Messung differentieller 2-Jet-Raten und Bestimmung der starken Kopplung α_s in tief-unelastischer Streuung bei HERA

Dissertation

zur Erlangung des Doktorgrades
des Fachbereichs Physik
der Universität Hamburg

vorgelegt von

Nicolai Tobien

aus Hamburg

Hamburg
1999

Gutachter der Dissertation:	Prof. Dr. B. Naroska Prof. Dr. J. Meyer
Gutachter der Disputation:	Prof. Dr. J. Meyer Prof. Dr. R. Klanner
Datum der Disputation:	01.12.1999
Dekan des Fachbereichs Physik und Vorsitzender des Promotionsausschusses:	Prof. Dr. F. W. Büsser

Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der Analyse differentieller 2-Jet-Raten in Ereignissen tiefunelastischer ep-Streuung mit hohem Impulsübertrag Q^2. Die Messung basiert auf den mit dem H1-Detektor in den Jahren 1995-97 bei HERA genommenen Daten. Monte-Carlo-Modelle können die unter Verwendung zweier unterschiedlicher Jet-Algorithmen gemessenen Verteilungen nur grob beschreiben. Störungstheoretische QCD-Rechnungen in $O(\alpha_s^2)$ beschreiben diese Verteilungen dagegen sehr gut. Der Wert der starken Kopplung α_s wird durch Vergleich der Messung mit diesen Rechnungen bestimmt. Die mit den beiden Jet-Algorithmen ermittelten (korrelierten) Werte sind $\alpha_s(M_Z^2) = 0,119\pm^{0,009}_{0,011}$ bzw. $\alpha_s(M_Z^2) = 0,119\pm^{0,008}_{0,010}$. Diese Werte sind mit dem Weltmittelwert von α_s konsistent. In der Messung wird zudem das Skalenverhalten der starken Kopplung untersucht. Die Beobachtungen bestätigen dabei das aus der QCD erwartete Verhalten.

Measurement of differential di-jet rates and determination of α_s in deep inelastic scattering at HERA

Abstract

This analysis covers the measurement of differential di-jet event rates in deep inelastic ep scattering at high momentum transfer Q^2. The measurement is based on data taken with the H1 detector in 1995-97 at HERA . In contrast to Monte Carlo models perturbative QCD calculations in $O(\alpha_s^2)$ describe well the measured distributions, obtained with two different jet algorithms. The value of α_s is extracted by comparison of the measurement with these calculations. Using the two jet algorithms the (correlated) results are $\alpha_s(M_Z^2) = 0.119\pm^{0.009}_{0.011}$ and $\alpha_s(M_Z^2) = 0.119\pm^{0.008}_{0.010}$, respectively. This is in agreement with the world average value of α_s. The measurement also investigates the scale dependence of the strong coupling. The observed dependence confirms the QCD expectation.

»*Dieses Unternehmen ist Wahnsinn!*«

Professor Bienlein in:
Tim und Struppi - Schritte auf dem Mond

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

Das heutige Verständnis vom Aufbau der Materie wird im sogenannten *Standardmodell* der Elementarteilchenphysik zusammengefaßt. Dieses enthält als grundlegende Bausteine Fermionen: jeweils sechs *Leptonen* und *Quarks*, geordnet in je drei *Generationen*. Die Wechselwirkungen zwischen diesen Fermionen werden durch eichinvariante Quantenfeldtheorien beschrieben. Die diese Wechselwirkungen vermittelnden Feldquanten sind das Photon, das Z^0- und die W-Bosonen sowie die Gluonen.

Mit diesem Modell lassen sich die elektroschwache und die starke Wechselwirkung, welche auf Elementarteilchenniveau relevant sind, erklären. Versuche, auch die Gravitation, die in den uns zugänglichen Energiebereichen um viele Größenordnungen schwächer als diese Wechselwirkungen ist, in eine einheitliche Theorie einzubinden, stehen erst am Anfang [1].

Experimentell am wenigsten gesichert ist im Standardmodell die Beschreibung der zwischen den Quarks auf Grund ihrer *Farbladung* bestehenden starken Wechselwirkung durch die *Quantenchromodynamik* (QCD). Betrachtet man die Massen der Quarks als dem gesamten Standardmodell zugehörige Größen, so ist der einzig freie Parameter der QCD die Stärke der zwischen Quarks und Gluonen wirkenden Kopplung α_s. Wegen der in Quantenfeldtheorien notwendigen *Renormierung* ist der Wert von α_s energieskalenabhängig. Das Skalenverhalten der starken Kopplung führt dabei zu einer gewissen Komplikation: Weder Quarks noch Gluonen sind als freie Teilchen beobachtbar. Bei hohen Energien, entsprechend der Unschärferelation gleichbedeutend mit kleinen Abständen, ist die Kopplung klein, die Quarks verhalten sich *asymptotisch frei*. In diesem Bereich sind die Vorhersagen der QCD mit störungstheoretischen Mitteln berechenbar. Mit steigendem Abstand der Quarks wird die zwischen ihnen wirkende Kraft immer größer. Das daraus resultierende *Confinement*, die alleinige Beobachtung farbneutraler Hadronen im Experiment, ist bisher nur durch phänomenologische Modelle beschrieben.

Das Confinement und die Stärke der Kopplung an sich führen dazu, daß α_s, verglichen z.B mit der Feinstrukturkonstante α, eine relativ unsicher gemessene Größe ist. Der Weltmittelwert, angegeben bei der durch die Z^0-Masse definierten Skala, ist $\alpha_s(M_Z^2) = 0,119 \pm 0,004$ [2].

Ein sehr direkter Weg, in Teilchenreaktionen hoher Schwerpunktsenergie Informationen über die hier asymptotisch frei agierenden Quarks und Gluonen zu erlangen, ist die Analyse der sich aus ihnen im Endzustand durch kollimierte Bündel von Hadronen bildenden *Jets*.

Der Elektron-Proton-Speicherring HERA liefert durch seine hohe Schwerpunktsenergie von $\sim$ 300 GeV erstmals die Möglichkeit, Jets klar in tiefunelastischer Lepton-Nukleon-Streuung zu beobachten. Diese Schwerpunktsenergie liegt etwa eine Größenordnung über der in bisherigen Experimenten mit stationären Nukleonen erreichten. Dies führt zu einem gesteigerten Auflösungsvermögen für die Struktur des Protons, welches in den Streuereignissen mit dem jeweiligen Impulsübertrag Q^2 identifiziert werden kann.

Die Beobachtung von Jets bei HERA erlaubt nicht nur die Messung des Wertes der starken Kopplung, sondern auch die Untersuchung ihres Skalenverhaltens , d.h. die Messung von α_s als Funktion von Q^2, an einem einzigen Experiment. Die in den Ereignissen jeweils rekonstruierte Anzahl von Jets hängt dabei vom verwendeten *Jet-Algorithmus* und dessen Auflösungsparameter ab. Die Hauptobservable der vorliegenden Analyse ist die bezüglich dieses Auflösungsparameters differentielle Rate von 2-Jet-Ereignissen.

Die Messung basiert auf den in den Jahren 1995-97 mit dem H1-Detektor bei HERA genommenen Daten. Es werden Ereignisse im kinematischen Bereich $Q^2 \geq 150\ \mathrm{GeV}^2$ betrachtet. Die Rekonstruktion der Jets erfolgt mit zwei Algorithmen, die jeweils unter experimentellen bzw. theoretischen Gesichtspunkten optimiert sind. Die Ergebnisse der Messung werden sowohl mit den Vorhersagen von Monte-Carlo-Modellen als auch mit störungstheoretischen QCD-Rechnungen verglichen. Dabei ermöglicht der Vergleich mit den Rechnungen die Bestimmung von α_s.

Die Ergebnisse der Analyse wurden als vorläufige H1-Resultate in [3] präsentiert.

Die Arbeit gliedert sich wie folgt:

Im ersten Kapitel werden die theoretischen Grundlagen der Analyse erörtert und die verwendeten Monte-Carlo-Modelle sowie Programme zur Ausführung von QCD-Rechnungen vorgestellt. Kapitel 2 beschreibt das H1-Experiment. In Kapitel 3 wird die Selektion tiefunelastischer Streuereignisse mit hohen Impulsüberträgen erläutert. Das vierte Kapitel enthält die Definition der beiden verwendeten Jet-Algorithmen. Darüber hinaus werden Methoden zur Korrektur der unter Verwendung dieser Algorithmen gemessenen Verteilungen auf die Effekte begrenzter Detektorakzeptanz und -auflösung vorgestellt sowie die systematischen Unsicherheiten der Messung untersucht. In Kapitel 5 erfolgt der Vergleich der korrigierten 2-Jet-Verteilungen mit den Vorhersagen der Monte-Carlo-Modelle und der QCD-Rechnungen. Im sechsten Kapitel schließlich werden die Methoden zur Bestimmung von α_s vorgestellt und die damit erhaltenen Ergebnisse präsentiert.

Kapitel 1

QCD und tiefunelastische Streuung

Im folgenden soll die Struktur der Quantenchromodynamik als eichinvariante Quantenfeldtheorie und die daraus folgende störungstheoretische Behandlung von Prozessen der starken Wechselwirkung erläutert werden. Dabei wird vor allem auf das Potential der Beobachtung von Jets in Ereignissen tiefunelastischer Streuung zur Bestimmung des freien Parameters der Theorie, des Wertes der starken Kopplung α_s, eingegangen.

Zusätzlich werden die in der vorliegenden Analyse benutzten Monte-Carlo-Programme zum Generieren tiefunelastischer Streuereignisse und das Programm zur Berechnung von QCD-Prozessen in $O(\alpha_s^2)$ vorgestellt.

1.1 QCD als eichinvariante Feldtheorie

Die der QCD zugrunde liegende Symmetriegruppe ist die der speziell unitären Transformationen SU(3). Den Quarks wird dabei ein spezieller innerer Freiheitsgrad, die sogenannte Farbladung, zugeordnet.

Betrachtet man den Spinor ψ eines Quarks im Vakuum, so erfüllt dieser die freie Dirac-Gleichung[1]

$$(i\gamma_\mu \partial^\mu - m)\psi = 0$$

für jede seiner 3 Farbkomponenten:

$$\psi = \begin{pmatrix} q_R \\ q_G \\ q_B \end{pmatrix}$$

Eine lokale SU(3)-Transformation bezüglich der Farbe kann folgendermaßen dargestellt werden:

$$\psi' = \begin{pmatrix} q_R \\ q_G \\ q_B \end{pmatrix}' = \exp\left(i\frac{g_s}{2}\lambda_j \beta_j(x)\right) \begin{pmatrix} q_R \\ q_G \\ q_B \end{pmatrix}$$

---

[1] Konvention in der Hochenergiephysik: $c = \hbar = 1$

Dabei ist g_s die Kopplung der starken Wechselwirkung ($\alpha_s = g_s^2/4\pi$) und $\lambda_j \beta_j \equiv \lambda_1 \beta_1 + \cdots + \lambda_8 \beta_8$ eine Kombination von acht unabhängigen, reellen Transformationsphasen $\beta_j(x)$ mit den Gell-Mann-Matrizen λ_j. Letztere können, als Verallgemeinerung der Pauli-Matrizen, als Erzeugende der SU(3) betrachtet werden.

Die postulierte Invarianz der Dirac-Gleichung gegenüber solchen lokalen Transformationen erfordert den Übergang zur kovarianten Ableitung:

$$\partial^\mu \Rightarrow D^\mu = \partial^\mu + i\frac{g_s}{2}(\lambda_1 b_1^\mu + \cdots + \lambda_8 b_8^\mu)$$

Das bedeutet, daß die Forderung nach Invarianz zur Existenz von Feldern b_j^μ führt. Diese werden bei einer lokalen SU(3)-Transformation des Spinors einer parallelen Eichtransformation unterzogen. Die Quanten dieser Felder, die Gluonen, vermitteln die starke Wechselwirkung. Eine Folge der nicht-abelschen Struktur der Theorie, d.h. der Nichtvertauschbarkeit der SU(3)-Transformationen, ist die Selbstkopplung der Gluonen.

