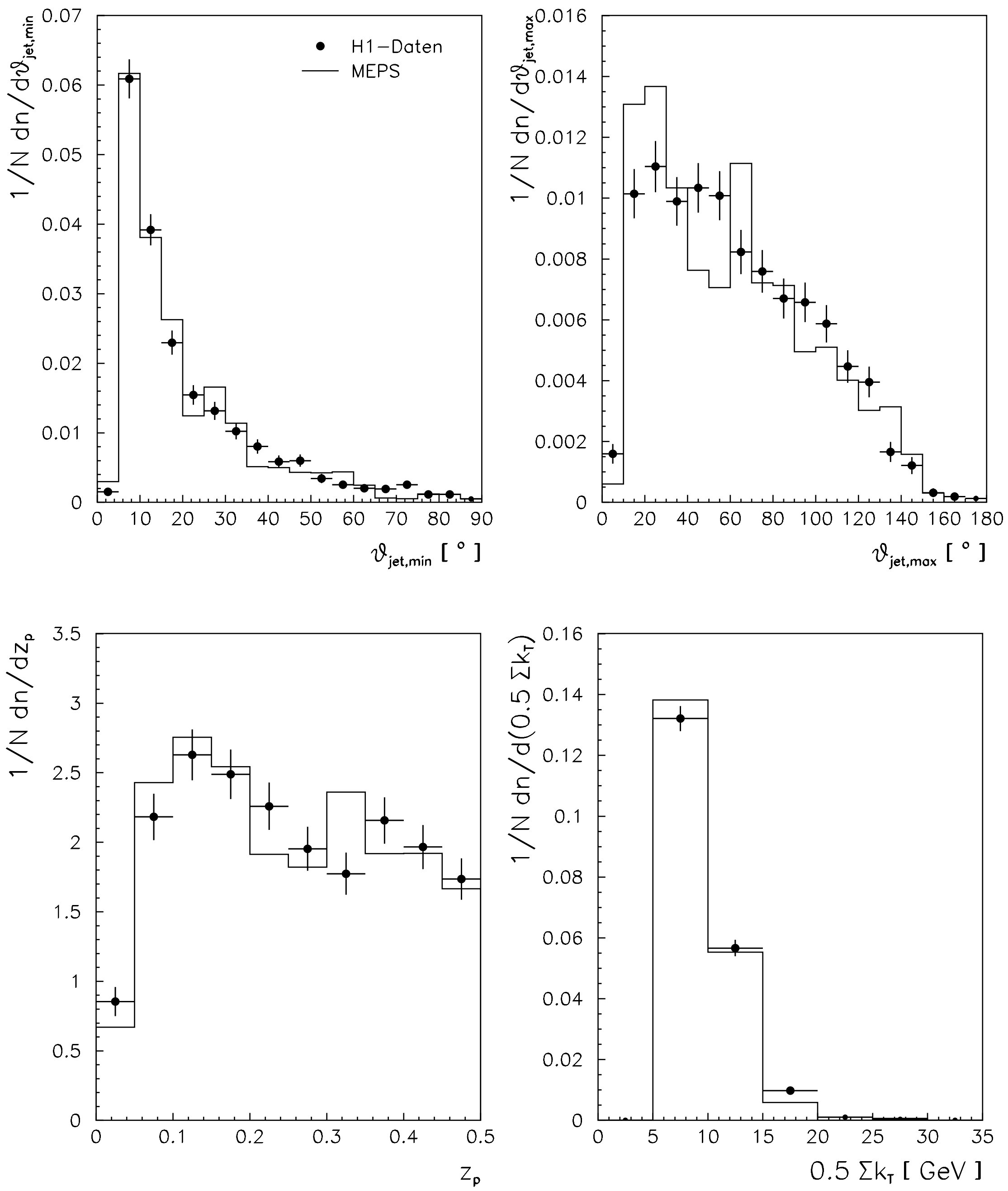

Abbildung 5.23: Vergleich der $\vartheta_{jet,min}$, $\vartheta_{jet,max}$, z_p und k_T K_t-Verteilungen für eine feste Referenzmasse zwischen H1-Daten und LEPTO im MEPS-Modus für Ereignisse mit einem Elektron im BEMC.

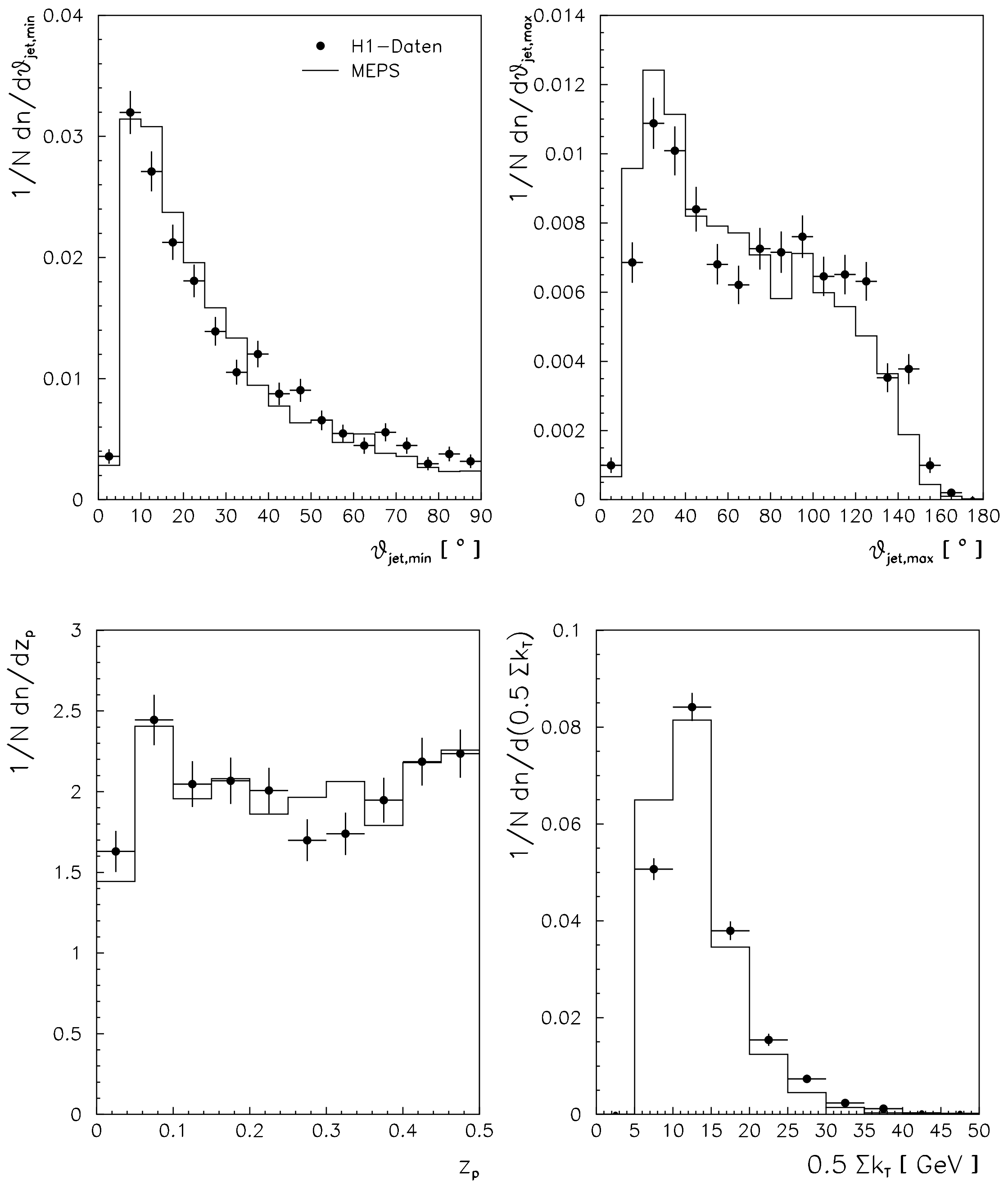

Abbildung 5.24: Vergleich der $\vartheta_{jet,min}$, $\vartheta_{jet,max}$, z_p und k_T K_t-Verteilungen für eine feste Referenzmasse zwischen H1-Daten und LEPTO im MEPS-Modus für Ereignisse mit einem Elektron im LAr.

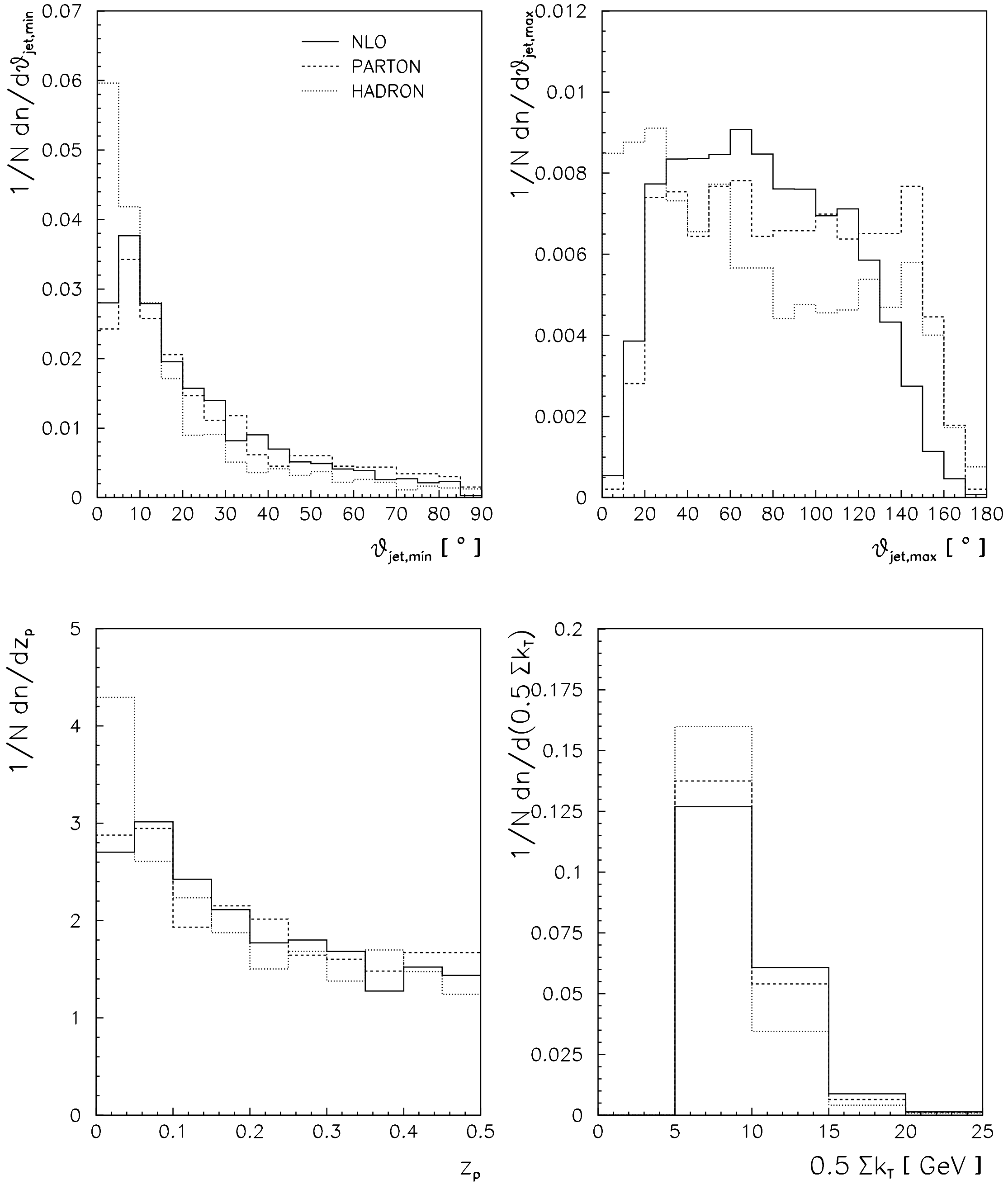

Abbildung 5.25: Vergleich der $\vartheta_{jet,min}$, $\vartheta_{jet,max}$, z_p und k_T K_t-Verteilungen für eine feste Referenzmasse zwischen NLO und LEPTO im MEPS-Modus für Ereignisse mit $10\,\mathrm{GeV}^2 < Q^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$.

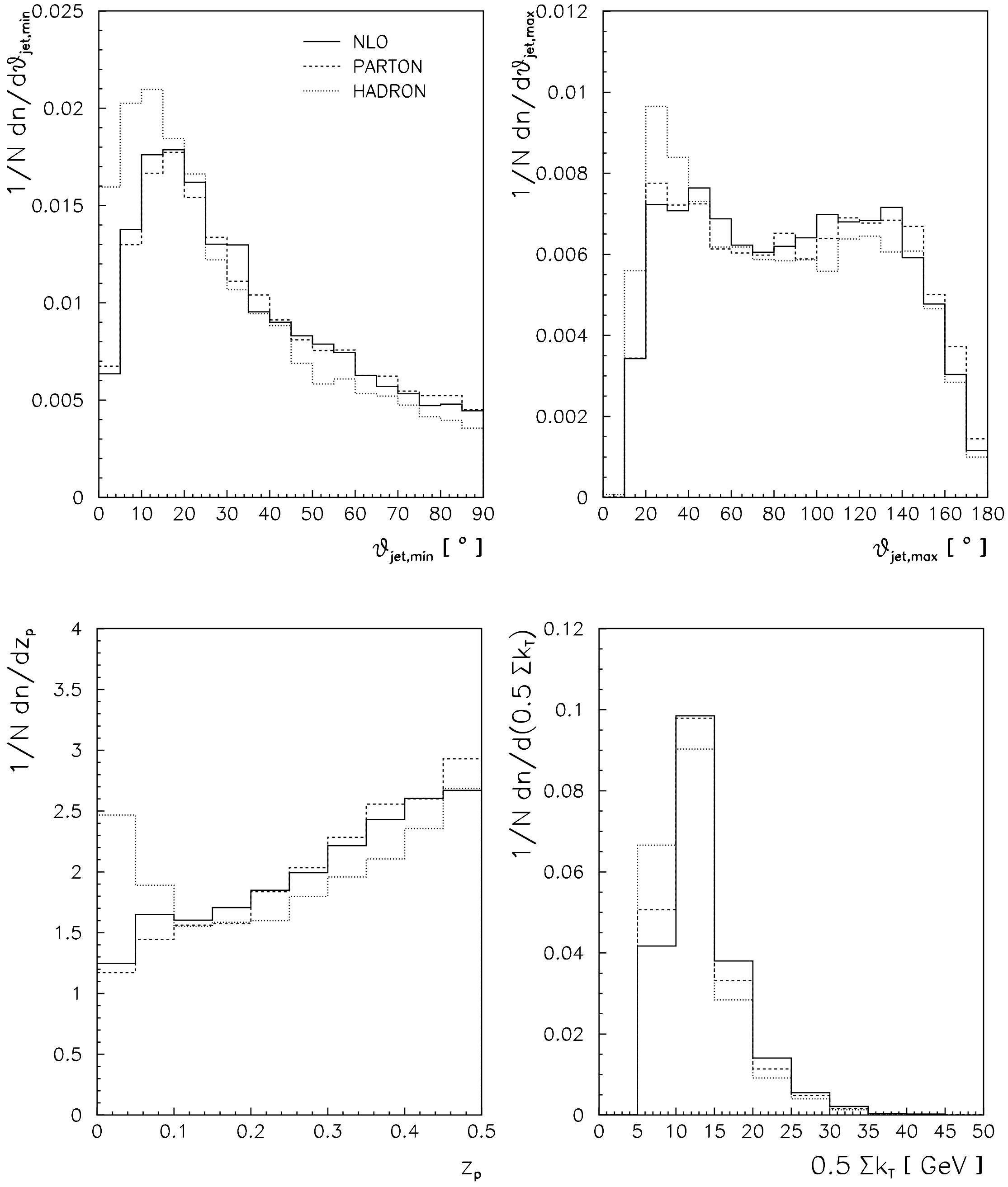

Abbildung 5.26: Vergleich der $\vartheta_{jet,min}$, $\vartheta_{jet,max}$, z_p und k_T K_t-Verteilungen für eine feste Referenzmasse zwischen NLO und LEPTO im MEPS-Modus für Ereignisse mit $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$.

