Erzeugung von Myon Paaren in Elektron Proton Reaktionen, eine Monte Carlo Untersuchung

von

Christian Niedzballa

Diplomarbeit in Physik

vorgelegt der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der
Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen

im März 1994

angefertigt im
I. Physikalischen Institut

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einführung

Das große angestrebte Ziel der Physik ist es eine vollständige Theorie der Materie aufzustellen, die auf einer minimalen Anzahl nur meßbarer Parameter basiert. In diesem Zusammenhang ist die Klärung der folgenden Fragen von enormer Wichtigkeit.

1. Welches sind die grundlegenden Bestandteile aller Materie im Universum?

2. Welche fundamentalen Kräfte beherrschen das Verhalten dieser Bestandteile, so daß sie alle auftretenden Formen der Materie bilden können?

Die Elementarteilchenphysik kommt mit ihrem gegenwertigen Kenntnisstand der Beantwortung dieser beiden Fragen recht nahe. Sie liefert eine einfache Grundlage, das sogenannte „Standard–Modell“, welches mit allen bisher bekannten experimentellen Tatsachen in Übereinstimmung ist.

Als Basis enthält das Standard–Modell eine Reihe von Teilchen, inklusive ihrer Massen und Ladungen, welche keine nachweisbare räumliche Struktur besitzen und deshalb als elementar („punktförmig“) angesehen werden können. Sie sind Fermionen, also Spin 1/2–Teilchen, und werden in Leptonen– bzw. Quark–Familien, wie in Tabelle 1.1 zu sehen, zusammengefaßt. Die Quarks, von denen das *top*–Quark bisher nicht direkt nachgewiesen werden konnte, tragen im Gegensatz zu den geladenen Leptonen eine drittelzahlige elektrische Ladung und zusätzlich einen inneren Freiheitsgrad, die Farbladung. Diese kann drei Werte annehmen, die man als *rot*, *blau* und *grün* bezeichnet. Aufgrund unterschiedlicher Wechselwirkungen, zu denen die elektromagnetische, schwache und starke zählen, üben die Elementarteilchen Kräfte aufeinander aus, die im Rahmen der Feldtheorie durch den Austausch von Feldquanten, den Vektorbosonen, beschrieben werden können. Die Stärke der Wechselwirkung zwischen Teilchen und Feldquant

Leptonen:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}$$

Quarks:

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} (t) \\ b \end{pmatrix}$$

Tabelle 1.1: Leptonen und Quarks im Standardmodell

Art der Wechselwirkung	Feldquant	Spin	Kopplungskonstante
elektromagnetisch	γ	1	$\alpha = \frac{1}{128.05} \approx 7.81\ 10^{-3}$
schwach	Z^0 , $W^\pm$	1	$\frac{\alpha}{\sin^2\Theta_W} = \frac{\alpha}{0.2325} \approx 3.36\ 10^{-2}$
stark	Gluon	1	$\alpha_s = 0.1134$
gravitativ	Graviton	2	$\frac{G_N}{\hbar\, c} \approx 6.7\ 10^{-39} \left(\frac{GeV}{c^2}\right)^{-2}$

Tabelle 1.2: Die fundamentalen Wechselwirkungsarten; Wertangaben nach [1, 2]

wird durch eine Kopplungskonstante beschrieben, die gleichzeitig zur Charakterisierung der Ordnung eines Prozesses dient. Tabelle 1.2 zeigt die fundamentalen Wechselwirkungen mit den jeweiligen Feldquanten, deren Spin und den zugehörigen Kopplungskonstanten, die durch eine Q^2 – Skala parametrisiert werden. Die Werte der in Q^2 „laufenden" Kopplungskonstanten sind dabei für $Q^2 = m^2_{Z^0}$ angegeben. Die Gravitation, die immer wirkt, aber aufgrund der sehr kleinen Koppungskonstanten in der Elementarteilchenphysik noch keine große Rolle spielt und vom Standard–Modell nicht beschrieben wird, wird im folgenden nicht weiter betrachtet. Man beachte, daß die entsprechende Kopplungskonstante nicht geeicht und somit dimensionsbehaftet ist.

In den 60er Jahren fand durch Glashow, Salam und Weinberg eine Vereinheitlichung der elektromagnetischen und schwachen Wechselwirkung zu einer einzelnen, der elektroschwachen Wechselwirkung, statt. Sowohl die Leptonen als auch die Quarks nehmen an dieser Wechselwirkung teil und je nach Ladung des ausgetauschten Feldquants spricht man von neutralen (γ, Z^0) bzw. geladenen $(W^\pm)$ Strömen. Der starken Wechselwirkung, die durch Gluonen vermittelt wird, unterliegen dagegen nur die Quarks. Da bei 9 möglichen Farb–Antifarbkonstellationen der Quarks eine farbneutral ist, existieren insgesamt 8 Gluonen, die an die Farbladungen der Quarks koppeln und somit selbst Träger von Farb– und Antifarbladungen sind. Diese ermöglicht es ihnen, im Gegensatz zu den Photonen, die elektrische neutral sind, in Selbstwechselwirkung zu treten. Dies hat weiter zu Folge, daß die starke Wechselwirkung bei sehr kleinen Abständen verhältnismäßig schwach wird („asymptotische Freiheit") bei großen Abständen aber sehr stark wird, so daß es unmöglich ist Quarks und Gluonen als „freie" Teilchen zu beobachten, was man als Quarkeinschluß („confinement") bezeichnet. Quarks kommen deshalb nur als qqq – bzw. $q\bar{q}$ – Farbsinglettzustände, den sogenannten Baryonen bwz. Mesonen, in der Natur vor. Das Proton (uud) und das Neutron (udd) sind dabei die bekanntesten Baryonmitglieder.

Um die Aussagen des Standard–Modells präzisieren bzw. „neue" Physik, die über dieses Modell hinausgeht, wie angeregte Leptonen und Quarks bzw. Verbindungen zwischen diesen (Leptoquarks) oder aber Leptogluonen, entdecken zu können, wurde eine neue Beschleunigergeneration benötigt. Sie ist in der „Hadron–Elektron–Ring–Anlage" HERA, bei der erstmals in der Welt Elektronen und Protonen zur Kollision gebracht werden, realisiert worden. Diese Anlage, die auf dem DESY–Gelände in Hamburg erbaut worden ist und einen Umfang von 6336 m aufweist, komplettieren die beiden Detektoren „H1" und „ZEUS", die die Analyse der stattfindenden Streureaktionen gestatten. Ein schematischer Aufbau des HERA–Speicherringes ist in Abbildung 1.1 zu sehen, ein Bild des H1–Detektors enthält Abbildung 1.2.

Die enorme Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 295.9\,GeV$, die durch das Auftreffen von $26.7\,GeV$ Elektronen auf $820\,GeV$ Protonen entsteht, ermöglicht es den Elektronen, die nicht an der starken Wechselwirkung teilnehmen, „tief" in das Proton einzudringen und so seine Struktur bis zu $\mathcal{O}(10^{-18}m)$ aufzulösen. Mit der angestrebten Luminosität von 100 $pb^{-1}/Jahr$ erhält man so eine genügend große Anzahl von verwertbaren Streuereignissen, die zu neuen

Merkmale	HERA	LHC
Elektronenergie	$30\,GeV$	$60\,GeV$
Protonenergie	$820\,GeV$	$7700\,GeV$
Schwerpunktsenergie	$314\,GeV$	$1360\,GeV$
Luminosität	$100\,pb^{-1}/Jahr$	$8830\,pb^{-1}/Jahr$

Tabelle 1.3: Gegenüberstellung der wichtigsten Daten von HERA und LHC; Quelle [2]

physikalischen Aussagen führen können. Zudem ist eine Polarisation des Elektronenstrahls zu einem späteren Zeitpunkt vorgesehen.

In den nächsten Jahren soll am CERN in Genf ein weiterer Large–Hadron–Collider (LHC) mit noch höherer Schwerpunktsenergie errichtet werden und würde, im Falle einer ep– Option, eine genauere Vermessung der Hadronstruktur, als an HERA, ermöglichen. Die wichtigsten Daten der genannten Anlagen sind in Tabelle 1.3 gegenübergestellt.

In dieser Diplomarbeit werden zwei Monte–Carlo–Ereignisgeneratorprogramme, EPEMAX und EPEGAM, die zwei mögliche Prozeßkanäle der elektromagnetischen Myon–Paar–Erzeugung in Elektron–Proton–Stößen beschreiben, vorgestellt. Die Myon–Erzeugung bei EPEMAX erfolgt, im sogenannten Drell–Yan–Prozeß, durch ein „resolved" Photon, welches sich in seine hadronischen Bestandteile auflöst, bei EPEGAM hingegen durch einen Zweiphoton–Austausch. Das Einsatzgebiet der beiden Generatoren könnte neben der Untersuchung der Photonproduktion und damit der elektromagnetischen Wechselwirkung bis zu $\mathcal{O}(\alpha^4)$ auch die Erforschung der hadronischen Struktur eines reellen Photons sein.

Das nachfolgende Kapitel beschreibt die Theorie, die dem jeweiligen Prozeß zugrunde liegt. In Kapitel 3 wird erläutert, wie die beiden Generatoren realisiert wurden. Kapitel 4 zeigt die erhaltenen Ergebnisse und einen Vergleich mit dem schon existierenden Generator LPAIR. Schließlich werden in Kapitel 5 der Generatoraufbau und einige Programmdetails angeführt.

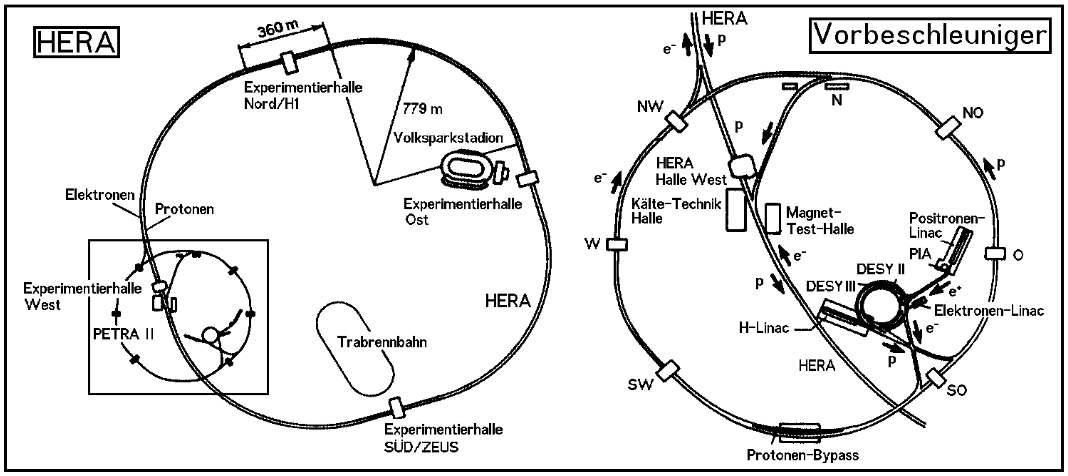

Abbildung 1.1: Der HERA–Speicherring

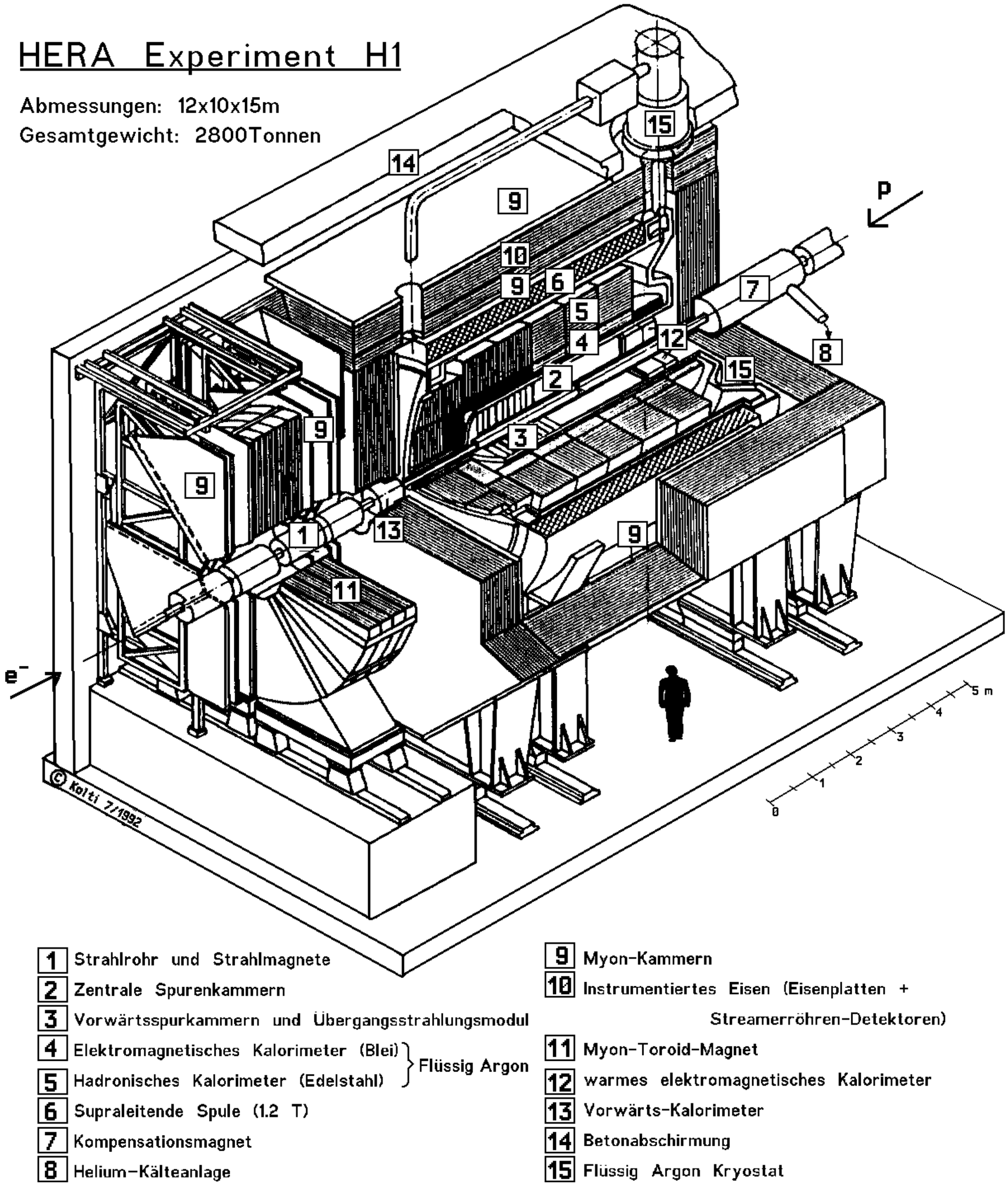

Abbildung 1.2: Der H1–Detektor

Kapitel 2

Theorie

2.1 Grundlagen

2.1.1 Definition des Wirkungsquerschnittes

Den überwiegenden Teil der Informationen über die Struktur der Materie erhalten Teilchenphysiker aus der Analyse von Streuexperimenten, welche sich am einfachsten durch den differentiellen bzw. totalen Wirkungsquerschnitt charakterisieren lassen.

Der totale Wirkungsquerschnitt σ ist allgemein als Quotient von Übergangsrate und Fluß der einlaufenden Teilchen definiert. Er hat die Dimension einer Fläche, wobei die Maßeinheit $1\,barn = 10^{-24}cm^2$ die gebräuchlichste ist, und kann anschaulich als diejenige (Kreis-) Fläche interpretiert werden, die von dem (als punktförmig gedachten) Primärteilchen getroffen werden müßte, um die entsprechende Reaktion auszulösen. Kennt man ferner die Luminosität L der Beschleunigeranlage, so läßt sich die erwartete Ereigniszahl N durch die Beziehung

$$N = L \cdot \sigma \tag{2.1}$$

berechnen. Die Messung der Luminosität erfolgt aus theoretisch sehr genau bekannten Referenzquerschnitten. Im Falle von HERA ist es der Bethe–Heitler–Prozeß:

$$e\,p \quad \longrightarrow \quad e\,p\,\gamma$$

Der differentielle Wirkungsquerschnitt hingegen läßt sich für spinlose Teilchen und Photonen kompakt in der Beziehung [3]

$$d\sigma = \frac{|T_{fi}|^2}{2S_{12}}\ \mathrm{d}\,LIP \tag{2.2}$$

zusammenfassen, wobei S_{12} für einen kinematischen Faktor, $\mathrm{d}\,LIP$ für das Lorentz–invariante Phasenraumelement und T_{fi} für die invariante Übergangsamplitude bzw. Streuamplitude stehen. Einen sehr eleganten Weg diese Amplituden zu berechnen eröffnete der Theoretiker R. P. Feynman. Dazu werden bis zur gewünschten Ordnung Feynman–Graphen, die bildhafte Darstellungen der bei störungstheoretischer Entwicklung der Steumatrix auftretenden Integrale sind, für den betrachteten Prozeß aufgezeichnet und den einzelnen Elementen dieses Graphen Faktoren nach den Feynman–Regeln zugeordnet.

2.1.2 Die Kinematik bei HERA

Aufgrund der Tatsache, daß sich der Schwerpunkt des ep–Systems in Protonrichtung bewegt, d. h. der HERA–Speicherring asymmetrisch betrieben wird, ist es vorteilhaft, alle kinemati-

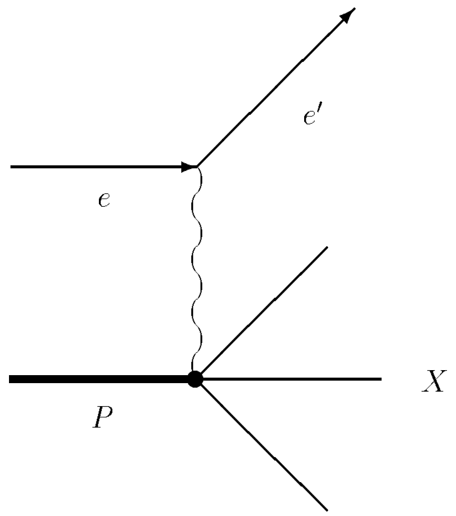

Abbildung 2.1: Feynman–Graph zur inelestischen ep–Streuung

schen Variablen, die zur Beschreibung der ep–Streureaktionen notwendig sind, in Lorentz–invarianter Form zu definieren. Damit werden unnötige und fehlerträchtige Transformationen vom Schwerpunk– ins Laborsystem bzw. in umgekehrter Richtung vermieden. Des weiteren wird ein Maßsystem benutzt in dem $\hbar = 1$ und $c = 1$ gesetzt werden. Energien, Impulse und Massen erhalten so die gleiche Dimension und werden in der Einheit GeV angegeben. Die Umrechnung erfolgt mittels:

$$197.33\,GeV \;=\; 1\,fm^{-1}$$

Am Beispiel der inklusiven ep-Streuung:

$$e \quad + \quad p \quad \longrightarrow \quad e \quad + \quad X$$

werden die Invarianten eingeführt und ihre Bedeutung erläutert. Der dazugehörige Feynman–Graph ist in Abbildung 2.1 dargestellt. Das zwischen Elektron und Proton ausgetauschte Feldquant (geschlängelte Linie) kann ein γ bzw. Z^0 sein, X symbolisiert einen beliebigen hadronischen Endzustand. Die Beschreibung der am Prozeß beteiligten Teilchen erfolgt durch relativistische Viererimpulsvektoren

$$p \;\equiv\; p^\mu \;\equiv\; \begin{pmatrix} E \\ \vec{p} \end{pmatrix} \quad , \tag{2.3}$$

wobei das Quadrat eines Viereimpulsvektors definiert ist als

$$p^\mu p_\mu \;=\; p_\mu p^\mu \;\equiv\; E^2 - \vec{p}^{\,2} \;=\; m^2 \tag{2.4}$$

und dem Quadrat der Teilchenruhemasse entspricht. Mit der folgenden Nomenklatur:

p_e	:	4-er Impuls des einlaufenden Elektrons
$p_{e'}$	:	4-er Impuls des gestreuten Elektrons
P	:	4-er Impuls des einlaufenden Protons
q	:	4-er Impulsübertrag zwischen ein und auslaufenden Elektron

lauten die Invarianten [2]:

$$s \equiv (p_e + P)^2 = m_e^2 + m_p^2 + 2\,p_e\,P \approx 4\,E_e\,E_p \tag{2.5}$$

$$Q^2 \equiv -q^2 \equiv -(p_e - p_{e'})^2 \approx 2\,E_e E_{e'}(1 - \cos\Theta_{e'}) \quad , \quad \Theta_{e'} = \angle(\vec{p}_e\,,\,\vec{p}_{e'})_{lab} \tag{2.6}$$

$$x \equiv \frac{Q^2}{2\,q \cdot P} \tag{2.7}$$

$$y \equiv \frac{q \cdot P}{p_e \cdot P} \tag{2.8}$$

$$\nu \equiv \frac{q \cdot P}{m_p} \tag{2.9}$$

$$W^2 \equiv (P + q)^2 = m_p^2 + 2\,m_p\,\nu - Q^2 = \frac{1-x}{x}\,Q^2 + m_p^2 \tag{2.10}$$

$\sqrt{s}$ ist dabei die Schwerpunktsenergie des ep–Systems und Q^2 der negative, quadrierte Viererimpulsübertrag des Elektrons auf das Proton. Im Partonmodell gibt das „Bjorken“ x den Bruchteil des Protonenimpulses an, welcher vom getroffenen Quark getragen wurde. Das ν und „Bjorken“ y beschreiben hingegen den absoluten bzw. relativen Energieverlust des Elektrons im Ruhesystem des Protons. Die beiden Bjorken–Variablen liegen somit im Intervall zwischen 0 und 1. W entspricht der invarianten Masse des hadronischen Endzustandes.

Weitere in der Diplomarbeit verwendeten Größen lassen sich durch die eben angeführten Invarianten ausdrücken. Sie werden bei Bedarf definiert und entsprechend erläutert. Es sei ferner bemerkt, daß im folgenden nur noch die elektromagnetische Wechselwirkung zwischen Elektron und Proton d. h. nur ein γ–Austausch betrachtet wird.

2.2 Die Myon–Paar–Erzeugung in ep – Stößen

Neben der in Abbildung 2.1 dargestellten ep–Reaktion sind auch Leptonproduktionsreaktionen möglich. Die Myon–Paar–Erzeugung ist eine solche und kann in Zwei–Photon–Reaktionen bzw. im Drell–Yan–Prozeß realisiert werden. Eine ebenfalls mögliche Variante, der Cabibbo–Parisi–Prozeß, wird dagegen in dieser Diplomarbeit nicht studiert und kann an anderer Stelle [4] nachgelesen werden. Symbolisch lassen sich die Reaktionen der $\mathcal{O}(\alpha^4)$ wie folgt darstellen, wobei X den hadronischen Endzustand beschreibt.

$$e \;+\; p \;\longrightarrow\; e \;+\; X \;+\; \mu^- \;+\; \mu^+$$

2.2.1 Die Zwei–Photon–Physik

Dieser Teilbereich der Physik beschäftigt sich mit der Zwei–Photon–Wechselwirkung. Experimentell ist es jedoch sehr schwierig, zwei hochenergetische Photonstrahlen zur Kollision zu bringen. Ein eleganter Weg, diese Schwierigkeiten zu umgehen, ergibt sich aus der Tatsache, daß Teilchenstahlen von einer virtuellen Photonwolke umgeben sind. Damit kann eine quantenmechanische Fluktuation z.B. des Elektrons in ein Elektron–Photon–Zustand erfolgen. Tritt dieser Sachverhalt ebenfalls auf der Protonseite ein, so können die beiden Photonen miteinander reagieren und ein Lepton–Paar bzw. einen beliebigen hadronischen Endzustand erzeugen.

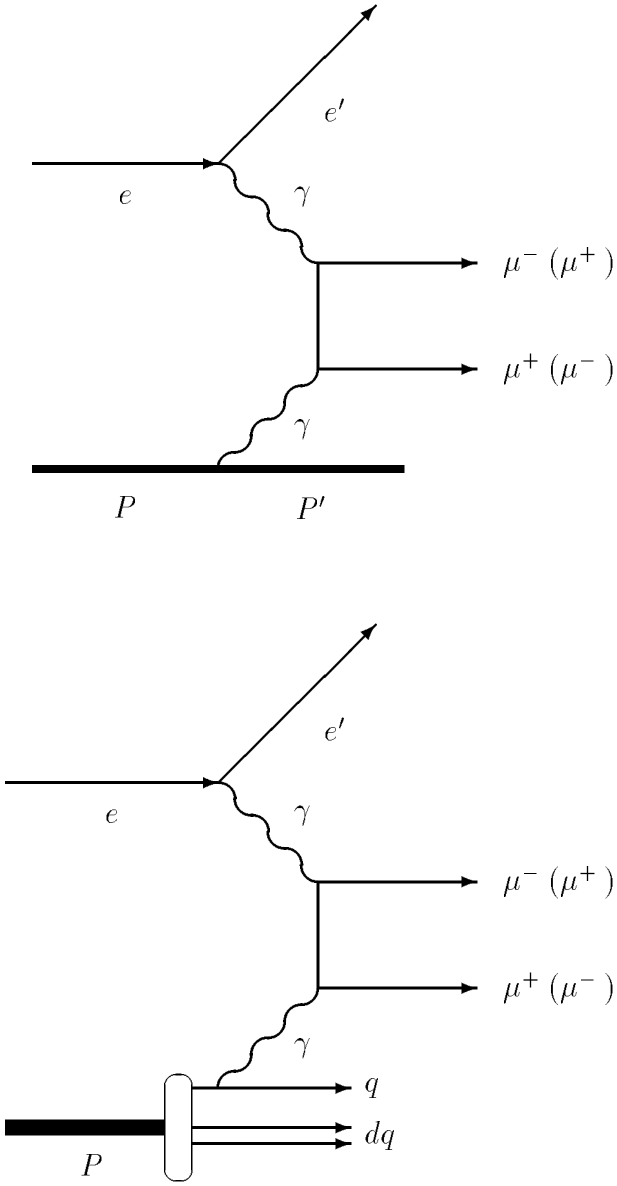

Abbildung 2.2: Feynman–Graph zur elestischen (oben) bzw. inelastischen Zwei–Gamma–Streuung. Die Kammerausdrücke symbolisieren das Crossing der Myonen.

Die einfallenden Teilchen strahlen vorwiegend Photonen mit kleinen Energien und zudem in schmalen Winkelbereich bezüglich der Strahlachse ab. Diese Photonen nennt man quasireell ($Q^2 \approx 0$). Reelle Photonen können dagegen aufgrund Viererimpulserhaltung am Vertex nicht emittiert werden. Ein interessantes Forschungsgebiet eröffnet sich, wenn eines der einlaufenden Teilchen, in diesem Falle das Elektron, in einen großen Winkelbereich gestreut wird. Dies Korrespondiert mit der Abstrahlung eines hoch virtuellen Photons ($Q^2 \gg 0$), so daß eine tief inelastische Elektronsteuung an quasireellen vom Proton abgestrahlten Photonen untersucht werden kann. Entstehen dabei hadronische Endzustände, so können aus deren Analyse Rückschlüsse auf die hadronischen Bestandteile eines reellen Photons gemacht werden. Dies ist nicht Bestandteil dieser Arbeit sondern die Myon–Paar–Erzeugung, wie sie in Abbildung 2.2 zu sehen ist. Der obere Feynman–Graph stellt dabei die besprochene elastische, der untere die inelastische ep–Streuung dar. Diese ist durch eine Fluktuation eines Quarks in ein Quark–Photon–Zustand charakterisiert, die eine Fragmentierung des Protons zur Folge hat. In beiden Fällen läßt sich

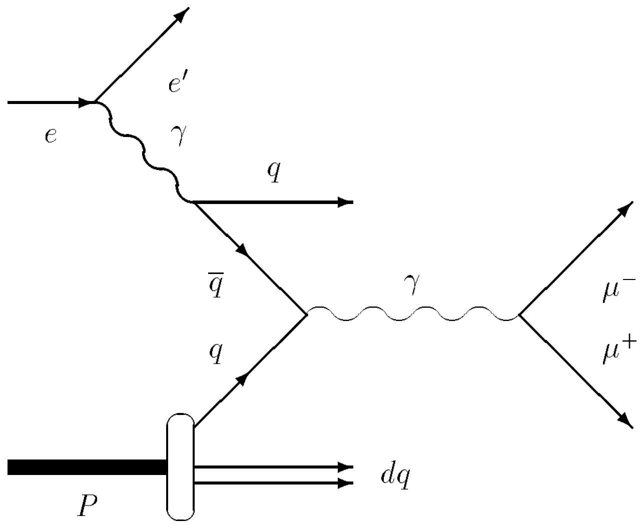

Abbildung 2.3: Feynman–Graph zum Drell–Yan–Prozeß

jedoch nicht feststellen von welchem Gamma das jeweilige Myon emittiert wird, so daß die Möglichkeit des „Myon–Crossings“ berücksichtigt werden muß, was durch die Klammerausdrücke symbolisiert werden soll. Siehe auch Abbildung 2.8 .

2.2.2 Der Drell–Yan–Mechanismus

Die Myon–Paar–Erzeugung basierend auf dem Drell–Yan–Mechanismus, deren Feynman–Graph in Abbildung 2.3 dargestellt ist, hat im Rahmen des Quark–Parton–Modells (QPM) eine einfache Erklärung.

Dazu begibt man sich in ein Bezugsystem, das „infinite momentum frame“, in dem das Proton einen sehr großen Dreierimpuls hat. Bei HERA ist dies das Laborsystem des Protons. Unter Vernachlässigung der Protonruhemasse kann dieses dann als Strahl paralleler, masseloser Partonen angesehen werden. Zu ihnen zählen Gluonen, Valenz– und Seequarks, wobei letztere aus Gluonfluktuationen entstehen. Das vom Elektron am Wechselwirkungspunkt abgestrahlte quasireelle Photon hat aufgrund der Heisenbergschen Unschärferelation ebenfalls die Möglichkeit, sich in seine hadronischen Bestandteile aufzulösen. In diesem Fall konvertiert das „resolved“–Photon in ein Quark–Antiquark–Paar. Eines dieser Quarks kann nun mit einem geeigneten Quark des Protons im sogenannten harten Subprozeß zu einem virtuellen Photon fusionieren, welches anschließend in das Myon–Paar zerfällt. Da Photonen ladungs– und farbneutral sind und zudem Quantenzahlerhaltung am Vertex gilt können nur Quarks und Antiquarks gleicher Flavor und nur im Farb– und Antifarbzustand miteinander wechselwirken. Dies reduziert die Anzahl möglicher Zustände erheblich. Die aus der Konversion bzw. vom Proton verbleibenden („spectator“) Quarks, die also nicht am harten Subprozeß beteiligt sind, behalten ihren longitudinalen Impuls bei, laufen somit aneinander vorbei und sorgen für eine Schauerung und Hadronisierung (siehe dazu Kapitel 3.4). Diese sind im Detektor in Form von Teilchenbündeln (Jets) erkennbar.

2.3 Die Komponenten des Wirkungsquerschnittes

Die Berechnung des differentiellen Wirkungsquerschnittes eines komplizierten Prozesses läßt sich häufig nur mit einem großen Rechenaufwand realisieren. Man ist deshalb an Näherungslösungen interessiert, die auf folgenden Annahmen basieren.