Über den Feldstärketensor

$$G_j^{\mu\nu} = \partial^\nu b_j^\mu - \partial^\mu b_j^\nu + g_s f_{jkl} b_k^\mu b_l^\nu$$

mit den total antisymmetrische Strukturkonstanten der SU(3) f_{jkl} ergibt sich die Lagrange-Dichte der Theorie als

$$\mathcal{L}_{\text{inv}} = \overline{\psi}(i\gamma_\mu D^\mu - m)\psi - \frac{1}{4}\text{Spur}(G_{\mu\nu}G^{\mu\nu}) \ .$$

Die Eigenschaft der Eichinvarianz dieser Lagrange-Dichte $\mathcal{L}_{\text{inv}}$ führt zu einigen Schwierigkeiten bei der Quantisierung der Theorie, die durch die Einführung ergänzender *Eich-* und *Geist*-Felder überwunden werden können [5], so daß sich die endgültige Lagrange-Dichte als Kombination dreier Komponenten darstellt:

$$\mathcal{L}^{\text{QCD}} = \mathcal{L}_{\text{inv}} + \mathcal{L}_{\text{Eich}} + \mathcal{L}_{\text{Geist}}$$

1.2 Perturbative QCD

Die Kenntnis der Lagrange-Dichte der QCD erlaubt die Aufstellung von Feynman-Regeln zur störungstheoretischen Behandlung von Prozessen festgelegter Ordnung in α_s, d.h. mit einer bestimmten Anzahl von Quark-Gluon- bzw. Gluon-Gluon-Vertices.

Die naive Anwendung dieser Regeln, beispielsweise zur Berechnung von *Strahlungskorrekturen* (Abbildung 1.1), führt zu mathematischen Problemen. Virtuelle Korrekturen durch geschlossene Quark- und Gluonlinien werden, da durch keinen Erhaltungssatz begrenzt, über den gesamten Impulsraum integriert und ergeben Beiträge unendlicher Größe, sogenannte *ultraviolette* (UV) Divergenzen.

Das Verfahren zur Behandlung dieser Divergenzen ist die Renormierung. Dabei werden die unendlich-wertigen Integrale durch *Regularisierung* mathematisch beherrschbar gemacht und die Divergenzen auf die »nackten«, in der Natur nicht beobachtbaren, ebenfalls unendlichen

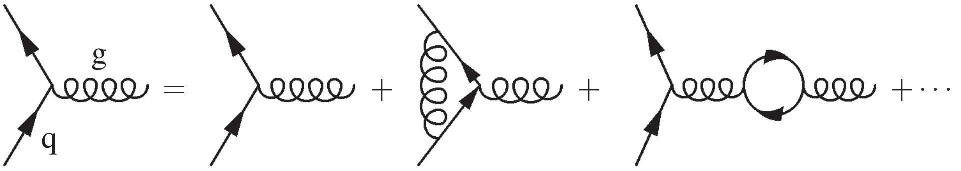


Abbildung 1.1: Virtuelle Strahlungskorrekturen zum Quark-Gluon-Vertex. Jeder Vertex gibt einen Beitrag $\sqrt{\alpha_s}$ zur Amplitude.

Variablen der Theorie abgewälzt. Die resultierenden endlichen Größen entsprechen den meßbaren Observablen wie z.B. Masse und Ladung. Das Verfahren wird durch ein *Renormierungsschema*, nach dem die Divergenzen behandelt werden, und eine beliebige *Renormierungsskala* μ_R, die in der Renormierung als Referenzskala dient, definiert.

1.2.1 Die Renormierungsgruppengleichung

Renormierung nach unterschiedlichen Schemen und bei verschiedenen Skalen definiert eine Gruppenstruktur [6]. Eine renormierte Observable Γ_R darf allgemein in Quantenfeldtheorien nicht vom willkürlich gewählten Wert der Referenzskala μ_R abhängen, d.h. Γ_R muß die *Renormierungsgruppengleichung* erfüllen:

$$\mu_R \frac{d\Gamma_R}{d\mu_R} \overset{!}{=} 0$$

Damit diese Gleichung lösbar ist, müssen alle freien Parameter der Theorie, also auch die Kopplung, Funktionen der Renormierungsskala sein:

$$\alpha := \alpha(\mu_R)$$

Eine charakteristische Größe der Renormierungsgruppe ist die β-*Funktion*, die angibt, wie sich die Kopplung beim Übergang von μ_R zu einer beliebigen Skala μ verändert:

$$\beta(\alpha) = \frac{\partial\alpha}{\partial t}\,; \quad t = \log\left(\frac{\mu^2}{\mu_R^2}\right)$$

Für die starke Wechselwirkung ergibt sich daraus in Störungsrechnung erster Ordnung, aufgelöst nach der Kopplung:

$$\alpha_s(\mu^2) = \frac{\alpha_s(\mu_R^2)}{1 + \frac{\alpha_s(\mu_R^2)}{12\pi}(33 - 2n_f)\log\left(\frac{\mu^2}{\mu_R^2}\right)}$$

Dabei gibt n_f die Anzahl der verschiedenen Quark-Sorten an, die, abhängig von ihrer Masse, bei der zur Verfügung stehenden Gesamtenergie eines Prozesses berücksichtigt werden müssen.

Durch Einführung eines Parameters $\Lambda^{(n_f)}$ mit

$$\Lambda^{(n_f)^2} := \mu_R^2 \exp\left(\frac{-12\pi}{(33 - 2n_f)\,\alpha_s(\mu_R^2)}\right)$$

läßt sich aus (1.2.1) die folgende Form für das Verhalten der Kopplung $\alpha_s(\mu^2)$ ableiten:

$$\alpha_s(\mu^2) = \frac{12\pi}{(33-2n_f)\log\left(\frac{\mu^2}{\Lambda^{(n_f)2}}\right)} \tag{1.1}$$

Der Parameter $\Lambda^{(n_f)}$ ist nicht aus der QCD berechenbar, sondern muß im Experiment bestimmt werden. Er ist ein Maß für die skalenbereinigte Stärke der Kopplung. Da α_s eine stetige Größe ist, springt der Wert von $\Lambda^{(n_f)}$ beim Überschreiten der Energieschwellen, die die Teilnahme einer neuen Quark-Sorte am beobachteten Prozeß ermöglichen, auf einen anderen Wert $\Lambda^{(n_f+1)}$. In höheren störungstheoretischen Ordnungen wird die Gestalt der Gleichung 1.1 und damit der Wert von $\Lambda^{(n_f)}$ zudem abhängig vom angewendeten Renormierungsschema [5].

Im Standardmodell, in dem n_f nicht größer als 6 werden kann, ist $\beta(\alpha_s) < 0$, d. h. die Kopplung wird geringer, je höher die physikalische Skala eines Prozesses liegt und verschwindet im Limes $\mu^2 \to \infty$. Dieses Verhalten der Kopplung kann nur in nicht-abelschen Eichtheorien auftreten. Die Beobachtung dieser *asymptotischen Freiheit* im Experiment ist ein Hauptargument für die Gültigkeit der QCD als Theorie der starken Wechselwirkung.

1.2.2 Die Bestimmung der starken Kopplung

Zur Bestimmung der starken Kopplung α_s kann jeder auf Effekte der starken Wechselwirkung sensitive physikalische Prozeß X herangezogen werden, indem der gemessene Wirkungsquerschnitt mit den störungstheoretischen Vorhersagen verglichen wird:

$$\sigma_X := C_0^X + C_1^X \cdot \alpha_s(\mu_R^2) + C_2^X \cdot \alpha_s^2(\mu_R^2) + \cdots \tag{1.2}$$

Der Koeffizient C_i^X führender Ordnung (d.h. der erste Koeffizient $C_i^X \neq 0$) ist von der Renormierungsskala μ_R unabhängig, da hier noch keine virtuellen Quark- und Gluonschleifen auftreten können. Um eine gewisse Unabhängigkeit von der Wahl von μ_R zu erlangen, wie sie in der Renormierungsgruppengleichung exakt gefordert ist, müssen die Berechnungen also mindestens bis zu einer weiteren, der nächstführenden Ordnung durchgeführt werden. Hier können sich die Renormierungsskalenabhängigkeiten in $C_{i+1}^X(\mu_R)$ und $\alpha_s(\mu_R)$ (bis zu einem gewissen Grad) kompensieren.

1.2.3 Hadronisierung und Jets

Störungstheoretische QCD kann keine Vorhersagen für Prozesse bei beliebig kleiner Skala liefern. So wird Formel 1.1 für $\mu^2 \to \Lambda^2$ singulär und die berechnete Kopplung beliebig groß. Das beobachtete Verhalten der starken Wechselwirkung ist in diesen Fällen das *Confinement*: Quarks und Gluonen lassen sich nicht als freie Teilchen beobachten. Mit steigendem Abstand und damit der Unschärferelation entsprechend abnehmender Skala μ^2 wird die zwischen ihnen wirkende Kraft so stark, daß die Feldenergie im Vakuum ausreicht, weitere Teilchen zu erzeugen, die mit den Ausgangsteilchen zusammen die beobachtbaren Hadronen bilden.

Obwohl Quarks und Gluonen nicht als freie Teilchen beobachtet werden, legen die Strukturen der an Teilchenbeschleunigern aufgezeichneten physikalischen Reaktionen ihre Existenz nahe. Insbesondere werden im hadronischen Endzustand kollimierte Bündel von Hadronen, die sogenannten *Jets*, beobachtet, die auf zugrunde liegende Quark- und Gluonkonfigurationen schließen lassen. So wird z.B. in e^+e^--Reaktionen, in denen Jets erstmals beobachtet wurden, die Beobachtung von 2-Jet-Ereignissen auf die Erzeugung eines hochenergetischen Quark-Antiquark-Paares zurückgeführt [7], die von 3-Jet-Ereignissen auf die Abstrahlung eines zusätzlichen reellen Gluons [8]. Die Vermessung der Eigenschaften dieser Jets erlaubt Rückschlüsse auf die die Ereignisse bestimmenden QCD-Prozesse.

1.2.4 Infrarote Divergenzen

Neben den durch die Renormierung beherrschbaren ultravioletten Divergenzen treten in der perturbativen QCD noch Singularitäten durch die Abstrahlung beliebig niederenergetischer Gluonen und durch kollineare Abstrahlungen auf [5]. Diese sogenannten *infraroten* Divergenzen heben sich im hadronischen Endzustand bei der Berechnung von Wirkungsquerschnitten in fester Ordnung α_s gegenseitig auf (KLN-Mechanismus [9]).

Eine beliebige Observable kann in störungstheoretischer QCD nur sinnvoll berechnet werden, wenn sie infrarot-sicher, d.h. insensitiv auf niederenergetische oder kollineare Partonabstrahlungen ist.

1.3 Tiefunelastische Streuung

Abbildung 1.2 zeigt die schematische Darstellung von tiefunelastischen Elektron(Positron)-Proton-Streuprozessen, die die Grundlage der vorliegenden Analyse bilden. Diese werden durch den Austausch eines virtuellen Eichbosons zwischen dem Lepton und einem der Konstituenten des Protons vermittelt. Dieses Boson ist in Ereignissen mit *neutralem Strom* ein Photon oder ein Z^0-Boson. In Ereignissen mit *geladenem Strom* wird ein W-Boson ausgetauscht, welches das einlaufende Elektron in ein Neutrino verwandelt.

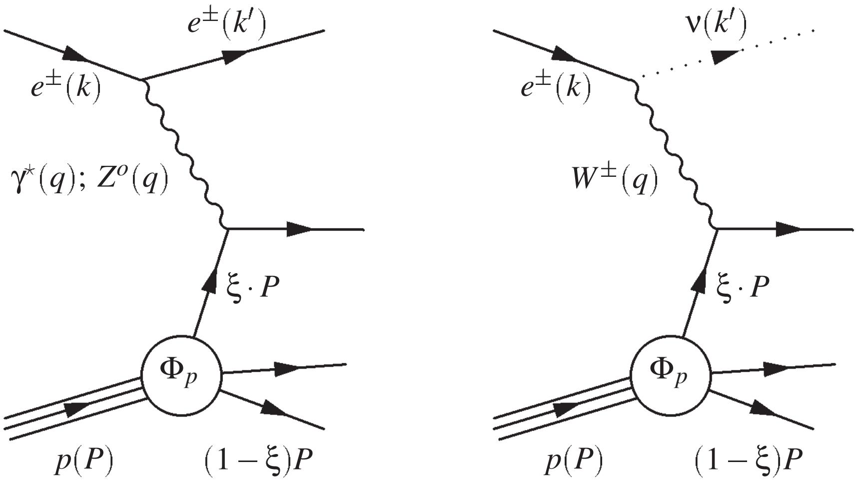


Abbildung 1.2: Tiefunelastische Elektron(Positron)-Proton-Streuung mit neutralem (links) und geladenem Strom (rechts)

Seien k, k', P und q die Vierervektoren von einlaufendem und gestreutem Elektron, einlaufendem Proton sowie ausgetauschtem Eichboson. Dann wird die Kinematik des Streuprozesses durch die folgenden lorentzinvarianten Größen beschreiben:

$$\text{Impulsübertrag}: \; Q^2 \; = \; -q^2 \; = \; -(k-k')^2$$

$$\text{Bjørken-Skalenvariable:} \; x \; = \; \frac{Q^2}{2P\cdot q}$$

$$\text{Inelastizität (bzw.relativer Energieübertrag)}: \; y \; = \; \frac{P\cdot q}{P\cdot k}$$

Vernachlässigt man die Massen $m_{p,e}$ von Proton und Elektron, so gilt zwischen diesen kinematischen Größen und dem Quadrat der Schwerpunktsenergie s die Beziehung

$$Q^2 \; = \; sxy\,,$$

so daß bei gegebenem s nur zwei dieser Größen unabhängig sind. Während Q^2 ein Maß für die Virtualität und für das Auflösungsvermögen des ausgetauschten Eichbosons gibt, läßt die invariante Masse des hadronischen Endzustandes

$$W^2 \; = \; (P+q)^2$$

Rückschlüsse auf die Stärke des »Aufbrechens« des Protons zu. Von tiefunelastischer Streuung spricht man im Fall von $Q^2 \gg m_p^2$ und $W^2 \gg m_p^2$.