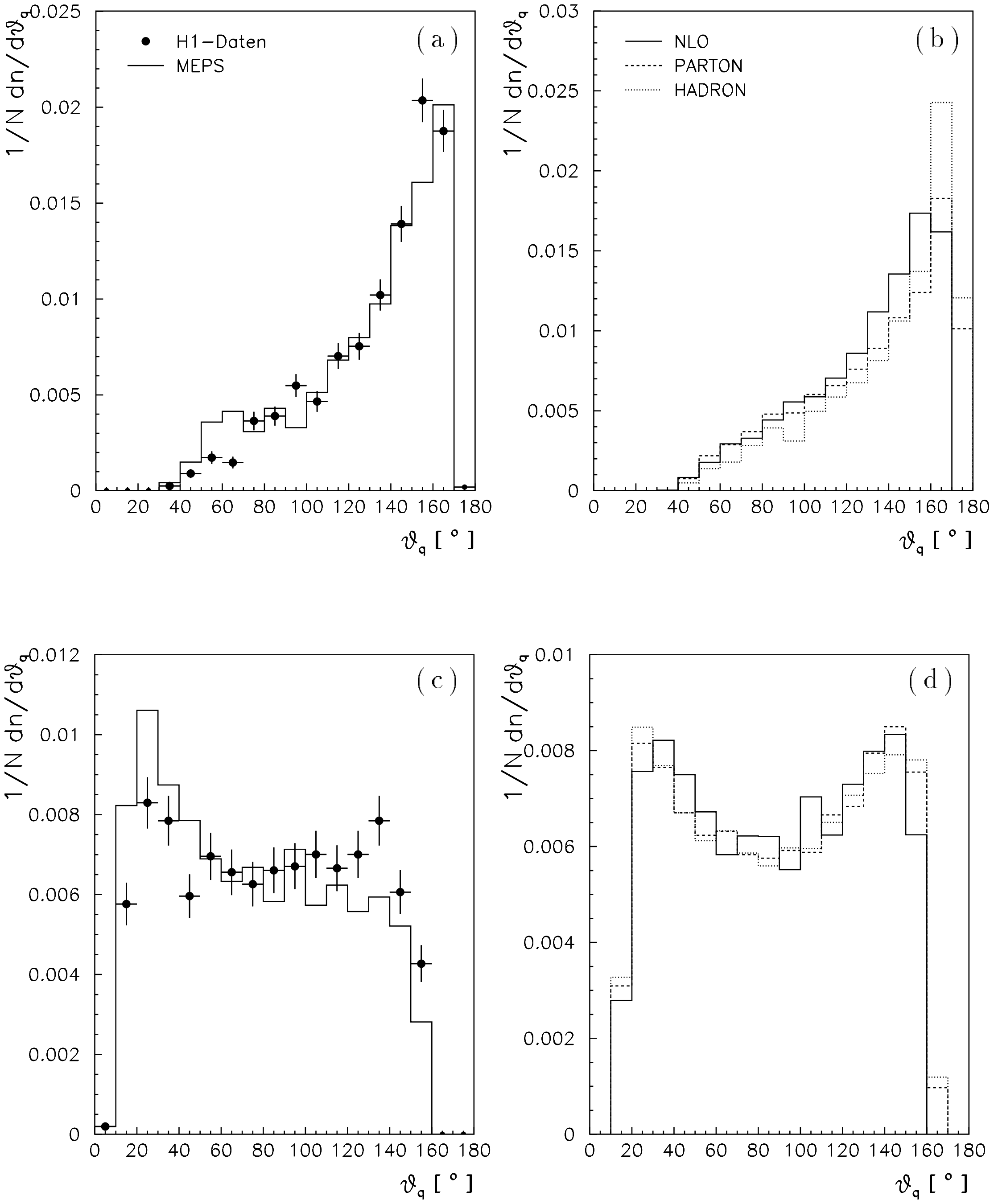

Abbildung 5.27: Vergleich der ϑ_q-Verteilungen für den K_t-Algorithmus mit fester Referenzmasse zwischen Daten, Monte-Carlo und NLO. a) und b) entsprechen Ereignissen mit einem Elektron im BEMC. c) und d) entsprechen Ereignissen mit einem Elektron im LAr.

5.3 Cone-Algorithmus

Der Cone-Algorithmus ist vom Prinzip her der einfachste aller Algorithmen. Die Jetidentifizierung erfolgte im Schwerpunkt-System des einlaufenden Elektrons und Protons (CMS). Da auch hier ein Transformationsvektor benötigt wird, wurde auf der experimentellen Seite ein unterer y-Bjorken Schnitt von 0.1 gewählt. So wurde sichergestellt, daß die Ungenauigkeiten bei der Berechnung des Vektors nach der Elektron-Methode am kleinsten sind. Der Cone-Algorithmus ist durch den Cone-Radius, eine minimale transversale Energie des Jets und einem Überlappungsverhältnis charakterisiert. Für diese Analyse wurden Standardwerte gewählt. Im einzelnen waren dies 1.0 für den Radius, 5 GeV für die minimale transversale Jetenergie und 0.75 für das Überlappungsverhältnis. Bevor die Jetverteilungen vorgestellt werden, soll erst demonstriert werden, daß der Cone-Algorithmus auf der theoretischen und experimentellen Seite identisch ist. In Tabelle 5.9 sind die (2+1) Jetwirkungsquerschnitte für LEPTO (ME) und DISENT (LO) für die Partondichte MRSH mit $\Lambda_4 = 230\,\mathrm{MeV}$ gegenübergestellt. Sie stimmen innerhalb von 5% überein. Es sei bemerkt, daß die Analyse nur auf Ereignisse mit einem Elektron im LAr beschränkt ist und daß die NLO-Berechnungen mit DISENT durchgeführt wurden, da sich dort der Cone-Algorithmus einfacher einbauen ließ. Zur Charakterisierung der (2+1) Jets wurden die Größen $\vartheta_{jet,min}$, $\vartheta_{jet,max}$, z_p und p_T^* herangezogen, wobei p_T^* jeweils der Betrag des transversalen 3er-Impulses des Jets im CMS ist. Die entsprechenden Verteilungen sind in den Abbildungen 5.28 und 5.29 zu sehen, wobei eine Normierung jeweils auf die totale Anzahl der (2+1) Jetereignisse durchgeführt und die Bingröße in die y-Achsenskala eingerechnet wurde. Abbildung 5.28 zeigt den Vergleich zwischen H1-Daten und den LEPTO-Vorhersagen auf Detektor-Level. Die H1-Daten entsprechen den Punkten mit statistischem Fehler und das Monte-Carlo dem durchgezogenen Histogramm. Das Monte-Carlo beschreibt die $\vartheta_{jet,min}$- und p_T^*-Verteilungen der Daten recht gut. Unterschiede sind in der $\vartheta_{jet,max}$-Verteilung für kleine und große Werte zu sehen, die sich in der Diskrepanz der z_p-Verteilungen widerspiegeln. Der Abbildung 5.28 sind die NLO-Jetverteilungen und die LEPTO-Vorhersagen auf Parton- bzw. Hadron-Level zu entnehmen. Hier entspricht das durchgezogene Histogramm der NLO-Rechnung, das gestrichelte und gepunktete Histogramm dem Parton- bzw. Hadron-Level des Monte-Carlos. Es zeigt sich, daß die NLO-Vorhersagen im Verlauf dem des Monte-Carlo entsprechen. Unterschiede sind für kleine und große Werte der Jetwinkel zu erkennen, die sich auch hier in der z_p-Verteilung widerspiegeln. Zumindest ist der Einfluß der Hadronisierung nicht sehr stark. Der Vollständigkeit halber sind in Abbildung 5.30 die ϑ_q-Verteilungen für die einzelnen Ebenen gegenübergestellt.

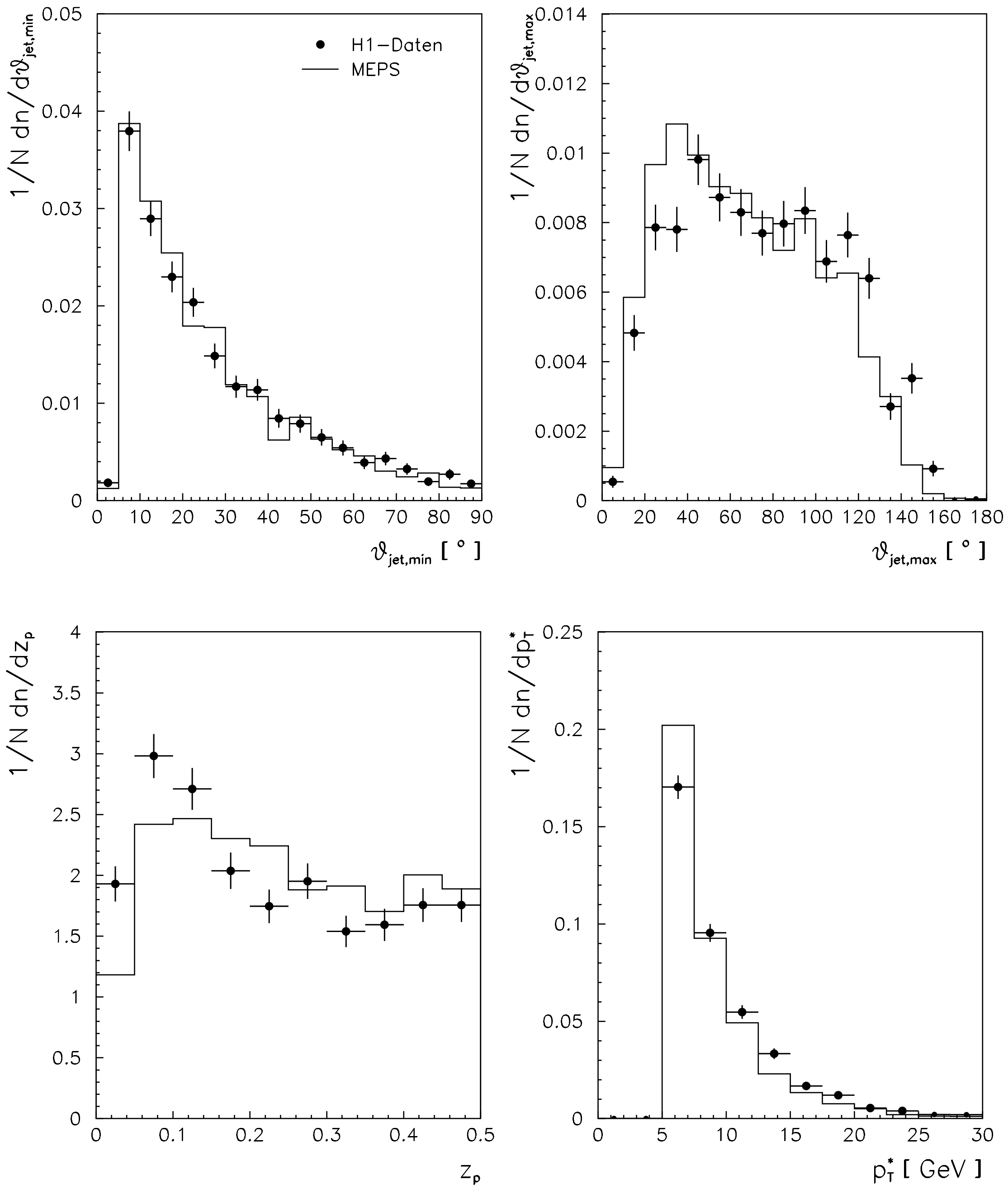

Abbildung 5.28: Vergleich der $\vartheta_{jet,min}$, $\vartheta_{jet,max}$, z_p und p_T^* Cone-Verteilungen zwischen H1-Daten und LEPTO im MEPS-Modus für Ereignisse mit einem Elektron im LAr.

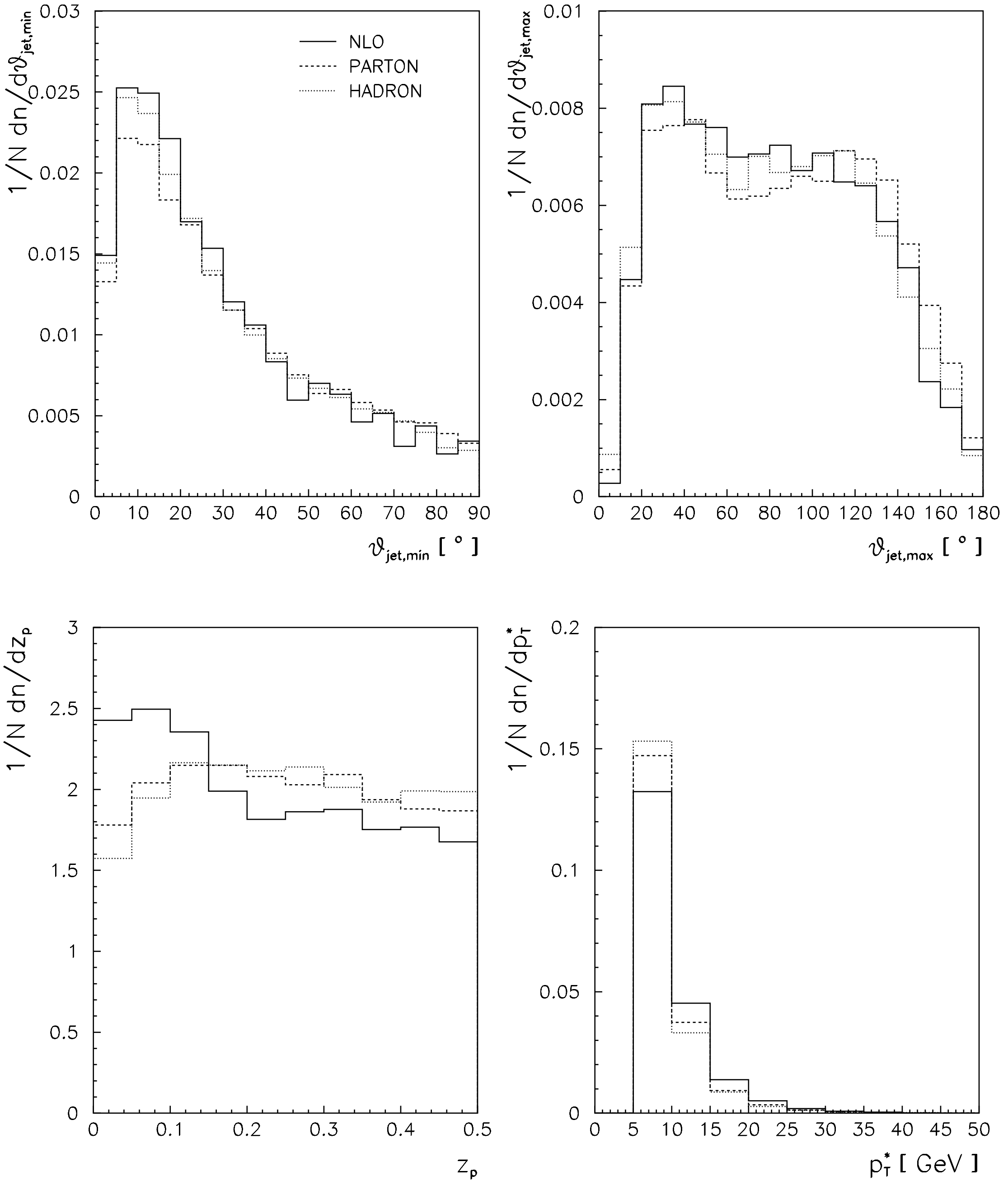

Abbildung 5.29: Vergleich der $\vartheta_{jet,min}$, $\vartheta_{jet,max}$, z_p und p_T^* Cone-Verteilungen zwischen NLO und LEPTO im MEPS-Modus für Ereignisse mit $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$.

