Monte-Carlo-Untersuchungen zur Weitwinkelbremsstrahlung im H1-Detektor

von

Patrick Kandel

Diplomarbeit in Physik

vorgelegt der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der
Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen im April 1998

angefertigt am
I. Physikalischen Institut

1. Mai 1998

Das Schönste, was wir erfahren können, ist das Rätselhafte. Es ist die Quelle aller wahren Kunst und Wissenschaft. Wem die Emotion fremd ist, wer nicht mehr innehalten kann, um zu staunen und von Ehrfurcht erfüllt dazustehen, ist so gut wie tot; seine Augen sind verschlossen.

Albert Einstein

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

Der Mensch zeichnet sich gegenüber anderen Lebewesen durch seine Möglichkeiten zur Informationsverarbeitung aus. Dies beinhaltet nicht nur die unbewußte Aufnahme einer gewaltigen Menge von Informationen in jeder Sekunde die wir erleben, sondern auch deren Filterung und Selektion, so daß unser Bewußtsein stets nur mit einer kleinen Auswahl der aufgenommenen Daten versorgt wird. Aber selbst die Verarbeitung und Speicherung der bewußt wahrgenommenen Daten ist bereits eine gewaltige Leistung, welche nur mittels der besonderen Eigenschaften des menschlichen Gehirns, eines sehr leistungsfähigen neuronalen Netzes, bewältigt werden kann. Abstraktion und geschicktes Strukturieren gehören somit zu den Grundzügen des menschlichen Geistes. Es ist nicht verwunderlich, daß das Streben nach einer möglichst einfachen Beschreibung und Erklärung der ihn umgebenden Welt, einen wesentlichen Charakterzug des Menschen darstellt. Gerade aber die Beschreibung der materiellen Welt ist das zentrale Anliegen der Physik als Wissenschaft.
Die Beschreibung der Welt um uns erfolgt in Form von Modellen. Dabei ist der Begriff Modell lediglich im Sinne einer Darstellung der Realität in möglichst einfacher und kompakter Weise zu verstehen, welche nicht mit der Wirklichkeit selbst verwechselt werden darf. Vielmehr stellt es eine Art Spielzeuguniversum (toy universe [Tel95]) dar, welches lediglich bestimmte Aspekte der Wirklichkeit herausgreift und diese mehr oder minder gut beschreibt. Modelle, mit denen wir die Welt erklären, sind somit keine ewigen Wahrheiten, sondern stets in ihrer Ähnlichkeit zur Realität beschränkt. Nichtsdestotrotz haben sie uns in vielerlei Hinsicht Einsichten in die Mechanismen und Strukturen der uns umgebenden Welt erlaubt und unser aller Leben beeinflußt.
Eines der erfolgreichsten Modelle, die der Mensch bisher geschaffen hat, ist das Standardmodell der Teilchenphysik. In ihm gelang es nicht nur, alle in der Natur beobachtbaren Phänomene auf das Wirken von vier elementaren Grundkräfte zu reduzieren, sondern auch drei dieser Kräfte in einem gemeinsamen Formalismus zu vereinigen. Selbst wenn sich die vierte Kraft, die Gravitation, heute noch einer weiteren Vereinigung entzieht, ist damit eine wichtiger Grundstein für das Verständnis des Aufbaus der Materie und der Welt um uns erreicht worden.
Diese Diplomarbeit hat das Ziel einen kleinen Bestandteil dieses Standardmodelles, die Weitwinkelbremsstrahlung in der Elektron - Proton Streuung (*ep*-Streuung), mit der Hil-

fe von Computersimulationen, sogenannten Monte-Carlo-Methoden, zu untersuchen. Die zentrale Motivation dieser Arbeit, bestand vor allem in der Erstellung eines Monte-Carlo-Generators für die Simulation der Weitwinkelbremsstrahlung in dem Bereich kleiner invarianter Massen und kleiner Elektronenstreuwinkel. Gerade dieser Bereich ist für die, in der Runpause 97/98 eingebaute, neue Detektorkomponente VLQ (Very Low Q^2 Spektrometer) von entscheidender Bedeutung. Bei den dazu vorgenommenen Untersuchungen stellten sich eine Reihe von Schwierigkeiten und Überraschungen ein, deren Lösung zu einer deutlichen Verbesserung des Verständnisses der Weitwinkelbremsstrahlung bei H1 geführt haben.
Im ersten Kapitel dieser Arbeit wird eine kurze Einleitung gegeben, welche die Grundlagen des Standardmodelles, das H1 Experiment, die Rolle von Computersimulationen in der Hochenergiephysik und die Motivation für die Untersuchung der Weitwinkelbremsstrahlung zusammenfaßt. Kapitel 2 wird sich dann mit der, dem Prozeß zu Grunde liegenden Theorie und den verschiedenen Ansätzen zur Berechnung des differentiellen Wirkungsquerschnittes beschäftigen, während in Kapitel 3 eine ausführliche Beschreibung der untersuchten Generatoren erfolgt. Anschließend werden die Ergebnisse der Untersuchungen in Kapitel 4 vorgestellt und diskutiert.

1.1 Das Standardmodell

Eines der erfolgreichsten Modelle die der Mensch bisher geschaffen hat, ist das Standardmodell der Teilchenphysik. Es besagt, daß alle Erscheinungen, sowohl die in der Natur vorkommenden, als auch die von Menschenhand künstlich geschaffenen, auf das Wirken von vier Grundkräften zurückzuführen sind, auf das Wirken der Gravitation [1], der gegenseitigen Anziehung der Massen, der elektromagnetischen Kraft zwischen ruhenden oder sich bewegenden elektrischen Ladungen, der starken Wechselwirkung, welche die subatomaren Bausteine der Materie zusammenhält, und der schwachen Wechselwirkung, die für den Zerfall von Teilchen und das Phänomen der Radioaktivität verantwortlich ist. Materie scheint selbst bei kleinsten Längenskalen aus winzigen Materiepunkten, Elementarteilchen genannt, umgeben von riesigen Leerräumen, zu bestehen. Die heute bekannten Teilchenarten lassen sich auf der Grundlage ihres Spins und der Art und Weise wie sie mit anderen Teilchen wechselwirken in drei Gruppen unterteilen, in **Leptonen** (gr.: leicht, klein), welche der schwachen Wechselwirkung und sofern sie eine Ladung tragen auch der elektromagnetischen Kraft unterliegen, **Hadronen** [2] (gr.: massiv, dick), die zudem noch stark wechselwirken und den **Eichbosonen**, welche die Kräfte zwischen den Teilchen vermitteln. Alle Hadronen und Leptonen sind Fermionen und besitzen somit stets einen halbganzzahligen Spin, während Eichbosonen nur ganzzahlige Spins aufweisen. Zu jedem Fermion existiert jeweils ein Antiteilchen, welches sich nur im Vorzeichen der Ladung und seiner Händigkeit von ersterem unterscheidet.

Leptonen

Leptonen erscheinen bei den heute in Beschleunigern verfügbaren Energien noch immer als strukturlose und fundamentale Teilchen. Es gibt insgesamt sechs verschiedene Leptonenarten[3], welche sich in drei Familien gruppieren lassen:

Ladung/Generation	e	μ	τ
$Q = 0$ $Q = 1$	$\begin{pmatrix} \nu_{e_L} \\ e^- \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_{\mu_L} \\ \mu^- \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_{\tau_L} \\ \tau^- \end{pmatrix}$

Hadronen :

Hadronen sind im Gegensatz zu Leptonen nicht fundamental, sondern aus Quarks zusammengesetzt, wobei Baryonen jeweils aus drei Quarks, Mesonen aus einem Quark-Antiquark-Paar bestehen. Quarks existieren in sechs verschiedenen Arten, sogenannten Flavours (**u**p, **d**own, **c**harm, **s**trange, **t**op, **b**ottom). Die Vielfalt der Erscheinungen

[1]Für die Teilchenphysik spielt die Gravitation auf Grund ihrer geringen Stärke keine Rolle, und kann vernachlässigt werden

[2]Die Gruppe der Hadronen wiederum setzt sich zusammen aus Baryonen (gr.: schwer) und Mesonen (gr.: mittel).

[3]Hinzu kommen natürlich die 6 zugehörigen Antiteilchen, wobei das ν_τ bisher nur indirekt beobachtet werden konnte.

der Teilchenphysik beruht zum einen darauf, daß Hadronen aus den unterschiedlichen Quarkflavours aufgebaut sind, zum anderen, daß analog zur Atomphysik auch resonante Zustände erzeugt werden können.
Quarks kommen nicht als freie Teilchen vor, sondern sind stets innerhalb von Hadronen bzw. Mesonen eingeschlossen (confinement), wenngleich sie sich aber in diesen quasi frei zu bewegen scheinen (asymptotische Freiheit).

Auch die Quarks lassen sich in drei Familien zu je zwei Mitgliedern anordnen:

Ladung/Generation	1	2	3
$Q = \frac{2}{3}$ $Q = -\frac{1}{3}$	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$

Eichbosonen

Die Wechselwirkungen der oben beschriebenen Konstituenten der Materie erfolgen über den Austausch von Feldquanten sogenannten Eichbosonen, wie sie die Quantenfeldtheorie beschreibt. Jede einzelne Kraft hat ihre eigenen Feldquanten:

Wechselwirkung	zugehörige Eichbosonen	beschreibende Theorie
elektromagnetisch	Photonen	QED (Quantenelektrodynamik)
schwach	$W^{\pm}, Z^{\circ}$	Eichtheorie der schw. Wechselwirkung
stark	Gluonen	QCD (Quantenchromodynamik)

Trotz seiner geradezu genialen Einfachheit und seiner zahlreichen experimentellen Bestätigungen, ist es dennoch zu früh das Standardmodell bereits als die "ultima ratio" der Physik zu preisen. Alleine die Vielzahl von Fragestellungen und Aufgaben in der Hochenergiephysik, mit denen sich sowohl Experimentiergruppen als auch Theoretiker rund um den Erdball beschäftigen, macht dies deutlich. So fehlt zur Vollständigkeit des Standardmodelles noch immer ein Teilchen, das Higgs Boson. Dieses wird als Quelle der Teilchenmassen sowohl für die massiven Eichbosonen (spontane Symmetriebrechung) als auch der massiven Fermionen (Yukawa ähnliche Kopplung) eingeführt. Außerdem wird bereits heute über eine supersymmetrische Erweiterung des Standardmodells als Lösung weiterer theoretischer Probleme diskutiert.
Dennoch deuten viele Indizien darauf hin, daß man den richtigen Weg zum anvisierten Ziel, zu einer allumfassende Beschreibung der Materie um uns und ihrer inneren Strukturen gefunden hat.

1.2 Experimentelle Grundlagen

Zur Überprüfung der erstellten theoretischen Modelle bedarf es auch in der Hochenergiephysik des Experimentes. Um in die extrem kleinen Längenskalen der Elementarteilchen vorzudringen, werden Teilchen unter hohen Energien zur Kollision gebracht. Die erreichbare Ortsauflösung Δx in solchen Experimenten wird direkt vom Quadrat des Viererimpulsübertrages Q^2 der Austauschteilchen gemäß

$$\Delta x = \frac{\hbar}{\sqrt{Q^2}}$$

und somit von der Höhe der Schwerpunktenergie s
über

$$s \sim Q^2{}_{max}$$

bestimmt. Eine möglichst hohe Schwerpunktenergie wird erreicht, indem die inertialen Teilchen z.B. auf gegenläufigen Kreisbahnen sukzessive beschleunigt und erst nach Erreichen der Maximalenergie zur Kollision gebracht werden. Bei dem dieser Arbeit zu Grunde liegenden Experiment H1 handelt es um einen Teilchendetektor an einem solchen Ringbeschleuinger, genannt HERA.

1.2.1 HERA

Zur Untersuchung der Struktur und Wechselwirkung der Matrie auf der fundamentalsten Ebene wurde 1991 am **D**eutschen **E**lektronen **Sy**nchrotron (DESY) in Hamburg die **H**adron **E**lektron **R**ing **A**nlage HERA (siehe Abb.1.1) in Betrieb genommen. Es handelt sich dabei um einen ep Beschleuniger mit vier Wechselwirkungszonen für den Experimentalbetrieb, von denen inzwischen drei mit den Experimenten H1, Zeus und Hermes besetzt sind. Die letzte verbleibende Wechselwirkungszone wird ab 1999 durch das Experiment Hera-B genutzt werden.
Die Detektoren H1 und Zeus sind jeweils als 4π Vielzweckdetektoren ausgelegt, deren Aufgabe die Untersuchung der Struktur des Protons ist. Das Experiment Hermes beschäftigt sich mit der Streuung polarisierter Elektronen und Positronen an einem Gastarget. Sein Ziel ist die Messung der Spinverteilung der Quarks von Proton oder Neutron [Her]. Hera-B wird zur Erzeugung schwerer B-Mesonen als $B\overline{B}$-Fabrik zum Studium der CP-Verletzung Verwendung finden[HeB].
Bei HERA werden Leptonen mit einem Impuls von 27.5 GeV mit 820 GeV Protonen zur Kollision gebracht, so daß sich eine Schwerpunktenergie von ca. 300 GeV ergibt. Auf Grund dieser hohen Schwerpunktenergie des ep Systems ist der Bereich der Teilchenphysik, welcher bei HERA abgedeckt werden kann, bemerkenswert. Dieser reicht vom Test der Protonstrukturfunktion bei sehr kleinen x in der tiefinelastischen Streuung über die Untersuchung der Photonstruktur (Quark/Gluon Anteil des Photons) bis hin zur Produktion schwerer Teilchen [H1Future]. Diese hohe Schwerpunktsenergie verschafft HERA zudem ein großes

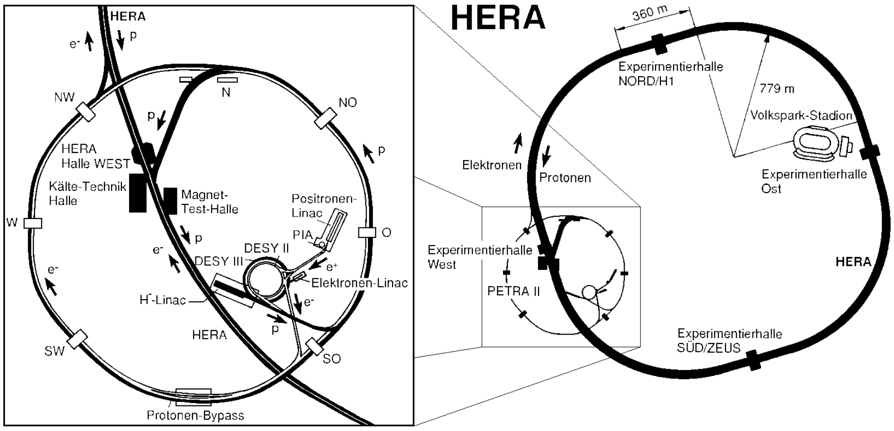


Abbildung 1.1: Schematische Darstellung der ep Beschleunigeranlage HERA

Potential für die Entdeckung neuer Physik jenseits des Standardmodells. Speziell bei der Suche nach neuen Bosonen mit Lepton-Quark-Kopplung und der Überprüfung der Kompositstruktur von Leptonen besitzt HERA ein Entdeckungspotential, welches über das von LEP 200 und Tevatron hinausgeht.

1.2.2 Der H1 Detektor

Da der H1 Detektor Ausgangpunkt der Überlegungen in dieser Arbeit ist, sollen hier seine zentralen Komponenten kurz erläutert werden.
Der H1 Detektor ist ein 4π Vielzweck Detektor, dessen Komponenten in Abb. 1.2.2 dargestellt sind. Mit seiner Hilfe lassen sich sowohl die Spuren geladenener Teilchen (Spurkammern), ihre Energien (Kalorimeter) als auch die Zeitpunkte der Ereignisse (Flugzeitsystem) registrieren. Da die Strahlenergie der Protonen wesentlich größer als die der Elektronen ist und somit das Schwerpunktsystem der Reaktion nicht dem Laborsystem entspricht, ist der Detektor asymmetrisch aufgebaut. In Vorwärtsrichtung, der Richtung des einlaufenden Protons, finden sich deutlich mehr Detektorkomponenten, welche den hadronischen Endzustand der Prozesse detektieren sollen, als im Rückwärtsbereich. Das H1 Koordinatensystem ist so gewählt, daß die z-Achse in Richtung des einlaufenden Protons verläuft, während x zum Mittelpunkt des Ringes und die y-Achse somit nach oben zeigt. Der Koordinatenursprung entspricht dem nominalen Wechselwirkungspunkt.

Die Komponenten des Detektors sind im einzelnen (siehe Abb. 1.2:

Spurkammersystem Das Spurkammersystem unterteilt sich in die zentralen Spurkammern (2), die zylindrisch um den Wechselwirkungspunkt angeordnet sind sowie in die Vorwärtsspurkammern (3). Mit ihrer Hilfe lassen sich die Bahnen geladener Teilchen bestimmen. Ein durch eine supraleitende Spule (6) erzeugtes Magnetfeld gestattet

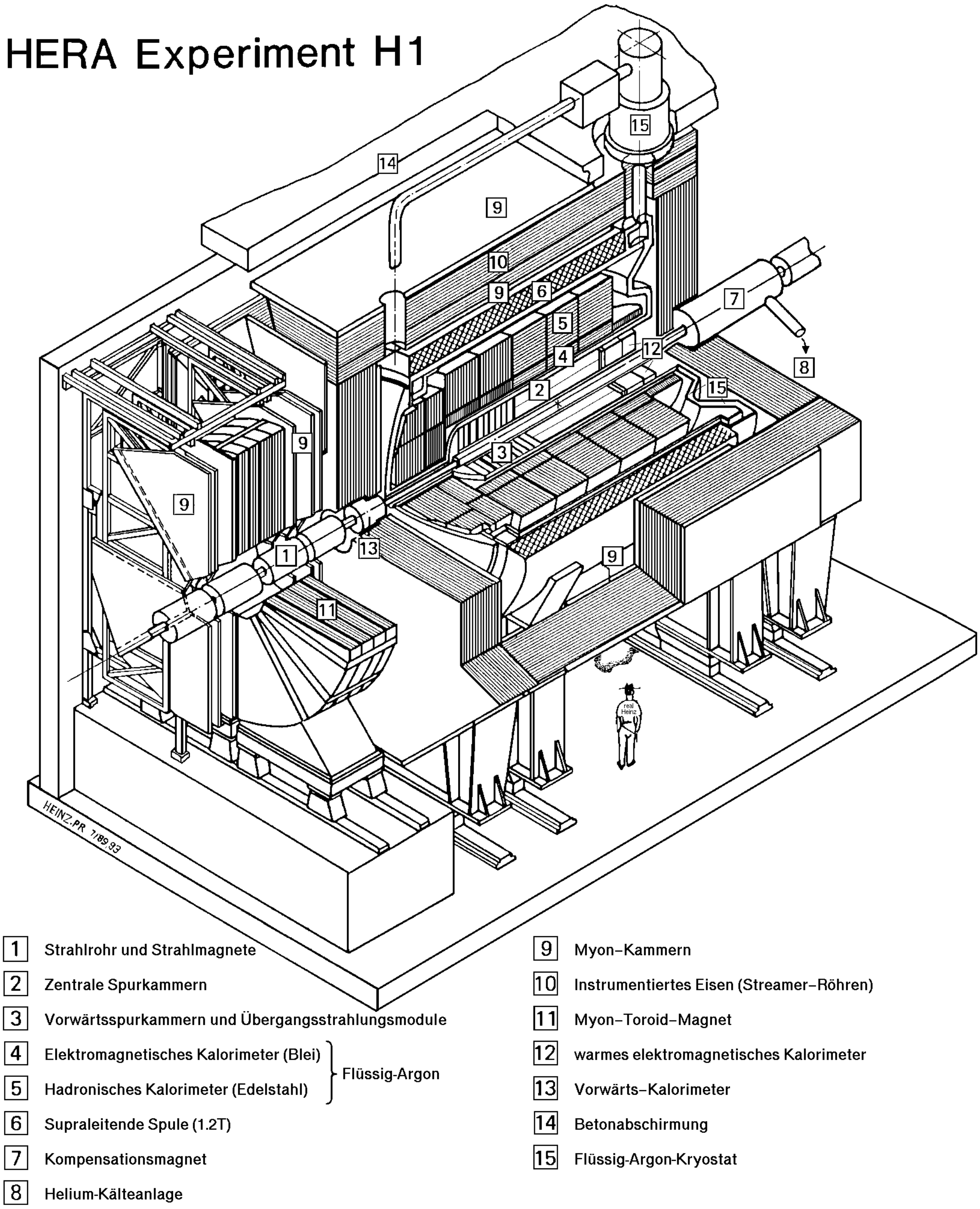


Abbildung 1.2: Schematische Darstellung der Hauptkomponenten des H1 Detektors

dabei Impulsmessungen aus der Bahnkrümmung und die Bestimmung der Teilchenladung.

LAr Das Flüssig-Argon Kalorimeter besteht aus einem inneren elektromagnetischen Kalorimeter (4) und einem äußeren hadronischen Kalorimeter (5) mit denen sich ortsaufgelöste Energiedepositionen messen lassen. Die feine Segmentierung von ungefähr 45000 Auslesezellen ermöglicht durch differenzierte Schauerprofile Unterscheidungen zwischen verschiedenen Teilchen. Das Kalorimeter deckt einen Winkelbereich von 4 Grad bis 153 Grad ab.

BEMC Das rückwärtige elektromagnetische Kalorimeter (12) ergänzte das Flüssig-Argon Kalorimeter für den Winkelbereich zwischen 151 Grad und 177 Grad. Es diente im wesentlichen der genauen Messung des gestreuten Elektrons bei kleinen Impulsüberträgen und wurde zwischen den Runperioden 94/95 durch das SPACAL ersetzt.

SPACAL Bei dem im rückwärtigen Bereich montierten SPACAL handelt es sich um ein Spaghetti Kalorimeter aus Blei- und Szintillator- Strängen. Es besteht aus einem elektromagnetischen Teil mit 1192 Zellen und einem hadronischen Teil mit 136 Zellen.

PLUG Das PLUG–Kalorimeter (13) schließt die Lücke im extremen Vorwärtsbereich zwischen 0. 6 Grad und 3 Grad zur Detektion des Protonrestes.

IRON Außerhalb der Spule befindet sich zur Rückführung des magnetischen Flusses das instrumentierte Eisenjoch (10). Zwischen einzelnen Eisenplatten wurden Streamerrohrkammern integriert, die eine Ortsbestimmung geladener Teilchen wie z. B. Myonen erlauben. Zusätzlich existieren Pads und Streifen, mit denen sich die Restenergie von Hadronen messen läßt, die nicht vollständig im Flüssig–Argon–Kalorimeter absorbiert werden.

Vorwärts-Myon-Spektrometer Diese Detektorkomponente (9,11) soll den Nachweis und der Impulsmessung von Myonen im Winkelbereich zwischen 3 Grad und 17 Grad dienen. Das zur Impulsbestimmung erforderliche Magnetfeld erzeugt ein spezieller Toroidmagnet.

VLQ Das **V**ery **L**ow Q^2 Spektrometer ist eine neue Detektorkomponente, die erst in der Runpause 1997/98 eingebaut wurde. Da es für die weitere Arbeit eine zentrale Rolle einnimmt, wird im folgenden Kapitel ausführlich darauf eingegangen.

Bei den oben aufgeführten Komponenten des H1 Detektors handelt es sich um Bestandteile des sogenannten Hauptteiles des Detektors, welche nahe am Wechselwirkungspunkt montiert sind. Ergänzt werden diese Komponenten durch eine Reihe von zusätzlichen Detektoren, die im Abstand von einigen Metern bis hin zu fast 100 Metern nahe der Strahlröhre angebracht sind, wie z.B das H1-Luminositätssystem. Eine detaillierte Beschreibung des gesamten Detektors findet sich in [H1Det].

1.3 Das Very Low Q^2 Spektrometer

Wie sich in den letzten Jahren gezeigt hat, ist die Untersuchung der Reaktion

$$e + p \longrightarrow e + X$$

im Übergangsbereich der Photoproduktion zur tiefinelastischen Streuung bei kleinsten Impulsüberträgen Q^2 von erheblichem physikalischen Interesse. Mit ihrer Hilfe kann nicht nur die letzte Lücke in der Bestimmung der Protonstrukturfunktion bei kleinen Impulsüberträgen (siehe Abb. 1.3)
geschloßen, sondern auch die Untersuchung der Vektormesonerzeugung im Übergangsbereich verschiedener Produktionsmechanismen untersucht werden.
Gerade dieser Bereich extrem kleiner Impulsüberträge bzw. großer Winkel im H1 System war bisher durch den H1 Detektor nicht gut zugänglich. Aus diesem Grund wurde zwischen den Runperioden 97/98 der H1-Detektor im rückwärtigen Bereich um eine weitere Komponente das **V**ery **L**ow $\mathbf{Q^2}$ Spektrometer (VLQ) [VLQ96] ergänzt, welches den Bereich von $0.02\ \mathrm{GeV}^2 < Q^2 < 1.5\ \mathrm{GeV}^2$ abdecken soll. Das VLQ ist als Elektronenspektrometer konzipiert, welches den Akzeptanzbereich des Hauptdetektors für Elektronen im Polarwinkelbereich von 177.3° bis 179.4° ergänzt. Hierbei kommt es bis zu einen Winkel von 178.7° zu einer Überdeckung mit einer anderen Detektorkomponente im rückwärtigen Bereich, dem SPACAL.
Das VLQ besteht aus insgesamt drei Komponenten, einem Energie Projektions Kalorimeter (EPC), einem Si [4] Spurdetektor (Tracker) und einem Flugzeitsystem (Time of Flight System), welche in Abb. 1.4 dargestellt sind.

Spurdetektor

Bei dem Spurdetektor (Tracker) handelt es sich um einen Halbleitermikrostreifendetektor mit insgesamt 1664 vertikalen und 2560 horizontalen Streifen in 2 xy-Doppellagen. Seine Aufgabe ist die Spurdetektion der einlaufendenen Elektronen, welche schließlich im Kalorimeter gestoppt werden. Als Halbleitermaterial sollte, aus Gründen der Strahlungshärte, GaAs dienen, was sich aber, auf Grund von technischen Schwierigkeiten in der Fertigung der zu Grunde liegenden Waver, nicht rechtzeitig realisieren lies. Aus diesem Grund wird das Instrument vorerst mit einem Tracker auf Siliziumbasis betrieben werden.

Energie Projektions Kalorimeter

Das EPC (siehe Abb. 1.5) wurde in Sandwich - Bauweise konzipiert, und besteht aus 2 gekreuzten Lagen von Szintillatorstäben mit dazwischenliegende Wolframstäben als Wellenlängenschieber. Seine Dicke entspricht 16.7 Strahlungslängen und die Auskopplung der deponierten Energie erfolgt mittels Wolfram-Wellenlängenschiebern und Photondioden.

[4] geplant war ursprünglich GaAs

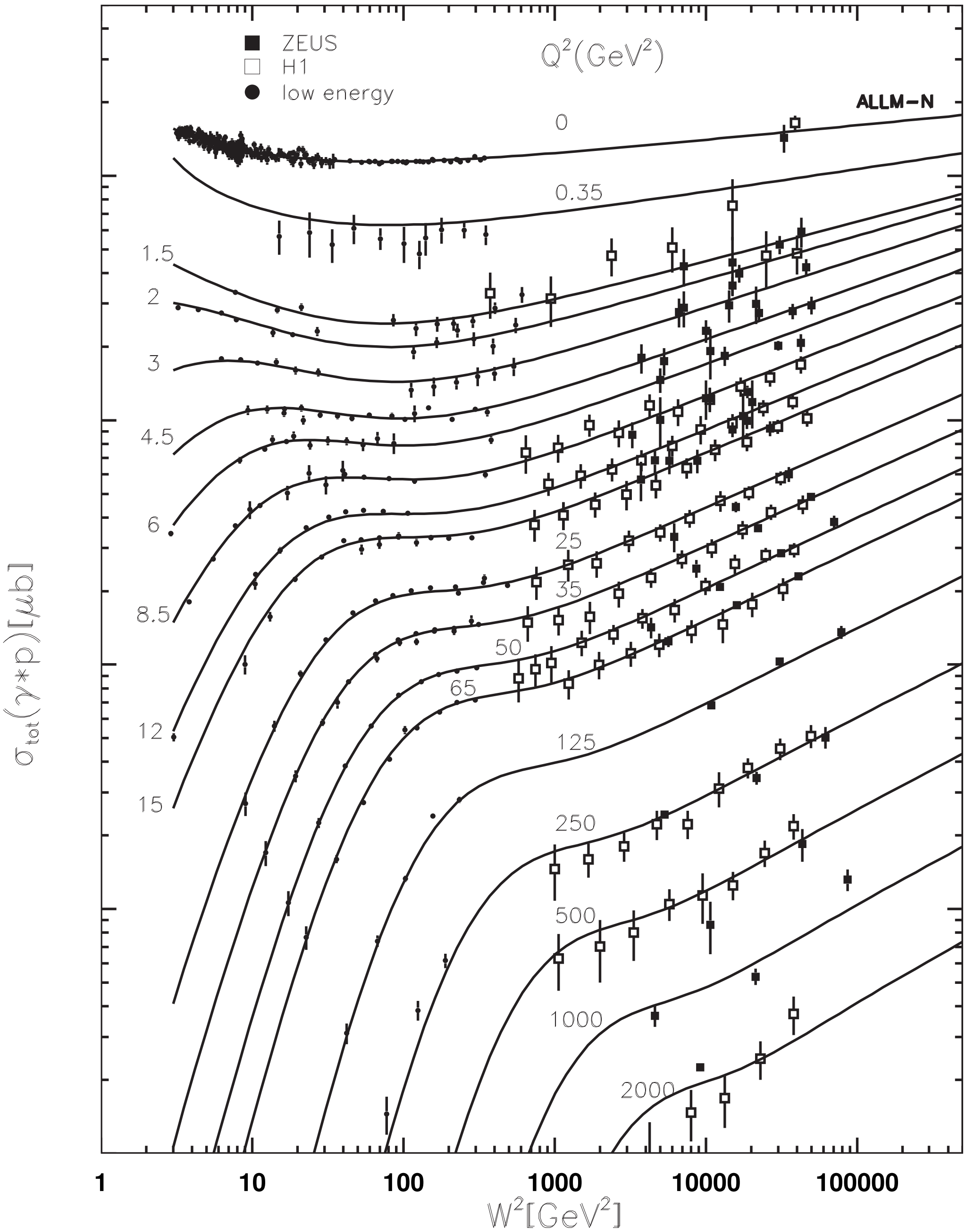


Abbildung 1.3: Totaler Photoabsorptionsquerschnitt für die γ^*p-Streuung. Im Bereich $0.02 < Q^2 < 0.5$ GeV^2, $W^2 > 200$ GeV^2 sind keine Daten vorhanden, dieser Bereich soll vom VLQ überdeckt werden.

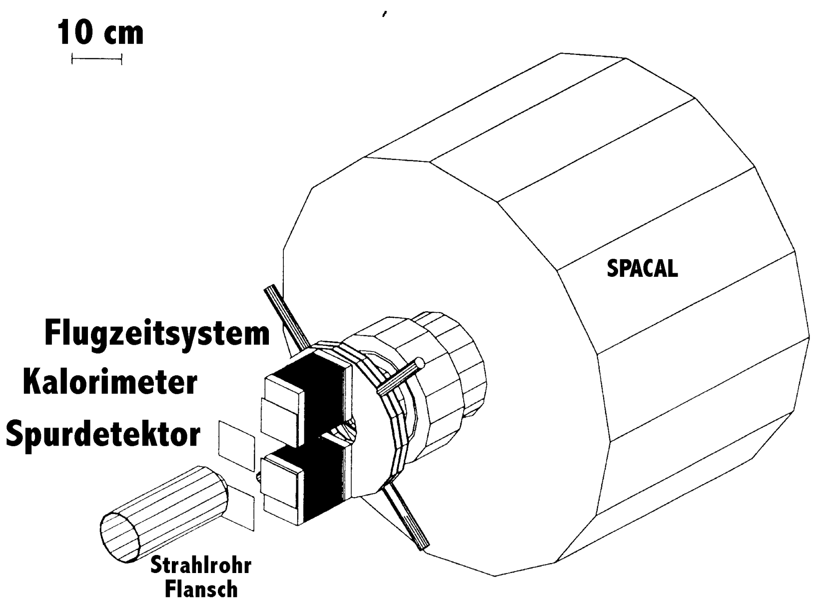


Abbildung 1.4: Schematische Darstellung der Komponenten des VLQ. Die Strahlröhre wurde bei dieser Grafik weggelassen

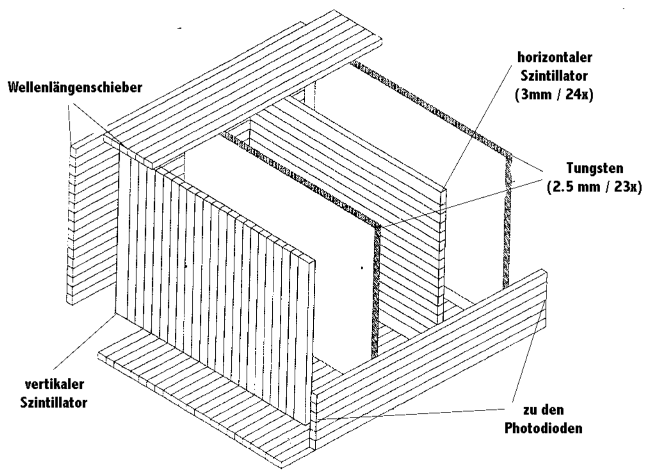


Abbildung 1.5: Darstellung der Bauweise des Kalorimeters

Flugzeitsystem

Zur Unterscheidung des protoninduzierten Hintergrundes von Sekundärteilchen der *ep* Kollision, welche aus dem Wechselwirkungspunkt stammen, dient ein Flugzeitsystem, analog zum dem des BEMC. Es besteht aus 2 runden Szintillatorplatten, welche direkt hinter dem Kalorimeter angebracht sind und mittels eines Photomultipliers ausgelesen werden. Eine zwischen den Szintillatoren angebrachte dünne Bleischicht sorgt für die Unterdrückung zufälliger Koinzidenzen auf Grund von Synchrotronstrahlung. Das Flugzeitsystem kann zudem zur Überprüfung der Hintergrundbedingungen, vor dem Heranfahren des VLQ an seine Meßposition, verwendet werden.

Das VLQ wird im Eisenjoch des rückwärtigen Bereiches des Detektors installiert.
Zur Verhinderung von Strahlungsschäden beim "Rampen" der Strahlenergie ist das VLQ beweglich montiert, so daß es erst nach der Strahlausrichtung an seine eigentliche Position gefahren werden kann. Dies ist umso wichtiger als das VLQ sich sehr nahe an der Beampipe befindet, die zu diesem Zweck an dieser Stelle sogar verkleinert wurde. Eine weitere Maßnahme zur Vermeidung von Strahlungschäden, speziell durch die auftretende Synchrotronstrahlung besteht in dem Aufbau des VLQ aus zwei Teilen, einem oberhalb und einem unterhalb der Beampipe, so daß der besonders stark belastete horizontale Bereich ausgespart bleibt.