1.3.1 Das Quark-Parton-Modell

Die Anteile des reinen Z^0-Austausches und der Z^0/Photon-Interferenz am Wirkungsquerschnitt σ_{DIS} tiefunelastischer Streuereignisse[2] sind wegen der hohen Masse des Z^0-Bosons für $Q^2 \ll M_{Z^0}^2$ auf Grund der Propagatorfaktoren der Form $Q^4/(Q^2+M_{Z^0}^2)^2$ bzw. $Q^2/(Q^2+M_{Z^0}^2)$ unterdrückt. Die ähnlich hohe Masse der W-Bosonen führt aus dem gleichen Grund für $Q^2 \ll M_W^2$ zu einem um Größenordnungen kleineren Wirkungsquerschnitt für Ereignisse mit geladenem Strom.

Unter Beschränkung auf den reinen Ein-Photon-Austausch läßt sich der Aufbau des Protons im doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitt tiefunelastischer Streuung durch zwei Strukturfunktionen F_1 und F_2 beschreiben:

$$\frac{d^2\sigma_{DIS}(x,Q^2)}{dx\,dQ^2} \; = \; \frac{4\pi\alpha^2}{xQ^4}\left[\frac{y^2}{2}2xF_1(x,Q^2) \, + \, (1-y)F_2(x,Q^2)\right]$$

Eine Deutung dieser Strukturfunktionen liefert das Quark-Parton-Modell. Hierbei wird das Proton im tiefunelastischen Streuprozeß in einem Bezugssystem mit sehr hohem Impuls P betrachtet (*infinite momentum frame*), so daß seine Konstituenten, die punktförmigen Quarks, durch Zeitdilatation quasi-frei mit dem Elektron wechselwirken. Im diesem Modell erhält die

---

[2] DIS: *Deep Inelastic Scattering*

Skalenvariable x eine einfache Deutung, sie entspricht dem Impulsanteil ξ des wechselwirkenden Quarks am Gesamtimpuls P des Protons. Die Strukturfuntionen F_1 und F_2 hängen jetzt nur noch von x und nicht mehr von Q^2 ab (Skalenverhalten). Sie erfüllen, bei einem Spin der Quarks von 1/2, die Callan-Gross-Relation [12]:

$$F_2(x) \;=\; 2xF_1(x) \;=\; x\sum_i e_i^2\,(q_i(x)+\overline{q_i}(x)) \tag{1.3}$$

Dabei wird über alle Dichtefunktionen $q_i(x)$ bzw. $\overline{q_i}(x)$ der im Proton existierenden Quark- und Antiquark-Sorten i, gewichtet mit dem Quadrat der jeweiligen Quark-Ladung e_i, summiert.

1.3.2 QCD-Modifikationen des Quark-Parton-Modells

Der Übergang vom statischen Quark-Parton-Modell zur dynamischen Beschreibung der Protonstruktur durch die QCD hat eine Reihe von Konsequenzen. Die Notwendigkeit für diesen Übergang ergibt sich z.B. aus der Betrachtung von Summen wie

$$\sum_i \int_0^1 dx\, x\,(q_i(x)+\overline{q_i}(x)) \;=\; 1-\varepsilon\,,$$

für die der gemessene Wert von ε signifikant von null verschieden ist [13]. Es wird also nur ein Teil des Protonimpulses von Quarks und Antiquarks getragen, der Rest wird den Gluonen zugeschrieben.

QCD-Effekte führen zu einer Verletzung der Callan-Gross-Relation und zur Abhängigkeit der Strukturfunktionen auch von Q^2. Die ersten Beobachtungen dieser *Skalenverletzung* wurden in Myon-Streuexperimenten gemacht [14].

Die Beschreibung der tiefunelastischen Streuung durch die QCD führt zu den in Quantenfeldtheorien üblichen Divergenzen. Dabei werden die UV-Divergenzen durch Renormierung beseitigt und die divergierenden Terme durch infrarote Abstrahlungen im Endzustand durch den KLN-Mechanismus unterdrückt (vgl. Abschnitt 1.2.4). Dieser Mechanismus wirkt aber nicht auf Effekte gleicher Art im Anfangszustand. Die Behandlung dieser Divergenzen erfolgt im Rahmen des *Faktorisierungstheorems*, nach dem die Observablen Γ durch die Faltung zweier Funktionen beschrieben werden können [5]:

$$\Gamma(x,Q^2) \;=\; \sum_{i=q,\overline{q},g} \int_x^1 d\xi\; C_\Gamma^{(i)}\left(\frac{x}{\xi}\,,\,\frac{Q^2}{\mu_R^2}\,,\,\frac{\mu_F^2}{\mu_R^2}\,,\,\alpha_s(\mu_R^2)\right)\,\Phi_p^{(i)}(\xi\,,\mu_F) \tag{1.4}$$

Summiert wird jetzt über die im Proton vorhandenen Quarks, Antiquarks und Gluonen. Die zwei Funktionen im Integral sind die Koeffizientenfunktionen $C_\Gamma^{(i)}$ und die Partondichten $\Phi_p^{(i)}$. Die Koeffizientenfunktionen sind für jede infrarot-sichere Observable Γ störungstheoretisch berechenbar. Die Partondichten sind für das Proton unabhängig von Γ universell und werden durch Anpassung an Messungen bestimmt. Anschaulich ist dies eine Aufteilung in kurzreichweitige, harte sowie langreichweitige, nicht störungstheoretisch zugängliche Prozesse der Γ zugrunde liegenden Wechselwirkungen. Welcher Anteil von Γ jeweils durch die $C_\Gamma^{(i)}$ und $\Phi_p^{(i)}$ beschrieben wird, legt die Wahl der in Gleichung 1.4 zusätzlich auftauchenden *Faktorisierungsskala* μ_F und

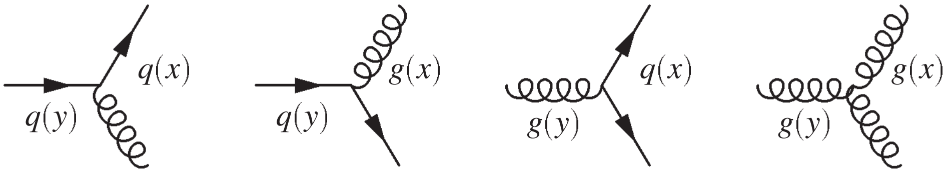


Abbildung 1.3: Splitting-Prozesse für Quarks und Gluonen

des *Faktorisierungsschemas* fest. Gebräuchlich sind das *DIS*-Schema [15], bei dem F_2 in allen Ordnungen α_s die selbe Definition wie im Quark-Parton-Modell hat (analog zu Gleichung 1.3 $\Rightarrow$ der Gluonkoeffizient $C^g_{F_2}$ verschwindet), und das mathematisch elegante $\overline{MS}$-Schema [16], in dem die Partondichten in einer speziellen Operatordarstellung behandelt werden.

Die übliche Wahl von μ_F ist Q^2, welches das Auflösungsvermögen des virtuellen Photons bestimmt. Fragt man nun, analog zur β-Funktion der Renormierungsgruppe, wie sich die Quark- und Gluondichten des Protons, q und g, mit der Skala ändern, so ergibt sich ein System gekoppelter Differentialgleichungen ($t = \log(\frac{Q^2}{\Lambda_{QCD}})$) [17]:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial q(x,t)}{\partial t} &= \frac{\alpha_s(t)}{2\pi}\int_x^1 \frac{dy}{y}\left[q(y,t)P_{qq}\left(\frac{x}{y}\right) + g(y,t)P_{qg}\left(\frac{x}{y}\right)\right] \\
\frac{\partial g(x,t)}{\partial t} &= \frac{\alpha_s(t)}{2\pi}\int_x^1 \frac{dy}{y}\left[q(y,t)P_{gq}\left(\frac{x}{y}\right) + g(y,t)P_{gg}\left(\frac{x}{y}\right)\right]
\end{aligned}$$

Sie verbinden die starke Kopplung α_s und die Quark- und Gluondichten. Die *Splitting*-Funktionen $P_{ab}(\frac{x}{y})$ geben die Wahrscheinlichkeit an, mit der aus einem Parton b mit Impulsbruchteil y ein neues Parton a mit Impulsbruchteil $x < y$ entsteht (siehe Abbildung 1.3).

Diese Differentialgleichungen werden benutzt, um in einem Fit an gemessene Verteilungen unterschiedlicher Experimente die Partondichten des Protons über einen großen kinematischen Bereich zu parametrisieren. Dieser Aufgabe widmen sich Gruppen von Phänomenologen, die mit jeweils unterschiedlichen Arten der Parametrisierung und Startskalen der Partondichteentwicklungen arbeiten.

1.3.3 α_s und Jets in tiefunelastischer Streuung

Der Prozeß tiefunelastischer Streuung ist in führender Ordnung, dem Quark-Parton-Modell, nicht sensitiv auf die starke Kopplung α_s, d.h. der Koeffizient $C_0^{\sigma_{DIS}}$ in Gleichung 1.2 ist ungleich null. Die in Abbildung 1.3 gezeigten Quark-Gluon-Prozesse führen aber zu Skalenverletzungen, deren Stärke proportional zur starken Kopplung ist. Für die Strukturfunktion F_2 ergibt sich:

$$\frac{dF_2}{d\log Q^2} \propto \alpha_s(Q^2)$$

Wegen der Dominanz des führenden Koeffizienten in der Störungsreihe verlangt die Bestimmung der starken Kopplung über die Strukturfunktion F_2 sehr kleine statistische und systematische Unsicherheiten in der Messung. Das H1-Experiment ist im Moment im Begriff, diese Präzision zu erreichen [18].

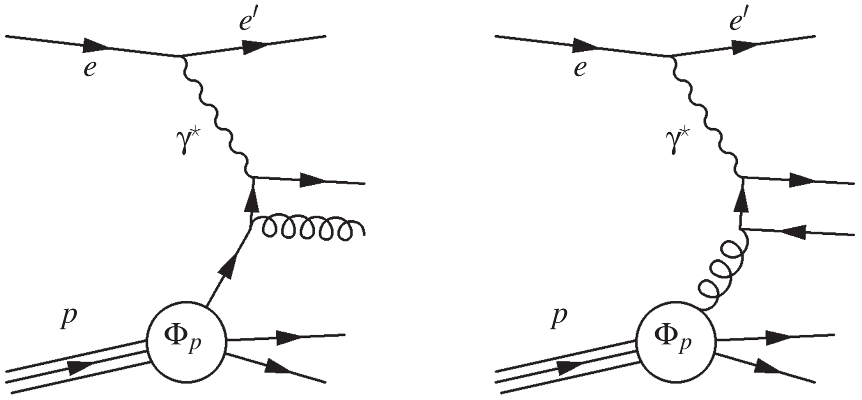


Abbildung 1.4: QCD-Compton-Graph (links) und Boson-Gluon-Fusions-Graph (rechts)

Einen sehr viel direkteren Zugang zur Bestimmung von α_s in tiefunelastischer Streuung bei hohen Schwerpunktsenergien bietet die Messung von Jets. Im Quark-Parton-Modell erwartet man im hadronischen Endzustand die Beobachtung *eines* vom gestreuten Quark herrührenden Jets. Daneben tritt noch ein sogenannter *Remnant*-Jet auf, der aus den Fragmenten des Protonrestes gebildet wird.

Die Beobachtung eines weiteren Jets im hadronischen Endzustand[3] wird durch QCD-Effekte der Ordnung $O(\alpha_s)$ ermöglicht. Diese in Abbildung 1.4 dargestellten Prozesse werden als *QCD-Compton*-Prozeß (Abstrahlung eines Gluons durch das gestreute Quark) und *Boson-Gluon-Fusion* (Verschmelzen eines Gluons mit dem ausgetauschten Eichboson zu einem Quark-Antiquark-Paar) bezeichnet.