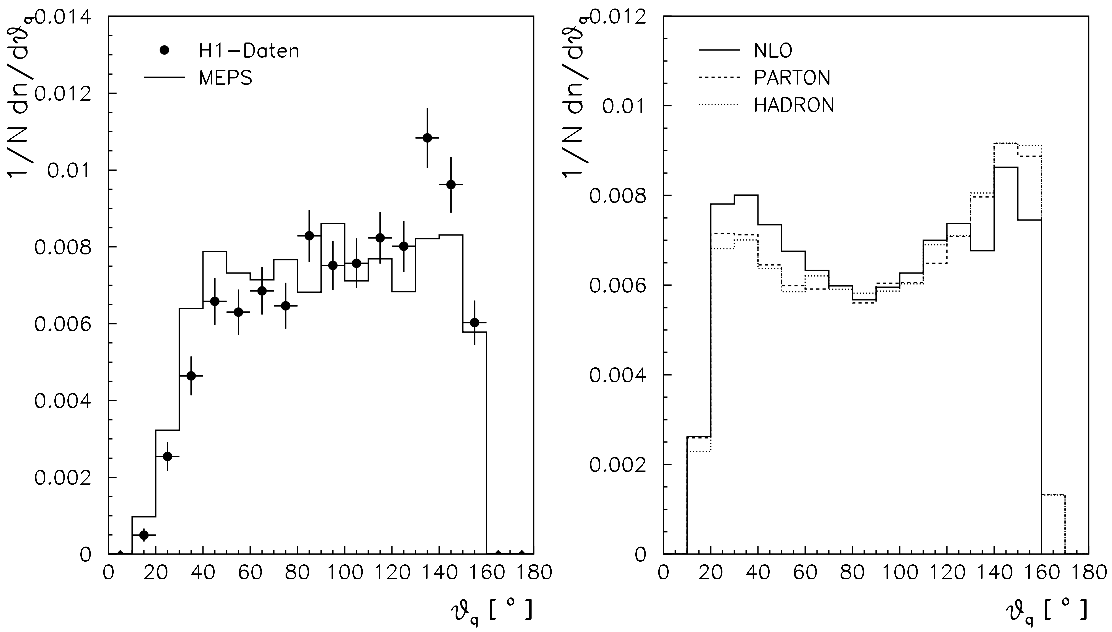

Abbildung 5.30: Vergleich der ϑ_q-Verteilungen für den Cone-Algorithmus zwischen Daten, Monte-Carlo und NLO für Ereignisse mit einem Elektron im LAr.

Q^2-Bin	σ_{2+1}^{ME} [pb]	σ_{2+1}^{LO} [pb]
6	217.92	228.12
7	145.22	143.92
8	72.74	74.55

Tabelle 5.9: Vergleich zwischen dem LEPTO ME und DISENT LO (2+1) Cone-Jetwirkungsquerschnitt.

Kapitel 6

α_s-Resultate

In diesem Kapitel sind alle α_s-Ergebnisse samt den dazugehörigen Fehlertabellen aufgeführt. Auch hier wird zwischen den einzelnen Algorithmen unterschieden, wobei die JADE-Analyse im Vordergrund stand und die beiden anderen Algorithmen als zusätzliche Bestätigung der JADE-Analyse anzusehen sind und daher nur einen statistischen Fehler aufweisen. Die Diskussion der Resultate und ein Vergleich mit anderen Experimenten und Bestimmungsmethoden erfolgt im Kapitel 7, der Zusammenfassung.

6.1 JADE-Algorithmus

Die Ergebnisse der JADE-Analyse sind in drei Unterkapiteln zusammengestellt, die nach der jeweiligen unteren Q^2-Grenze benannt sind und die Entwicklung der Analyse aufzeigen. Das erste Unterkapitel enthält Resultate der α_s-Analyse für Ereignisse mit einem Q^2-Wert oberhalb von $150\,\mathrm{GeV}^2$, das zweite Resultate einer erweiterten Analyse für $Q^2 > 40\,\mathrm{GeV}^2$, die das endgültige α_s-Ergebnis liefert. Im dritten Unterkapitel ist der Vollständigkeit halber nur das α_s-Ergebnis mit dem statistischen Fehler für $Q^2 > 10\,\mathrm{GeV}^2$ angegeben. Die beiden anderen Analysen beinhalten hingegen ausführliche Fehlerbetrachtungen inklusive Resultate für die unterschiedlichen Rekombinationsschemata.

6.1.1 $Q^2 > 150\,\mathrm{GeV}^2$

Die in Ref. [6] vorgestellte Analyse zur Bestimmung von α_s basierte auf NLO-Rechnungen, die mit dem Monte-Carlo Programm PROJET [33] durchgeführt worden sind. Bei diesen Berechnungen wurde angenommen, daß Terme proportional zu $y_c \cdot W^2/Skala^2$ zu vernachlässigen seien. Zudem wurde ein Rekombinationsschema benutzt, das nicht auf das Experiment übertragbar war. Daher wurden Jetverteilungen vorhergesagt, die nicht denen von LEPTO mit Partonschauern (MEPS) entsprachen. Erst mit zunehmenden Q^2-Werten, d. h.

Q^2 [GeV^2]	40 − 100		100 − 300		300 − 700		700 − 4000	
W^2 [GeV^2]	Pro.	Mep.	Pro.	Mep.	Pro.	Mep.	Pro.	Mep.
5000 − 10000	71.9	84.2	14.3	11.6	15.3	11.4	6.0	4.6
10000 − 15000	27.6	43.3	9.5	10.6	9.9	9.4	5.2	4.4
15000 − 20000	13.1	27.0	6.6	7.8	6.4	7.1	3.9	3.3
20000 − 30000	10.9	23.2	8.5	11.5	7.5	7.8	5.2	4.8
30000 − 50000	4.2	5.7	9.6	14.1	6.3	7.6	5.2	5.5
50000 − 70000	0.0	0.0	2.6	4.0	1.8	2.2	1.6	1.7

Tabelle 6.1: Vergleich der (2+1) NLO-Wirkungsquerschnitte in pb von PROJET (Pro.) und MEPJET für das P-Rekombinationsschema (Mep.) des JADE-Algorithmus unter Anwendung der Zentralschnitte.

mit kleiner werdendem Einfluß der Partonschauer glichen sich die Verteilungen an. So wurde der Q^2-Bereich auf Werte oberhalb von $150\,\mathrm{GeV}^2$ eingeschränkt. Als diese Analyse beendet war, wurden die Programme MEPJET und später DISENT zugänglich. Ein Vergleich von PROJET und MEPJET zeigte, daß die in PROJET gemachten Näherungen für den gewählten Phasenraum zu grob waren, was die α_s-Bestimmung verfälschte. In Tabelle 6.1 sind die (2+1) NLO-Wirkungsquerschnitte in picobarn (pb) von PROJET (Pro.) und MEPJET für das P-Schema in unterschiedlichen Q^2- und W^2-Bereichen gegenübergestellt, wobei der Phasenraum der gleiche ist wie für die α_s-Analyse. Es ist zu sehen, daß der Unterschied zwischen PROJET und MEPJET mit kleiner werdendem Q^2 und größer werdendem W^2 zunimmt. Dabei ist zu beachten, daß das P-Rekombinationsschema für den gewählten Phasenraum kleinere Wirkungsquerschnitte liefert als das JADE- bzw. E0-Schema, d. h. daß der Unterschied für die beiden anderen Schemata noch größer ausfällt. Basierend auf diesen Erkenntnissen wurde die gleiche Analyse mit MEPJET wiederholt, wobei sich die in vorhergehenden Kapiteln dargelegten Verteilungen kaum ändern und zu gleichen Jetphasenraumschnitten führen. Die resultierenden (2+1) Jetraten als Funktion von Q^2 sind in Abbildung 6.1a dargestellt und verdeutlichen die Vorgehensweise zur α_s-Bestimmung. Zunächst wird die (2+1) Jetrate der H1-Daten (volle Punkte mit statistischem Fehler) bestimmt und mit Hilfe der Monte-Carlo (2+1) Jetraten auf das Parton-Level korrigiert. Diese entsprechen den vollen Dreiecken, wobei der Fehler eine Kombination aus dem statistischen Fehler der Daten und des Korrekturfaktors ist. Der Korrekturfaktor entspricht dabei dem Verhältnis der Monte-Carlo (2+1) Jetrate auf Parton- und Detektor-Level, dargestellt durch das gestrichelte bzw. durchgezogene Histogramm. Die beiden MEPJET Histogramme für $\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}} = 150\,\mathrm{MeV}$ (gepunktet) und $\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}} = 400\,\mathrm{MeV}$ (strichpunktiert) sollen verdeutlichen, daß die auf Parton-Level korrigierten Daten-Jetraten durch einen bestimmten $\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}}$-Wert bestmöglich gefittet werden können. Die aus den Jetraten

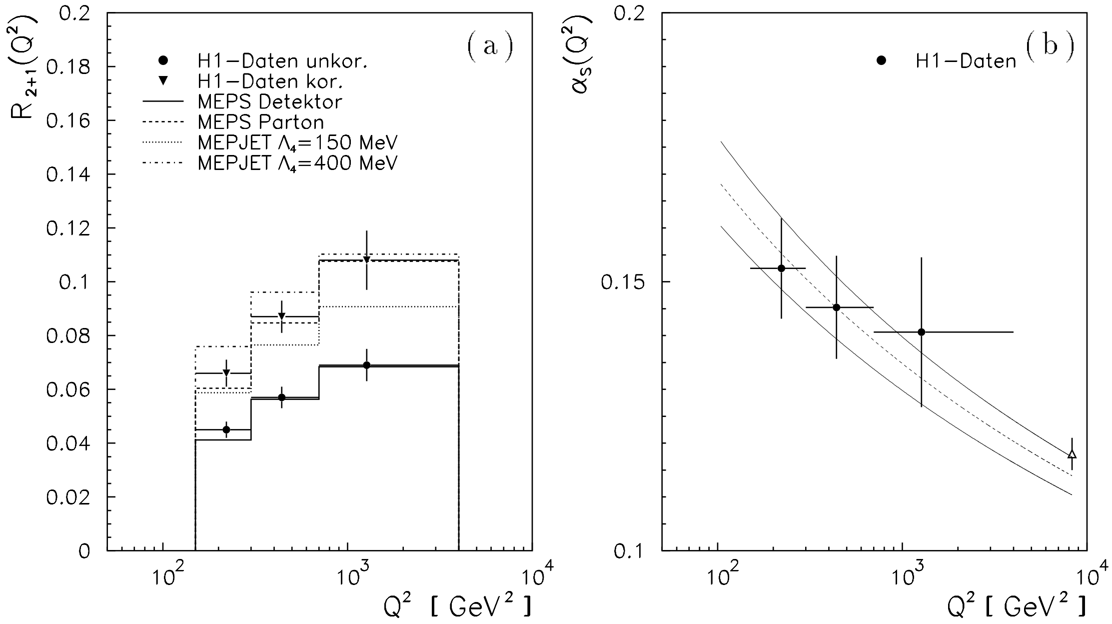

Abbildung 6.1: (2+1) Jetraten auf unterschiedlichen Niveaus und der daraus resultierende α_s-Fit der JADE-Analyse für Ereignisse mit $Q^2 > 150\,\mathrm{GeV}^2$. Erläuterungen siehe Text.

berechneten α_s-Werte inklusive statistischer Fehler sind in Abbildung 6.1b zusammen mit dem Fitergebnis der RGE (gestrichelte Kurve) zu sehen. $\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}}$ wurde dabei zu 263^{+53}_{-48} MeV bestimmt und damit

$$\alpha_s(M_Z^2) = 0.114 \pm 0.004\,(\mathrm{stat.}).$$

Die beiden durchgezogenen Linien sind RGE-Vorhersagen für den gefitteten $\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}}$-Wert plus bzw. minus den 1σ-Fehler. Das offene Dreieck repräsentiert den $\alpha_s(M_Z^2)$-Weltmittelwert von 0.118 ± 0.003 (stat.).

Neben dem statistischen Fehler existiert auch ein systematischer, der sich aus den experimentellen und theoretischen Unsicherheiten zusammensetzt. Um den experimentellen Fehler abzuschätzen wurden die Jetgrößen ϑ_{jet} und z_p variiert, der Fehler der Energiekalibrierung berücksichtigt und die untere Q^2-Grenze verändert. Die Quellen für die theoretische Unsicherheit sind die verwendete Partondichtefunktion, der nicht gleichzeitig gefittete Wert von $\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}}$ in der Partondichte, die Wahl der Renormalisierungs- und Faktorisierungsskala, verschiedene Einstellmöglichkeiten bei der Fragmentierung und Hadronisierung des verwendeten DIS Monte-Carlos, sowie die Modellabhängigkeit des Monte-Carlos für die Korrektur auf das Parton-Level. Als Gesamtfehler einer Quelle wurde sowohl für die $\alpha_s(M_Z^2)$-Werte als auch für die einzelnen Q^2-Bins die maximale Abweichung nach unten und oben bzgl. der Zentalschnitte definiert. Dies berücksichtigt au-

Fehlerquelle	Variation	$\Delta\alpha_s$ Bin 6*	$\Delta\alpha_s$ Bin 7	$\Delta\alpha_s$ Bin 8	$\alpha_s(M_Z^2)$
Statistik		$\pm\,0.009$	$\pm\,0.010$	$\pm\,0.014$	$\pm\,0.004$
ϑ_{jet} und z_p	$5^\circ, 8^\circ, 12^\circ, 15^\circ < \vartheta_{jet} < 145^\circ$ $10^\circ < \vartheta_{jet} < 140^\circ, 145^\circ, 150^\circ$ z_p = 0.05,0.10,0.15	$+\,0.008$ $-\,0.005$	$+\,0.008$ $-\,0.005$	$+\,0.000$ $-\,0.015$	$+\,0.001$ $-\,0.003$
Hadronische Energieskala	$\pm 4\%$	$+\,0.013$ $-\,0.009$	$+\,0.007$ $-\,0.001$	$+\,0.009$ $-\,0.002$	$+\,0.005$ $-\,0.003$
Q^2	100 , 200 GeV^2	$+\,0.009$ $-\,0.006$	$-$	$-$	$+\,0.002$ $-\,0.001$
Partondichtefunktion	MRSAp, GRV92, CTEQ4M	$+\,0.000$ $-\,0.004$	$+\,0.002$ $-\,0.001$	$+\,0.000$ $-\,0.003$	$+\,0.000$ $-\,0.002$
Renormalisierungs- und Faktorisierungsskala	$\mu_i^2 = 1/4, 4\,Q^2$ i=f,r	$-$	$-$	$-$	$+\,0.003$ $-\,0.006$
$\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}}$ in PDF's	$0.15\,, 0.4$ GeV	$+\,0.006$ $-\,0.000$	$+\,0.002$ $-\,0.001$	$+\,0.002$ $-\,0.001$	$+\,0.002$ $-\,0.000$
Partonschauer- und Hadronisierungsparameter	LEPTO 6.5	$+\,0.014$ $-\,0.000$	$+\,0.004$ $-\,0.009$	$+\,0.006$ $-\,0.005$	$+\,0.005$ $-\,0.000$
QCD Monte-Carlo Modell	HERWIG 5.9	$-\,0.007$	$-\,0.015$	$-\,0.010$	$-\,0.007$
Modellabhängigkeit	ARIADNE	$+\,0.003$	$-\,0.004$	$-\,0.020$	$-\,0.002$

Tabelle 6.2: Zusammenstellung der α_s-Fehler für den JADE-Algorithmus und $Q^2 > 150\,\mathrm{GeV}^2$.