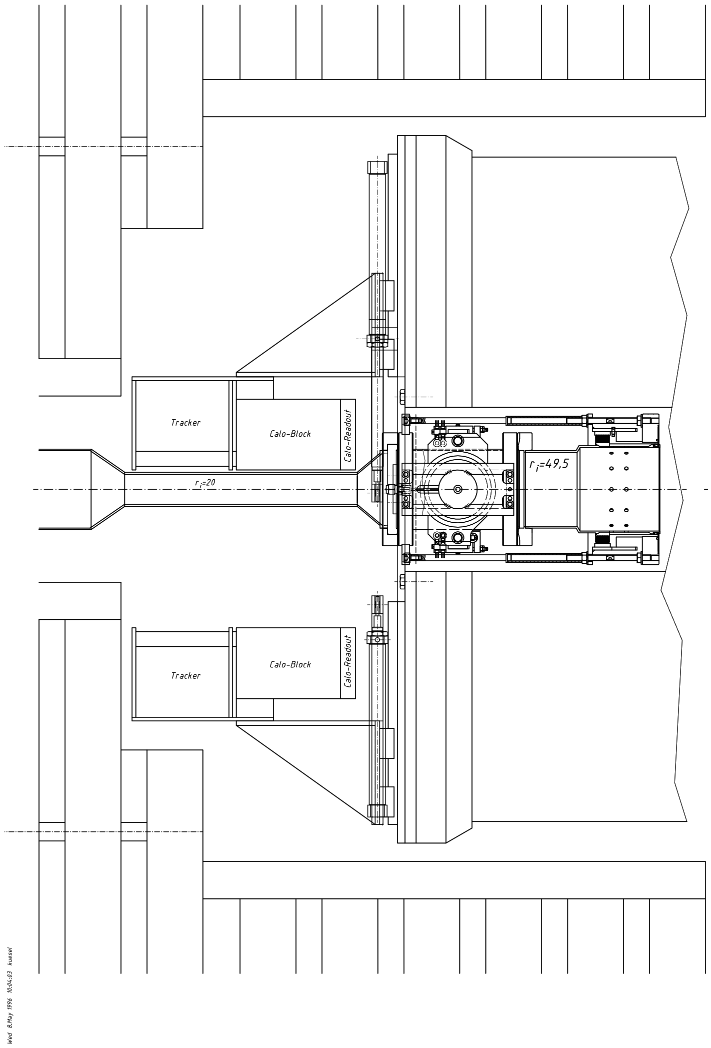


Abbildung 1.6: Darstellung der Mechanik und der Einbauumgebung des VLQ

1.4 Simulationen

Beim Durchgang eines Teilchens durch eine Detektorkomponente verliert ein Teilchen Energie, welche z.B. in Form von erzeugten Ladungen oder Wärme gemessen werden kann. An Hand der registrierten Ladungs-, bzw. Energiedepositionen lassen sich einen ganze Reihe von Informationen über dieses Teilchen gewinnen, wie seine Ladung, seine Energie und eine grobe Aussagen über die Teilchenart. Auf den ersten Blick scheint es somit möglich zu sein, direkt von den gemessenen Energien und Spuren auf die eigentliche Reaktion zurückzuschließen. Leider ist aber dieser Zusammenhang nicht einfach herzustellen, was vor allem an zwei Phänomenen liegt:
Zum einen gibt es Signaturen, die in gleicher Art und Weise und somit für den Experimentator ununterscheidbar, aus verschiedenen Prozessen stammen können. Als Beispiel sei hier die in dieser Arbeit noch ausführlich zu diskutierende elastische Weitwinkelbremsstrahlung genannt, welche sich nicht vom Zerfall eines angeregten Leptons (sofern dieses existiert) in ein Elektron und ein Photon unterscheiden läßt. In beiden Fällen werden im Detektor jeweils nur ein Photon und ein Elektron aber keine hadronische Aktivität detektiert. Zum anderen erfolgt bei hohen Impulsübertragen zwischen Elektron und Proton die Wechselwirkung direkt zwischen dem Lepton und den Quarks, aus denen das Proton aufgebaut ist. Das wechselwirkende Quark erhält dabei eine so hohe Energie, daß das Proton nicht mehr in seiner ursprünglichen Form bestehen bleibt, sondern in eine Reihe farbtragende Partonen zerfällt. Nach der Berücksichtigung von Radiationseffekten, werden diese wieder zu farblosen Hadronen zusammengefaßt (Hadronisierung) und anschließend deren Zerfall (Fragmentation) simuliert. Hierdurch entstehen eine Vielzahl von stabilen Teilchen, welche den harten Subprozeß geradezu maskiert. Erst diese Teilchen werden schließlich im Detektor registriert. Die, dem eigentlichen Prozeß folgenden, Hadonisierung und Fragmentation sind stochastischer Natur und enthalten eine große Menge an Freiheitsgraden, so daß ein direkter Schluß von gemessenen Teilchen auf den harten Subprozeß nicht mehr möglich ist. Einen Ausweg aus dieser Situation stellen Monte Carlo Simulationen dar. Mit ihrer Hilfe lassen sich Teilchenprozesse mittels stochastischer Methoden generieren und simulieren, und die so erzeugten Signaturen mit den gemessenen Daten vergleichen. Nur auf diesem Weg ist ein Vergleich zwischen theoretischen Modellen (bzw. Rechnungen) und der Natur möglich.
Die Simulation erfolgt bei H1 in mehreren Schritten (siehe Abb.1.7):
Im ersten Schritt erzeugt ein Generatorprogramm auf Grund einer theoretischen Beschreibung des differentiellen Wirkungsquerschnittes und der Kinematik des zu untersuchenden Prozesses die im harten Subprozess gebildeten Teilchen. Anschließend werden mittels spezieller Fragmentations- und Hadronisierungsroutinen (Bsp. [Jetset74]) die im Detektor registrierbaren stabilen Teilchen gewürfelt. Im nächsten Schritt lassen sich die von den einzelnen Teilchen im Detektor hinterlassenen Energiedepositionen, also ihre Auswirkungen beim Durchqueren des Detektors erzeugen ([H1SIM]), bevor in einer weiteren Stufe aus diesen Informationen wieder Teilchen rekonstruiert([H1REC]) werden. Da auch mit den realen Daten dieser letzte Schritt "die Rekonstruktion" durchgeführt wird sind jetzt die simulierten Daten mit den realen Daten vergleichbar.

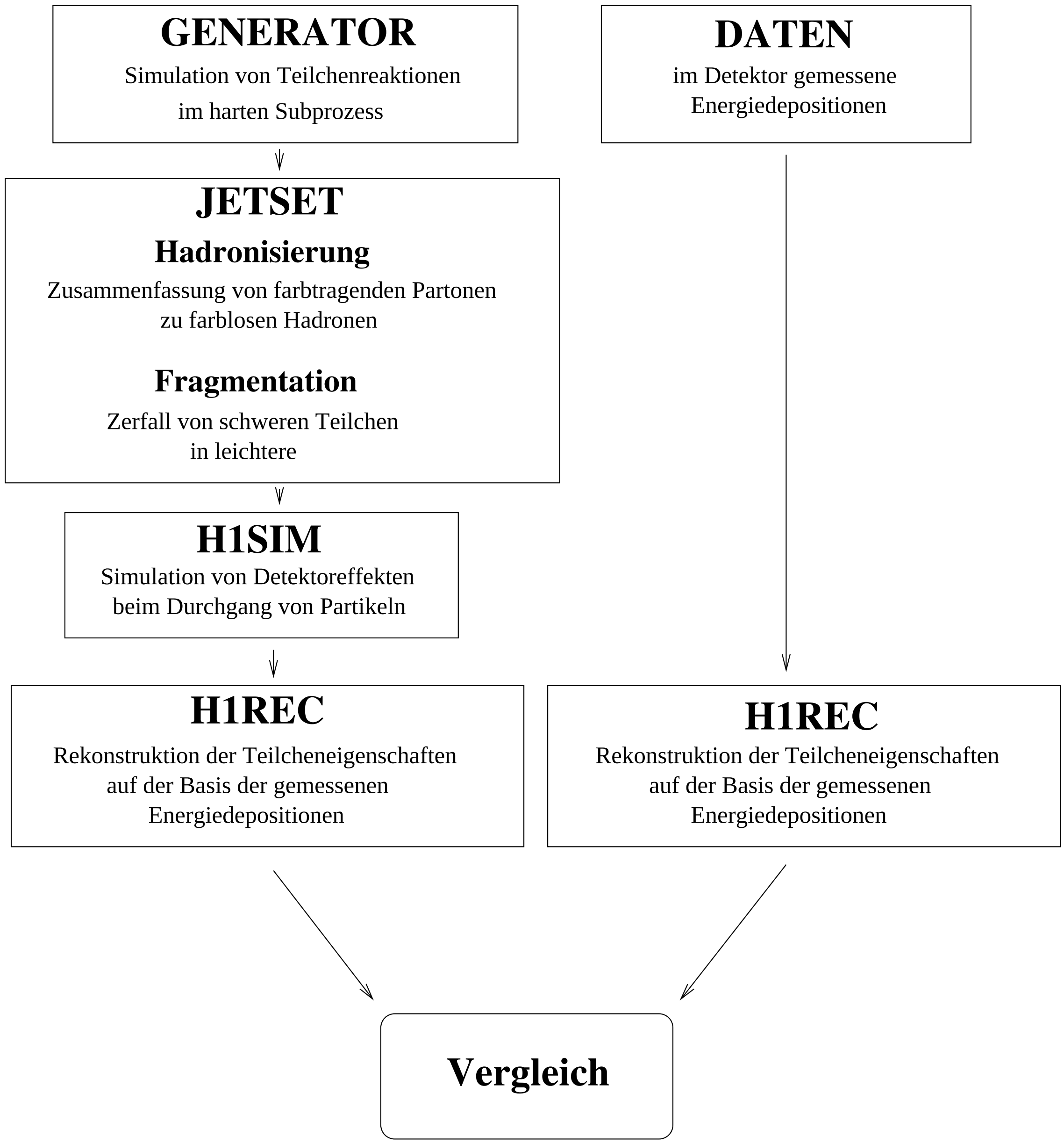


Abbildung 1.7: Darstellung der verschiedenen Schritte der Simulation bis hin zum Vergleich mit Meßwerten

1.5 Motivation der Untersuchungen

Luminositätsmessung

Zur Bestimmung der absoluten, integrierten Luminosität bei H1 bedarf es eines Prozesses, welcher sich exakt berechnen läßt, eine hohe Statistik aufweist und zudem leicht von etwaigem Untergrund zu trennen ist. Einen solchen Prozeß stellt die Bremsstrahlung dar. Die Bremsstrahlung

$$e + p \longrightarrow e + \gamma + X$$

ist dominiert von sehr kleinen invarianten Massen des Elektron-Photon-Subsystems $\hat{s} = (e + \gamma)^2$ und sehr kleinen quadratischen Impulüberträgen $Q^2 \ll m_e^2$. In diesem Grenzfall, Bethe-Heitler-Prozeß genannt, geht die Struktur des Photons nicht in die Rechnungen ein, so daß sich der differentielle Wirkungsquerschnitt der Streuung exakt aus der QED berechnen läßt. Zudem zeichnet sich dieser Prozeß neben einer hohen Zählrate durch hohe sichtbare Energien der auslaufenden Teilchen aus, so daß sich diese leicht detektieren lassen.
Die Bremsstrahlungsreaktion wird in zweierlei Weisen zur Bestimmung der Luminosität eingesetzt. Zu einen mittels des H1-Luminositäts Systems [H1LUMI], welches aus einem Elektrontagger bei z=-34m und einem Photondetektor bei z=-106m besteht, und die aus der Bethe-Heitler-Bremsstrahlung stammenden Elektronen und Photonen detektiert. Zum anderen in Form der QED-Compton Methode [And92][Fav96], welche die gestreuten Elektronen und abgestrahlten Photonen im H1-Hauptdetektor selbst mißt, und deren Berechnungen auf dem Prozeß der Weitwinkelbremsstrahlung beruhen. Der Begriff Weitwinkelbremsstrahlung bezeichnet dabei obigen Bremsstrahlungsprozeß, bei endlichen und somit großen invarianten Massen $\hat{s}$, und endlichen, weiten Winkeln der auslaufenden Elektronen und Photonen. Trotz der deutlich niedrigeren Statistik dieser zweiten Methode hat sie den Vorteil, einen nur geringen Hintergund zu besitzen und keine Totzeitkorrekturen zu erfordern.
Die Bestimmung der Luminosität ist essentiell wichtig für jegliche Suche nach neuer Physik, neuen Teilchen und Wechselwirkungen bei H1. Aus diesem Grund wird diese zweite Möglichkeit dringend benötigt um die mit der Bethe Heitler Standardmethode gewonnenen Ergebnisse zu überprüfen.

Angeregte Leptonen

Analog zum Aufbau der Hadronen aus elementaren Quarks, werden in Kompositmodellen auch für Leptonen neue Konstituenten postuliert. In diesem Fall sind auch neue schwere Leptonen, welche als Anregungen des Grundzustandes interpretierbar sind, zu erwarten. Deren direkte Beobachtung würde einen starken Hinweis auf eine weiter Substruktur der Materie liefern [H1Col96]. Gerade die ep-Wechselwirkung bei hohen Energien bietet eine exzellente Umgebung für die Suche nach angeregten Leptonen, da etwa 50% des Wirkungsquerschnittes im elastischen Kanal

$$e + p \to e^* + p$$

erwartet wird [Hag85]. 30 % der angeregten Leptonen zerfallen wiederum in ein Lepton und ein Photon, mit einer Masse um 150 GeV. Dieser Kanal hat eine sehr klare Signatur, da nur das $e\gamma$ Paar im ansonsten leeren Detektor sichtbar ist. Den wichtigsten Hintergrundprozeß für die Suchen nach angeregten Leptonen stellt somit die Weitwinkelbremsstrahlung dar, bei der ebenfalls ein gestreutes Leptonen, sowie ein Photon im Detektor sichtbar sind. Die Analyse der inelastischen Prozesse :

$$e + p \to e^* + X \qquad \text{bzw.} \qquad e^* \to e + Jets$$

gestaltet sich zwar technisch komplizierter, hat aber ebenfalls die Weitwinkelbremsstrahlung als grundlegenden Hintergrundprozeß. Somit ist hier eine möglichst exakte Simulation der Weitwinkelbremsstrahlung, besonders aber des elastischen Anteils von erheblicher Bedeutung zur Abschätzung des Untergrundes [Koe95].

Bestimmung des Photoneninhaltes des Protons

Eine weitere Möglichkeit für die Anwendung der Weitwinkelbremsstrahlung liegt in der Bestimmung des Photoneninhaltes des Protons, da ein Vergleich des elastischen Anteils des Prozesses mit einer auf dem Photonfluss des Protons basierenden Simulation (ggf. in einer Näherung) dessen Bestimmung erlaubt.

Kalibration und Ausrichtung des VLQ

Die zentrale Motivation für die Untersuchung der Weitwinkelbremsstrahlung bei H1 in dieser Arbeit bestand in der Erstellung eines Monte Carlo Generators, welcher für die neue Detektorkomponente VLQ sinnvolle Ergebnisse liefert und auch bei kleinsten Impulsüberträgen effizient und gut arbeitet. Wie noch gezeigt wird, konnte dieses Ziel mit dem Generator WabGen erreicht werden, so daß die nötige Software zur Überprüfung der Kalibration und Ausrichtung des VLQ (siehe [VLQ96] Kap.5) nun zur Verfügung steht.

Kapitel 2

Die Weitwinkelbremsstrahlung

Unter dem Begriff Bremsstrahlung versteht man die Abstrahlung eines reellen Photons durch ein beschleunigtes, geladenes Teilchen. Der Wirkungsquerschnitt der Bremsstrahlung ist proportional zu $\frac{1}{m^2}$, mit m als der Masse des abstrahlenden Teilchens, so daß in der ep-Streuung die Photonabstrahlung des Protons gegenüber der des Elektrons nur eine untergeordnete Rolle spielt. Zudem ist im elastischen Fall die Abstrahlung von Photonen mit hohem Transversalimpuls p_T durch das Proton auf Grund der Formfaktoren, welche sich proportional $\frac{1}{p_T^8}$ verhalten, stark unterdrückt. Aus diesem Grund wird in den weiteren Ausführungen, wenn von "der Bremsstrahlung" gesprochen wird, stets von der Abstrahlung eines Photons durch das einlaufende oder auslaufende Elektron die Rede sein.
In der physikalische Umgangssprache wird häufig zwischen der Weitwinkelbremsstrahlung, auch QED-Compton-Prozeß genannt, und der Bethe-Heitler-Bremsstrahlung unterschieden. Physikalisch gesehen ist diese Unterscheidung rein willkürlich, handelt es sich doch in beiden Fällen um ein und denselben Prozeß. Die Motivation dieser Bezeichnungsweise bestehen bei H1 in der Unterscheidung, ob das gestreute Elektron und das abgestrahlte Photon im Hauptdetektor detektiert werden können oder nicht. Im Fall der Weitwinkelbremsstrahlung sind das Elektron und das Photon im Hauptteil des Detektors sichtbar, während sie im Bethe-Heitler Fall diesen entlang der Strahlröhre verlassen und erst in einer weiter entfernten Komponente (beispielsweise dem Luminositätssystem) detektierbar sind. In den folgenden Untersuchungen wird ausschließlich die Weitwinkelbremsstrahlung untersucht.
Das der Berechnung der Bremsstrahlung zu Grund liegende Problem, die Ausstrahlung eine Photons durch ein sich schnell bewegendes Elektron im Feld eines (relativ zum Elektron gesehen) schweren geladenen Teilchens wurde bereits in den 30er Jahren durch Bethe und Heitler untersucht. Sie berechneten auf Grundlage der Dirac Gleichung die Ausstrahlung eines Photons durch schnelle Elektronen im Feld eines unendlich schweren Kerns der Ladung $Z \cdot e$. [Hei33] Es handelt sich also eigentlich um ein bereits seit langem [1], zumindest

[1] Zu dieser Zeit war noch nicht einmal die Existenz des Positrons als Antiteilchen des Elektrons gesichert: " Dies zeigt, daß wir uns nicht mehr mit Sicherheit innerhalb des Gültigkeitsbereichs der Theorie befinden. (Wenn man nicht die Zustände negativer Energie mit den gerade bei den Stoßprozessen in der Höhenstrahlung auftretenden 'positive Elektronen' in Zusammenhang bringen will, was bei dem gegenwärtigen Stand

im elastischen Fall gelöstes Problem, welches lediglich einer Anwendung auf den Fall der ep-Streuung bedurfte. Dennoch hat sich gezeigt, daß eine genaue Untersuchung dieses Prozesses, auf Grund seiner Bedeutung für das H1 Experiment von Interesse ist, und auch zu neuen, teils überraschenden Ergebnissen geführt hat.
Auch die Weizsäcker Williams Approximation, welche in dieser Arbeit noch ausführlich diskutiert wird, wurde bereits in diesen frühen Jahren der Elementarteilchenphysik schon auf dieses Problem angewandt. [Wei33]

2.1 Weitwinkelbremsstrahlung in der *ep*-Streuung

Ein Studium der Reaktion

$$e + p \longrightarrow e + \gamma + p \qquad \text{bzw.} \qquad e + p \longrightarrow e + \gamma + X$$

(wobei X den hadronischen Anteil des Reaktionsprodukte bezeichnet) auf der Basis der Feynmanregeln, bzw. der zugehörigen Diagramme für die Abstrahlung im Anfangs bzw. Endzustand

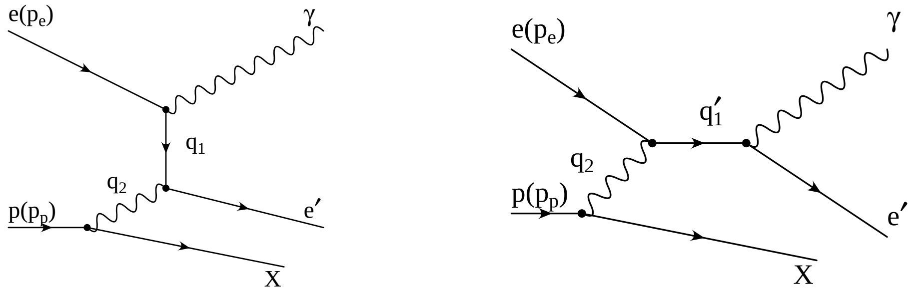


Abbildung 2.1: Feynmandiagramme des Grundprozesses der Weitwinkelbremsstrahlung

ergibt a priori:

$$d\sigma(q_1^2, q_2^2) \sim \frac{dq_1}{q_1^2 - m_e^2} \cdot \frac{dq_2}{q_2^2} \quad \text{bzw.} \quad d\sigma(q_1'^2, q_2^2) \sim \frac{dq_1'}{q_1'^2 - m_e^2} \cdot \frac{dq_2}{q_2^2}$$

Der differentiellen Wirkungsquerschnitt wird für kleine Werte der Viererimpulsquadrate q_i^2 von zwei Polstellen dominiert. Bei näherer Betrachtung lassen sich drei Fälle unterscheiden:

unserer Kenntnisse noch in keiner Weise gerechtfertigt ist" [Hei33])

Bremsstrahlung $q_1^2, (q_1'^2) \to 0, q_2^2 \to 0$

Für infinitesimale $q_1^2, (q_1'^2)$ und q_2^2 nahe Null verschwinden die transversalen Impulse der Reaktionsprodukte, so daß alle nach der Wechselwirkung vorhandenen Teilchen unter sehr kleinen Winkeln entlang der Strahlröhre auslaufen. Sie sind deshalb nicht im H1-Hauptdetektor detektierbar und somit ist dieser Fall hier nur von untergeordnetem Interesse. Da beide q_i Werte nahe an den jeweiligen Polstellen besitzen, ergeben sich für diesen Fall große Zählraten. Die Messung des auslaufenden Photons bei H1 gestaltet sich auf Grund der Krümmung der Strahlröhre als einfach, benötigt man hierzu doch lediglich einen Photonen-Detektor bei einem Winkel von 0° und in einigen Metern Abstand vom Wechselwirkungspunkt. Auch die gestreuten Elektronen lassen sich auf Grund ihrer niedrigeren Energie aus der Strahlröhre auskoppeln und detektieren. Die Ablenkmagneten des H1-Systems lassen sich dabei als eine Art Spektrometer einsetzen. (H1-Luminositätssystem [H1LUMI]). Dieser Fall wird auch als Bethe-Heitler-Prozeß bezeichnet.

Soll zumindest eine Komponente der auslaufenden Teilchen endliche Winkel besitzen, damit sie in den Hauptkomponenten der H1 Detektors detektierbar ist, so muß wenigstens eines der beiden q_i^2 endliche Werte annehmen:

Strahlungskorrekturen : $q_1^2, (q_1'^2) \to 0, q_2^2$ endlich

Geht $q_1^2, (q_1'^2)$ gegen Null während q_2^2 endlich bleibt, so läuft das erzeugte γ in Richtung des einlaufenden (Abstrahlung im Anfangszustand) bzw. auslaufenden Elektrons (Abstrahlung im Endzustand) aus, wobei das gestreute Elektron und der hadronische Rest im Detektor sichtbar sind. Ersterer Fall entspricht somit einer Streuung von Elektronen geringerer Energie als der einlaufenden am Proton, und somit dem Fall einfacher **Strahlungskorrektur**. Das Photon verläßt den Detektor undetektiert entlang der Beampipe. Im zweiten Fall, der Abstrahlung des Photons in Richtung des auslaufenden Elektrons, sind diese beiden Teilchen im Detektor nicht mehr zu unterscheiden. Aus diesem Grund ist auch dieses Szenario für die Weitwinkelbremsstrahlung nur von untergeordnetem Interesse.

Weitwinkelbremsstrahlung: $q_1^2, (q_1'^2)$ endlich, $q_2^2 \to 0$

Für q_2^2 gegen Null und $q_1^2, (q_1'^2)$ endlich läuft das hadronische System entlang der Beampipe aus, während sowohl das gestreute Elektron, als auch das abgestrahlte Photon unter endlichen d.h. **weiten Winkeln** detektierbar sind. Dies wird deshalb als **Weitwinkelbremsstrahlung** bezeichnet. Der Prozeß läßt sich auch als Comptonstreuung eines vom Proton emittierten quasi-reellen Photons ($Q^2 \approx 0$) am einlaufenden Elektron interpretieren, weshalb auch die Bezeichnung **quasi-reelle QED Comptonstreuung** in der Literatur geläufig ist.

Die Weitwinkelbremsstrahlung in der ep-Streuung entspricht also einem Bremsstrahlungsprozeß bei, dem sowohl das gestreute Elektron, als auch das Photon unter großen Winkeln im Detektor sichtbar sind.
Je nach der Größe des Impulsübertrages zwischen Elektron und Proton bei dieser Reaktion lassen sich drei verschiedene Bereiche unterscheiden:

I) Elastischer Fall

Ist der Impulsübertrag auf das Photon klein ($Q^2 \approx 0$), so kann das einlaufende Elektron nicht weit genug in das Proton eindringt, um seine innere Quarkstruktur zu sehen oder diese gar zu beeinflussen. Das Elektron wird dann elastisch am gesamten Proton gestreut, so daß eine Beschreibung des Protons mittels elektrischer und magnetischer Formfaktoren [2] voll ausreicht und der Wirkungsquerschnitt auf der Grundlage der QED exakt berechenbar ist. Der kleine Impulsübertrag auf das Proton bewirkt zudem einen nur minimalen transversalen Impuls, so daß es den Detektor undetektierbar entlang der Strahlröhre wieder verläßt. Elastische Weitwinkelbremsstrahlungsereignisse zeichnen sich durch ein Elektron und ein Photon, back to back bei großen Winkeln im ansonsten leeren Detektor aus.

II) Inelastischer Fall

Für einen Impulsübertrag Q^2 größer als einige GeV erfolgt die Wechselwirkung nicht mehr zwischen Elektron und Proton selbst, sondern punktförmig zwischen dem Elektron und einem der Quarks des Protons. Die Berechnung des Wirkungsquerschnittes basiert hier auf dem Quark-Parton-Modell der QCD, also der harten punktförmigen Quark Elektron Reaktion, welche gemäß dem Faktorisierungstheorem der QCD, mit der Quarkdichteverteilung des Protons gefaltet wird.

III) Quasielastischer Fall

Im quasielastischen Fall bleibt das Proton trotz des höheren Impulsübertrages ($0 < Q^2 <$ einige GeV) (verglichen mit dem elastischen Fall) noch immer intakt, erhält aber soviel Energie durch das ausgetauschte virtuelle Photon, daß es in einen angeregten Zustand übergeht. Dieser zerfällt nach kurzer Zeit in ein Proton und mindestens ein Pion. Auch hier basiert die Berechnung des Wirkungsquerschnittes auf der Faltung des harten Quark-Elektron Querschnittes mit der Quarkdichteverteilung. Diese allerdings kann hier aus einer geschickten Parameterisierung der Protonstrukturfunktion F_{2p} für den Resonanzbereich gewonnen werden. Die invariante Masse des Elektron-Photon-Subsystem ist hierbei begrenzt: $m_p^2 < \hat{s} < 1.8$ GeV^2

[2] Es wird hier angenommen, daß die Formfaktoren des Protons auf Grund empirischer Analysen hinreichend genau bekannt sind.

Die Untersuchung der Weitwinkelbremsstrahlung soll im folgenden für den elastischen und den inelastischen Fall getrennt durchgeführt werden, da sich die beiden Bereiche in ihre Behandlung und vor allem in ihrer theoretischen Berschreibung gravierend unterscheiden. Dennoch liegen auch den inelastischen Rechnungen die Ergebisse des elastischen Anteils zu Grunde .

2.2 Berechnung des differentiellen Wirkungsquerschnittes

Der Wirkungsquerschnitt der elastischen Streuung eines Elektrons oder Positrons an einem Proton unter Ausstrahlung eines Photons läßt sich auf der Grundlage der Quantenelektrodynamik exakt berechnen. Dennoch stellen sich die dazu nötigen Berechnungen rasch als aufwendig und für eine analytische Lösung als nicht gut zugängig heraus, so daß stets auf Näherungen oder geschickte Ansätze zurückgegriffen werden muß. In folgenden werden sowohl die Ergebnisse der direkten Berechnung des differentiellen Wirkungsquerschnittes auf der Grundlage der Feynmanregeln, als auch der Photon-Fluß-Ansatz als exakte Kalkulationen des Wirkungsquerschnittes vorgestellt. Zudem wird eine auf einer Weizsäcker-Williams-Näherung basierender Berechnung vorgeführt.

2.2.1 Direkte Berechnung

Die direkte Berechnung der Weitwinkelbremsstrahlung auf der Basis der Feynmanregeln wurde von Michael Spira [Spi97] durchgeführt. Für den differentiellen Wirkungsquerschnitt des elastischen Prozesses wurden folgende Diagramme erster Ordnung berücksichtigt:

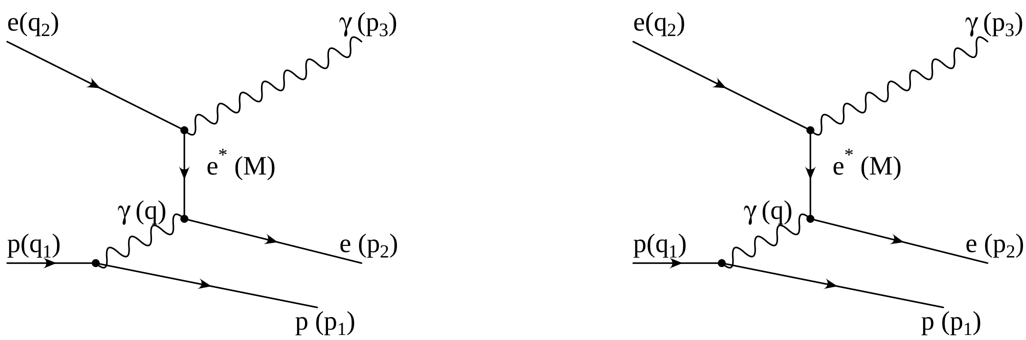


Abbildung 2.2: Darstellung der bei der direkten Berechnung berücksichtigten Feynmandiagramme in der verwendeten Bezeichnung der Größen

Die Photonabstrahlung durch das Proton trägt nur wenig bei, und wird deshalb bei der weiteren Untersuchung vernachlässigt.
Die Berechnung des Wirkungsquerschnittes unter Vernachlässigung der Elektronenmasse im Schwerpunktsystem der einlaufenden Teilchen ergibt :

$$d\sigma = \frac{\alpha^3}{2\pi s} \cdot \frac{G_1 A + 2G_2 B}{Q^2 + 2q \cdot p_2} \cdot \frac{dQ^2}{Q^2} \cdot \frac{dM^2_{e\gamma}}{M^2_{e\gamma}(4EE'\beta\beta')} \cdot dx_2 d\theta d\chi$$

wobei A und B relativ einfache invariante sind, welche aus den Viererimpulsen der ein- und auslaufenden Teilchen zusammengesetzt sind. G1 und G2 sind aus Kombinationen der Formfaktoren aufgebaut:

$$\begin{aligned}
A &= Q^2(Q^2 + 2M^2_{e\gamma}) + M^4_{e\gamma} + 4(qp_2)^2 \\
B &= B_0 - B_1 \\
B_0 &= s(s - M^2_{e\gamma} - Q^2) + 4(p_1 p_2)(q_1 p_2) \\
B_1 &= \frac{m_p^2}{Q^2}\left[M^4_{e\gamma} + 4(qp_2)^2\right] + m_p^2\left[2s + M^2_{e\gamma} - m_p^2\right]
\end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}
G_1 &= G_M^2(Q^2) \\
G_2 &= \frac{G_E^2(Q^2) + \frac{Q^2}{4m_p^2} G_M^2(Q^2)}{1 + \frac{Q^2}{4m_p^2}}
\end{aligned}$$

Hierbei repräsentieren $G_M(Q^2)$ und $G_E(Q^2)$ den magnetischen bzw. elektrischen Formfaktor des Protons. $M_{e\gamma}$ entspricht der invarianten Masse im Elektron Photon Subsystem, m_p der Masse des Protons und s der Schwerpunktsenergie von einlaufendem Elektron und Proton. χ bezeichnet den Schnittwinkel der beiden Ebenen, die durch die Richtungen der Dreierimpulse des einlaufenden Elektrons einerseits, sowie den Richtungen des auslaufenden Elektrons und Photons andererseits festgelegt werden, siehe 2.3. Der Winkel χ ist dabei zwischen der Richtung des auslaufenden Elektrons und des einlaufende Protons gewählt.

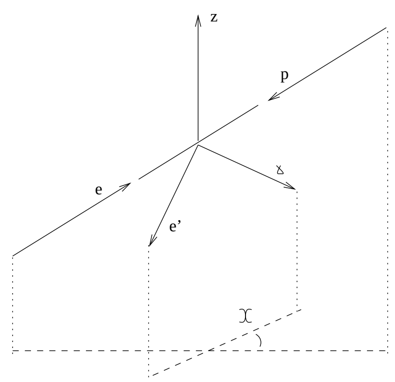


Abbildung 2.3: Darstellung des Schnittwinkels χ der beiden Ebenen

Der Azimutalwinkel wurde mit θ bezeichnet. Die Größe x_2 ist über die Energie des auslaufenden Elektrons: $E'_e = x_2 \cdot \frac{\sqrt{s}}{2}$ definiert.
Zudem gilt für die folgenden Größen:

$$\begin{aligned}
E &= \frac{s + m_p^2}{2\sqrt{s}} \\
E' &= \frac{s + m_p^2 - M_{e\gamma}}{2\sqrt{s}} \\
\beta &= \frac{s - m_p^2}{s + m_p^2} \\
\beta' &= \frac{\sqrt{[s - (M_{e\gamma} + m_p)^2]\,[s - (M_{e\gamma} - m_p)^2]}}{s - M_{e\gamma}^2 + m_p^2}
\end{aligned}$$

Statt des traditionellen Bremsstrahlungsphasenraumes $d\Omega_{e'} d\Omega_\gamma dE_\gamma$ wurde der Phasenraum analog zur Reaktion $e^- + e^+ \longrightarrow q + \bar{q} + g$ gewählt $(dx_2 d\Phi d\chi)$

2.2.2 Photon-Fluß-Ansatz

Eine weitere Möglichkeit den elastischen Wirkungsquerschnitt exakt zu berechnen, beruht auf der Methode des Photon-Fluß-Ansatzes. Hierbei wird das einlaufende Proton als ein Flußspektrum virtueller Photonen interpretiert, welches schließlich mit dem einlaufenden Elektron wechselwirkt. Die Berechnung des Wirkungsquerschnittes besteht also in der Faltung des transversalen Flußes der virtuellen Photonen mit den differentiellen Wirkungsquerschnitten der Elektron-Photon-Streuung, unter Beachtung aller möglichen Polarisationen des virtuellen Photons, sowie der Interferenzterme. Die einzelnen Faktoren werden dabei mittels des Polarisationsparameters ϵ gewichtet, um den Unterschied zwischen longitudinalem und transversalem Photonenfluß zu berücksichtigen, wodurch sich ein Wirkungsquerschnitt der Form :

$$\frac{d\sigma}{dk^2 dz dy d\phi} = \Gamma_t \left(\frac{d\sigma_t^C}{dy d\phi} + \epsilon \frac{d\sigma_l^C}{dy d\phi} + \epsilon \frac{d\sigma_p^C}{dy d\phi} + \sqrt{2\epsilon(\epsilon+1)} \frac{d\sigma_i^C}{dy d\phi} \right)$$

mit

$$\epsilon = \frac{\Gamma_l}{\Gamma_t}$$

ergibt.
Hierbei beschreibt k^2 den Viererimpulsübertrag durch das virtuelle Photon, z den Energiebruchteil welchen das Photon relativ zur Energie des Protons trägt, y den Energiebruchteil des gestreuten Elektrons relativ zur Energie des virtuellen Photons und ϕ den azimutalen

Streuwinkel des auslaufenden Elektrons im Schwerpunktsystem des virtuelle Photons und des Elektrons. Die differentiellen Wirkungsquerschnittterme entsprechen den

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_t}{dyd\phi} &: \text{ transversalen} \\ \frac{d\sigma_l}{dyd\phi} &: \text{ longitudinalen} \\ \frac{d\sigma_i}{dyd\phi}\text{und } \frac{d\sigma_p}{dyd\phi} &: \text{ Interferenztermen} \end{aligned}$$

für die Streuung eines virtuellen Photons am Elektron.
Sofern man einen bezüglich des $e\gamma$-Schwerpunktsystems ϕ-symmetrischen Detektor zu Grunde legen kann, tragen σ_p und σ_i nicht zum totalen Wirkungsquerschnitt bei, da sich ihr Beitrag bei der Integration über den vollen Azimutalwinkel ϕ zu 0 ergibt.
Der Photon Fluß Ansatz wurde sowohl in dem Programm COM200 [Cou92/2], welches auf den Berechnungen von Coureau und Kessler beruht, als auch in WabGen [WabGen] welcher auf den Berechnungen von Ch. Berger beruht und dieser Arbeit zu Grunde liegt, verwirklicht. Die Funktionsweisen dieser Generatoren werden in Kapitel 3 genauer erläutert.