Die Zusammenfassung der im Detektor nachgewiesenen Objekte des hadronischen Endzustandes zu Jets erfolgt nach festen Schemen mit sogenannten *Jet-Algorithmen*. Um gleichzeitig auch in theoretischen QCD-Rechnungen anwendbar zu sein, müssen diese Algorithmen infrarot-sicher definiert werden.

Die Hauptobservable, die in der vorliegenden Analyse zur Bestimmung von α_s gemessen wird, ist die *differentielle Jet-Rate*. Sie gibt an, wie sich die Jet-Rate R_2, definiert als das Verhältnis von beobachteten Ereignissen mit (2+1)-Jet-Signatur zur Gesamtzahl der Ereignisse, bei Variation des *Auflösungsparameters* im Jet-Algorithmus ändert. Einzelheiten zu den verwendeten Jet-Algorithmen finden sich in Abschnitt 4.1. Die Sensitivität der differentiellen Jet-Rate auf die starke Kopplung α_s wird in Kapitel 6 genauer untersucht.

1.4 Ereignisgeneratoren und QCD-Rechnungen

Die in der vorliegenden Analyse gemessenen Daten sollen unter anderem mit den Vorhersagen von verschiedenen, auf der QCD basierenden *Monte-Carlo*-Ereignisgeneratoren verglichen werden. In diese sind tiefunelastische Prozesse bis zur für die 2-Jet-Produktion führenden Ordnung $O(\alpha_s)$ (*leading order* LO) exakt und höhere Ordnungen in Nährungen sowie eine Mo-

---

[3] Dies wird als (2+1)-Jet-Signatur bezeichnet, im Gegensatz zur (1+1)-Jet-Signatur im Quark-Parton-Modell

dellierung der Hadronisationsprozesse implementiert. Der Vergleich von Parton- und Hadronniveau der Generatoren liefert dabei auch Abschätzungen für die Effekte der Hadronisierung. Die Generatoren dienen außerdem, nach Durchlaufen einer Simulation des H1-Detektors, der Korrektur der Daten auf begrenzte Auflösung und Akzeptanz des Detektors.

Die für den Vergleich der Daten mit einer QCD-Voraussage in nächstführender Ordnung (*next-to-leading order* NLO) in α_s erforderlichen Rechnungen erfolgen mit einem gesonderten Programm.

1.4.1 Monte-Carlo-Ereignisgeneratoren

In der hier vorgestellten Analyse werden im wesentlichen drei unterschiedliche Monte-Carlo-Generatoren verwendet:

LEPTO

Das Programm LEPTO [19] generiert, basierend auf einer gegebenen Partondichte, Boson-Gluon-Fusions- und QCD-Compton-Ereignisse mit dem exakten Matrixelement der Ordnung α_s. Der infrarot-divergente Bereich wird dabei durch Schnitte auf die minimal erlaubten invariante Massen und Winkel der zwei Partonen des harten QCD-Prozesses vermieden. Die von diesen Schnitten abhängige Differenz zum totalen Wirkungsquerschnitt wird durch Ereignisse aufgefüllt, die in ihrer Signatur dem Quark-Parton-Modell entsprechen. Effekte höherer Ordnung werden durch sogenannte *Partonschauer* approximiert, bei deren Berechnung die führenden logarithmischen Terme der QCD-Störungsreihe berücksichtigt werden. Diese Partonschauer können sowohl von den Partonen des Anfangs- als auch des Endzustandes des Streuprozesses erzeugt werden.

Die Fragmentation der so erzeugten Partonen in Hadronen erfolgt im Rahmen des *Lund*-Modells [20], in dem die Farbflüsse zwischen den Quarks und Gluonen als *Strings* modelliert werden, deren Aufbrechen die Bildung von Hadronen bewirkt. Die Parameter, die diese Fragmentation steuern, wurden durch Vergleich mit sehr genauen Meßergebnissen aus e^+e^--Streuung optimiert (siehe z.B [21]).

Eine Besonderheit von LEPTO ist die Modellierung von *Soft Color Interactions* [22]. Dabei handelt es sich um durch Gluonen vermittelte Wechselwirkungen jenseits der Störungstheorie, welche ein Aufbrechen der Farb-Strings zwischen den auslaufenden Partonen des harten QCD-Prozesses und dem Protonrest bewirken. So kann eine spezielle Klasse bei HERA beobachteter tiefunelastischer Streuprozesse, die sogenannten diffraktiven Ereignisse, modelliert werden. Die charakteristische Signatur ist hier eine *Rapiditätslücke*, d.h. es wird keine Energie im Bereich des Detektors in Nähe der Protonflugrichtung deponiert. Da in gewöhnlichen Ereignissen tiefunelastischer Streuung auf Grund der Farbflüsse zwischen den auslaufenden Partonen des harten QCD-Prozesses und dem Protonrest Fragmentationsprodukte in dieser Region erwartet werden, werden diffraktive Ereignisse im allgemeinen als Wechselwirkung des virtuellen Photons mit einem farbneutralen Objekt (genannt *Pomeron*) interpretiert.

ARIADNE

Der Ereignisgenerator ARIADNE [23] basiert auf dem Farb-Dipol-Modell. Analog zu einem schwingenden Dipol der klassischen Elektrodynamik sendet dabei das System von gestreutem

Quark und Protonrest Gluonen aus, die ihrerseits wieder als Quellen von Dipolfeldern wirken. Die vom Phasenraum her möglichen Abstrahlungen werden dabei abhängig von Q^2 gedämpft. Um auch Gluon-induzierte Streuprozesse generieren zu können, verwendet ARIADNE zusätzlich das Boson-Gluon-Fusions-Matrixelement aus LEPTO.

Auch ARIADNE nutzt das Lund-String-Modell zur Modellierung der Hadron-Fragmentation der Partonen.

ARIADNE generiert diffraktive Ereignisse mit Hilfe einer implementierten Pomeron-Strukturfunktion.

HERWIG

Das Programm HERWIG [24] basiert, ähnlich wie LEPTO, auf einem $O(\alpha_s)$-Matrixelement und zusätzlichen Partonschauern. Durch die Berücksichtigung von QCD-Farbkohärenzeffekten wird dabei in HERWIG das Abstrahlungsverhalten für weiche Gluonen modifiziert.

Die Ausbildung von Hadronen erfolgt in HERWIG durch sogenannte *Cluster*-Fragmentation [25]. Dabei werden Gluonen am Ende des Partonschauers in Quark-Antiquark-Paare gespalten und alle Quarks und Antiquarks zu Farb-Singlett-Clustern zusammengefaßt, welche dann phasenraumabhängig in Hadronen zerfallen. Diese Modellierung der Hadronisierung enthält wesentlich weniger freie Parameter als das Lund-String-Modell.

QED-Korrekturen

Die Effekte quantenelektrodynamischer Strahlungsorrekturen können sowohl für LEPTO als auch für ARIADNE mit dem Programm DJANGO [26] berücksichtigt werden. Dabei werden vom einlaufenden bzw. auslaufenden Elektron abgestrahlte reelle Photonen generiert sowie Vertexkorrekturen berechnet.

1.4.2 QCD-Rechnungen

Die in der vorliegenden Analyse verwendeten QCD-Rechnungen wurden mit dem Programm DISENT ausgeführt, welches auf dem sogenannten *Dipol*-Formalismus beruht [27]. Dieser nutzt Faktorisierungseigenschaften kurz- und langreichweitiger Prozesse der QCD zur Bestimmung von Matrixelementen. Das Programm liefert Berechnungen von Wirkungsquerschnitten für beliebige (2+1)-Jet-Observablen bis $O(\alpha_s^2)$ und erfüllt somit die Ansprüche, die für die Bestimmung der starken Kopplung in Abschnitt 1.2.2 gestellt wurden.

Die in den Rechnungen auftretenden infraroten Divergenzen werden durch die *Subtraktions*-Methode behandelt, die die Unendlichkeiten in reellen und virtuellen Beiträgen zum Wirkungsquerschnitt gegeneinander aufhebt. Die divergenten Bereiche im Phasenraum werden hier analytisch behandelt, der übrige Bereich durch numerische Monte-Carlo-Integrationsmethoden berechnet.

Die freien Parameter der Rechnung sind die Wahl der Renormierungs- und Faktorisierungsskala, der Wert der starken Kopplung, gegeben durch $\Lambda^{(4)}$, und die Partondichten des Protons. Zur Implementierung der letzteren wurde das Programmpaket PDFLIB [28] benutzt.

Die Resultate der mit DISENT ausgeführten Rechnungen wurden für viele Observablen in unterschiedlichen kinematischen Regionen im Rahmen des HERA-Monte-Carlo-Workshops ’98/’99 [29] mit denen anderer QCD-Kalkulationsprogramme verglichen [30]. Die Übereinstimmung mit den Vorhersagen von DISASTER++ [31] , welches auch die Subtraktions-Methode benutzt, lag bei Bruchteilen eines Prozents. Auch das Programm JETVIP [32], in dem die infraroten Divergenzen durch *Phase Space Slicing* behandelt werden, lieferte mit den beiden mit der Subtraktions-Methode arbeitenden Programmen übereinstimmende Ergebnisse. Größere Abweichungen (bis zu 8% für einige Observablen) gab es in diesen Untersuchungen bei Verwendung des Programms MEPJET [33], welches ebenfalls auf *Phase Space Slicing* beruht. Bei Beschränkung auf die führende Ordnung in α_s zeigte MEPJET keine Abweichungen von den Vorhersagen der anderen Programme. Aufbauend auf diesen Untersuchungen wurde empfohlen, für QCD-Rechnungen MEPJET nicht mehr zu benutzen.

Kapitel 2

Das Experiment H1

2.1 Der Elektron-Proton-Speicherring HERA

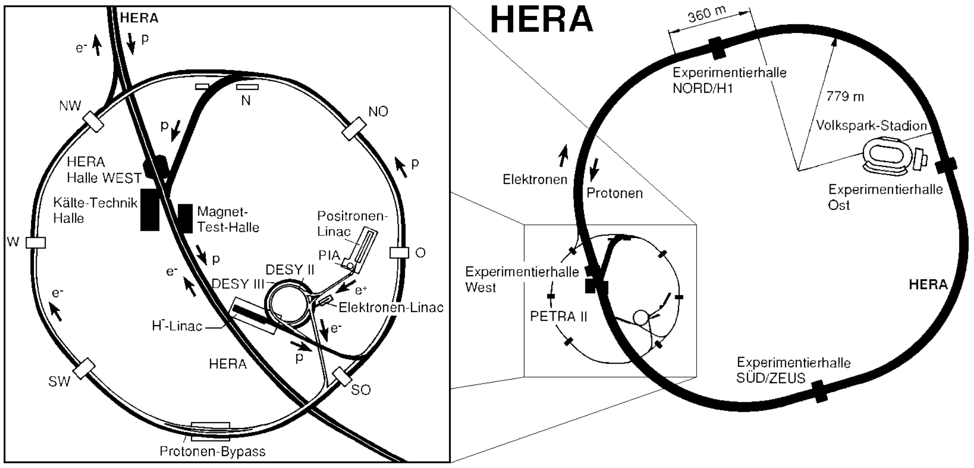


Abbildung 2.1: Der Speicherring HERA und das Vorbeschleunigersystem am DESY

Die Hadron-Elektron-Ring-Anlage HERA (siehe Abbildung 2.1) liefert die auf der Welt einzigartige Möglichkeit, tiefunelastische Lepton-Nukleon-Streuung in einem Speicherring und damit bei sehr hohen Schwerpunktsenergien durchzuführen. Gebaut am Deutschen Elektronen-Synchrotron DESY in Hamburg wurde HERA 1991 in Betrieb genommen. Im darauffolgenden Jahr begannen die Experimente H1 und ZEUS mit der Aufzeichnung von *ep*-Wechselwirkungen. Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit den von H1 in den Jahren 1995-97 genommenen Daten aus Positron-Proton-Streuung [1].

Nach der Injektion durch das Vorbeschleunigersystem werden Elektron- und Protonstrahl in zwei übereinanderliegenden Ringen im HERA-Tunnel, der einen Umfang von ca. 6,3 km

---

[1] Diese Option lieferte, verglichen mit einem Elektronstrahl, eine erhöhte Lebensdauer des Leptonstrahls. Im folgenden werden die Begriffe Elektron und Positron synonym verwendet

	1997	
	e$^+$	**p**
Strahlenergie (GeV)	27,5	820
mittlerer Strahlstrom (mA)	36,0	76,8
max. Luminosität (cm^{-2}s^{-1})	$8,4 \cdot 10^{30}$	
integrierte Luminosität (pb^{-1})	$35,0$	
Schwerpunktsenergie (GeV)	300	

Tabelle 2.1: Einige HERA-Parameter der Datennahmeperiode 1997

hat, beschleunigt und gespeichert. In den Jahren 1995-97 lagen die Strahlendenergien bei 820 GeV für die Protonen und 27,5 GeV für die Elektronen. Daraus folgt eine Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$ von ungefähr 300 GeV. Durch die Beschleunigung der Teilchen in Hochfrequenzkammern besteht der Teilchenstrom aus einzelnen Paketen, die in einem zeitlichen Abstand von 96 ns an den beiden Wechselwirkungspunkten zur Kollision gebracht werden.