$\vartheta_{jet,min}[°] \setminus z_{p,min}$	0.05	0.10	0.15
5	0.115 ± 0.002	0.113 ± 0.003	0.111 ± 0.003
8	0.114 ± 0.003	0.114 ± 0.003	0.114 ± 0.004
10	0.112 ± 0.003	0.114 ± 0.004	0.113 ± 0.004
12	0.113 ± 0.003	0.114 ± 0.004	0.114 ± 0.004
15	0.112 ± 0.004	0.114 ± 0.004	0.114 ± 0.005

Tabelle 6.3: Abhängigkeit der $\alpha_s(M_Z^2)$-Resultate für verschiedene Werte von $\vartheta_{jet,min}$ und $z_{p,min}$ für den JADE-Algorithmus und $Q^2 > 150\,\mathrm{GeV}^2$.

tomatisch die Korrelation der Fehler innerhalb und zwischen den Q^2-Bins. Im einzelnen wurden die folgenden Variationen zur Bestimmung des systematischen Fehlers durchgeführt. Die entsprechenden Fehler für $\alpha_s(M_Z^2)$ und die einzelnen Q^2-Bereiche sind in Tabelle 6.2 aufgeführt.

ϑ_{jet} und z_p

Die Abhängigkeit der α_s-Werte von den Jetgrößen wurde bestimmt durch eine gleichzeitige Variation von z_p zwischen 0.05 und 0.15 und $\vartheta_{jet,min} > 5°$, $10°$, $15°$ bei gleicher Wahl der übrigen Schnitte. Die einzelnen $\alpha_s(M_Z^2)$-Werte samt den dazugehörigen statistischen Fehlern sind in Tabelle 6.3 zusammengestellt. Es ist weder eine systematische Abhängigkeit in $\vartheta_{jet,min}$ noch in z_p zu erkennen. Zusätzlich wurde $\vartheta_{jet,max}$ zu $140°$ und $150°$ gesetzt, wobei die restlichen Schnitte auf ihren Zentralwerten belassen wurden. Die entsprechenden $\alpha_s(M_Z^2)$-Werte sind 0.112 und 0.114, d. h. die Abhängigkeit vom hinteren Jetschnitt ist klein. Es sei bemerkt, daß der Mittelwert all dieser $\alpha_s(M_Z^2)$-Werte bei 0.1134 liegt und somit dem $\alpha_s(M_Z^2)$-Wert der Zentralschnitte equivalent ist. Der Gesamtfehler für die Variation der Jetschnitte ergibt sich demnach zu $+0.001$ und -0.003. Analog wurde die Abhängigkeit der α_s-Werte für die einzelnen Q^2-Bins bestimmt, siehe Tabelle 6.2.

Energiekalibrierung

Da die absolute Kalibrierung des Flüssig-Argon-Kalorimeters nur auf 4% genau bekannt ist, können die Clusterenergien bei der Simulation des hadronischen Endzustandes nicht besser als auf $\pm 4\%$ bestimmt werden. Um diesen Einfluß abzuschätzen, wurden die Kalibrierungskonstanten der Daten um $\pm 4\%$ verändert und die Analyse wiederholt. Die α_s-Resultate ohne statistische Fehler sind für M_Z^2 graphisch in Abbildung 6.2 zu sehen. Die an die Punkte gefittete Gerade ver-

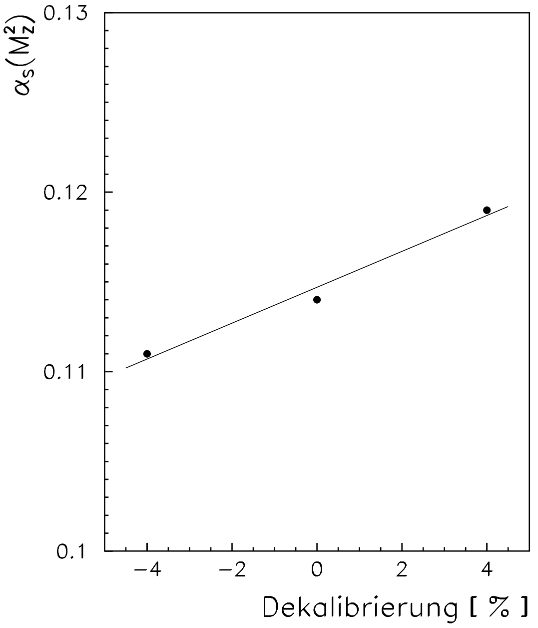

Abbildung 6.2: Einfluß des Energiekalibrierungsfehlers auf die $\alpha_s(M_Z^2)$-Werte für $Q^2 > 150\,\mathrm{GeV}^2$.

deutlicht eine lineare Abhängigkeit von der Dekalibrierung. Diese ist zu erwarten, da bei der Berechnung von y_{ij} m_{ij}^2 quadratisch und W^2 nur linear von der Unsicherheit in der Energiebestimmung abhängen. Als Fehler für $\alpha_s(M_Z^2)$ ergab sich $+0.005\,/\,-0.003$.

Untere Q^2-Grenze

Die untere Q^2-Grenze wurde von $150\,\mathrm{GeV}^2$ auf $100\,\mathrm{GeV}^2$ bzw. $200\,\mathrm{GeV}^2$ verschoben. Dies führte zu einem $\alpha_s(M_Z^2)$-Fehler von $+0.002$ für $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$ und -0.001 für $Q^2 > 200\,\mathrm{GeV}^2$.

Partondichten

Alle verfügbaren Partondichtefunktionen des Protons sind an experimentelle Ergebnisse gefittet worden und sind somit nicht exakt bekannt. Da für keine Parametrisierung ein Fehler angegeben wird, kann ihr Einfluß auf die α_s-Bestimmung nur dadurch abgeschätzt werden, indem verschiedene Partondichten für die Berechnungen der Wirkungsquerschnitte benutzt werden. Aus diesem Grund wurde die Partondichte MRSH in MEPJET durch MRSAp-201 [34], GRV92 [35] und CTEQ4M [36] ersetzt. Sie unterscheiden sich kaum im $\Lambda_{\overline{MS}}^{(4)}$-Wert, wohl aber in

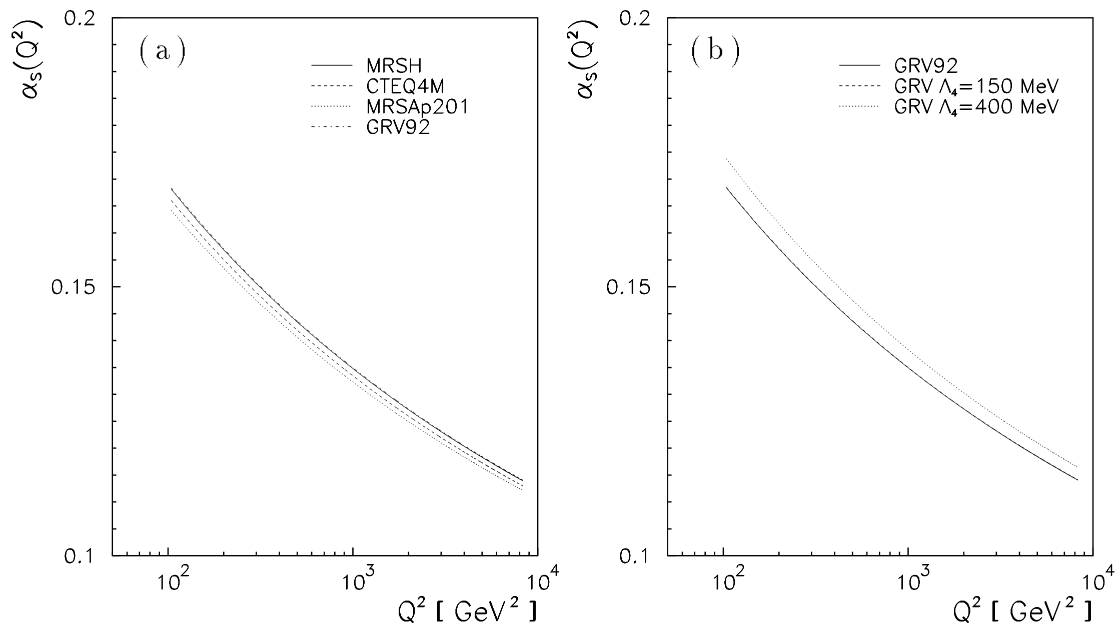

Abbildung 6.3: Fitresultate a) unterschiedlicher Partondichten des Protons und b) verschiedener $\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}}$-Werte der GRV-Protonpartondichte für den JADE-Algorithmus und $Q^2 > 150\,\mathrm{GeV}^2$.

ihrer Parametrisierung und repräsentieren jeweils die drei großen Partondichtegruppen. Ihr Einfluß auf die α_s-Bestimmung für den gesamten Q^2-Bereich ist marginal, wie in Abbildung 6.3a zu sehen, wobei die einzelnen Linien den Fitresultaten entsprechen. Die durchgezogene Kurve symbolisiert die Partondichte MRSH, die gestrichelte CTEQ4M, die punktierte MRSAp-201 und die strichpunktierte GRV92. Die Änderung aller Parametrisierungen erniedrigte $\alpha_s(M_Z^2)$ um 0.002.

$\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}}$ in den Partondichten

Der Einfluß von $\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}}$ der Partondichtefunktion, das nicht gleichzeitig gefittet wird, wurde mit Hilfe der Partondichte GRV92 ($\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}} = 200\,\mathrm{MeV}$) bestimmt, deren Parametrisierungen auch für $\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}}$-Werte von 150 MeV bis 400 MeV vorhanden sind. Obwohl sich der Wert von $\alpha_s(M_Z^2)$ in den Partondichtefunktionen um 0.018 ändert, erhöht sich $\alpha_s(M_Z^2)$ nur um +0.002. Die Ursache für die starke Unterdrückung ist, daß die (2+1) Jetrate direkt von α_s abhängt und die Partondichtefunktionen nur über die Skalenverletzung. Die Fitresultate für die unterschiedlichen $\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}}$ sind in Abbildung 6.3b zu sehen, wobei die durchgezogene Kurve der Partondichte GRV92, die gestrichelte und punktierte GRV ($\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}} = 150\,\mathrm{MeV}$) bzw. GRV ($\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}} = 400\,\mathrm{MeV}$) entsprechen.

$\mu_f^2 \setminus \mu_r^2$	$\frac{1}{4}Q^2$	$4\,Q^2$
$\frac{1}{4}Q^2$	0.110 ± 0.004	0.116 ± 0.003
$4\,Q^2$	0.108 ± 0.003	0.117 ± 0.004

Tabelle 6.4: Abhängigkeit der $\alpha_s(M_Z^2)$-Resultate für verschiedene Werte der Renormalisierungs- und Faktorisierungsskala für den JADE-Algorithmus und $Q^2 > 150\,\mathrm{GeV}^2$.

Renormalisierungs- und Faktorisierungsskala

Für die vorliegende Analyse wurde Q^2 als Renormalisierungs- und Faktorisierungsskala verwandt. Nun macht die QCD keine Aussagen darüber, welche Ereignisgrößen als Skalenwahl bevorzugt werden sollten, und NNLO-Rechnungen, die dies eingrenzen könnten, stehen nicht zur Verfügung. Um diese Unsicherheit abzuschätzen, wurden die Faktorisierungsskala μ_f^2 und Renormalisierungsskala μ_r^2 bei der Berechnung der Wirkungsquerschnitte unabhängig zwischen $Q^2/4$ und $4\,Q^2$ variiert. Die entsprechenden $\alpha_s(M_Z^2)$-Werte sind in Tabelle 6.4 angegeben. Wie zu erwarten, hat die Änderung der Renormalisierungsskala dabei den größeren Einfluß, da sie direkt in das Matrixelement und α_s eingeht. Es ergab sich für $\alpha_s(M_Z^2)$ ein Fehler von $+0.003/-0.006$. Die Unsicherheit für die α_s-Werte in den einzelnen Q^2-Bins wurde nicht bestimmt, da die Koeffizienten A_{ij} von der Renormalisierungsskala abhängen und bei einer Änderung derselbigen die Auswertung von α_s an einer anderen Stelle erfolgt.

Partonschauer

Die Bestimmung des Fragmentierungsfehlers erfolgte durch Umsetzung verschiedener LEPTO- und JETSET-Parameter. Die Wahl der Parameter richtete sich dabei nach ihrem möglichst großen Einfluß auf die Fragmentierung. Die neuen Werte der Parameter wurden nach Vorgaben der Autoren von LEPTO [37] und nach eigenem physikalischen Verständnis variiert. Als Orientierungshilfe dienten dabei die Ergebnisse des DELPHI-Experimentes am LEP [38], wo einige der Parameter optimiert wurden. Es ist zu beachten, daß die Änderungen zum Teil korreliert sind, d. h. daß bei einer Variation eines Parameters implizit andere Parameter mit verändert werden. Für jede Umsetzung wurden für $Q^2 > 40\,\mathrm{GeV}^2$ 50000 und für $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$ 100000 Ereignisse im kinematischem Bereich simuliert und die Parton- und Hadronebene ausgewertet. Der fehlende Übergang vom Hadron- zum Detektor-Level wurde an Hand der voll simulierten und rekonstruierten LEPTO-Ereignisse bestimmt. In Tabelle 6.5 sind die einzelnen Parameter mit dem Soll- und Istwert und die sich daraus ergebenden Änderungen in α_s

			$\Delta\alpha_s$			
Variierte LEPTO Parameter	Sollwert	Istwert	Bin 6*	Bin 7	Bin 8	M_Z^2
Parameter 'a' der Fragmentierungsfunktion	0.3	0.1	+0.007	−0.005	+0.002	+0.001
	0.3	1.0	+0.014	+0.004	+0.006	+0.005
Parameter 'b' der Fragmentierungsfunktion	0.58 GeV^{-2}	0.5 GeV^{-2}	+0.005	−0.003	+0.004	+0.001
	0.58 GeV^{-2}	0.9 GeV^{-2}	+0.008	−0.009	+0.002	+0.000
p_t der Partonen im Nukleon	0.44 GeV	0.7 GeV	+0.006	−0.001	+0.004	+0.001
p_t Gaußbreite	0.35 GeV	0.7 GeV	+0.004	−0.002	+0.004	+0.001
beide p_t Parameter	–	0.7 GeV	+0.009	−0.003	+0.003	+0.002
eff. Schnitt für raumartige Schauer	1 GeV^2	4 GeV^2	+0.006	+0.000	+0.001	+0.002
inv. Massenschnitt für FS Schauer	1 GeV	4 GeV	+0.006	−0.002	+0.001	+0.001
Kombination beider Schauerschnitte	–	–	+0.002	+0.001	−0.005	+0.000
Gaußbreite von p_x, p_y in Jets	0.36 GeV	0.25 GeV	+0.008	−0.003	+0.003	+0.001
	0.36 GeV	0.45 GeV	+0.004	−0.004	+0.003	+0.000
Abschneideparameter für ME $\hat{s}$	4 GeV^2	25 GeV^2	+0.006	+0.002	+0.000	+0.002

Tabelle 6.5: Zusammenstellung der variierten Parameter in LEPTO und JETSET für den JADE-Algorithmus und $Q^2 > 150\,\text{GeV}^2$.

aufgeführt. Die beiden Parameter 'a' und 'b' der Fragmentierungsfunktion haben dabei den größten Einfluß. Daraus resultiert ein Fehler für $\alpha_s(M_Z^2)$ von $+0.005$.