2.2.3 Weizsäcker-Williams-Approximation

Der differentielle Wirkungsquerschnitt der Weitwinkelbremsstrahlung wird von kleinen Impulsüberträgen k^2 uns somit vom Austausch fast reeller Photonen dominiert. Es liegt deshalb nahe in der Berechnung des Wirkungsquerschnittes die Terme zu vernachlässigen, die ihre Motivation einzig aus der Virtualität des Photons erhalten.
Unter Vernachlässigung der longitudinalen Anteile sowie der Interferenzterme im Photon-Fluß-Ansatz ergibt sich für den differentiellen Wirkungsquerschnitte die Näherung:

$$\frac{d\sigma}{dk^2dzdyd\phi} = \Gamma_t \left(\frac{d\sigma_t^C}{dyd\phi}\right)$$

welche als "equivalent photon approximation" bezeichet wird. Der Wirkungsquerschnitt ist nun nicht mehr vom Azimutalwinkel ϕ im Schwerpunktsystem des Prozesses abhängig, so daß über diesen integriert werden kann.
Wird zudem die k^2 Abhängigkeit des transversalen Photonflusses außer Acht gelassen, so kann auch über den Viererimpulsübertrag k^2 integriert werden. Der Gesamtprozeß läßt sich dann in die Ausstrahlung eines quasireellen ($k^2 \approx 0$) und somit transversal polarisierten Photons durch das Proton, und seine Compton-Streuung am Elektron separieren. Diese Form der Näherung bezeichnet man als Weizsäcker-Williams-Appoximation. Der differentielle Wirkungsquerschnitt, welcher nun nur noch von zwei Variablen (hier z und y) abhängt, ergibt sich dann aus der Faltung der equivalenten Anzahl Photonen im Proton mit dem Wirkungsquerschnitt der reellen Comptonstreuung

$$\frac{d\sigma}{dzdy} = f_{\gamma/p}(z)\frac{d\sigma_t^{Compton}(k^2=0)}{dydz}$$

Hierbei wird die Virtualität des ausgetauschten Photons vollständig vernachlässigt, so daß die Ausstrahlung des Photons als kollinear zur Bewegungsrichtung des Protons betrachtet werden kann. Dies vereinfacht die Berechnung der Kinematik erheblich, da nun

$$E_\gamma = zE_p \quad \text{und} \quad E'_p = (1-z)E_p$$

und somit

$$k = z \cdot p$$

gesetzt werden kann. Hierbei ist zu beachten, daß diese Beziehung nur unter Vernachlässigung der Teilchenmassen in der Hochenergienäherung gelten kann. Als Konsequenz ergibt sich der folgende Zusammenhang für den relativen Energieverlust des Elektrons im Ruhesystem des Protons $\bar{y}$ und dem relativen Energieverlust des Protons im Ruhesystem des Elektons z :

$$\bar{y} = \frac{e \cdot k}{e \cdot p} \approx \frac{ze \cdot p}{e \cdot p} = z$$

Diese gerade beschriebene Vorgehensweise stimmt mit der von Weizsäcker und Williams bereits 1934 unabhängig voneinander entwickelte Technik überein, die auf eine Vereinfachung der Berechnung relativistischer Streuprozesse geladener Teilchen abzielt. Das elektromagnetische Feld einer sich schnell bewegenden Ladung in einem Raumpunkt besteht im wesentlichen aus den transversalen Feldkomponenten, und läßt sich näherungsweise als eine elektromagnetische Welle interpretieren. Somit kann ein sich schnell bewegendes, geladenes Teilchen durch einen Photonenstrahl approximiert werden, welcher dasselbe Energiespektrum wie das Feld des Teilchens besitzt.

Kapitel 3

Die Generatoren

3.1 Der Generator 'WabGen '

Der Generator WabGen wurde im Rahmen dieser Diplomarbeit zur Untersuchung der Weitwinkelbremsstrahlung bei kleinsten invarianten Massen und großen Streuwinkeln der auslaufenden Leptonen sowie Photonen entwickelt. Dieser für das VLQ besonders wichtige Bereich stellt besondere Anforderungen an die Genaugkeit der physikalischen Berechnungen einerseits und der softwaretechnischen Realisation andererseits dar. Aus diesem Grund wurden in der Berechnung der kinematischen Größen die Massen aller Teilchen exakt berücksichtigt. Alle für die physikalischen Berechnungen verwendeten Variablen innerhalb des Generators wurden in "DOUBLE PRECISION", also doppelter Genauigkeit mit bis zu 16 relevanten Stellen verwendet. So konnte das Ziel, die Entwicklung eines Generators, welcher in diesem extremen Bereich kleinster Impulsüberträge und Massen effizient und physikalisch exakt arbeitet, erreicht werden.

Im Verlauf der Untersuchungen zeigte sich zudem, daß sowohl EPCOMPT V1.0 als auch COM200 teils physikalische teils programmtechnische Probleme aufwiesen, die leider nicht vollständig behebbar waren. Aus diesem Grund scheint zum jetzigen Zeitpunkt alleine WabGen als Monte Carlo Generator für die Weitwinkelbremsstrahlung uneingeschränkt einsetzbar.

WabGen ist ein ungewichteter (Ereignisgewicht=1) Monte Carlo Generator, welcher auf dem Programmpaket Bases/Spring von S. Kawabata [Kaw94] aufbaut. Dieses Paket wurde hier in der Version 5.1 aus dem Jahr 1994 verwendet und erlaubt nicht nur die Integration des Wirkungsquerschnittes in bis zu 15 stark peakenden Variablen, sondern zudem in 35 weiteren. Der Bases zu Grunde liegende Algorithmus VEGAS [Lep77][Lep80] wurde von P. Lepage entwickelt und beruht auf einer Kombination von "stratified sampling" und "importance sampling", bei der ein Gitter aus Hyperkuben auf den zu samplenden Bereich gelegt und iterativ dem Verlauf der zu integrierenden Funktion angepaßt wird. Dieses so berechnete Gitter, stellt gleichzeitig die Wahrscheinlichkeitsdichte der zu integrienden Variablen dar. Er kann mittels der Routine Spring direkt zum Würfeln von Phasenraumpunkten und somit als Grundlage der Generation von Teilchen im Endzustand herangezogen

werden. Eine ausführliche Beschreibung des Algorithmus von Bases/Spring findet sich in Anhang B.
Die WabGen zu Grunde liegenden Berechnungen des differentiellen Wirkungsquerschnittes stammen von Ch. Berger [Ber97]. Die Berechnungen zur Kinematik berücksichtigen die Massen aller Teilchen und damit auch die Kinematik in vollständiger Art und Weise. Der Generator berechnet alle auslaufenden Zustände inklusive ihrer Fragmentation. Die Generation erfolgt jeweils getrennt in den Bereichen elastisch, quasielastisch und tiefinelastisch. Zudem sind in WabGen Strahlungskorrekturen für das einlaufende Elektron implementiert. Im folgenden soll neben der Berechnung des differentiellen Wirkungsquerschnittes und der verwendeten Kinematik auch eine kurze Erklärung der Ablaufes der interessanten physikalischen Routinen des Generators gegeben werden:

3.1.1 Zu Grunde liegender Prozeß

Wie bereits im Kapitel 2 erläutert, lassen sich bei der Weitwinkelbremsstrahlung drei Fälle unterscheiden, die physikalisch unterschiedlich beschrieben werden müssen: den elastischen, den inelastischen und den tiefinelastischen Fall. Für alle drei Prozesse bildet die Berechnung des elastischen Anteils des totalen Wirkungsquerschnittes die Grundlage, so daß ihr besondere Bedeutung zukommt. Zudem ist der elastische Wirkungsquerschnitt auf der Grundlage der QED prinzipiell exakt bestimmbar und modellunabhängig, so daß er eine optimale Basis zum Vergleich der verschiedenen Generatoren darstellt.

Elastischer Prozeß : $e + p \longrightarrow e + \gamma + p$

Die Berechnungen des im Generator WabGen verwendeten differentiellen Wirkungsquerschnittes basieren auf dem bereits in Kapitel 2.4 beschriebenen Photon-Fluß-Ansatz und wurden im Sommer 1997 von Ch. Berger [Ber97] durchgeführt. Sie sind in ähnlicher Form bereits 1992 von A.Coureau und P.Kessler [Cou92] veröffentlicht worden. Zudem wurden alle kinematischen Größen in exakter Weise unter Mitnahme von Teilchenmassen und ohne Näherungen berücksichtigt.
Der zu Grunde liegende Prozeß ist in Abb. 3.1 dargestellt, wobei der Viererimpulsübertrag durch das virtuelle Photon hier mit $|k^2|$ statt mit Q^2 bezeichnet wurde. Für die elastischen Streuung von Elektron und Proton unter Emission eines Photons unter weiten Winkeln ergibt sich:

$$\frac{d\sigma}{dk^2dydzd\phi} = \frac{d\sigma^M}{dk^2dydzd\phi} + \frac{d\sigma^E}{dk^2dydzd\phi}$$

mit

$$\frac{d\sigma^M}{dk^2dydzd\phi} = \Gamma_M \cdot \left(\frac{d\sigma_t}{dyd\phi} + \epsilon\frac{d\sigma_l}{dyd\phi} + \epsilon\frac{d\sigma_p}{dyd\phi} + \sqrt{2\epsilon(\epsilon+1)}\frac{d\sigma_i}{dyd\phi} \right)$$

und

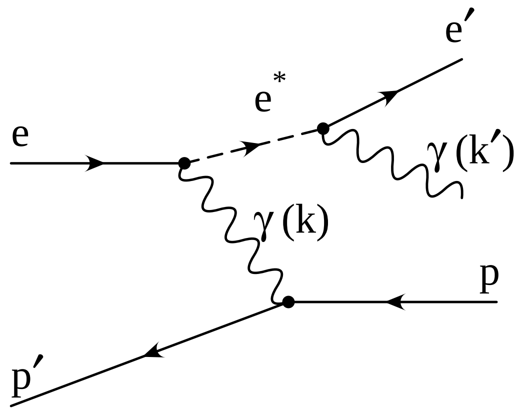


Abbildung 3.1: Gemischte Darstellung aus dem berücksichtigten Feynmandiagramm und der wahren Kinematik (ep Frontalkollision) im elastischen Fall. Die Bezeichnungen der Vierervektoren entsprechen ihrer Verwendung in den Berechnungen zu WabGen .

$$\frac{d\sigma^E}{dk^2dydzd\phi} = \Gamma_E \cdot \left(\frac{d\sigma_t}{dyd\phi} + \frac{1+\epsilon}{2\epsilon}\frac{d\sigma_l}{dyd\phi} + \frac{d\sigma_p}{dyd\phi} + \sqrt{\frac{2(\epsilon+1)}{\epsilon}}\frac{d\sigma_i}{dyd\phi} \right)$$

Hierbei beschreiben Γ_E und Γ_M den transversalen Fluß virtueller Photonen aus dem Proton [1]:

$$\Gamma_M = \frac{\alpha G_M^2}{|k^2|\pi z} g_T \quad , \quad \Gamma_E = \frac{\alpha G_E^2 4m_p^2}{|k^2|^2 \pi z} g_L$$

mit

$$\begin{aligned} g_L &= \frac{(1-z)|k^2| - z^2 m_p^2}{|k^2| + 4m_p^2} \\ g_T &= \frac{(1-z)|k^2| - z^2 m_p^2}{|k^2| + 4m_p^2} + \frac{z^2}{2} \end{aligned}$$

Die Größe y bezeichnet den relativen Energieanteil des gestreuten Elektrons am virtuellen Photon und hängt über

$$y = \frac{e \cdot e'}{e \cdot k} = \frac{1}{2}(1 - \cos\theta_{cms})$$

mit dem Streuwinkel θ_{cms} des auslaufenden Elektrons im Elekton-Photon-Schwerpunktsystem zusammen.

[1] G_M und G_E bezeichnen hier den magnetischen, bzw. elektrischen Formfaktor des Protons

Unter Berücksichtigung der Virtualität des Photons müssen neben dem transversalen differentiellen Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma_t}{dyd\phi}$, auch dessen longitudinale Komponente $\frac{d\sigma_l}{dyd\phi}$ und die Interferenzterme $\frac{d\sigma_p}{dyd\phi}$, $\frac{d\sigma_i}{dyd\phi}$ berücksichtigt werden:

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma_t}{dyd\phi} &= \frac{\alpha^2}{zS}\left((1-y)(1-x_p)+\frac{1+x_p^2y^2}{(1-x_p)(1-y)}\right)\\
\frac{d\sigma_l}{dyd\phi} &= \frac{\alpha^2}{zS}4x_py\\
\frac{d\sigma_p}{dyd\phi} &= \frac{\alpha^2}{zS}\cdot 2\cdot x_pycos(2\phi)\\
\frac{d\sigma_i}{dyd\phi} &= -\frac{\alpha^2}{zS}\cdot 2\cdot\sqrt{\frac{x_py}{(1-x_p)(1-y)}}(x_py+(1-x_p)(1-y))cos(\phi)
\end{aligned}$$

z bezeichnet hierbei den relativen Energieverlust des Protons im Ruhesystem des einlaufenden Elektrons, S das Quadrat der Schwerpunktenergie der einlaufenden Teilchen.

$$z=\frac{e\cdot k}{e\cdot p}=\frac{\hat{s}+|k^2|}{S-m_p^2}$$

Der Polarisationsparameter ϵ beschreibt die Abweichungen des longitudinalen Photonflusses von der transversalen Komponente und berechten sich somit zu

$$\epsilon=\frac{\Gamma_l}{\Gamma_t}=\frac{g_L}{g_T}$$

.
Die Größe x_p ist gegeben durch

$$x_p=\frac{|k^2|}{zS}$$

Inelastischer Prozeß : $e+p\longrightarrow e+\gamma+X$

Der inelastische Anteil des Wirkungsquerschnittes läßt sich direkt aus dem Quark Parton Modell berechnen. Aus obigem Ansatz für den differentiellen Wirkungsquerschnitt im elastischen Fall, ergibt sich durch Einsetzen der punktartigen Kopplung der Quarks automatisch der differentielle Wirkungsquerschnitt für den inelastischen Fall.

$$e+q\longrightarrow e+\gamma+q$$

Dies entspricht der Ersetzung des einlaufenden Protons durch ein einlaufendes Quark mit den Energienanteil $E_q = x\cdot E_p$ und dessen punktförmiger $(G_M = G_E = 1)$

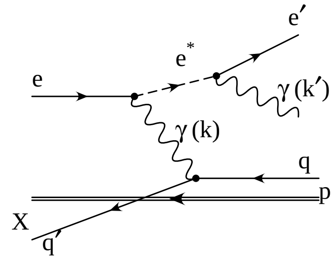


Abbildung 3.2: Gemischte Darstellung aus dem berücksichtigten Feynmandiagramm und der wahren Kinematik (ep Frontalkollision) im inelastischen Fall. Die Bezeichnungen der Vierervektoren entsprechen ihrer Verwendung in den Berechnungen zu WabGen .

Kopplung an das virtuelle Photon. Die Quarkmasse m_q wurde hier unabhängig vom "getroffenen" Flavour auf 0.3 GeV festgesetzt. Der so gewonnene differentielle Wirkungsquerschnitt auf Partonlevel wird schließlich mit den Partondichtefunktionen, respektive einer Parameteriesierung der Strukturfunktion F_2^p des Protons gefaltet. Dabei sind, wie bereits im Kapitel 2 erläutert, abhängig vom übertragenen Viererimpuls $|k^2|$ zwei Szenarien zu unterscheiden.

Tiefinelastischer Fall :

Für $|k^2|$ von einigen GeV ist das Quark Parton Modell vollständig gültig, so daß der Wirkungsquerschnitt lediglich mit $\sum_n Q_i^2 \cdot q_n(x, |k^2|)$, der Summe über die Quarkdichteverteilung in den Variablen x und $|k^2|$ gefaltet werden muß. Diese Summe n läuft dabei sowohl über alle Valenz- als auch Seequarks innerhalb des Protons. Im Generator WabGen ist eine Grenze von $|k^2| \geq 5GeV^2$ realisiert worden. Die anschließende Fragmentation der Partonen und hadronischen Zustände erfolgt mittels der Routinen von JETSET7.4 [Jetset74]

Quasielastischer Fall

Im Bereich $|k^2| < 5$ GeV^2 und für kleine invariante Massen $\sqrt{\hat{s}}$ versagt das Quark Parton Modell prinzipiell. Aus den Ergebnissen der Photo- und Elektroproduktion ergibt sich jedoch, daß der Wirkungsquerschnitt in diesem Gebiet von einigen, wenigen Resonanzen dominiert wird. Zudem lassen sich hier die Strukturfunktionen F_1 und F_2 durch glatte Funktionen, welche das Verhalten in der Resonanzregion im Mittel richtig beschreiben, parametrisieren. Somit genügt hier die Faltung des elastischen Wirkungsquerschnittes mit eben diesen glatten Funktionen zur Ermittlung des quasielastischen differentiellen Wirkunsgquerschnittes. Der hadronischen Endzustand wird unter der Annahme eines Vielteilchenphasenraumzerfalls in ein Proton und ein oder mehrere Pionen erzeugt.

3.1.2 Berechnung der verwendeten Kinematik

Der Generator WabGen berücksichtigt die Kinematik der Prozesse vollständig. Auf die Annahme eines Frontalzusammenstoßes (head on collision) zwischen virtuellem Photon und Elektron wurde verzichtet, so daß bereits das virtuelle Photon eine transversale Impulskomponente besitzt, welche durch Angabe eines Polar- sowie Azimutalwinkels berücksichtigt wird. Der betriebene Aufwand führt zu einer kleinen, aber bemerkbaren Korrektur des totalen Wirkungsquerschnittes, die je nach der Größe von $\hat{s}$ bis zu ca. 1 % führen kann.
Gemäß Zeichnung 3.1 ergeben sich die die Vierervektoren der einlaufenden Teilchen im Laborsystem, zu

$$e = \begin{pmatrix} E_e \\ 0 \\ 0 \\ -|p_e| \end{pmatrix} \quad , \quad p = \begin{pmatrix} E_p \\ 0 \\ 0 \\ |p_p| \end{pmatrix}$$

wobei die Impulsbeträge $|p_i|$ unter Berücksichtigung der Teilchenmassen,über die Relation

$$|p_i|^2 = E_i^2 - m_i^2$$

gegeben ist. Die Kinematik läßt sich durch Angabe von

$$\begin{array}{rcll} \hat{s} & = & (e+k)^2 & \text{der invarianten Masse im Elektron Photon Subsystem} \\ |k^2| & = & -k^2 & \text{dem Betrag des quadrierten Viererimpulsübertrags des virtuellen Photons} \\ \theta_{cms} & = & \angle(\widehat{e}', \widehat{e}) & \text{dem Streuwinkel des gestreuten Leptons im } e\gamma\text{-Schwerpunktsystem} \\ \varphi_{cms} & & & \text{dem Azimutalwinkel des gestreuten Leptons im } e\gamma\text{-Schwerpunktsystem} \\ \varphi_p & & & \text{dem Azimutalwinkel des gestreuten Protons im Laborsystem} \end{array}$$

vollständig berechnen.
Setzt man für den Vierervektor des auslaufenden Protons im Laborsystem

$$p' = \begin{pmatrix} E'_p \\ |p'_p| \cdot \sin(\theta_p)\sin(\varphi_p) \\ |p'_p| \cdot \sin(\theta_p)\cos(\varphi_p) \\ |p'_p| \cdot \cos(\theta_p) \end{pmatrix}$$

mit

$$|p'_p| = \sqrt{E'^2_p - m_p^2}$$

so erhält man mit

$$\hat{s} = (e+k)^2$$

die Gleichung

$$E_e E'_p + |p_e|(p'_p)z = -\left(\frac{\hat{s} - S + |k^2| + m_p^2}{2}\right)$$

Aus

$$k^2 = (p - p')^2$$

ergibt sich

$$(p'_p)_z = \frac{1}{|p_p|}\left(E_p E'_p - \frac{|k^2|}{2} - m_p^2\right)$$

so daß sich durch Ineinandereinsetzen für p' die Beziehungen

$$E'_p = \frac{|p_e|(|k^2| + 2m_p^2) - |p_p|(\hat{s} - S + |k^2| + m_p^2)}{2(|p_p|E_e + |p_e|E_p)} \tag{3.1}$$

$$(p'_p)_z = \frac{1}{|p_p|}\left(E_p E'_p - \frac{|k^2|}{2} - m_p^2\right) \tag{3.2}$$

$$\cos\theta_p = \frac{(p'_p)_z}{|p'_p|} \tag{3.3}$$

finden. Im inelastischen Fall läßt sich durch Ersetzen von E_p durch $E_q = x \cdot E_p$ und m_p durch m_q analog der Viererimpulsvektor des gestreuten Quarks ermitteln.
Ein ähnlicher Ansatz für den Viererimpulsvektor des virtuellen Photons

$$k = \begin{pmatrix} E'_k \\ |p'_k| \cdot \sin\theta_p \sin(\pi + \varphi_p) \\ |p'_k| \cdot \sin\theta_p \cos(\pi + \varphi_p) \\ |p'_k| \cdot \cos\theta_p \end{pmatrix}$$

ergibt analog aus

$$\hat{s} = (e + k)^2$$

die Beziehung

$$E_e E_k + |p_e|(p_k)_z = (\frac{\hat{s} + |k^2| - m_e^2}{2})$$

Aus

$$p'^2 = m_p^2 = (p - k)^2$$

läßt sich

$$(p_k)_z = \frac{1}{|p_p|}(E_p E_k - \frac{|k^2|}{2})$$

gewinnen, so daß für die Größen des virtuellen Photons

$$\begin{aligned}
E_k &= \frac{|p_p|(\hat{s} + |k^2| - m_e^2) - |p_e||k^2|}{2(|p_p|E_e + |p_e|E_p)} && (3.4)\\
(p_k)_z &= \frac{1}{|p_p|}(E_p E_k - \frac{|k^2|}{2}) && (3.5)\\
p_k &= \sqrt{E_k^2 + |k^2|} && (3.6)\\
\cos\theta_p &= \frac{(p_k)_z}{p_k} && (3.7)
\end{aligned}$$

folgt. Auch hier erhält man mit obigen Ersetzungen leicht die Formel für den inelastischen Fall.

Die Streuung von Elektron und virtuellem Photon selbst wird am zweckmäßigsten in deren Schwerpunktsystem beschrieben. Durch Angaben des gewürfelten Streuwinkels θ_{cms} und des ebenfalls per Zufall bestimmten Azimutalwinkels φ_{cms} sind auch hier die Viererimpulsvektoren der gestreuten Teilchen $\hat{e'}, \hat{k'}$ festgelegt. Die zugehörigen Viererimpulse im Laborsystem lassen sich dann per Lorentzboost mit dem Viererboostvektor $b_{boost} = e + k$ leicht gewinnen. Für den Vierervektor des auslaufenden Elektrons im Schwerpuktsystem ergibt sich:

$$\hat{e'} = \begin{pmatrix} \hat{E}'_e \\ \hat{p}'_p \cdot \sin\theta_{cms}\sin\varphi_{cms} \\ \hat{p}'_p \cdot \sin\theta_{cms}\cos\varphi_{cms} \\ \hat{p}'_p \cdot \cos\theta_{cms} \end{pmatrix}$$

mit

$$\begin{aligned}
\hat{E}'_e &= \frac{S - m_e^2}{2\sqrt{S}} && (3.8)\\
|\hat{p}_e|' &= \sqrt{\hat{E}'^{\,2}_e - m_e^2} && (3.9)
\end{aligned}$$

Für das auslaufende relle Photon folgt analog:

$$\hat{k}' = \begin{pmatrix} \hat{E}'_k \\ \hat{p}'_p \cdot \sin\theta_{cms}\sin(\pi + \varphi_{cms}) \\ \hat{p}'_p \cdot \sin\theta_{cms}\cos(\pi + \varphi_{cms}) \\ \hat{p}'_p \cdot \cos\theta_{cms} \end{pmatrix}$$

mit

$$\hat{E}'_k = \frac{\sqrt{S}}{2} \tag{3.10}$$

$$\hat{p}'_k = \sqrt{\hat{E}'^2_k + |k^2|} \tag{3.11}$$

Der Vierervektor h des gesamten auslaufenden hadronischen Systems (also Proton im elastischen Fall, gestreutes Quark und Protonrest im inelastischen) läßt sich nun mittels Viererimpulserhaltung aus

$$h = p - q + q'$$

bestimmen, wobei im inelastischen Fall q dem Vierervektor des einlaufenden Quarks, q' dem Vierervektor des auslaufenden Quarks entspricht. Im elastischen Fall werden $q = p$ und $q' = p'$ gesetzt.

3.1.3 Der Algorithmus

In diesem Abschnitt soll kurz auf die Struktur der Funktion "f.f" welche alle physikalisch interessanten Berechnungen in WabGen enthält, sowie die Erzeugung der Teilchen im Endzustand eingegangen werden. Dies sind die beiden vom physikalische Standpunkt gesehen wesentlichen Bestandteil des Generators. Für eine ausführliche technische Beschreibung der entwickelten Fortranroutinen, sowie des Programmablaufes im Ganzen sei auf das Manual zu WabGen [WabGen] verwiesen. In der folgenden Beschreibung, wird mehrfach der Begriff Ereignis verwendet. Ein Ereignis ist dabei einen Satz von gewürfelten Werten der Variablen $(\hat{s}, |k^2|, \theta_{cms}, x, \varphi_{cms}, \varphi_p)$, welcher für einen konkreten Fall einen Phasenraumpunkt und somit alle kinematischen Größen eines generierten Monte Carlo Ereignisses bestimmen. Hierbei wird nicht unterschieden, ob sich aus diesem Satz von Zufallsvariablen ein physikalisch sinnvolles Ereignis ergibt, oder nicht.

Generation der Zufallsvariablen in physikalisch sinnvollen Bereichen:

würfle $\hat{s}$, $|k^2|$, θ_{cms} , x

Zu Beginn von f.f werden alle den Prozeß bestimmenden Größen aus den an f.f übergebenen Zufallsgrößen X(1) .. X(N) berechnet. Es handelt sich dabei um die Schwerpunktenergie des Elektron-Photon-Subsystems $\hat{s} = (e+k)^2$, das Betragsquadrat der invarianten Masse des übertragenen virtuellen Photons, bzw. den Betrag des Impulsübertrages $|k^2|$, und den polaren Streuwinkel θ_{cms} des Elektrons im Schwerpunktsystem von Elektron und Photon. Im inelastischen Fall wird zudem noch die Skalenvariable x als der Energieanteil des am Subprozeß beteiligten Quarks an der Energie des einlaufenden Protons im "infinit momentum frame" [2] des Protons, welches hier näherungsweise angenommen werden soll, gewürfelt. Diese Größen liegen dann innerhalb der Grenzen $0 \leq \theta_{cms} \leq \pi$ und $0 \leq x \leq 1$, Für den elastischen Fall werden die Grenzen für den Impulsübertrag zu $0 \leq |k^2| \leq S - m_p^2$ gewählt (siehe Anhang B), im quasielastischen $0 \leq |k^2| \leq 5$ GeV^2 und im tiefinelastischen 5 GeV$^2 \leq |k^2| \leq S - m_p^2$. Die Grenzen von $\hat{s}$ werden direkt gemäß den vom Benutzer vorgegeben Werten gesetzt.

würfle $\boldsymbol{\varphi_{cms}}$,$\boldsymbol{\varphi_k}$

Zudem werden die Azimutalwinkel des gestreuten Elektrons im Elektron Photon Schwerpunktsystem φ_{cms} einerseits sowie des virtuellen Photons im Laborsystem φ_k andererseits frei in den Grenzen 0 bis 2π gewürfelt.

$\hookrightarrow \boldsymbol{S = m_e^2 + m_p^2 + 2 \cdot (E_e E_p + |p_e||p_p|)}$

Berechne die Schwerpunktenergie des Elektron Proton Systems

$\hookrightarrow \boldsymbol{z = \frac{e \cdot k}{e \cdot p}}$

Berechne den relativen Energieverlust z des einlaufenden Protons im Ruhesystem des einlaufenden Elektrons: $z = \frac{e \cdot k}{e \cdot p} = \frac{\hat{s}+|k^2|}{S-m_p^2}$. Falls $z > 1$ oder $z < -1$ verwerfe das Ereignis

$\hookrightarrow \boldsymbol{y = \frac{1}{2}(1 - \cos\theta_{cms})}$

Berechne den relativen Energieverlust des Elektrons im Ruhesystem des Protons aus dem Streuwinkel im Schwerpunktsystem von e und k . Falls $y > 1$ oder $y < -1$ verwerfe das Ereignis.

cut $\boldsymbol{|k^2|_{min} \leq |k^2| \leq |k^2|_{max}}$

Falls $|k^2|$ außerhalb der theoretische Grenzen liegt verwerfe das Ereignis. Hierbei ist $|k^2|_{max} = \hat{s} - m_e^2$ und $|k^2|_{min} = \frac{m_p^2 z^2}{1-z}$ Die Berechnung dieser Grenzen ist in Anhang B dargestellt.

Bestimmung der Vierervektoren der auslaufenden Teilchen

[2] Der "infinit momentum frame" ist dabei das System, in dem der Impuls des Teilchen so groß ist, daß seine Masse vernachlässigt werden kann. Dieser Fall entspricht somit dem Hochenergielimes

$\hookrightarrow \boldsymbol{p, k}$

Aus den gewürfelten Größen $\hat{s}$ und $|k^2|$ werden nun die Vierervektoren für das virtuelle Photon k und das auslaufende Proton p' im Laborsystem berechnet. Hierbei ist zu beachten, daß die sich ergebenden Energien der Teilchen größer Null sein müssen und zudem die Energie des auslaufenden Protons die des einlaufenden nicht übersteigen darf $E_p' < E_p$. Treten diese Fälle dennoch auf, so werden die zugehörigen Ereignisse verworfen.

$\hookrightarrow \boldsymbol{b_{boost} = e + k}$

Berechne den Viererboostvektor für die Lorentztransformation in das Schwerpunktsystem von Elektron und virtuellem Photon. Der Boostvektor b entspricht dabei dem Vektor, dessen 3er Impulskomponente im geboosteten System gerade dem Nullvektor entspricht, und dessen Massenquadrat mit der Schwerpunktenergie des Systems $\sqrt{\hat{s}}$ übereinstimmt.

$$m_b^2 = b^2 = \hat{s}$$

booste $\boldsymbol{e, k \longrightarrow \hat{k}, \hat{e}}$

Die Vierervektoren des einlaufenden Elektrons und virtuellen Photons werden nun in ihr gemeinsames Schwerpunktsystem geboostet, und anschließend alle Ereignisse verworfen, bei denen sich negative Energien für die geboosteten Teilchen ergeben. Da dieser Fall bereits durch geeignete Wahl der Schnitte in $|k^2|$ verhindert werden kann, werden diese Schnitte hier nur zur Kontrolle verwendet, und können vernachlässigt werden. In diesem Fall ist auch der Boost der Vierervektoren e und k überflüssig.

$\hookrightarrow \boldsymbol{\theta_{cms} \longrightarrow \hat{k}', \hat{e}'}$

Berechne nun die Vierervektoren der gestreuten Elektronen und Photonen im Schwerpunktsystem mittels des gewürfelten Streuwinkels θ_{cms} (siehe ebenfalls AnhangB)

booste $\boldsymbol{\hat{k}', \hat{e}' \longrightarrow k', e'}$

Die eben berechneteten Vierervektoren werden nun per Lorentztransformation in das Laborsystem zurückgeboostet.

$\hookrightarrow \boldsymbol{h = p - q - q'}$

Berechne den Vierervektor h des auslaufenden hadronischen Systems. Im elastischen Fall entspricht dies dem 4er Vektor des auslaufenden gestreuten Protons. Im quasielastischen Fall entspricht der hadronische Endzustand dem Protonrest, welcher nicht am harten Subprozeß teilnimmt, also Proton ohne streuendes Parton und dem gestreuten Parton.

Durchführung der benutzerdefinierten Schnitte

$e' \hookrightarrow (E'_e, \theta'_e, \varphi'_e)$
$k' \hookrightarrow (E'_k, \theta'_k, \varphi'_k)$
$p' \hookrightarrow (E'_p, \theta'_p, \varphi'_p)$

Zerlege die Vierervektoren der auslaufenden Teilchen wieder in ihre Energien E_i, Polarwinkel θ_i und Azimutalwinkel φ_i

cut auf E_i, θ_i, E_{vis}

Führe die benutzerdefinierten Schnitte auf die Teilchenenergien E_i, Polarwinkel θ_i und die sogenannte sichtbare Energie, der Summe aus den Energien des gestreuten Elektrons und des auslaufenden Photons, $E_{vis} = E'_e + E'_k$ durch.

$\hookrightarrow m_{had} > (m_p + m_\pi)$

Berechne im quasielastischen Fall die invariante Masse des hadronischen Endzustandes, und verwerfe alle Ereignisse, bei denen diese Masse kleiner als die Masse des Protons plus die Masse eines Pions ist, damit der angeregte Zustand in eben diese Teilchen zerfallen kann.