Im Gegensatz zu den Elektronen, die mit konventionellen Magneten gesteuert werden können, erfordern der Protonstrahl sowohl zur Ablenkung als auch zur Fokussierung supraleitende, mit flüssigem Helium gekühlte Magnete (Feldstärke 4,7 T).

In Tabelle 1.1 finden sich die mittleren Werte wichtiger HERA-Parameter für die Datennahmeperiode 1997.

Die beiden HERA-Experimente HERMES und HERA-B (untergebracht in den Experimentierhallen Ost und West, siehe Abbildung 2.1) verwenden nur jeweils einen der zur Verfügung gestellten Strahlen. Dabei nutzt HERMES die natürliche Polarisation des HERA-Elektronstrahls zur Bestimmung der Spin-Struktur des Protons. Das Ziel von HERA-B ist die Messung der CP-Verletzung in b-Quark-Systemen.

2.2 Der H1-Detektor

Der H1-Detektor (siehe Abbildung 2.2) ist ein aus vielen Einzelkomponenten zusammengesetztes Nachweisinstrument für die Reaktionsprodukte der Elektron-Proton-Streuung bei HERA. Er hat ein Volumen von $\sim 1800\,\mathrm{m}^3$ und wiegt ungefähr 2800 t. Der durch den Detektor abgedeckte Raumwinkelbereich beträgt nahezu 4π. Den stark unterschiedlichen Strahlenergien der Protonen und Elektronen wird durch einen asymmetrischen Aufbau des Detektors Rechnung getragen.

Im folgenden sollen die einzelnen Detektorkomponenten beschrieben werden, ausführlichere Informationen finden sich in [34]. Sämtliche Koordinatenangaben beziehen sich auf den nominellen Wechselwirkungspunkt als Ursprung, die Richtung des Protonstrahls definiert die positive z-Achse.

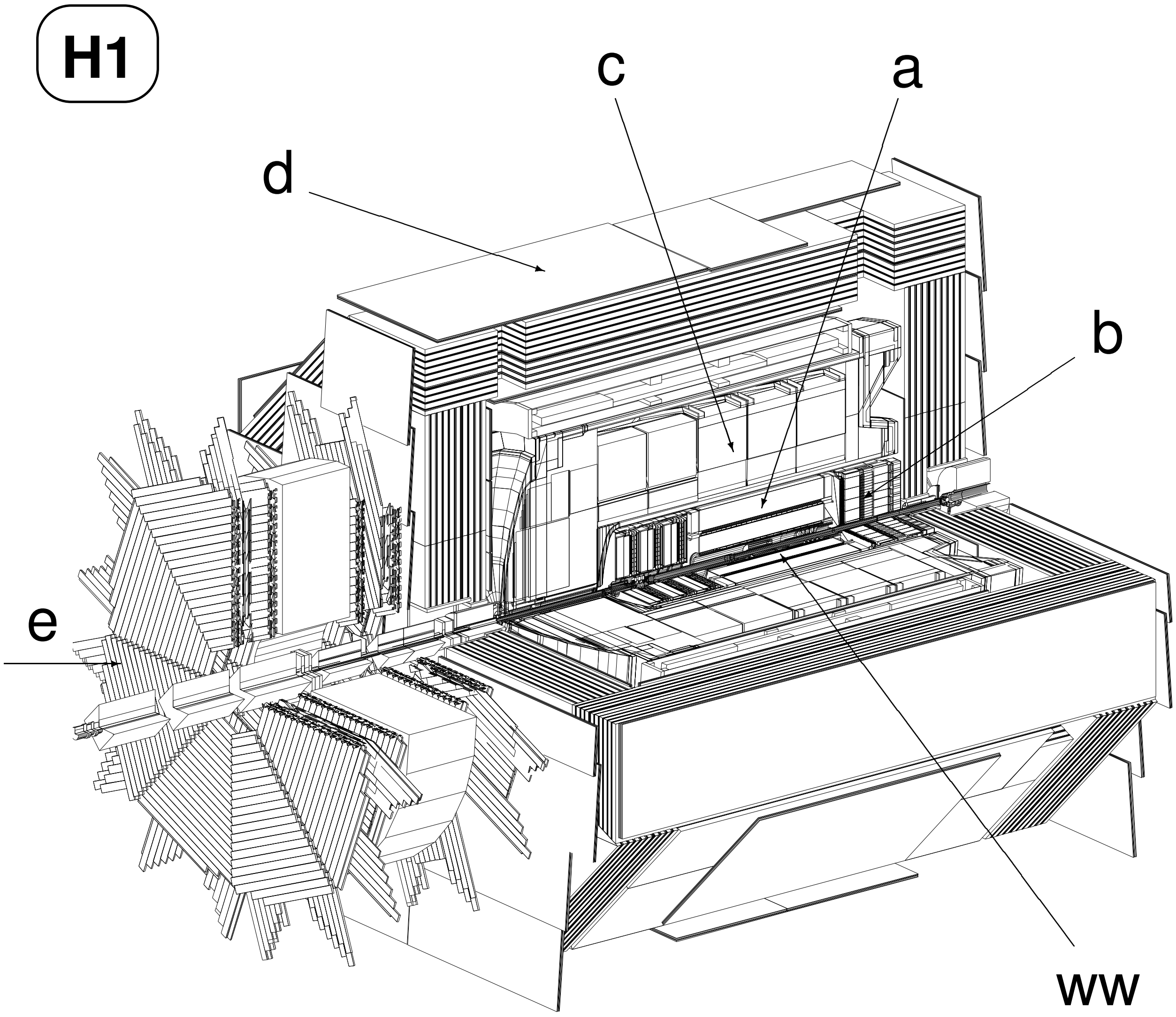


Abbildung 2.2: Schematische Darstellung des H1-Detektors und seiner Komponenten. Die Elektronen laufen von links, die Protronen von rechts ein und kollidieren im nominellen Wechselwirkungspunkt (WW). Dem Nachweis der dabei produzierten Teilchen dienen u.a. das Spurkammersystem (a), das rückwärtige Kalorimeter (b), das Flüssigargon-Kalorimeter (c), das instrumentierte Eisen (d) und das Vorwärts-μ-Spektrometer (e).

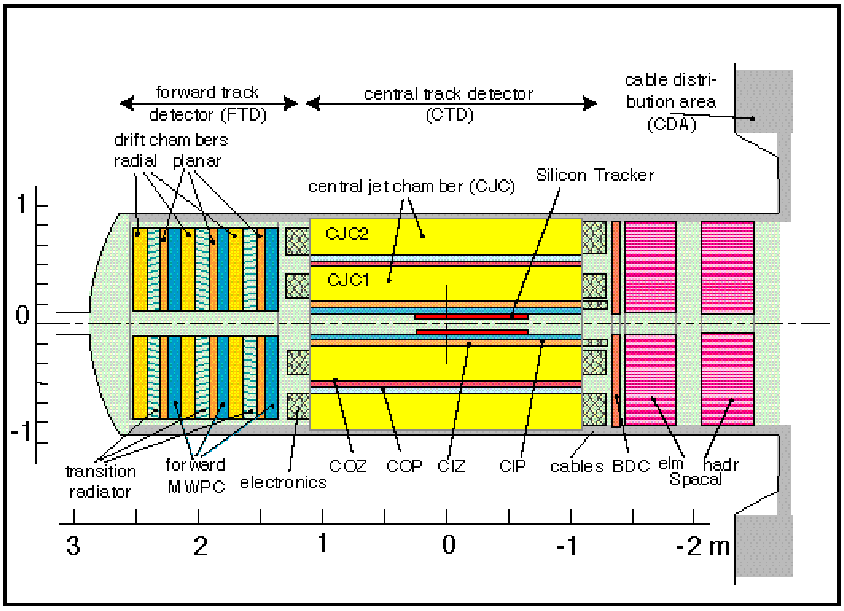


Abbildung 2.3: Vordere, zentrale und rückwärtige Spurkammern des H1-Detektors

2.2.1 Das Spurkammersystem

Die Spuren geladener Teilchen und damit auch der Wechselwirkungspunkt der einzelnen Ereignisse (Vertex) werden mit Hilfe unterschiedlich ausgelegter Kammersysteme rekonstruiert. Ladungs- und Impulsbestimmung erfolgen über die Bahnkrümmung im Feld einer supraleitenden Spule (Feldstärke 1.2 T), welche das Kammersystem und das Flüssigargon-Kalorimeter umschließt.

Die zentrale Spurkammer (*Central Track Detector* CTD) deckt einen Polarwinkelbereich von $\sim 25^\circ$ bis 155° ab, die Vorwärtsspurkammern (*Forward Track Detector* FTD) den Bereich von $\sim 5^\circ$ bis 25°. Die rückwärtige Driftkammer (*Backward Drift Chamber* BDC) umfaßt einen Meßbereich von 153° bis $\sim 177^\circ$.

Ergänzende Informationen zur Rekonstruktion von Vertices und Spuren liefern die direkt am Strahlrohr liegenden Silizium-Detektoren CST (*Central Silicon Tracker)* und BST (*Backward Silicon Tracker*).

In Abbildung 2.3 ist die Anordnung der einzelnen Kammern zu sehen. Das zentrale Kammersystem CTD (Abbildung 2.4 zeigt einen radialen Schnitt durch das System) besteht aus einer inneren und einer äußeren Jet-Kammer (*Central Jet Chambers* CJC1, CJC2) [35], zwei z-Driftkammern (*Central Inner/Outer Z-Drift-Chamber* CIZ, COZ) und diesen zugeordneten Proportionalkammern (*Central Inner/Outer Proportional Chamber* CIP, COP).

Die zentralen Jet-Kammern sind in einzelne Zellen unterteilt (CJC1 30 Zellen, CJC2 60 Zellen), in denen Signaldrähte (24, 32), Potentialdrähte (50, 66), feldformende Drähte (10, 10) und Kathodendrähte (49, 65) in z-Richtung gespannt sind. Die erreichte Auflösung in der $r\phi$-Ebene beträgt $\sigma_{r\phi} = 170\mu$m. CIZ und COZ sind im Drahtverlauf so optimiert, daß sich eine

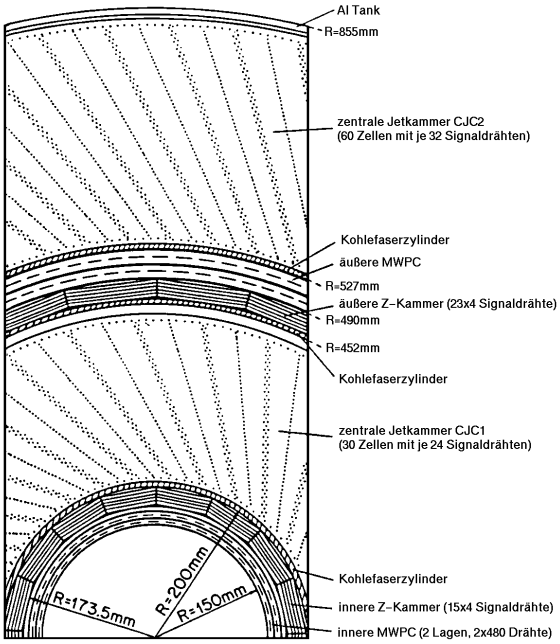


Abbildung 2.4: Radialer Schnitt durch das zentrale Spurkammersystem

gute, vom Spurwinkel unabhängige Ortsauflösung in z von 260 bzw. 200μm ergibt.

Wegen ihres kurzen Driftwegs und der damit verbundenen schnellen Verfügbarkeit der Signale werden Proportionalkammern für die Ereignisaufzeichnung auslösende *Trigger*-Funktionen verwendet. Die beiden Proportionalkammern des CTD sind jeweils zweilagig vor bzw. hinter den z-Driftkammern angeordnet.

Die Grundlage der Vorwärtsspurkammern bilden drei sogenannte »Supermodule«, welche identisch aufgebaut sind. Ein Modul besteht aus einer planaren Driftkammer (*Planar Drift Chamber* PDC), einer Vieldrahtproportionalkammer (*Forward Proportional Drift Chamber* FWPC), einer Übergangsstrahlungseinheit (*Transition Radiator* TR) und einer radialen Driftkammer (*Radial Drift Chamber* RDC).