Hadronisierung

Anstelle von LEPTO wurde HERWIG, das die Partonschauer und Hadronisierung anders behandelt, zur Berechnung des Parton- und Hadron-Levels herangezogen. Der Übergang von der Hadronebene zur Detektorebene wurde von LEPTO übernommen. Dies führte zu einer Erniedrigung von $\alpha_s(M_Z^2)$ um 0.007.

Modellabhängigkeit

Neben den LEPTO-Ereignissen wurden auch voll simulierte ARIADNE-Ereignisse benutzt, um die (2+1) Jetraten der Daten auf das Parton-Level zu korrigieren. So konnte der Einfluß der Modellabhängigkeit auf die Korrektur abgeschätzt werden, was zu einer $\alpha_s(M_Z^2)$-Änderung von -0.002 führte.

Das Quadrat des gesamten systematischen Fehlers wurde sowohl für M_Z^2 als auch für die übrigen Q^2-Bereiche als Summe der Quadrate der einzelnen Fehler definiert. Der totale Fehler zum Quadrat wurde dementsprechend als quadratische Summe des statistischen und systematischen Fehlers angenommen. Mit dieser Fehlerberechnung wurde $\alpha_s(M_Z^2)$ bestimmt zu

$$\alpha_s(M_Z^2) \;=\; 0.114 \pm 0.004\,(\mathrm{stat.})\,{}^{+\,0.008}_{-\,0.011}\,(\mathrm{sys.}) \;=\; 0.114\,{}^{+\,0.009}_{-\,0.011}\,(\mathrm{tot.}),$$

was einem $\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}} = 263^{+\,150}_{-\,128}$ MeV entspricht. Die systematischen und totalen Fehler der anderen Q^2-Bereiche sind in Tabelle 6.6 zusammengestellt und graphisch in Abbildung 6.4 zu sehen. Die H1-Daten entsprechen den Punkten, wobei der innere Fehler jeweils der statistische und der äußere der totale Fehler ist. Die gestrichelte und die beiden gepunkteten Linien entsprechen den Fitergebnissen der Abbildung 6.1b. Die beiden durchgezogenen Linien geben den RGE-Verlauf für die oben angegebenen $\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}}$-Werte. Der Weltmittelwert (offenes Dreieck) liegt somit innerhalb der Fehlergrenzen.

Rekombinationsschemata

Um sicherzustellen, daß die Methode, α_s aus Jetraten zu bestimmen, nicht nur an das JADE-Rekombinationsschema geknüpft ist, wurde die Analyse mit der E0- und P-Rekombination bei gleicher Wahl der übrigen Schnitte wiederholt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 6.7 zusammengestellt, wobei der systematische Fehler nur von der ϑ_{jet}- und z_p-Variation herrührt. In Abbildung 6.5 sind die Resultate nochmals graphisch dargestellt. Der Übersicht halber wurde nur der

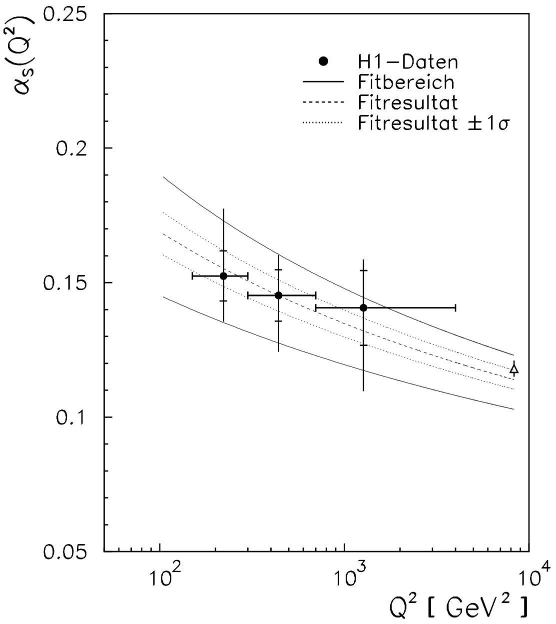

Abbildung 6.4: α_s-Werte der JADE-Analyse für $Q^2 > 150\,\mathrm{GeV}^2$mit statistischen und totalen Fehlern. Die Kurven entsprechen dem RGE-Fit (gestrichelte Linie), dem $\pm 1\sigma$-Fitfehler (gepunktete Linien) und den RGE-Vorhersagen für die $\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}}$-Werte, bestimmt aus den totalen $\alpha_s(M_Z^2)$-Fehlern (durchgezogene Linie). Das offene Dreieck ist der $\alpha_s(M_Z^2)$-Weltmittelwert.

$\langle Q^2 \rangle$ [GeV^2]	$\alpha_s(Q^2)$	stat	sys	tot
221	0.152	$\pm$ 0.009	$^{+0.024}_{-0.014}$	$^{+0.025}_{-0.017}$
440	0.145	$\pm$ 0.010	$^{+0.012}_{-0.019}$	$^{+0.015}_{-0.021}$
1272	0.141	$\pm$ 0.014	$^{+0.011}_{-0.028}$	$^{+0.018}_{-0.031}$
M_Z^2	0.114	$\pm$ 0.004	$^{+0.008}_{-0.011}$	$^{+0.009}_{-0.011}$

Tabelle 6.6: Zusammenstellung der statistischen, systematischen und totalen Fehler für den JADE-Algorithmus und $Q^2 > 150\,\mathrm{GeV}^2$.

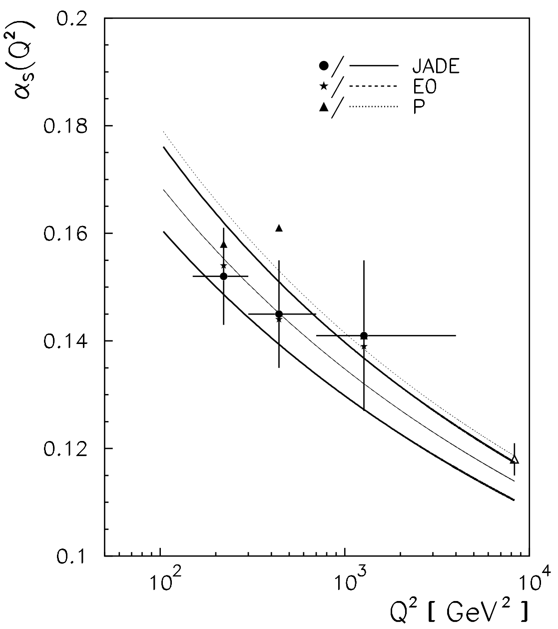

Abbildung 6.5: α_s-Werte und Fitresultate der verschiedenen Rekombinationsschemata für den JADE-Algorithmus und $Q^2 > 150\,\mathrm{GeV}^2$. Die beiden breiten Kurven entsprechen der $\pm 1\sigma$-Abweichung des JADE-Fits, und das offene Dreieck ist der $\alpha_s(M_Z^2)$-Weltmittelwert.

$\langle Q^2 \rangle$ [GeV^2]	JADE	E0	P
221	$0.152 \pm 0.009^{+0.007}_{-0.004}$	$0.154 \pm 0.009^{+0.005}_{-0.005}$	$0.158 \pm 0.012^{+0.014}_{-0.000}$
440	$0.145 \pm 0.010^{+0.007}_{-0.003}$	$0.144 \pm 0.010^{+0.006}_{-0.001}$	$0.161 \pm 0.013^{+0.019}_{-0.011}$
1272	$0.141 \pm 0.014^{+0.000}_{-0.015}$	$0.139 \pm 0.014^{+0.000}_{-0.018}$	$0.141 \pm 0.017^{+0.000}_{-0.016}$
M_Z^2	$0.114 \pm 0.004^{+0.001}_{-0.003}$	$0.114 \pm 0.004^{+0.001}_{-0.002}$	$0.119 \pm 0.005^{+0.004}_{-0.002}$

Tabelle 6.7: α_s-Werte für verschiedene Rekombinationsschemata inklusive statistischer und (reduzierter) systematischer Fehler für den JADE-Algorithmus und $Q^2 > 150\,\mathrm{GeV}^2$.

statistische Fehler der JADE-Analyse eingezeichnet, die den Punkten entspricht. Das E0- und P-Rekombinationsschema wird durch das Sternsymbol bzw. Dreieck beschrieben. Die zugehörigen RGE-Fits sind durch die durchgezogenen, gestrichelten und gepunkteten Linien dargestellt. Die etwas breiteren Kurven entsprechen den $\pm 1\sigma$-Fits der JADE-Analyse, die denen in Abbildung 6.1b equivalent sind. Das offene Dreieck symbolisiert den $\alpha_s(M_Z^2)$-Weltmittelwert. Es ist deutlich zu sehen, daß der etwas höhere $\alpha_s(M_Z^2)$-Wert des P-Schemas vom mittleren α_s-Wert bestimmt wird. Die Ursache hierfür liegt im unterschiedlichen Verhalten des Experiments und der NLO-Rechnungen für die gewählten Jetschnitte, das auch durch die im Vergleich zu JADE und E0 kleinere Statistik beeinflußt wird. Die Differenz zwischen dem JADE- und E0-Rekombinationsschema ist hingegen marginal, so daß zusammenfassend keine systematische Abhängigkeit der α_s-Werte vom Rekombinationsschema festgestellt wurde und daher dieser Einfluß nicht in die Fehlerrechnung einbezogen wurde.

6.1.2 $Q^2 > 40\,\mathrm{GeV}^2$

Ausgehend von der oben vorgestellten Analyse wurden der Q^2-Bereich und damit der Phasenraum auf Q^2-Werte bis $40\,\mathrm{GeV}^2$ erweitert. Es waren keine gravierenden Unterschiede sowohl in der Beschreibung der H1-Daten durch das Monte-Carlo als auch im Vergleich zu NLO-Vorhersagen festzustellen, wie dies die Abbildungen und Tabellen im Abschnitt 5.1 belegen. So konnte die Analyse mit den gleichen Jetschnitten für den erweiterten Q^2-Bereich durchgeführt werden. Damit läßt sich das durch die RGE vorhergesagte „Laufen“ von α_s als Funktion von Q^2 besser verdeutlichen. Die sich ergebenden Resultate sind in Abbildungen und Tabellen zusammengestellt. So zeigen die Abbildungen 6.6a und b den Verlauf der (2+1) Jetraten bzw. die zugehörigen α_s-Werte samt RGE-Fit. $\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}}$ wurde dabei zu $278^{+46}_{-43}\,\mathrm{MeV}$ bestimmt und damit

$$\alpha_s(M_Z^2) = 0.115 \pm 0.003\,(\mathrm{stat.}).$$

Die Abschätzung der systematischen Unsicherheiten wurde analog zur vorhergehenden Analyse durchgeführt. Die einzelnen Ergebnisse sind in den Tabellen 6.8 und 6.9 zusammengestellt. Die geringfügigen Abweichungen zur Analyse für $Q^2 > 150\,\mathrm{GeV}^2$ beruhen auf Ereignissen, die aus der $Q^2 > 10\,\mathrm{GeV}^2$ Monte-Carlo Simulation stammen und daher die Statistik für hohe Q^2-Werte leicht ändern. Um auch hier die Stabilität der α_s-Analyse von den verwendeten Jetschnitten zu demonstrieren, sind in Tabelle 6.12 die $\alpha_s(M_Z^2)$-Werte für berechnete Kombinationen von $\vartheta_{jet,min}$ und z_p für $\vartheta_{jet,max} = 145°$ aufgeführt. Die α_s-Änderungen bei der Variation der Renormalisierungs- und Faktorisierungsskala enthält Tabelle 6.13. Die Berechnung zum gesamten systematischen und totalen Fehler erfolgte auf die gleiche Art und Weise wie im Abschnitt zuvor.

Fehlerquelle	Variation	$\Delta\alpha_s$ Bin 5	$\Delta\alpha_s$ Bin 6	$\Delta\alpha_s$ Bin 7	$\Delta\alpha_s$ Bin 8	$\alpha_s(M_Z^2)$
Statistik		$\pm\,0.017$	$\pm\,0.009$	$\pm\,0.010$	$\pm\,0.014$	$\pm\,0.003$
ϑ_{jet} und z_p	$5^\circ, 8^\circ, 12^\circ, 15^\circ < \vartheta_{jet} < 145^\circ$ $10^\circ < \vartheta_{jet} < 140^\circ, 145^\circ, 150^\circ$ $z_p =$ 0.05,0.10,0.15	$+\,0.005$ $-\,0.027$	$+\,0.007$ $-\,0.003$	$+\,0.007$ $-\,0.005$	$+\,0.000$ $-\,0.015$	$+\,0.002$ $-\,0.003$
Hadronische Energieskala	$\pm 4\%$	$+\,0.011$ $-\,0.011$	$+\,0.010$ $-\,0.009$	$+\,0.006$ $-\,0.001$	$+\,0.009$ $-\,0.002$	$+\,0.005$ $-\,0.003$
Partondichtefunktion	MRSAp, GRV92, CTEQ4M	$+\,0.014$ $-\,0.000$	$+\,0.002$ $-\,0.005$	$+\,0.002$ $-\,0.002$	$+\,0.000$ $-\,0.003$	$+\,0.001$ $-\,0.001$
Renormalisierungs- und Faktorisierungsskala	$\mu_i^2 = 1/4, 4\,Q^2$ i=f,r	–	–	–	–	$+\,0.003$ $-\,0.007$
$\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}}$ in PDF's	$0.15\,,0.4$ GeV	$+\,0.004$ $-\,0.003$	$+\,0.010$ $-\,0.006$	$+\,0.002$ $-\,0.001$	$+\,0.001$ $-\,0.002$	$+\,0.003$ $-\,0.002$
Partonschauer- und Hadronisierungsparameter	LEPTO 6.5	$+\,0.007$ $-\,0.012$	$+\,0.015$ $-\,0.000$	$+\,0.004$ $-\,0.008$	$+\,0.006$ $-\,0.005$	$+\,0.004$ $-\,0.002$
QCD Monte-Carlo Modell	HERWIG 5.9	$-\,0.020$	$-\,0.006$	$-\,0.015$	$-\,0.010$	$-\,0.007$
Modellabhängigkeit	ARIADNE	$-\,0.003$	$-\,0.002$	$-\,0.005$	$-\,0.020$	$-\,0.003$

Tabelle 6.8: Zusammenstellung der α_s-Fehler für den JADE-Algorithmus und $Q^2 > 40\,\mathrm{GeV}^2$.