Teste Viererimpulserhaltung

Teste ob die Viererimpulssumme der auslaufenden Teilchen in jeder Komponente besser als eine Grenze $1 \cdot 10^{-4}$ erhalten ist. Ist dies nicht der Fall, gebe eine Warnung aus.

Berechnung des Wirkungsquerschnittes

Nun erst wird der Wirkungsquerschnitt, wie oben beschrieben berechnet. Im tiefinelastischen und quasielastischen Fall erfolgt dann die Faltung des differentiellen elastischen Wirkungsquerschnittes mit der Summe der Quarkdichteverteilungen, bzw. der Parametriesierung der Protonstrukturfunktion $F_2^p(x, |k^2|)$.

Auslaufende Teilchen

Für den elastischen Fall sind nun bereits die Vierervektoren aller auslaufenden Teilchen bekannt, so daß diese nur noch ausgegeben werden müssen. Im quasielastischen Fall wird ein Multiphasenraumzerfall des hadronischen Endzustandes in geladene Pionen gemäß [BaPh] simuliert. Dabei ergibt sich die Anzahl der erzeugten Pionen an Hand einer Poissonverteilung welche gemäß der Routine POIDEV ([NumRec] S.284) berechnet wird. Die Ladungserhaltung des Prozesses wird nur näherungsweise beachtet. Die hierzu im Generator WabGen verwendeten Routinen, sind identisch mit den Routinen in EPCOMPT, und stammen von T. Koehler und F. Raupach. Im tiefinelastischen Fall läßt sich die Sorte des getroffenen Quarks auf der Basis der aus der PDF lib [PDF7] entnommenen Wahrscheinlichkeitsdichten der einzelnen Quarksorten bestimmen, und so das gestreute Quark und der Viererimpuls des Protonrestes berechnen. Aus diesen Angaben erfolgt schließlich die Berechnung der Fragmentation und Hadronisierung mittels JETSET7.4.

3.1.4 Durchgeführte Überprüfungen

Zur Sicherstellung, daß die Generation von Teilchen und die berechnete Kinematik korrekt implementiert wurden, dienten folgende Überprüfungen:

1. Die Viererimpulssumme der ein- und auslaufenden Teilchen stimmt in jeder Komponente besser als 10^{-4} mit 0 überein.

2. Die invarianten Massen der Teilchen sind an jeder Stelle des Programms und in jedem beliebigen System korrekt.

3. Das Massenquadrat des Boostvektors entspricht stets $\hat{s}$ mit einer Genauigkeit von $\pm 10^{-4}$ GeV^2.

3.2 Der Generator 'EPCOMPT V1.1'

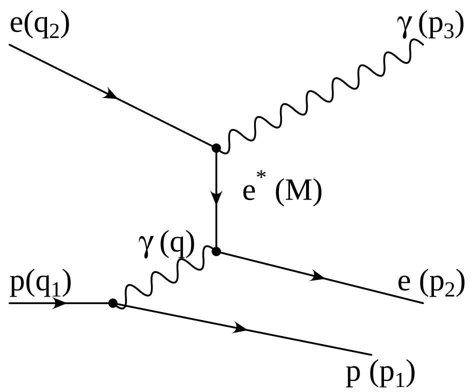
Der Generator EPCOMPT V1.0 wurde von F. Raupach und T. Köhler zur Simulation der Weitwinkelbremsstrahlung im Prozeß

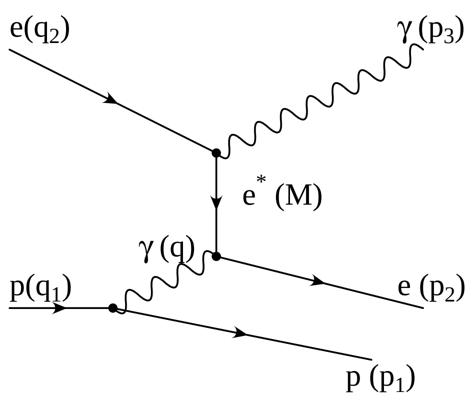
$$e + p \longrightarrow e + \gamma + X$$

entwickelt [Rau91]. Der Generator basiert auf der direkten Berechnung des differentiellen Wirkungsquerschnittes von M. Spira [Spi95]. Er erlaubt die separate Berechnung des totalen Wirkungsquerschnittes in den Bereichen elastisch, quasielastisch und tiefinelastisch (DIS). Das Programm enthält zudem eine vollständige Behandlung der auslaufenden Zustände, sowie deren Fragmentierung. Im Verlauf dieser Arbeit hat sich gezeigt, daß die Vernachläßigung von Termen der Ordnung m_p^2 in der Berechnung des Wirkungsquerschnitt nicht, wie anfangs angenommen, zulässig ist und zu falschen Ergebnisse führt. Aus diesem Grund wurde die Formel des differentiellen Wirkungsquerschnittes in der Version EPCOMPT V1.1 um die fehlenden Beiträge ergänzt [Spi97].

3.2.1 Verwendeter Wirkungsquerschnitt

Für den elastischen Anteil des Prozesses wurden folgende Diagramme erster Ordnung berücksichtigt:





Die Berechnung des Wirkungsquerschnittes unter Vernachlässigung der Elektronenmasse im Schwerpunktsystem der einlaufenden Teilchen ergibt :

$$d\sigma = \frac{\alpha^3}{2\pi s} \cdot \frac{G_1 A + 2G_2 B}{Q^2 + 2q \cdot p_2} \cdot \frac{dQ^2}{Q^2} \cdot \frac{dM_{e\gamma}^2}{M_{e\gamma}^2 (4EE'\beta\beta')} \cdot dx_2 d\Phi d\chi$$

mit

$$A = Q^2(Q^2 + 2M_{e\gamma}^2) + M_{e\gamma}^4 + 4(q \cdot p_2)^2 \quad (3.12)$$
$$B = B_0 - B_1 \quad (3.13)$$
$$B_0 = s(s - M_{e\gamma}^2 - Q^2) + 4(p_1 \cdot p_2)(q_1 \cdot p_2) \quad (3.14)$$
$$B_1{}^3 = \frac{m_p^2}{Q^2}\left[M_{e\gamma}^4 + 4(q \cdot p_2)^2\right] + m_p^2\left[2s + M_{e\gamma}^2 - m_p^2\right] \quad (3.15)$$
$$G_1 = G_M^2(Q^2) \quad (3.16)$$
$$G_2 = \frac{G_E^2(Q^2) + \frac{Q^2}{4m_p^2} G_M^2(Q^2)}{1 + \frac{Q^2}{4m_p^2}} \quad (3.17)$$

Hierbei repräsentieren $G_M(Q^2)$ und $G_E(Q^2)$ den magnetischen bzw. elektrischen Formfaktor des Protons und α die elektromagnetische Kopplungskonstante. Die Variable χ bezeichnet den Schnittwinkel der beiden Ebenen, welche durch die Richtung des Impulses des einlaufenden Elektrons einerseits, sowie den Richtungen des auslaufenden Elektrons und Photons andererseits festgelegt werden. Der Winkel χ ist dabei zwischen der Richtung des auslaufenden Elektrons und des einlaufende Protons gewählt.
Der Azimutalwinkel wurde mit θ bezeichnet, die Größe x_2 ist über die Energie des auslaufenden Elektrons: $E'_e = x_2 \cdot \frac{\sqrt{s}}{2}$ definiert.
Zudem wurden folgenden Größen

$$E = \frac{s + m_p^2}{2\sqrt{s}} \quad (3.18)$$
$$E' = \frac{s + m_p^2 - M_{e\gamma}}{2\sqrt{s}} \quad (3.19)$$
$$\beta = \frac{s - m_p^2}{s + m_p^2} \quad (3.20)$$
$$\beta' = \frac{\sqrt{\left[s - (M_{e\gamma} + m_p)^2\right]\left[s - (M_{e\gamma} - m_p)^2\right]}}{s - M_{e\gamma}^2 + m_p^2} \quad (3.21)$$

berechnet.
Der Wirkungsquerschnitt im inelastischen und quasielastischen Fall, wird analog zu der Vorgehensweise im Generator WabGen bestimmt, und soll hier nicht nocheinmal erläutert werden.

3.2.2 Anmerkungen

Grenzen

Die Integrationsvariablen werden in den Grenzen

$$
\begin{aligned}
0 &\leq M_{e\gamma}^2 \leq & s(1-\frac{m_p}{\sqrt{s}})^2 \\
2EE'(1-\beta\beta')-m_p^2 &\leq Q^2 \leq & 2EE'(1-\beta\beta')-m_p^2 \\
0 &\leq \chi \leq & 2\pi \\
0 &\leq x \leq & 1
\end{aligned}
$$

gewürfelt:

Strahlungskorrekturen

Das Programm EPCOMPT beherrscht zudem Strahlungskorrekturen für die Ausstrahlung eines Photons durch das einlaufende Elektron. Diese Photonen werden als kollinear zum einlaufenden Elektron angenommen und deshalb im Detektor nicht registriert. Hierdurch erniedrigt sich die Anfangsenergie des Systems.

3.3 Der Generator 'COMPTON'

COMPTON 2.00 [Cou92/2] ist ein ungewichteter Monte Carlo Generator, welcher quasireelle QED Compton Ereignisse unter der Annahme eines Frontalzusammenstosses zwischen einlaufendem Elektron und Proton simuliert [4]. Die zu Grund liegenden theoretischen Überlegungen stammen von A. Coureau und P.Kessler, der Generator selbst von T. Carli und S.Kermiche. Der Generator COM200 behandelt die Kinematik in exakter Art und Weise und erzeugt alle physikalischen Größen (einschließlich der Masse m_{had} des hadronischen Endzustandes).

3.3.1 Der Wirkungsquerschnitt:

Der Wirkungsquerschnitt des zugrundeliegende Prozesses läßt sich unter Berücksichtigung der Helizität des ausgetauschten virtuelle Photons exakt berechnen [Cou92] :

$$\frac{d^4\sigma^{pe\to e\gamma X}}{dx\,dx_\gamma\,dQ^2\,d\Omega^*} = f^T_{\gamma^*/p}(x,x_\gamma,Q^2)\left[\frac{d\sigma}{d\Omega^*}\right]^T + f^L_{\gamma^*/p}(x,x_\gamma,Q^2)\left[\frac{d\sigma}{d\Omega^*}\right]^L$$

mit

$$\begin{aligned}\left[\frac{d\sigma}{d\Omega^*}\right]^T &= \frac{d\sigma_T}{d\Omega^*}+\epsilon\frac{d\sigma_L}{d\Omega^*}+\sqrt{2\epsilon(1+\epsilon)}\frac{d\sigma_{TL}}{d\Omega^*}\cos\varphi^*+\epsilon\frac{d\sigma_{TT}}{d\Omega^*}cos2\varphi^*\\ \left[\frac{d\sigma}{d\Omega^*}\right]^L &= \frac{d\sigma_T}{d\Omega^*}+\frac{1+\epsilon}{2\epsilon}\frac{d\sigma_L}{d\Omega^*}+\sqrt{2\frac{1+\epsilon}{\epsilon}}\frac{d\sigma_{TL}}{d\Omega^*}\cos\varphi^*+\epsilon\frac{d\sigma_{TT}}{d\Omega^*}cos2\varphi^*\end{aligned}$$

Die hochgestellten Indize bezeichnen hier die Polarisation des virtuellen Photons, während die tiefgestellten Idizee sich auf die Polarisation am Leptonvertex beziehen und somit den longitudinalen bzw. transversalen Interferenzterme (TT,TL) der "virtuellen" Compton Streung

$$\gamma^* + e \to \gamma + e$$

bezeichnen.
Für die virtuellen Photonenspektren ergibt sich :

$$\begin{aligned}f^T_{\gamma^*/p} &= \frac{1-x}{4\pi^3 x x_\gamma}g^T(x,x_\gamma,Q^2)\sigma^T_{\gamma^*p}\\ f^L_{\gamma^*/p} &= \frac{1-x}{4\pi^3 x x_\gamma}g^L(x,x_\gamma,Q^2)\sigma^L_{\gamma^*p}\end{aligned}$$

mit

$$g^L(x,x_\gamma,Q^2) = g^T(x,x_\gamma,Q^2) - \frac{x_\gamma^2}{2x^2}$$

[4]Quasireelle QED Compton Ereignisse sind analog zu Weitwinkelbremsstrahlungsereignissen durch ein auslaufendes Elektron und ein Photon fast koplanar bei endlichen Winkeln im Detektor gekennzeichnet

Die Variablen Q^2, x, x_γ sind definiert durch :

$$
\begin{aligned}
Q^2 &= -q_2^2 \\
x &= \frac{-q_2^2}{2p_p q_2} = \frac{Q^2}{m_X^2 - m_p^2 + Q^2} \\
x_\gamma &= \frac{q_2 p_e}{p_p p_e} = \frac{W^2 + Q^2 - m_e^2}{s - m_p^2 - m_e^2} \approx \frac{W^2 + Q^2}{s}
\end{aligned}
$$

Der Parameter ϵ ist definiert durch

$$\epsilon = \frac{g^L}{g^T}$$

Die differentiellen Wirkungsquerschnitte am Leptonvertex ergeben sich zu [5]:

$$
\begin{aligned}
d\sigma_T &= \frac{\alpha^2}{W^2+Q^2}\left[\frac{W^2}{(W^2+Q^2)(1+\cos\theta^*+\eta)} + \frac{(W^2+Q^2)(1+\cos\theta^*)}{4W^2}\right. \\
&\quad \left. + \frac{Q^2}{W^2}\frac{1-\cos\theta^*}{W^2(1+\cos\theta^*+\eta)} + \frac{Q^2(1-\cos\theta^*)}{2(W^2+Q^2)}\right] d\Omega^* \\
d\sigma_L &= \frac{\alpha^2}{W^2+Q^2}\left[\frac{Q^2(1-\cos\theta^*)}{W^2+Q^2}\right] d\Omega^* \\
d\sigma_{TL} &= \frac{\alpha^2}{W^2+Q^2}\left[\frac{QW}{2(W^2+Q^2)}\sqrt{1-\cos^2\theta^*}\left[1+\frac{Q^2}{W^2}\frac{1-\cos\theta^*}{1+\cos\theta^*+\eta}\right]\right] d\Omega^* \\
d\sigma_{TT} &= \frac{\alpha^2}{W^2+Q^2}\left[\frac{Q^2}{2(W^2+Q^2)}(1-\cos\theta^*)\right] d\Omega^*
\end{aligned}
$$

mit

$$\eta = \frac{2m_e^2 W^2}{(W^2+Q^2)^2}$$

Somit sind alle Größen mit Ausnahme von $\sigma^T_{(\gamma^* p)}$ und $\sigma^L_{(\gamma^* p)}$ bestimmt. Im folgenden werden wieder die drei bereits bekannten Szenarien unterschieden:

Elastischer Fall

Im elastischen Fall erhält man mit $m_X = m_p$:

$$
\begin{aligned}
\sigma^T_{\gamma^* p} &= \frac{4\pi^2\alpha}{Q^2} G_M^2(Q^2)\frac{\delta(1-x)}{1-x} \\
\sigma^T_{\gamma^* p} &= \frac{16\pi^2\alpha m_p^2}{Q^4} G_E^2(Q^2)\frac{\delta(1-x)}{1-x}
\end{aligned}
$$

[5] $d\Omega^* = d\cos\theta^* d\varphi^*$ wobei θ^*, φ^* den polaren und azimutalen Streuwinkel im Schwerpunktsystem des virtuelle Comptonprozesses darstellen

mit

$$f_{\gamma^*/p} = \frac{a}{\pi y}\left[(1-y)\frac{Q^2 - Q^2_{min}}{Q^4}[\frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1+\tau}] + \frac{y^2}{2Q^2}G_M^2\right]$$

Hierbei sind $G_E = \frac{G_M}{2.79}$ die üblichen Formfaktoren des Protons.

Inelastischer Beitrag : $e + p \longrightarrow (H) + e + \gamma$

Nimmt man für große Q^2 an, daß $\sigma_L = \frac{Q^2}{\nu^2} \cdot \sigma_T$ ist, mit $\nu = \frac{Q^2}{2m_p x}$, so ergeben sich die Wirkungsquerschnitte zu:

$$\begin{aligned}\sigma_T &= \frac{4\pi^2\alpha}{(1-x)Q^2}F(x, Q^2) \\ \sigma_L &= \frac{4\pi^2\alpha}{(1-x)Q^2}\frac{4x^2m_p^2}{Q^2}F(x, Q^2)\end{aligned}$$

Auf der Basis des Quark-Parton-Modelles, läßt sich nun direkt der inelastische Beitrag angeben, indem $F(x, Q^2) = F_2^p(x, Q^2)$, der klassischen F_2^p Strukturfunktion des Protons gesetzt wird.

Quasielastischer Bereich

Der differentielle Wirkungsquerschnitt für kleine invariante Massen M_{had} des auslaufenden hadronischen Systems und kleine Impulsüberträge Q^2 läßt sich aus der Kenntnis der Wirkungsquerschnitte für reelle Photoproduktion und Elektroproduktion der ersten drei Resonanzen ermitteln.
Im Bereich $(m_p + m_\pi) \leq M_{had} \leq 1.8GeV$ herrschen Photoproduktion und Elektroproduktion der drei Resonanzen $\Delta(1236), N^*(1520), N^*(1688)$ vor, so daß gilt:

$$\begin{aligned}\sigma^T &= \sum_R \sigma_R \frac{M_R^2\Gamma_R^2}{(m_X^2 - M_R^2)^2 + M_R^2\Gamma_R^2}\left[1 + \frac{Q^2}{Q_R^2}\right]^{-2} \\ \sigma^L &= 0\end{aligned}$$

wobei die mit R indizierten Werte jeweils in Abhängigkeit von der betrachteten spezifischen Resonanz gewählt werden.
Für $M_{had} > 1.8GeV$ und große Q^2 wieder das Quark Parton Modell als gültig angenommen, so daß hier $F(x) = F_2^p(x)$ gesetzt werden kann. Für kleine $Q^2 \approx 0$ ergibt sich $F(x)$ aus dem totalen Wirkungsquerschnitt der Photoproduktion, welcher in diesem Bereich als annähernd konstant angenommen werden kann:

$$F(x) = \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha}\sigma_{\gamma p}$$

so daß sich

$$\sigma_T \approx 100\mu\text{b}$$
$$\sigma_L = 0$$

ergeben.
Da zu erwarten ist, daß der Wirkungsquerschnitt im gesamten Gebiet kontinuierlich verläuft, werden über dem gesamten Q^2 Bereich

$$\begin{aligned}
\sigma_T &= \frac{4\pi^2\alpha}{(1-x)Q^2}F_2^p(x,Q^2)\phi(x,Q^2) \\
\sigma_T &= \frac{4\pi^2\alpha}{(1-x)Q^2}\frac{4x^2m_p^2}{Q^2}F_2^p(x,Q^2)\phi(x,Q^2)
\end{aligned}$$

gesetzt, wobei die interpolierte Funktion $\phi(x,Q^2)$ definiert ist durch

$$\phi(x,Q^2) = \frac{Q^2[GeV^2]}{Q^2[GeV^2] + F_2^p(x,Q^2)}.$$

Man beachte hierbei daß x für $Q^2 \to 0$ x gegen 0 geht und $\frac{4\pi\alpha^2}{[1GeV^2]} \approx 100\mu b$ ist.

3.3.2 Der Generator selbst

Um ein Monte-Carlo-Programm zu erhalten, welches in allen Phasenraumbereichen mit hinreichender Genauigkeit und Effizienz arbeiten kann, werden im Generator COM200 nur solche "spezifischen" Compton Ereignisse generiert, in denen Elektron und Photon praktisch koplanar und unter endlichen Winkeln im Detektor zu sehen sind. Eine Beschränkungen der Akoplanarität ψ_{aco} sowie der polaren Akzeptanz p_t bewirken daß $Q^2 < W^2$ und $\eta \ll 1 + cos(\theta^*)$ sind, mit θ^* gleich dem polaren Streuwinkel des Elektrons im Schwerpunktsystem des virtuellen Comptonprozesses.
Aus diesem Grund werden in COM200 Ereignisse in zwei Schritten simuliert: In einem ersten Schritt werden Ereignisse gemäß einer "equivalent-photon-appoximation", bei der Terme der Ordnung $\frac{Q^2}{W^2}$ sowie η vernachlässigt werden, über dem gesamten gewählten Phasenraum generiert. Für den Fall koplanarer $e\gamma$ Ereignisse ist diese rein dynamische Näherung gut erfüllt. Rein dynamisch bedeutet hier, daß alle physikalischen Größen über den gesamten gewählten Phasenraum generiert und die Kinematik exakt behandelt werden. Der Vorteil einer solchen Näherung liegt Faktorisierbarkeit in der Wirkungsquerschnittes.

In einem zweiten Schritt werden die erzeugten Ereignisse durch Vergleich mit dem exakten Wirkungsquerschnitt gewichtet. Somit ist eine exakte Monte Carlo Simulation über dem gesamten Phasenraum möglich. Dennoch ergeben sich dabei Probleme. Mit zunehmenden $\frac{Q^2}{W^2}$ werden die Gewichte der Ereignisse immer größer, was damit zusammenhängt, daß man praktisch vom Bereich des QED Compton - Prozesses zum Bereich der Strahlungskorrekturen übergeht. Ereignisse mit großen Gewichten sollten aus zwei Gründen verworfen werden:

1. Die statistische Bedeutung solcher Ereignisse ist klein
2. Beschränkt man die Größe der Gewichtsfaktoren auf Zahlen kleiner als eins, so lassen sich einzelne (ungewichtete) Ereignisse erzeugen.

Da Q^2 direkt mit p_t^2 zusammenhängt, bedeutet ein großer $\frac{Q^2}{W^2}$ Wert auch direkt einen großen Akoplanaritätswinkel zwischen Elektron und Photon. Somit bewirkt ein Schnitt auf den Akoplanaritätswinkel kleiner 45° und zudem ein Cut in $p_T < 20GeV$ die gewünschte Einschränkung auf kleine Gewichte bzw. kleine Q^2. Die Beschränkung auf kleine Q^2 hat zudem den Vorteil, daß keine Beiträge zum Wirkungsquerschnitt durch etwaige Ereignisse der schwache Wechselwirkung berücksichtigt werden müssen.

Anmerkungen

- Das Programm berechnet zwar die vollständige invariante Masse der auslaufenden hadronischen Komponente, generiert aber keines der auslaufenden hadronischen Teilchen.
- Mit dem Generator ist es möglich Strahlungskorrekturen durch eine Photonabstrahlung des einlaufenden Elektrons zu berücksichtigen.

3.4 Der Generator 'WabWWA'

Der Generator WabWWA ist ein ungewichteter Monte Carlo Generator, welcher elastische Weitwinkelbremsstrahlungsereignisse auf der Basis einer Weizsäcker-Williams-Näherung und unter der Annahme eines Frontalzusammenstoßes (head-on-collision) zwischen Elektron und virtuellem Photon simuliert.
Der Generator WabWWA wurde auf der Grundlage einer modifizierten Weizsäcker Williams Approximation zur Simulation des elastischen Prozesses

$$e + p \longrightarrow e + p + \gamma$$

entwickelt. Er basiert auf der Faltung des equivalenten Photonenflusses des Protons, wie er von B. Kniehl [Kni91] parametrisiert wurde, mit dem Wirkungsquerschitt des reellen QED Compton Prozesses. Der Generator WabWWA generiert alle kinematischen Größen der auslaufenden Teilchen und stellt diese zur weiteren Analyse zur Verfügung.

3.4.1 Verwendeter Wirkungsquerschnitt

Für den differentiellen Wirkungsquerschnitt des reellen Compton Prozesses ergibt sich gemäß [Ber92]

$$\frac{d\sigma}{dtdz} = \frac{2\pi\alpha^2}{\hat{s}} \cdot \left(-\frac{\hat{u}}{\hat{s}} - \frac{\hat{s}}{\hat{u}}\right) \cdot \Gamma_\gamma(z)$$

Hierbei bezeichnet z den relativen Energienanteil des Photons an der Energie des einlaufenden Protons (siehe Kapitel 2.2.3)
Mit dem relativen Energieverlust des Elektrons im Ruhesystem des Protons :y

$$y = \frac{-\hat{t}}{\hat{s}} \rightarrow d\hat{t} = \hat{s}dy$$

Aus $\hat{s} + \hat{u} + \hat{t} = \sum_i m_i^2 \approx 0$ folgt

$$-\frac{\hat{u}}{\hat{s}} = 1 - y$$

und somit

$$\frac{d\sigma}{dydz} = \frac{2\pi\alpha^2}{zS} \left((1-y) + \frac{1}{(1-y)}\right) \cdot \Gamma_\gamma(z)$$

Hierbei ist S das Quadrat der Schwerpunktenergie der einlaufenden Elektronen und Protonen.
Der equivalente Photonenfluß $f_{\gamma/p}(z)$ des Protons wurde gemäß B.A. Kniehl [Kni91] in folgender Parametrisierung verwendet:

$$f_{\gamma/p}(z) = \frac{\alpha}{2\pi} \cdot \left[c_1 u \ln(1 + \frac{c_2}{v}) - (u + c_3) \ln(1 - \frac{1}{v}) + \frac{c_4}{v-1} + \frac{c_5 u + c_6}{v} + \frac{c_7 u + c_8}{v^2} + \frac{c_9 u + c_1 0}{v^3} \right]$$

mit

$$u = \frac{1}{2} - \frac{2}{z} + \frac{2}{z^2} \quad \text{und} \quad v = 1 + \frac{a}{4} \cdot \frac{x^2}{1-x}$$

Hierbei sind die Konstanten

$$\begin{array}{lcllcl} c_1 &=& -2.76 \cdot 10^{-2} & c_2 &=& 3.96 \\ c_3 &=& 13.8 & c_4 &=& -2.48 \\ c_5 &=& -0.891 & c_6 &=& -11.3 \\ c_7 &=& -0.716 & c_8 &=& -4.43 \\ c_9 &=& 0.238 & c_1 0 &=& -2.12 \end{array}$$

3.4.2 Kinematik des Frontalzusammenstoßes

Die dem Generator WabWWA zu Grunde liegende Kinematik basiert auf der Annahme eines Frontalzusammenstoßes (head-on-collision) zwischen Elektron und Photon, sowie der Vernachlässigung der Massen der einlaufenden Teilchen im Hochenergielimes. Der Vorteil dieser Vorgehensweise liegt in der einfachen Berechenbarkeit der Vierervektoren im Laborsystem aus lorentzinvarianten Größen, so daß auf einen aufwendigen Boost und die damit verbundene möglichen Fehlerquellen verzichtet werden kann. Für die Vierervektoren der Teilchen im Laborsystem ergibt sich unter Berücksichtigung der Abbildung 3.3:

$$l = \begin{pmatrix} E_e \\ 0 \\ 0 \\ -E_e \end{pmatrix}, \quad k = \begin{pmatrix} E_\gamma \\ 0 \\ 0 \\ E_\gamma \end{pmatrix}$$

$$l' = E'_e \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \sin\theta_e \cos\phi_e \\ \sin\theta_e \sin\phi_e \\ \cos\theta_e \end{pmatrix}, \quad k' = E'_\gamma \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \sin\theta'_\gamma \cos\phi_\gamma \\ \sin\theta'_\gamma \sin\phi_\gamma \\ \cos\theta'_\gamma \end{pmatrix}$$

Unter Berücksichtigung der Annahme, daß das auslaufende Proton sich weiter entlang der z-Achse bewegt, welches auf Grund der verwendeten Näherung, d.h der kollinearen Ausstrahlung des ausgetauschten Photons sinnvoll ist, ergeben sich folgende Ergebnisse:

Energie des auslaufenden Elektrons E'_e

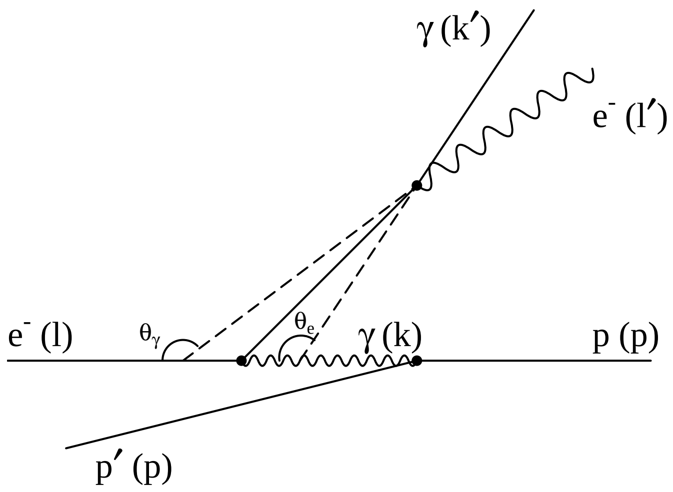


Abbildung 3.3: Die Darstellung entspricht dabei einer Mischung aus geometrischen Größen und einem Feynmandiagramm. Gestrichelte Linien dienen lediglich zur Veranschaulichung der Geometrie. Der Übersichtlichkeit halber wurde p' von der Strahlachse weglaufend gezeichnet, was jedoch nicht der Berechnung entspricht, in der das auslaufende Proton weiterhin in z- Richtung ausläuft

Viererimpulserhaltung :

$$k + l = k' + l' \quad \Rightarrow \quad l' = l + (k - k')$$

$$\Rightarrow (l')^2 = 2l \cdot (k - k') - 2k \cdot k' \approx 0$$

Einsetzen der Darstellung der 4er-Vektoren im Laborsystem ergibt

$$E'_e = \frac{1}{2}\left(\frac{M_{e\gamma}^2}{E_e(1+\cos\theta'_e) + \frac{M_{e\gamma}^2}{4E_e}(1-\cos\theta'_e)}\right)$$

$$\Rightarrow E'_e = E_e(1-y) + \frac{Sz}{4E_e} \cdot y$$

Energie des auslaufenden Photons E'_γ

Viererimpulserhaltung :

$$k + l = k' + l' \quad \Rightarrow \quad k' = k + (l - l')$$

$$\Rightarrow (k')^2 = 2k(l - l') - 2l \cdot l' \approx 0$$

Einsetzen der Darstellung der 4er-Vektoren im Laborsystem ergibt

$$E'_\gamma = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{M^2_{e\gamma}}{\frac{M^2_{e\gamma}}{4E_e}(1-\cos\theta'_\gamma) + E_e(1+\cos\theta'_\gamma)} \right)$$

$$\Rightarrow E'_\gamma = yE_e + \frac{M^2_\gamma}{4E_e}(1-y)$$

y-Bjorken des Prozesses

$$\begin{aligned} y &= \frac{pq}{pk} = \frac{l \cdot q}{l \cdot k} = \\ &= 1 - \frac{l \cdot k'}{l \cdot k} = 1 - \frac{E'_e}{2E_e}(1-\cos\theta'_e) \end{aligned}$$

und analog

$$y = \frac{E'_\gamma(1-\cos\theta'_\gamma)}{2E_e}$$

Polarwinkel der auslaufenden Teilchen

Durch Umstellen und Ineinandereinsetzen der vorgenannten Gleichungen erhält man für den Polarwinkel des gestreuten Elektrons:

$$\cos\theta'_e = 1 + (y-1) \cdot \frac{2E_e}{E'_e}$$

Analog läßt sich auch der Polarwinkel des Photons berechnen :

$$\cos\theta'_\gamma = 1 - \frac{2yE_e}{E'_\gamma}$$

Eine andere Möglichkeit stellt hier die Ausnutzung der Viererimpulserhaltung in der z Komponente dar , mit der sich

$$k_z + l_z = k'_z + l'_z$$

und daraus

$$\cos\theta'_\gamma = \frac{z \cdot E_p - E_e - E'_e \cdot \cos\theta'_e}{E'_\gamma}$$

ergibt.

Unter der Annahme eines Frontalzusammenstoßes zwischen Elektron und virtuellem Photon, also für den Fall quasireeller Photonen ergibt sich zudem bei Vernachlässigung der Teilchenmassen (Hocherenergienäherung)

$$M_{e\gamma}^2 = (e+\gamma)^2 = (e + z \cdot p)^2 \approx zS$$

3.4.3 Die Generation

Die Ereignisgeneration und Integration in WabWWA erfolgt mittels des Programmes BASES/SPRING welches hier in der Version 1.1 verwendet wurde. Als Variablen wurden die beiden Skalenvariablen z und y in den Grenzen $0 \leq z, y \leq 1$ gewählt. Zudem wird der Azimutalwinkel φ der auslaufenden Teilchen gleichverteilt zwischen 0 und 2π gewürfelt. Die Größen x, y, φ legen die Kinematik des Prozesses unter der Annahme daß Elektron und Photon stets genau "back to back" auslaufen, vollständig fest. Es werden die Vierervektoren aller Teilchen im Laborsystem berechnet und über H1-Bänke zur Verfügung gestellt.

3.5 Probleme und Bugs der Generatoren

In diesem Kapitel soll ein kurzer Abriß der, bei der Bedienung der Generatoren aufgetretenen, Schwierigkeiten gegeben werden. Eines der Hauptprobleme bei dem Vergleich der Generatoren lag in den unterschiedlichen Steuerungsmöglichkeiten der Generatoren. Diese sind nicht einheitlich und erfordern ein gewisses Maß an Sorgfalt. Die Steuerung der Generatoren erlaubt die Angabe einer Vielzahl von Parametern und Schnitten, welche die Generation der Teilchen beeinflussen. Diese sind im einzelnen:

Generatoren	E'_e	E'_γ	θ'_e	θ'_γ	φ'_e	φ'_γ	p_t	E_{vis}	ψ_{aco}	E^t_e	E^t_γ
EPCOMPT	✓	✓	✓	✓				✓	✓	✓	✓
COM200	✓	✓	✓	✓			✓	✓	✓		
WabGen	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓
WabWWA	✓	✓	✓	✓				✓			

Hierbei bezeichnen: E'_i die Energien, θ'_i die Polarwinkel und φ'_i die Azimutalwinkel der auslaufenden Teilchen. $E_{vis} = E'_e + E'_\gamma$ repräsentiert die im Detektor sichtbare Energie, p_t den Transversalimpuls des Elektron-Photon-Subystemes und ψ_{aco} den Akoplannaritätswinkel. E^t_i gibt Schnitte auf die transversale Energie der einzelnen Teilchen an, wie sie z.B. für die Kalibration des LAr-Kalorimeters von Bedeutung sind. [6]
Es ist dabei anzumerken, daß auf Grund der in Kapitel 4 noch zu zeigenden Ergebnisse, der Schnitt in der Größe p_t, des Transversalimpulses des $e\gamma$ Subsystems, eigentlich keinen besonderen physikalischen Sinn ergibt, sieht man einmal von seiner Notwendigkeit für das technische Konzept von COM200 ab. Aus diesem Grund wurde dieser Schnitt weder in EPCOMPT noch in WabGen implementiert.
Zudem erfolgt in COM200 die Steuerung der Grenzen für die Polarwinkel der auslaufenden Elektronen und Photonen gemeinsam durch ein und denselben Wert. Dies hat zur Folge, daß Elektron und Photon stets als in denselben Winkelbereich des Detektors treffend generiert werden. Eine Untersuchung, bei der z.B. das Elektron das VLQ trifft, während das Photon im Hauptdetektor zu sehen ist (siehe Kapitel 4.3), ist mit COM200 somit nicht möglich. Auf der Basis der COM200 zu Grunde liegenden Überlegungen, nur fast koplanare Ereignisse zu erzeugen, ist dies aber durchaus sinnvoll.
Weitere Probleme von COM200 stellten sich bei der Generation von Ereignissen zur weiteren Analyse mit PHAN heraus:

1. Es ist nicht möglich, Elektronen statt Positronen mit COM200 zu erzeugen, da das Programm dann einen illegalen Speicherzugriff durchführt und abstürzt.