- Faktorisierung: Dazu wird der differentielle Wirkungsquerschnitt des harten Subprozesses berechnet und mit den jeweiligen Teilchenflüssen auf der Elektronen– und Protonenseite gefaltet.
- Vernachlässigung von Teilchenruhemassen, wenn diese nicht explizit aufgeführt sind $\Leftrightarrow |\vec{p}\,| = E$.
- Kollineare Näherung: Abstahlung von Sekundärteilchen in Flugrichtung des Primärteilchens $\Leftrightarrow \quad p^{\mu}_{sekund\ddot{a}r} \sim p^{\mu}_{prim\ddot{a}r}$.
  (gilt nicht für den Elektronenast im Zwei–Gamma–Prozeß)

2.3.1 Der Elektronenast

In beiden Prozessen emittieren die Elektronen virtuelle bzw. quasireelle Photonen. Die Wahrscheinlichkeit für diese Fluktuation läßt sich am einfachsten durch den transversalen Flußfaktor Γ_t beschreiben. Wie im Anhang (A1) näher ausgeführt, gilt mit den im Abschnitt 2.1.2 eingeführten Definitionen für die Anzahl der transversal polarisierter Photonen unter Berücksichtigung der Elektronenruhemasse:

$$\Gamma_t \; dydQ^2 \;=\; \frac{\alpha\, y}{2\pi Q^2}\left(\frac{1+(1-y)^2}{y^2} - \frac{2\,m_e^2}{Q^2}\right)\; dydQ^2 \tag{2.11}$$

Das Phasenraumelement des gestreuten Elektrons wird durch das Produkt der Differentiale aus seinem negativen quadrierten Viererimpulsübertrag Q^2 und der Bjorken–Variablen y beschrieben.

Da virtuelle Photonen auch eine longitudinale Polarisationskomponente haben wird zur deren Beschreibung ein entsprechender (longitudinaler) Flußfaktor Γ_l benötigt. Dieser läßt sich aus dem Verhältnis ε der beiden Flußfaktoren zueinander bestimmen, das gegeben ist durch (siehe Anhang (A2)).

$$\varepsilon \;=\; \frac{\Gamma_l}{\Gamma_t} \;=\; \frac{2\,(1-y)}{1+(1-y)^2 - \frac{2m_e^2}{Q^2}} \tag{2.12}$$

Damit erhält man für den differentiellen Zwei–Gamma–Wirkungsquerschnitt mit den jeweiligen totalen Wirkungsquerschnitten des harten Subprozesses, durch ein Dach „ ^ “ gekennzeichnet, folgenden Ausdruck:

$$\frac{d\sigma}{dydQ^2} \;=\; \Gamma_t\; (\hat{\sigma}_t + \varepsilon\hat{\sigma}_l)\cdot F_p^{\gamma} \tag{2.13}$$

wobei F_p^{γ} den transversalen Photonenfluß auf der Protonenseite charakterisiert.

Zur Beschreibung quasireeller Photonen, die nur tranversal polarisiert sind, wird oft nicht die exakte Formulierung des Flußfaktors (Γ_t), sondern die „Weizsäcker–Williams–Näherung“ herangezogen. Diese kann, wie im Anhang (A3) angegeben, in der sogenannten „leading log aproximation (LLA)“ zu

$$f_{\gamma/e}(z_1) \;=\; \frac{\alpha}{\pi}\;\frac{1+(1-z_1)^2}{z_1}\,\ln\left(\frac{E_e}{m_e}\right) \tag{2.14}$$

abgeschätzt werden, wobei z_1 über die Beziehung

$$z_1 \;=\; \frac{E_\gamma}{E_e} \qquad \Longleftrightarrow \qquad E_{e'} \;=\; (1-z_1)\cdot E_e \tag{2.15}$$

definiert ist, d. h. daß das Photon kollinear zur Elektronflugrichtung emittiert wird. Der Index γ/e symbolisiert dabei das Auffinden eines Photons im Elektron.
An dieser Stelle sei bemerkt, daß eine beliebige Verteilungsfunktion $f_{a/b}(z)$ nicht nur von dem Energiebruchteil z sondern auch von einer *Energie*–Skala abhängt, d. h. $f_{a/b}(z, Skala)$, die jedoch in der LLA willkürlich ist. Da dieses Problem auch in der QCD auftritt wird im folgenden der Einfachheit halber nur die verkürzte Schreibweise $f_{a/b}(z)$ mit einer expliziten Angabe der jeweiligen Skala benutzt.
Um die Elektronenseite beim Drell–Yan–Prozeß komplettieren zu können, wird die Wahrscheinlichkeit $f_{q/\gamma}(z_2)$ benötigt. Sie gibt an, welchen Anteil des Photonenimpulses das am harten Subprozeß teilnehmende Quark aus der Konversion des Photons in ein Quark–Antiquark–Paar erhält. Im Quark–Parton–Modell kann dieser aus der reziproken Relation für die Wahrscheinlichkeit, ein Photon in einem Quark zu finden, bestimmt werden. Es ergibt sich [5]

$$f_{q/\gamma}(z_2) \;=\; z_2\cdot f_{\gamma/q}\left(\frac{1}{z_2}\right) \tag{2.16}$$

mit der offensichtlichen Symmetriebedingung

$$f_{q/\gamma}(z_2) \;=\; f_{\bar{q}/\gamma}(1-z_2) \quad , \tag{2.17}$$

wobei z_2 durch die folgende Beziehung gegeben ist:

$$z_2 \;=\; \frac{E_q}{E_\gamma} \qquad \Longleftrightarrow \qquad E_{\bar{q}} \;=\; (1-z_2)\,E_\gamma \tag{2.18}$$

$f_{\gamma/q}$ läßt sich dabei aus $f_{\gamma/e}$, indem man die Elektronenladung (e) durch die Quarkladung ($q_q\,e$) ersetzt, ableiten. Man erhält:

$$f_{\gamma/q}(z) \;=\; \frac{\alpha\,q_q^2}{\pi}\;\frac{1+(1-z)^2}{z}\;\ln\left(\frac{E_q}{m_q}\right) \tag{2.19}$$

Genauere Parametrisierungen von Photonstrukturfunktionen, die experimentellen Ergebnissen angepaßt wurden, sind im FORTRAN–Paket PHOPDF [6] zusammengefaßt, das auch in dieser Arbeit benutzt wurde. Hierbei wird eine QCD–Skala benötigt, die als Maß für die Tiefe der Photonauflösung interpretiert werden kann. Sie wurde gleich dem invarianten Massenquadrat des erzeugten Myon–Paares gesetzt. Damit kann der Wirkungsquerschnitt des Drell–Yan–Prozesses in der Form

$$\frac{d\sigma}{dz_1 dz_2} \;=\; f_{\gamma/e}(z_1)\cdot f_{q/\gamma}(z_2)\cdot\hat{\sigma}\cdot F_p^{\bar{q}} \tag{2.20}$$

dargestellt werden, wobei $F_p^{\bar{q}}$ für den entsprechenden Quarkfluß auf der Protonseite steht.

2.3.2 Der Protonenast

Im QPM wird das einlaufende Proton als „Gemisch" aus Quarks und Gluonen angesehen. Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Parton den Impulsbruchteil ξ des Protons trägt wird durch Protonstrukturfunktionen $f_{q/p}(\xi)$, die über das PDFLIB–FORTRAN–Paket [7] zugänglich sind, beschrieben. Die hier ebenfalls benötigte QCD–Skala wurde gleich dem Minimalwert der jeweiligen Parametrisierung gesetzt und ist somit konstant.
Beim Drell–Yan–Prozeß entspricht $f_{q/p}(\xi)$ gerade dem benötigten Protonfaltungsfaktor, so daß

$$F_p^{\bar{q}} \;=\; f_{q/p}(\xi)\, d\xi \tag{2.21}$$

gesetzt werden kann, wobei eine Summation über die jeweiligen Quarkflavor noch durchzuführen ist. Siehe dazu Abschnitt 2.4.1 .

Die quasireelle Photonabstrahlung des Protons wird im elastischen Fall der ep– 2γ –Streuung mit Hilfe einer von [8] erstellten FORTRAN–Funktion, der Proton–Weizsäcker–Williams–Näherung WWPR (siehe auch Anhang B) beschrieben, die equivalent zu [9] ist. Sie berücksichtigt das anomale magnetische Moment sowie die räumliche Ausdehnung des Protons, die über den magnetischen (G_M^p) und elektrischen (G_E^p) Protonformfaktor parametrisiert ist, wobei diese über die Dipolformel

$$G_E^p \;=\; \frac{G_M^p}{\mu_p} \;\approx\; \frac{1}{\left(1+\frac{Q^2}{a}\right)^2} \tag{2.22}$$

($\mu_p = 2.79$ und $a = 0.71\ GeV^2$) miteinander verknüpft sind. Für $f^{el}_{\gamma/p}(\xi)$ ergibt sich

$$f^{el}_{\gamma/p}(\xi) \;=\; \frac{\alpha}{\pi\,\xi}\int\limits_{Q^2_{p,min}}^{Q^2_{p,max}} \left((1-\xi)\,\frac{Q^2-Q^2_{p,min}}{Q^4}\,\frac{G_E^2+\frac{Q^2}{4\,m_p^2}G_M^2}{1+\frac{Q^2}{4\,m_p^2}} + \frac{\xi^2}{2\,Q^2}\,G_M^2 \right) dQ^2 \tag{2.23}$$

d. h. daß der Photonenfluß auch für beliebige Streuwinkelintervalle des Protons berechnet werden kann. Im Rahmen der kollinearen Näherung ist $Q^2_{p,min}$ im allgemeinen durch

$$Q^2_{p,min} \;=\; \frac{m_p^2\,\xi^2}{1-\xi} \tag{2.24}$$

festgelegt und $Q^2_{p,max}$ übernimmt die Rolle der schon erwähnten Energie–Skala. Ein Vergleichsplot der Elektron– und Proton–Wahrscheinlichkeitsverteilungen ist in Abbildung 2.4 zu sehen, wobei die des Protons aufgrund der viel größeren Ruhemasse mit zunehmenden Impulsbruchteil ξ gegenüber der des Elektrons stark unterdrückt ist.

Wird dagegen das Photon von einem Quark (inelastischer Fall), wie in Abbildung 2.5 zu sehen, emittiert so kann das Photonspektrum nach [10] aus der Überlagerung der Quarkverteilung im Proton $f_{q/p}(\rho)$ und der Photonverteilung im Quark $f_{\gamma/q}(\lambda)$, siehe Gleichung 2.62, zu

$$\begin{aligned} f^{inel}_{\gamma/p}(\xi) \;&=\; \int\limits_0^1 f_{q/p}(\rho)\cdot f_{\gamma/q}(\lambda)\cdot \delta(\xi-\lambda\rho)\;\; d\lambda\, d\rho \\ &=\; \int\limits_\xi^1 \frac{1}{\lambda}\cdot f_{q/p}\left(\frac{\xi}{\lambda}\right)\cdot f_{\gamma/q}(\lambda)\;\; d\lambda \end{aligned} \tag{2.25}$$

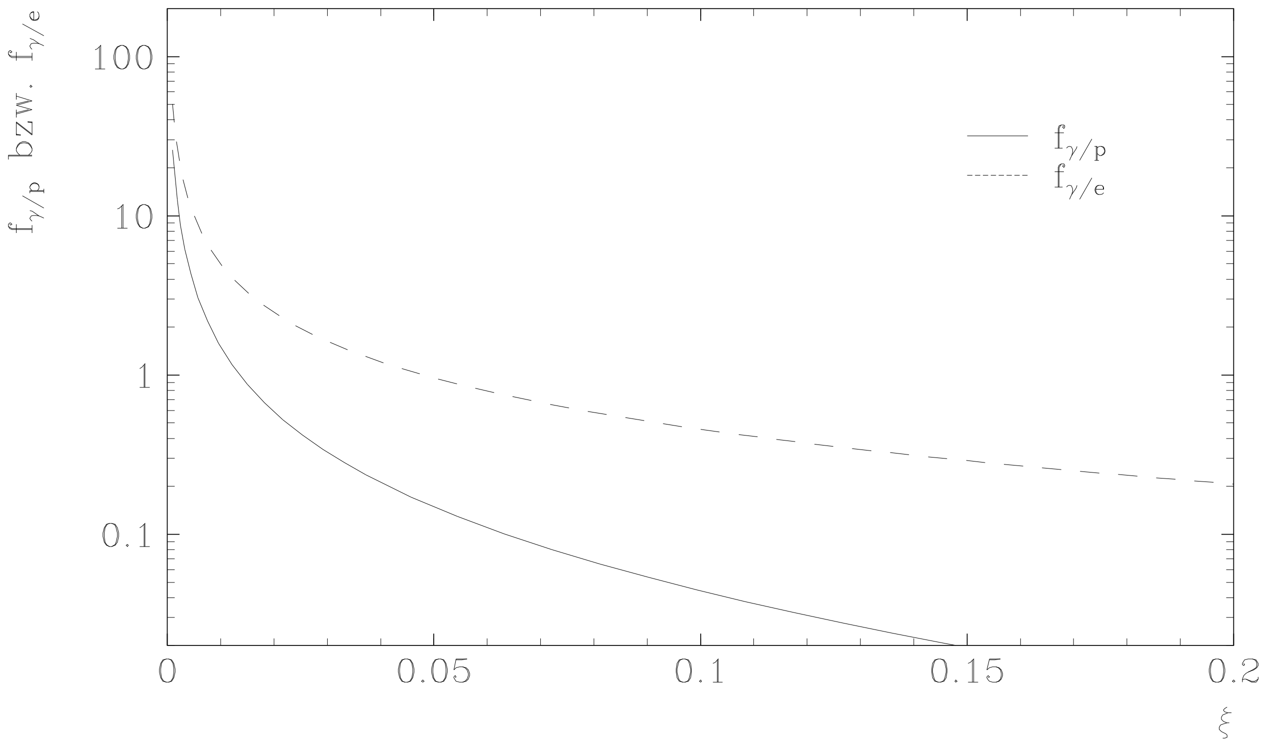

Abbildung 2.4: Vergleich der Weizsäcker–Williams–Näherungen des Elektrons und Protons

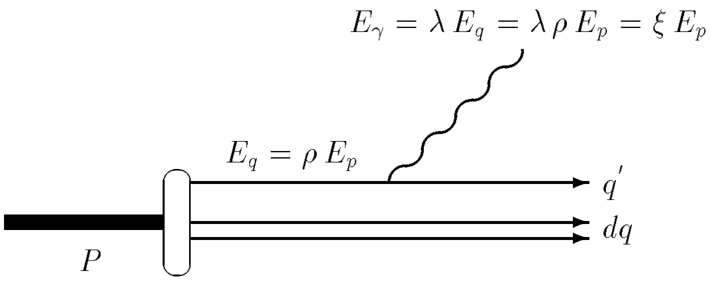

Abbildung 2.5: Fluktuation eines Quarks innerhalb des Protons in ein Quark–Photon–Zustand

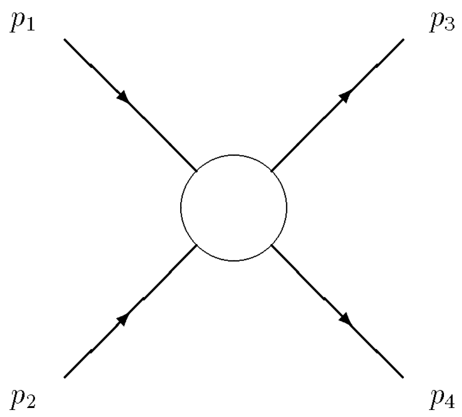

Abbildung 2.6: Allgemeiner $2 \to 2$ – Teichenprozeß

bestimmt werden. In beiden Fällen erhält man für der transversalen Photonenfluß auf der Protonseite:

$$F_p^\gamma = f_{\gamma/p}(\xi)\, d\xi \tag{2.26}$$

Auch hier erfolgt noch eine Summation über die Quarkflavor (siehe Abschnitt 2.4.2).

2.3.3 Der harte Subprozeß

Die beiden zugrundeliegenden harten Subprozesse sind vom Typ $2 \to 2$, d. h. man hat je zwei ein– und auslaufende Teilchen, wie in Abbildung 2.6 zu sehen ist. Hierbei stehen p_i für die Teilchenviererimpulse und die „Blase“ für deren Wechselwirkung.

Auch sie lassen sich durch Lorentz–invariante Größen, den sogenannten Mandelstam–Variablen $\hat{s}$, $\hat{t}$ und $\hat{u}$ beschreiben, wobei das Dach „ ^ “ wiederum die Zuordnung zum harten Subprozeß symbolisiert. Sie sind definiert als:

$$\hat{s} = (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2 \tag{2.27}$$

$$\hat{t} = (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2 \tag{2.28}$$

$$\hat{u} = (p_1 - p_4)^2 = (p_2 - p_3)^2 \tag{2.29}$$

und genügen der folgenden Beziehung, wobei m_i die invariante Masse des i-ten Teilchens ist.

$$\hat{s} + \hat{t} + \hat{u} = \sum_{i=1}^{4} m_i^2 \tag{2.30}$$

Anschaulich lassen sich $\hat{s}$ als Quadrat der Schwerpunktenergie, $\hat{t}$ und $\hat{u}$ als Quadrate von 4-er Impulsüberträgen deuten.

Die Beträge der Dreierimpulse der am Prozeß beteiligten Teilchen können im Schwerpunktsystem der Subreaktion allgemein durch [3]

$$|\vec{p}\,| = \frac{S_{12}}{2\sqrt{\hat{s}}} \tag{2.31}$$

mit

$$S_{12} = \sqrt{(\hat{s} - (m_1 + m_2)^2)\,(\hat{s} - (m_1 - m_2)^2)} \tag{2.32}$$

beschrieben werden.
Für den Drell–Yan–Prozeß, dessen Subprozeß in Abbildung 2.7 dargestellt ist, ergibt sich mit

$$m_1 = m_2 = 0 \quad , \quad m_3 = m_4 = m_\mu \quad , \quad \hat{s} = z_1\, z_2\, \xi\, s \tag{2.33}$$

auf der einlaufenden Seite (Index $i \mathrel{\hat{=}}$ initial)

$$S_{12} = \hat{s} \qquad , \qquad \hat{p}_i \equiv |\vec{p}_i| = \frac{1}{2}\sqrt{\hat{s}} \tag{2.34}$$

auf der auslaufenden Seite (Index $f \mathrel{\hat{=}}$ final)

$$S_{34} = \sqrt{\hat{s} - 4\, m_\mu^2}\,\sqrt{\hat{s}} \qquad , \qquad \hat{p}_f \equiv |\vec{p}_f| = \frac{1}{2}\sqrt{\hat{s} - 4\, m_\mu^2} \tag{2.35}$$

Für den Zwei–Photon–Prozeß (Abb. 2.8) erhält man dagegen mit

$$m_1 = \sqrt{q^2} = \sqrt{-Q^2} \quad , \quad m_2 = 0 \quad , \quad m_3 = m_4 = m_\mu \quad , \quad \hat{s} = -\,Q^2 + \xi\, y\, s \tag{2.36}$$

auf der einfallenden Seite

$$S_{12} = \hat{s} + Q^2 \qquad , \qquad \hat{p}_i = \frac{\hat{s} + Q^2}{2\sqrt{\hat{s}}} \tag{2.37}$$

auf der auslaufenden Seite

$$S_{34} = \sqrt{\hat{s} - 4\, m_\mu^2} \qquad , \qquad \hat{p}_f = \frac{1}{2}\sqrt{\hat{s} - 4\, m_\mu^2} \tag{2.38}$$

Zur Berechnung der Wirkungsquerschnitte kann die Beziehung 2.2 herangezogen werden, wobei die Beschreibung des Phasenraumelements der Myonen d$\,LIP$ durch das Raumwinkelelement $d\Omega = d\varphi\, d\cos\widehat{\Theta}$ erfolgen kann. Der Freiheitsgrad φ entspricht dem Azimuthwinkel, der als Drehung der Ebene der auslaufenden Myonen bezüglich der Elektronenebene um die ẑ– Achse definiert ist. Dieser kann für unpolarisierte einfallende Teilchen als gleichverteilt angenommen werden, so daß darüber integriert werden kann, was zu einem Faktor $2\,\pi$ führt. Für polarisierte Teilchen hingegen, wie es im Zwei–Gamma–Prozeß der Fall ist, sorgt die φ– Abhängigkeit für zusätzliche Wirkungsquerschnittsbeiträge, die natürlich bei einer vollen φ– Integration ($2\,\pi$) verschwinden. Der zweite Freiheitsgrad $\cos\widehat{\Theta}$, wobei $\widehat{\Theta}$ der Streuwinkel der Myonen im Schwerpunktsystem ist, ist über die Beziehung

$$\hat{t} \;=\; m_\mu^2 - 2\,\hat{p}_i\,\sqrt{\hat{p}_f^2 + m_\mu^2} + 2\,\hat{p}_i\,\hat{p}_f\,\cos\widehat{\Theta} \tag{2.39}$$

und damit

$$d\hat{t} \;=\; 2\,\hat{p}_i\,\hat{p}_f\, d\cos\widehat{\Theta} \tag{2.40}$$

definiert, so daß man nach Mittelung über die einlaufenden und der Summation über die auslaufenden Spins ($^-$) für den differentiellen Wirkungsquerschnitt folgenden Ausdruck erhält.

$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}\, d\varphi} \;=\; \frac{1}{32\,\pi^2\, S_{12}^2}\,\overline{\sum}\,|T_{fi}|^{\,2} \tag{2.41}$$

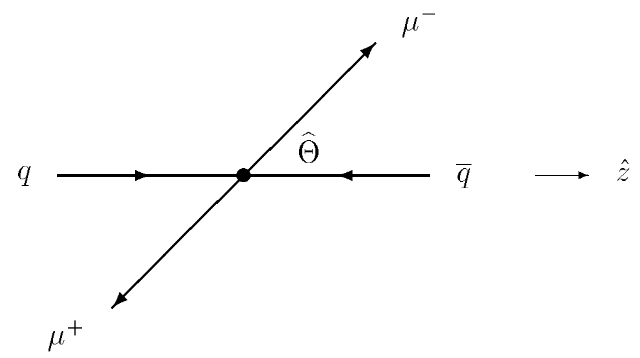

Abbildung 2.7: Der harte Subprozeß beim Drell–Yan–Prozeß

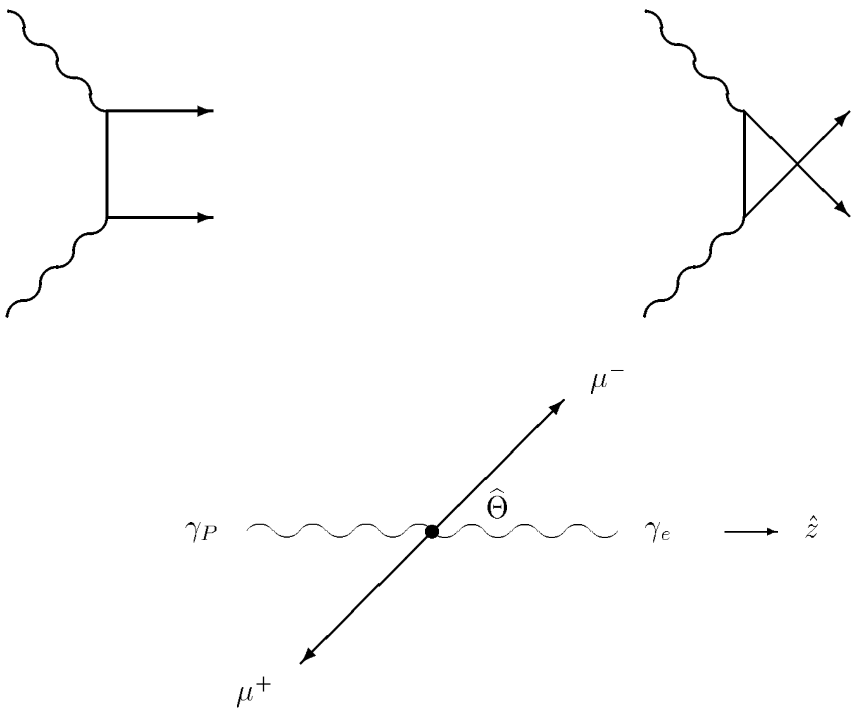

Abbildung 2.8: Der harte Subprozeß beim Zwei–Gamma–Prozeß

An dieser Stelle müßte man anhand der Feynman–Graphen und Regeln die Streuamplituden für den jeweiligen harten Subprozeß berechnen. Dies wurde hier nicht explizit durchgeführt sondern auf Literaturergebnisse bzw. eine frühere Diplomarbeit, die equivalente Prozesse behandelten, zurückgegriffen, die entsprechend modifiziert wurden.
So läßt sich der Wirkungsquerschnitt für die Fusion eines Quarks–Antiquarks in ein Myon–Paar

$$q \quad + \quad \bar{q} \quad \xrightarrow{\gamma} \quad \mu^+ \quad + \quad \mu^-$$

aus der Anihilation eines Elektrons und Positrons in ein Myon–Paar

$$e^- \quad + \quad e^+ \quad \xrightarrow{\gamma} \quad \mu^+ \quad + \quad \mu^-$$

ableiten. Letzterer berechnet sich nach [11] unter Vernachlässigung der Elektronenruhemasse und Berücksichtigung der Myonruhemasse zu:

$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}} = \frac{2\,\pi\,\alpha^2}{\hat{s}^4}\left((\hat{t}-m_\mu^2)^2 + (\hat{u}-m_\mu^2)^2 + 2\,m_\mu^2\,\hat{s}\right)$$

Um daraus den entspechenden Wirkugsquerschnitt für die Quark–Antiquark–Fusion zu erhalten, wird nur am Elektron–Positron–Vertex die Ladung des Elektrons (Positrons) durch die Quarkladung $(q\,e)$ ersetzt. Damit geht die Kopplungskonstante, die in die Berechnung von T_{fi} eingeht, an diesem Vertex von

$$\sqrt{\alpha} \qquad \text{in} \qquad q\,\sqrt{\alpha}$$

über, was schließlich zu einem zusätzlichen Faktor q^2 im Wirkungsquerschnitt führt. Ferner muß die Farbladung der Quarks berücksichtigt werden, die einen konstanten Faktor 1/3 liefert. Dieser ergibt sich aus der Farbneutralität des gebildeten virtuellen Photons. Betrachtet man z.B. ein einlaufendes u und $\bar{u}$, so kann das u in 3 Farbzuständen, das $\bar{u}$ in 3 Antifarbzuständen auftreten. Damit ergeben sich $3 \cdot 3 = 9$ Farbkombinationsmöglichkeiten von denen aber nur 3 $(g\bar{g}, r\bar{r}, b\bar{b})$ farbneutral sind, d. h. bei der Mittelung über die „Farbspins“ des Anfangzustandes gilt:

$$3 \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{3}$$

Für den Wirkungsquerschnitt des harten $q\bar{q} \to \mu^-\mu^+$ Subprozesses ergibt sich somit:

$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}} = \frac{2\,\pi\,\alpha^2\,q_q^2}{3\,\hat{s}^4}\left((\hat{t}-m_\mu^2)^2 + (\hat{u}-m_\mu^2)^2 + 2\,m_\mu^2\,\hat{s}\right)$$

Es sei bemerkt, daß im Rahmen des Standardmodells der elektroschwachen Wechselwirkung anstelle des virtuellen Photons auch ein virtuelles Z^0–Boson gebildet werden kann. Dieser zusätzlicher Beitrag wird nicht berücksichtigt, da die Z^0–Produktionsschwelle ($\sqrt{\hat{s}} = m_{Z^0} \approx 91\,GeV$), in der behandelten Prozeßbetrachtung nur schwer realisiert werden kann.

Der Wirkungsquerschnitt für die Myon–Paar–Erzeugung in zwei Gamma–Reaktionen

$$\gamma \quad + \quad \gamma \quad \longrightarrow \quad \mu^- \quad + \quad \mu^+$$

wurde hingegen aus der Gamma–Gluon–Fusion

$$\gamma \quad + \quad \text{gluon} \quad \longrightarrow \quad q \quad + \quad \bar{q}$$

abgeleitet. Diese wurde basierend auf den Berechnungen von [12] in [13] studiert, aus der auch die folgenden Wirkungsquerschnitte entnommen sind, wobei das Quadrat der Quarkladungen aus der Gluondichteverteilung absorbiert wurde:

$$\frac{d\hat{\sigma}_t}{d\hat{t}\,d\varphi} = \frac{\alpha\,\alpha_s\,q^2}{2\,(\hat{s}+Q^2)^2}\left(\frac{\hat{t}}{\hat{u}}+\frac{\hat{u}}{\hat{t}}\right)\frac{\hat{s}^2+Q^4}{(\hat{s}+Q^2)^2} \tag{2.42}$$

$$\frac{d\hat{\sigma}_l}{d\hat{t}\,d\varphi} = \frac{4\,\alpha\,\alpha_s\,q^2\,Q^2\,\hat{s}}{(\hat{s}+Q^2)^4} \tag{2.43}$$

$$\frac{d\hat{\sigma}_p}{d\hat{t}\,d\varphi} = \frac{2\,\alpha\,\alpha_s\,q^2\,Q^2\,\hat{s}}{(\hat{s}+Q^2)^4}\cos 2\,\varphi \tag{2.44}$$

$$\frac{d\hat{\sigma}_i}{d\hat{t}\,d\varphi} = -\frac{\alpha\,\alpha_s\,q^2}{(\hat{s}+Q^2)^4}\sqrt{\frac{Q^2\,\hat{s}}{\hat{t}\,\hat{u}}}\,(\hat{s}-Q^2)\,(\hat{s}+Q^2+2\,\hat{t}\,)\,\cos\varphi \tag{2.45}$$

Hierbei entspricht $d\sigma_t$ und $d\sigma_l$ den schon angesprochenen transversalen bzw. longitudinalen Wirkungsquerschnitten, $d\sigma_p$ und $d\sigma_i$ den Querschnitten für die transversal palarisierten Photonen bzw. dem Interferezterm zwischen transversaler und longitudinaler Polarisation, die erst bei einer expliziten Betrachtung der φ– Abhängigkeit hinzukommen. Ihre zugehörigen Flußfaktoren sind ebenfalls proportional zu Γ_t und damit durch ε ausdrückbar. Die Überführung der Wirkungsquerschnitte in die jeweiligen anderen Prozeßbetrachtungen kann folgendermaßen realisiert werden:

1. $\alpha_s \to \alpha$
2. $q\,e \to e \quad \Leftrightarrow \quad q \to 1$
3. Eliminierung des Farbfaktors ($= 1/2$)

Das Photon und Gluon sind, wie in der Einleitung beschrieben, Feldquanten der elektromagnetischen bzw. starken Wechselwirkung. Sie unterscheiden sich deshalb in ihren Kopplungskonstanten, so daß durch die Substitution von α_s durch α aus dem QCD–Vertex ein elektromagnetischer wird. Wie schon im Drell–Yan–Prozeß führen diesmal die Quarkendzustände zu anderen Ladungs– und konstanten Farbfaktoren, die eliminiert werden müssen. Der Farbfaktor C_F ist nach [14] definitionsgemäß durch

$$C_F \equiv \frac{1}{2}\,c_1 c_2 \tag{2.46}$$

gegeben, wobei $1/2$ aus der Definition von α_s übernommen wird und c_1 bzw. c_2 die Farbkoeffizienten an den Vertices beschreiben, wobei alle Kombinationsmöglichkeiten zu berücksichtigen sind. Eine äquivalente Methode den Gesamtfarbfaktor eines Prozesses zu bestimmen ist die Mittelung über die einlaufenden und Summation über die auslaufenden „Farbspins“ sowie Division durch 2^N, wobei N die Anzahl der Quark–Gluon oder Gluon–Gluon Vertices angibt. In der Gamma–Gluon–Fusion ($N = 1$) berechnet sich C_F zu

$$C_F = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{8}\cdot(3\cdot 3 - 1) = \frac{1}{2} \tag{2.47}$$

da insgesamt 8 unterschiedliche Gluonen existieren und das $q\bar{q}-$Paar zwar 9 Farbkombinationsmöglichkeiten bilden kann von denen jedoch die farbneutrale, aufgrund des farbigen Anfangszustandes, abgezogen werden muß. Ersetzt man jetzt noch die Quarkladung durch die Ladung der Myonen so können die Wirkungsquerschnitte für die Myon–Paar–Erzeugung in Zwei–Gamma–Reaktionen in der folgender Form dargestellt werden.

$$\frac{d\hat{\sigma}_t}{d\hat{t}\,d\varphi} = \frac{\alpha^2}{(\hat{s}+Q^2)^2}\left(\frac{\hat{t}}{\hat{u}}+\frac{\hat{u}}{\hat{t}}\right)\frac{\hat{s}^2+Q^4}{(\hat{s}+Q^2)^2} \tag{2.48}$$

$$\frac{d\hat{\sigma}_l}{d\hat{t}\,d\varphi} = \frac{8\,\alpha^2\,Q^2\,\hat{s}}{(\hat{s}+Q^2)^4} \tag{2.49}$$

$$\frac{d\hat{\sigma}_p}{d\hat{t}\,d\varphi} = \frac{4\,\alpha^2\,Q^2\,\hat{s}}{(\hat{s}+Q^2)^4}\cos 2\,\varphi \tag{2.50}$$

$$\frac{d\hat{\sigma}_i}{d\hat{t}\,d\varphi} = -\frac{2\,\alpha^2}{(\hat{s}+Q^2)^4}\sqrt{\frac{Q^2\,\hat{s}}{\hat{t}\,\hat{u}}}\,(\hat{s}-Q^2)\,(\hat{s}+Q^2+2\,\hat{t}\,)\,\cos\varphi \tag{2.51}$$

2.4 Der Gesamtwirkungsquerschnitt

Nachdem im vorhergehenden Abschnitt die Einzelkomponenten der differentiellen Wirkungsquerschnitte bereitgestellt wurden, sollen diese nun zu den jeweiligen Gesamtwirkungsquerschnitten zusammengefaßt werden. Dazu muß noch eine Summation über die am Prozeß beteiligten Quarkflavors durchgeführt werden.