			$\Delta\alpha_s$				
Variierte LEPTO Parameter	Sollwert	Istwert	Bin 5	Bin 6	Bin 7	Bin 8	M_Z^2
Parameter 'a' der Fragmentierungsfunktion	0.3	0.1	-0.012	$+0.008$	-0.004	$+0.002$	-0.002
	0.3	1.0	$+0.007$	$+0.015$	$+0.004$	$+0.006$	$+0.004$
Parameter 'b' der Fragmentierungsfunktion	$0.58\,\mathrm{GeV}^{-2}$	$0.5\,\mathrm{GeV}^{-2}$	-0.006	$+0.006$	-0.002	$+0.004$	-0.001
	$0.58\,\mathrm{GeV}^{-2}$	$0.9\,\mathrm{GeV}^{-2}$	-0.004	$+0.006$	-0.008	$+0.002$	-0.001
p_t der Partonen im Nukleon	0.44 GeV	0.7 GeV	$+0.004$	$+0.007$	-0.001	$+0.003$	$+0.002$
p_t Gaußbreite	0.35 GeV	0.7 GeV	-0.009	$+0.004$	-0.002	$+0.004$	-0.001
beide p_t Parameter	–	0.7 GeV	-0.002	$+0.009$	-0.002	$+0.003$	$+0.001$
eff. Schnitt für raumartige Schauer	$1\,\mathrm{GeV}^2$	$4\,\mathrm{GeV}^2$	-0.007	$+0.006$	$+0.001$	$+0.001$	$+0.000$
inv. Massenschnitt für FS Schauer	1 GeV	4 GeV	-0.007	$+0.007$	-0.002	$+0.001$	-0.001
Kombination beider Schauerschnitte	–	–	-0.007	$+0.003$	$+0.002$	-0.005	-0.001
Gaußbreite von p_x, p_y in Jets	0.36 GeV	0.25 GeV	-0.003	$+0.008$	-0.003	$+0.002$	$+0.000$
	0.36 GeV	0.45 GeV	-0.006	$+0.004$	-0.004	$+0.003$	-0.001
Abschneideparameter für ME $\hat{s}$	$4\,\mathrm{GeV}^2$	$25\,\mathrm{GeV}^2$	-0.005	$+0.006$	$+0.002$	$+0.000$	$+0.000$

Tabelle 6.9: Zusammenstellung der variierten Parameter in LEPTO und JETSET für den JADE-Algorithmus und $Q^2 > 40\,\mathrm{GeV}^2$.

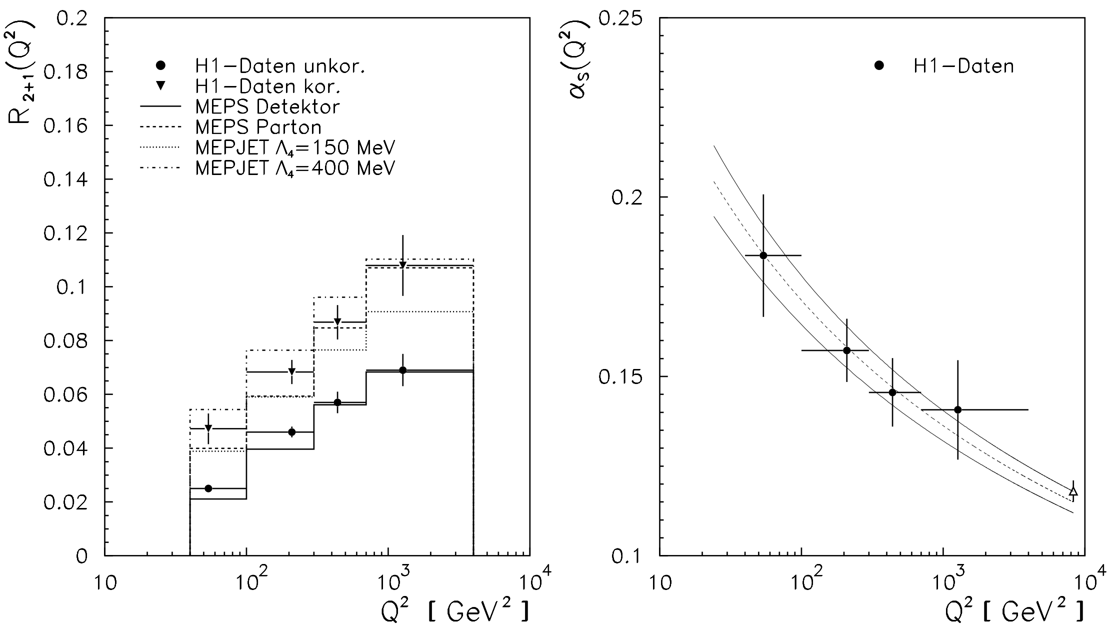

Abbildung 6.6: (2+1) Jetraten auf unterschiedlichen Niveaus und der daraus resultierende α_s-Fit für den JADE-Algorithmus und Ereignisse mit $Q^2 > 40\,\mathrm{GeV}^2$. Erläuterungen siehe Text zur Abbildung 6.1

Die Resultate sind der Tabelle 6.10 zu entnehmen. Die dazugehörige graphische Darstellung ist in Abbildung 6.7 zu sehen. Als Endresultat der JADE-Analyse für $\alpha_s(M_Z^2)$ ergab sich

$$\alpha_s(M_Z^2) \;=\; 0.115 \pm 0.003\,(\mathrm{stat.})\,{}^{+\,0.008}_{-\,0.011}(\mathrm{sys.}) \;=\; 0.115\,{}^{+\,0.009}_{-\,0.012}(\mathrm{tot.}),$$

was einem $\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}}$-Wert von $278^{+\,155}_{-\,142}\,\mathrm{MeV}$ entspricht.

Eine tabellarische und graphische Gegenüberstellung der verschiedenen Rekombinationsschemata sind der Tabelle 6.11 bzw. Abbildung 6.8 zu entnehmen. Auch hier treffen die gleichen Schlußfolgerungen wie für die $Q^2 > 150\,\mathrm{GeV}^2$ Analyse zu. Es ist auch möglich die gemessene (2+1) Jetrate nicht sofort auf das Parton-Level sondern zuerst auf die Hadronebene und dann auf das Parton-Level zu korrigieren. Die Hadronebene kann zwar nicht direkt mit NLO-Rechnungen verglichen werden ermöglicht aber die Separation zwischen Detektoreinflüssen und Hadronisierungseffekten. Des weiteren erleichtert dies einen Vergleich zwischen verschiedenen Monte-Carlo Programmen, die auf unterschiedliche Weise das Parton-Level definieren und somit verschieden sein können aber auf wohldefinierter Hadronebene gleich sein müßten. Daher sind neben den unkorrigierten (2+1) Jetraten der H1-Daten die auf Hadron- bzw. Parton-Level korrigierten, sowie die dazugehörigen Korrekturfaktoren in Tabelle 6.14 zusammengefaßt. Der Tabelle ist zu entnehmen, daß die Detektoreinflüsse in etwa konstant sind und damit die Hadronisierungskorrekturen mit zunehmendem Q^2 kleiner werden.

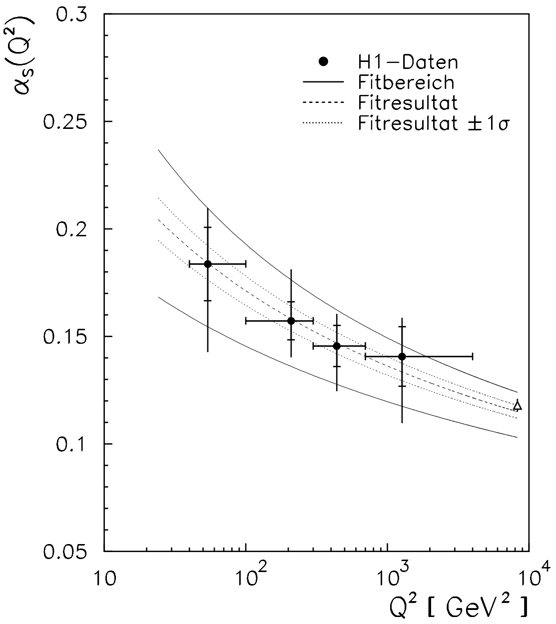

Abbildung 6.7: α_s-Werte der JADE-Analyse für $Q^2 > 40\,\mathrm{GeV}^2$ mit statistischen und totalen Fehlern. Die Kurven entsprechen dem RGE-Fit (gestrichelte Linie), dem $\pm 1\sigma$-Fitfehler (gepunktete Linien) und den RGE-Vorhersagen für die $\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}}$-Werte, bestimmt aus den totalen $\alpha_s(M_Z^2)$-Fehlern (durchgezogene Linie). Das offene Dreieck ist der $\alpha_s(M_Z^2)$-Weltmittelwert.

$\langle Q^2\rangle$ [GeV^2]	$\alpha_s(Q^2)$	stat	sys	tot
54	0.184	$\pm$ 0.017	$^{+0.020}_{-0.037}$	$^{+0.026}_{-0.041}$
209	0.157	$\pm$ 0.009	$^{+0.022}_{-0.014}$	$^{+0.024}_{-0.017}$
440	0.146	$\pm$ 0.010	$^{+0.011}_{-0.019}$	$^{+0.015}_{-0.021}$
1272	0.141	$\pm$ 0.014	$^{+0.011}_{-0.028}$	$^{+0.018}_{-0.031}$
M_Z^2	0.115	$\pm$ 0.003	$^{+0.008}_{-0.011}$	$^{+0.009}_{-0.012}$

Tabelle 6.10: Zusammenstellung der statistischen, systematischen und totalen Fehler der JADE-Analyse für $Q^2 > 40\,\mathrm{GeV}^2$.

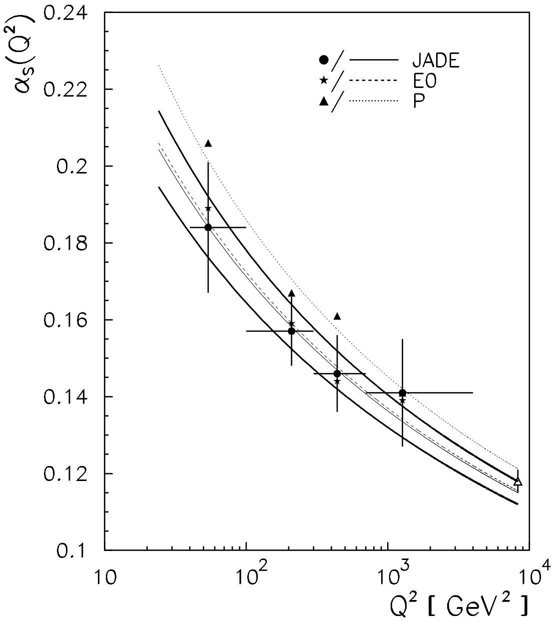

Abbildung 6.8: α_s-Werte und Fitresultate der verschiedenen Rekombinationsschemata der JADE-Analyse für $Q^2 > 40\,\mathrm{GeV}^2$. Die beiden breiten Kurven entsprechen der $\pm 1\sigma$-Abweichung des JADE-Fits, und das offene Dreieck ist der $\alpha_s(M_Z^2)$-Weltmittelwert.

$\langle Q^2 \rangle$ [GeV^2]	JADE	E0	P
54	0.184 ± 0.017	0.189 ± 0.017	0.206 ± 0.024
209	0.157 ± 0.009	0.159 ± 0.009	0.167 ± 0.012
440	0.146 ± 0.010	0.144 ± 0.010	0.161 ± 0.013
1272	0.141 ± 0.014	0.139 ± 0.014	0.141 ± 0.017
M_Z^2	0.115 ± 0.003	0.116 ± 0.003	0.121 ± 0.004

Tabelle 6.11: α_s-Werte für verschiedene Rekombinationsschemata inklusive statistischer Fehler der JADE-Analyse für $Q^2 > 40\,\mathrm{GeV}^2$.

$\vartheta_{jet,min}[^\circ] \setminus z_{p,min}$	0.05	0.10	0.15
5	0.115 ± 0.002	0.115 ± 0.002	0.113 ± 0.003
10	0.112 ± 0.003	0.115 ± 0.003	0.115 ± 0.003
15	0.113 ± 0.003	0.116 ± 0.004	0.114 ± 0.004

Tabelle 6.12: Abhängigkeit der $\alpha_s(M_Z^2)$-Resultate für verschiedene Werte von $\vartheta_{jet,min}$ und $z_{p,min}$ für den JADE-Algorithmus und $Q^2 > 40\,\mathrm{GeV}^2$.

$\mu_f^2 \setminus \mu_r^2$	$\frac{1}{4}\,Q^2$	$4\,Q^2$
$\frac{1}{4}Q^2$	0.110 ± 0.003	0.117 ± 0.004
$4\,Q^2$	0.108 ± 0.002	0.118 ± 0.003

Tabelle 6.13: Abhängigkeit der $\alpha_s(M_Z^2)$-Resultate für verschiedene Werte der Renormalisierungs- und Faktorisierungsskala für den JADE-Algorithmus und $Q^2 > 40\,\mathrm{GeV}^2$.

Q^2 [GeV^2]	R_{2+1} [10^{-3}]	R_{2+1}^{had} [10^{-3}]	R_{2+1}^{par} [10^{-3}]	$K(det \to had)$	$K(det \to par)$
40-100	$25 \pm 1^{+2}_{-2}$	$33 \pm 4^{+4}_{-3}$	$47 \pm 6^{+4}_{-9}$	$1.32 \pm 0.15 + 0.14$	$1.88 \pm 0.21 - 0.03$
100-300	$46 \pm 2^{+3}_{-4}$	$57 \pm 4^{+4}_{-4}$	$68 \pm 5^{+10}_{-5}$	$1.24 \pm 0.05 + 0.06$	$1.48 \pm 0.05 - 0.01$
150-300	$45 \pm 3^{+4}_{-3}$	$56 \pm 4^{+6}_{-4}$	$66 \pm 5^{+9}_{-6}$	$1.24 \pm 0.05 + 0.06$	$1.47 \pm 0.06 + 0.02$
300-700	$57 \pm 4^{+3}_{-0}$	$69 \pm 5^{+4}_{-1}$	$87 \pm 6^{+5}_{-11}$	$1.21 \pm 0.05 + 0.03$	$1.53 \pm 0.06 - 0.07$
700-4000	$69 \pm 6^{+4}_{-1}$	$88 \pm 9^{+6}_{-8}$	$108 \pm 11^{+8}_{-18}$	$1.28 \pm 0.07 - 0.11$	$1.57 \pm 0.08 - 0.23$

Tabelle 6.14: (2+1) Jetraten, korrigiert auf Hadron- bzw. Parton-Level, samt Korrekturfaktoren für den JADE-Algorithmus. Die systematischen Fehler in R_{2+1} beruhen auf der Unsicherheit in der Energiekalibrierung. Der systematische Fehler in R_{2+1}^{had} beinhaltet zusätzlich die Modellabhängigkeit. Für R_{2+1}^{par} kommen ferner noch der Fehler der Parton- und Hadronisierungsparameter sowie der des QCD Monte-Carlo Modells hinzu. Der systematische Fehler der Korrekturfaktoren basiert nur auf der Modellabhängigkeit.

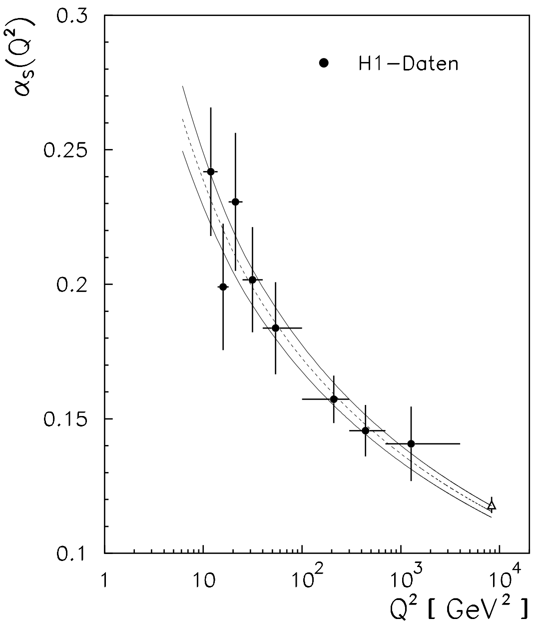

Abbildung 6.9: α_s-Fit für Ereignisse mit $Q^2 > 10\,\mathrm{GeV}^2$.

6.1.3 $Q^2 > 10\,\mathrm{GeV}^2$

Im Kapitel 3.5.2 ist gezeigt worden, daß unter Einbeziehung der Ereignisse unterhalb von $40\,\mathrm{GeV}^2$ und dem gleichzeitigen Festhalten an den drei Kriterien eine α_s-Bestimmung nicht möglich ist. Aus Interesse wurde dies dennoch durchgeführt, und das Resultat ist in Abbildung 6.9 zu sehen. Auch hier sind die H1-Daten durch Punkte mit statistischen Fehlern und der $\alpha_s(M_Z^2)$-Weltmittelwert durch das offene Dreieck dargestellt. Der Wert für $\alpha_s(M_Z^2)$ wurde zu 0.115 ± 0.002 (stat.) bestimmt.