2. Die in dem Steuerfile angegeben zu generierende Ereigniszahlen stimmen nicht immer mit den wirklich erzeugten überein. Bei der Simulation des VLQ wurde z.B. bei 50000 zu generierenden Teilchen nur 41136 elastische, 690 quasielastisch und 1707 tiefinelastische, also insgesamt 43533 Ereignisse erzeugt (dieser Effekt ist reproduzierbar). In anderen Bereichen hingegen funktioniert die Ereignisgeneration korrekt.

[6] Obwohl diese Schnitte bei den folgenden Untersuchungen nicht verwendet werden, seien sie hier dennoch der Vollständigkeit halber erwähnt.

3. Die gestreuten Elektronen und Photonen werden so in die H1 Bänke eingetragen, als ob sie vom einlaufenden Proton statt dem einlaufenden Elektron als Mutterteilchen stammen würden. Dies macht ein wenig Probleme bei der Analyse der Ereignisse mit PHAN

Aus den gerade geschilderten Gründen, ist bei der Benutzung des Generators COM200 Vorsicht geboten.

Kapitel 4

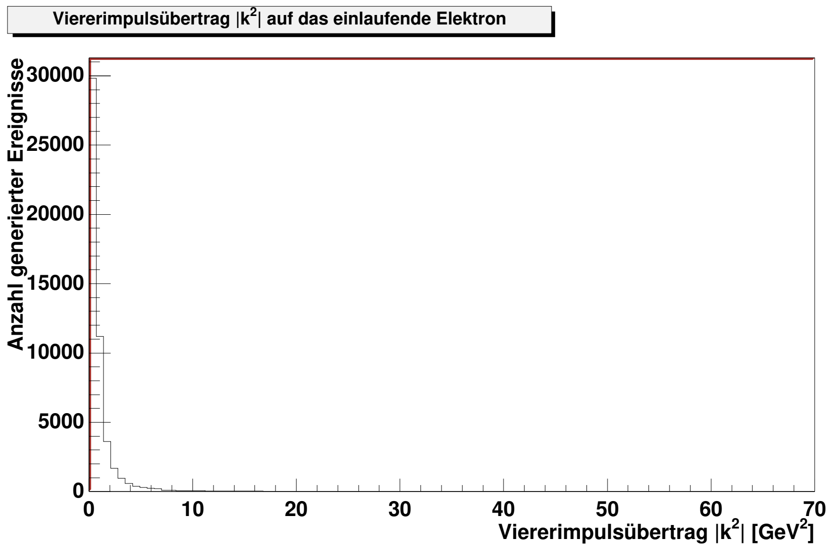
Die Ergebnisse der Untersuchungen

Um ein besseres Verständnis für die kinematischen Größen der Weitwinkelbremsstrahlung zu vermitteln, werden zu Beginn dieses Kapitels deren Verteilungen an Hand eines Beispieles erläutert. Als Beispiel dient ein Sample aus 50000 Ereignissen, welches mittels des Generators WabGen erzeugte wurden. Die verwendeten Schnitte sind dabei so gewählt, wie sie auch für die Suche nach angeregten Leptonen verwendet werden. Betrachtet werden hier allerdings nur Ereignisse, welche dem elastischen Prozeß der Weitwinkelbremsstrahlung entstammen.
Für die Grenzen bzw. Schnitte wurden folgende Werte gewählt:

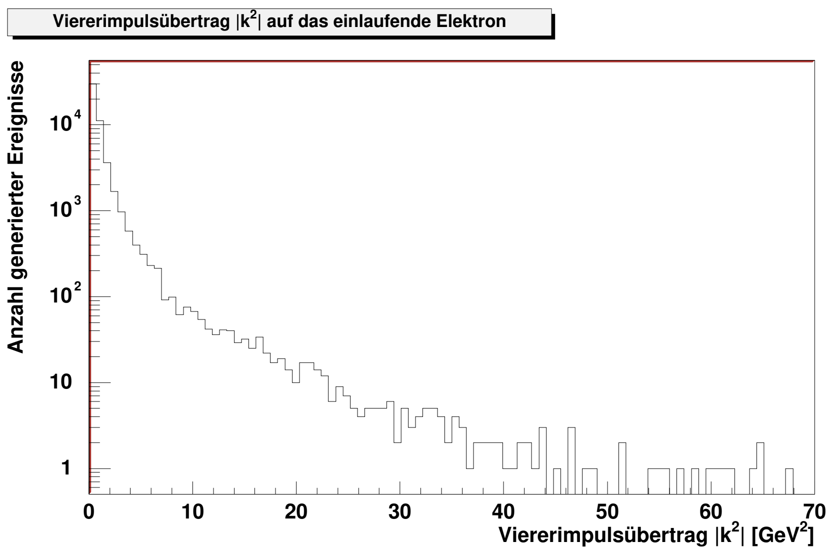
Impulse der einlaufenden Teilchen		
$p_e^{in} = -27.5$ GeV		
$p_p^{in} = 820$ GeV		
Schnitte auf auslaufende Teilchen		
$E'_e > 2$ GeV	$2° < \theta'_e < 178°$	$0° < \varphi'_e < 360°$
$E'_\gamma > 2$ GeV	$2° < \theta'_\gamma < 178°$	$0° < \varphi'_\gamma < 360°$
weitere Schnitte		
$E_{vis} > 2$ GeV	$(8\text{ GeV})^2 < \hat{s} < S - m_p^2$	

Die Größen θ'_i stehen jeweils für die Polarwinkel, (φ'_i für den Azimutalwinkel) der auslaufenden Teilchen, mit $i = e$ für das Elektron, $i = \gamma$ für das Photon und $i = p$ für das Proton. Es ist zu beachten, daß alle Winkel, gemäß der Konvention bei H1, relativ zur Richtung des einlaufenden Protons definiert sind. Ein Winkel $\theta'_e = 180°$ entspricht somit einem auslaufenden Elektron entlang der $-z$-Achse, also einem ungestreuten Elektron. Die Größen E'_i repräsentieren die jeweiligen Energien der auslaufenden Teilchen. E_{vis} bezeichnet die im Detektor sichtbare Energie, also die Summe aus E'_γ und E'_e.
Da der Generator COM200 aus technischen Gründen (siehe Kapitel 3.3) feste Schnitte für den maximalen transversalen Impuls p_t des auslaufenden Elektrons und Photons mit $p_t^{max} < 20$ GeV und den Akoplanaritätswinkel ψ_{ako} mit $\psi_{ako}^{max} < 45°$ (in Grad) fordert, wurden diese jeweils auf die maximal möglichen Werte gesetzt, um ihre Wirkung klein zu halten. Wie sich bei den folgenden Untersuchungen zeigen wird, sind diese Schnitte im

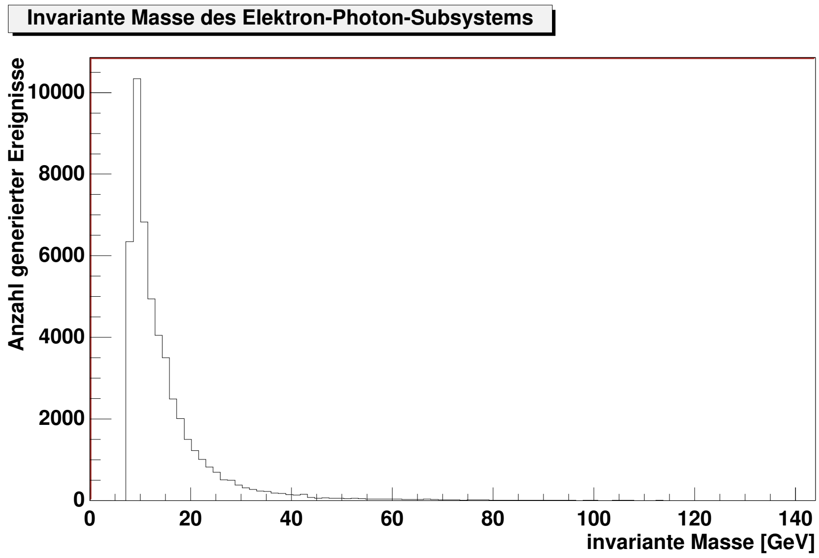
elastischen Bereich ohne Einfluß auf den Wert des integrierten Wirkungsquerschnitt. Die Größen p_i^{in} bezeichnen die Impulsbeträge der einlaufenden Teilchen.
Wie schon in Kapitel 2.1 dargestellt, besitzt der differentielle Wirkungsquerschnitt der Weitwinkelbremsstrahlung zwei Polstellen und zwar bei $q_1^2 \equiv \hat{s} = m_e^2$ und $q_2^2 \equiv |k^2| = 0$ GeV^2. Dies hat zur Folge, daß bei der Integration des totalen Wirkungsquerschnittes vor allem Ereignisse mit kleinen Impulsüberträgen $|k^2| \approx 0$ GeV^2, sowie mit kleinen invarianten Massen $\hat{s}$ im $e\gamma$-Subsystem dominieren. Somit ist ein starke Häufung von generierten Ereignissen bei kleinen Werten von $|k^2|$ zu erwarten, was sich in dem zugehörigen Histogrammen



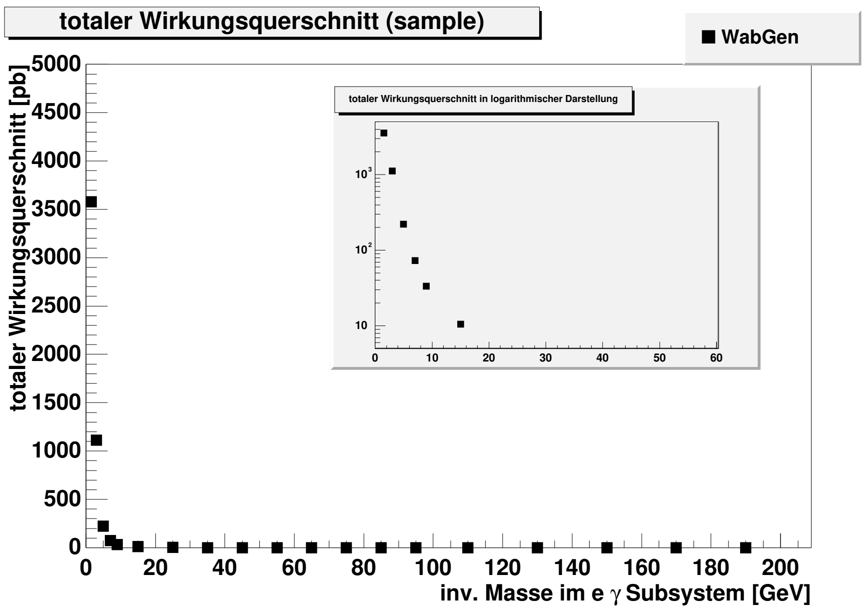
und in logarithmischer Darstellung



auch deutlich zeigt. Analog erwartet man eine Anhäufung von Ereignissen bei kleinen Werten von $\hat{s}$, bis hin zur gegebenen Untergrenze, welche hier zu $\sqrt{\hat{s}_{min}} = 8$ GeV gesetzt wurde :



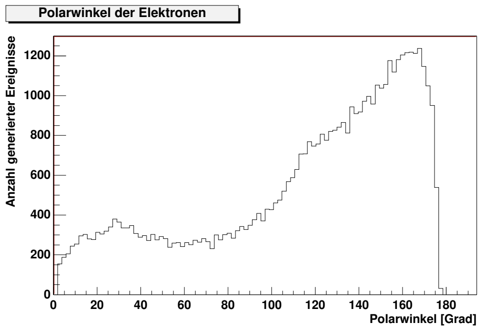
Die Dominanz kleiner invarianter Massen $\hat{s}$ zeigt sich auch deutlich bei der Integration des differentiellen Wirkungsquerschnittes über schmale Bereiche in $\hat{s}$.

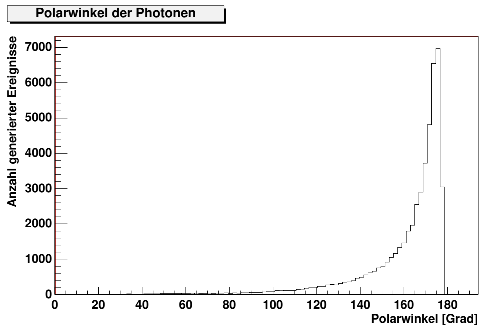


Hier wurden die Werte des totalen Wirkungsquerschnittes in einzelnen Bereichen von $\hat{s}$ normiert auf die Intervalbreite gegen den Mittelpunkt des gewählten Bereiches aufgetragen. Das kleine Diagramm stellt dabei einen Ausschnitt in halblogarithmischer Darstellung für kleine invariante Massen dar. Es wird deutlich, daß der totale, integrierte Wirkungsquerschnitt der elastischen Weitwinkelbremsstrahlung vor allem von Ereignissen solcher kleiner invarianter Massen bestimmt wird.

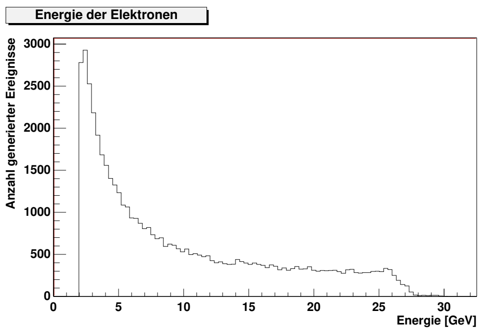
Kleine Impulsüberträge $|k^2|$ auf das einlaufende Elektron bedeuten eine nur geringe Änderung seines Impulses und somit seiner Bewegungsrichtung. Aus diesem Grund ist eine

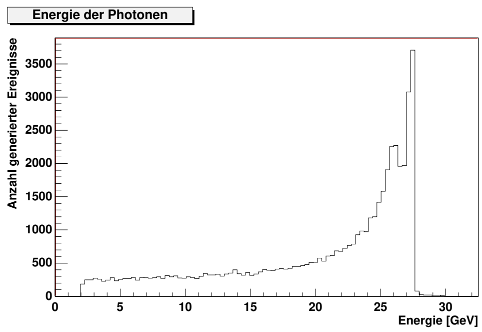
Häufung des Elektronstreuwinkels und damit gekoppelt auch des Photonstreuwinkels bei großen Polarwinkeln zu erwarten,



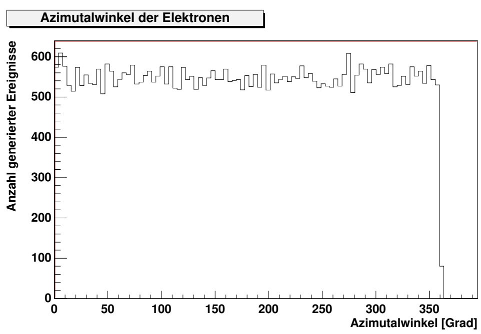


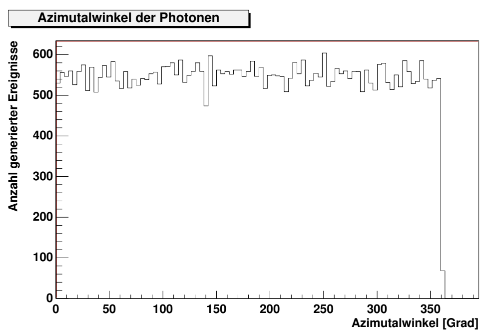
Für die Energien der auslaufenden Teilchen ergibt sich :



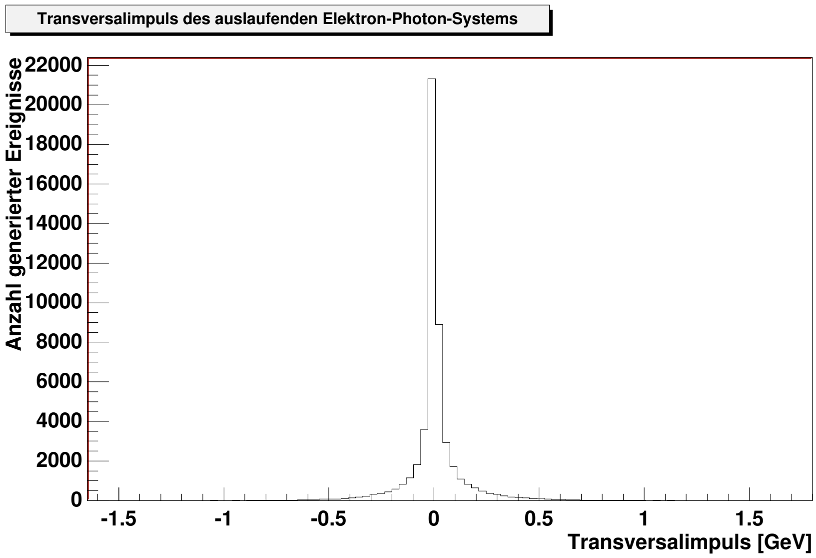


Da bei der Integration des Wirkungsquerschnittes über den vollen Bereich des Azimutalwinkels des gestreuten Elektrons (0° bis 360°) integriert wurde, so daß die beiden Interferenzterme des Photon-Fluß-Ansatzes keinen Einfluß haben, erwarten wir eine Gleichverteilung der Azimutalwinkel der auslaufenden Teilchen:





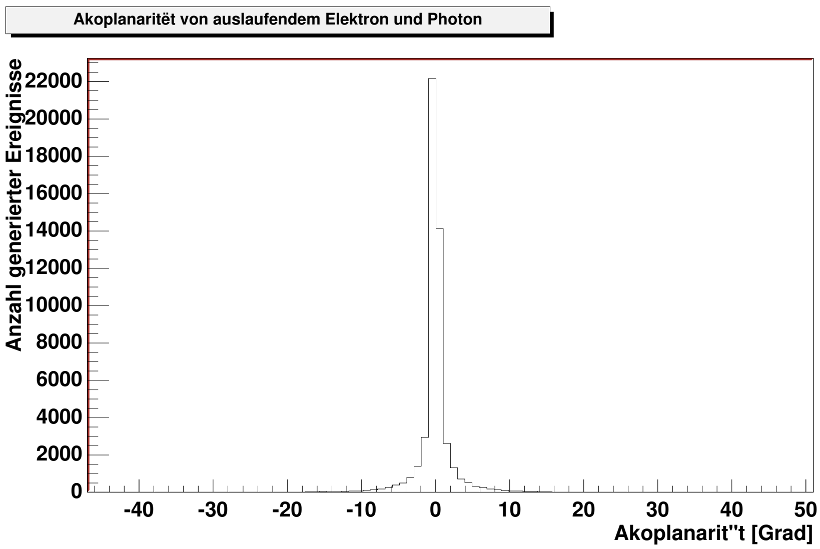
Wie bereits erläutert, erhält das auslaufende Proton im elastischen Fall auf Grund der Dominanz kleiner Werte von $|k^2|$ nur einen geringen Transversalimpuls und läuft praktisch entlang der Beampipe aus. Aus diesem Grund sollte auch das Elektron Photon System nur einen geringen Transversalimpuls p_t aufweisen:



Dies wiederum hat zur Folge, daß die Impulskomponenten der Elektronen und Photonen in einer zum Strahl senkrechten Ebene antiparallel liegen. Man sagt, die Teilchen laufen 'back to back', also Rücken an Rücken aus. Zur Beschreibung dieses Verhaltens eignet sich vor allem eine Größe, die Akoplanarität, bzw. der Akoplanaritätswinkel :

$$\Psi_{ako} := ||\varphi'_e - \varphi'_\gamma| - \pi|$$

Im Fall der elastischen Weitwinkelbremsstrahlung ist zu erwarten, daß der Akoplanaritätswinkel stets klein ist.



An den zuletzt gezeigten Verteilungen kann man gut erkennen, daß sowohl der Akoplanaritätswinkel als auch die Transversalimpulse im elastischen Fall stets kleiner sind als die in COM200 als feste Minimalschnitte implementierten Grenzen $\Psi_{ako}^{max} < 45°$ und $p_t^{max} < 20$ GeV.

4.1 Vergleich der Generatoren

Ziel dieser Arbeit war die Erstellung eines neuen, technisch verbesserten Monte Carlo Generators für die Simulation der Weitwinkelbremsstrahlung. Wie bereits in Kapitel 3.1 erläutert stellt vor allem die Nähe zu den Polstellen in $\hat{s}$ und $|k^2|$, wie sie zur Untersuchung des Bereiches des VLQ's benötigt wird, eine besondere Herausforderung an die programmtechnische Qualität der Generatoren dar. Es war zu erwarten, daß alle Generatoren in Bereichen großer $\hat{s}$ problemlos funktionieren würden, und sich erst beim Übergang zu immer kleineren Werten der invarianten Masse Schwierigkeiten einstellten würden. Aus diesem Grund wird zum Vergleich der Ergebnisse der einzelnen Generatoren der totale Wirkungsquerschnitt in schmalen Bereichen von $\hat{s}$ aufintegriert. Als kleinster Bereich wird 1 GeV $< \sqrt{\hat{s}} <$ 2 GeV gewählt, da $\sqrt{\hat{s}} = 1$ GeV die untere Grenze ist, bei der der Generator EPCOMPT noch benutzt werden kann. Als Obergrenze wurde $\hat{s} = 200$ GeV gesetzt, da hier die Wirkungsquerschnitte bereits so klein sind, daß sie für die verschiedenen Anwendungsmöglichkeiten der Weitwinkelbremsstrahlung kaum noch von Bedeutung sind. Das Interval wurde zu kleinen Werten von $\hat{s}$ hin feiner gewählt, um etwaige Effizienzprobleme der Integration zu vermeiden.
Die weiteren Schnitte und Parameter sind so gewählt, daß sie den Grenzen des H1-Detektors entsprechen. Dieser überdeckt etwa einen Polarwinkelbereich von 2° bis 178° und benötigt zur Teilchendetektion eine minimale Energie des einzelnen Teilchens von 2 GeV .

Impulse der einlaufenden Teilchen		
$p_e^{in} = 26.7$ GeV		
$p_p^{in} = 820$ GeV		
Schnitte auf auslaufende Teilchen		
$E'_e > 2$ GeV	$2° < \theta'_e < 178°$	$0° < \varphi'_e < 360°$
$E'_\gamma > 2$ GeV	$2° < \theta'_\gamma < 178°$	$0° < \varphi'_\gamma < 360°$
weitere Schnitte		
$E_{vis} > 2$ GeV		

Die Untersuchung des totalen Wirkungsquerschnittes in der obigen Form wurde in den schon mehrfach erwähnten Bereichen elastisch, tiefinelastisch und quasielastisch getrennt durchgeführt. Der Grund hierfür liegt vor allem in der theoretischen Unsicherheit der verwendeten Modelle für den inelastischen Bereich. Während der elastische Fall der Weitwinkelbremsstrahlung exakt durch die Quantenelektrodynamik beschrieben wird, so daß sich hier kein modellabhängiger Spielraum ergibt, ist die Beschreibung des inelastischen Bereichs nicht streng vorgegeben. So ist nicht nur die Wahl der Grenze zwischen quasielastischem Bereich und tiefinelastischem in gewissen Grenzen als willkürlich anzusehen, sondern auch die Parametrisierung der F_2^p Strukturfunktion im quasielastischen Fall läßt einige Wahlmöglichkeiten offen. Aus diesem Grund kommt dem Vergleich der Ergebnisse der Integration der elastischen differentiellen Wirkungquerschnitte der einzelnen Generatoren besondere Bedeutung zu.

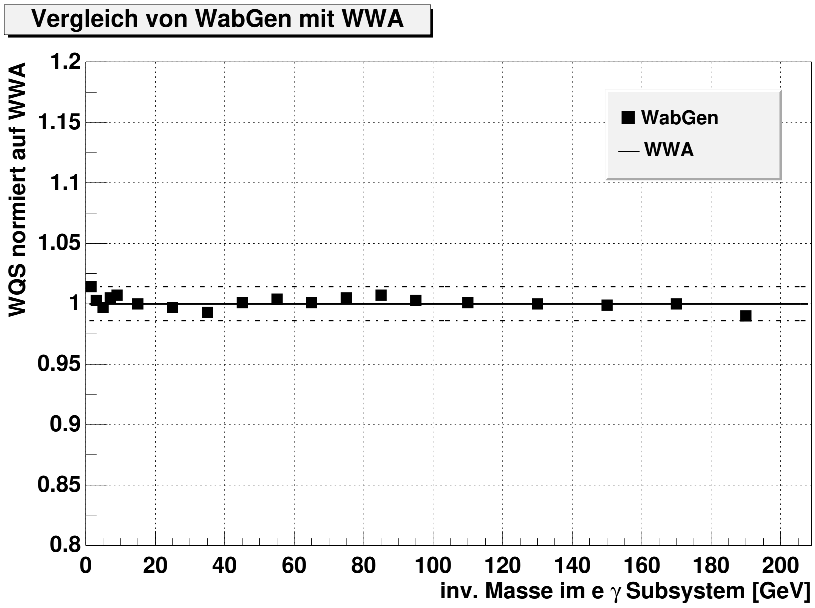
Wirkungsquerschnitte, elastischen Falles, in pb				
Bereiche $\sqrt{\hat{s}}$	1..2GeV	2..4GeV	4..6GeV	6..8GeV
EPCOMPT V1.0	3790 ± 38	2354 ± 24	474.7 ± 4.7	158.3 ± 1.6
EPCOMPT V1.1	3582 ± 36	2203 ± 22	442.7 ± 4.4	145.4 ± 1.5
WabWWA	3530 ± 35	2221 ± 22	445.4 ± 4.5	146.3 ± 1.5
WabGen	3579 ± 36	2226 ± 22	444.1 ± 4.4	147.0 ± 1.5
COM200 (gew)	3447 ± 34	2168 ± 22	437.7 ± 4.3	144.1 ± 1.4
	8..10GeV	10..20GeV	20..30GeV	30..40GeV
EPCOMPT V1.0	72.34 ± 0.72	117.0 ± 1.2	24.57± 0.25	7.853± 0.079
EPCOMPT V1.1	66.10 ± 0.66	106.3 ± 1.1	21.61± 0.22	6.804± 0.068
WabWWA	66.40 ± 0.66	105.8 ± 1.1	21.61± 0.22	6.689± 0.067
WabGen	66.84 ± 0.66	105.9 ± 1.1	21.54± 0.22	6.640± 0.066
COM200 (gew)	65.46 ± 0.65	105.4 ± 1.1	21.82± 0.22	6.662± 0.066
	40..50GeV	50..60GeV	60..70GeV	70..80GeV
EPCOMPT V1.0	3.246± 0.032	1.549±0.015	0.778 ± 0.008	0.419 ± 0.004
EPCOMPT V1.1	2.692± 0.027	1.253±0.013	0.610 ± 0.006	0.318 ± 0.003
WabWWA	2.711± 0.027	1.259±0.013	0.610 ± 0.006	0.316 ± 0.003
WabGen	2.713± 0.027	1.263±0.013	0.610 ± 0.006	0.318 ± 0.003
COM200 (gew)	2.740± 0.027	1.260±0.013	0.610 ± 0.006	0.319 ± 0.003
	80..90GeV	90..100GeV	100..120GeV	120..140GeV
EPCOMPT V1.0	0.237 ± 0.002	0.140 ± 0.001	0.140 ± 0.001	0.0570 ± 0.0006
EPCOMPT V1.1	0.177 ± 0.002	0.101 ± 0.001	0.0954 ±0.001	0.0364 ± 0.0004
WabWWA	0.174 ± 0.002	0.100 ± 0.001	0.0954 ±0.001	0.0364 ± 0.0004
WabGen	0.175 ± 0.002	0.100 ± 0.001	0.0954 ±0.001	0.0364 ± 0.0004
COM200 (gew)	0.168 ± 0.002	0.0953 ±0.0010	0.0887 ±0.0009	0.03106 ±0.0003
	140..160GeV	160..180GeV	180..200GeV	
EPCOMPT V1.0	0.0240 ± 0.0002	0.00973 ±0.0001	0.00367 ±0.00004	
EPCOMPT V1.1	0.0147 ± 0.0002	0.00600 ±0.00006	0.00232 ±0.00002	
WabWWA	0.0147 ± 0.0002	0.00600 ±0.00006	0.00232 ±0.00002	
WabGen	0.0147 ± 0.0002	0.00598 ±0.00006	0.00228 ±0.00002	
COM200 (gew)	0.01034 ±0.0002	0.00329 ±0.00003	0.00095 ±0.00001	

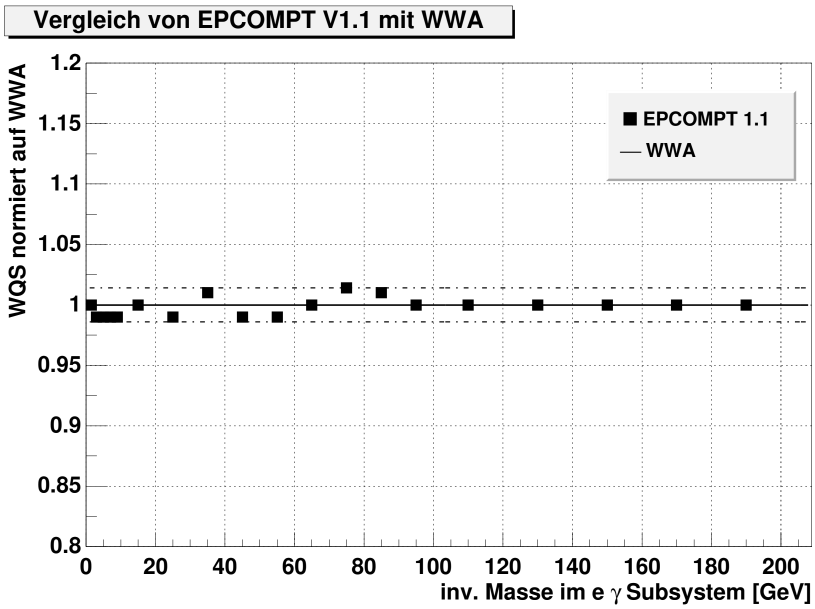
4.1.1 Der elastische Bereich

Die den Generatoren EPCOMPT V1.1, COM200 und WabGen zu Grunde liegenden Berechnungen des differentiellen Wirkungsquerschnittes sind jeweils in exakter Art und Weise, auf den gut verstandenen Grundlagen der QED basierend, durchgeführt worden. Somit ist zu erwarten, daß alle Generatoren nicht nur in den integrierten totalen Wirkungsquerschnitten im Rahmen des stochastischen Fehlers der numerischen Integration übereinstimmen, sondern auch die Verteilungen der kinematischen Größen große Ähnlichkeiten aufweisen sollten. Wie bereits gezeigt peakt die Verteilung der $|k^2|$ stark an der Stelle $|k^2| \approx 0$ GeV, so daß auf Grund des starken k^2 Abfalls der Formfaktoren auch die Weizsäcker-Williams-Approximation gut mit den Ergebnissen der exakten numerischen Integration übereinstimmt sollte. Die Annahme einer Frontalkollision zwischen Elektron und virtuellem Photon zur Vereinfachung der Kinematik erscheint unter diesem Aspekt auch gerechtfertigt.

Mit oben erläuterten Schnitten ergaben sich die Werte in Tabelle 4.1.1.

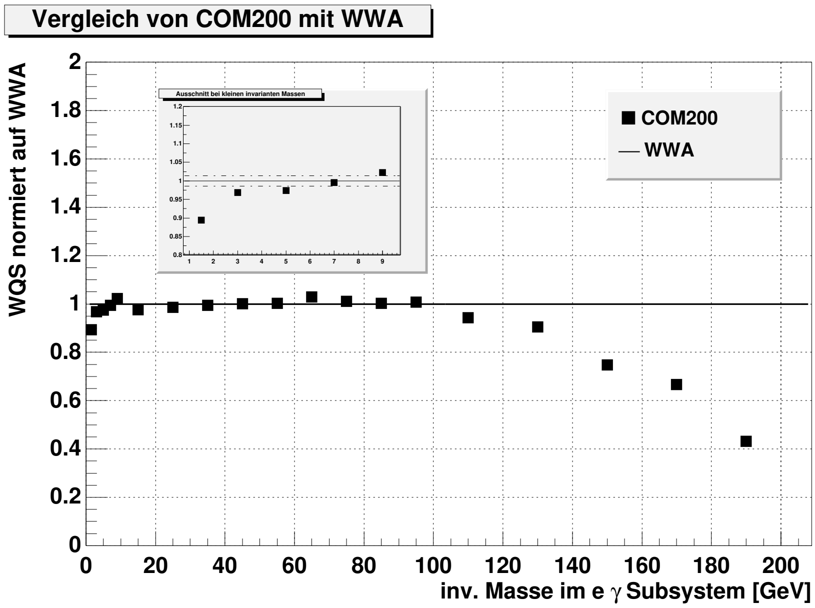
Einen Vergleich der Werte der Generatoren WabGen und EPCOMPT V1.1 mit der Weizsäcker-Williams-Approximation bestätigt unsere obigen Überlegungen bezüglich der Qualität dieser Näherung. Auch die Übereinstimmung der einzelnen Generatoren untereinander ist gut zu erkennen.