2.4.1 Der Drell-Yan-Prozeß

Für den 4 dimensionalen differentiellen Drell–Yan–Wirkungsquerschnitt erhält man

$$\frac{d\sigma}{dz_1\,dz_2\,d\xi\,d\hat{t}} = \sum_f f_{\gamma/e}\,(z_1)\,f_{q_f/\gamma}\,(z_2)\,f_{q_{\bar{f}}/p}\,(\xi)\,\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}} \quad , \tag{2.52}$$

mit

$$f_{\gamma/e}\,(z_1) = \frac{\alpha}{\pi}\,\frac{1+(1-z_1)^2}{z_1}\,\ln\left(\frac{E_e}{m_e}\right) \tag{2.53}$$

$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}} = \frac{2\,\pi\,\alpha^2\,q_{q_f}^2}{3\,\hat{s}^4}\left((\hat{t}-m_\mu^2)^2+(\hat{u}-m_\mu^2)^2+2\,m_\mu^2\,\hat{s}\right) \tag{2.54}$$

$$\begin{array}{lcll} \text{PDFLIB} & \longrightarrow & f_{q_{\bar{f}}/p}\,(\xi) & \text{QCD–Skala} = min \\ \text{PHOPDF} & \longrightarrow & f_{q_f/\gamma}\,(z_2) & \text{QCD–Skala} = \hat{s} \end{array}$$

wobei für die Verteilungsfunktionen die in Abschnitt 2.3.1 gemachten Nomenklaturregeln gelten. Die Summation läuft über die Zustände $f \in \{u_v, d_v, u_s, \bar{u}_s, d_s, \bar{d}_s, s_s, \bar{s}_s\}$.

2.4.2 Der Zwei-Photon-Prozeß

Der differentielle Wirkungsquerschnitt des Zwei–Photonen–Prozesses ist beim elastischen Fall vier bzw. fünf dimensional und beim inelastischen Fall fünf bzw. sechs dimensional, wobei die zusätzliche Dimension von der expliziten φ – Integration herrührt. Zusammengefaßt gilt

$$\frac{d\sigma}{d\xi\, dQ^2\, dy\, d\hat{t}\, d\varphi} = \Gamma_t \left[\frac{d\hat{\sigma}_t}{d\hat{t}\, d\varphi} + \varepsilon \left(\frac{d\hat{\sigma}_l}{d\hat{t}\, d\varphi} + \frac{d\hat{\sigma}_p}{d\hat{t}\, d\varphi} \right) + \sqrt{2\,\varepsilon\,(\varepsilon+1)}\, \frac{d\hat{\sigma}_i}{d\hat{t}\, d\varphi} \right] \cdot f_{\gamma/p}(\xi) \quad , \tag{2.55}$$

mit

$$\Gamma_t = \frac{\alpha\, y}{2\,\pi\, Q^2} \left(\frac{1+(1-y)^2}{y^2} - \frac{2\, m_e^2}{Q^2} \right) \tag{2.56}$$

$$\varepsilon = \frac{2\,(1-y)}{1+(1-y)^2 - \frac{2\, m_e^2}{Q^2}} \tag{2.57}$$

$$\frac{d\hat{\sigma}_t}{d\hat{t}\, d\varphi} = \frac{\alpha^2}{(\hat{s}+Q^2)^2} \left(\frac{\hat{t}}{\hat{u}} + \frac{\hat{u}}{\hat{t}} \right) \frac{\hat{s}^2 + Q^4}{(\hat{s}+Q^2)^2} \tag{2.58}$$

$$\frac{d\hat{\sigma}_l}{d\hat{t}\, d\varphi} = \frac{8\,\alpha^2\, Q^2\, \hat{s}}{(\hat{s}+Q^2)^4} \tag{2.59}$$

$$\frac{d\hat{\sigma}_p}{d\hat{t}\, d\varphi} = \frac{4\,\alpha^2\, Q^2\, \hat{s}}{(\hat{s}+Q^2)^4} \cos 2\,\varphi \tag{2.60}$$

$$\frac{d\hat{\sigma}_i}{d\hat{t}\, d\varphi} = -\frac{2\,\alpha^2}{(\hat{s}+Q^2)^4} \sqrt{\frac{Q^2\,\hat{s}}{\hat{t}\,\hat{u}}}\, (\hat{s}-Q^2)\,(\hat{s}+Q^2+2\,\hat{t}\,)\, \cos\varphi \tag{2.61}$$

elastischer Fall:

$$f_{\gamma/p}(\xi) = \mathrm{WWPR}\,(\xi, Q^2_{p,max}, Q^2_{p,min})$$

wobei $Q^2_{p,min}$ ohne einen zusätzlichen Schnitt nach unten durch folgenden Ausdruck beschränkt ist.

$$Q^2_{p,min} = \frac{m_p^2\, \xi^2}{1-\xi}$$

inelastischer Fall:

$$f_{\gamma/p}(\xi) = \sum_f \int_\xi^1 \frac{1}{\lambda} \cdot f_{q_f/p} \left(\frac{\xi}{\lambda} \right) \cdot f_{\gamma/q_f}(\lambda)\; d\lambda \tag{2.62}$$

$$f_{\gamma/q_f}(\lambda) = \frac{\alpha\, q_{q_f}^2}{2\,\pi}\; \frac{1+(1-\lambda)^2}{\lambda}\, \ln\left(\frac{Q^2_{q,max}}{Q^2_{q,min}} \right) \qquad , \qquad Q^2_{q,min} = \frac{m_q^2\, \lambda^2}{1-\lambda}$$

$$\text{PDFLIB} \quad \longrightarrow \quad f_{q_f/p}(\xi) \qquad \text{QCD–Skala} = min$$

Der Summationindex f läuft hier über alle Valenz– und Seequarkzustände und man beachte ebenfalls die zuvor gemachten Konventionen zur QCD–Skala.

An dieser Stelle sei auf eine Inkonsequenz bei der Behandlung des Zwei–Gamma–Prozesses hingewiesen. Der oben angeführte differentielle Wirkungsquerschnitt gilt für masselose Myonen, die kinematischen Beziehungen sind jedoch unter Berücksichtigung derselbigen durchgeführt worden. Der dadurch entstehende Fehler wird aber durch zwingend notwendige Schnitte des Phasenraumbereiches, siehe Abschnitt 3.2, vernachlässigbar klein.

2.5 Der Generator LPAIR

Das Programm LPAIR ist ein Monte–Carlo–Generator, welches die elektromagnetische Lepton–Paar–Produktion in Lepton–Lepton, Lepton–Hadron oder Hadron–Hadron Reaktionen via Zwei–Photonen–Austausch beschreibt. Der wesentliche Unterschied zum Generator EPEGAM, mit dem ja nur Lepton–Hadron Wechselwirkungen untersucht werden können besteht darin, daß die im Abschnitt 2.3 genannten Näherungen bei LPAIR nicht realisiert wurden, d. h. der Prozeß, wie er in Abbildung 2.2 zu sehen ist, exakt beschrieben wird. Diese Vorgehensweise erfordert eine Prozeßbetrachtung des Typs $2 \rightarrow 3$, indem neben den gestreuten Lepton– bzw. Hadronenzuständen von den beiden abgestrahlten virtuellen Photonen ein „Zwischenzustand“ gebildet wird, dieser anschließend in das Lepton–Paar zerfällt. Um numerische Instabilitäten bei der Integration zu vermeiden, wurden die Matrixelemente in eine neuartige stabile Form überführt. Die explizite Beschreibung dieser Methode ist in [21] dargelegt und kann dort nachgelesen werden. Der Quellcode des Programms und eine Anleitung zur Generatorhandhabung kann dagegen über das entsprechende CMZ–File, welches auf dem IBM–Bereich des DESY–Rechenzentrums [22] zu finden ist, bezogen werden.

Um einen genaueren Vergleich mit EPEGAM durchführen zu können, wurden zwei zusätzliche Schnitte in die eigene LPAIR–Version eingearbeitet. Der erste ermöglichte, das Q^2 auf der Elektronenseite zu beschränken und der zweite, die invariante Masse des entstehenden Myonsystems.

Kapitel 3

Die Generatorrealisierung

Im vorigen Kapitel wurden die theoretischen Grundlagen der jeweiligen Prozesse besprochen und ihre differentiellen Wirkungsquerschnitte angegeben. Um daraus ein physikalisches Gesamtresultat zu erhalten, müssen diese Teilergebnisse weiterverarbeitet werden. Dazu zählt die Integration des differentiellen Wirkungsquerschnittes, wobei der Phasenraum durch Schnitte eingeschränkt werden muß, um mögliche Divergenzen zu vermeiden. Zum anderen eine Ereignisgenerierung, die auf dem zuvor berechneten Wirkungsquerschnitt basiert und die realen Abläufe bei einer Wechselwirkung zwischen Elektron und Proton möglichst genau wiedergibt.

3.1 BASES und SPRING

Aufgabe jedes Generators ist die Berechnung des Wirkungsquerschnittes und die Ereignisgenerierung für den zugrundeliegenden Prozeß. Im Falle von EPEMAX und EPEGAM übernimmt dies ein Programmpaket [15], welches aus den beiden Routinen BASES und SPRING zusammensetzt ist.

Dem Integrationsprogramm BASES, mit dem man Funktionen bis zu 10 Dimensionen aufintegrieren kann, liegt der VEGAS–Algorithmus [16] zugrunde. Die Integration läuft dabei in zwei Teilschritten ab. Im ersten Schritt wird über die Funktion ein Gitter aus Hyperkuben gelegt, das iterativ nach einem Wichtungsverfahren verfeinert wird. Diese Verfeinerung, durch Vorgabe einer Genauigkeit (ACC1) variierbar, richtet sich nach der Größe des Gradientenbetrages (je höher dieser ist, desto feiner wird das Gitter) und soll gewährleisten, daß auch Funktionsmaxima richtig aufintegriert werden. Erst im zweiten Schritt wird die eigentliche Integration auf dem zuvor erzeugten Gitter durchgeführt, indem an Phasenraumpunkten Funktionswerte berechnet, diese mit der in der ersten Iteration bestimmten Wahrscheinlichkeitsfunktion $p(x)$ gewichtet, anschließend aufsummiert und schließlich gemittelt werden.

$$\lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{f(x_i)}{p(x_i)} = I = \int_\Omega f(x)\,dx \quad , \quad \int_\Omega p(x)\,dx = 1 \tag{3.1}$$

Sie endet, wenn die Varianz des Integrationswertes, welche für

$$p(x) = \frac{|f(x)|}{\int_\Omega |f(x)|\,dx} \tag{3.2}$$

IFLAG	BASES–Input	BASES–Output
-1	Integration ohne Gittererzeugung	Integration ohne Gittererzeugung
0	Start der Gitterbestimmung	—
1	—	Ende von BASES
2	Fortführung der Gitterbestimmung	Time–Out bei Gitterbestimmung
3	Fortführung der Integration	Time–Out bei Integration

Tabelle 3.1: Bedeutung der Input–Output–Variablen IFLAG bei BASES

minimal wird, unter eine voreinstellbare Genauigkeit (ACC2) sinkt oder die maximale Anzahl der Iterationsschritte (ITMX) erreicht wird. Während des gesamten Integrationsprozesses wird von BASES die verbleibende CPU–Zeit überwacht. Reicht diese für die darauffolgende Iteration nicht mehr aus, so wird der momentane Status durch die Hilfsroutine DSTWRT abgespeichert und durch die mitausgegebene Input–Output–Variable IFLAG angezeigt. Nach einer entsprechenden Umsetzung von IFLAG und einem Restart wird durch DSTRED der Zwischenzustand eingelesen und die Integration fortgeführt. Der Zustand IFLAG = 3 signalisiert, daß das Gitter komplett erstellt worden ist und mit der Generierung fortgefahren werden kann. Bei IFLAG = 2 hingegen, erfolgt bei Wiederaufnahme zuerst die Gitterfertigstellung. Startet man dagegen mit IFLAG = -1, so wird nur die Integration durchgeführt und auch eine nachträgliche Generierung von Ereignissen ist nicht mehr möglich, da das erzeugte Gitter nicht abgespeichert wird. Der Normalfall ist durch den Beginn mit IFLAG = 0 und den Abschluß mit IFLAG = 1 charakterisiert. In Tabelle 3.1 sind die verschieden Möglichkeiten nochmals zusammengefaßt dargestellt.

Die Aufgabe der Ereignisgenerierung übernimmt SPRING, indem es einen geeigneten Satz von Phasenraumpunkten nach der „rejection“–Methode bereitstellt. Dabei wird zunächst, basierend auf dem von BASES erzeugten „gewichteten“ Gitter, ein Hyperkubus bestimmt, in diesem dann ein n–dimensionaler Phasenraumpunkt (n–Tupel) gewürfelt und der dazugehörige Funktionswert berechnet wird. Ist nun der Quotient aus diesem und dem maximalen Funktionswert des Kubus kleiner als eine im Intervall zwischen 0 und 1 gleichverteilt gewürfelte Zufallszahl, so wird das n–Tupel akzeptiert, ansonsten das Verfahren bis zum Erfolg wiederholt. Mit diesem n–Tupel können durch andere Programmroutinen die Viererimpulse der am Prozeß beteiligten Teilchen berechnet und damit die Ereignisgenerierung auf dem Partonniveau vollzogen werden.

3.2 Konvergenz und Schnitte

Wie im vorhergehenden Abschnitt erläutert, basiert die Integration des differentiellen Wirkungsquerschnittes auf einem von BASES erzeugten Gitter. Ist jedoch der Integrationsbereich sehr groß und enthält der Integrand zudem mehrere Polstellen bzw. scharfe Maxima, so wird das Gitter trotz Anpassung seiner Granularität an den Gradientenbetrag zu grob, was am schlechten Konvergenzverhalten der Integration erkennbar wird. Dieser Sachverhalt wurde besonders beim Zwei–Gamma–Prozeß deutlich, dessen differentieller Wirkungsquerschnitt nach Abschnitt 2.4.2 an folgenden Phasenraumpunkten divergiert:

$$\xi \, , \, Q^2 \, , \, y \, , \, \hat{s} \, , \, \hat{t} \, , \, \hat{u} \longrightarrow 0$$

Um trotzdem eine gute Konvergenz sicherzustellen wurden drei Auswegmöglichkeiten beschritten, wobei letztere nur zu Testzwecken benutzt wurde:

1. Einschränkung des Phasenraumbereichs durch kinematische Schnitte in:
   - $\hat{s}$, $pT_{\mu,lab}$, $\Theta_{\mu,lab}$, $E_{\mu,lab}$, Q_e^2, Q_p^2, φ , y , W^2 , ξ
2. Transformation der Integrationsvariablen zur Glättung des Integranden:
   - $Q^2 \quad \rightarrow \quad \ln Q^2$
   - $\hat{t} \quad \rightarrow \quad \cos\widehat{\Theta}$
3. Aufteilung eines großen Integrationsintervalls in mehrere kleine über die nacheinander integriert wird.

Die Wahl der Schnittgrößen richtete sich dabei nach physikalischen Gesichtspunkten und sind auf das Laborsystem bezogen bzw. Lorentz–invariant. Sie sind nachfolgend aufgelistet, wobei die Wertangaben nur zur Orietierung angegeben sind.

$$\hat{s}\text{– Schnitt: } \hat{s} \, \geq \, 4\, m_\mu^2$$

Dieser Schnitt entspricht der kinematischen Notwendigkeit, daß die zur Bildung eines realen Teilchens notwendige Gesamtenergie mindestens gleich seiner Ruhemasse sein muß. Zieht man die Gleicheng 2.36 heran, so eliminiert er gleichzeitig die Divergenzen bei $y, \xi \rightarrow 0$. Die möglichen Divergenzen bei $\hat{t} \rightarrow 0$ und $\hat{u} \rightarrow 0$ werden durch die Schnitte in $pT_{\mu,lab}$ (transversaler Myonimpuls) und $\Theta_{\mu,lab} = \angle(\vec{p}_\mu, \vec{e}_z)_{lab}$ vermieden, wobei der $\Theta_{\mu,lab}$– Schnitt an die Detektorgeometrie angepaß werden kann. Dabei ist der Einfluß der Lorentz–Transformation ins Schwerpunktsystem des harten Subprozesses zu berücksichtigen. So kann bei zu kleinen Schnittgrößen im Laborsystem trotzdem der Fall $\hat{t} \rightarrow 0$ bzw. $\hat{u} \rightarrow 0$ im Schwerpunktsystem eintreten.

$$pT_{\mu,lab}\text{– Schnitt: } pT_{\mu,lab} \, \geq \, 1\, GeV$$

$$\Theta_{\mu,lab}\text{– Schnitt: } \Theta_{\mu,lab} \, \in \, [\,5, 175\,]\; Grad$$

Der Schnitt in der minimalen Energie der Myonen ($E_{\mu,lab}$) kompletiert die übrigen Myon–Cuts

$$E_{\mu,lab}\text{– Schnitt: } E_{\mu,lab} \, \geq \, 2\, GeV$$

$$Q_e^2\text{– Schnitt: } Q_e^2 \, \in \, [\,0, 10^5\,]\, GeV^2$$

Die Q^2–Schnitte sind sehr empfindlich und durch

$$Q^2_{e,min} \, = \, \frac{m_e^2\, y^2}{1-y} \qquad , \qquad Q^2_{p,min} \, = \, \frac{m_p^2\, \xi^2}{1-\xi} \qquad , \qquad Q^2_{q,min} \, = \, \frac{m_q^2\, \lambda^2}{1-\lambda}$$

nach unten beschränkt. Der Q_p^2–Schnitt auf der Protonseite ist in beiden Prozeßbetrachtungen des Zwei–Gamma–Prozesses aktiv und ermöglicht eine Anpassung an den Generator LPAIR. Sowohl im elastischen als auch im inelastischen Fall müssen die oberen Grenzen jeweils durch den Benutzer gesetzt werden, wobei sich die elastische als sehr unempfindlich herausgestellt hat. Wie vorher diskutiert können die unteren Grenzen auch von dem Minimalwert verschieden sein, jedoch ist dabei Vorsicht geboten.

$$Q^2_{p,el}\text{– Schnitt: } Q^2_p \in [\,0,1\,]\, GeV^2$$

$$Q^2_{p,inel}\text{– Schnitt: } Q^2_q \in [\,5, Q^2_{q,max}\,]\, GeV^2$$

$$\varphi\text{– Schnitt: } \varphi \in [\,0,360\,]\, Grad$$

Dieser Schnitt ist nur bei einer expiziten φ– Integration wirksam und unterliegt keinen Beschränkungen im angegebenen Intervall. Der y– Bereich ist bis auf $y \rightarrow 1$ unkritisch und braucht nicht weiter beachtet zu werden.

$$y\text{– Schnitt: } y \in [\,0,1\,]$$

Dieser W^2– Schnitt wurde aus Kompatibilitätsgründen zu LPAIR mit übernommen und setzt die Grenzen für die invatiante Hadronemasse im Endzustand.

$$W^2\text{– Schnitt: } W \in [\,0,320\,]\, GeV$$

Der folgende Schnitt vereinfacht die Einhaltung der unteren Grenze bei der Protonstrukturfunktion im inelastischen Fall des Zwei–Gamma–Prozesses.

$$\xi\text{– Schnitt: } \xi \in [\,0,1\,]$$

Um die Konvergenz des Integrationsalgorithmuses zu verbessern und damit Rechenzeit zu sparen wurden speziell bei der Q^2_e– Integration, die sich ja über 5 Größenordnungen erstrecken kann und aufgrund des $1/Q^2$– Verhaltens des Flußfaktors Γ_t, zur Glättung der Integrandfunktion die Variablentransformation

$$Q^2_e \quad \longrightarrow \quad \ln Q^2_e$$

mit der Funktionaldeterminante

$$\frac{\partial \ln Q^2_e}{\partial Q^2_e} = \frac{1}{Q^2_e}$$

durchgeführt. Die zweite Transformation

$$\hat{t} \quad \longrightarrow \quad \cos\widehat{\Theta} \qquad , \qquad \frac{\partial \hat{t}}{\partial \cos\widehat{\Theta}} = 2\,\hat{p}_i\,\hat{p}_f$$

wurde hingegen wegen des einfacheren Integrationintervalls vollzogen.

Im Gegensatz zum Zwei–Gamma–Prozeß weist der Wirkungsquerschnitt des Drell–Yan–Prozesses nur eine einzige Divergenz und zwar für

$$\hat{s} = \xi\, z_1\, z_2\, s \ \longrightarrow\ 0$$

auf, welche wiederum durch die Forderung $\hat{s} \geq 4\, m^2_\mu$ eliminiert wird. Auch bei diesem Generator hat der Benutzer die Möglichkeit den Phasenraum durch Schnitte in

$$\hat{s}\,,\ pT_{\mu,lab}\,,\ \Theta_{\mu,lab}\,,\ E_{\mu,lab}\,,\ \xi\,,\ z_1\,,\ z_2$$

zu begrenzen. Die Cuts in ξ und z_2 vereinfachen dabei die Einhaltung der unteren Grenzen bei den Proton– bzw. Photonstrukturfunktionen, besonders bei minimalem $\hat{s}$. Für z_1 und z_2 gelten die folgenden Einschränkungen.

$$z_1\text{– Schnitt: } z_1 \in [\,0,1\,]$$

$$z_2\text{– Schnitt: } z_2 \in [\,0,1\,]$$

3.3 Behandlung der Valenz- und Seequarks

Wie schon öfters erwähnt, wird im QPM das Proton als „Gemisch“ aus kollinearen masselosen Valenzquarks (uud), Seequarks und Gluonen angesehen. Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Quark mit dem ξ–ten Teil des Protonimpulses am harten Subprozeß teilnimmt, wie es im Drell–Yan–Prozeß der Fall ist, wird durch die Protonstrukturfunktionen $f_{q/p}(\xi)$ beschrieben. Die Behandlung des verbleibenden Protonrestes richtet sich danach, ob ein Valenz– oder Seequark am harten Subprozeß beteiligt ist und welcher Flavor es angehört. Um dies festzulegen, werden die Beiträge der einzelnen Quarks zum Gesamtwirkungsquerschnitt bei der Integration separat abgespeichert und aus dem Vergleich mit einer mit dem Gesamtwirkungsquerschnitt gewichtet gewürfelten Zufallszahl bestimmt.

Nimmt ein Valenzquark, wie in Abbildung 3.1 (oben) zu sehen, am harten Subprozeß teil, so erhält das verbleibende Diquark–System den restlichen Impulsbruchteil x_R des Protons:

$$x_R \;=\; 1 - \xi \tag{3.3}$$

Handelt es sich dabei um ein d–Valenzquark, so können die beiden u–Quarks aufgrund des Pauli–Verbotes nur einen Spin–0–Zustand ($\uparrow\downarrow$) bilden. Für ein u–Valenzquark hingegen können sich das u– und d–Quark mit einer Wahrscheinlichkeit von 75 % bzw. 25 % zu einem Spin–0– bzw. Spin–1–Zustand ($\uparrow\uparrow$) zusammensetzen.

Die Abbildung 3.1 (mitte) zeigt den Feynman–Graphen für die Beteiligung eines Seequarks am harten Subprozeß. Das Seequark entsteht zusammen mit einem Antiseequark aus der Konversion eines Gluons, welches von einem Valenzquark emittiert wurde. Die Flavorbesetzung des Valenzquarks wird entspechend der Anzahl solcher Quarks im Proton ausgewürfelt, d. h. im Verhältnis:

$$\frac{P(u)}{P(d)} \;=\; \frac{2}{1} \tag{3.4}$$

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung, daß das „gestreute“ Valenzquark einen Impulsbruchteil $x_{V'}$ des Protons besitzt, läßt sich mit Hilfe des Restimpulsbruchteils x_R beschreiben und ist nach [17] gegeben durch:

$$\frac{dP}{dx_{V'}} \;=\; \frac{2}{x_R^2}\cdot(x_R - x_{V'}) \qquad \text{mit} \qquad 0 \le x_{V'} \le x_R \;=\; 1-\xi \tag{3.5}$$

Sie läßt sich durch die Variablentransformation

$$x_{V'} \quad\longrightarrow\quad x_Z \;=\; \frac{x_{V'}}{x_R}$$

und mit Berücksichtigung der Funktionaldeterminante

$$\frac{\partial x_{V'}}{\partial x_Z} \;=\; x_R$$

vereinfachen zu

$$\frac{dP}{dx_Z} \;=\; 2\,(1 - x_Z) \qquad \text{mit} \quad x_Z \in [0,1] \tag{3.6}$$

Für den Erwartungswert $\langle x_{V'}\rangle$ erhält man damit

$$\langle x_{V'}\rangle \;=\; \int_0^{x_R} \frac{dP}{dx_{V'}}\,dx_{V'} \;=\; \frac{1}{3}\,x_R\,, \tag{3.7}$$

d. h. daß das Valenzquark im Mittel ein Drittel des Restimpulsbruchteils x_R zugewiesen bekommt. Der verbleibende Impulsbruchteil x_D wird dem Diquark–System zugeschrieben, der folglich durch

$$x_D \;=\; x_R - x_{V'} \;=\; 1 - \xi - x_{V'} \tag{3.8}$$

gegeben ist. Die möglichen Spin–Zustände werden wie in der Valenzquark–Betrachtung beschrieben ermittelt. Es sei bemerkt, daß durch diese Vorgehensweise dem Antiseequark im Laborsystem der Viererimpuls $0\,GeV$ zugeordnet wird, d. h. daß dieses nur als Farbträger fungiert. Nur so konnte eine Viererimpulserhaltung erreicht werden.
Wird das Seequark durch ein Antiseequark ersetzt, so ergibt sich der in Abbildung 3.1 (unten) abgebildete Fall, in dem das Antiseequark am harten Subprozeß teilnimmt.

Die Behandlung der Valenz– und Seequarks im inelastischen Zwei–Gamma–Prozeß kann analog zur Seequark–Betrachtung des Drell–Yan–Prozesses durchgeführt werden, indem das am harten Subprozeß teilnehmende Seequark durch ein γ ersetzt wird und alle Seequarks den Viererimpuls $0\,GeV$ im Laborsystem erhalten. Die entspechenden Feynman–Graphen sind in Abbidlung 3.2 zu sehen.

3.4 Schauerung und Hadronisierung mit JETSET

Mit Hilfe des durch SPRING bereitgestellten Phasenraum–n–Tupels kann die Generierung der am Prozeß beteiligten Teilchen auf dem Partonniveau erfolgen. In der Natur sind aber noch keine freien Quarks und damit keine farbige Materie beobachtet worden, d. h. es existieren nur gebundene, farbneutrale Quarkzustände, die sogenannten Baryonen (qqq) bzw. Mesonen ($q\bar{q}$). Der Übergang von dem Partonniveau zu diesen hadronischen Zuständen wird als Schauerung und Hadronisierung bezeichnet, die mit dem JETSET–Paket [18] realisiert werden können. Die theoretische Grundlage dafür liefert das Lund–String–Modell, welches auf der Annahme eines Wechselwirkungspotentials $V_{q\bar{q}}(r)$ zwischen Quark und Antiquark der Form

$$V_{q\bar{q}}(r) = -\frac{4}{3}\frac{\alpha_s}{r} \;+\; k\,r$$

basiert, wobei r für den Quarkabstand und k für eine positive Konstante stehen, und der Existenz einer Gluon–Gluon–Selbstwechselwirkung, die die zwischen Quark und Antiquark bestehenden Farblinien zu sogenannten Strings oder Saiten zusammenzieht. In diesem Modell sind somit Quark und Antiquark durch gluonische Saitenstränge miteinander verbunden, die eine konstante Energiedichte pro Einheitslänge (k) aufweisen. Laufen z.B. die Quarks auseinander, so wird der Abstand zwischen ihnen vergrößert, was zu einer Anspannung der Saiten führt. Ab einer bestimmten Entfernung ist es energetisch günstiger neue Quark–Antiquark–Paare durch Aufbrechen der Strings zu erzeugen als sie weiter zu spannen. Diesem Schauerungsschritt, bei dem gleichzeitig auch höhere QCD–Ordnungen, wie Gluonabstrahlung, mitsimuliert werden, schließt sich, durch die zwischen den Quarks wirkenden starken Kräfte, eine Hadronisierung an, d. h. Bildung neuer Meson– bzw. Baryonenzustände, die gegebenfalls weiter zerfallen. Dieser Vorgang wiederholt sich so lange, bis die dafür zur Verfügung stehende Energie aufgebraucht ist. Inerhalb von JETSET übernehmen dies die Routinen LUSHOW und LUEXEC, die für die Schauerung bzw. Hadronisierung zuständig sind. Beide können durch die Schaltervariable IFRAGO (siehe Kapitel 5.2) unabhängig voneinander angesprochen werden. Die Energieskala, die zur Charakterisierung der Stärke der Stringaufspaltung bei der Schauerung benötigt wird, wurde hier gleich der invarianten Masse der beteiligten Quarks gesetzt. Als endgültiges Generierungsergebnis erhält man eine Liste von „stabilen“ Teichen, die durch die Routine LULIST

	EPEGAM				EPEMAX		
T–Nr.	P_{ela}	q_{Val}	q_{See}	$\bar{q}_{See}$	q_{Val}	q_{See}	$\bar{q}_{See}$
1	e	e	e	e	e	e	e
2	P	P	P	P	P	P	P
3	e'	e'	e'	e'	e'	e'	e'
4	P'	$\mathbf{q_{v'}}$	q_v	q_v	γ	γ	γ
5	γ_e	$\mathbf{dq}$	$gluon$	$gluon$	$\bar{q}_\gamma$	q_γ	q_γ
6	γ_p	γ_e	γ_e	γ_e	q_γ	$q_{p,spec}$	$q_{p,spec}$
7	μ^-	γ_p	γ_p	γ_p	$\mathbf{dq}$	q_v	dq
8	$\mu+$	μ^-	μ^-	μ^-	$\mathbf{q_v}$	$Meson$	$Baryon$
9	—	μ^+	μ^+	μ^+	μ^-	μ^-	μ^-
10	—	—	$q_{v'}$	dq	μ^+	μ^+	μ^+
11	—	—	$\bar{q}_s$	q_s	—	$\mathbf{q_{\gamma,spec}}$	$\mathbf{q_{\gamma,spec}}$
12	—	—	$Meson$	$Baryon$	—	$\mathbf{dq}$	$\mathbf{q_{v'}}$
13	—	—	$\mathbf{dq}$	$\mathbf{\bar{q}_s}$	—	—	—
14	—	—	$\mathbf{q_s}$	$\mathbf{q_{v'}}$	—	—	—

Tabelle 3.2: Anordnug der Teilchen im LUJETS–COMMON

erstellt wird und alle wichtigen Informationen zur Teilchenidentifikation enthält. Um aus allen Informationen ein vollständiges, „bildhaftes“ Detektorereignis zu erhalten, welches mit realen Ereignissen vergliechen werden kann, muß noch die H1–Simulation und Rekonstruktion durchlaufen werden.