6.2 K_t-Algorithmus

Obwohl die im Kapitel 5.2 aufgeführten K_t-Jetverteilungen mit Q^2 als Skalenquadrat für Ereignisse mit einem Elektron im BEMC große Einflüsse der Partonschauer, Hadronisierungs- und Detektoreffekte aufzeigen und die Datenstatistik für Ereignisse mit einem Elektron im LAr sehr gering ist, wurde versucht, Schnitte zu finden, um α_s bestimmen zu können. Die beste Übereinstimmung zwischen den Verteilungen und den (2+1) Jetraten wurde durch die folgenden Schnitte erreicht, wobei der Q^2-Bereich auf Werte zwischen $25\,\mathrm{GeV}^2$ und $700\,\mathrm{GeV}^2$ beschränkt wurde.

$$0^\circ < \vartheta_{jet} < 145^\circ \qquad , \qquad \vartheta_q < 120^\circ$$

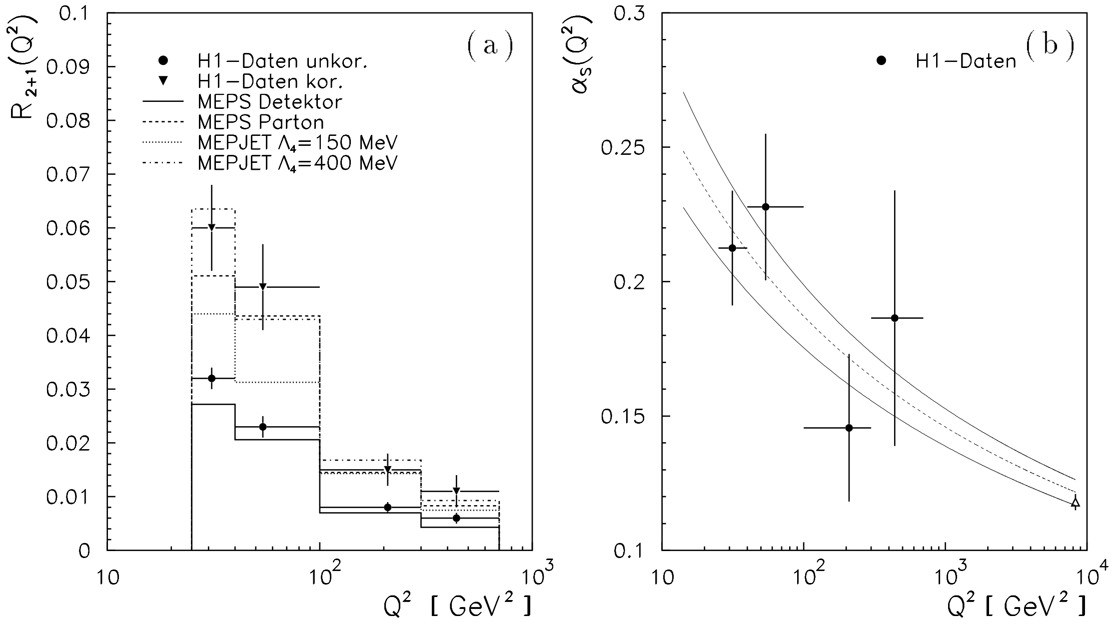

Abbildung 6.10: (2+1) K_t-Jetraten auf unterschiedlichen Niveaus und der daraus resultierende α_s-Fit für Ereignisse mit $Q^2 > 40\,\mathrm{GeV}^2$ und Q^2 als Skalenquadrat. Erläuterungen siehe Text.

$\langle Q^2 \rangle$ [GeV^2]	$R_{2+1}^{unkor.}$	$R_{2+1}^{MC,par}$	$R_{2+1}^{MC,det}$	K	$R_{2+1}^{kor.}$	$\alpha_s(Q^2)$	stat
31	0.032	0.051	0.027	1.88	0.060	0.212	0.021
54	0.023	0.044	0.021	2.12	0.049	0.228	0.027
209	0.008	0.015	0.007	1.97	0.015	0.146	0.027
440	0.006	0.008	0.004	1.94	0.011	0.186	0.048
M_Z^2	—	—	—	—	—	0.122	0.005

Tabelle 6.15: Zusammenstellung der (2+1) Jetraten und α_s-Werte samt statistischen Fehlern für den K_t-Algorithmus mit Q^2 als Skalenquadrat.

Da die Berechnung von (1+1) NLO-Wirkungsquerschnitten im Breit-System nicht möglich ist wurden die (2+1) Jetereignisse auf die totale Anzahl von Ereignissen innerhalb eines Q^2-Bins, die alle kinematischen Schnitte erfüllen, normiert. Die sich ergebenden (2+1) Jetraten auf den einzelnen Ebenen sind in Abbildung 6.10a zu sehen. Die (2+1) Jetrate fällt dabei mit zunehmendem Q^2-Wert. Die Jetraten der unkorrigierten Daten sind dargestellt durch volle Punkte mit statistischem Fehler. Die LEPTO Monte-Carlo Vorhersagen auf Parton- und Detektor-Level entsprechen dem gestrichelten bzw. durchgezogenen Histogramm. Das Verhältnis beider gibt den Korrekturfaktor an, mit dem die (2+1) Jetraten der Daten korrigiert werden. Sie entsprechen den vollen Dreiecken, wobei sich der Fehler aus dem statistischem Fehler der Daten und dem des Korrekturfaktors zusammensetzt. Das gepunktete und strichpunktierte Histogramm symbolisiert die NLO-Vorhersagen für zwei verschiedene $\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}}$-Werte. Die Abbildung zeigt, daß die unkorrigierten Daten-Jetraten von LEPTO auf Detektor-Level noch beschrieben werden, die korrigierten Raten liegen jedoch nicht innerhalb der NLO-Vorhersagen. Hier spiegeln sich die angesprochenen Einflüsse der Partonschauer und Hadronisierungseffekte wider. Demzufolge erscheinen die extrahierten α_s-Werte in Abbildung 6.10b statistisch verteilt. Der resultierende Fit führt zu einem $\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}}$-Wert von $389^{+\,91}_{-\,84}$ MeV und $\alpha_s(M_Z^2)$-Wert von

$$\alpha_s(M_Z^2) \;=\; 0.122 \,\pm\, 0.005\,(\mathrm{stat.}).$$

Die expliziten $\alpha_s(Q^2)$-Werte und die dazugehörigen Jetraten sind in Tabelle 6.15 aufgelistet.

Die Optimierung der Schnitte für den K_t-Algorithmus mit der „festen" Referenzmasse führte zu den gleichen Schnitten, d. h. $0° < \vartheta_{jet} < 145°$ und $\vartheta_q < 120°$, wobei der Q^2-Bereich auf Werte oberhalb von $40\,\mathrm{GeV}^2$ beschränkt wurde. Die resultierenden (2+1) Jetraten und der dazugehörige α_s-Fit sind in den Abbildungen 6.11a bzw. b zu sehen. Die Bezeichnung entspricht der der Abbildung 6.10. Hier steigt die (2+1) Jetrate mit wachsendem Q^2-Wert. Die unkorrigierten Jetraten der Daten werden durch das LEPTO Monte-Carlo auf Detektor-Level im Verlauf, nicht aber im Absolutwert beschrieben. Die korrigierten Jetraten liegen, abgesehen vom letzten Q^2-Bin, innerhalb der NLO-Vorhersagen für die beiden $\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}}$-Werte. $\alpha_s(M_Z^2)$ wurde zu

$$\alpha_s(M_Z^2) \;=\; 0.107 \,\pm\, 0.002\,(\mathrm{stat.}).$$

bestimmt, was einem $\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}}$-Wert von $178^{+\,26}_{-\,24}$ MeV entspricht. Die einzelnen Jetraten und α_s-Werte sind in Tabelle 6.16 zusammengestellt.

In beiden Fällen wurden keine systematischen Untersuchungen durchgeführt, da die Hauptkriterien nur unzureichend erfüllt waren.

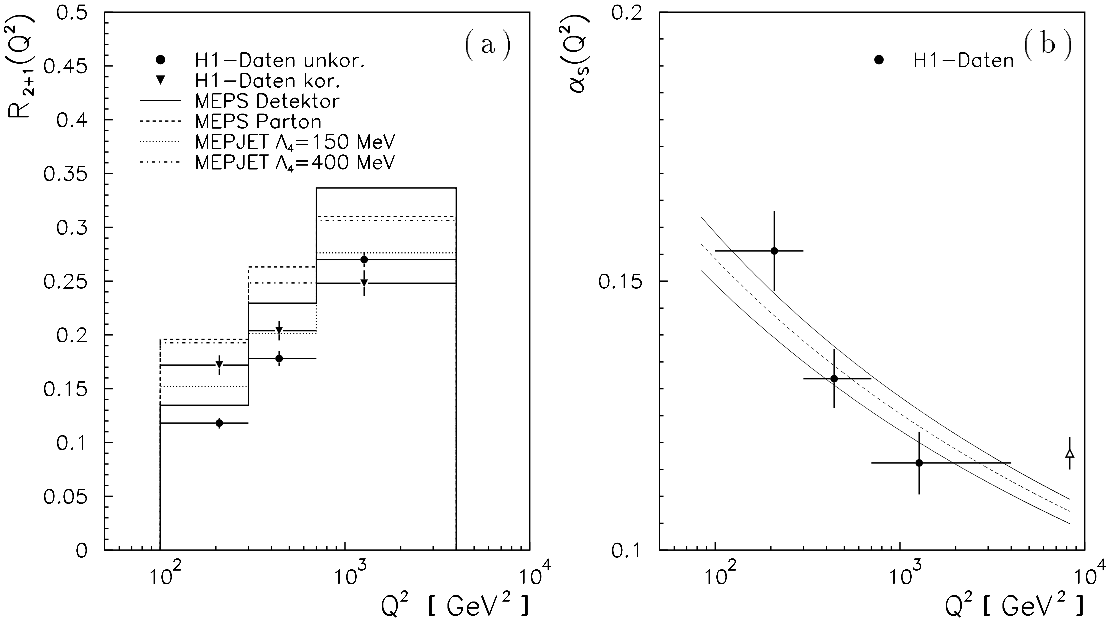

Abbildung 6.11: (2+1) K_t-Jetraten auf unterschiedlichen Niveaus und der daraus resultierende α_s-Fit für Ereignisse mit $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$ und 7 GeV als Referenzmasse. Erläuterungen siehe Text.

$\langle Q^2 \rangle$ [GeV^2]	$R_{2+1}^{unkor.}$	$R_{2+1}^{MC,par}$	$R_{2+1}^{MC,det}$	K	$R_{2+1}^{kor.}$	$\alpha_s(Q^2)$	stat
209	0.118	0.196	0.135	1.45	0.172	0.156	0.007
440	0.178	0.263	0.230	1.15	0.204	0.132	0.005
1272	0.270	0.310	0.337	0.92	0.248	0.116	0.006
M_Z^2	—	—	—	—	—	0.107	0.002

Tabelle 6.16: Zusammenstellung der (2+1) Jetraten und α_s-Werte samt statistischen Fehlern für den K_t-Algorithmus mit 7 GeV als Referenzmasse.

6.3 Cone-Algorithmus

Ausgehend von den im Abschnitt 5.3 dargestellten Jetverteilungen wurde versucht, Jetschnitte zu finden, so daß die drei Hauptkriterien möglichst gut erfüllt werden und gleichzeitig ein großer Überlapp mit dem JADE-Jetphasenraum erreicht wird. Das Resultat dieser Optimierung sind die folgenden Jetschnitte in ϑ_{jet}, z_p und ϑ_q.

$$10^\circ < \vartheta_{jet} < 145^\circ \quad , \quad z_p > 0.1 \quad \text{und} \quad \vartheta_q < 120^\circ$$

Auf Grund der Tatsache, daß im CMS keine (1+1) Ereignisse möglich sind, wurde bei der Definition der (2+1) Jetrate die Normierung der (2+1) Ereignisse auf die totale Ereigniszahl, die alle kinematischen Schnitte erfüllt, durchgeführt. Die sich daraus ergebenden (2+1) Jetraten sind in Abbildung 6.12a dargestellt. Genau wie für den JADE-Algorithmus steigen die (2+1) Jetraten mit zunehmendem Q^2-Wert. Die vollen Punkte mit statistischem Fehler entsprechen den unkorrigierten (2+1) Jetraten der Daten, welche vom LEPTO Monte-Carlo auf Detektor-Level (durchgezogenes Histogramm) im Q^2-Verlauf als auch im absoluten Wert beschrieben werden. Das Verhältnis der Werte des gestrichelten und durchgezogenen Histogramms entsprechen den Korrekturfaktoren, die die Korrektur der Daten-Jetraten ermöglichen und durch volle Dreiecke dargestellt sind. Das gepunktete und strichpunktierte Histogramm geben die NLO-Vorhersagen für zwei $\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}}$-Werte an, innerhalb derer die korrigierten Daten liegen. Die korrespondierenden α_s-Werte und der dazugehörige α_s-Fit sind in Abbildung 6.12b zu sehen. Eingezeichnet ist der statistische Fehler, der sich aus dem statistischem Fehler der Daten und dem des Korrekturfaktors zusammensetzt. Als Resultat für $\alpha_s(M_Z^2)$ ergab sich

$$\alpha_s(M_Z^2) \;=\; 0.118 \,\pm\, 0.004\,(\text{stat.}),$$

was einem $\Lambda^{(4)}_{\overline{MS}} = 328^{+\,70}_{-\,62}$ MeV entspricht. Die expliziten (2+1) Jetraten und α_s-Werte für die einzelnen Q^2-Bereiche sind in Tabelle 6.17 zusammengestellt. Es wurde nur eine reduzierte Untersuchung des systematischen Fehlers durchgeführt. Die Resultate der variierten Parameter sind im folgenden aufgeführt.

ϑ_q

Die Stabilität des $\alpha_s(M_Z^2)$-Wertes des ϑ_q-Schnitts wurde überprüft durch eine Veränderung des ϑ_q-Zentralwertes um $\pm 10^\circ$. Als $\alpha_s(M_Z^2)$-Werte ergaben sich 0.118 und 0.122 für $\vartheta_q > 110^\circ$ bzw. $\vartheta_q > 130^\circ$. Dies entspricht einem Fehler von +0.004.