Alle Wirkungsquerschnitte wurden mit einer vorgegeben Genauigkeit von $\pm 1\%$ integriert, so daß sich beim Vergleich zweier Generatoren ein Fehlerband von $\pm 1.4\%$ ergibt. Betrachtet man aber die durch den Generator COM200 geliefert Werte [1]:

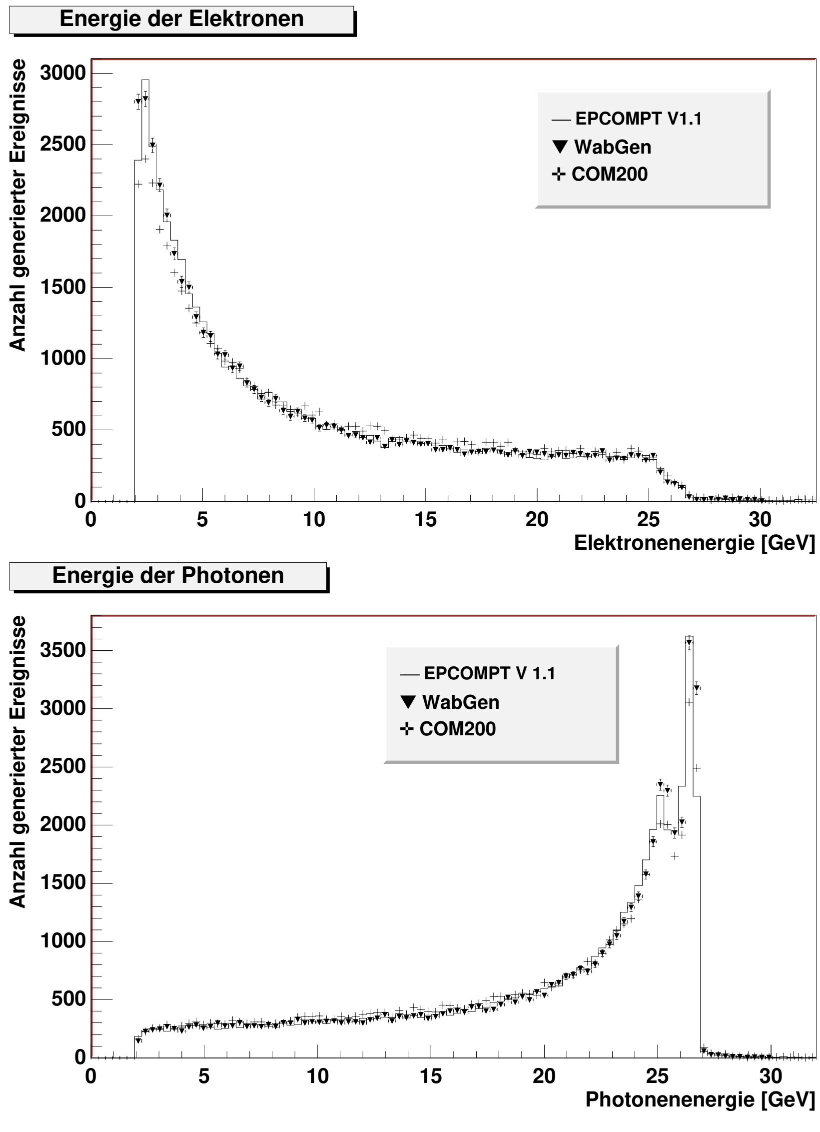
[1] Das Fehlerband wurde in dieser Darstellung zu Gunsten der Übersichtlichkeit geopfert. Zudem ist klar erkenntlich, daß die Werte deutlich außerhalb der Fehlergrenzen liegen.



so stellt man sowohl für kleine, als auch große invariante Massen eine deutliche Abweichung von der Weizsäcker-Williams-Approximation fest. Das Verhalten des Generators bei großen invarianten Massen ist vollkommen unverstanden und bedarf weiterer Studien. Da sich im Bereich des VLQ, bei noch kleineren invarianten Massen aber anderen Winkelschnitten als den hier untersuchten, wieder eine gute Übereinstimmung mit den anderen Generatoren ergibt (siehe Kap. 4.3), scheint obiger Abfall bei kleinen invarianten Massen nicht unbedingt auf ein Problem der, dem Generator zu Grunde liegenden physikalischen Beschreibung hinzudeuten. Vielmehr stellte sich auch bei der Entwicklung des Generators WabGen zwischenzeitlich ein ähnlicher Effekt ein, welcher sich als mangelnde Effizienz bei der Integration erwies und behoben werden konnte. Auch bei COM200 könnte es sich hier um einen ähnlichen Effekt handeln.
Für den Vergleich der Verteilungen der wichtigen kinematischen Größen der vier Generatoren, wurde jeweils ein Sample von 50000 Monte Carlo Ereignissen mit den obigen Parametern im Bereich $(8\ \mathrm{GeV})^2 < \sqrt{\hat{s}} < S - m_p^2$ generiert.
Die Betrachtung der Histogramme der kinematischen Größen ergibt eine ähnlich gute Übereinstimmung zwischen den Generatoren. Hierbei ist allerdings zu beachten, daß es mit dem Generator COM200 nicht möglich ist elastische und inelastische Ereignisse getrennt zu generieren, so daß es sich bei den COM200 Ereignissen jeweils um eine Mischung aus elastischen, quasielastischen und tiefinelastischen Ereignissen handelt. Auf Grund der Dominanz des elastischen Wirkungsquerschnittes in dem untersuchten Phasenraumbereich gegenüber den inelastischen Beiträgen, ist ein Vergleich aber dennoch möglich. Der leichte Unterschuß der COM200 Ereignisse in den im Maximum der Energieverteilung ist so zu begründen. Die aufintegrierten Wirkungsquerschnitte werden aber von COM200 in den drei Bereichen elastisch, quasielastisch und tiefinelastisch getrennt ausgegeben. Bei den weiteren Untersuchungen wurden jeweils der, vom Programm in Klammer ausgegebener, gewichteten Werte (siehe Kap. 3.3) berücksichtigt. Ihre Abweichungen von den ungewichtetet Werten liegen

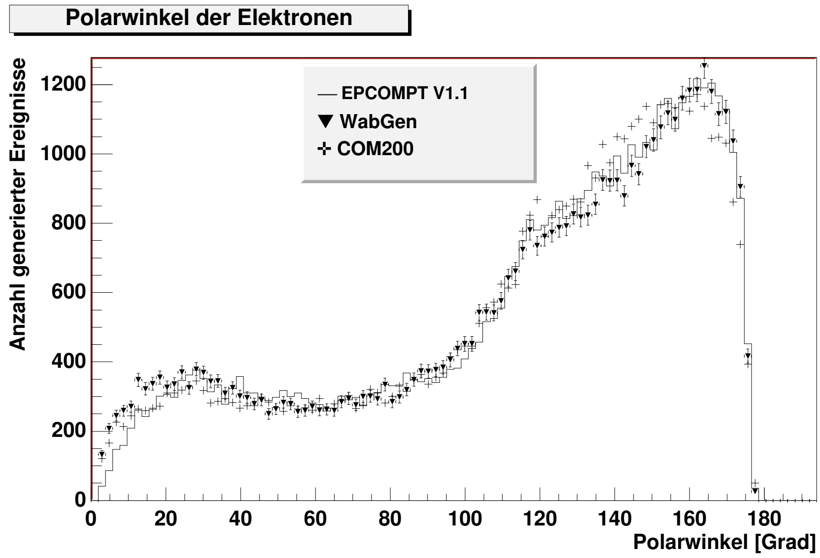
jedoch stets kleine als 2%.

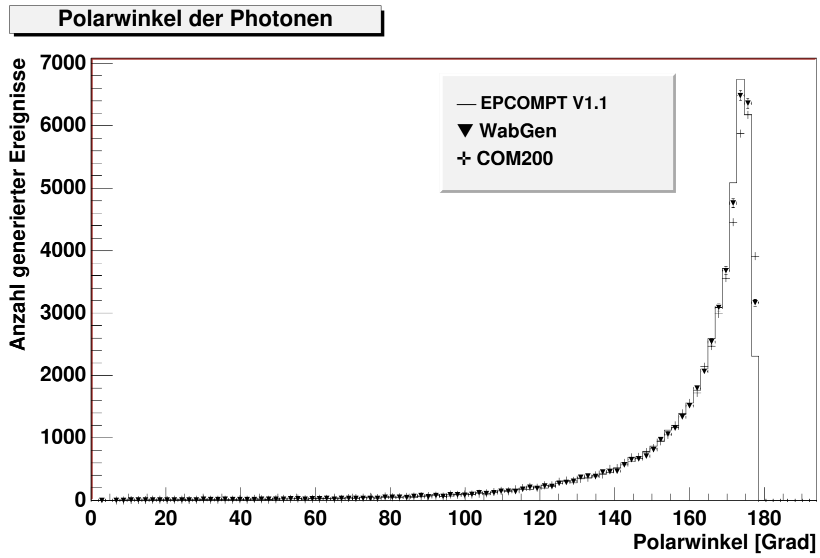
Für die Energieverteilung der auslaufenden Teilchen findet man



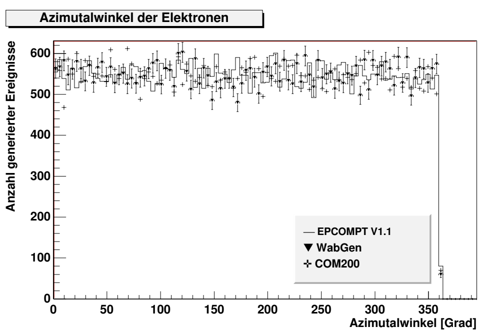
. Zur Darstellung der Fehlergrenzen der generierten Ereignisse werden für den Generator WabGen die Fehlergrenzen der einzelnen Bins mitangegeben. Bei den anderen Generatoren wurde, aus Gründen der Übersichtlichkeit der Diagramme, darauf verzichtet.

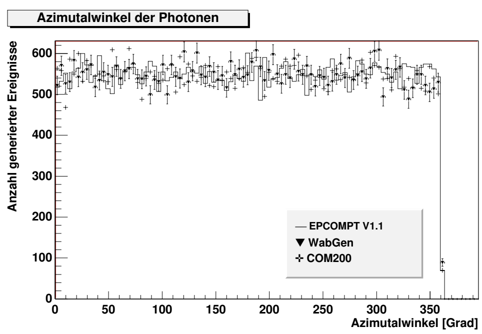
Auch die Verteilungen der Polarwinkel der Teilchen stimmen gut überein.



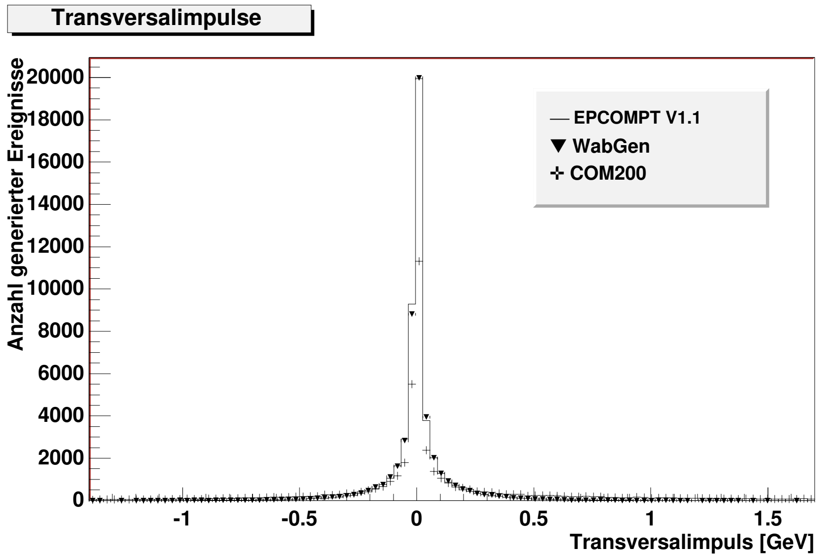


Die Histogramme der Azimutalwinkel zeigen die erwartete Gleichverteilung, so daß die Übereinstimmung hier keine Überraschung darstellt.

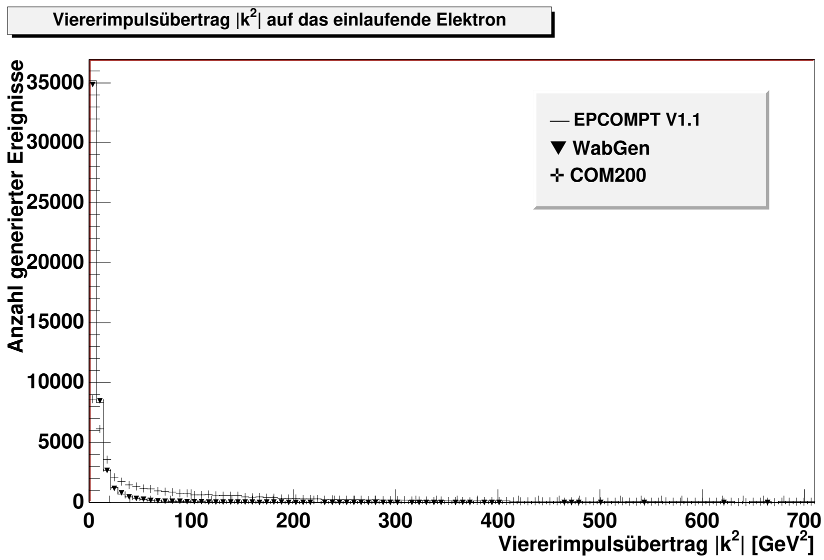




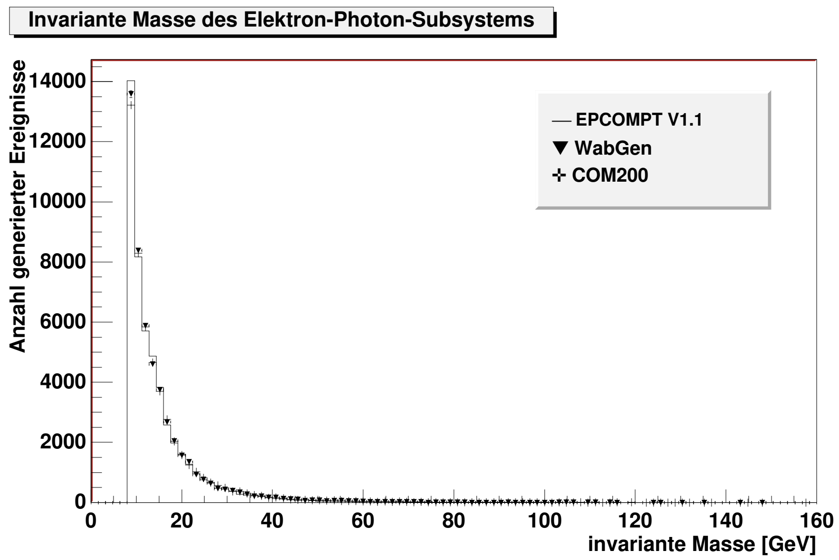
Auch die Verteilung der Transversalimpulse,



der Viererimpulsüberträge,



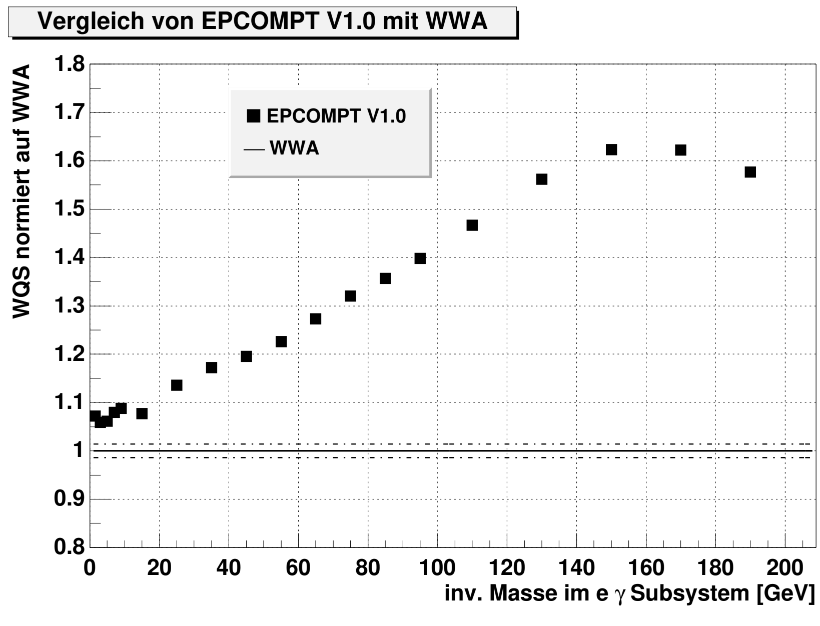
sowie der invarianten Massen



stimmen gut überein.

Anmerkung

Bei der Vernachlässigung vom Termen der Ordung $\frac{m_p^2}{|k^2|}$ in der direkten Berechnung des Wirkungsquerschnittes, wie dies in der Version 1.0 des Generators EPCOMPT geschehen ist, ergibt sich folgendes Bild:



Die Abweichung vom erwarteten Verlauf des Wirkungsquerschnittes ist deutlich zu erkennen. Dieses Ergebnis hat dazu geführt, daß in der Version 1.1 solche Terme in der Berechnung des Querschnittes mitberücksichtigt wurden und in Gleichung 3.3.2 der Term B_0 durch $B_0 - B_1$ ersetzt wurde. Mit dieser Ersetzung ergibt sich dann die gute Übereinstimmung zwischen den Generatoren, wie oben gezeigt.

4.1.2 Inelastischer Bereich

Wie gerade gezeigt, stimmen die Ergebnisse der drei Generatoren für den elastischen Fall der Weitwinkelbremsstrahlung sehr gut überein. Da die Behandlung der inelastischen Prozesse in den einzelnen Generatoren auf der verwendeten Beschreibung der Kinematik und des differentiellen Wirkungsquerschnittes des elastischen Prozesses aufbaut, würde man a priori auch für die quasielastische und tiefinelastische Weitwinkelbremsstrahlung eine ähnlich gute Übereinstimmung erwarten. Allerdings ist die Behandlung der inelastischen Prozesse nicht streng festgelegt, wie im elastischen Fall, sondern erlaubt Variationen. Bereits die Wahl der Grenze zwischen quasielastischem und tiefinelastischem Bereich ist in gewissen Grenzen willkürlich. So verwendet EPCOMPT eine Grenze von $|k^2| > 5$ GeV^2 während COM200 diese bei $M_{had} > 1.8$ GeV^2 zieht.

Um dennoch einen Vergleich mit beiden Generatoren zu ermöglichen wurden testweise beide Grenzen im Generator WabGen implemetiert. (5 GeV^2 für den Vergleich mit EPCOMPT V1.1, 1.8 GeV^2 für den Vergleich mit COM200). Dabei ist aber im tiefinelastischen Fall Vorsicht geboten, da die Quarkdichteverteilungen gemäß PDF-lib in ihrem $|k^2|$ Bereich beschränkt sind. So ist per Default eingestellte Verteilung 1003036 also "MRS-(H)D" nur für $|k^2| > 5$ GeV^2 geeignet. Aus diesem Grund wurde für die Untersuchungen die CTEQ 4LQ Variante (1004041) verwendet.

Auch die Parametrisierung der $F_2^p(x, |k^2|)$ Strukturfunktion für den quasielastischen Fall ist in den beiden Generatoren EPCOMPT (analog in WabGen) und COM200 verschieden.

Eine weitere Problematik stellt der von COM200 stets durchgeführte Akoplanaritätsschnitt bei $\psi_{ako}^{max} < 45°$ dar. Wie noch gezeigt wird, ist dieser Schnitt im tiefinelastischen Fall nicht mehr unwirksam, so daß er beim Vergleich der Generatoren berücksichtigt werden muß.

Da sich mit COM200 Monte Carlo-Ereignisse in den Bereichen elastisch, tiefinelastisch und quasielastisch nur gemeinsam erzeugen lassen und die inelastischen Ereignisse auf Grund der Dominanz des elastischen Wirkunsgquerschnittes stark unterdrückt sind, ist ein Vergleich der kinematischen Größen von COM200 mit denen der anderen Generatoren für den inelastischen Fall nicht möglich.

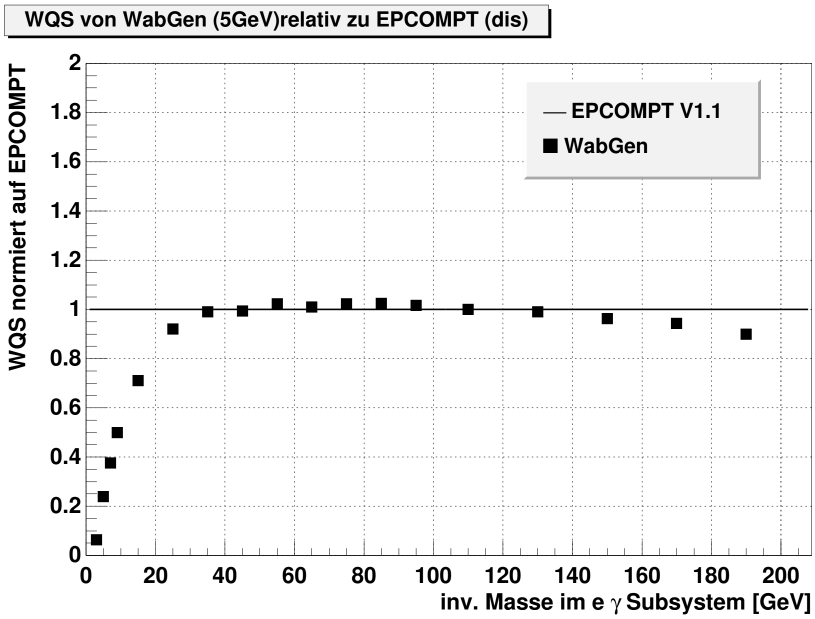
Aber auch beim Vergleich von EPCOMPT V1.1 und WabGen ist, obwohl sie auf demselben physikalischen Modellen zur Beschreibung der inelastischen Anteile basieren, eine Abweichung der Ergebnisse auf Grund der Verwendung verschiedener differentieller Wirkungsquerschnitte sowie einer unterschiedlichen Behandlung der Kinematik durchaus möglich. Dies gilt insbesondere für den Fall der tiefinelastischen Weitwinkelbremsstrahlung, da hier Werte von $|k^2| > 5$ GeV^2 maßgeblich zum Wirkungsquerschnitt beitragen, welche im elastischen und quasielastischen Fall mit ihrer Dominanz von $|k^2| \approx 0$ keinen Einfluß haben.

4.2 Untersuchung des tiefinelastischen Bereiches

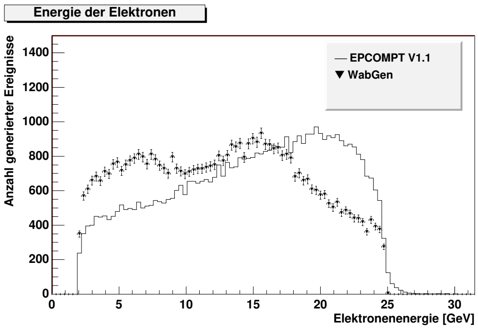
Bei der Integration der differentiellen Wirkungsquerschnitte in einzelnen Bins der invarianten Masse, analog zur Untersuchung im elastischen Fall, ergibt sich:

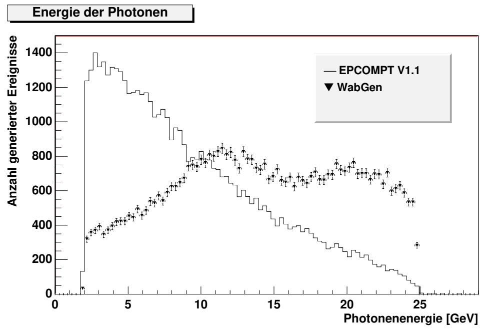
Wirkungsquerschnitt,tiefinelastischer Bereich, in pb				
Bereiche $\sqrt{\hat{s}}$	1..2 GeV	2..4 GeV	4..6 GeV	6..8 GeV
EPCOMPT V1.1	-	1056 ± 11	328.1 ± 3.3	140.4 ± 1.4
WabGen (5GeV)	-	67.07 ± 0.67	78.68 ± 0.78	52.65 ± 0.52
	8..10 GeV	10..20 GeV	20..30 GeV	30..40 GeV
EPCOMPT V1.1	71.72 ± 0.72	107.9 ± 1.1	20.83 ± 0.21	6.447 ± 0.065
WabGen (5GeV)	35.81 ± 0.36	76.61 ± 0.76	19.17 ± 0.19	6.390 ± 0.064
	40..50 GeV	50..60 GeV	60..70 GeV	70..80 GeV
EPCOMPT V1.1	2.656 ± 0.027	1.238 ± 0.012	0.651 ± 0.007	0.354 ± 0.004
WabGen (5GeV)	2.649 ± 0.027	1.267 ± 0.013	0.657 ± 0.007	0.362 ± 0.004
	80..90 GeV	90..100 GeV	100..120 GeV	120..140 GeV
EPCOMPT V1.1	0.202 ± 0.002	0.119 ± 0.001	0.116 ± 0.001	0.0426 ± 0.0004
WabGen (5GeV)	0.206 ± 0.002	0.121 ± 0.001	0.116 ± 0.001	0.0422 ± 0.0004
	140..160 GeV	160..180 GeV	180..200 GeV	200.. GeV
EPCOMPT V1.1	0.0159 ± 0.0002	0.00563 ± 0.00006	0.00188 ± 0.00002	
WabGen (5GeV)	0.0153 ± 0.0002	0.00531 ± 0.00006	0.00169 ± 0.00002	

Da die Beschreibung des inelastischen Anteils der Generatoren EPCOMPT V1.1 und WabGen auf demselben physikalischen Modell basieren und beiden eine Grenze von 5 GeV^2 in $|k^2|$ als Untergrenze des Viererimpulsübertrages implementiert haben, ist a priori eine Übereinstimmung der Wirkungsquerschnitte in allen Bereichen der invarianten Masse zu erwarten.
Die graphische Darstellung der integrierten Wirkungsquerschnitte von WabGen normiert auf EPCOMPT V1.1 zeigt aber einen deutlichen Abfall des Wirkungsquerschnittes von WabGen für den Fall kleiner invarianter Massen $\hat{s}$:



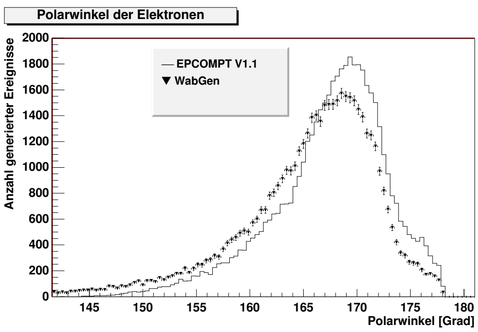
Die Annahme, dieses Verhalten sei ausschließlich durch die verschiedenen Ansätze in der Berechnung des differentiellen Wirkungsquerschnittes und Näherungen in der Kinematik verursacht, erscheint recht unbefriedigend. Aus diesem Grund wurde mit beiden Generatoren ein Sample von Ereignissen im Bereich kleiner invarianter Massen 2 GeV $< \sqrt{\hat{s}} <$ 4 GeV erzeugt und die Verteilungen der kinematischen Größen verglichen. Bereits die Auftragung der Energieverteilungen der auslaufenden Teilchen

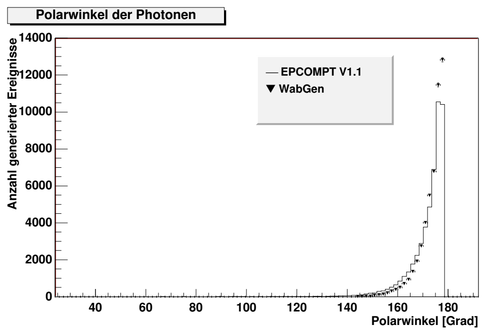




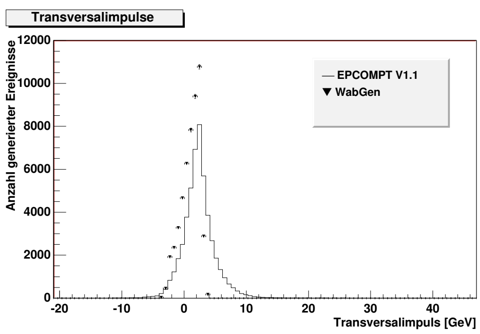
zeigt deutliche Unterschied zwischen den Generatoren. Die genauere Betrachtung des bogenförmigen Verlaufes der erzeugten Werte bei kleinen Photonenenergien und großen Elektronenergien legt hier das Wirken eines gegebenenfalls "falschen" Schnittes innerhalb der Kinematik von WabGen nahe.

Während die Verteilungen der Polarwinkel der Teilchen

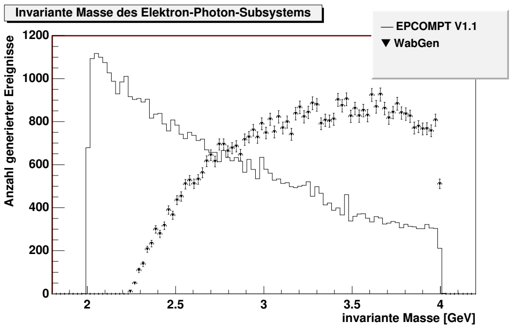


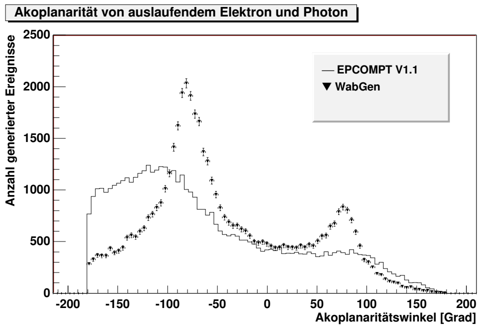


und die Verteilung des Transveralimpulses

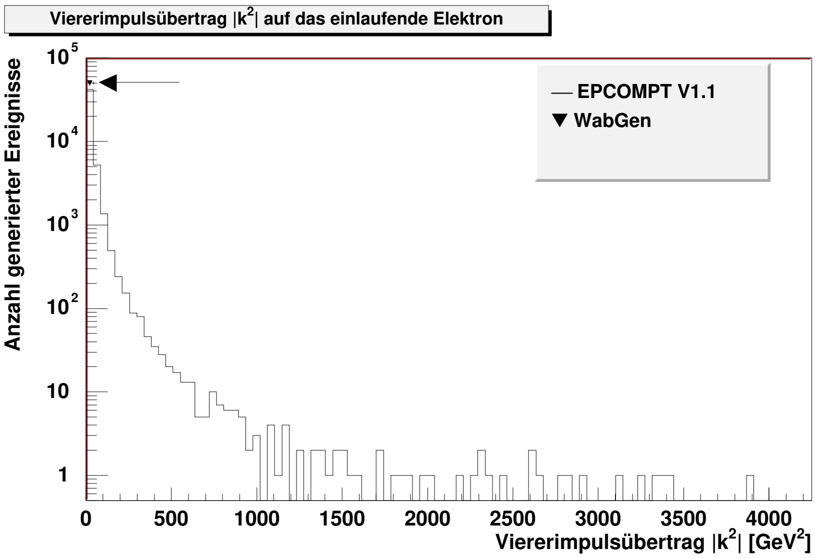


noch Ähnlichkeiten in ihrer Form aufweisen, zeigen sich vor allem in $\hat{s}$ und dem Akoplanaritätswinkel erhebliche Abweichungen.





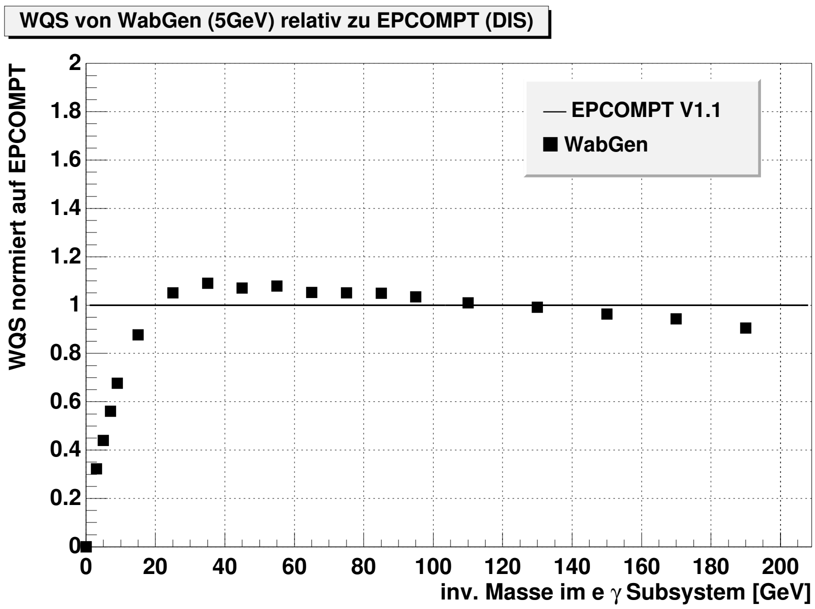
Ein Blick auf die Verteilung der generierten Viererimpulsüberträge



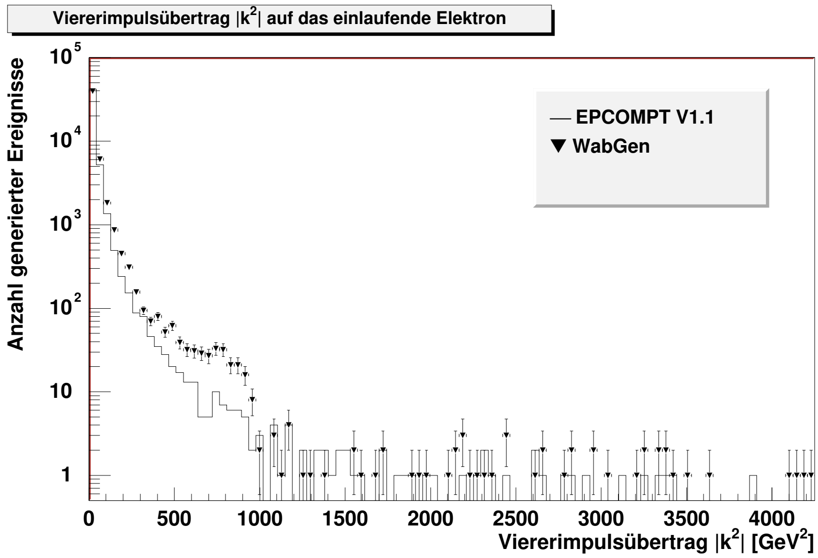
zeigt, daß in WabGen nur Ereignisse sehr kleiner $|k^2|$ generiert wurden. Dieses Verhalten legt nahe, daß in WabGen verglichen mit EPCOMPT die Obergrenze für $|k^2|$ deutlich kleiner gesetzt wurde, und dies zumindest eine der Ursachen für den "zu kleinen" Wirkungsquerschnitt sein könnte. Setzt man die Obergrenze für $|k^2|$ im WabGen künstlich auf $k^2_{max} = S - \hat{s} - m_p^2$, so erhält man folgende Werte:

WQS tiefinelastischer Bereich (weiter k^2_{max}-Schnitt), in pb				
Bereiche $\sqrt{\hat{s}}$	1..2 GeV	2..4 GeV	4..6 GeV	6..8 GeV
EPCOMPT V1.1	-	1055. ± 11	328.1 ± 3.3	140.3 ± 1.4
WabGen (5 GeV)	412.3 ± 4.1	341.3 ± 3.4	144.6 ± 1.4	78.75 ± 0.79
	8..10 GeV	10..20 GeV	20..30 GeV	30..40 GeV
EPCOMPT V1.1	71.72 ± 0.72	107.9 ± 1.1	20.83 ± 0.20	6.447 ± 0.065
WabGen (5 GeV)	48.53 ± 0.49	94.63 ± 0.95	21.90 ± 0.22	7.027 ± 0.070
	40..50 GeV	50..60 GeV	60..70 GeV	70..80 GeV
EPCOMPT V1.1	2.656 ± 0.027	1.238 ± 0.012	0.651 ± 0.007	0.354 ± 0.004
WabGen (5 GeV)	2.844 ± 0.028	1.335 ± 0.013	0.685 ± 0.007	0.372 ± 0.004
	80..90 GeV	90..100 GeV	100..120 GeV	120..140 GeV
EPCOMPT V1.1	0.202 ± 0.002	0.119 ± 0.001	0.116 ± 0.001	0.0426 ± 0.0004
WabGen (5 GeV)	0.212 ± 0.002	0.123 ± 0.001	0.117 ± 0.001	0.0422 ± 0.0004
	140..160 GeV	160..180 GeV	180..200 GeV	200.. GeV
EPCOMPT V1.1	0.0159 ± 0.0002	0.00563 ± 0.00006	0.00188 ± 0.00002	
WabGen (5 GeV)	0.0153 ± 0.0002	0.00531 ± 0.00005	0.00170 ± 0.00002	

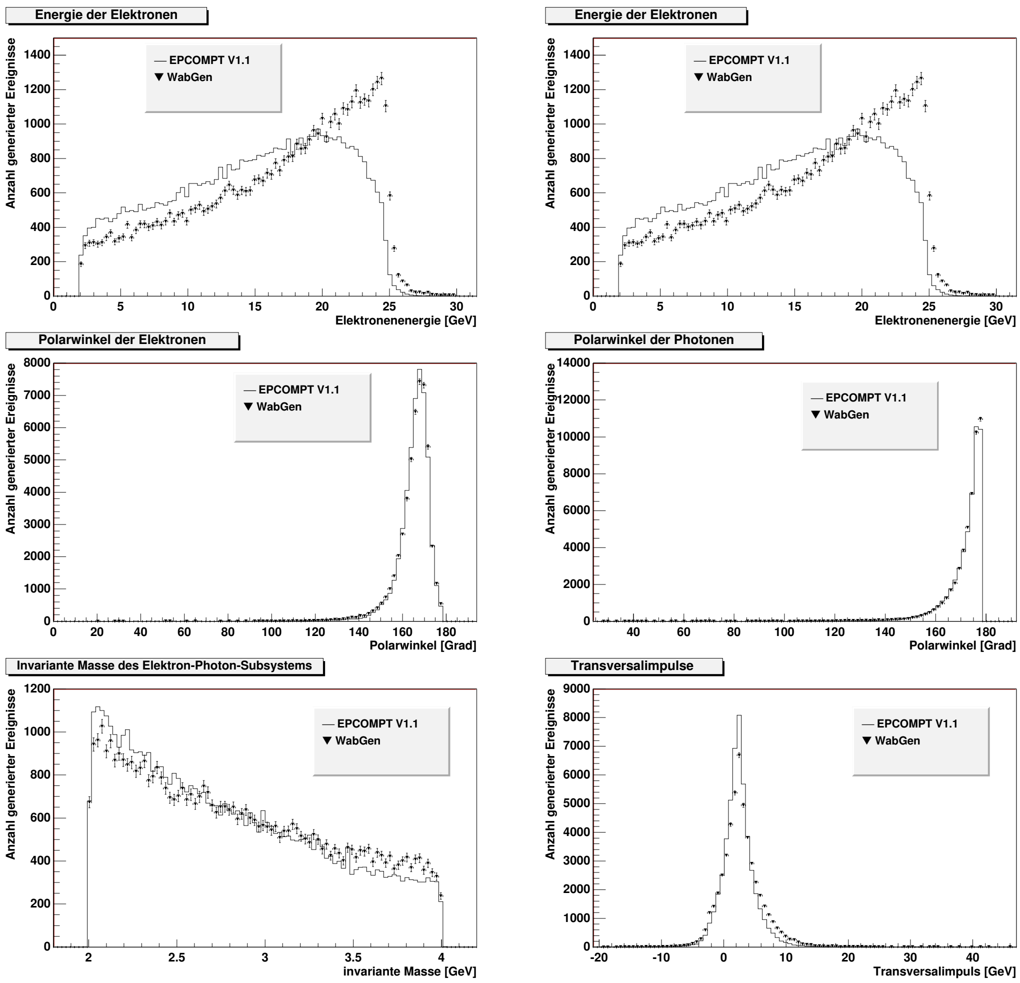
Ihre graphisch Darstellung ergibt :



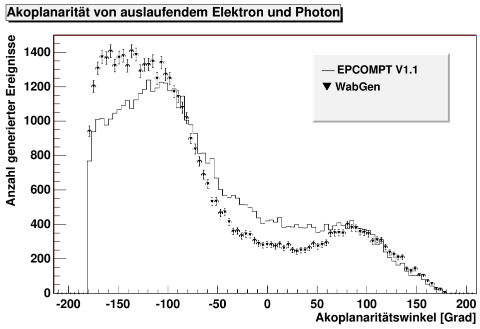
Man sieht deutlich, daß der Abfall des Wirkungsquerschnittes bei kleinen invarianten Massen, auch durch diese neue Obergrenze nur teilweise, aber nicht vollständig aufgehoben werden kann. Die Verteilungen der kinematischen Größen stimmen für diesen Fall jedoch besser überein.