Vor dem rückwärtigen Kalorimeter befindet sich die aus vier Doppellagen aufgebaute BDC, welche neben ihrer Trigger-Funktion einen wichtigen Beitrag zur Rekonstruktion der Spuren weit rückwärts gestreuter Teilchen leistet. Dies betrifft vor allem Elektronen in tiefunelastischen Streuprozessen mit Impulsüberträgen $Q^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$.

2.2.2 Das Flüssigargon-Kalorimeter

Das Flüssigargon-Kalorimeter des H1-Detektors dient der Bestimmung der Energien von Teilchen durch Analyse der von diesen ausgelösten elektromagnetischen und hadronischen Schauer. Es arbeitet nach dem *Sampling*-Prinzip, d.h. es besteht aus aktiven, signalerzeugenden sowie passiven, stark energieabsorbierenden Lagen. Hierdurch wird bei angemessener Energieauflösung ein kompakter Aufbau des Kalorimeters bei nahezu vollständiger Absorption der

Schauer ermöglicht.

Flüssiges Argon (*Liquid Argon* LAr) als aktives Medium eines Kalorimeters nach dem Prinzip der Ionisationskammer ist seit langem gebräuchlich [37]. Der erforderliche Kühlungsaufwand (Siedetemperatur von Argon: 87,5 K) wird durch eine Reihe von Vorteilen aufgewogen:

- Als Edelgas ist Argon strahlungsresistent und über große Zeiträume chemisch stabil. Zusätzlich führt die Kühlung zu einem Ausfrieren der Verunreinigungen.
- Die Elektronenbeweglichkeit von $\sim 5\,\mathrm{mm}/\mu\mathrm{s}$ bei einem Feld von 1 kV/cm erlaubt eine schnelle Ladungssammlung und führt zu akzeptablen Totzeiten des Detektors.
- Bei relativ hoher Dichte ($\rho_{LAr} = 1,4\mathrm{g}/\mathrm{cm}^3$) hat flüssiges Argon eine kleine Ionisationsenergie von $\mathrm{E}_{\mathrm{ion}} = 23,6\,\mathrm{eV}$. Dadurch und auf Grund der geringen Rekombinationswahrscheinlichkeit kann eine hohe Ladungsausbeute und -sammlungseffizienz erreicht werden.
- Die Homogenität des flüssigen Argons ermöglicht eine feine Granularität des Detektors.

Aufbau

Das H1-Flüssigargon-Kalorimeter (*Liquid Argon Calorimeter* LArC) [38] besteht aus acht Rädern (siehe Abbildungen 2.5 und 2.6) , die nach ihrer Lage benannt sind: *Backward Barrel* BBE, *Central Barrel* CB1-3, *Forward Barrel* FB1-2, *Inner Forward* IF, *Outer Forward* OF.

Bis auf I/OF2 und das BBE besteht jedes Rad aus einem inneren elektromagnetischen und einem äußeren hadronischen Teil (in der Bezeichnung durch die zusätzlichen Buchstaben E und H ersichtlich), die für die Analyse des jeweiligen Schauertyps optimiert sind. Im elektromagnetischen Teil wird Blei als Absorbermaterial verwendet. Dieser hat vom Wechselwirkungspunkt aus gesehen je nach Rad etwa 20 bis 30 Strahlungslängen Tiefe. Das passive Material des hadronischen Teils ist Edelstahl. Insgesamt liefert das Kalorimeter einem einfallenden primären Hadron die Möglichkeit, auf etwa 4,5 bis 8 nuklearen Wechselwirkungslängen Energie zu deponieren.

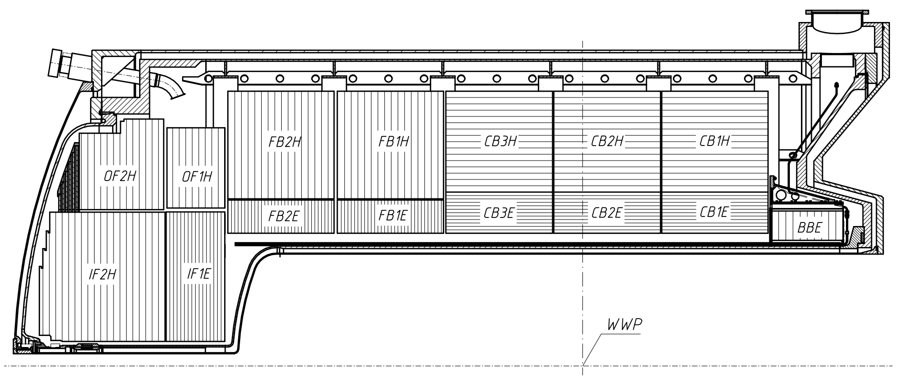


Abbildung 2.5: Schnitt durch die obere Hälfte des LAr-Kalorimeters im Kryostaten

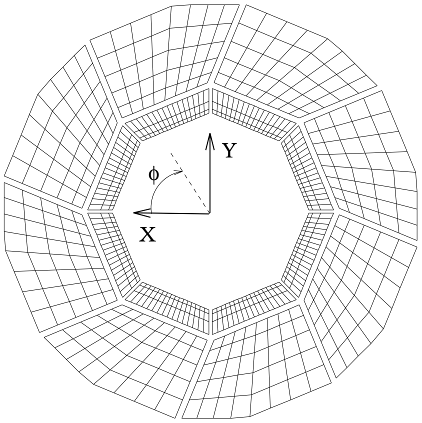


Abbildung 2.6: Der Zentralbereich des LAr-Kalorimeters in der $r\phi$-Ebene

Den Aufbau des zentralen Kalorimeterbereichs in der $r\phi$-Ebene zeigt Abbildung 2.6. Jedes einzelne der Räder besteht aus acht Modulen[2] (*Stacks*). Konstruktionsbedingte Spalte zwischen den Stacks (*Cracks*) werden zur Verlegung von signalführender Elektronik genutzt.

Der vom LAr-Kalorimeter abgedeckte Polarwinkelbereich liegt zwischen $4^\circ < \theta < 155^\circ$.

Insgesamt besteht das Kalorimeter aus $\sim 45\,000$ einzeln auslesbaren Zellen, wobei der elektromagnetische Teil feiner segmentiert ist als der hadronische, um die kompaktere Struktur elektromagnetischer Schauer auflösen zu können. Die in den Zellen gesammelten Ladungen werden abgegriffen, das Signal analog vorverstärkt, in einem Pulsformer bearbeitet und dann zur Weiterverarbeitung digitalisiert.

Kalibration

Um die im Kalorimeter deponierte Energie E_{dep} zu bestimmen, muß das Verhältnis von E_{dep} zur erzeugten Ladung Q bekannt sein. Für das LAr-Kalorimeter wurden diese Kalibrationsfaktoren $c_{cal} = E_{dep}/Q$ für die einzelnen Stacks mit Elektron- und Pion-Teststrahlen unterschiedlicher Energien bestimmt [39, 40]. Eine Überprüfung der so erhaltenen Faktoren wurde für das installierte Kalorimeter durch Analyse kosmischer Myonen [41] durchgeführt.

Das Verhältnis von gesammelter Ladung und digitalisiertem Ausgangssignal wird für jeden Kanal durch Testsignale bestimmt. Dabei wird in der »kalten« elektronischen Kalibration eine auf einem Kondensator gespeicherte Ladungsmenge Q_{cal} in unmittelbarer Nähe der Auslesezellen in den Signalweg eingespeist. In der »warmen« elektronischen Kalibration findet dieses Einspeisen außerhalb des Kryostaten am Eingang des Vorverstärkers statt. Wegen der dadurch entstehenden Nachteile durch Signalreflektionen wird soweit wie möglich auf die kalte Kalibration zurückgegriffen. Die zeitlichen Schwankungen der aus der elektronischen Kalibration gewonnenen Werte sind gering. Daher ist es ausreichend, die Kalibrationswerte in Abständen von ungefähr einem Monat zu aktualisieren.

---

[2] IF und OF2 bestehen mechanisch aus Halbrädern

Eine *in situ* Untersuchung der Genauigkeit der Gesamtkalibration bei sehr niedrigen Energien ($< 1{,}5\,\mathrm{GeV}$) erlauben durch kosmische Myonen erzeugte, in den Spurkammern nachgewiesene δ-Elektronen [42]. Eine Feinkalibration des Kalorimeters bezüglich der elektromagnetischen Energieskala und eine Kontrolle der hadronischen Energieskala durch Ereignisse tiefunelastischer Streuung wird in Anhang A beschrieben.

Clustering und Gewichtung

Bei der Rekonstruktion der im Kalorimeter deponierten Energiesignale werden benachbarte signalgebende Zellen nach einem festgelegten Schema zu Gruppen, sogenannten *Clustern*, zusammengefaßt.

Der erste Schritt ist hierbei eine Unterdrückung von allein durch elektronisches Rauschen verursachten Signalen. Zeichnet man die Signale der Zellen ohne zugrunde liegendes physikalisches Ereignis auf, so ergibt sich eine näherungsweise gaußförmige Rauschsignalverteilung, deren Mittelwert (*Pedestal*) und Breite σ_{noise} für jede einzelne Zelle charakteristisch sind. Das Energieäquivalent von σ_{noise} liegt im allgemeinen zwischen 10 MeV und 30 MeV [38]. In der Auswertung von physikalischen Ereignissen werden nun nur Zellen berücksichtigt, deren Signalbetrag um einen bestimmten Faktor x über σ_{noise} liegt (BBE und CB: $x = 2$, FB:$x = 2,5$, IF: $x = 3$). Um das Datenvolumen zu reduzieren, erfolgt dieser Schnitt schon während der Datennahme direkt durch entsprechende Prozessoren. Nach einem zweiten, topologischen Schnitt werden nur noch die Zellen verwendet, deren Signal über $4 \cdot \sigma_{noise}$ liegt oder die an eine Zelle grenzen, die diese Schwelle überschreitet.

Die Signale der verbleibenden Zellen sind der Ausgangspunkt für den Cluster-Algorithmus. Es werden zunächst »zweidimensionale« Gruppen benachbarter Zellen zusammengefaßt, die dann in Schichten den eigentlichen Cluster bilden. Durch die gaußförmige Verteilung der Rauschsignale können Cluster mit negativer Gesamtenergie entstehen, welche

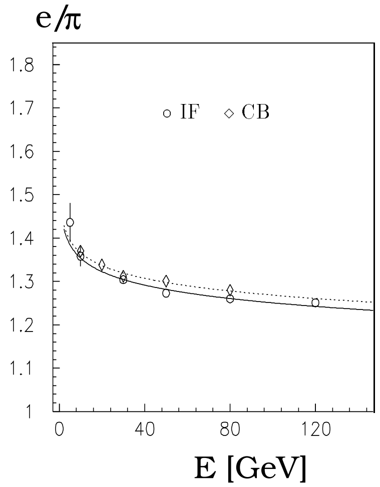


Abbildung 2.7: Signalverhältnis von Elektronen und Pionen gleicher Energie für IF und CB (aus [39])

Das LAR-Kalorimeter	Elektromagnetischer Teil	Hadronischer Teil
Granularität	10 bis 100 cm^2	50 bis 2000 cm^2
Tiefe	20 bis 30 X_0	4,5 bis 8 λ
Kanäle	30784	13568
Auflösung $\sigma(E)/E$	$12\%/\sqrt{E_e} \oplus 1\%$	$\approx 50\%/\sqrt{E_h} \oplus 2\%$
Rauschen σ_{noise}	10 bis 30 MeV	
Polarwinkelbereich	$4^\circ < \theta < 155^\circ$	

Tabelle 2.2: Einige Eigenschaften des LAr-Kalorimeters

verworfen werden.

Energieverluste durch passives Material vor den Stacks und in den Cracks werden durch die Addition von in Simulationsrechnungen bestimmten Energiemengen zu den Zellen der innersten Kalorimeterlage bzw. an den Modulgrenzen ausgeglichen.

Das H1-LAr-Kalorimeter ist nicht kompensierend, d.h Elektronen deponieren durch die Struktur der von ihnen ausgelösten Schauer im Mittel ein höheres Signal als Hadronen gleicher Energie (siehe Abbildung 2.7). Dieses wird durch eine Gewichtung der als hadronischen Ursprungs erkannten Cluster ausgeglichen. Die Klassifizierung der Cluster erfolgt durch Analyse der in ihnen beobachteten Enerergiedichteverteilungen. Je nach Energie der ungewichteteten Cluster erfolgt eine linear oder exponentiell energieabhängige Gewichtung [44] der sie bildenden Zellen.

Mit diesen Verfahren wurden in den Teststrahlexperimenten relative Auflösungen von $12\%/\sqrt{E_e} \oplus 1\%$ für elektromagnetische und $50\%/\sqrt{E_h} \oplus 2\%$ für hadronische Schauer erreicht [39, 40].