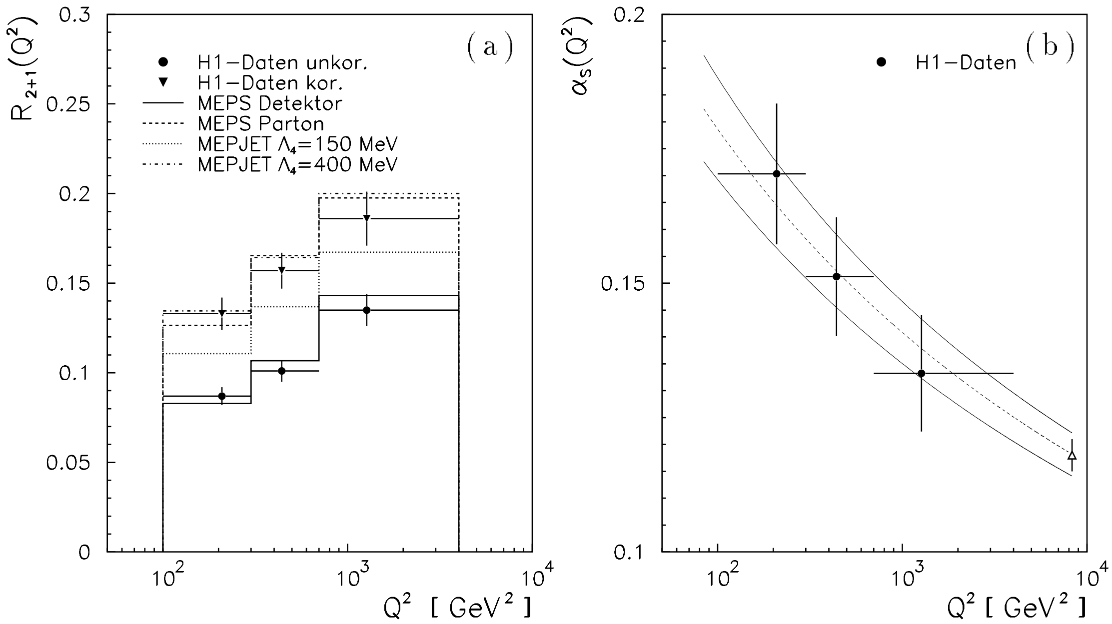

Abbildung 6.12: (2+1) Cone-Jetraten auf unterschiedlichen Niveaus und der daraus resultierende α_s-Fit für Ereignisse mit $Q^2 > 100\,\mathrm{GeV}^2$. Erläuterungen siehe Text.

$\langle Q^2 \rangle$ [GeV^2]	$R_{2+1}^{unkor.}$	$R_{2+1}^{MC,par}$	$R_{2+1}^{MC,det}$	K	$R_{2+1}^{kor.}$	$\alpha_s(Q^2)$	stat
209	0.087	0.127	0.083	1.53	0.133	0.170	0.013
440	0.101	0.165	0.107	1.55	0.157	0.151	0.011
1272	0.135	0.198	0.143	1.38	0.186	0.133	0.011
M_Z^2	—	—	—	—	—	0.118	0.004

Tabelle 6.17: Zusammenstellung der (2+1) Jetraten und α_s-Werte samt statistischen Fehlern für den Cone-Algorithmus.

y-Bjorken

Die Abhängigkeit des $\alpha_s(M_Z^2)$-Wertes vom y-Bjorken Wert wurde bestimmt, indem dieser von 0.1 auf 0.05 herabgesetzt wurde. Diese Variation, die gleichzeitig ein Maß für die Genauigkeit der Transformation ins CMS-System ist, führte zu einer $\alpha_s(M_Z^2)$-Änderung von $+\,0.002$.

Energiekalibrierung

Zur Abschätzung dieses Einflusses wurden genau wie für die JADE-Analyse die Kalibrierungskonstanten der Daten um $\pm 4\%$ verändert und die Analyse wiederholt. Als Fehler für $\alpha_s(M_Z^2)$ ergab sich $+0.004$ bzw. -0.006.

Renormalisierungs- und Faktorisierungsskala

Analog zur JADE-Analyse wurden auch hier die Faktorisierungsskala μ_f^2 und Renormalisierungsskala μ_r^2 bei der Berechnung der Wirkungsquerschnitte variiert. Die Faktorisierungsskala wurde dabei auf $4\,Q^2$ gesetzt und gleichzeitig die Renormalisierungsskala zwischen $Q^2/4$ und $4\,Q^2$ verändert. Der Einfuß auf den $\alpha_s(M_Z^2)$-Wert wurde zu $+0.002$ für $\mu_r^2 = Q^2/4$ und -0.001 für $\mu_r^2 = 4\,Q^2$ bestimmt.

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

Die mit dem H1-Detektor aufgenommenen Daten der Jahre 1994/1995 und verbesserte NLO-Rechnungen wurden zur $\alpha_s(M_Z^2)$-Bestimmung herangezogen. Diese erfolgte über die Messung der integrierten (2+1) Jetrate in verschiedenen Q^2-Bereichen. Durch ihre Überführung in $\alpha_s(Q^2)$-Werte und anschließendem Fit der RGE wurde ein $\Lambda_{\overline{MS}}^{(4)}$-Wert ermittelt, der die Extrapolation zu $Q^2 = M_Z^2$ ermöglichte. Zum ersten Mal wurden neben dem JADE-Algorithmus auch der K_t- und der Cone-Algorithmus zur Jetdefinition des hadronischen Endzustandes verwandt. Des weiteren wurden der Einfluß des E0- und P-Rekombinationsschemas für den JADE-Algorithmus studiert und Ereignisse mit Q^2-Werten unterhalb von $100\,\mathrm{GeV}^2$ berücksichtigt.

Die JADE-Analyse, die auf Ereignissen mit Q^2-Werten zwischen $40\,\mathrm{GeV}^2$ und $4000\,\mathrm{GeV}^2$ basiert, ergab das folgende Resultat für $\alpha_s(M_Z^2)$.

$$\alpha_s(M_Z^2) \;=\; 0.115 \,\pm\, 0.003\,(\mathrm{stat.})\,^{+0.008}_{-0.011}\,(\mathrm{sys.}) \;=\; 0.115 \,\pm\, ^{+0.009}_{-0.012}\,(\mathrm{tot.})$$

Der Einfluß der beiden Rekombinationsschemata wurde zu +0.006 bestimmt.

Die K_t-Analyse mit „laufender“ Referenzmasse und Ereignissen zwischen $25\,\mathrm{GeV}^2$ und $700\,\mathrm{GeV}^2$ führte zu einem $\alpha_s(M_Z^2)$-Wert von 0.122 ± 0.005. Eine K_t-Analyse mit „fester“ Referenzmasse und Ereignissen mit Q^2-Werten innerhalb des Intervalls $100\,\mathrm{GeV}^2 - 4000\,\mathrm{GeV}^2$ ergab $\alpha_s(M_Z^2) = 0.107 \pm 0.002$. Die Cone-Analyse für Ereignisse mit Q^2-Werten von $100\,\mathrm{GeV}^2$ bis $4000\,\mathrm{GeV}^2$ lieferte $\alpha_s(M_Z^2) = 0.118 \pm 0.004$. Somit konnte der JADE-Wert durch die anderen Algorithmen bestätigt und der Beweis der Anwendbarkeit der Methode erbracht werden. Ein Vergleich des JADE-Resultates mit den $\alpha_s(M_Z^2)$-Wert aus hadronischen Endzuständen am LEP und SLC [4] (0.122 ± 0.007) bzw. dem Weltmittelwert (0.118 ± 0.003) zeigt, daß dieser mit den Letztgenannten kompatibel ist.

Als Ausblick bleibt zu erwähnen, daß es mit den Ereignissen der nächsten Runperioden möglich sein sollte, zu entscheiden, ob der höhere $\alpha_s(M_Z^2)$-Wert der JADE-Analyse für das P-Rekombinationsschema auf eine statistische Fluktuation oder auf fehlende NNLO-Rechnungen zurückzuführen ist. Um eine deutliche Reduzierung des systematischen Fehlers der JADE-Analyse zu erreichen, bedarf es noch viel höherer Statistik, die zusätzliche Schnitte z. B. in $|\vec{p}_T|$ [39] ermöglichen und so die Abhängigkeit von der Renormalisierungsskala und Hadronisierungseffekten verkleinern würde. Dabei sollte aber beachtet werden, daß Q^2 und $\vec{p}_T^2$ von der gleichen Größenordnung sind. Vielversprechender erscheinen da der K_t-Algorithmus mit „laufender" Referenzmasse für Ereignisse mit Q^2-Werten oberhalb von $100\,\mathrm{GeV}^2$ und der Cone-Algorithmus. Sie weisen kleine Hadronisierungs- und NLO-Korrekturen auf, sind jedoch auch auf hohe Statistik angewiesen bzw. bedürfen noch zusätzlicher Studien. Erst dann könnte diese Methode zur einer Präzisionsmessung herangezogen werden.

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Literaturverzeichnis

[1] H1 Collaboration, C. Adloff et al., Z. Phys. C74, 191-205 (1997).

[2] CDF Collaboration, F. Abe et al., Phys. Rev. D50 (1994) 2966; idem, FERMILAB-PUB-94-116-E (Mai 1994).

[3] OPAL Collaboration, P.D. Acton et al., Z. Phys. C55 (1992) 59.

[4] Particle Data Group, R.M. Barnett et al. Phys. Rev. D54 (1996) 1.

[5] H1 Collaboration, T. Ahmed et al., Phys. Lett. B346 (1995) 415.

[6] R. Nisius, PITHA 94/21, Doktorarbeit, RWTH-Aachen (Februar 1994).

[7] H1 Collaboration, I. Abt et al., DESY 93-103, Hamburg (Juli 1993).

[8] S. Levonian, private Mitteilung.

[9] U. Bassler und G. Bernardi, DESY 94-231, Hamburg (Dezember 1994).

[10] W.J. Marciano, Phys. Rev. D29, 580 (1984).

[11] G. Altarelli und G. Parisi, Nucl. Phys. B126 (1977) 298.

[12] E. Mirkes und D. Zeppenfeld, Phys. Lett. B380 (1996) 205.

[13] M. Seymour und S. Catani, CERN-TH 96-29.

[14] R. Brun et al., GEANT 3, CERN DD/EE/84-1 (1987).

[15] G. Ingelman, LEPTO Version 6.5, Program Manual unveröffentlicht; siehe: LEPTO 6.1, Proc. Workshop „ Physics at HERA “, DESY, Hamburg, Vol. 3 (1991) 1366.

[16] A.D. Martin, R.G. Roberts und W.J. Stirling, RAL-93-077 (1993).

[17] L. Lönnblad, Comput. Phys. Commun. 71 (1992) 15.

[18] B.R. Webber, HERWIG Version 5.9, Program Manual unveröffentlicht; siehe: HERWIG 5.4, Proc. Workshop „ Physics at HERA “, DESY, Hamburg, Vol. 3 (1991) 1354.

[19] F. Abe et al., CDF Collaboration, Phys. Rev. D45 (1992) 1448.

[20] L.A. del Pozo, RALT-002 Doktorarbeit, Universität Cambridge (1993).

[21] OPAL Collaboration, R. Akers et al., Z. Phys. C63 (1994) 197.

[22] JADE Collaboration, W. Bartel et al., Z. Phys. C61 (1986) 23.

[23] S. Catani, Yu.L. Dokshitzer, B.R. Webber, Phys. Lett. B285 (1992) 291.

[24] M. Seymour, Nucl. Phys. B421 (1994) 545.

[25] A. Mendez, Nuclear Physics B, 145 (1978) 199.

[26] S. Catani, Yu.L. Dokshitzer, B.R. Webber, CERN-TH 7099/93.

[27] H1 Collaboration, H1PHAN Manual 2.03/10 (1997), H1 intern.

[28] S. Reinshagen, DESY FH1K-95-03, Doktorarbeit, Hamburg (Juli 1995).

[29] T. Merz, DESY FH1K-94-02, Doktorarbeit, Hamburg (Juni 1994).

[30] J. Lipinski, DESY FH1-96-05, Doktorarbeit, Hamburg (August 1996).

[31] G.A. Schuler, H. Spiesberger, DJANGO6 Version 2.4, Program Manual unveröffentlicht; siehe: DJANGO 1.0, Proc. Workshop „Physics at HERA“, DESY, Hamburg, Vol. 3 (1991) 1419.

[32] Th. Hadig, PITHA 96/31, Diplomarbeit, RWTH-Aachen (Februar 1996).

[33] D. Graudenz, Comp. Phys. Comm. 92 (1995) 65;
D. Graudenz, PROJET 4.1, CERN-TH 7420/94.

[34] A.D. Martin, R.G. Roberts und W.J. Stirling, Phys. Lett. B356 (1995) 89.

[35] M. Glück, E. Reya und A. Vogt, Z. Phys. C53 (1992) 127.

[36] CTEQ Collaboration, MSUHEP-60426, CTEQ-604.

[37] Siehe offizielle LEPTO-Seite im WWW:
http://www3.tsl.uu.se/thep/lepto/parameters.html.

[38] K. Hamacher und M. Weierstall, DELPHI 95-80 PHYS 515.

[39] Th. Hadig, Ch. Niedzballa, K. Rabbertz und K. Rosenbauer, Proc. Workshop „Future Physics at HERA“, DESY, Hamburg, Vol. 1 (1996) 524-528.

Danksagung

In erster Linie danke ich Herrn Prof. Dr. Ch. Berger, der in mir das Interesse für das behandelte Arbeitsthema weckte und als Bindeglied zwischen Experiment und Theorie fungierte. Er stand mir in zahlreichen Diskussionen hilfreich zur Seite und hatte stets Vertrauen in meine Vorgehensweise.

Herrn Prof. Dr. D. Schmitz danke ich für die Übernahme des Korreferats.

Bei Dr. D. Graudenz und Dr. E. Mirkes bedanke ich mich für die Beantwortung einiger spezieller Fragen der theoretischen Physik, sowie für die Bereitstellung der notwendigen QCD-Monte-Carlo-Programme.

Ein besonderer Dank gilt Dr. R. Nisius für die hilfreiche Unterstützung bei den ersten Schritten auf dem recht komplexen Gebiet der Bestimmung der starken Kopplungskonstanten.

Allen Mitgliedern des Instituts, insbesondere T. Hadig, Dr. M. Hampel, Dr. T. Köhler, K. Rabbertz, Dr. K. Rosenbauer und J. Scheins sei herzlich gedankt für jegliche Unterstützung, die ich erfahren habe. Sie trugen zu einem sehr guten Arbeitsklima bei, bei dem der Spaß nicht zu kurz kam.

Ich danke allen Mitarbeitern von HERA und H1 für die erfolgreiche Datennahme, welche die Basis meiner Untersuchungen darstellte, und die zahlreichen Gespräche, die ich speziell mit Mitgliedern der Jet-Gruppe führen konnte, sowie dem DESY-Direktoriat für die Bereitstellung der Arbeitsmöglichkeiten am DESY.

Mein Dank gilt auch der Deutschen Forschungsgemeinschaft und damit auch dem Deutschen Steuerzahler für die im Rahmen des Graduierten-Kollegs der RWTH Aachen, *Starke und elektroschwache Wechselwirkungen bei hohen Energien*, gewährte finanzielle Unterstützung.

Bei Ch. Mathieu bedanke ich mich für das nachträgliche Korrekturlesen dieser Arbeit.

Nicht zuletzt möchte ich mich bei meinen Eltern und meiner Schwester bedanken, die alles Erdenkliche für mich getan haben und so zu einem reibungslosen Ablauf meiner Forschungstätigkeit beitrugen.

Lebenslauf

23.06.67	geboren in Ratibor als zweites Kind der Eheleute Eduard und Hedwig Niedzballa
1974 - 1977	Besuch der Volksschule in Heydebreck
1977 - 1979	Besuch der Grundschule in Oberhausen
1979 - 1985	Besuch der Städtischen Karl-Broermann-Realschule II in Oberhausen
1985 - 1988	Besuch des Heinrich-Heine-Gymnasiums in Oberhausen
Oktober 1988	Beginn des Studiums der Physik an der RWTH-Aachen
Oktober 1990	Abschluß der Vordiplomprüfungen
Oktober 1992	Beginn der Mitarbeit in der H1-Kollaboration
März 1993	Aufnahme der Diplomarbeit am I. Phys. Inst. im Rahmen des H1-Experimentes
März 1994	Abgabe der Diplomarbeit mit dem Titel „Erzeugung von Myon Paaren in Elektron Proton Reaktionen, eine Monte Carlo Untersuchung“
Juni 1994	Abschluß der Diplomprüfungen
seit 01.08.94	Mitarbeiter der H1-Jetgruppe bei DESY
seit 01.01.95	Promotionsstipendiat der DFG