Damit JETSET überhaupt die Schauerung und Hadronisierung durchführen kann, muß der COMMON–Block LUJETS (siehe auch Abschnitt 5.2) mit allen zur Verfügung stehenden Teilcheninformationen auf dem Partonniveau gefüllt werden. Hierzu zählt neben dem Viererimpuls, die Teilchenart, das Vorgängerteilchen und eine Farbinformation. Abgesehen von den Viererimpulsen, die aus Erhaltungssätzen berechnet werden müssen, lassen sich die übrigen Informationen aus den Feynman–Graphen mit den zusätzlich eingezeichneten Farbflüssen, wie sie in Abbildung 3.1 und 3.2 dargestellt sind, ablesen. Dabei wird definitionsgemäß dem Valenz– bzw. Seequark und Di– bzw. Antiseequark eine Farblinie bzw. Antifarblinie zugeordnet. Sie sind als dünne Linien in den jeweiligen Feynman–Graphen skizziert, wobei ein entgegengesetzt zum Teilchenfluß verlaufender Farbfluß, an der Pfeilspitze erkennbar, eine Antifarbe symbolisiert. Um jedoch die Hadronisierung zu vereinfachen, wurden bei der Beteiligung von See– bzw. Antiseequarks am harten Subprozeß aus Farbsinglettzuständen eigenhändig „extra“ Mesonen bzw. Baryonen gebildet. Diese Vorgehensweise schien, trotz anderer Zeitskala, angebracht, da bei allen Prozeßbetrachtungen der Transversalimpuls der Quarks vernachlässigt und vor allem der Viererimpuls der „spectator“ See– bzw. Antiseequarks im Laborsystem gleich $0\,GeV$ gesetzt wurde. Damit entfällt eine gegenläufige Quarkbewegung im Proton und somit eine Anspannung der Strings, die aufbrechen könnten. Zur besseren Handhabung der Generatoren sind zu allen Prozeßkonstellationen die von mir gewählten Teichenanordnungen in Tabelle 3.2 zusammengefaßt. Es sei bemerkt, daß die an der Schauerung bzw. Hadronisierung teilnehmenden Quarks, da sie ein Farbsinglett bilden, nacheinander angeordnet sein müssen und hier fettgedruckt sind.

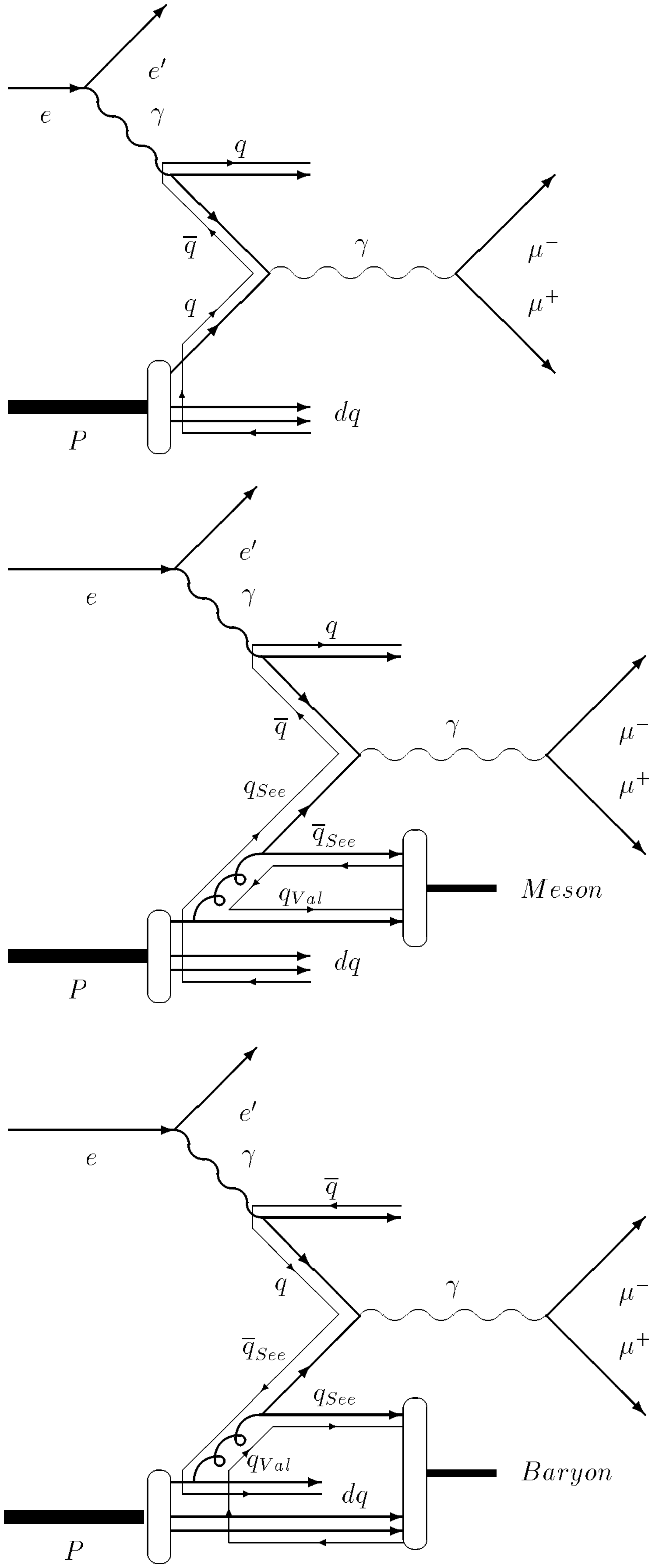

Abbildung 3.1: Feynman–Graphen inklusive Farbflüsse des Drell–Yan–Prozesses

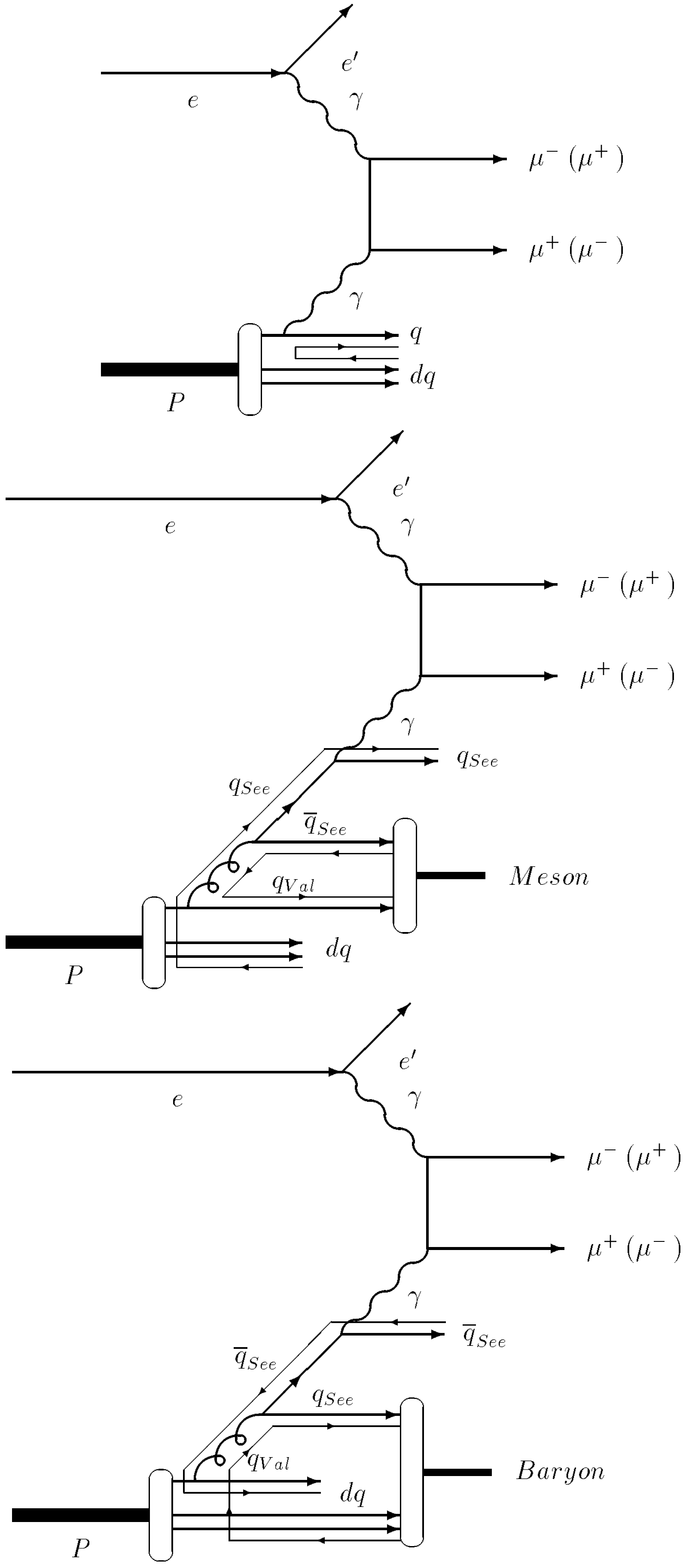

Abbildung 3.2: Feynman–Graphen inklusive Farbflüsse des Zwei–Gamma–Prozesses

Kapitel 4

Resultate

In diesem Kapitel werden die wesentlichen Ergebnisse, die mit den Generatoren EPEGAM und EPEMAX erstellt worden sind, vorgestellt. Desweiteren erfolgt für die beiden Fälle des Zwei–Gamma–Prozesses ein Vergleich mit den vom Generator LPAIR berechneten Werten und Verteilungen. Zum Abschluß des Kapitels werden einige Kernaussagen und die sich daraus ergebenden Konsequenzen für das Studium der Prozesse an HERA zusammengestellt.

Es sei bemerkt, daß alle Untersuchungen auf der IBM des DESY–Rechenzentrums durchgeführt worden sind. Die Genauigkeitsgrenze für die zu berechnenden Wirkungsquerschnitte lag konstant bei 1 %, so daß auf eine zusätzliche Einzeichnung von Fehlerbalken verzichtet wurde. Die erstellten Verteilungen hingegen basieren auf $N = 2000$ Ereignissen, die somit eine statistische Schwankung von $1/\sqrt{N}$ aufweisen. Zur Beschreibung der Quarkverteilungen im Proton wurden in beiden Generatoren die Strukturfunktion MRS D^- [19] benutzt, die zur Zeit die an HERA gewonnenen Daten am besten beschreibt. Die dafür zusätzlich benötigte QCD–Skala wurde auf den Minimalwert gesetzt. Als Photonstrukturfunktion, die der Generator EPEMAX benötigt, wurde GRV [20] gewählt, da diese auch für sehr kleine Impulsbruchteile parametrisiert ist. Die hier ebenfalls erforderliche Skala wurde aber gleich dem invarianten Massenquadrat der beiden Myonen gesetzt und ist somit nicht konstant.

4.1 EPEGAM (Zwei–Gamma–Prozeß)

Wie schon in den vorhergehenden Kapiteln beschrieben kann aufgrund auftretender Divergenzen nicht über den vollen Phasenraumbereich integriert werden. Aus diesem Grund und der wünschenswerten Nachweismöglichkeit der Myonen im Detektor wurden an diese die folgenden Bedingungen gestellt.

$$\Theta_{\mu,lab} \in [5, 175]\, Grad \quad , \quad pT_{\mu,lab} \geq 1\, GeV \quad , \quad E_{\mu,lab} \geq 2\, GeV \tag{4.1}$$

Diese galten sowohl für den elastischen als auch inelastischen Fall des Zwei–Gamma–Prozesses.

4.1.1 Die elastische Prozeßbetrachtung

Bei der elastischen Prozeßbetrachtung wurden desweiteren die Q^2–Werte auf der Elektronen– und Protonenseite auf die Intervalle

$$Q_e^2 \in [0, 1000]\, GeV^2 \qquad \text{bzw.} \qquad Q_p^2 \in [0, 0.1]\, GeV^2 \tag{4.2}$$

beschränkt. Eine Variation der unteren Schranke des invarianten Massenquadrates der Myonen ($\hat{s}_{min}$ $[GeV^2]$) führte zu den in Abbildung 4.1 dargestellten Kurvenverlauf des in *pb* (*picobarn*) angegebenen Gesamtwirkungsquerschnittes σ (siehe auch Tabelle 4.1). Dieser nimmt den üblichen $1/\hat{s}_{min}$– Verlauf an. Eine Ausweitung des Q_e^2– Maximums auf $10^5\,GeV^2$ würde keine Änderung bewirken, da dieser Beitrag unterhalb der 1 % Genauigkeitsgrenze liegt. Basierend auf den oben genannten Schnitten und der Einschränkung

$$\hat{s}_{min} \;\geq\; 5\,GeV^2 \tag{4.3}$$

entstanden die in Abbilung 4.2 und 4.3 aufgeführten Verteilungen von Größen, die zur Prozeßbeschreibung herangezogen werden können. Dazu zählen neben Q_e^2, y, $E_{e'}$ und $\Theta_{e'}$ auf der Elektronenseite, der Streuwinkel $\Theta_{\mu,lab}$ bzw. der transversale Impuls der Myonen $pT_{\mu,lab}$ im Laborsystem. Das invariante Massenquadrat der beiden Myonen ($\hat{s}$) und die Impulverteilung auf der Protonseite (ξ) komplettieren die übrigen Histogramme. Wie nicht anders zu erwarten zeigen diese die charakteristischen Abhängigkeiten, die schon am differentiellen Wirkungsquerschnitt (Abschnitt 2.4.2) erkennbar sind. So ist z. B. die Q_e^2– Verteilung bei sehr kleinen Werten dominant, was die $1/Q^2$– Abhängigkeit des transversalen Flußfaktors zum Ausdruck bringt. Desweiteren findet sich die Behauptung bestätigt, daß die einfallenden Teilchen vorwiegend Photonen nur in sehr kleine Winkelbereiche abstrahlen ($\Theta_{e'}$– Verteilung). Aus der $\Theta_{\mu,lab}$– Verteilung geht hingegen hervor, daß die Myonen bevorzugt parallel bzw. antiparallel zu Protonrichtung emittiert werden, was an der $1/\hat{t}$ und $1/\hat{u}$ Abhängigkeit des harten Subprozesses liegt.

Anhand dieser Plots läßt sich ebenfalls erahnen, wie sensibel der Wirkungsquerschnitt auf die Myonen–Schnitte und vor allem auf einen eventuellen $Q^2_{e,min}$– Cut reagiert.

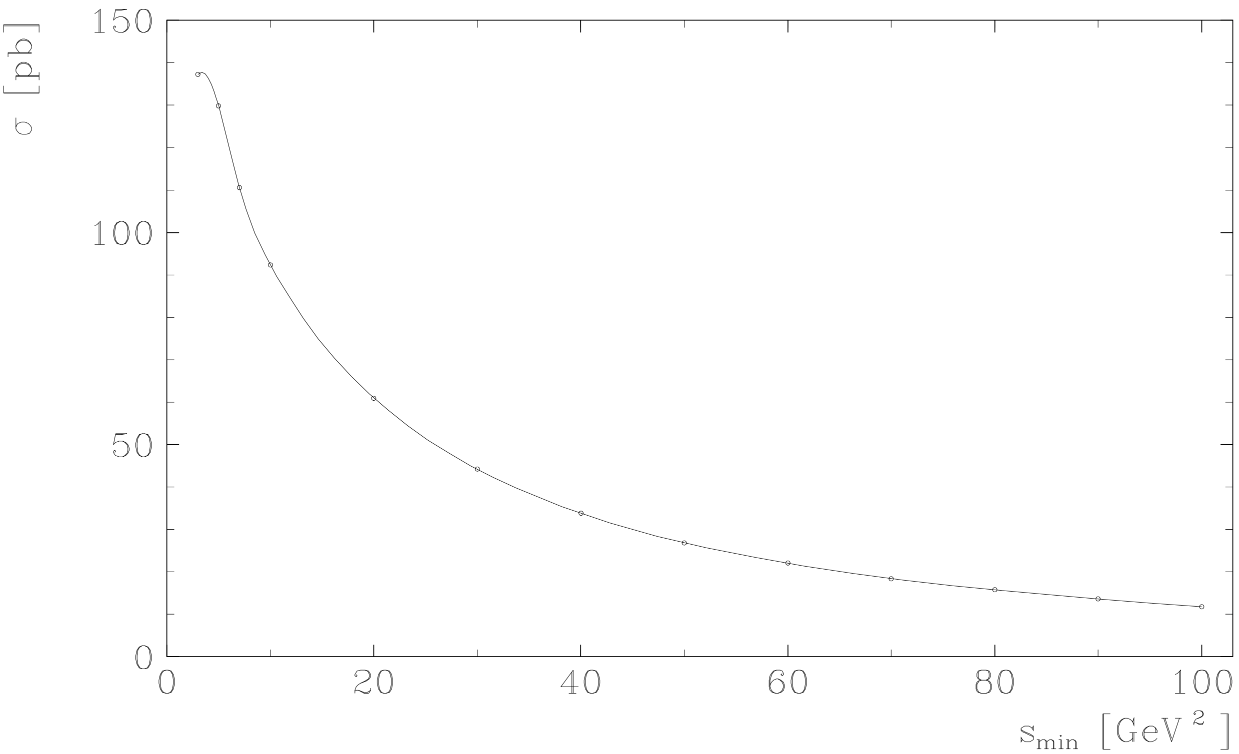

Abbildung 4.1: Elastischer Wirkungsquerschnitt des Zwei–Gamma–Prozesses; Cuts: 4.1 und 4.2

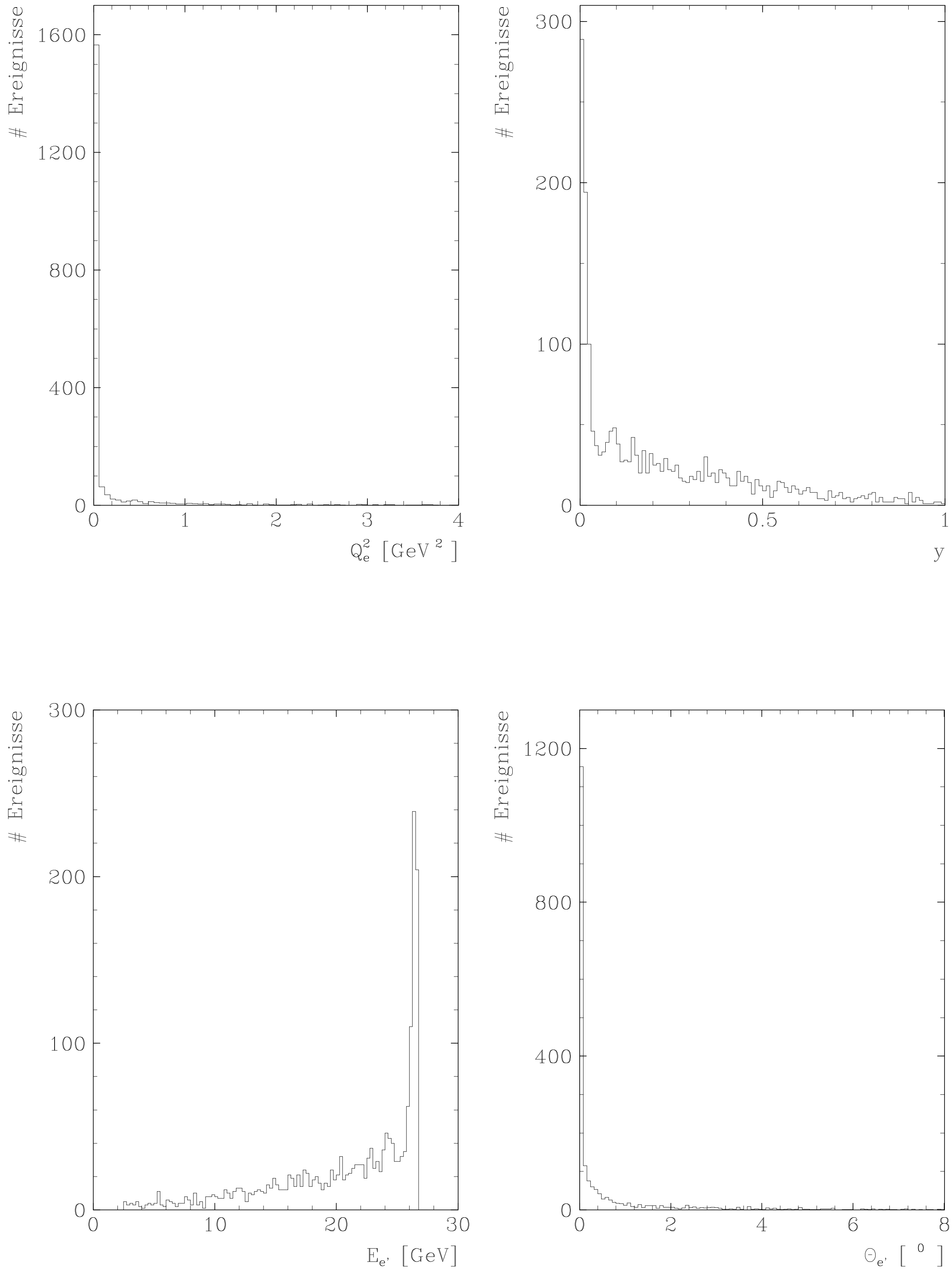

Abbildung 4.2: Standardhistogramme des elastischen Zwei–Gamma–Prozesses (Teil 1)

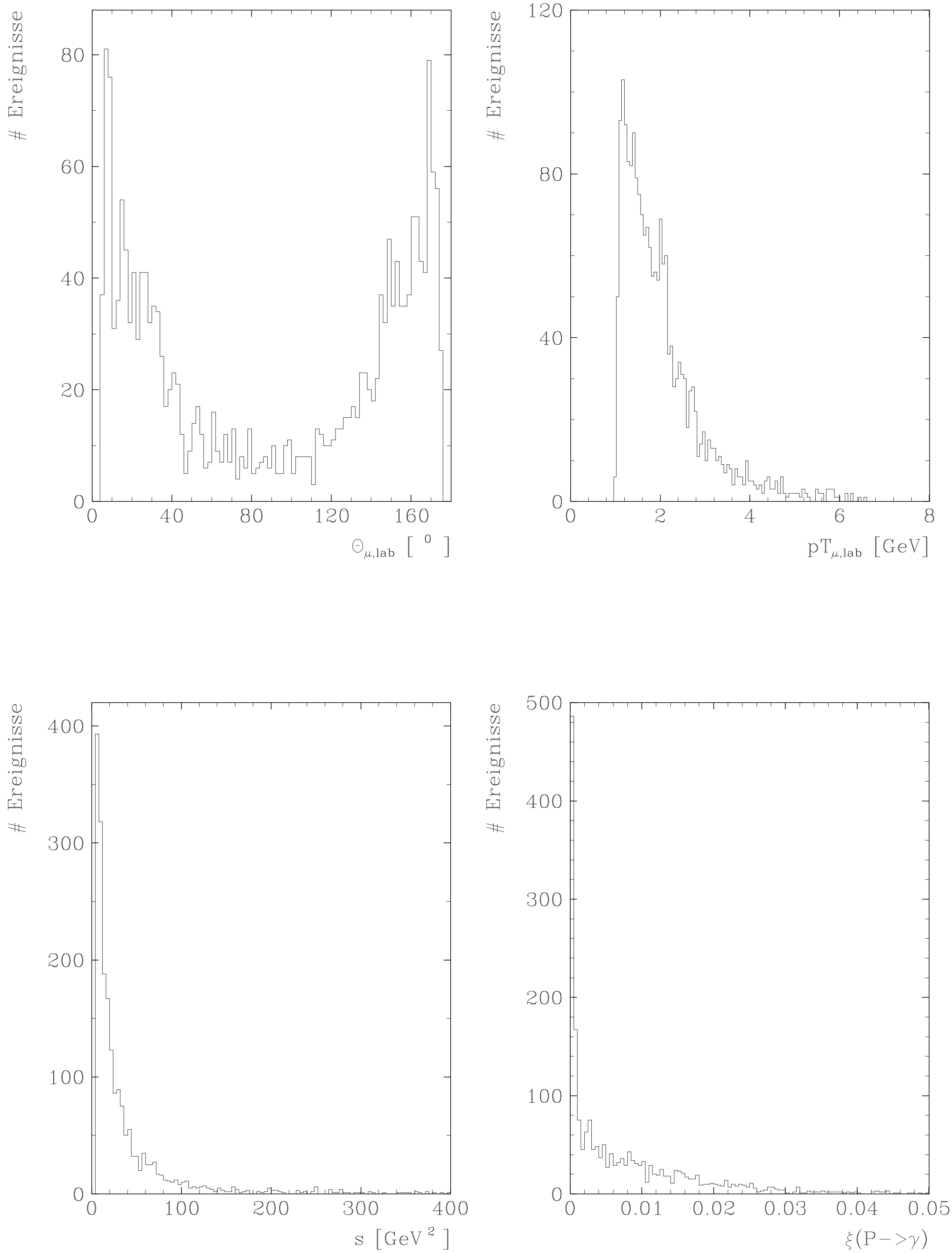

Abbildung 4.3: Standardhistogramme des elastischen Zwei–Gamma–Prozesses (Teil 2)

4.1.2 Vergleich mit LPAIR

Da der Generator LPAIR, wie in Abschnitt 2.5 beschieben, den Zwei–Gamma–Prozeß exakt beschreibt, gibt der Vergleich mit EPEGAM einen Hinweis darauf ob die bei EPEGAM zugrundeliegenden Näherungen physikalisch gerechtfertigt sind oder nicht. Dieser Vergleich beschränkt sich natürlich nur auf einen Phasenraumbereich auf den der Generator EPEGAM ausgerichtet ist. Legt man die in 4.1 und 4.2 angegebenen Schnitte zugrunde, so erhält man die Tabelle 4.1 angegebenen Wirkungsquerschnitte in Abhängigkeit von $\hat{s}_{min}$, welche in Abbildung 4.4 graphisch dargetellt sind. Die durchgezogene Linie entspricht dabei den Werten von EPEGAM, die des Generators LPAIR sind dagegen der gestrichelt eingezeichneten Kurve zugeordnet. Man erkennt eine sehr gute Übereinstimmung, die innerhalb der Fehlergrenze von 1 % liegt.

$\hat{s}_{min}\,[GeV^2]$	$\sigma_{EPEGAM}\,[pb]$	$\sigma_{LPAIR}\,[pb]$	Abweichung [%]
3	137.209	135.391	1
5	129.796	128.396	1
7	110.551	110.451	0
10	92.330	91.359	1
20	60.958	60.894	0
50	26.806	26.734	0
70	18.415	18.427	0
100	11.752	11.866	-1

Tabelle 4.1: Vergleich der elastischen Wirkungsquerschnitte von EPEGAM und LPAIR

Teilt man jedoch das Q_e^2– Intervall in zwei Teilintervalle

$$Q_A^2 \;:\quad Q_e^2 \in [0,1]\,GeV^2 \qquad \text{und} \qquad Q_B^2 \;:\quad Q_e^2 \in [1,1000]\,GeV^2 \tag{4.4}$$

auf, so ergeben sich die in Abbildung 4.5 und 4.6 zu sehenden Kurvenverläufe. Im Intervall Q_A^2 gilt weiterhin eine sehr gute Übereinstimmung, die jedoch im Intervall Q_B^2 verlorengeht. Um diese Unstimmigkeit näher zu untersuchen wurde das Q_e^2– Intervall weiter verfeinert, was zu folgenden Werten der Wirkungsquerschnitte führte. $\hat{s}_{min}$ wurde dabei $\geq\ 5\,GeV^2$ gesetzt.

$Q_e^2\,[GeV^2]$	$\sigma_{EPEGAM}\,[pb]$	$\sigma_{LPAIR}\,[pb]$	Abweichung [%]
0 - 0.01	89.246	88.913	0
0.01 - 0.1	14.876	14.702	1
0.1 - 1	13.367	13.192	1
1 - 10	9.217	8.747	5
10 - 100	2.998	2.891	4
100 - 1000	0.244	0.237	3
0 - 1000	129.948	128.682	1

Daraus ist zu ersehen, daß die Abweichung im Q_B^2– Intervall auf den hohen Fehler speziell im Bereich $[1,10]$ GeV^2 zurückzuführen ist. Die Ursache für diese Differenz ist in der bei EPEGAM durchgeführten Faktorisierung des Gesamtwirkungsquerschnittes zu suchen, da etwaige

Einflüsse der Elektronen– bzw. Protonenseite auszuschließen sind. So wurde z. B. das Proton zu Testzwecken durch ein Elektron ersetzt, was zu gleichen Beobachtungen führte. Desweiteren ergab eine Variation des Q_p^2– Bereiches im Phasenraumbereich

$$\Theta_{\mu,lab} \in [5,175]\, Grad \quad , \quad pT_{\mu,lab} \geq 10\, GeV \quad ,$$
$$Q_e^2 \in [0.1,1]\, GeV^2 \quad , \quad \hat{s}_{min} \geq 10\, GeV^2 \tag{4.5}$$

keine signifikante Abweichung, wie in Abbildung 4.7 zu sehen ist. Inwieweit der Einflüß der Überführung der Matrixelemente in die angesprochene „stabile" Form hier eingeht, konnte nicht untersucht werden, da diese nicht nachvollziehbar war. Nichtsdestotrotz finde ich, daß eine Abweichung von 5 % im mittleren Q_e^2– Bereich akzeptabel ist, wenn man berücksichtigt, daß jeder dieser Werte mit einem Fehler von 1 % behaftet ist und daß bei einer vollen Q_e^2– Intergation dieser Einfluß zu vernachlässigen ist. Ein Vergleich der in Abblildung 4.8 und 4.9 dargestellten Verteilungen bestätigt noch einmal die gute Übereinstimmung zwischen den beiden Generatoren EPEGAM und LPAIR.