Tabelle 2.2 faßt wichtige Eigenschaften des H1-LAr-Kalorimeters zusammen.

Trigger

Neben der reinen Energiemessung dienen die Signale des Flüssigargon-Kalorimeters auch der Trigger-Entscheidung. Dazu ist das Kalorimeter in 256 auf den nominellen Wechselwirkungspunkt ausgerichtete geometrische Untereinheiten, die sogenannten *Bigtower*, eingeteilt. Die Signale dieser Einheiten werden in einer zur Energiemessung parallelen Auslesekette mit schneller Signalformung verarbeitet. Die Ausleseentscheidung wird beim Überschreiten von Schwellwerten unterschiedlicher Energiesummen (Energie in einzelnen Kalorimeterteilen, fehlende Transversalimpulse, ...) getroffen. Zusätzlich können kompakte elektromagnetische Schauer, wie sie von gestreuten Elektronen in tiefunelastischen Streuereignissen mit hohem Impulsübertrag erwartet werden, den Trigger auslösen (siehe Abschnitt 2.2.4).

Das Monitor-Programm ARMON

Das Programm ARMON [47] hat die Aufgabe, das Verhalten der einzelnen Zellen des LAr-Kalorimeters während der Datennahme zu überwachen. Zu diesem Zweck analysiert es auf Basis eines Zufallsgenerators genommene Ereignisse (Rate $\sim$ 0,2 Hz), die nur Rausch- und Störsignale enthalten. Diese Informationen werden, gemittelt über jeweils 3000 Ereignisse, mit denen der elektronischen Kalibration verglichen und bei signifikanten Abweichungen im Rausch- und Störsignalverhalten die entsprechenden Kanäle in der Rekonstruktion unterdrückt. Hiervon sind pro ARMON-Durchlauf im Mittel etwa 80 Zellen betroffen.

2.2.3 Weitere Detektorkomponenten

Vor- und rückwärtige Kalorimeter

Im extremen Vorwärtsbereich ($0,6^\circ < \theta < 3^\circ$) dient das PLUG (*plug*: Stopfen), ein Kupfer-Silizium-Kalorimeter, dem Nachweis von mit dem Protonrest assoziierten Hadronen.

Den rückwärtigen Bereich deckt das SpaCal (*Spaghetti Calorimeter*) ab. Dieses Blei-Szintillatorfaser-Kalorimeter mit einem elektromagnetischen und einem hadronischen Teil (1192/136 Auslesekanäle) überdeckt den Polarwinkelbereich von 153° bis $177,8^\circ$ bzw. 159° bis 178°. Das SpaCal ist eine entscheidende Detektorkomponente für die Analyse tiefunelastischer Streuereignisse mit niedrigem Impulsübertrag bis $Q^2 \sim 100$ GeV^2. Außerdem ermöglicht die gute Zeitauflösung des Kalorimeters die Unterdrückung von Untergrundereignissen.

Myondetektoren

Wegen der geringen Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Bremsstrahlung haben Myonen ein hohes Durchdringungsvermögen. Im Zentralbereich des H1-Detektors werden sie in Streifen- und Drahtdetektoren (*streamer tubes*) nachgewiesen, die in das feldrückführende Eisenjoch der supraleitenden Spule implementiert sind (»instrumentiertes Eisen«). Neben dem Nachweis von Myonen dient das instrumentierte Eisen auch als sogenannter *Tail-Catcher*, um Ausläufer hadronischer Schauer, die nicht vollständig in den übrigen Kalorimetern enthalten sind, zu vermessen.

In Vorwärtsrichtung befindet sich ein zusätzlicher Myondetektor, der aus vor und hinter einem Toroidmagneten angeordneten Driftkammern besteht.

ToF

Ein Mittel zur Reduktion von strahlinduziertem Untergrund bilden die vor, im und hinter dem H1-Detektor installierten Flugzeitsysteme (*Time of Flight* ToF), welche sicherstellen, daß Detektorsignale von Teilchen stammen, deren Ursprung nahe dem nominellen Wechselwirkungspunkt liegt.

Luminositätsmessung

Die Luminositätsmessung am H1-Experiment erfolgt über den Bethe-Heitler-Prozeß

$$ep \to ep\gamma\ ,$$

dessen Wirkungsquerschnitt groß und exakt berechenbar ist. Die Rate dieses Prozesses wird mit Hilfe eines Elektron-*Taggers* (ET, in einem Abstand von 33 m in Rückwärtsrichtung installiert) und eines Photondetektors (PD, in einem Abstand von 103 m) bestimmt. Beides sind Kristall-Kalorimeter, in denen Čerenkov-Licht erzeugt und nachgewiesen wird.

Zusätzlich dient der ET dem Nachweis des gestreuten Elektrons in Photoproduktionsereignissen. Der PD kann zum Nachweis radiativer Ereignisse mit zusätzlichem γ im Endzustand genutzt werden.

2.2.4 Trigger und Ereignisrekonstruktion

Das Trigger-System hat die Aufgabe, physikalisch interessante Ereignisse schnell und effizient zu erkennen und deren Aufzeichnung auszulösen. Der Grundzeittakt ist dabei das *Bunch Crossing* BC, die Kollision von Proton- und Elektronpaketen im zeitlichen Abstand von 96 ns. Dies führt zu einer Signalfrequenz von ca. 10 MHz. Dabei werden im *Pipeline*-Verfahren die Detektorsignale der letzten ~ 30 BCs bis zur Trigger-Entscheidung gespeichert.
Diese Signale werden dann von drei hierarchisch aufgebauten Trigger-Stufen (L1, L2 und L4) steigender Komplexität bearbeitet, um physikalisch interessante Ereignisse auszuwählen.
Dabei erhält L1 Signale von praktisch allen Detektorkomponenten. Diese Informationen werden zu sogenannten *Subtriggern* zusammengefaßt. Subtrigger mit hohen Raten oder einem hohen Untergrundanteil werden durch *Prescaling* (nur ein bestimmter Anteil der Ereignisse eines angesprochenen Subtriggers wird weitergeleitet) reduziert. Die entscheidenden Subtrigger für das Auslesen von Ereignissen tiefunelastischer Streuung mit hohem Impulsübertrag Q^2, bei denen das Elektron in den Akzeptanzbereich des LAr-Kalorimeters gestreut wird, sind die Subtrigger S67 und S75 [46]. Ersterer enthält nur Informationen des LAr-Kalorimeters, letzterer noch eine zusätzliche Spurkammerinformation für den Ereigniszeitpunkt.

Die Stufe L2 bedient sich bekannter topologischer Eigenheiten bestimmter Ereignisklassen, um eine Trigger-Entscheidung zu fällen. Dabei kommen u. a. auch neuronale Netze zum Einsatz.

Insgesamt wird die Datenrate so auf eine Frequenz von ~ 40 Hz reduziert.

Auf der Stufe L4 werden die einzelnen Detektorinformationen zu einem vorläufigen Gesamtereignis rekonstruiert. Diese rekonstruierte Information entscheidet über die endgültige Speicherung des Ereignisses. Zusätzlich wird ein kleiner Teil der eigentlich verworfenen Ereignisse behalten, um die Verlustfreiheit dieser Trigger-Stufe für physikalisch interessante Prozesse untersuchen zu können.

In einer fünften Stufe (L5), die von der Ereignisaufzeichnung abgekoppelt ist, werden die Ereignisse nach vollständiger Rekonstruktion der Detektorinformation nach Ereignisklassen geordnet. Dabei wird auch eine Datenreduktion vorgenommen. Diese führt zu einem kompakten DST-Format (*Data Summary Tapes*), welches die relevanten Größen des Ereignisses (Kalorimeterenergien, Spurinformationen, ...) für die weitergehende Analyse zur Verfügung stellt.

2.2.5 Detektorsimulation

Die begrenzte Akzeptanz und das endliche Auflösungsvermögen des H1-Detektors verfälschen die gemessenen Daten. Um diese Effekte korrigieren zu können, wird das Ansprechverhalten des Detektors auf mit Monte-Carlo-Modellen generierte Ereignisse tiefunelastischer Streuung mit bekannter Topologie simuliert. Die Simulation der einzelnen Detektorkomponenten und ihrer Wechselwirkung mit den generierten Teilchen erfolgt dabei durch das Programmpaket GEANT [48]. Die besonders komplexe Simulation hadronischer Schauer übernimmt hier das Programm GHEISHA [49]. Die Simulation beruht sowohl auf Berechnungen der zugrunde liegenden Wechselwirkungen als auch auf empirischen Meßdaten aus Hadron-Nukleonstreuung und Kernreaktionen.

Eine detaillierte Detektorsimulation ist sehr rechenintensiv. Um die Simulation zu beschleunigen, wurden Verfahren entwickelt, die den Rechenaufwand durch vereinfachende Annahmen reduzieren [50, 51]. Dabei werden große Teile des Detektors als homogene Materialansammlungen betrachtet. Zusätzlich werden Eigenschaften der Teilchenschauer durch globale Parametrisierungen beschrieben, so daß nicht für jedes einzelne Ereignis in der Simulation die detailierte Schauerentwicklung berechnet werden muß. Die Parameter dieser beschleunigten Simulation wurden an Hand der vollständigen Simulationsrechnungen optimiert.

Kapitel 3

Selektion der Daten

Die vorliegende Analyse basiert auf Ereignissen tiefunelastischer Streuung mit hohem Impulsübertrag Q^2. Abbildung 3.1 zeigt als Beispiel ein mit dem H1-Detektor gemessenes Ereignis mit einem Q^2 von $\sim 10\,000\ \mathrm{GeV}^2$. Im folgenden sollen die Selektion und die Bestimmung der kinematischen Variablen für diesen Typ von Ereignissen erläutert werden.

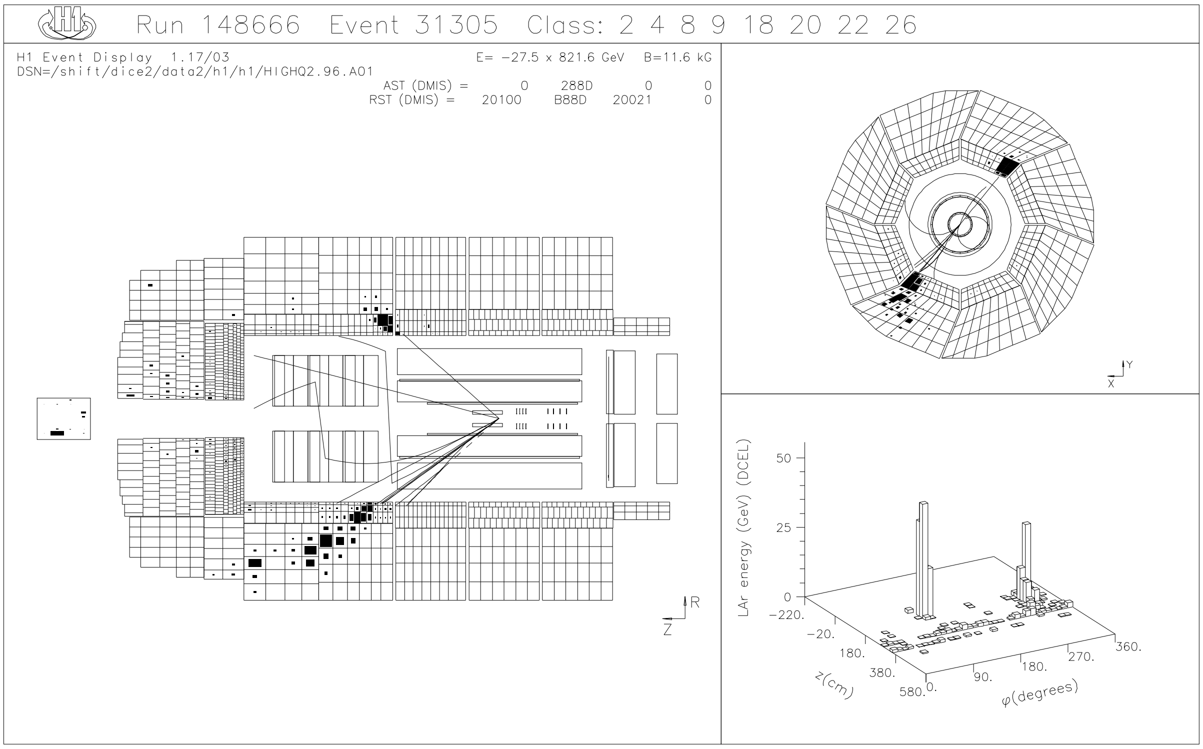


Abbildung 3.1: Ereignis tiefunelastischer Streuung mit hohem Impulsübertrag Q^2 im H1-Detektor in Seiten- und Frontalansicht. Zusätzlich ist ein Histogramm der im LAr-Kalorimeter deponierten Energien in der $z\phi$-Ebene gezeigt.