Viererimpulsübertrag |k²| auf das einlaufende Elektron
Anzahl generierter Ereignisse
— EPCOMPT V1.1
▼ WabGen
Viererimpulsübertrag |k²| [GeV²]

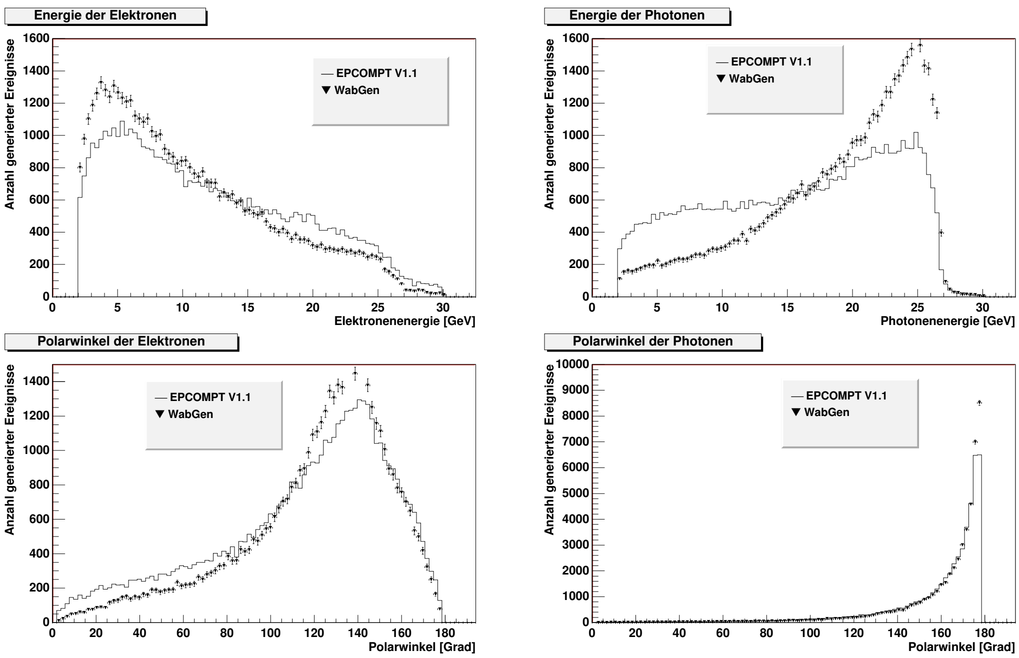


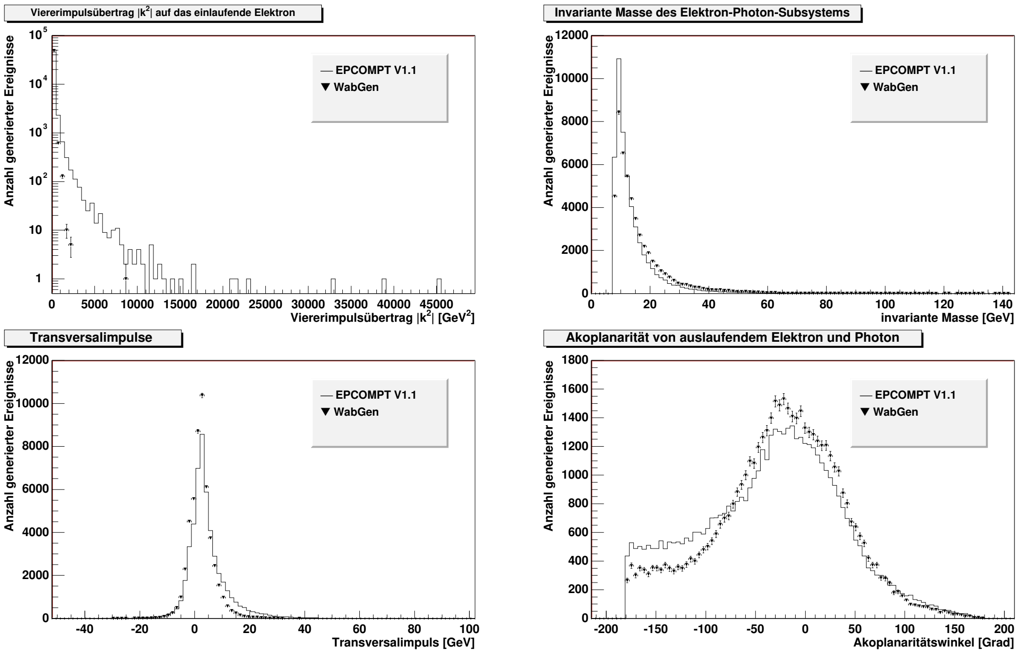
Energie der Elektronen
Anzahl generierter Ereignisse
— EPCOMPT V1.1
▼ WabGen
Elektronenenergie [GeV]
Energie der Elektronen
Anzahl generierter Ereignisse
— EPCOMPT V1.1
▼ WabGen
Elektronenenergie [GeV]
Polarwinkel der Elektronen
Anzahl generierter Ereignisse
— EPCOMPT V1.1
▼ WabGen
Polarwinkel [Grad]
Polarwinkel der Photonen
Anzahl generierter Ereignisse
— EPCOMPT V1.1
▼ WabGen
Polarwinkel [Grad]
Invariante Masse des Elektron-Photon-Subsystems
Anzahl generierter Ereignisse
— EPCOMPT V1.1
▼ WabGen
invariante Masse [GeV]
Transversalimpulse
Anzahl generierter Ereignisse
— EPCOMPT V1.1
▼ WabGen
Transversalimpuls [GeV]



Dennoch stellt der Wert $|k^2|_{max} = \hat{s} - m_e^2$ die korrekte Grenze dar. Wird statt dessen $|k^2|_{max} = S - \hat{s} - m_p^2$ gesetzt, so können sich im Fall kleiner invarianter Massen und großer Impulsüberträge beim Boosten des Vierervektors des virtuellen Photons in das Elektron-Photon-Schwerpunktsystem negative Werte für dessen Energie ergeben. Verwirft man diese physikalisch unsinnigen Fälle mittels weiterer Schnitte, so daß sie nicht zum Wirkungsquerschnitt beitragen, so ergeben sich wieder die obigen, deutlich kleineren Werte bei kleinen invarianten Massen.

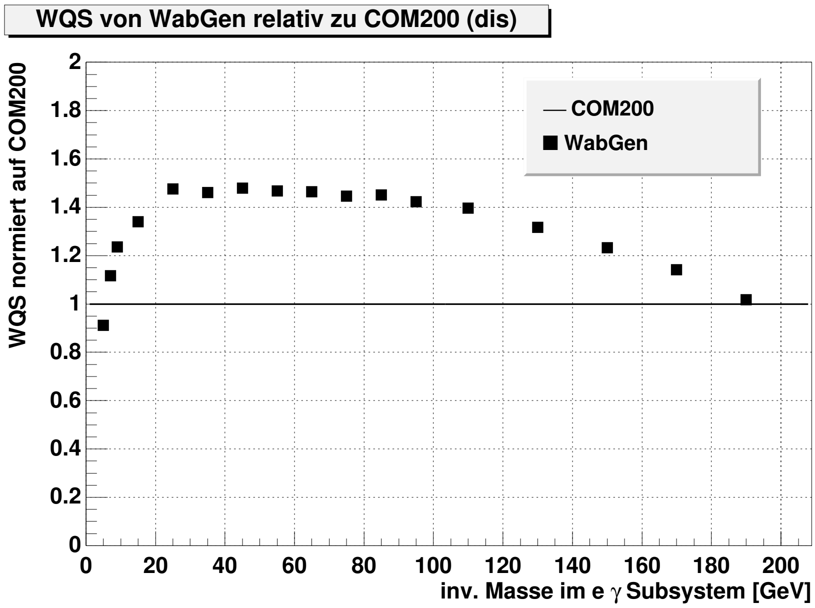
Da für $\hat{s} > (8 \text{ GeV})^2$ die Wirkungsquerschnitte der beiden Generatoren recht gut übereinstimmen, ist eine Betrachtung der Verteilungen für diesen Bereich hier auch von Interesse. Hierbei wurde $|k^2|_{max}$ wieder auf den richtigen Wert : $|k^2|_{max} = \hat{s} - m_e^2$ gesetzt.





Trotz der teilweise noch erheblichen Abweichungen, vor allem bei den Energien der Teilchen, ist hier dennoch eine prinzipielle bessere Übereinstimmung der Verteilungen der kinematischen Größen zu erkennen. Dies gibt die Gewißheit, daß die Übereinstimmung der Wirkungsquerschnitte nicht rein zufälliger Natur ist.
An den drei tiefinelastischen Ereignissamplen sind zudem zwei wichtige Dinge zu erkennen. Zum einen hat der in COM200 implementierte Schnitt auf $p_t^{max} < 20$ GeV auch im tiefinelastischen Fall praktisch keine Wirkung, und kann somit vernachläßigt werden. Zum anderen ist aber der Akoplanaritätsschnitt Ψ_{ako}^{max} sehr wohl wirksam und muß bei einem Vergleich der Generatoren im inelastischen Bereich mitberücksichtigt werden.
Ein Vergleich der Wirkungsquerschnitte von WabGen mit $m_{had} > 1.8$ GeV^2 und COM200 liefert :

Wirkungsquerschnitt, tiefinelastischer Bereich, in pb				
Bereiche $M_{e\gamma}$	1..2 GeV	2..4 GeV	4..6 GeV	6..8 GeV
COM200 (gew.)	728.8 ± 7.3	573.5 ± 5.7	179.2 ± 1.8	75.17 ± 0.75
WabGen (1.8 GeV)	-	-	163.3 ± 1.6	83.95 ± 0.84
	8..10 GeV	10..20 GeV	20..30 GeV	30..40 GeV
COM200 (gew.)	39.45 ± 0.40	66.14 ± 0.66	13.65 ± 0.14	4.545 ± 0.045
WabGen (1.8 GeV)	48.76 ± 0.49	88.69 ± 0.89	20.14 ± 0.20	6.640 ± 0.066
	40..50 GeV	50..60 GeV	60..70 GeV	70..80 GeV
COM200 (gew.)	1.878 ± 0.019	0.891 ± 0.009	0.462 ± 0.005	0.255 ± 0.003
WabGen (1.8 GeV)	2.778 ± 0.028	1.308 ± 0.013	0.676 ± 0.068	0.369 ± 0.004
	80..90 GeV	90..100 GeV	100..120 GeV	120..140 GeV
COM200 (gew.)	0.145 ± 0.002	0.0861 ± 0.009	0.0836 ± 0.008	0.0325 ± 0.0003
WabGen (1.8 GeV)	0.210 ± 0.002	0.123 ± 0.001	0.117 ± 0.001	0.0423 ± 0.0004
	140..160 GeV	160..180 GeV	180..200 GeV	200.. GeV
COM200 (gew.)	0.0127 ± 0.0001	0.00479 ± 0.00005	0.00171 ± 0.00002	
WabGen (1.8 GeV)	0.0157 ± 0.0002	0.00547 ± 0.00006	0.00174 ± 0.00002	



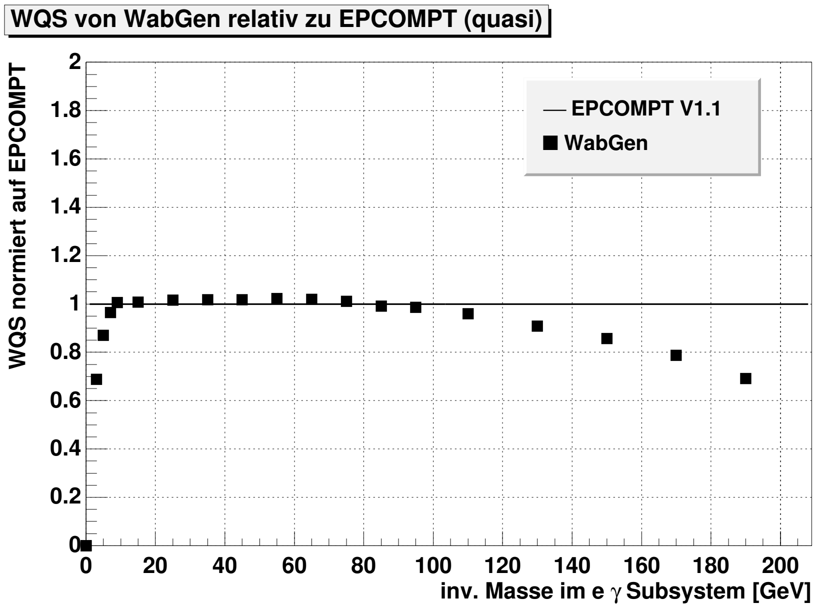
Man sieht deutlich die Unterschiede zwischen den Generatoren.

Der quasielastische Bereich

Auf Grund der Dominanz von kleinen Werten des Viererimpulsübertrages im quasielastischen Bereich, analog zum elastischen Fall erwartet man auch hier eine gute Übereinstimmung zwischen den Generatoren. Bei der Berechnung des totalen Wirkungsquerschnittes in einzelnen Bereichen der invarianten Masse $\hat{s}$, analog zur bisherigen Vorgehensweise erhält man:

Wirkungsquerschnitt, quasielastischer Bereich, in pb				
Bereiche $\sqrt{\hat{s}}$	1..2 GeV	2..4 GeV	4..6 GeV	6..8 GeV
EPCOMPT V1.1	-	1098 ± 11	245.0 ± 2.5	86.48 ± 8.6
WabGen (5 GeV)	913.4 ± 9.1	756.6 ± 7.6	213.3 ± 2.1	83.44 ± 0.83
	8..10 GeV	10..20 GeV	20..30 GeV	30..40 GeV
EPCOMPT V1.1	39.79 ± 0.40	62.60 ± 0.63	12.47 ± 0.13	3.879 ± 0,039
WabGen (5 GeV)	40.01 ± 0.40	63.13 ± 0.63	12.67 ± 0.13	3.945 ± 0.040
	40..50 GeV	50..60 GeV	60..70 GeV	70..80 GeV
EPCOMPT V1.1	1.57 ± 0.02	0.726 ± 0.007	0.366 ± 0.004	0.195 ± 0.002
WabGen (5 GeV)	1.60 ± 0.02	0.742 ± 0.007	0.373 ± 0.004	0.197 ± 0.002
	80..90 GeV	90..100 GeV	100..120 GeV	120..140 GeV
EPCOMPT V1.1	0.108 ± 0.001	0.0620 ± 0.0006	0.0594 ± 0.0006	0.0230 ± 0.0002
WabGen (5 GeV)	0.107 ± 0.001	0.0611 ± 0.0006	0.0570 ± 0.0006	0.0209 ± 0.0002
	140..160 GeV	160..180 GeV	180..200 GeV	200.. GeV
EPCOMPT V1.1	0.00917 ± 0.00009	0.00367 ± 0.00004	0.00143 ± 0.00001	
WabGen (5 GeV)	0.00786 ± 0.00008	0.00289 ± 0.00003	0.00099 ± 0.00001	

mit

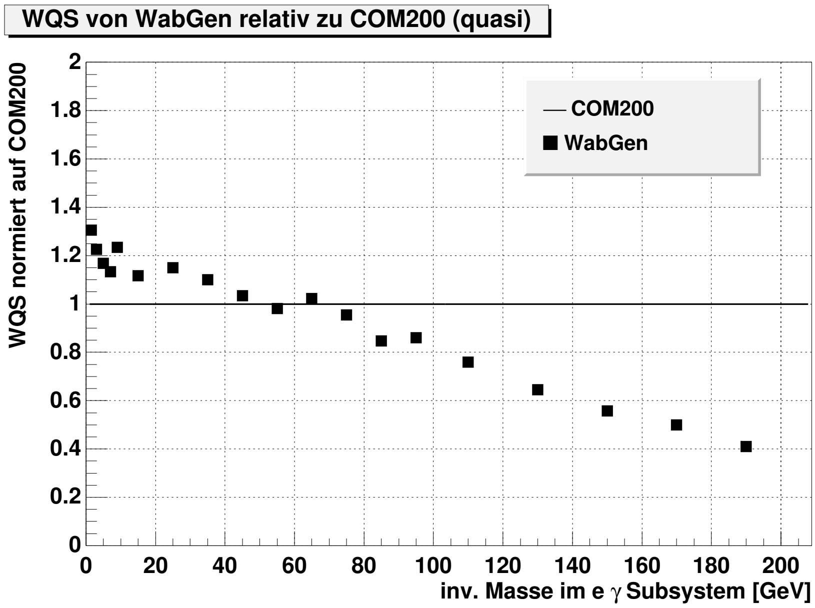


Auch hier sieht man den Abfall des Wirkungsquerschnittes von WabGen gegenüber EPCOMPT für kleine invariante Massen. Aber auch bei großen $\hat{s}$ zeigt sich eine deutliche Abweichung, deren genaue Ursache nicht verstanden ist.

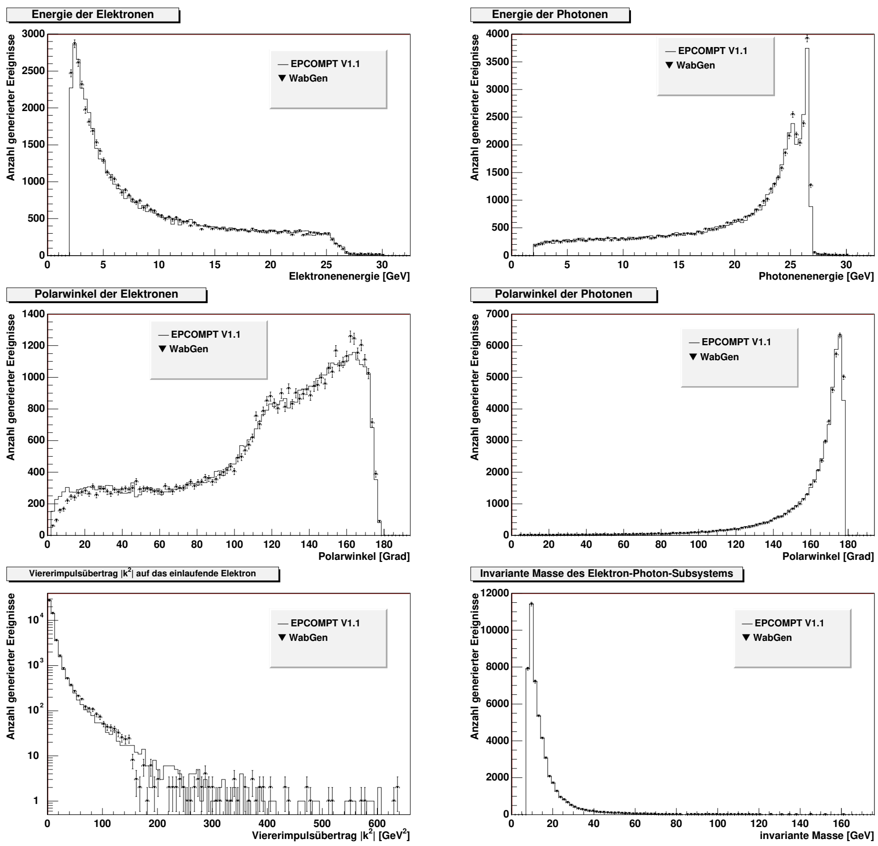
Ein Vergleich zwischen WabGen und COM200 :

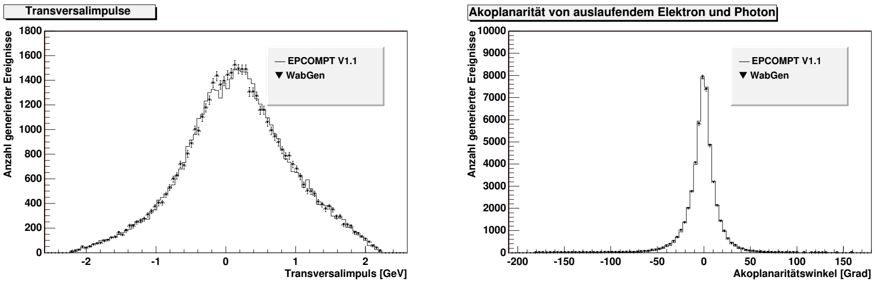
Wirkungsquerschnitt, quasielastischer Bereich inkl. Akoplanaritätsschnitt, in pb				
Bereiche $\sqrt{\hat{s}}$	1..2 GeV	2..4 GeV	4..6 GeV	6..8 GeV
COM 200 (gew.)	192.7 ± 1.9	149.3 ± 1.5	40.85 ± 0.41	15.74 ± 0.16
WabGen (1.8 GeV)	251.6 ± 2.5	183.0 ± 1.8	47.70 ± 0.48	17.85 ± 0.18
	8..10 GeV	10..20 GeV	20..30 GeV	30..40 GeV
COM 200 (gew.)	7.092 ± 0.071	14.09 ± 0.14	3.375 ± 0.034	1.243 ± 0.012
WabGen (1.8 GeV)	8.754 ± 0.088	15.74 ± 0.16	3.882 ± 0.039	1.367 ± 0.014
	40..50 GeV	50..60 GeV	60..70 GeV	70..80 GeV
COM 200 (gew.)	0.592 ± 0.006	0.312 ± 0.003	0.159 ± 0.002	0.0944 ± 0.0009
WabGen (1.8 GeV)	0.612 ± 0.006	0.306 ± 0.003	0.162 ± 0.002	0.0902 ± 0.0009
	80..90 GeV	90..100 GeV	100..120 GeV	120..140 GeV
COM 200 (gew.)	0.0612 ± 0.0006	0.0359 ± 0.0004	0.0404 ± 0.0004	0.0189 ± 0.0002
WabGen (1.8 GeV)	0.0519 ± 0.0006	0.0309 ± 0.0003	0.0307 ± 0.0003	0.0122 ± 0.0001
	140..160 GeV	160..180 GeV	180..200 GeV	200.. GeV
COM 200 (gew.)	0.00900 ± 0.00009	0.00411 ± 0.00004	0.00192 ± 0.00002	
WabGen (1.8 GeV)	0.00502 ± 0.00005	0.00205 ± 0.00002	0.000786± 0.000008	

mit

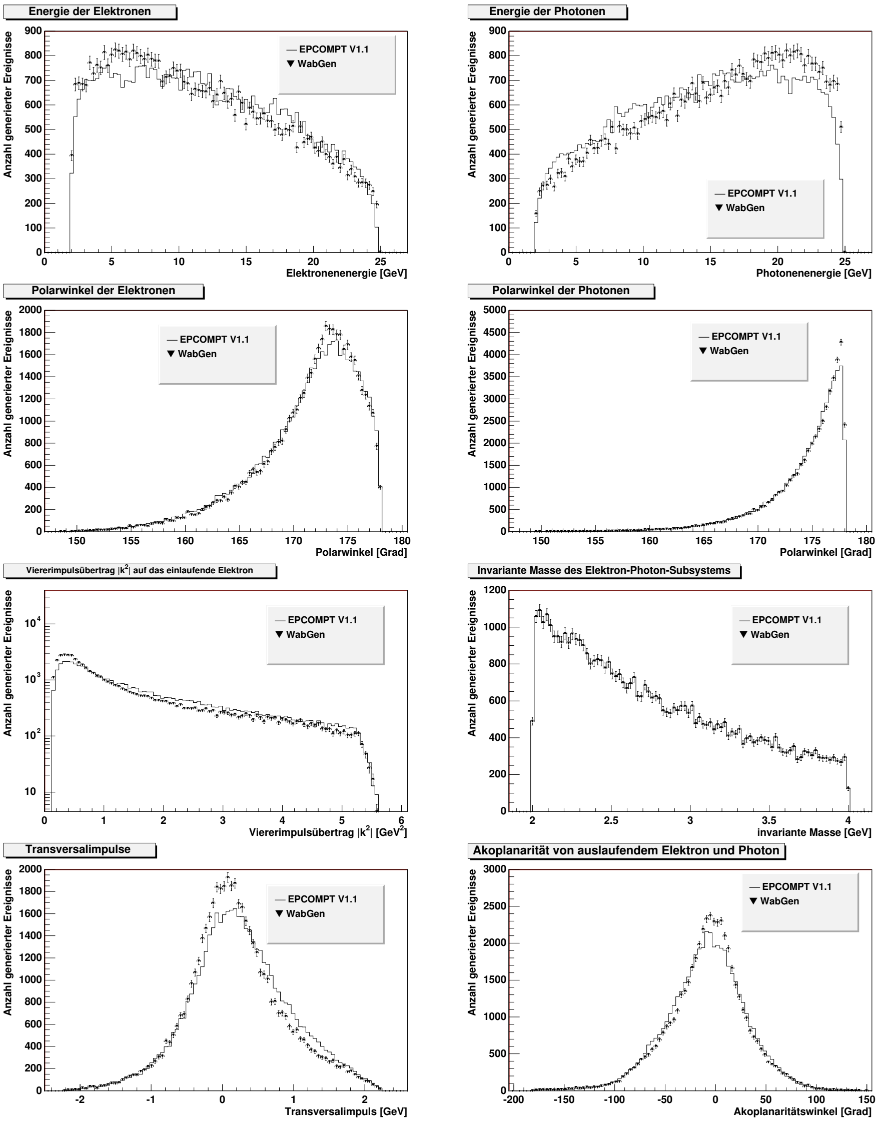


hingegen zeigt gravierende Abweichung, die auf den verwendeten unterschiedlichen Parametrisierungen der Strukturfunktion F_2^p beruhen dürften.
Ein Vergleich der kinematischen Größen analog zum tiefinelastischen Fall zwischen EPCOMPT V1.1 und WabGen liefert hier für $(8\ \mathrm{GeV})^2 < \hat{s} < S - m_q^2$





und zeigt ein gute Übereinstimmung der Verteilungen. Aber auch im Bereich kleiner invarianter Massen ist die Übereinstimmung gut, wie man an dem mit 2 GeV$^2 < \sqrt{\hat{s}} <$ 4 GeV^2 generierten Sample sehen kann:



Die Übereinstimmung der obigen Verteilungen zwischen den beiden Generatoren, deutet darauf hin, daß die Unterschiede im tiefinelastischen Bereich durch die dort auftretenden $|k^2|$ Werte größer 5 GeV^2 hervorgerufen werden.

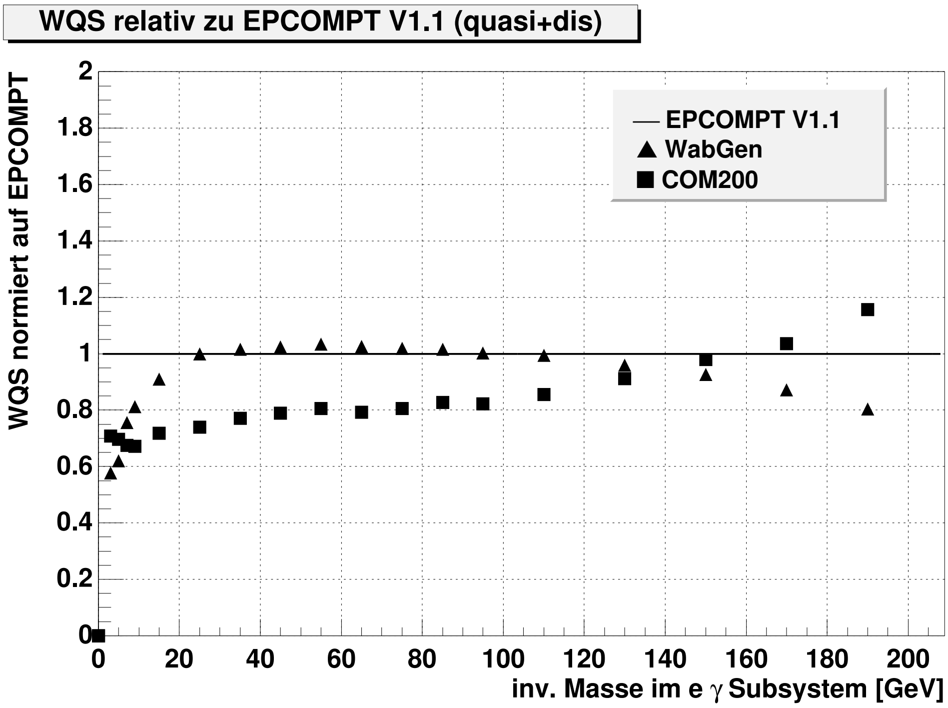
4.2.1 Vergleich inelastisch

Um einen Vergleich zwischen allen drei Generatoren (EPCOMPT V1.1, WabGen und COM200) im inelastischen Bereich zu ermöglichen werden nun jeweils die Summen der quasielastischen und tiefinelastischen Ergebnisse unter Berücksichtigung des Akoplanaritätsschnittes $\Psi_{ako} < 45°$ in den jeweiligen $\hat{s}$ Bereichen gebildet. Hierdurch soll erreicht werden, daß die Generatoren trotz unterschiedlicher Grenzen zwischen dem elastischen und dem tiefinelastischen Bereich verglichen werden können.