Weitere Untersuchungen, die in unterschiedlichen Phasenraumbereichen durchgeführt wurden, ergaben ebenfalls zufriedenstellende Vergleichsergebnisse. Jedoch sollten nach Möglichkeit die in 4.1 aufgegebenen Schnittbedingungen nicht unterschritten werden, da sonst die Unterschiede zwischen den beiden Generatoren sehr groß werden, bis zu einem Faktor 2, was an den Divergenzen bei EPEGAM liegt.

Ein weiteres interessantes Ergebnis, das die starke Abhängigkeit des Wirkungsquerschnittes von den Myonen–Cuts demonstriert, erhält man aus dem Vergleich des totalen und visuellen Gesamtwirkungsquerschnittes. Der totale, d. h. ohne jegliche Schnitte, wird von LPAIR zu $\sigma_{tot} = 94233\, pb$ berechnet, so daß das Verhältnis beider zueinander zu

$$\frac{\sigma_{vis}}{\sigma_{tot}} \leq 10^{-3} \tag{4.6}$$

abgeschätzt werden kann, wobei für σ_{vis} die in 4.1 gemachten Annahmen zugrundeliegen.

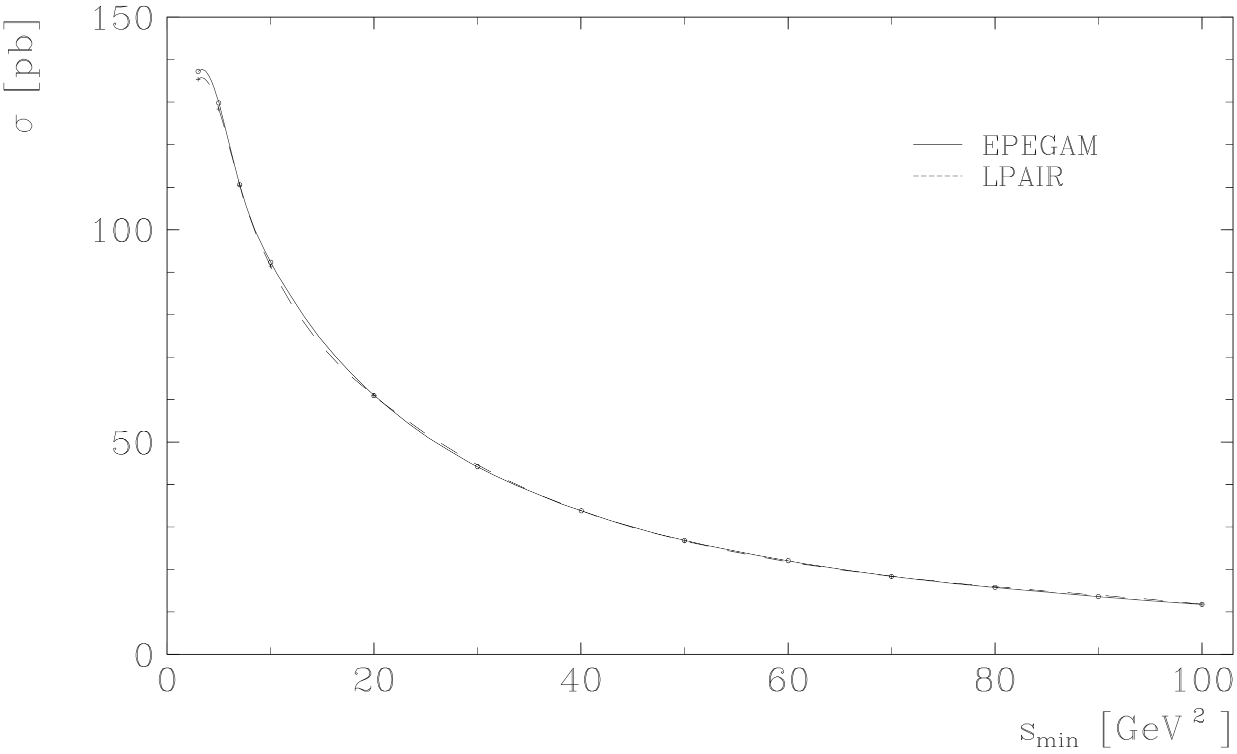

Abbildung 4.4: Vergleich der von EPEGAM und LPAIR berechneten elastischen Wirkungsquerschnitte; Cuts: 4.1 und 4.2

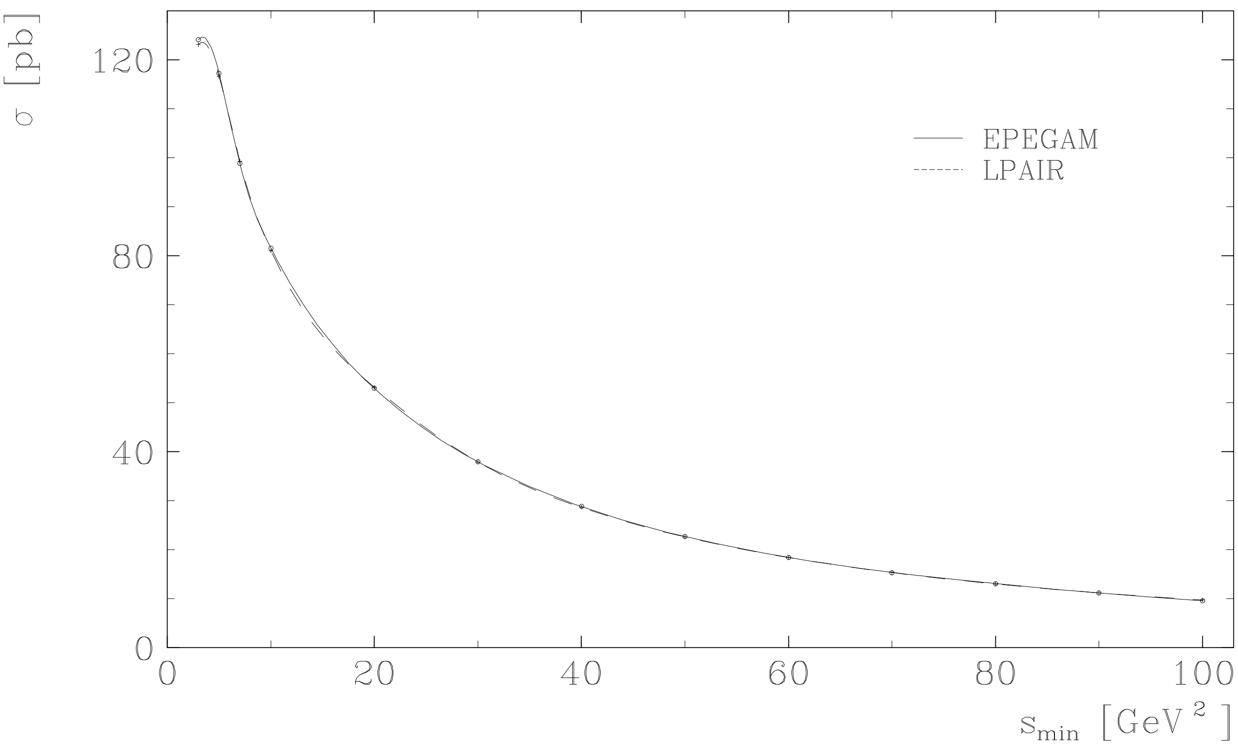

Abbildung 4.5: Vergleich der von EPEGAM und LPAIR berechneten elastischen Wirkungsquerschnitte; Cuts: 4.1 und Q_A^2

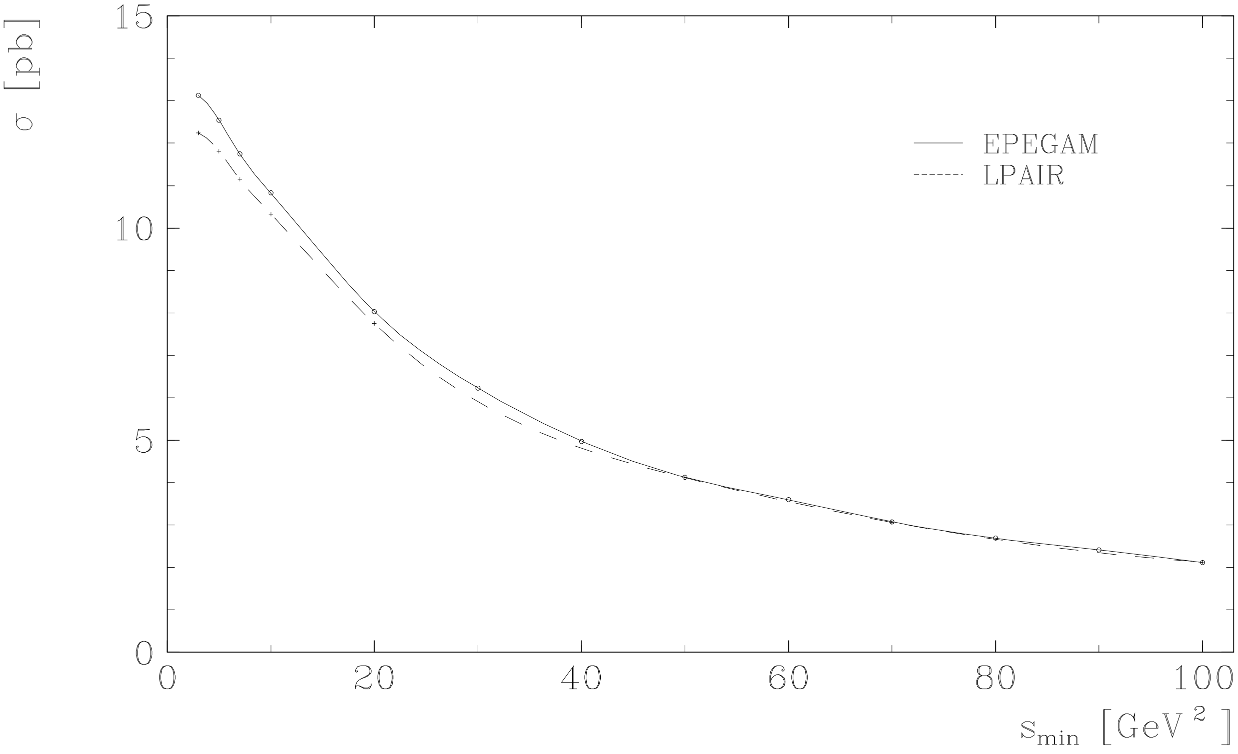

Abbildung 4.6: Vergleich der von EPEGAM und LPAIR berechneten elastischen Wirkungsquerschnitte; Cuts: 4.1 und Q_B^2

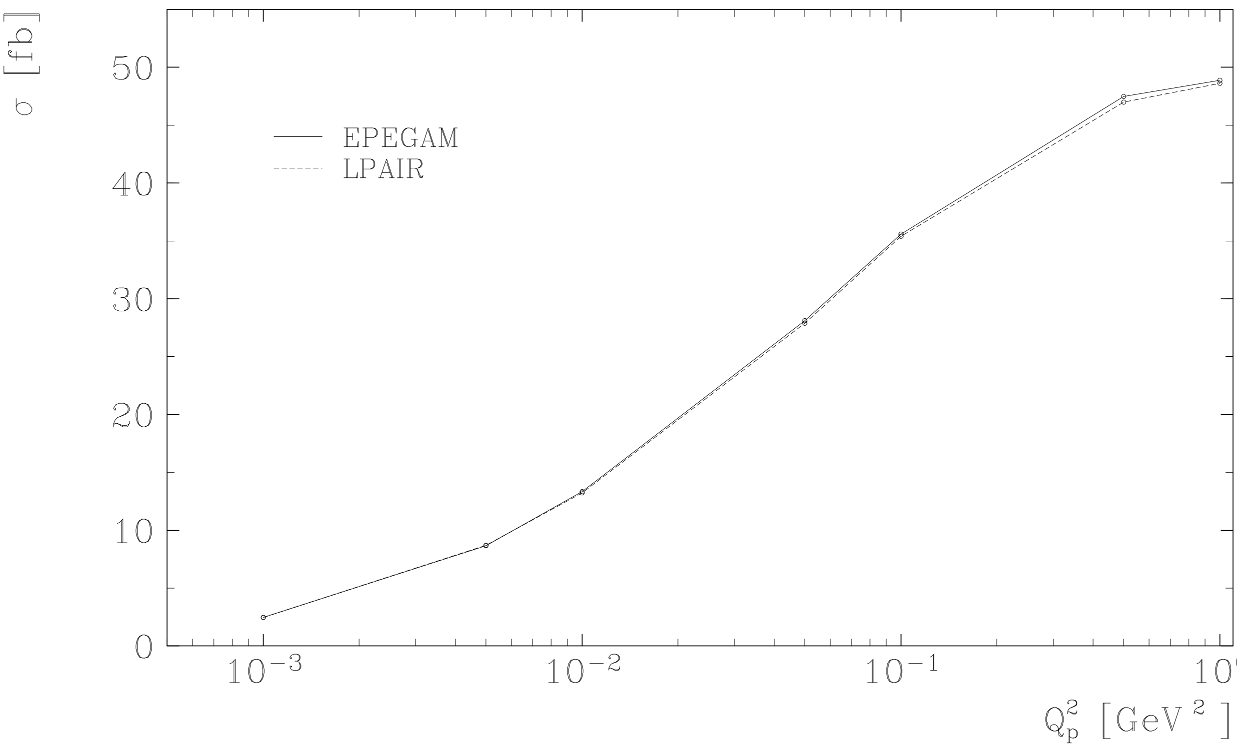

Abbildung 4.7: Vergleich der elastischen Wirkungsquerschnitte bei variirtem Q_p^2; Cuts: 4.5

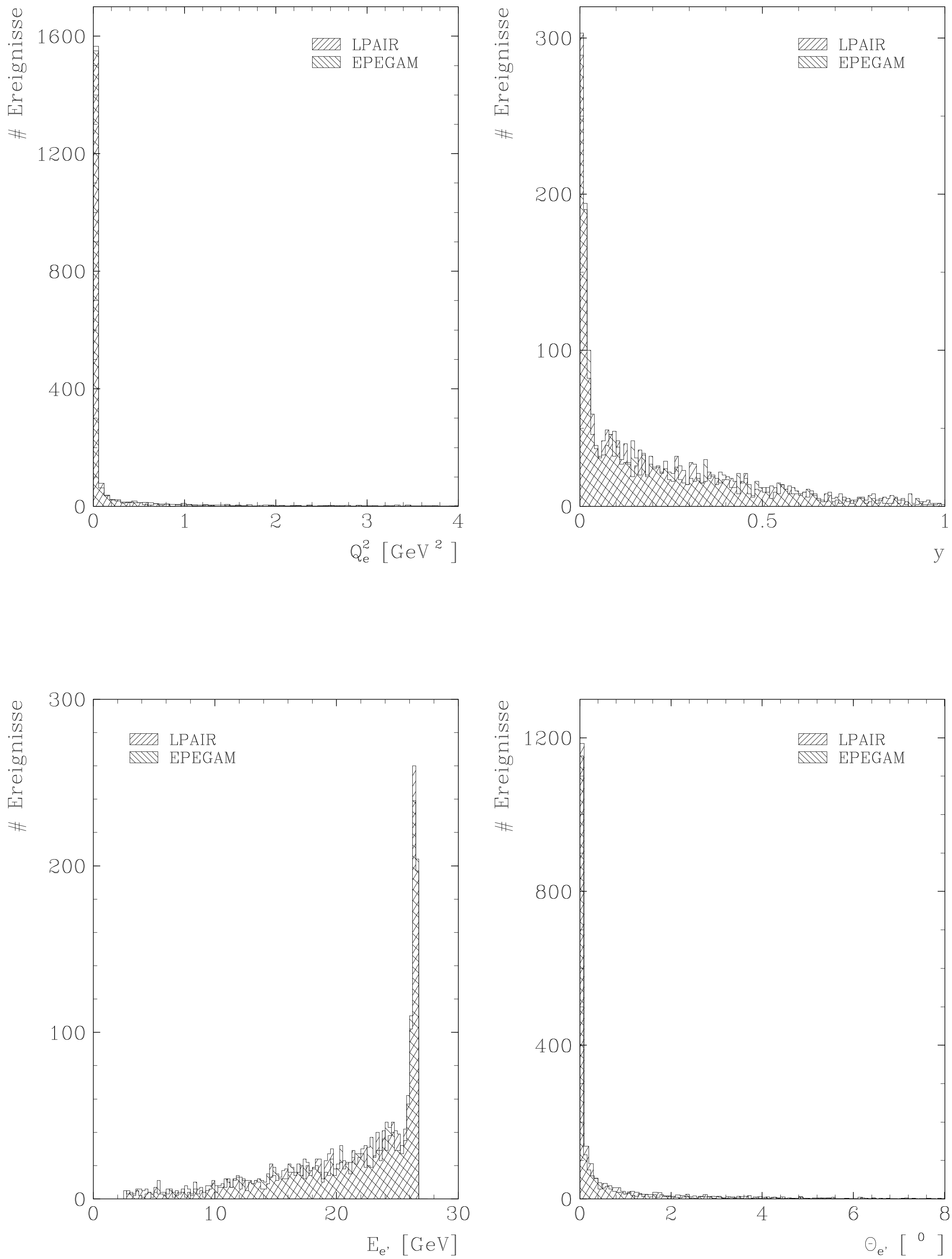

Abbildung 4.8: Vergleich von EPEGAM– und LPAIR–Histogrammen (elastisch, Teil 1); Cuts: 4.1 und 4.2

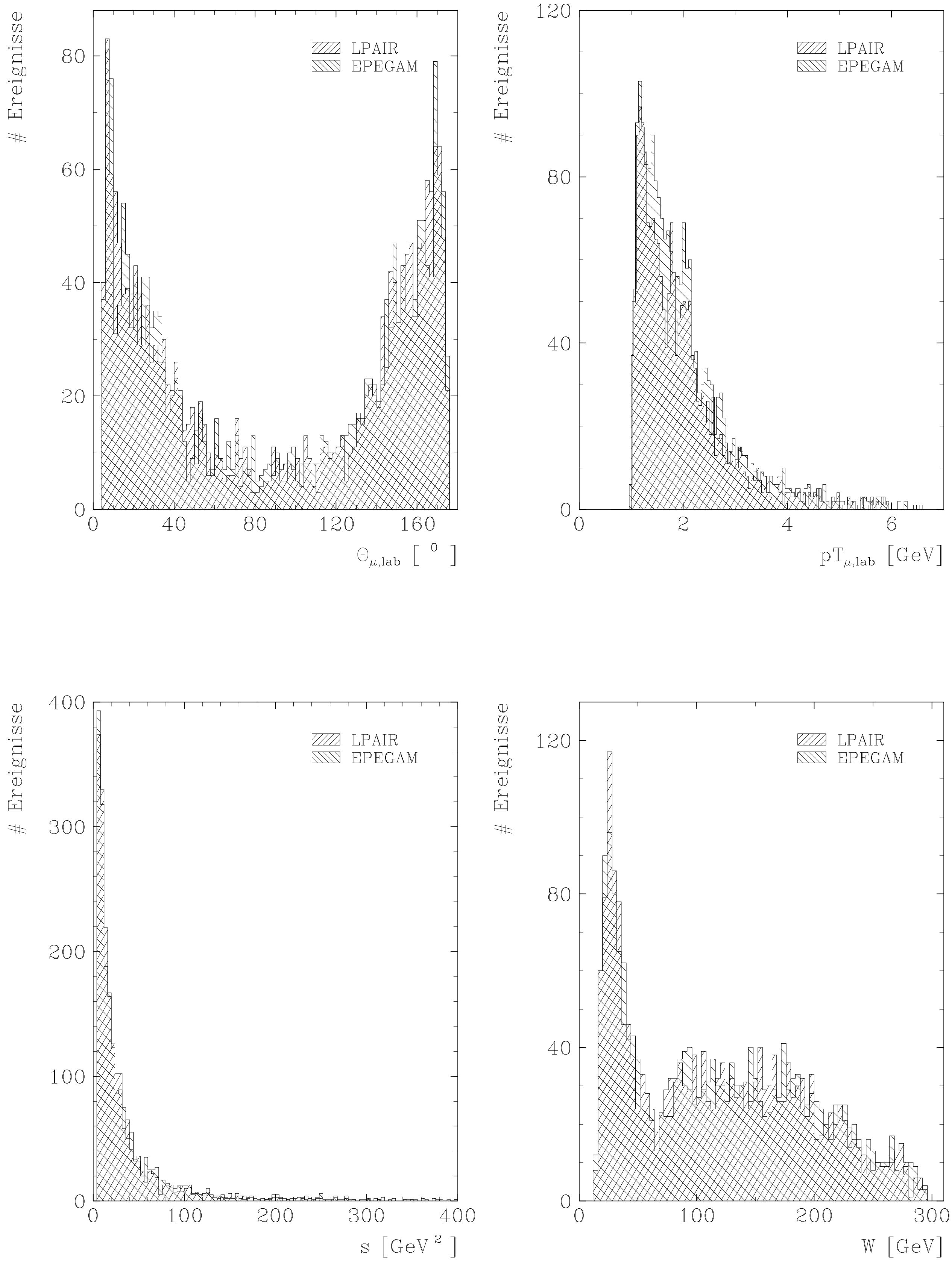

Abbildung 4.9: Vergleich von EPEGAM– und LPAIR–Histogrammen (elastisch, Teil 2); Cuts: 4.1 und 4.2

4.1.3 Die inelastische Prozeßbetrachtung

Aufgrund der Tatsache, daß die inelastische Photonemission des Protons erst bei Q_p^2– Werten oberhalb von $5\,GeV^2$ gerechtfertigt der differentielle Wirkungsquerschnitt des harten Subprozesses jedoch für kleine Q_p^2 ausgerichtet ist, muß dem mindestens durch eine weitere große Skala entgegengewirkt werden. Dies wurde durch die folgenden Q^2– Schnitte und den Übergang zu höheren $\hat{s}_{min}$– Werten realisiert, wobei Q_q^2 für das Photon emittierende Quark erfüllt sein muß.

$$Q_e^2 \in [\,5, 10^5\,]\,GeV^2 \qquad \text{bzw.} \qquad Q_q^2 \in [\,5, 7\,]\,GeV^2 \tag{4.7}$$

Natürlich müssen auch hier die Myon–Cuts 4.1 eingehalten werden um die angespochenen Divergenzen zu vermeiden. Damit erhält man bei Benutzung der Strukturfunktion MRS D$^-$ und der alleinigen Zulassung der Valenzquarks als mögliche Quarkflavor den in Abbildung 4.10 dargestellten Verlauf des Wirkungsquerschnittes in Abhängigkeit von $\hat{s}_{min}$ (siehe auch Tabelle 4.2). Dieser hängt jedoch von der Wahl der Strukturfunktion und der dafür benötigten QCD–Skala ab. Die entsprechenden Verteilungen der wichtigsten Größen sind in Abbildung 4.11 und 4.12 zu sehen, wobei $\hat{s}_{min} \geq 30\,GeV^2$ gesetzt wurde.

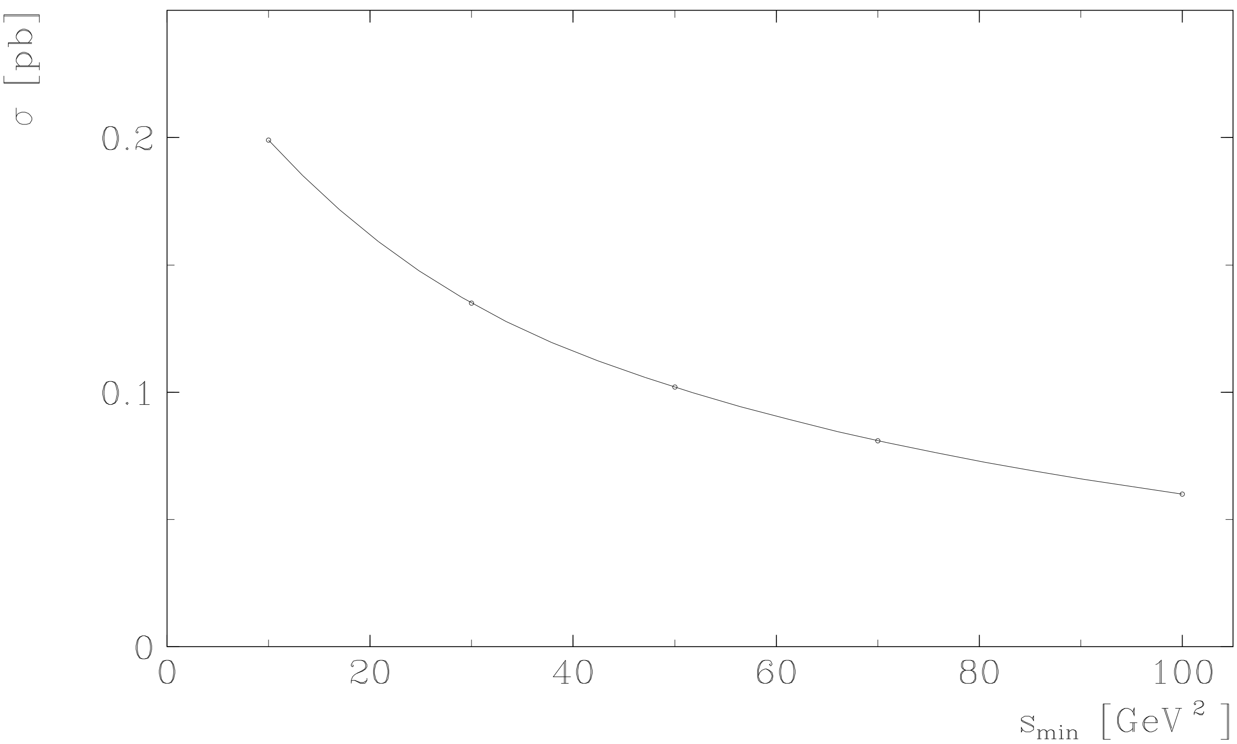

Abbildung 4.10: Inelastischer Wirkungsquerschnitt des Zwei–Gamma–Prozesses; Cuts: 4.1 und 4.7

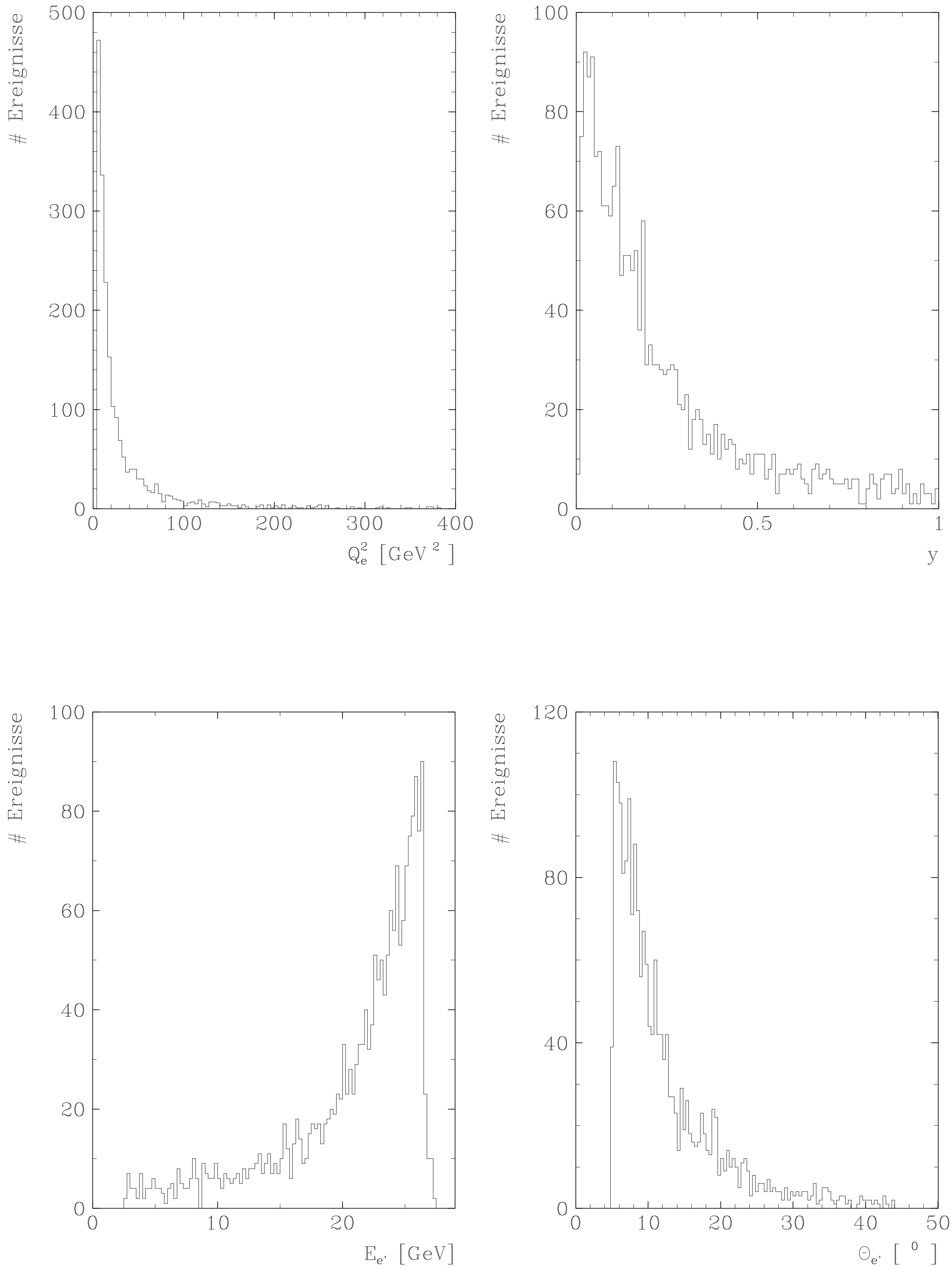

Abbildung 4.11: Standardhistogramme des inelastischen Zwei–Gamma–Prozesses (Teil 1)

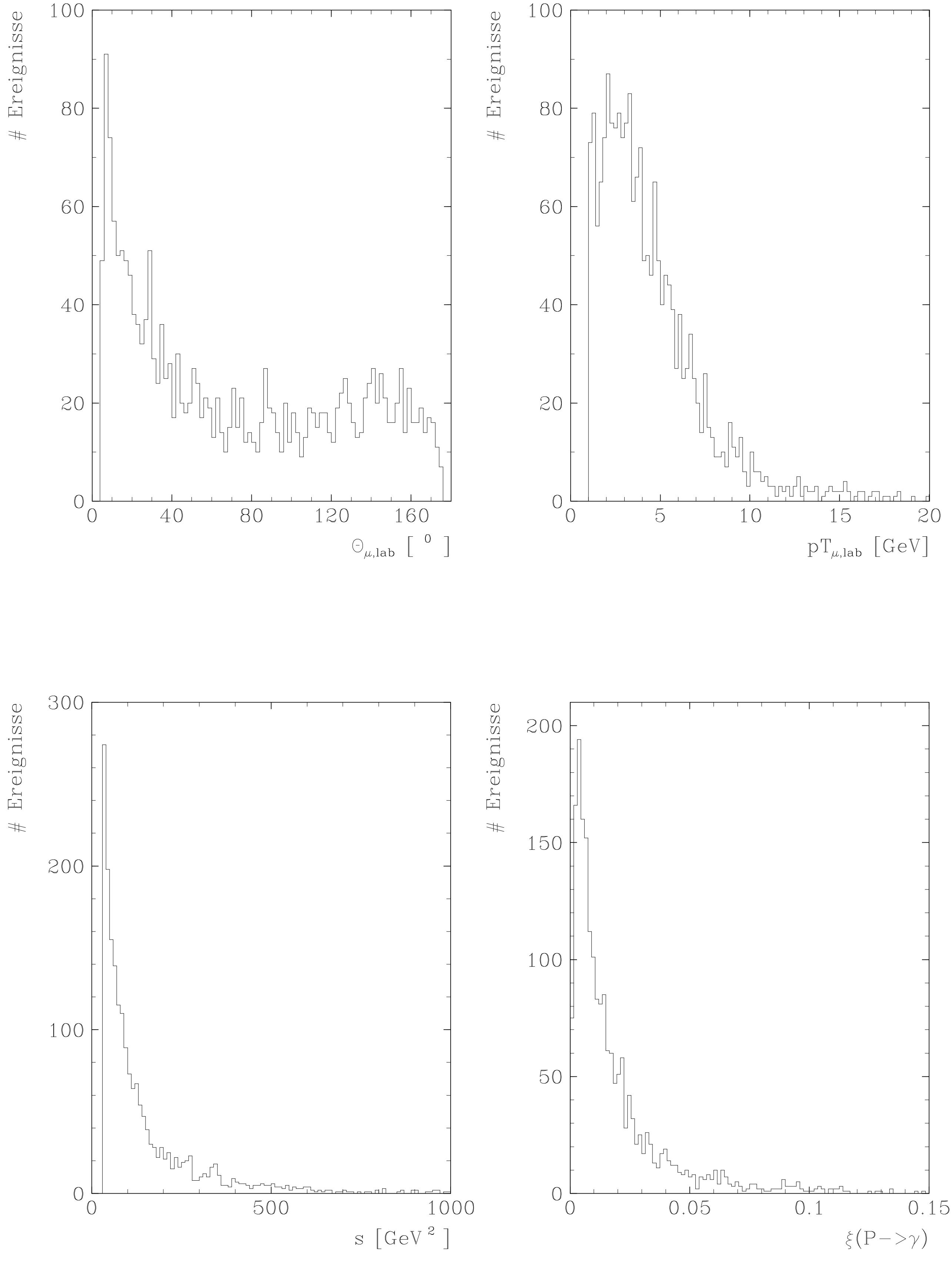

Abbildung 4.12: Standardhistogramme des inelastischen Zwei–Gamma–Prozesses (Teil 2)

4.1.4 Vergleich mit LPAIR

Wie im verhergehenden Abschnitt beschrieben ist der Generator EPEGAM für die inelastische Zwei–Gamma–Prozeßbetrachtung nur auf solche Fälle beschränkt wo die Q_p^2– Skala durch eine andere große Skala kompensiert wird, wodurch der Wirkungsquerschnitt sehr klein wird. Basierend auf den Cutbedingungen 4.1 und 4.7 lieferten die Generatoren EPEGAM und LPAIR die in Tabelle 4.2 aufgelisteten Wirkungsquerschnitte in Abhängigkeit von $\hat{s}_{min}$, die zusätzlich in Abbildung 4.13 geplottet sind. Man erkennt eine immer besser werdende Übereinstimmung mit zunehmendem $\hat{s}_{min}$. Die entspechenden Histogramme der wichtigsten Parameter sind für $\hat{s}_{min} \geq 30\,GeV^2$ in Abbildung 4.14 und 4.15 zu sehen.

$\hat{s}_{min}\,[GeV^2]$	$\sigma_{EPEGAM}\,[pb]$	$\sigma_{LPAIR}\,[pb]$	Abweichung [%]
10	0.199	0.182	9
30	0.135	0.132	2
50	0.102	0.100	2
70	0.081	0.080	1
100	0.060	0.061	-1

Tabelle 4.2: Vergleich der inelastischen Wirkungsquerschnitte von EPEGAM und LPAIR

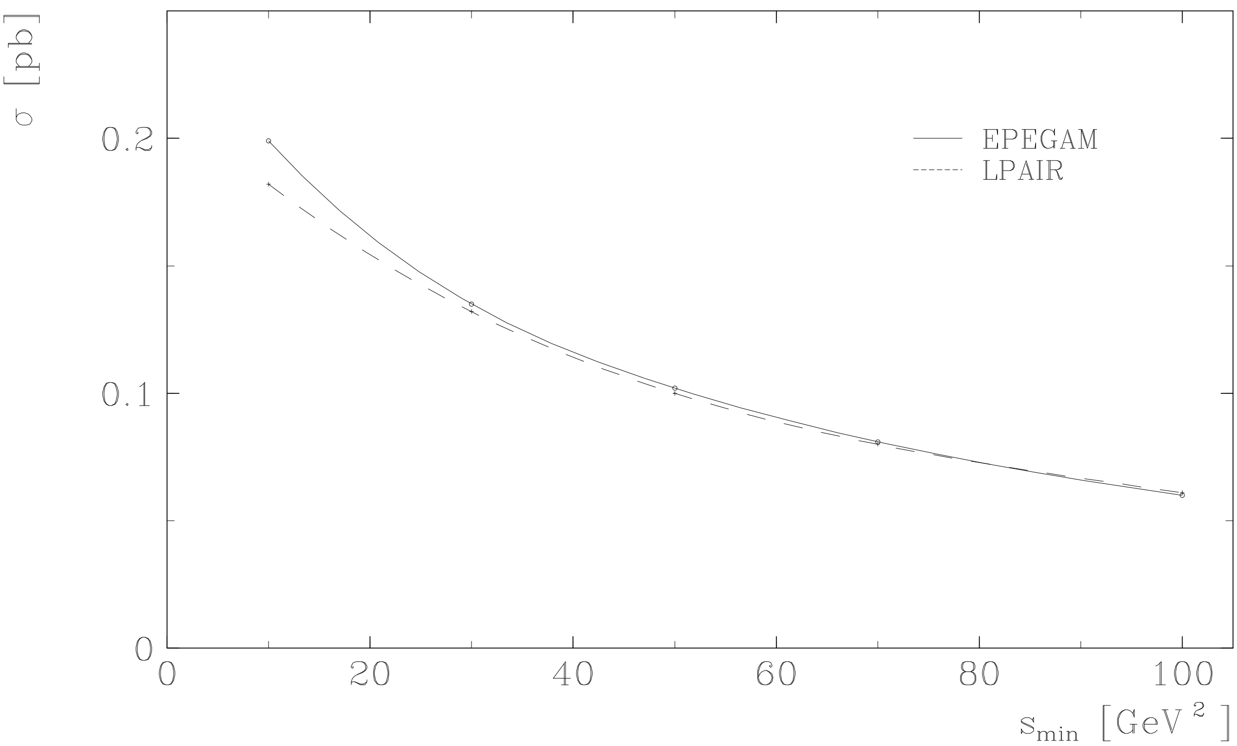

Abbildung 4.13: Vergleich der von EPEGAM und LPAIR berechneten inelastischen Wirkungsquerschnitte; Cuts: 4.1 und 4.7

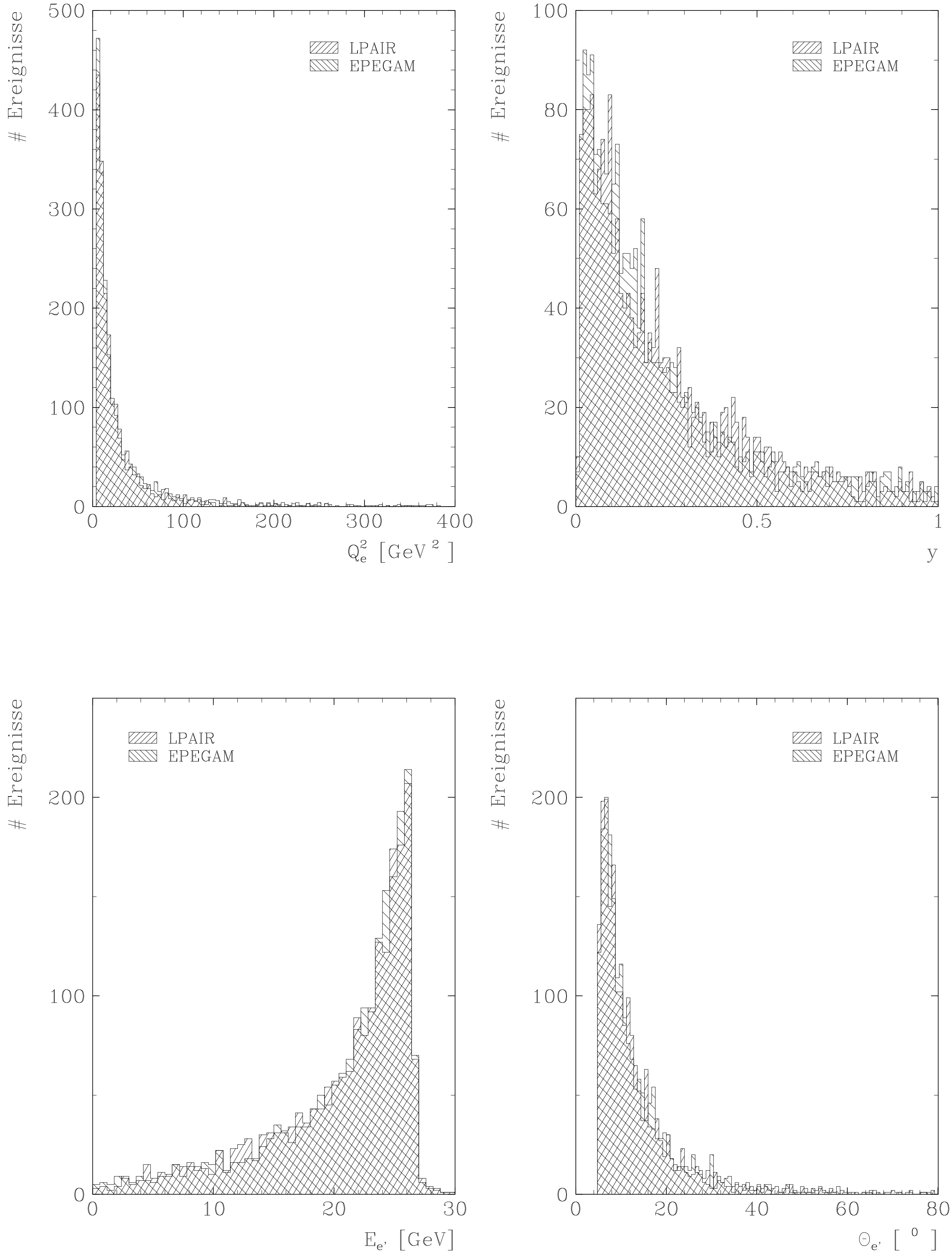

Abbildung 4.14: Vergleich von EPEGAM– und LPAIR–Histogrammen (inelastisch, Teil 1); Cuts: 4.1 und 4.7

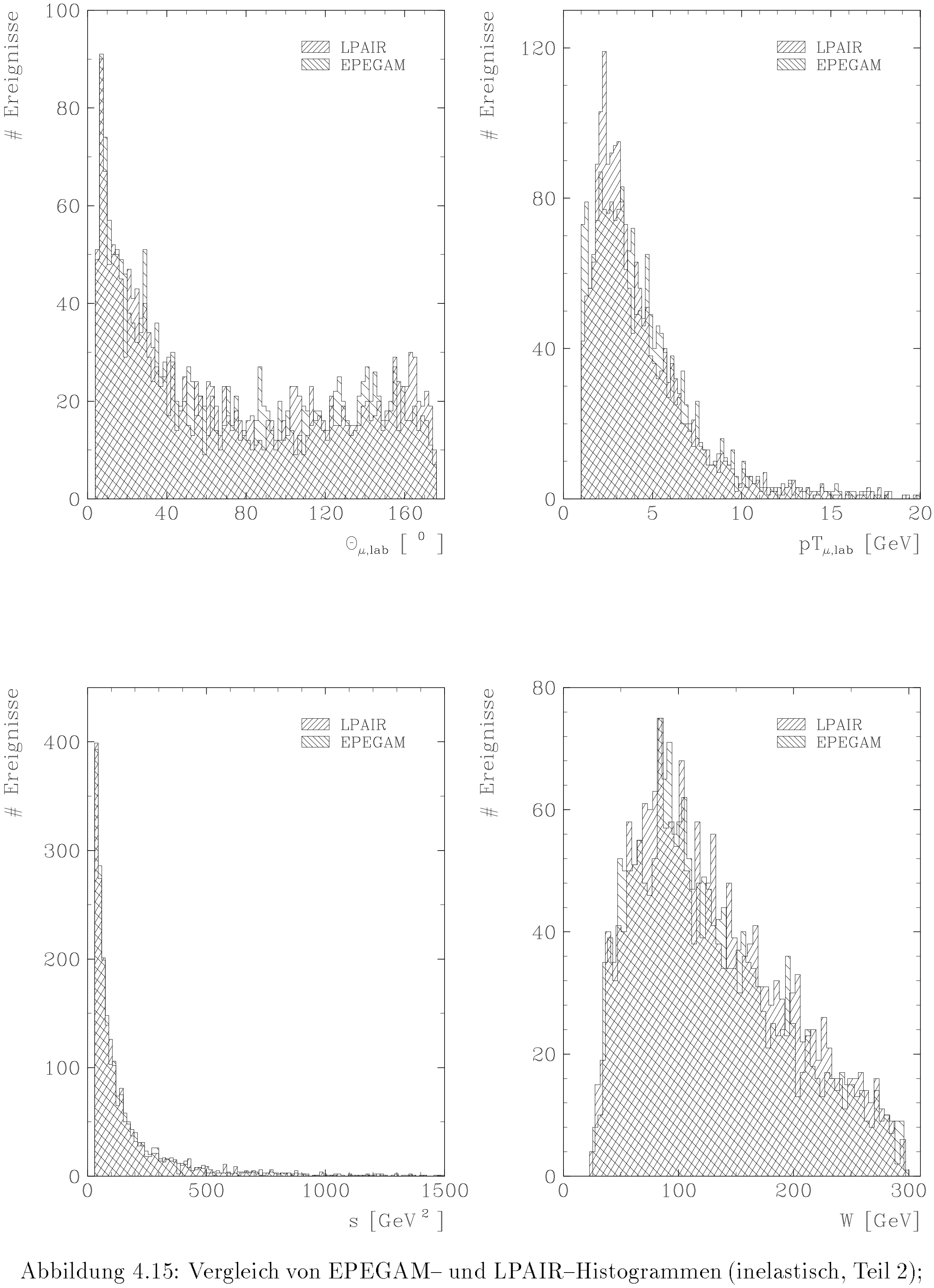

Abbildung 4.15: Vergleich von EPEGAM– und LPAIR–Histogrammen (inelastisch, Teil 2); Cuts: 4.1 und 4.7

4.1.5 Der longitudinale Anteil des Wirkungsquerschnittes

Sowohl für den elastischen als auch für den inelastischen Fall der Zwei–Gamma–Wechselwirkung gewinnt der longitudinale Anteil des harten Subprozesses erst bei größeren Q_e^2– Werten, d. h. für virtuelle Photonen, an Bedeutung. Um diesen Einfluß darzulegen wurden hier die Q^2– Bereiche für den elastischen und inelastischen Fall auf

$$Q_e^2 \in [1, 1000]\, GeV^2 \qquad \text{und} \qquad Q_p^2 \in [0, 0.1]\, GeV^2 \tag{4.8}$$

bzw.

$$Q_e^2 \in [5, 10^5]\, GeV^2 \qquad \text{und} \qquad Q_q^2 \in [5, 7]\, GeV^2 \tag{4.9}$$

beschränkt, wobei die übrigen Cuts denjenigen in 4.1 entsprechen. In Abbildung 4.16 und 4.17 sind die jeweiligen Kurvenverläufe für die elastische bzw. inelastische Prozeßbetrachtung zu sehen. Die Tabellen 4.3 und 4.4 enthalten die dazugehörigen Wirkungsquerschnittswerte.

$\hat{s}_{min}\, [GeV^2]$	$\sigma_{t+l}\, [pb]$	$\sigma_t\, [pb]$	long. Anteil [%]
3	13.123	9.843	25.0
5	12.542	9.630	23.2
7	11.747	9.264	21.1
10	10.824	8.737	19.3
20	8.030	6.732	16.2
50	4.123	3.819	7.4
70	3.075	2.797	9.0
100	2.119	1.965	7.3

Tabelle 4.3: Longitudinaler Wirkungsquerschnitt (elastischer Fall)

$\hat{s}_{min}\, [GeV^2]$	$\sigma_{t+l}\, [pb]$	$\sigma_t\, [pb]$	long. Anteil [%]
10	0.199	0.144	27.6
30	0.135	0.110	18.5
50	0.102	0.086	15.7
70	0.081	0.070	13.6
100	0.060	0.054	10.0

Tabelle 4.4: Longitudinaler Wirkungsquerschnitt (inelastischer Fall)

4.1.6 Die φ – Abhängigkeit

Zur φ – Abhängigkeit des harten Subprozesses ist zu sagen, daß sie trotz zahlreicher Versuche in unterschiedlichen Phasenraumgebieten nicht deutlich nachzuweisen war. So wurde eine Modulation, die vom $\cos 2\varphi$ – Term dominiert wurde registriert, die jedoch in der Größenordnung von unter 1 % und damit innerhalb des Integrationsfehlers lag. Diese Feinheiten spielen in der Realität keine Rolle und wurden nicht weiter untersucht.

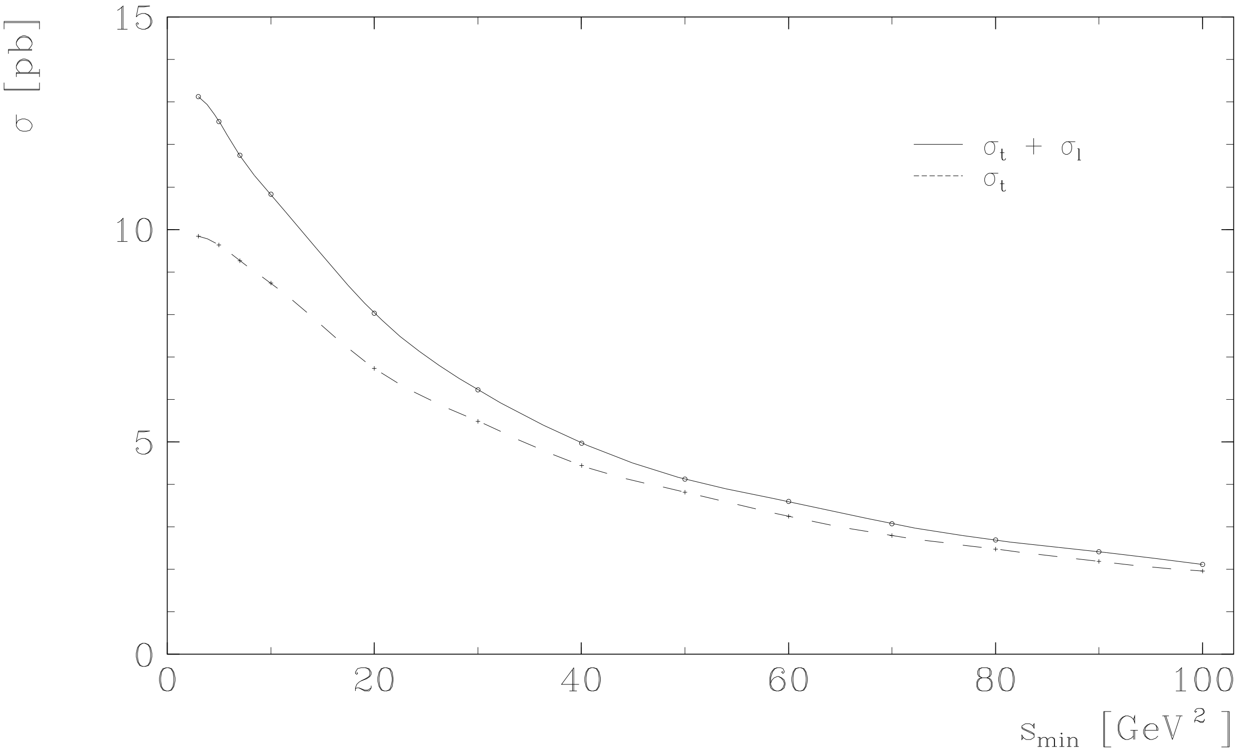

Abbildung 4.16: Longitudinaler Anteil des elastischen Zwei–Gamma–Wirkungsquerschnittes

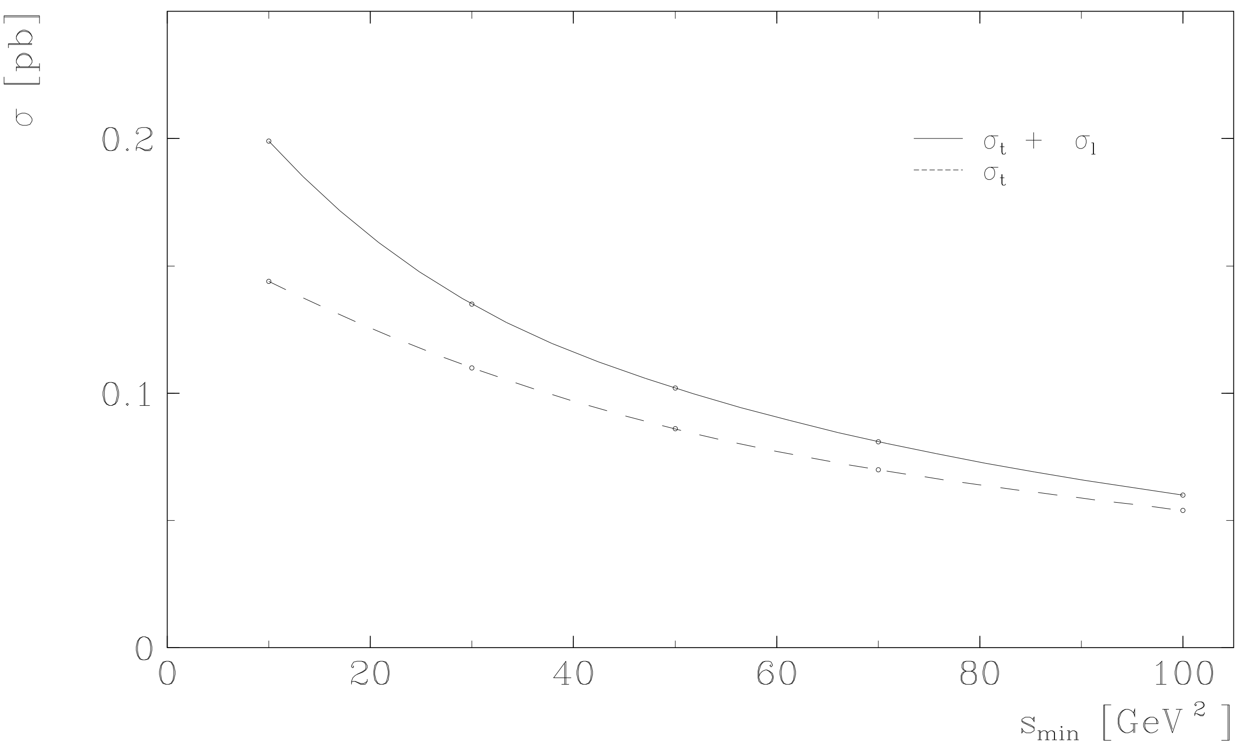

Abbildung 4.17: Longitudinaler Anteil des inelastischen Zwei–Gamma–Wirkungsquerschnittes

4.2 EPEMAX (Drell–Yan–Prozeß)

Der Generator EPEMAX ist bei der Berechnung des Wirkungsquerschnittes auf keinerlei zusätzliche Schnitte angewiesen, so daß über den vollen Phasenraumbereich integriert werden kann. Variiert man die untere Grenze des invarianten Massenquadrates der Myonen ($\hat{s}_{min}$) so ergeben sich die in Abbildung 4.18 aufgetragenen bzw. in Tabelle 4.5 aufgeführten Werte. Als Proton– und Photonstrukturfunktion wurden MRS D^- bzw. GRV zugrundegelegt. Es sei bemerkt, daß die Abhängigkeit von der Protonstrukturfunktion beachtlich ist. So wurden Unterschiede bis zu (–) 75 % festgestellt. Diese sind auf die stark unterschiedliche Parametrisierung der Quarkverteilungen bei sehr kleinen Impulsbruchteilen zurückzuführen. Auch die Wahl der jeweiligen QCD–Skala ist zu beachten. Unterwirft man die entstehenden Myonen den Cut–Bedingungen 4.1, so erhält man die in Abbildung 4.19 geplotteten Wirkungsquerschnittswerte. Die durchgezogene Kurve entspricht dabei der Forderung, daß beide Myonen die obengenannten Schnitte erfüllen, die gestrichelte Kurve hingegen, daß nur eines der beiden Myonen dieselbigen erfüllen muß. Für das Verhältnis zwischen dem beobachtbaren und totalen Wirkungsquerschnitt ($\sigma_{tot} = 1132\,pb$) erhält man die erste der beiden folgenden Abschätzungen, die die starke Einwirkung der Myon–Cuts symbolisiert.

$$\frac{\sigma_{vis}}{\sigma_{tot}} \leq 10^{-3} \qquad , \qquad \frac{\sigma^{q\bar{q}}}{\sigma_{el}^{\gamma\gamma}} \approx 10^{-2} \tag{4.10}$$

Festzustellen ist ferner die sehr starke Unterdrückung verglichen mit den Werten des elastischen Zwei–Gamma–Prozesses, die in der Größenordnung $\approx 10^{-2}$ liegt. Dies ist einmal auf die wesentlich kleineren Teilchenflüsse auf der Elektronen– bzw. Protonenseite und auf das zusätzlich eingehende Ladungsquadrat sowie den Farbfaktor der beteiligten Quarks zurückzuführen. Zum Abschluß seien die Verteilungen der Größen

$$z_{e->\gamma} \quad , \quad z_{\gamma->q} \quad , \quad \xi_{P->q} \quad , \quad \hat{s} \quad , \quad E_{e'} \quad , \quad E_{\mu,lab} \quad , \quad pT_{\mu,lab} \quad , \quad \Theta_{\mu,lab}$$

aufgeführt, die der Generator EPEMAX lieferte. Sie sind in Abbildung 4.20 und 4.21 zu sehen, wo ebenfalls die Tendenz zu kleinen Impulsbruchteilen auffällt.