Man erhält für die Werte der Wirkungsquerschnitte

Wirkungsquerschnitt, inelastischer Bereich inkl. Akoplanaritätsschnitt, in pb				
Bereiche $\sqrt{\hat{s}}$	1..2 GeV	2..4 GeV	4..6 GeV	6..8 GeV
COM 200	921.5 ± 9.2	722.7 ± 7.2	220.0 ± 2.2	90.91 ± 0.90
WabGen (5 GeV)	593.9 ± 5.9	590.3 ± 5.9	195.8 ± 2.0	101.8 ± 1.0
WabGen (1.8 GeV)	582.4 ± 5.8	529.9 ± 5.3	157.6 ± 1.6	59.07 ± 0.59
EPCOMPT V1.1	-	1021 ± 11	315.8 ± 3.2	134.6 ± 1.3
	8..10 GeV	10..20 GeV	20..30 GeV	30..40 GeV
COM 200	46.54 ± 0.47	80.23 ± 0.80	17.02 ± 0.17	5.788 ± 0.58
WabGen (5 GeV)	56.35 ± 0.56	101.64 ± 1.0	23.01 ± 0.23	7.626 ± 0.076
WabGen (1.8 GeV)	27.22 ± 0.27	42.86 ± 0.43	8.670 ± 0.088	2.730 ± 0.027
EPCOMPT V1.1	69.30 ± 0.069	111.8 ± 1.1	23.00 ± 0.23	7.504 ± 0.075
	40..50 GeV	50..60 GeV	60..70 GeV	70..80 GeV
COM 200	2.470 ±	1.203 ± 0.0012	0.621 ± 0.006	0.349 ± 0.004
WabGen (5 GeV)	3.205 ± 0.032	1.543 ± 0.015	0.805 ± 0,008	0.442 ± 0.004
WabGen (1.8 GeV)	1.111 ± 0.011	0.517 ± 0.052	0.258 ± 0.026	0.135 ± 0.014
EPCOMPT V1.1	3.128 ± 0.031	1.492 ± 0.015	0.784 ± 0.008	0.434 ± 0.004
	80..90 GeV	90..100 GeV	100..120 GeV	120..140 GeV
COM 200	0.206 ± 0.002	0.122 ± 0.001	0.124 ± 0.001	0.0514 ± 0.0005
WabGen (5 GeV)	0.253 ± 0.003	0.149 ± 0.002	0.144 ± 0.001	0.0542 ± 0.0005
WabGen (1.8 GeV)	0.0730 ± 0.0007	0.0412 ± 0.0004	0.0380 ± 0.0004	0.0135 ± 0.0001
EPCOMPT V1.1	0.249 ± 0.003	0.149 ± 0.002	0.145 ± 0.002	0.0564 ± 0.0006
	140..160 GeV	160..180 GeV	180..200 GeV	200.. GeV
COM 200	0.0217 ± 0.0002	0.00890 ± 0.00009	0.00363 ± 0.00004	
WabGen (5 GeV)	0.0205 ± 0.0002	0.00749 ± 0.00008	0.00253 ± 0.00003	
WabGen (1.8 GeV)	0.00483± 0.00005	0.00166 ± 0.00002	0.000499 ± 0.000005	
EPCOMPT V1.1	0.0222 ± 0.0002	0.00859 ± 0.00009	0.00314 ± 0.00003	0.00134 ± 0.00001

Die graphische Darstellung dieser Werte. relativ zu EPCOMPT:



zeigt die Übereintimmung der Werte der Generatoren besser als 40% relativ zu EPCOMPT.

4.3 Anwendung auf das VLQ

Eines der Hauptziele dieser Arbeit lag in der Erstellung eines Monte Carlo Generators für die Weitwinkelbremsstrahlung, welcher in den für das VLQ interessanten Phasenraumbereichen kleiner Impulsüberträge und kleiner invarianter Massen physikalisch sinnvolle und programmtechnisch effizient Werte liefert. Da man sich bei der Simulation von Ereignissen im extremen Rückwärtsbereich des Detektors und bei geringen Impulsüberträgen bereits sehr nahe an den beiden Polstellen des differentiellen Wirkungsquerschnittes befindet, ist gerade für den Bereich des VLQ die Intergration und Teilchengeneration mit Schwierigkeiten behaftet. Es ist ein hohes Maß an Rechengenauigkeit seitens der Software sowie die Berücksichtigung aller Massen in exakter Art und Weise erforderlich. Wie schon vor Beginn dieser Arbeit bekannt war, arbeitet der Generator EPCOMPT in diesem Bereich nicht mehr. Die Ursachen dafür könnten in der verwendeten Rechengenauigkeit der Software oder in Näherungen, welche bei der Berechnung der kinematischen Größen gemacht wurden, liegen. Der Generator COM200 hingegen liefert selbst in diesem Bereich noch Wirkungsquerschnitte, erzeugt aber keine hadronische Komponente der auslaufenden Teilchen.
Die Untersuchung des VLQ-Bereiches wurde unter der Annahme, daß sowohl das gestreute Elektron, als auch das gestreute Photon das VLQ treffen, mit folgenden Schnitten durchgeführt:

Impulse der einlaufenden Teilchen		
$p_e^{in} = 27.5$ GeV		
$p_p^{in} = 820$ GeV		
Schnitte auf auslaufende Teilchen		
$E'_e > 4$ GeV	$177.3° < \theta'_e < 179.4°$	$0° < \varphi'_e < 360°$
$E'_\gamma > 4$ GeV	$177.3° < \theta'_\gamma < 179.4°$	$0° < \varphi'_\gamma < 360°$
weitere Schnitte		
$E_{vis} > 8$ GeV	$(0.03 \text{ GeV})^2 < \hat{s} < (6 \text{ GeV})^2$	

Die Schnitte auf die Polarwinkel und die Energien der auslaufenden Teilchen wurden dabei dem Proposal des VLQ [VLQ96] entnommen, wobei die horizontale Aussparung des VLQ unberücksichtigt bleibt.
Als Abschätzung der Grenzen für $\hat{s}$ ergibt sich aus den im Proposal des VLQ angegebene Winkelgrenzen und den Beziehungen

$$\hat{s} = 4E_e^2 \frac{1+\beta}{1-\beta}$$

mit

$$\beta = \frac{\sin(\theta'_e + \theta'_\gamma)}{\sin\theta'_e + \sin\theta'_\gamma}$$

wie sie z.B. in [Koe95] (Gl. 5.13/5.14) zu finden sind:

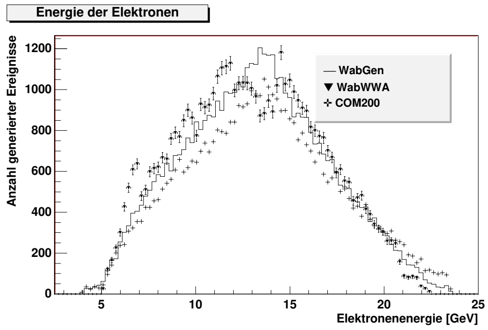
$$(0.288 \text{ GeV})^2 < \hat{s} < (1.296 \text{ GeV})^2$$

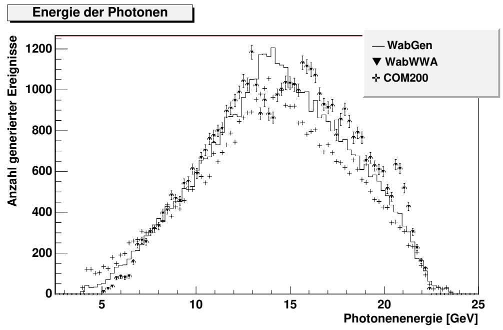
Zur Sicherheit wurden obige Grenzen für $\hat{s}$ deutlich weiter gesetzt, um Fehler bei der Integration besser erkennen zu können. Wie aber an den noch zu zeigenden Verteilungen von $\hat{s}$ für den Bereich des VLQ ablesbar ist, wäre eine engere Abschätzung der Grenzen gemäß der gerade berechneten Werte durchaus sinnvoll und möglich gewesen.

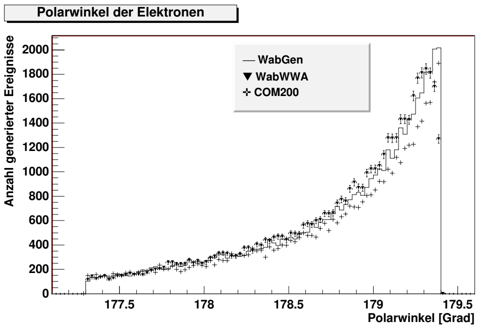
Als Ergebnisse für den totalen Wirkungsquerschnitt in den drei Bereichen, erhält man:

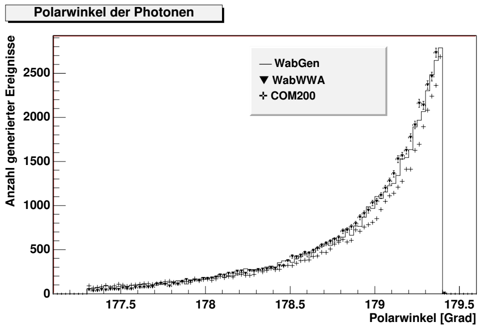
Wirkungsquerschnitte in pb			
Bereiche	**elastisch**	**quasi**	**DIS**
WabGen	62557 ± 626	3564 ± 36	≈ 0
COM200	61634 ± 616	1121 ± 11	2451 ± 25
WabWWA	61880 ± 619	-	-

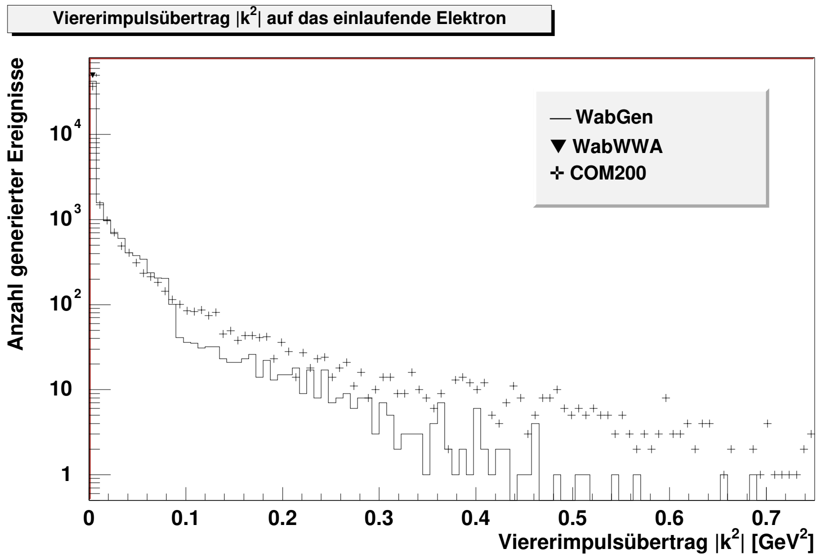
Auch hier ist die gute Übereinstimmung der Ergebnisse im elastischen Bereich zu sehen. Selbst die aufaddierten Beiträge für die inelastischen Fälle stimme recht gut überein, allerdings scheint dies auf Grund der vorangegangenen Untersuchungen doch eher auf Zufall zu beruhen. Die einzige sinnvolle Aussage die man hier aus den inelastischen Ergebnissen gewinnen kann ist, daß im Bereich des VLQ die Beiträge zur Weitwinkelbremsstrahlung aus dem inelastischen Prozessen gegenüber den elastischen nur etwa 6% betragen Diese Dominanz des elastischen Anteils zeigt sich auch deutlich in der guten Übereinstimung der Verteilungen der kinematischen Größen. Allerdings ist hierbei zu beachten, daß der Generator COM200 trotz der voreingestellten 50000 zu erzeugenden Ereignisse, nur 41363 erzeugte. Die Ursache ist ungeklärt, da in anderen Bereichen die korrekte Anzahl generiert wurde. Da unklar ist, ob einfach nur zu wenig Ereignisse allgemein erzeugt wurden, oder ob bestimmte Ereignisse fehlen, wurde auf eine Umskalierung der Ereigniszahlen in den folgenden Diagrammen verzichtet, so daß in den einzelnen Verteilungen die Werte von COM200 stets unter denen der anderen Generatoren liegen.

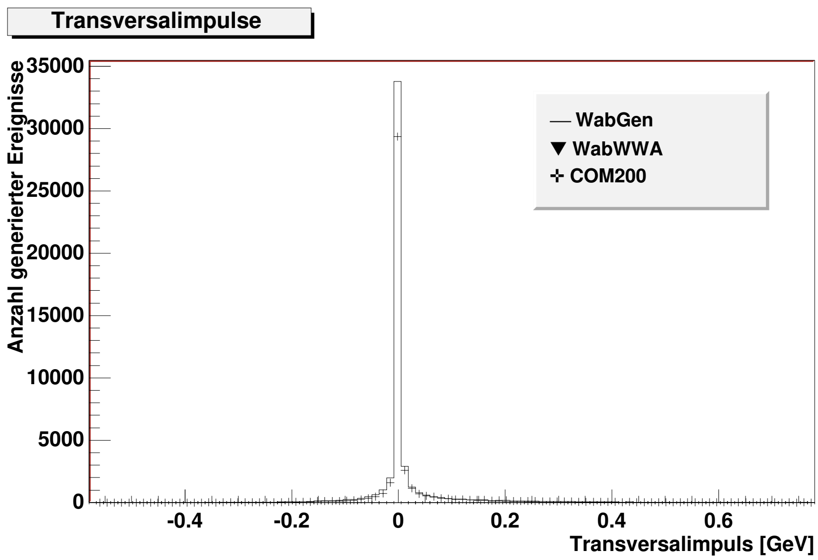


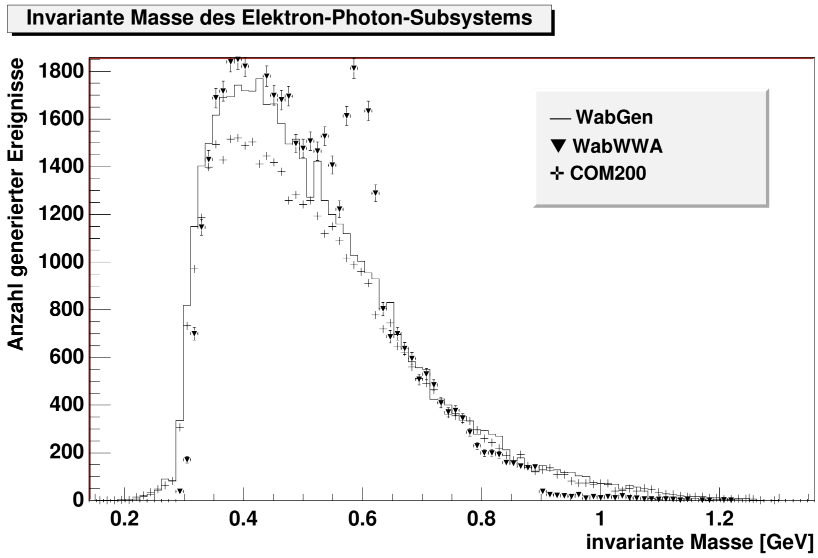



Polarwinkel der Elektronen
Anzahl generierter Ereignisse
— WabGen
▼ WabWWA
✢ COM200
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
1600
1800
2000
177.5
178
178.5
179
179.5
Polarwinkel [Grad]


Polarwinkel der Photonen
Anzahl generierter Ereignisse
— WabGen
▼ WabWWA
✢ COM200
0
500
1000
1500
2000
2500
177.5
178
178.5
179
179.5
Polarwinkel [Grad]


Viererimpulsübertrag |k²| auf das einlaufende Elektron
Anzahl generierter Ereignisse
— WabGen
▼ WabWWA
✢ COM200
1
10
10²
10³
10⁴
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
Viererimpulsübertrag |k²| [GeV²]


Transversalimpulse
Anzahl generierter Ereignisse
— WabGen
▼ WabWWA
✢ COM200
0
5000
10000
15000
20000
25000
30000
35000
-0.4
-0.2
0
0.2
0.4
0.6
Transversalimpuls [GeV]



Elektron im VLQ, Photon im Hauptdetektor

Betrachtet man abschließend noch den Fall, daß das Elektron das VLQ trifft, während das auslaufende Photon im Hauptdetektor detektiert wird, so ergeben sich die folgenden Wirkungsquerschnitte:

	Wirkungsquerschnitt in pb		
Bereiche	elastisch	quasielastisch	tiefinelastisch
WabGen	4779 ± 48	606.2 ± 6.1	1.882 ± 0.019
WabWWA	4912.39	-	-

Sie betragen also nur 8% des zuvor untersuchten Falles, in dem beide Teilchen das VLQ treffen. Auch hier blieb die Aussparung des VLQ im horizontalen Bereich der Strahlröhre unberücksichtigt.

Kapitel 5

Zusammenfassung

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß das Ziel dieser Arbeit, die Erstellung eines Monte Carlo Generators für das VLQ, erreicht werden konnte. Ein Vergleich der mittels verschiedener Generatoren und verschiedener theoretischer Ansätze gewonnenen Wirkungsquerschnitte und Verteilungen im elastischen Fall zeigt die Dominanz kleiner quadratischer Impulsüberträge und die gute Übereinstimmung der Weizsäcker-Williams-Approximation mit den exakten Rechnungen. Der Vergleich der Simulationen des inelastischen Prozesses, ergab allerdings erhebliche Unterschiede zwischen den Generatoren, welche einer weiteren Untersuchung in diesem Bereich bedürfen. Auf Grund der Vielzahl von Schwierigkeiten von COM200, welche von teilweise deutlichen Abweichungen von den erwarteten Ergebnissen im elastischen Bereich bis hin zu technischen Problemen reichen und der Nichtanwendbarkeit von EPCOMPT im Bereich kleiner invarianter Masse scheint alleine WabGen für eine Anwendung zur Simulation der Weitwinkelbremsstrahlung für das VLQ geeignet.

Anhang A

Berechnungen der kinematischen Grenzen

Berechnung von $|\boldsymbol{k}^2|_{max}$

Der Viererboostvektor b beim Übergang aus dem Laborsystem in das Schwerpunktsystem des einlaufenden Elektrons und des virtuellen Photons entspricht

$$b = e + k$$

Daraus folgt

$$m_e^2 = e^2 = (b - k) = \hat{s} - 2bk - |k^2|$$

Die Schwerpunktenergie dieses Systems beträgt :

$$\hat{s} = (e + k)^2$$

Woraus sich durch Einsetzen

$$e \cdot k = \frac{\hat{s} + |k^2| - m_e^2}{2}$$

ergibt.
Boostet man nun den Vierervektor des virtuellen Photons k entlang b in obiges Schwerpunktsystem, so transformiert sich die Energie E_k nach $\hat{E}_k$, gemäß:

$$\hat{E}_k = \frac{b \cdot k}{\sqrt{\hat{s}}} = ... = \frac{\hat{s} - m_e^2 - |k^2|}{2\sqrt{\hat{s}}}$$

Da Teilchen keine negativen Energien besitzen können, also

$$\hat{E}_k > 0$$

gelten muß, ergibt sich

$$\hat{s} - m_e^2 - |k^2| > 0$$

und damit

$$|k^2| < \hat{s} - m_e^2$$

bzw.

$$\boxed{|k^2|_{max} = \hat{s} - m_e^2}$$

Berechnung von $|\boldsymbol{k}^2|_{min}$

Aus der Viererimpulserhaltung am $p \rightarrow k + p'$ Vertex ergibt sich

$$\begin{aligned} k^2 = (p - p')^2 &= 2(m_p^2 - (E_p E'_p - |p_p||p'_p| \cos\theta_p) \\ &= 2\left(m_p^2 + E_p E'_p\left(\sqrt{1 - \frac{m_p^2}{E_p^2}}\sqrt{1 - \frac{m_p^2}{E_p'^2}}\cos\theta_p - 1\right)\right) \end{aligned}$$

Für kleine $|k^2|$ und somit für kleine Winkel θ_p entwickelt man die Wurzelterme für kleine $\frac{m_p^2}{E_p^2}$ zu $1 + \frac{1}{2}\frac{m_p^2}{E_p^2}$. Zudem gilt für diesen Fall die aus dem Kapitel 2.2.3 zur Weizäcker-Williams-Approximation bekannte Beziehung $E'_p = (1 - z)E_p$, so daß sich

$$\boxed{|k^2|_{min} = m_p^2 \cdot \frac{z^2}{1-z}}$$

ergibt.

Anhang B

Monte Carlo Integration

[1]

Die einfachste Variante für die numerische Integration einer n-dimensionalen Funktion f im Volumen V^n mittels Monte Carlo Methoden besteht in der Wahl von N gleichmäßig verteilten Zufallspunkten : $x_1..x_N$ und der anschließenden Summation über die Funktionswerte von f in diesen Punkten. Hieraus ergibt sich als Abschätzung des Integrals [2]

$$\int f dV \approx V\langle f\rangle \pm V\sqrt{\frac{\langle f^2\rangle - \langle f\rangle^2}{N}}$$

.

Der angegebene Fehler entspricht einer Standardabweichung, ist jedoch nicht unbedingt gaussverteilt. Er ist umso größer, je mehr Samplepunkte nicht oder nur wenig zur Berechnung des Integrals beitragen. Somit bieten sich als einfachste varianzreduzierende (fehlerreduzierende) Technik an, das gesampelte Gebiet möglichst klein zu halten, sowie durch eine Transformation den Integranden in eine möglichst konstante Form zu bringen.
Effektiver und eleganter hingegen sind folgende Methoden:

Importance Sampling

Die Methode des Imortance Sampling basiert darauf, die Wahl der Samplepunkte in Volumen V nicht mehr kontinuierlich vorzunehmen, sondern dem Verlauf der zu integrierenden Funktion anzupassen. So werden in Bereichen, in welchen die Funktion f große Werte besitzt, mehr Samplepunkte liegen, als dort wo f klein ist. Daher lautet der Name dieser Methode :'**Importance Sampling**'.
Statt den Integranden selbst zu transformieren, ist es auch möglich, mittels einer an die zu integrierende Funktion f angepasste Sampledichte p, die Wahl der Samplepunkte selbst wieder gleichförmig über dem zu integrierenden Interval zu gestalten:

$$I \equiv \int f dV = \int \frac{f}{p}\, p\, dV \approx < \frac{f}{p} > \pm \sqrt{\frac{< \frac{f^2}{p^2} > - < \frac{f}{p} >^2}{N}}$$

Die beste Wahl der Sampledichte p ist dann gegeben, wenn der Quotient $\frac{f}{p}$ möglichst konstant ist. Mittels Variationsrechnung ergibt sich dann :

$$p = \frac{|f|}{\int |f| dV}$$

Startified Sampling :

[1][NumRec] Kap. 7.8 Adaptive and Recursive Monte Carlo Methods
[2]$\langle f\rangle$ entspricht hier dem arithmetischen Mittel

Eine weitere Möglichkeit zur Varianzreduktion besteht darin, das zu sampelnde n-dimensionale Gebiet in eine Anzahl von K Untergebieten zu unterteilen. Für die Wahl von nur zwei Untergebieten a und b ergibt ist die Varianz dann zu [3]:

$$\mathrm{Var}(f) = \frac{1}{2}[\mathrm{Var}_a(f) + \mathrm{Var}_b(f)] + \frac{1}{4}(\langle\langle f\rangle\rangle_a - \langle\langle f\rangle\rangle_b)2$$

Somit ist bereits bei einer Unterteilung in zwei Untergebiete, die Gesamtvarianz immer kleiner als oder gleich der im einfachen Monte Carlo.

Mixed Strategies

Auf den ersten Blick scheinen beide Methoden nur schlecht kombinierbar zu sein. Damit jedoch das Importance Sampling möglichst effektiv ist, bedarf es bereits vor der Integration einer möglichst guten Näherung für p , so daß sich der Integrand im gesampelten Bereich nicht mehr rapide ändert. Eine solche Näherung läßt sich über die Methode des Stratified Sampling beschaffen, da hier a priori keine Information über die zu integrierende Funktion benötigt wird. Verwendet man zudem einen iterativen Algorithmus, der das Ergebnis der n-ten Iteration als Grundlage der $(n+1)$ten verwendet, so erreicht man eine recht hohe Effizienz der numerischen Integration.

VEGAS

Der von Lepage entwickelte Algorithmus VEGAS[Lep80] basiert auf der angepaßten Konstruktion einer mehrdimensionalen separablen Gewichtsfunktion g welche als Sampledichte p benutzt wird, gemäß :

$$p \equiv g(x,y,z,...) = g_x(x)g_y(y)g_z(z)....$$

Diese Vorhehensweise hat programmiertechnisch gesehen, zwei wesentliche Vorteile. Zum einen lassen sich die g_i als separate 1-dimensionale Funktionen speichern, die durch K Werte in einem Array geben ist, so daß sich die Anzahl der benötigten Werte von K^d auf $K \cdot d$ reduziert. Zum anderen können so die Sampledichten in den einzelnen Dimensionen durch gleichzeitiges Sampling gefunden werden.
Die optimale separable Gewichtsfunktion findet man durch

$$g_x(x) \equiv \sqrt{\int dy \int dz ... \frac{f^2(x,y,z,..)}{g_y(y)g_z(z)...}}$$

Die adaptive Strategie von VEGAS besteht nun darin, für die erste Interation g konstant zu setzten. Das anschließende Samplen von f liefert dann sowohl eine erste

[3] Hierbei steht $<< f >>$ für das wahre Mittel von $f = \frac{1}{V}\int f dV$

Abschätzung für das Integral als auch für den obigen Wurzelterm und verbessert somit g für den nächsten Iterationsschritt. Für den Fall, daß der Integrand in einer einzigen Region des d dimensionalen Volumens konzentriert ist, wird g dort schnell groß.
Die Schwäche des Algorithmus zeigt sich in solchen Funktionen, bei denen die Projektion des Integranden auf die Koordinatenachsen uniform ist, so daß VEGAS dort keine Konzentration von Samplepunkten liefern kann. In diesem Fall bietet der Algorithmus keinen Vorteil gegenüber einer einfachen Monte Carlo Integration.

BASES/SPRING

Das von S. Kawabata speziell zur Ereignisimulation in der Hochenergiephysik entwickelte Programmpaket BASES/SPRING [Kaw86] [Kaw94] basiert auf einem modifizierten und erweiterten VEGAS - Algorithmus. Es beruht im wesentlichen auf der oben beschriebenen Methode des Importance Sampling, verrichtet aber auch Stratified Sampling sofern die Anzahl der zu integrierenden Dimensionen d klein genug ist, um eine Explosion der Anzahl der Untergebiete zu vermeiden.
Hierzu legt BASES ein Gitter von Hyperkuben auf den zu sampelnden Phasenraumbereich, und verzerrt dieses iterativ so lange, bis die Größe der Hyperkuben den Verlauf der zu integrienden Funktion wiederspiegelt. Die Iteration wird abgebrochen, sobald entweder die maximale Anzahl von Iterationen (NDIM) oder eine vorgegebene Genauigkeit (ACC1) erreicht ist.
Die Vorteile von BASES/SPRING sind eindeutig. Zum einen können mit Hilfe dieses Paketes auch Funktionen mit scharfen Maxima integriert werden, ohne Effizienzverluste hinzunehmen. Zum anderen liefert das Programm nicht nur eine Abschätzung des Integrales, sondern auch eine auf die Achsen projezierte Verteilung der Integrationsvariablen. Diese kann später mittels SPRING direkt zur Ereignisgeneration im gewählten Phasenraumbereich verwendet werden.
Im Generator WabWWA wurde die Version 1.1 des Paketes BASES [Kaw86] in DOUBLE PRECISION benutzt. Inzwischen gibt es aber von diesem Paket auch eine neuere Version (V5.1 [Kaw94]), welche Integranden mit bis zu 15 stark peakenden sowie 35 weiteren Variablen zu integrieren vermag. Zudem ist das Verhalten des Algorithmus in der Nähe von Singularitäten wesentlich verbessert worden. Nach dem testweisen Einbau von BasesV5.1 in WabWWA und einigen gründlichen Tests, wurd BasesV5.1 für nicht nur funktionstüchtig, sondern sogar besser erachtet, und liegt inzwischen sowohl WabWWA als auch WabGen als Integrationspaket zu Grunde.

Literaturverzeichnis

[And92] V.F.Andreev, *"Absolute luminosity Measurement with the H1 detector using Quasi-Real QED Compton Process"*, H1-NOTE 03/92 - 224

[BaPh] Vernon D.Barger, Roger J.N. Phillips, *"Collider Physics"* 'Frontiers in Physics Vol.71', Addison Wesley, ISBN 0-201-05876-6, 1982

[Ber92] Ch. Berger, *" Teilchenphysik, Eine Einführung"*, ISBN 3-540-54218-3, 1992

[Ber97] Ch. Berger, *"private Mitteilung"*

[Cou86] A. Coureau, P. Kessler, *"Luminosity monitoring and search for an e^* through e/gamma scattering at e^+e^- colliders"*, Phys. rev. D /bf 33/7 , 2024 1986

[Cou91] A. Coureau, *"Quasi-real QED Compton at HERA"*, H1-NOTE 07/91 -186

[Cou92] A. Coureau, P. Kessler, *"QED Compton scattering in high-energy electron-proton collisions"*, Phys. Rev. D /bf 46, 117 (1992)

[Cou92/2] A. Coureau, S. Kermiche, T. Carli , P.Kessler, *"Quasi-Real QED Compton MONTE CARLO for HERA"*, H1-NOTE 01/92 -207

[Ebe96] A.Ebel, *"Untersuchung der elastischen QED-Compton-Streuung $ep \to ep\gamma$ mit dem ZEUS-Detektor"*, Interner Bericht DESY F35D-96-02, Januar 1996

[Fav96] L.Favart, R. Maracek, *"H1 1994 Integrated Luminosity Measurement Using bremsstrahlung Overlapping Events and quasi-real QED Compton Events"*, H1-NOTE 11/96 -503

[Grif96] David Griffith, *"Elementarteilchenphysik, Eine Einführung"*, ISBN 3-05-501627-0 , Akademie Verlag

[Gri90] Günter Grindhammer, Richard Kaschowitz, *"Proposal for a general frame for generators at H1"*

[H1Col96] H1 Collaboration, *"Search for Excited Fermions with the H1 Detector"*, H1-NOTE 08/96 -163

[H1Det] H1 Collaboration, *"The H1 Detector at HERA"*, Nucl. Instr. and Meth. 1997/A386/310–347

[H1Det2] H1 Collaboration, *"The H1 Detector at HERA"*, Internal Report, Desy H1-96-01, March 96

[H1Future] H1 Collaboration, *"ep Physics beyond 1999"*, Draft 30/9/97

[H1LUMI] , *"Hompage des H1-Luminositäts Systems"*, http://www-h1.desy.de/h1/www/h1work/lumi/poster.html

[H1REC] , *"H1REC Manual"*,

[H1SIM] Stephan Egli, *"Running H1SIM"*, H1SIM guide

[Hag85] K.Hagiwara,S. Komamiya, D.Zeppenfeld, " ", Z.Phys. C29 (1985) 115

[Hei33] W.Heitler, *"Über die bei sehr schnellen Stößen emittierte Strahlung"*, ZS f. Phys. 84, 145, 1933

[HeB] , *"Homepage des HERA-B Projektes"*, http://www-hera-b.desy.de

[Her] , *"Homepage des Hermes Projektes"*, http://www-hermes.desy.de

[Jetset74] Torbjörn Sjöstrad, *"Pythia 5.7 and Jetset 7.4 Physics and Manual"*, CERN-TH.7112/93 December 1993

[Kaw86] S. Kawabata, "", KEK Preprint 28-26 Jul. 1985 oder Comput. Phys. Commun. 41:127,1986 oder Tsukuba Workshop JLC 1990-239-249

[Kaw94] S. Kawabata, *"A New Version of the Multi-dimensional Integration and Event Generation Package BASES/SPRING"*, KEK Preprint 94-197 Feb. 1995 H/D

[Kni91] Bernd A. Kniehl, *"Elastic ep scattering and the Weizsäcker-Williams approximation"*, in Physics Letters b , Volume 254,number1,2; 17 January 1991

[Koe95] Torsten Köhler, *"Suche nach angeregten Leptonen mit dem H1-Detektor"*, Dissertation, PITHA 95/6

[Lep77] G. Peter Lepage, *"A new Algorithm for Adaptive Multidimensional Integration"* , SLAC-PUB-1919 Rev. Apr. 1997 oder J. Comput. Phys 27:192,1978

[Lep80] G. Peter Lepage, *"VEGAS: An Adaptive Multidimensional Integration Program"*, Publication CLNS-80/447, Cornell University

[Lev93] S. Levonian, *"H1LUMI - A Fast Simulation Package for the H1 Luminosity System"* , H1-Notes : H1 -04 /93-287

[Man97] Oliver Mang, *"Aufbau und Test der Auslese eines GaAs-Detektors"*, Diplomarbeit 1997

[NumRec] W.H. Press, Saul A. Teukolsky, W.T Vetterling, B.P. Flannery, *"Numerical Recepies in FORTRAN"*

[PDF7] H.Plothow-Besch/CERN-PPE, *"PDFLIB: Nucleon, Pion and Photon Parton Desity Functions ans α_s Calculations"* Users Manual, Version 7.08

[Rau91] Frank Raupach, *"A Monte-Carlo Generator for the Wide-Angle Bremsstrahlung Reaction $e + p \to e + \gamma + X(p)$"* in Proceeding of the Workshop 'Physics at Hera, Volume 3, Monte Carlo Generators', Hamburg, October 29-30, 1991

[ROOT] Rene Brun, Nenad Buncic und Fons Rademakers, *"The Root System"* http://root.cern.ch

[Spi95] Michael Spira, *"private Mitteilung"* 1995

[Spi97] Michael Spira, *"private Mitteilung"* Sommer 1997

[Tel95] Paul Teller, *"An Interpretive Introduction to Quantum Field Theory"*, ISBN 0-691-07408-9, Princeton University Press

[VLQ96] H1 Kollaboration, *"Technical Proposal to build a Special Spectrometer covering Very Small Momentum Transfer"*, TP-VLQ May 31,1996

[WabGen] Patrick Kandel, *WabGen Manual*

[Wei33] C.F.v.Weizäcker, *Ausstrahlung bei Stößen sehr schneller Elektronen*, ZS f. Phys. 612, 1933

Abbildungsverzeichnis

Danksagung

Am Ende möchte ich alle denen Danken sagen, die in der einen oder anderen Weise zu dieser Diplomarbeit beigetragen haben !
Zu allererst möchte ich meinen Dank für Herrn Prof. Dr. Ch. Berger zum Ausdruck bringen, der nicht nur durch die interessante Themenstellung sonder auch durch seine aufopfernde Betreuung einen maßgeblichen Anteil am Gelingen dieser Diplomarbeit hatte. Ebenso hat er mir durch Reisen zum DESY sowie zur DPG Frühjahrstagung 1998 in Freigburg erlaubt hautnah am Geschehen der physikalischen Grundlagenforschung dabeizusein, und eine Vielzahl von Persönlichkeiten der Hochenergiephysik selbst zu erleben.
Herrn Prof. G. Flügge danke ich für seine Mühe bei der Erstellung des Zweitgutachtens.
Der Aachener Jetgruppe, namentlich Dr Claus Keuker, Dipl. Phys. Oliver Mang, Dr. Christian Niedzballa, Dipl. Phys. Klaus Rabbertz, Dr. Konrad Rosenbauer, Wilhelm Rottkirchen, Dr. Frank Raupach, Dipl. Phys. Jürgen Scheins und Rene Schrader-Bölsche danke ich für den engen Informationsaustausch und die gute Zusammenarbeit.
Sicher haben alle Mitarbeiter der H1 Kollaboration durch das Erstellen von Softwarepaketen, die Instandhaltung des Detektor und die Bereitstellung der benötigten Computerressourcen zu dieser Arbeit beigetragen. Auch Rene Brun, Nenad Buncic und Fons Rademakers danke ich für die Erstellung des Analyseprogrammes ROOT [ROOT] das mir viele lange Stunde mit PAW erspart hat.
Mein besonderer Dank gilt Dipl. Phys. Thomas Hadig und Dr. Christian Niedzballa, die das Manusskript durchgesehen haben und denen ich viele Tips und Anregungen verdanke.
Ein ganz besonderer Dank gilt meinen Eltern, die mir mein Studiums nicht nur finanziell ermöglicht haben, sondern mir auch in schweren Zeiten stets mit Rat und Tat zur Seite standen. Besondere Dank gebührt auch meinem Großvater Hans Pauli, der mir beibrachte meinen Verstand nie vor dem scheinbar Abwegigen zu verschließen, da es mehr Dinge zwischen Himmel und Erde gibt als sich die Schulweisheit erträumt. Leider durfte er die 'leuchtenden Tage' am Ende dieses Weges nicht mehr miterleben.