$\hat{s}_{min}\ [GeV^2]$	$\sigma_{no,\mu-Cut}\ [pb]$	$\sigma_{1\mu-Cut}\ [pb]$	$\sigma_{2\mu-Cut}\ [pb]$
0.044	1132.261	—	—
0.5	91.488	—	—
1	43.736	—	—
2	19.802	—	—
3	12.494	2.960	1.442
4	9.022	—	—
5	6.804	2.750	1.318
7	4.544	2.291	1.080
10	2.997	1.738	0.855
15	1.833	—	—
20	1.265	—	—

Tabelle 4.5: Mit EPEMAX berechnete Wirkungsquerschnittswerte

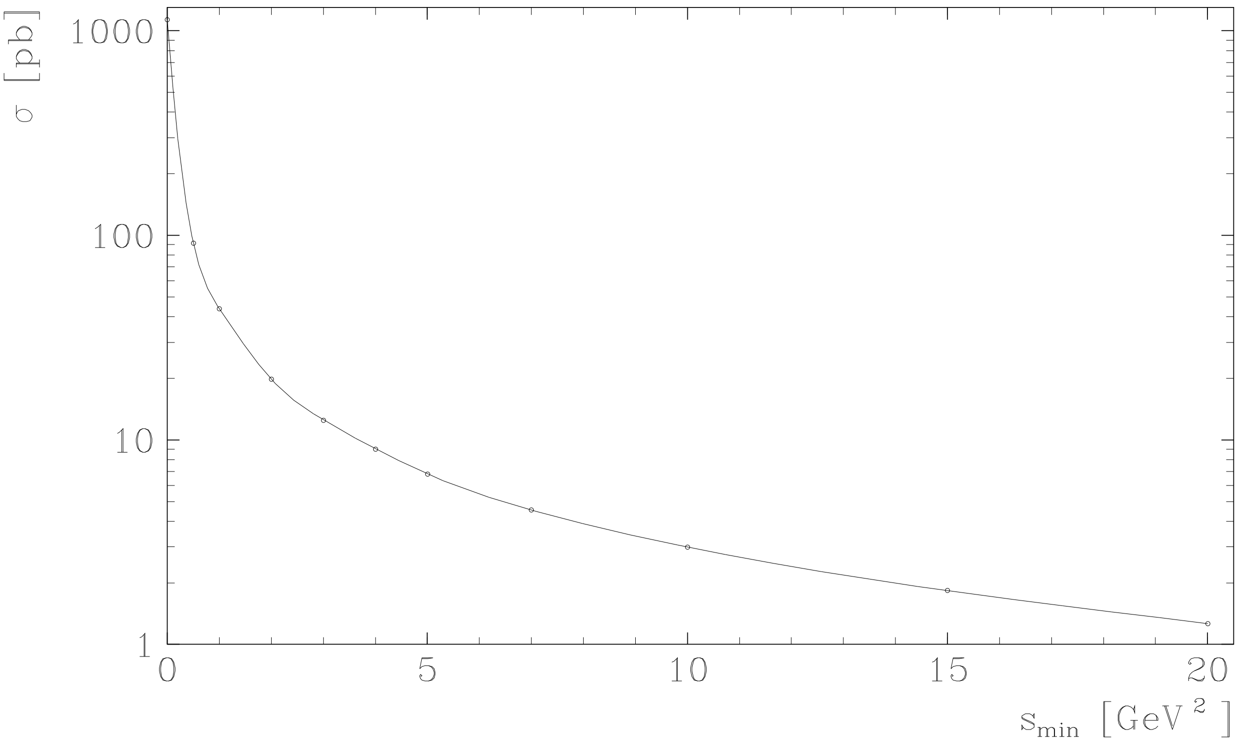

Abbildung 4.18: Gesamtwirkungsquerschnitt des Drell–Yan–Prozesses

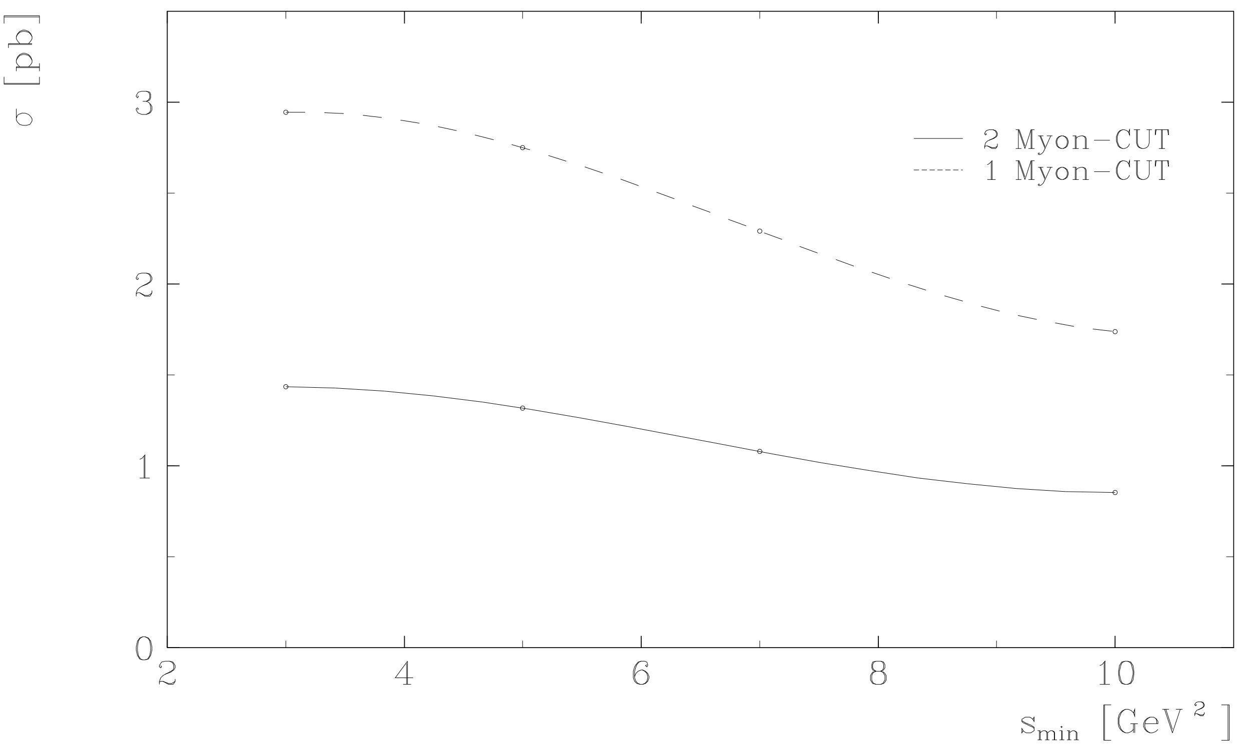

Abbildung 4.19: Wirkungsquerschnitt des Drell–Yan–Prozesses mit Myon–Cuts: 4.1

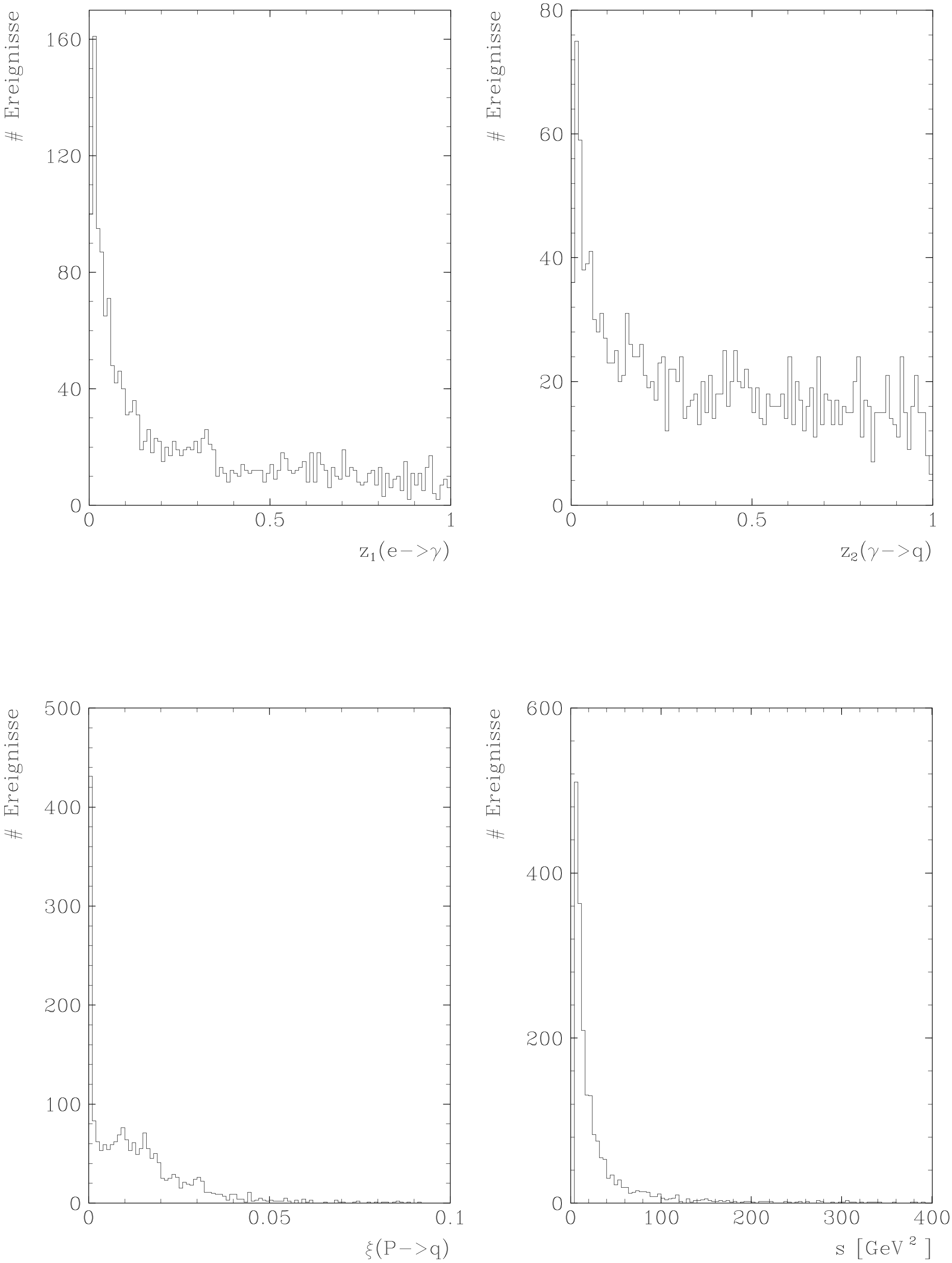

Abbildung 4.20: Standardhistogramme des Drell–Yan–Prozesses (Teil 1)

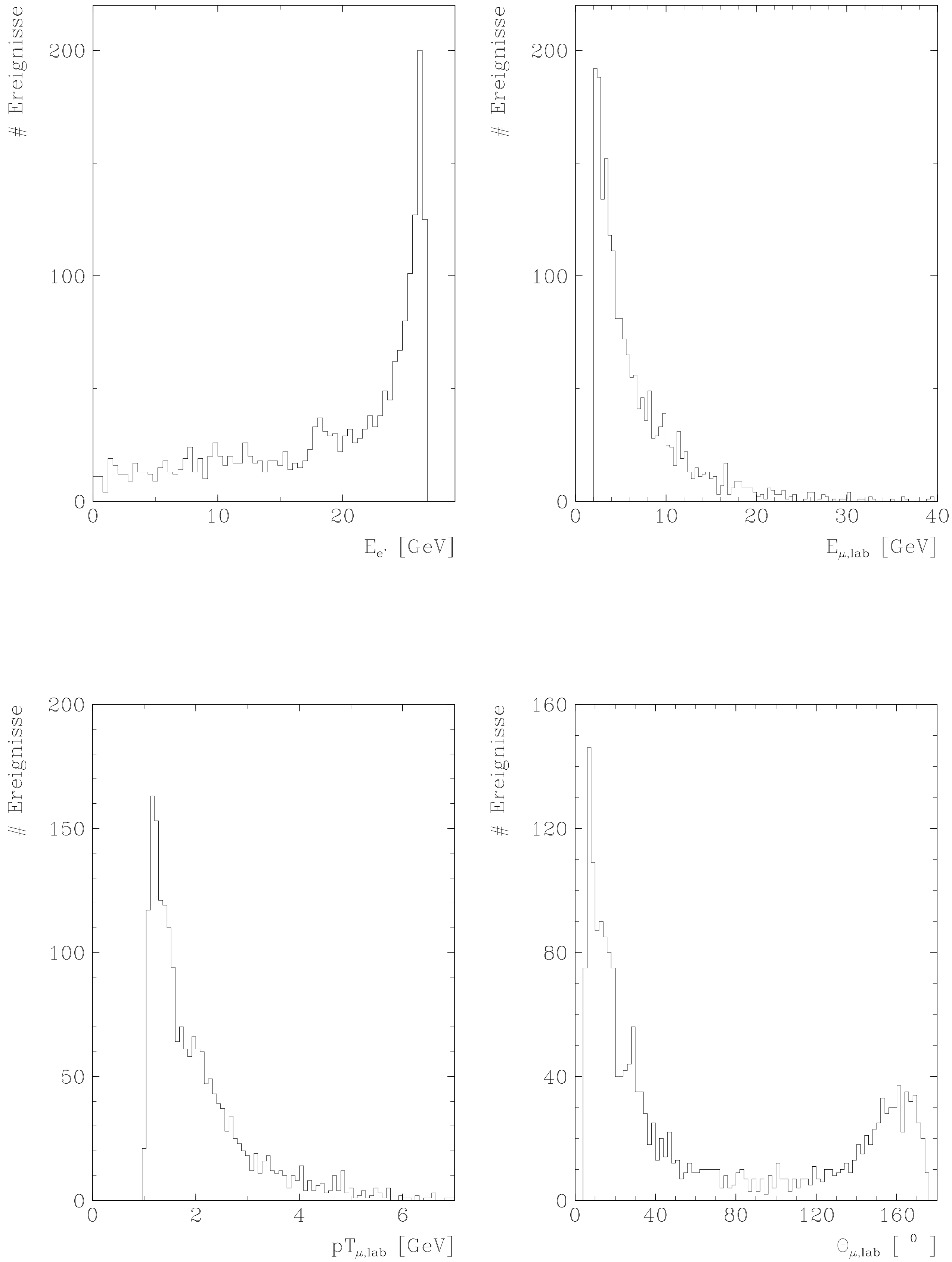

Abbildung 4.21: Standardhistogramme des Drell–Yan–Prozesses (Teil 2)

4.3 Zusammenfassung

Das Studium der Myon–Paar–Erzeugung in ep–Stößen, die auf dem Zwei–Gamma–Austausch bzw. dem Drell–Yan–Mechanismus basieren, führten zu folgenden Erkenntnissen.

- Eine Faktorsierung des Gesamtprozesses liefert bezüglich der exakten Behandlung eine Abweichung von bis zu 1 %.
- Obwohl die Prozesse von der $\mathcal{O}(\alpha^4)$ sind weisen sie hohe totale Wirkungsquerschnitte auf, die auf große Photonflüsse zurückzuführen sind.
- Der gesamte Zwei–Gamma–Prozeß wird vom elastischen Fall dominiert.
- Der Drell–Yan–Prozeß ist gegenüber dem elastischen Zwei–Gamma–Austausch stark unterdrückt.

$$\frac{\sigma^{q\bar{q}}}{\sigma_{el}^{\gamma\gamma}} \approx 10^{-2}$$

- Das Verhältnis zwischen beobachtbaren und totalen Wirkungsquerschnitt liegt bei beiden Prozesses bei

$$\frac{\sigma_{vis}}{\sigma_{tot}} \leq 10^{-3}$$

Mit den berechneten Wirkungsquerschnitten kann die Anzahl der an HERA zu erwarteten Ereignisse pro Jahr für die beiden Prozeßbetrachtungen zu

$$\begin{array}{lcl} \text{Zwei–Gamma–Austausch} & : & \approx\ 130 \\ \text{Drell–Yan–Prozeß} & : & \approx\ 1 \end{array}$$

abgeschätzt werden, wobei eine Luminosität von 1 $pb^{-1}/Jahr$ zugrundegelegt wurde. Dies bedeutet, daß die Luminosität stark erhöht werden muß um diese Ereignisse in genügendgroßer Anzahl beobachten zu können.

Kapitel 5

Programmdetails

Die beiden Monte–Carlo–Ereignisgeneratoren EPEMAX und EPEGAM wurden in der Programmiersprache FORTRAN77 geschrieben und genügen dem H1–Standard. Sie wurden sowohl auf der IBM3090 des DESY–Rechenzentrums in Hamburg als auch auf dem ACDS–Cluster des Physikzentrums der RWTH–Aachen installiert und getestet. Ihre CMZ bzw. CAR – Files sind unter folgenden Pfaden zu finden.

IBM	:	F34NIE.H1GEN.EPEMAX.CMZ	.CAR
		F34NIE.H1GEN.EPEGAM.CMZ	.CAR
ACDS	:	/usr/ds031/h1/niedzbal/.H1GEN/Epemax/epemax.cmz	.car
	:	/usr/ds031/h1/niedzbal/.H1GEN/Epegam/epegam.cmz	.car

5.1 Die Programmstruktur eines Generators

Wie eben erwähnt sind beide Generatoren dem H1–Standard angepaßt. Dieser fordert neben einer Programmverwaltung durch CMZ (Code Managment System using Zebra) [23], der Benutzung des Programmsystems BOS (Bank Operating System) [24] zur dynamischen Speicherplatzverwaltung und einiger Namenskonventionen auch einen einheitlichen Generatoraufbau. Ein CMZ–File ist dabei in die folgenden Unterbereiche,

- GNAME
- H1GNAME
- GENFIL
- STEERING
- DOCUMENTATION
- GNAME_MACROS

die auch als Patches bezeichnet werden und wiederum in sogenannte Decks gegliedert sind, aufgeteilt. GNAME steht hierbei für den jeweiligen Generatornamen. Das Patch GNAME enthält unter anderem die zur Integration und Generierung notwendigen Programmroutinen, H1GNAME und GENFIL hingegen Routinen, die die Kopplung zwischen H1–Database und Generator ermöglichen. Die Patches STEERING, DOCUMENTOTION und GNAME_MACROS beinhalten ein Steuerfile, Installationshinweise bzw. Definitionen von COMMON–Blöcken.

Der Generatoraufbau und damit der Programmablauf werden durch die Routinen H1GEN und GNAME, die im Patch H1GNAME zu finden sind, bestimmt. Nach dem Generatorstart wird von H1GEN zunächst das Steuerfile, welches die (BOS–)Textbank 'GSTX' mit aktuellen Parametern enthält, eingelesen. Anschließend erfolgt die Initialisierung des H1-Zufallszahlengenerators und danach der Aufruf von GNAME. Diese wiederum ruft die beiden Routinen GgnINI und GgnCHA auf, wobei das Kürzel „gn“ für die ersten beiden Buchstaben des Generatornamens steht. GgnINI belegt alle Generatorparameter mit Defaultwerten, GgnCHA hingegen ändert diese nach den Vorgaben im Steuerfile ab. Ist dieser Schritt abgeschlossen, beginnt der im Kapitel 3.1 beschriebene Integrations- und Generierungsteil. Nach der Integration, jeder Eventgenerierung und Beendigung des Generatordurchlaufs erfolgt durch den Aufruf von GENFIL–Routinen die Übergabe erhaltener Daten und Resultate an „Interface“ COMMON–Blöcke. Diese werden durch GENOUT–Routinen in ein maschinenunabhängiges FPACK–Format [25] übersetzt und zur Speicherung an BOS–Bänke bzw. die H1–Database übergeben. Eine detailierte Auflistung der Einträge der existierenden BOS–Bänke findet man in [26]. Die Graphik in Abbildung 5.1 verdeutlicht noch einmal die oben genannten Zusammenhänge.

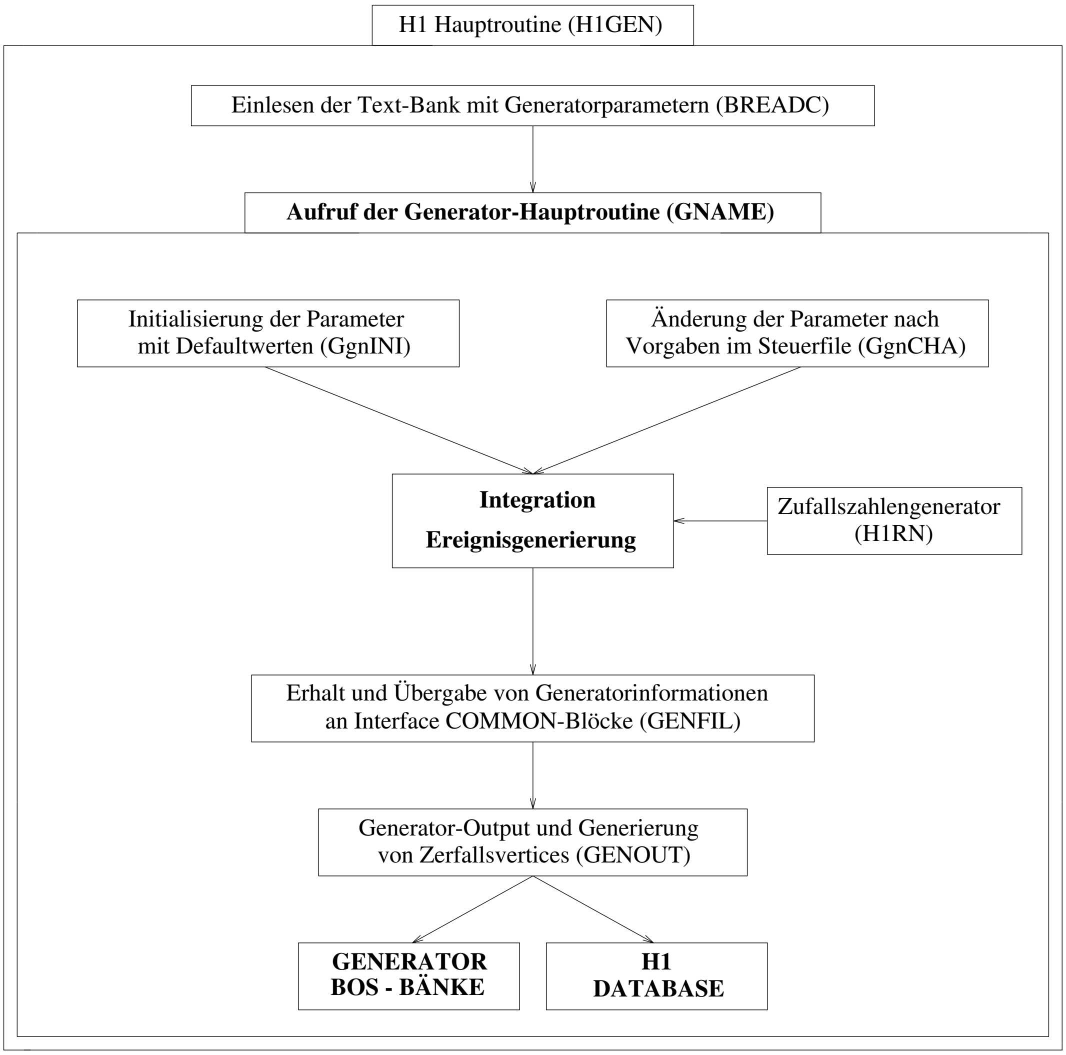

Abbildung 5.1: Der Aufbau eines Generators im H1–Standard

5.2 COMMON–Blöcke und deren Einträge

Wie in Kapitel 3 erwähnt, sind beide Generatoren auf Fremdroutinen angewiesen, zu denen speziell BASES, SPRING und JETSET zählen. Der Informationsaustausch zwischen ihnen und den Generatoren erfolgt durch Einträge in entsprechende COMMON–Blöcke. Neben diesen existieren noch weitere, die im wesentlichen Steuervariablen bzw. für die Kinematik notwendige Parameter enthalten. Die wichtigsten von ihnen sind hier aufgelistet und ihre Einträge dokumentiert. Es sei bemerkt, daß die Benennung der COMMON–Blöcke in beiden Generatoren zwar identisch ist, doch aufgrund unterschiedlicher Subprozesse diese aber teilweise verschieden belegt sind. Im folgenden sind die durch eine Leerzeile abgesetzt bzw. durch (—) dargestellten Einträge dem Generator EPEMAX zugeordnet, wobei (—) eine Nichtbelegung symbolisiert. Die Einträge der beiden folgenden COMMON–Blöcke werden von BASES und SPRING benötigt.

COMMON /BASE1/ NDIM,NCUB1,NTRIAL,ITMX,IGRAPH,IFLAG,NOMAX

NDIM	:	Anzahl der Dimensionen für Integration und Generierung
NCUB1	:	Anzahl der von BASES erstellten Hyperkuben (Ausgabevariable)
NTRIAL	:	Anzahl der Würfelversuche pro Hyperkubus
ITMX	:	Maximale Anzahl der Iterationsschritte
IGRAPH	:	Schalter für Histogrammerstellung (unbenutzt)
IFLAG	:	Input-Output-Variable (siehe Tabelle 3.1)
NOMAX	:	Maximalanzahl möglicher Hyperkuben

COMMON /RESULT/ S1,S2,S3,S4

S1	:	Wert des Gesamtintegrals
S2	:	Wert der Varianz des Gesamtintegrals
S3	:	Integralwert der letzten Iteration
S4	:	Varianz des Integralwertes der letzten Iteration

Für die Schauerung bzw. Hadronisierung durch JETSET ist der COMMON

COMMON /LUJETS/ N,K(4000,5),P(4000,5),V(4000,5)

wichtig. Hierfür gilt

N	:	Anzahl der am Prozeß beteiligten Teilchen
K(i, j)	:	Eigenschaften des i-ten Teilchens
P(i, j)	:	Dreierimpuls, Energie und Masse des i-ten Teilchens
V(i, j)	:	Informationen über den Vertexursprung des i-ten Teilchens,

wobei die Zuordnung einzelner Farbsingletts durch die Felder K(i, 4) und K(i, 5), wie nachstehend aufgeführt, erfolgt und das gesamte Feld V(i, j) in beiden Generatoren nicht gefüllt wird.

$$K(i,4) = 10000 \cdot \text{Zeilennummer des zugewiesenen Farbteilchens}$$
$$K(i,5) = 10000 \cdot \text{Zeilennummer des zugewiesenen Farbantiteilchens}$$

Eine ausführlichere Beschreibung der Feldeinträge findet man in der Programmanleitung von JETSET [18].

Die beiden Parameterblöcke PARAM1 und PARAM2 enthalten Größen, die für die kinematische Berechnung der einzelnen Prozesse notwendig sind.

COMMON /PARAM1/ S,E0,P0,RME,RMP,RMMU,QUM(8)

S	:	Schwerpunktsenergie der Gesamtreaktion
E0	:	Energie des einlaufenden Elektrons
P0	:	Energie des einlaufenden Protons
RME	:	Ruhemasse des Elektrons
RMP	:	Ruhemasse des Protons
RMMU	:	Ruhemasse des Myons
QUM(8)	:	Feld für die Massen der beteiligten Quarks

COMMON /PARAM2/ AL,PI,WQSCAL,PUD0,ACC1,ACC2

AL	:	α (Feinstrukturkonstante)
PI	:	π
WQSCAL	:	Umrechnung von GeV^{-2} in *picobarn*
PUD0	:	Wahrscheinlichkeitsverhältnis der Spins im ud– Diquark
ACC1	:	Genauigkeitgrenze für die Gittererstellung durch BASES
ACC2	:	Genauigkeitgrenze für die Varianz bei der BASES–Integration

Die Einträge nachstehender COMMON–Blöcke enthalten kinematische Ausgabewerte.

COMMON /FOUT/ Q2LEP,YY,XX,CTHED,PHI,ZZ,NCALL(3)

ZZ1,ZZ2,XX,CTHED,NCALL(3)

Q2LEP	:	Q_e^2
YY	:	y
XX	:	ξ
CTHED	:	$\cos\widehat{\Theta}$
PHI	:	φ
ZZ	:	z
NCALL(3)	:	Anzahl der Funktionsaufrufe durch BASES
ZZ1	:	z_1
ZZ2	:	z_2

COMMON /KINOUT/ SD,TD,UD,PTL1,PDI,PDF,W2,UU,FUNDET,EE0(–),THEEL(–)

SD	:	$\hat{s}$
TD	:	$\hat{t}$
UD	:	$\hat{u}$
PTL1	:	$pT_{\mu,lab}$
PDI	:	$\hat{p}_i$
PDF	:	$\hat{p}_f$
W2	:	W^2
UU	:	ν
FUNDET	:	Wert der Funktionaldeterminante
EE0	:	$E_{e'}$
THEEL	:	$\Theta_{e'}$

Die nun folgenden COMMON–Blöcke werden durch die jeweiligen Steuerfiles gefüllt und ermöglichen so dem Benutzer eine individuelle Einstellung des Generators.

COMMON /EXTERN/ ISTEER,IGUN,IFLAG,NEVENT,IPRI,IPRF

ISTEER	:	Schalter zur Gittererzeugung und/oder Generierung
IGUN	:	I/O–Nummer für das Gitter
IFLAG	:	Input/Output Variable für BASES, vgl. Tabelle 3.1
NEVENT	:	Anzahl der zu generierenden Ereignisse
IPRI	:	erstes auszulistendes Ereignis
IPRF	:	letztes auszulistendes Ereignis

COMMON /CUTS/ XMIN,XMAX,YMIN,YMAX,Q2MIN,Q2MAX,Q2PMIN,Q2PMAX,EMIN,
PTMIN,THMN,THMX,PHIMIN,PHIMAX,WMIN,WMAX,SDMIN

Z1MIN,Z1MAX,Z2MIN,Z2MAX,XMIN,XMAX,EMIN,PTMIN,THMN,THMX

XMIN	:	untere ξ– Grenze
XMAX	:	obere ξ– Grenze
YMAX	:	obere y– Grenze
YMIN	:	untere y– Grenze
Q2MIN	:	Q^2_{min} auf der Elektronseite
Q2MAX	:	Q^2_{max} auf der Elektronseite
Q2PMIN	:	Q^2_{min} auf der Protonseite
Q2PMAX	:	Q^2_{max} auf der Protonseite
EMIN	:	minimale Energie des erzeugten Myons im Laborsystem
PTMIN	:	minimaler Transversalimpuls des erzeugten Myons im Laborsystem
THMN	:	Θ_{min} des erzeugten Myons im Laborsystem (in Grad)
THMX	:	Θ_{max} des erzeugten Myons im Laborsystem (in Grad)
PHIMIN	:	minimales φ des harten Subprozesses (in Grad)
PHIMAX	:	maximales φ des harten Subprozesses (in Grad)
WMIN	:	minimale invariante Hadronenmasse
WMAX	:	maximale invariante Hadronenmasse
SDMIN	:	minimales invariantes Massenquadrat der beiden Myonen = $\hat{s}$
Z1MIN	:	untere $z_{1,e\to\gamma}$ – Grenze
Z1MAX	:	obere $z_{1,e\to\gamma}$ – Grenze
Z2MIN	:	untere $z_{2,\gamma\to q}$ – Grenze
Z2MAX	:	obere $z_{2,\gamma\to q}$ – Grenze

COMMON /PSTRUC/ MODE

MODP,MODG

MODE(P)	:	MODE–Nummer der Protonstrukturfunktion (siehe PDFLIB [7])
MODG	:	Parametrisierungs–Nummer der Photonstrukturfunktion (siehe PHOPDF [6])

COMMON /SWITCH/ IFLAV(8),IFRAGO,MCUT,INEL (–),MPHI (–)

IFLAV(8) : Schalter für die Beteiligung eines Quarks am Prozeß,
= 0 keine Berüchsichtigung des endsprechenden Quarks
= 1 eine Berüchsichtigung des endsprechenden Quarks

IFRAGO : Schalter für Schauerung und Fragmentierung,
= 0 weder Schauerung noch Fragmentierung
= 1 alleinige Schauerung
= 2 alleinige Fragmentierung
= 3 sowohl Schauerung als auch Fragmentierung

MCUT : Schalter für die Erfüllung der Myoncuts,
= 0 kein Myon erfüllt die Cutbedingungen
= 1 ein Myon erfüllt die Cutbedingungen
= 2 zwei Myonen erfüllen die Cutbedingungen

INEL : Schalter für elastische bzw. inelastische Prozeßbetrachtung,
= 0 elastische Prozeßbetrachtung
= 1 inelastische Prozeßbetrachtung

MPHI : Schalter für die φ-Abhängigkeit,
= 0 ohne φ– Abhängigkeit
= 1 mit φ– Abhängigkeit

5.3 Die wichtigsten Unterprogramme

Nachfolgend sind einige der in den Generatoren verwendeten Routinen in alphabetischer Reihenfolge und mit kurzer Aufgabenbeschreibung angeführt.

ANALYS : Diese Routine dient zur Aufnahme von Histogrammen, die mit dem Graphikpaket LOOK [27] erstellt werden.

BASES : Diese Routine führt mit Hilfe der Funktion F die Integration durch.

CART2 : Mit dieser Funktion erfolgt eine Transformation von kartesischen zu Polarkoordinaten.

CROCO : Die Routine ermöglicht eine Korrektur des Wirkungsquerschnittes aufgrund zusätzlich während der Generationsphase angebrachten Schnitte.

DSIGD : Diese Routine dient zur Berechnung des Wirkungsquerschnittes des harten Subprozesses.

DSTRED : Lese–Routine für BASES

DSTWRT : Schreib–Routine für BASES

EPEND : Diese Routine wird nach einer Generierung aufgerufen.

EPEVNT : Dies ist die Hauptaufrufroutine zur Eventgenerierung.

EPINIT : Dies ist die Hauptaufrufroutine zur Integration.

F : Diese Funktion beschreibt den differetiellen Wirkungsquerschnitt, der an BASES zur Integration übergeben wird.

FEG : Funktion zur Berechnug der Weizsäcker–Williams–Näherung am Elektronenast bei EPEMAX.

HISTO : Diese Routine dient der Datenerfassung bei der Histogrammerstellung.

INIGEN : Hauptaufrufroutine für die Eventgenerierung, nachdem zuvor nur das Gitter bestimmt worden ist.

ITITLE : Eine Routine, die das Output–Layout bestimmt.

JET... : Diese Routine initialisiert den COMMON LUJETS von JETSET.
...ELA für elastischen Prozeß
...VAL bei Beteiligung eines Valenzquarks am harten Subprozeß
...SEA bei Beteiligung eines Seequarks am harten Subprozeß

KINEMA : In dieser Routine werden die gesamte Kinematik und für Schnitte benötigte Größen des zugrundeligenden Prozesses berechnet.

MEANMY : Eine Hilfsroutine zur Berechnug von Erwartungswerten inklusive ihrer Varianzen.

SPRING : Dies ist die Komplementärroutine zu BASES. Sie übernimmt das Würfeln der Phasesnraumpunkte zur Ereignisgenerierung.

UGEN : Diese Routine ermittelt einen konkreten Subprozeß.

UINT : Diese Routine steuert die Integration.

USTAT : Diese Routine erstellt eine Statistik zu den generierten Ereignissen.

WWPR : Eine Funktion die die Weizsäcker–Williams–Näherung für das Proton berechnet (EPEGAM). Siehe auch Kapitel 2.3.2

5.4 Auszug aus dem Programmquellcode

Um einen Einblick in den Quellcode des Generatorprogramms EPEGAM zu geben ist an dieser Stelle die Routine UINT, die die Integration steuert, und die von BASES benötigte Funktion F abgedruckt.

```
*=====================================================================
      SUBROUTINE UINT(IFLAG2,IGUN)
*---------------------------------------------------------------------
      EXTERNAL F

      COMMON/PARAM1/S,E0,P0,RME,RMP,RMMU,QUM(8)
      COMMON/PARAM2/AL,PI,WQSCAL,PUD0,ACC1,ACC2
      COMMON/PSTRUC/MODE
      COMMON/SWITCH/IFLAV(8),IFRAG0,MCUT,INEL,MPHI
      COMMON/FOUT/Q2LEP,YY,XX,CTHED,PHI,ZZ,NCALL(3)
      COMMON/KINOUT/SD,TD,UD,PTL1,PDI,PDF,W2,UU,FUNDET,EE0,THEEL,THELEP
      COMMON/CROSS/GAIMP(8),TEIL
      COMMON/BASE1/NDIM,NCUB1,NTRIAL,ITMX,IGRAPH,IFLAG,NOMAX
      COMMON/RESULT/S1,S2,S3,S4
*---------------------------------------------------------------------
      DO 3 I=1,3
    3 NCALL(I) = 0
*---------------------------------------------------------------------
      IFLAG = IFLAG2
*---------------------------------------------------------------------
      CALL ITITLE
*--------------------------------------------------------------------
      IF(IFLAG.NE.-1.AND.IFLAG.NE.0.AND.IFLAG.NE.2.AND.IFLAG.NE.3)THEN
        PRINT*,'UINT:wrong start-IFLAG'
        STOP
      ENDIF
*--------------------------------------------------------------------
*
      IF ((INEL.EQ.0).AND.(MPHI.EQ.0)) THEN
          NDIM   = 4
          NTRIAL = 12
      ENDIF
      IF ((INEL.NE.0).AND.(MPHI.EQ.0)) THEN
          NDIM   =  5
          NTRIAL = 16
      ENDIF
      IF ((INEL.EQ.0).AND.(MPHI.EQ.1)) THEN
          NDIM   =  5
          NTRIAL = 20
      ENDIF
      IF ((INEL.NE.0).AND.(MPHI.EQ.1)) THEN
          NDIM   = 6
          NTRIAL = 12
      ENDIF
```

```
*
      PRINT*,'   original output of the Integrationprogramm BASES'
      PRINT*,'=========================================================='
      IFLAG0 = IFLAG
      IF (IFLAG.NE.3) THEN
        CALL BASES(F,ACC1,IGUN)
      ENDIF
      IFLAG1 = IFLAG
      IF (IFLAG.NE.2) THEN
        CALL BASES(F,ACC2,IGUN)
      ENDIF
      IFLAG2 = IFLAG
      WRITE(*,10)
   10 FORMAT(/,'  (INTEGRAL & STD DEV in pb )',/)
      WRITE(*,15) IFLAG0,IFLAG1,IFLAG2
   15 FORMAT(/,' IFLAG before,between and after the BASES-CALLs:',
     >          3(1X,I2),/)
      WRITE(*,20) NCALL
   20 FORMAT(/,' number of function calls before ',I7,/
     >       ,'                         between ',I7,/
     >       ,'              and after the cuts ',I7,/)
      IF (IFLAG.GE.0) REWIND IGUN
*-----------------------------------------------------------------------
      RETURN
      END




*=======================================================================
*     Definition der Funktion fuer das Integrationsprogramm BASES
*     und das Generationsprogramm SPRING
*   = differentieller Gesamtwirkungsquerschnitt des Generators
*-----------------------------------------------------------------------
      REAL FUNCTION F(Y)
*-----------------------------------------------------------------------
      EXTERNAL WWPR,DSIGD

      COMMON/PARAM1/S,E0,P0,RME,RMP,RMMU,QUM(8)
      COMMON/PARAM2/AL,PI,WQSCAL,PUD0,ACC1,ACC2
      COMMON/PSTRUC/MODE
      COMMON/FOUT/Q2LEP,YY,XX,CTHED,PHI,ZZ,NCALL(3)
      COMMON/KINOUT/SD,TD,UD,PTL1,PDI,PDF,W2,UU,FUNDET,EE0,THEEL,THELEP
      COMMON/CROSS/GAIMP(8),TEIL
      COMMON/SWITCH/IFLAV(8),IFRAG0,MCUT,INEL,MPHI
      COMMON/CUTS/XMIN,XMAX,YMIN,YMAX,Q2MIN,Q2MAX,Q2PMIN,Q2PMAX,
     >            EMIN,PTMIN,THMN,THMX,PHIMIN,PHIMAX,WMIN,WMAX,SDMIN

      REAL Y(10),QVP(8),QQ2,DSIGD,FEG0,FLUSS
```

```
      DOUBLE PRECISION DQ2PMN,DQ2PMX,DPQ2MN,DPQ2MX,FEGMIN,FEGMAX,WWPR
      DOUBLE PRECISION BXX,SCALE,UPV,DNV,SEA,STR,CHM,BOT,TOP,GL,DQ2PRO
      DOUBLE PRECISION VAL(20),COMPDF(4)
      CHARACTER*20 PARAM(20)
*
      COMMON/W50513/COMPDF
*
      LOGICAL OUT,FIRST
      DATA FIRST/.TRUE./
      SAVE FIRST
*
*-----------------------------------------------------------------------
      DO 5 IQFL=1,8,1
         GAIMP(IQFL) = 0.
    5 CONTINUE
*- - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - -
      F     = 0.
      FEG0  = 0.
      FLUSS = 0.
      TEIL  = 0.
*- - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - -
      NCALL(1) = NCALL(1) + 1
      OUT      = .FALSE.
*---------------------------------------------------------------------
* 1. Trafo's :
* Grenzen:Q2lep:Q2min..Q2max,yy:0..1,xx:0..1,cos(the^):-1..1
* BASESintervall:je 0..1,SPRINGintervall:maximal 0..1
*---------------------------------------------------------------------
      YY     = YMIN + (YMAX-YMIN) * Y(1)
      DYY    = YMAX - YMIN
      IF ((YY.LT.YMIN).OR.(YY.GT.YMAX)) RETURN
      IF (YY .GT. (1.-RME/E0)) RETURN

      XX     = XMIN + (XMAX-XMIN) * Y(2)
      DXX    = XMAX - XMIN
      IF ((XX.LT.XMIN).OR.(XX.GT.XMAX)) RETURN
*- - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - -
      Q2MN = RME*RME*YY*YY/(1.-YY) + (1.+(1.-YY)*(1.-YY)*(-2.+(1.-YY)*
     >       (1.-YY)))*RME*RME*RME*RME/4./E0/E0/(1.-YY)/(1.-YY)/(1.-YY)
      SDMINI = 4.*RMMU*RMMU
      IF (SDMIN .LT. SDMINI) SDMIN = SDMINI
      Q2MX = XX*YY*S - SDMIN
      IF (Q2MN.GT.Q2MX) RETURN
      IF (Q2MN .LT. Q2MIN) Q2MN = Q2MIN
      IF (Q2MX .GT. Q2MAX) Q2MX = Q2MAX
*- - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - -
      Q2LEPL = ALOG(Q2MN) + (ALOG(Q2MX)-ALOG(Q2MN)) * Y(3)
      DQ2LEP = ALOG(Q2MX) - ALOG(Q2MN)
      Q2LEP  = EXP(Q2LEPL)
      IF ((Q2LEPL.LT.ALOG(Q2MN)).OR.(Q2LEPL.GT.ALOG(Q2MX))) RETURN
```

```
      CTHED  = -1. + 2. * Y(4)
      DCTHED =  2.
      THED   = ACOS(CTHED)
      IF ((CTHED.LT.-1.).OR.(CTHED.GT.1.)) RETURN

      IF (MPHI.EQ.1) THEN

         PHI    = (PHIMIN + (PHIMAX-PHIMIN) * Y(5)) * PI/180.
         IF ((PHI.LT.PHIMIN*PI/180.).OR.(PHI.GT.PHIMAX*PI/180.)) RETURN
         IF (INEL.NE.0) THEN
            ZZ   = XX + (1.-XX) * Y(6)
            DZZ  = 1. - XX
         ELSE
            DZZ  = 1.
         ENDIF

      ELSEIF (MPHI.EQ.0) THEN

         PHI  = 2.*PI*H1RN(DUMMY)
         IF (INEL.NE.0) THEN
            ZZ   = XX + (1.-XX) * Y(5)
            DZZ  = 1. - XX
         ELSE
            DZZ  = 1.
         ENDIF

      ELSE
         PRINT*,'F:  ILLEGAL PHI - MODE !!!',MPHI
      ENDIF
*-----------------------------------------------------------------------
      DJDX = DQ2LEP*DYY*DXX*DCTHED*DZZ
*%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
* 2.KINEMATIK  +  3.Grundcuts  +  4.Usercuts  +  5.indexunabh. WQ-Komp.
* +  6.General-GOTO
*-----------------------------------------------------------------------
*
      IF (INEL.EQ.0) THEN
         IF (XX.GT.(1. - RMP/P0)) RETURN
      ELSEIF (INEL.EQ.1) THEN
         IF ((ZZ.LT.XX).OR.(ZZ.GT.1.)) RETURN
      ENDIF
*
*----------------------------------------------------------------------
* Wahl zwischen elatischem (INEL=0) und inelanstischem Prozess
*
*
      IF (INEL.EQ.0) THEN
*
*-------------------
```

```
* elastischer Fall !
*-------------------
*
        DQ2PMN = DBLE(RMP*RMP*XX*XX/(1.-XX) + (1.+(1.-XX)*(1.-XX)*
     >           (-2.+(1.-XX)*(1.-XX)))*RMP*RMP*RMP*RMP/4./P0/P0/
     >           (1.-XX)/(1.-XX)/(1.-XX))
        DQ2PMX = DBLE(Q2PMAX)
        DPQ2MN = DBLE(Q2PMIN)
        IF (DPQ2MN.GT.DQ2PMN) DQ2PMN = DPQ2MN
        IF (DQ2PMN.GT.DQ2PMX) RETURN
*
*-----------------------------------------------------------------------
        CALL KINEMA(Q2LEP,YY,XX,CTHED,OUT)
*- - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - -
        IF (.NOT.OUT) THEN
           NCALL(2) = NCALL(2) + 1
*---------------------------------------------------------------
* WEIZSAECKER - WILLIAMS - NAEHERUNG FUER DAS PROTON ( WWPR ) :
*---------------------------------------------------------------
           FEGMAX = WWPR(DBLE(XX),DQ2PMX,DQ2PMN)
           FEGMIN = WWPR(DBLE(XX),DQ2PMN,DQ2PMN)
*
           FEG0   = SNGL(FEGMAX - FEGMIN)
*- - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - -
        ELSE
           GOTO 20
        ENDIF

      ELSE

*---------------------
* inelastischer Fall !
*---------------------
*
        CALL KINEMA(Q2LEP,YY,XX,CTHED,OUT)

        IF (.NOT.OUT) THEN
           NCALL(2) = NCALL(2) + 1
           BXX    = DBLE(XX/ZZ)
           IF (BXX.EQ.1.D0) BXX = DBLE(XX/ZZ) - 1.D-8
*
           IF (FIRST) THEN
              PARAM(1) = 'NPTYPE'
              VAL(1)   = DBLE(MODE/1000000)
              PARAM(2) = 'NGROUP'
              VAL(2)   = DBLE(MOD(MODE,1000000)/1000)
              PARAM(3) = 'NSET'
              VAL(3)   = DBLE(MOD(MOD(MODE,1000000),1000))

              CALL PDFSET(PARAM,VAL)
```

```
*
               SCALE = DSQRT(COMPDF(3))
               FIRST = .FALSE.
            ENDIF

            CALL STRUCTF(BXX,SCALE,UPV,DNV,SEA,STR,CHM,BOT,TOP,GL)
*
C..FAKTOR 2 WEGEN GLEICHZEITIGER BETRACHTUNG VON SEE- UND ANTISEEQUARKS
*
            QVP(1) = 2.*SNGL(SEA/BXX)
            QVP(2) = QVP(1)
            QVP(3) = 2.*SNGL(STR/BXX)
            QVP(4) = 2.*SNGL(CHM/BXX)
            QVP(5) = 2.*SNGL(BOT/BXX)
            QVP(6) = 2.*SNGL(TOP/BXX)
            QVP(7) = SNGL(DNV/BXX)
            QVP(8) = SNGL(UPV/BXX)
*
         DO 15 IQFL = 1,8,1
            IF (IFLAV(IQFL).EQ.0) GOTO 15
*
            IF (MOD(IQFL,2).EQ.0) THEN
               QQ2 = 4./9.
            ELSE
               QQ2 = 1./9.
            ENDIF
*
            Q2PMN = QUM(IQFL)*QUM(IQFL)*ZZ*ZZ/(1.-ZZ)
            Q2PMX = Q2PMAX
            PQ2MN = Q2PMIN
            IF (PQ2MN.GT.Q2PMN) Q2PMN = PQ2MN
            IF (Q2PMN.GT.Q2PMX) THEN
               GAIMPR = 0.
            ELSE
               GAIMPR = 1./ZZ * AL/PI * QQ2 * (1.+(1.-ZZ)*(1.-ZZ))/ZZ
     >                  * 0.5 * ALOG(Q2PMX/Q2PMN) * QVP(IQFL)
            ENDIF
*
            GAIMP(IQFL) = GAIMPR
*- - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - -
*
            FEGO = FEGO + GAIMP(IQFL)
*
   15    CONTINUE
         ELSE
            GOTO 20
         ENDIF
      ENDIF
*-----------------------------------------------------------------------
      NCALL(3) = NCALL(3) + 1
```

```
*
*----------------------------
* TRANSVERSALER FLUSSFAKTOR :
*----------------------------
*
      FLUSS = 0.5*AL/PI/Q2LEP*YY*((1.+(1.-YY)*(1.-YY))/YY/YY -
     >        2.*RME*RME/Q2LEP)
*
*- - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - -
*
      TEIL = REJ(OUT) * DJDX * FUNDET * WQSCAL * FLUSS * Q2LEP *
     >       DSIGD(Q2LEP,SD,TD,UD,YY,PHI)
*
*%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
      F = TEIL * FEGO
*%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
   20 CONTINUE
*----------------------------------------------------------------------
      IF (F.LT.0.) THEN
        PRINT*,'negative F',F
        STOP
      ENDIF
*----------------------------------------------------------------------
      RETURN
      END
```

Anhang A

In diesem Anhang werden zunächst die für den Zwei–Gamma-Prozeß notwendigen Größen, transversaler Flußfaktor Γ_t und das Verhältnis ε zwischen longitudnalem (Γ_l) und transversalem Flußfaktor, abgeleitet. Als Grundlage zur Berechnung der Flußfaktoren diente [28], wo der theoretische Mechanismus der Teilchenproduktion in Zwei–Gamma–Reaktionen ausführlich beschrieben wird. Basierend auf dem Ergebnis von Γ_t wird schließlich im Abschnitt A3 der Übergang zur Weizsäcker–Williams–Näherung dargelegt, wie sie beim Drell–Yan–Prozeß benutzt wurde.

A.1 Der transversale Flußfaktor Γ_t

Für die Anzahl der transversal polarisierten Photonen dn gilt nach [28](Gleichung 6.16b):

$$dn \;=\; \frac{\alpha}{2\,\pi\,E_e^2}\,\varrho^{++}\,\omega\,d\omega\,\frac{d(-q^2)}{|q^2\,|} \tag{A.1}$$

wobei folgende Definitionen gelten, die in die im Abschnitt 2.1.2 eingeführten Variablen übersetzt werden müssen. Der quadierter Viererimpulsübertrag bzw. die Photonenergie ω sind gegeben durch:

$$q_1^2 \;\equiv\; (p_e - p_{e'})^2 \;=\; q^2 \;=\; -Q^2 \tag{A.2}$$

$$\omega \;\equiv\; \frac{q_1 \cdot P_B}{p_e \cdot P_B}\,E_e \;=\; \frac{q \cdot P}{p_e \cdot P}\,E_e \;=\; y\,E_e \tag{A.3}$$

Das Photondichtematrixelement ϱ^{++} des Elektrons ist in der $\gamma e-$ Helizitätsbasis definiert als:

$$\begin{aligned} 2\,\varrho^{++} \;&\equiv\; \frac{(2\,p_e \cdot q_2 - q_1 \cdot q_2)^2}{(q_1 \cdot q_2)^2 - q_1^2\,q_2^2} \;+\; 1 \;+\; \frac{4\,m_e^2}{q_1^2} \\ &=\; \frac{(2\,p_e \cdot \xi\,P - q \cdot \xi\,P)^2}{(q \cdot \xi\,P)^2 - q^2\,\xi^2\,P^2} \;+\; 1 \;+\; \frac{4\,m_e^2}{q^2} \end{aligned}$$

wobei q_2 der Viererimpuls des vom Proton abgestrahlten Photons ist. Unter Vernachlässigung der Protonruhemasse ($P^2 = m_p^2 = 0$) und Berücksichtigung von $y = \frac{q \cdot P}{p_e \cdot P}$ ergibt sich:

$$2\,\varrho^{++} \;=\; \frac{2\,\left(1 + (1-y)^2\right)}{y^2} \;-\; \frac{4\,m_e^2}{Q^2} \tag{A.4}$$

Berücksichtigt man ferner die Zusammenhänge der Variablentransformationen

$$\frac{d^3\vec{p}_{e'}}{E_{e'}} \;=\; \frac{\pi}{E_e}\,d\omega\,d(-q^2) \;=\; E_{e'}\,d\Omega\,dE_{e'} \;=\; \pi\,dQ^2\,dy \tag{A.5}$$

und setzt alle Resultate in Gleichung A.1 ein, so erhält man schließlich:

$$dn \;=\; \Gamma_t\,dy\,dQ^2 \;=\; \frac{\alpha\,y}{2\,\pi\,Q^2}\left(\frac{1+(1-y)^2}{y^2} - \frac{2\,m_e^2}{Q^2}\right)dy\,dQ^2 \tag{A.6}$$

A.2 Berechnung von ε

Der Ausdruck für ε ist als Quotient des longitudinalen und transversalen Flußfaktors eingeführt worden und kann somit anschaulich als Maß für die longitudinale Polarisation der virtuellen Photonen intepretiert werden. Er ist definiert als:

$$\varepsilon \;\equiv\; \frac{\varrho^{00}}{2\,\varrho^{++}} \;=\; \frac{\Gamma_l}{\Gamma_t} \tag{A.7}$$

wobei ϱ^{ab} mit $a, b = +, 0$ wieder für die Elemente der Photondichtematrix des Elektrons stehen. ϱ^{00} ist dabei gegeben durch ([28]: 5.13):

$$\varrho^{00} \;=\; \frac{(2\,p_e\cdot q_2 - q_1\cdot q_2)^2}{(q_1\cdot q_2)^2 - q_1^2\,q_2^2} \;-\; 1 \tag{A.8}$$

und läßt sich somit durch ϱ^{++} in der folgenden Form ausdrücken.

$$2\,\varrho^{00} \;=\; \varrho^{++} \;-\; 1 \;-\; \frac{2\,m_e^2}{q^2} \tag{A.9}$$

Setzt man den in A1 berechneten Ausdruck für ϱ^{++} (A.4) in die obige Gleichung ein und formt diese um, so ergibt sich das angegebene Resultat:

$$\varepsilon \;=\; \frac{2\,(1-y)}{1+(1-y)^2 - \frac{2m_e^2}{Q^2}} \tag{A.10}$$

A.3 Weizsäcker–Williams–Näherung

Die Weizsäcker–Williams–Näherung ist eine Aproximation des Photonenflusses Γ_t für quasireelle Photonen ($Q^2 \approx 0$) d. h. daß die Photonen kollinear zu den einlaufenden Elektronen emittiert werden, die selbst in kleine Winkelbereiche gestreut werden. Für die Energie des Photons bzw. des gestreuten Elektrons gilt dann:

$$E_\gamma \;=\; z\,E_e \qquad \text{bzw.} \qquad E_{e'} \;=\; (1-z)\,E_e \tag{A.11}$$

und damit

$$q \;=\; z\,p_e \tag{A.12}$$

Vernachlässigt man nun den Q^2– Anteil im harten Subprozeß, so kann Gleichung A.1 nach Q^2 integriert werden und man erhält unter Vernachlässigung der Elektronenruhemasse:

$$\Gamma_t\,dy \;=\; \frac{\alpha}{2\,\pi}\;\frac{1+(1-y)^2}{y}\;\ln\frac{Q^2_{Max}}{Q^2_{Min}}\,dy \tag{A.13}$$

Für kleine Elektronstreuwinkel läßt sich die Näherung

$$\lim_{\Theta_{e'}\to 0} y \;=\; \lim_{\Theta_{e'}\to 0} \frac{q\cdot P}{p_e\cdot P} \;=\; \frac{z\,p_e\cdot P}{p_e\cdot P} \;=\; z \tag{A.14}$$

durchführen, was zu folgendem Ausdruck führt:

$$\Gamma_t\,dz \;\equiv\; f_{\gamma/e}(z)\,dz \;=\; \frac{\alpha}{2\,\pi}\;\frac{1+(1-z)^2}{z}\;\ln\frac{Q^2_{Max}}{Q^2_{Min}}\,dz \tag{A.15}$$

Als nächstes müssen die Ausdrücke für

$$Q^2_{Min} \;=\; Q^2_{|\Theta_{e'}=0} \qquad \text{und} \qquad Q^2_{Max} \;=\; Q^2_{|\Theta_{e'}=\pi}$$

bestimmt werden, wobei Q^2 allgemein definiert ist durch:

$$\begin{aligned} Q^2 \;&=\; -(p_e - p_{e'})^2 \;=\; -2\,m_e^2 \;+\; 2\,E_e\,E_{e'} \;-\; 2\,|\vec{p}_e|\,|\vec{p}_{e'}|\,\cos\Theta_{e'} \\ &=\; -2\,m_e^2 \;+\; 2\,E_e\,E_{e'} \;-\; 2\,E_e\,E_{e'}\sqrt{1-\frac{m_e^2}{E_e^2}}\sqrt{1-\frac{m_e^2}{E_{e'}^2}}\;\cos\Theta_{e'} \end{aligned} \tag{A.16}$$

Um eine Divergenz des $ln-$ Terms zu vermeiden, dürfen im Extremfall $\Theta_{e'}=0$ die Elektronenmassen nicht vernachlässigt werden. Aus diesem Grund entwickelt man die Wurzelausdrücke jeweils bis zur 1 Ordnung in $\frac{m_e^2}{E^2_{e,e'}}$ und unterdrückt die bei der Produktbildung entstehenden quadratischen Terme. Setzt man nun für $E_{e'}$ Gleichung A.11 ein, so erhält man für Q^2_{Min} folgenden Ausdruck:

$$Q^2_{Min} \;=\; Q^2_{|\Theta_{e'}=0} \;=\; \frac{m_e^2\,z^2}{1-z} \tag{A.17}$$

Bei der Berechnung von Q^2_{Max} können die Elektronenruhemassen wieder vernachlässigt werden und es gilt:

$$Q^2_{Max} \;=\; Q^2_{|\Theta_{e'}=\pi} \;=\; 4\,E_e\,E_{e'} \;=\; 4\,(1-z)\,E_e^2 \tag{A.18}$$

Für den $ln-$ Term ergibt sich somit

$$\ln\frac{Q^2_{Max}}{Q^2_{Min}} \;=\; 2\,\ln\frac{2\,(1-z)\,E_e}{z\,m_e} \;=\; 2\,\ln\frac{E_e}{m_e} \;+\; 2\,\ln\frac{2\,(1-z)}{z}$$

und damit für die sogenannte „leadig log aproximation“ der Weizsäcker–Williams–Näherung:

$$f_{\gamma/e}(z) \;=\; \frac{\alpha}{\pi}\;\frac{1+(1-z)^2}{z}\;\ln\left(\frac{E_e}{m_e}\right) \tag{A.19}$$

Anhang B

Wie im Abschnitt 2.3.2 bereits ausführlich diskutiert kann die Photonabstrahlung eines Protons durch eine Weizsäcker–Williams–Näherung beschrieben werden, die durch Gleichung 2.23 gegeben ist. Eine Berechnung der zugehörigen Stammfunktion führt auf die FORTRAN–Funktion $WWPR(\xi, Q^2, Q^2_{p,min})$, so daß bei bekannten Integrationsgrenzen der Photonfluß bestimmt werden kann. Dieser wird dabei durch die Übergabe der oberen bzw. unteren Grenze in zwei getrennten Funktionsaufrufen ermittelt, d. h. daß $f^{el}_{\gamma/p}(\xi)$ erst durch die Differenz gegeben ist.

$$f^{el}_{\gamma/p}(\xi) \;=\; WWPR(\xi, Q^2_{p,max}, Q^2_{p,min}) \;-\; WWPR(\xi, Q^2_{p,min}, Q^2_{p,min}) \tag{B.1}$$

$Q^2_{p,min}$ ist dabei durch Gleichung 2.24 definiert.

B.1 FORTRAN–Code der Funktion WWPR

```
      Function wwpr(zz,Q2,Q2min)

      implicit real*8 (a-z)

c     programm to check famous Budnev formula

cs    real Q20,mp,N,mup2

      alpha = 1.d0/137.04d0
      pi = 4.d0*datan(1.d0)
      Q20 = 0.71d0
      mp = 0.938d0
      mup2 = 7.78d0
      b = Q20/(4.d0*mp*mp)
      a = b * mup2

      z = zz
      x = Q2/Q20
csav      write(*,*)z,x
csav      x1 := int((1+a*x)/(1+b*x)/x/(1+x)^4,x);

      x1=-(((2.*x**3-9.*x-9.)*b**2+(3.*x+7.)*b-2.)*(b-1.)*a
     . +6.*(a*b**3-4.*b**3+6.*b**2-4.*b+1.)*(x+1.)**3*dlog(x
     . +1.)-6.*(a-b)*(x+1.)**3*dlog(b*x+1.)*b**3-6.*(b-1.)**
```

```
     . 4*(x+1.)**3*dlog(x)+3.*(4.*x**3-17.*x-15.)*b**2-2.*(
     . 4.*x**3-18.*x-17.)*b-2.*(3.*x**3-12.*x-10.)*b**3+2.*x
     . **3-9.*x-9.)/(6.*(b-1.)**4*(x+1.)**3)
c-------------------------------------------------------------------------
csav      x2 := int(1/x/(1+x)^4,x);

      x2=-(6.*(dlog(x+1.)-dlog(x))*(x+1.)**3+2.*x**3-9.*x-9.)
     . /(6.*(x+1.)**3)
c-------------------------------------------------------------------------
csav    x3 := int((1+a*x)/(1+b*x)/x^2/(1+x)^4,x);

      x3=(6.*((2.*b**2-2.*b+1.)*(2.*b-1.)*a-10.*b**3+20.*b
     . **2-15.*b+4.)*(x+1.)**3*dlog(x+1.)*x+6.*(a-b-4.)*(b-
     . 1.)**4*(x+1.)**3*dlog(x)*x-6.*(a-b)*(x+1.)**3*dlog(b*x+
     . 1.)*b**4*x+(6.*b**2*x**3-24.*b**2*x-20.*b**2-6.*b*x**
     . 3+27.*b*x+25.*b+2.*x**3-9.*x-9.)*(b-1.)*a*x+2.*(20.*
     . x**4-90.*x**2-91.*x-18.)*b**2-(20.*x**4-93.*x**2-99.
     . *x-24.)*b**3-3.*(10.*x**4-45.*x**2-45.*x-8.)*b+2.*(x
     . +1.)**3*(x-3.)*b**4+8.*x**4-36.*x**2-36.*x-6.)/(6.*(
     . b-1.)**4*(x+1.)**3*x)

c--------------------------------------------------------------------------

      x1 = x1
      x2 = z*z/(1.-z)/2.d0*mup2*x2
      x3 = Q2min/Q20 * x3

      N = alpha/pi/z * (1.d0-z) * ( x1 + x2 - x3)

      wwpr = N

      return
      end

c--------------------------------------------------------------------------
```

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Literaturverzeichnis

[1] Ch. Berger, private Mitteilung.

[2] Pysical Review D, Volume 45 Number 11 (Review of Particle Properties).

[3] Ch. Berger, Teilchenphysik, Eine Einführung, Springer, 1992.

[4] N. Arteaga–Romero, C. Carimalo, P. Kessler, Z. Phys. C–Particles and Fields 52 (1991) 289–295.

[5] Ch. Berger, W. Wagner, Physics Reports 146, Nos. 1 & 2 (1987) 1–134.

[6] Parametrisations of parton distribution functions in the photon, verfügbar auf dem Bereich 'HERA01.H1GEN.PDF413.CMZ'.

[7] Structure Functions and alpha(s) Calculation, verfügbar auf dem Bereich 'HERA01.H1GEN.PDF413.CMZ'.

[8] Ch. Berger, F. Raupach, private Mitteilung.

[9] Bernd A. Kniehl, Elastic ep scattering and the Weizsäcker–Williams approximation, Phys. Lett. B254 (1991) 267–273.

[10] W. Wagner, Habilitationsarbeit, PITHA 83/03.

[11] Otto Nachtmann, Phänomene und Konzepte der Elemetarteilchenphysik, Vieweg, 1991.

[12] A. Méndez, Nuclear Physics B, 145 (1978) 199–220.

[13] M. Hampel, Diplomarbeit, PITHA 93/16.

[14] F. Halzen, A. D. Martin, Quarks & Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics, John Wiley & Sons, 1984.

[15] S. Kawabate, KEK-Preprint 85–26 (1985).

[16] G. P. Lepage, Journal of Computational Physics 27 (1978) 192–203.

[17] E. Theuer, Diplomarbeit, Aachen 1991.

[18] LUND-Gruppe, Jetset 7.32–Manual, verfügbar auf dem Bereich 'HERA01.H1GEN.JETSET73.CMZ'.

[19] Strukturfunktion MRS D^-, Phys. Lett. 306B (1993) 145.

[20] M. Glueck, E. Reya, A. Vogt, Dortmund Univ. preprint DO–TH 91/31.

[21] J. A. M. Vermaseren, Nucl. Phys. B229 (1983) 347–371.

[22] IBM DESY–Rechenzentrum: F22OLA.LPAIR.CMZ.

[23] CMZ User's Guide & Reference Manual, zu beziehen über die Rechenzentren DESY/CERN.

[24] V. Blobel, The BOS System, Dynamic memory management, Universität Hamburg (1987).

[25] FPACK Reference Manual, verfügbar auf dem Bereich 'HERA01.H1.FPACK.MANUALA'.

[26] Kurzanleitung zu den Parametereinträgen der BOS–Bänke, verfügbar auf dem Bereich 'HERA01.H1GEN.H1MCUTIL.CMZ'.

[27] LOOK – a system for data analysis, verfügbar auf dem Bereich 'HERA01.H1.LOOK.CMZ'.

[28] V. M. Budnev et al. Phys. Reports 15 (1974) 181–282.

Danksagung

In erster Linie möchte ich Herrn Prof. Dr. Ch. Berger für die intensive Betreuung meiner Diplomarbeit danken.

Desweiteren danke ich Herrn Priv.-Doz. Dr. F. Raupach und den übrigen Mitgliedern des Institutes insbesondere M. Hampel, H. Itterbeck, C. Keuker, T. Köhler, K. Rabbertz, K. Rosenbauer und W. Schwers, die mir immer hilfreich zur Seite standen und so den mühsamen Einstieg in die Arbeitswelt eines Elementarteilchenphysikers erleichterten.

Ein ganz besonderer Dank gilt meinen Eltern, die alles Erdenkliche für mich getan haben und so zu einem reibungslosen Ablauf meines Studiums beitrugen.