Die Topologie dieser Ereignisklasse wird durch das unter großem Ablenkwinkel gestreute Elektron, welches einen hochenergetischen, kompakten Cluster im elektromagnetischen Teil des LAr-Kalorimeters hinterläßt, geprägt. Der Transversalimpuls dieses isolierten Elektrons wird durch den ausgedehnten hadronischen Endzustand balanciert. Die Selektion, die einerseits eine möglichst hohe *Reinheit* (⇒ wenig fehlidentifizierte Ereignisse) und andererseits eine hohe *Effizienz* (⇒ geringer Verlust von Ereignissen) erreichen soll, macht sich diese markante Ereignistopologie zunutze. In der Selektion werden noch keine Anforderungen an die Jet-Struktur der Ereignisse gestellt.

3.1 Vorselektion

Die Vorselektion tiefunelastischer Streuereignisse basiert auf den in den Jahren 1995 bis 1997 genommenen H1-Daten. Die entsprechende integrierte Luminosität beträgt $\sim 35\ \mathrm{pb}^{-1}$.

Die selektierten Ereignisse erfüllen folgende Anforderungen:

- Zur Selektion werden nur H1-Meßperioden (*Runs*) herangezogen, in denen generell jede der Hauptdetektorkomponenten nutzbar war. Zusätzlich wird für jedes Einzelereignis der Zustand der Jet-Kammern und des LAr-Kalorimeters abgefragt, so daß Perioden mit kurzzeitigen Schwierigkeiten in diesen Komponenten ausgeschlossen werden.
- Alle Ereignisse müssen einen rekonstruierten Primärvertex aufweisen.
- Die in der Selektion berücksichtigten Ereignisse wurden schon in der Rekonstruktion von der H1-Ereignisklassifizierung [52] nach minimal restriktiven Kriterien als Kandidaten für Ereignisse tiefunelastischer Streuung mit hohem Q^2 bestimmt. Dabei werden eine grobe Transversalimpulsbalance und ein elektronähnlicher Cluster im LAr-Kalorimeter gefordert.
- Die Ereignisse müssen Software-Filter gegen Untergrundereignisse mit kosmischen und Strahl-Halo-Myonen passieren, die von der Analysegruppe elektroschwacher Physik bei H1 entwickelt wurden (siehe auch Abschnitt 3.4).
- In den Ereignissen wurde durch in die H1-Analyse-Software implementierte Standardroutinen [53] ein gestreutes Elektrons im LAr-Kalorimeter identifiziert. In diesen Routinen wird der LAr-Cluster mit dem höchsten Transversalimpuls im elektromagnetischen Teil als Elektron-Kandidat betrachtet und auf räumliche Isolation und Kompaktheit untersucht. Als Kompaktheitskriterien dienen u.a. der in den ersten beiden Kalorimeterlagen deponierte Energieanteil, die Anzahl der den Cluster bildenden Zellen, die transversale Verteilung der Energiedichte und der hadronische Energieanteil des Clusters. Die Schwellwerte dieser Größen, die die Identifikation des Clusters als gestreutes Elektron bestimmen, hängen vom Polarwinkelbereich ab.

Zur Verringerung der Anzahl fehlidentifizierter Ereignisse (siehe auch Abschnitt 3.4) wird zusätzlich im Akzeptanzbereich der zentralen Jet-Kammer eine Zuordnung des Elektron-Clusters zu einer rekonstruierten Spur, wie man sie von einem geladenen Teilchen erwartet, verlangt. Dabei darf der senkrechte Abstand der Spur vom Cluster-Schwerpunkt bis zu 12 cm betragen.

Eine ausführliche Beschreibung der das Elektron identifizierenden Algorithmen findet sich in [54].

Die Effizienz der LAr-Elektron-Subtrigger liegt für den kinematischen Bereich der vorliegenden Analyse bei nahezu 100% (für detaillierte Untersuchungen siehe z.B. [55]). Da die

Analyse die Messung einer Jet-Rate zum Ziel hat, ist der genaue Wert der Effizienzen nicht von entscheidender Bedeutung. Es muß allerdings sichergestellt sein, daß die Wahrscheinlichkeit, ein Ereignis mit ausgeprägter Multi-Jet-Struktur aufzuzeichnen, nicht größer oder kleiner als für die Gesamtheit der tiefunelastischen Streuereignisse ist. Daß dies gewährleistet ist, zeigen die Untersuchungen in Abschnitt 4.2.3.

3.2 Rekonstruktion der Ereigniskinematik

Bei bekannter Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$ ist die Kinematik des tiefunelastischen Streuprozesses durch zwei Meßgrößen definiert. In der vorliegenden Analyse werden zur Rekonstruktion der kinematischen Variablen drei unterschiedliche Methoden benutzt:

Elektronmethode

Diese in der vorliegenden Analyse vorrangig verwendete Methode bestimmt die kinematischen Variablen allein aus Energien und Polarwinkel des einlaufenden bzw. gestreuten Elektrons ($E_e, E_{e'}, \theta_{e'}$):

$$\begin{aligned} Q^2_{el} &= 2 E_e E_{e'} \cdot (1 + \cos\theta_{e'}), \\ y_{el} &= 1 - \frac{E_{e'}}{2 E_e} \cdot (1 - \cos\theta_{e'}), \\ x_{el} &= \frac{Q^2_{el}}{s \cdot y_{el}} \end{aligned}$$

Diese Methode bietet eine sehr gute Auflösung in Q^2. Die Auflösung in der Inelastizität verschlechtert sich zu kleineren y-Werten. Bei höherem y können die Effekte von QED-Strahlungskorrekturen groß werden (siehe z.B. [55]).

Jacquet-Blondel-Methode

Die Hadron- oder auch Jacquet-Blondel-Methode [56] beruht auf den im Detektor beobachteten Teilchen des hadronischen Endzustandes.

$$\begin{aligned} y_{JB} &= \frac{\sum_h E_h - p_{z,h}}{2E_e}, \\ Q^2_{JB} &= \frac{(\sum_h p_{x,h})^2 + (\sum_h p_{y,h})^2}{1 - y_{JB}}, \\ x_{JB} &= \frac{Q^2_{JB}}{s \cdot y_{JB}} \end{aligned}$$

Summiert wird dabei über die Energie- und Impulskomponenten der dem hadronischen Endzustand des Ereignisses zugeordneten Detektorobjekte h.

Wegen ihres vergleichsweise schlechten Auflösungsvermögens findet die Jacquet-Blondel-Methode ihre hauptsächliche Anwendung in den Ereignissen mit geladenem Strom, in denen sie wegen des nicht nachweisbaren Neutrinos im Endzustand die einzige Möglichkeit der Kinematikbestimmung darstellt.

Doppelwinkelmethode

Die Berechnung der Ereigniskinematik kann auch allein über die Winkelgrößen des Endzustandes erfolgen. Dabei wird neben dem Polarwinkel des gestreuten Elektrons $\theta_{e'}$ der effektive Polarwinkel des hadronischen Endzustandes

$$\theta_{had} = \arccos\left(\frac{(\sum_h p_{x,h})^2 + (\sum_h p_{y,h})^2 - (\sum_h (E_h - p_{z,h}))^2}{(\sum_h p_{x,h})^2 + (\sum_h p_{y,h})^2 + (\sum_h (E_h - p_{z,h}))^2}\right)$$

benötigt[1].

Die kinematischen Variablen ergeben sich als

$$Q^2_{DW} = \frac{4E_e^2 \sin\theta_{had}(1+\cos\theta_{had})}{\sin\theta_{had} + \sin\theta_{e'} - \sin(\theta_{had}+\theta_{e'})},$$

$$y_{DW} = \frac{\sin\theta_{e'}(1-\cos\theta_{had})}{\sin\theta_{had} + \sin\theta_{e'} - \sin(\theta_{had}+\theta_{e'})},$$

$$x_{DW} = \frac{E_e}{E_p} \cdot \frac{sin\theta_{had} + \sin\theta_{e'} + \sin(\theta_{had}+\theta_{e'})}{sin\theta_{had} + \sin\theta_{e'} - \sin(\theta_{had}+\theta_{e'})}$$

Ein Vorteil der Doppelwinkelmethode ist ihre weitgehende Unabhängigkeit von Energieskalenunsicherheiten des Detektors, so daß diese Methode für eine Überprüfung und Verbesserung der Detektorkalibration herangezogen werden kann (vgl. Anhang A).

Die Auflösung in der Inelastizität ist hier für kleine Werte von y sehr viel besser als die mit der Elektronmethode erzielte (siehe auch den folgenden Abschnitt).

3.3 Definition des endgültigen Datensatzes

Aus den nach den Kriterien in Abschnitt 3.1 vorselektierten Daten wird durch zusätzliche Schnitte der endgültige Datensatz für die Jet-Analyse gewonnen.

Zunächst werden zwei allgemeine Anforderungen an die Ereignisqualität gestellt, die zur Reduzierung des Untergrundanteils beitragen:

- Die z-Vertexkoordinate darf nicht weiter als 30 cm vom nominellen Wechselwirkungspunkt entfernt sein. Ereignisse, deren Vertex zu weit von der erwarteten Wechselwirkungszone entfernt liegt, werden dementsprechend verworfen. Die Verteilung der z-Vertexkoordinate variiert im Zeitraum ’95-’97 nicht (Abbildung 3.2 links). Die entsprechenden Verteilungen in den Detektorsimulationen der zur Korrektur der Daten verwendeten Monte-Carlo-Modelle ARIADNE und LEPTO [2] sind im Vergleich mit den Daten um etwa 1 cm in negativer bzw. positiver Richtung verschoben (Abbildung 3.2 rechts). Diese Abweichungen sind klein genug, um auf eine vertexabhängige Umgewichtung zu verzichten.

---

[1] θ_{had} entspricht dem Polarwinkel des gestreuten Quarks bei einer Beschreibung der Ereignisse im Rahmen des Quark-Parton-Modells

[2] Hier und im weiteren beinhalten alle Verteilungen der Monte-Carlo-Modelle auf Detektorniveau durch das Programm DJANGO berechnete Strahlungseffekte.

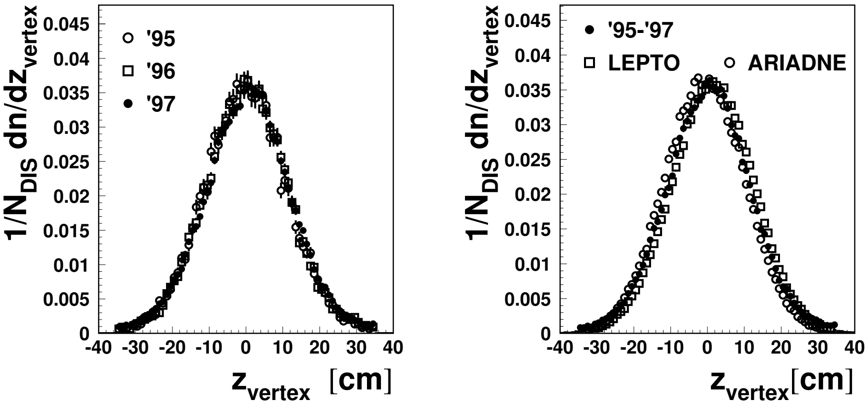


Abbildung 3.2: z-Vertex-Verteilung für die Daten der Jahre '95-'97 und die Detektorsimulationen der Monte-Carlo-Modelle

- Ein weiterer Schnitt erfolgt auf die Größe $E - p_z := \sum_i (E_i - p_{z,i})$, in die die Energien und Longitudinalimpulse aller in den Kalorimetern gemessenen Teilchen eingehen. In einem perfekt rekonstruierten Ereignis beträgt der Wert dieser Größe wegen Energie- und Impulserhaltung $2E_e = 55\,\text{GeV}$. Für die selektierten Ereignisse darf der rekonstruierte Wert von $E - p_z$ nicht mehr als 25 GeV nach unten bzw. 15 GeV nach oben von diesem Sollwert abweichen.

Der kinematische Bereich der Analyse wird durch die folgenden Schnitte definiert:

- $Q^2 > 150\,\text{GeV}^2$
- $0{,}1 < y < 0{,}7$
  Die obere Grenze für y dient der Unterdrückung von Untergrundereignissen (siehe Abschnitt 3.4). Die untere Grenze vermeidet kinematische Grenzbereiche, in denen die für Teile der Jet-Analyse notwendigen Lorentz-Transformationen von Unsicherheiten der Messung stark beeinflußt werden.
- $\theta_{e'} < 150°$;
  Hierdurch wird sichergestellt, daß das gestreute Elektron vollständig im Akzeptanzbereich des LAr-Kalorimeters liegt.

Die Schnitte $Q^2 > 150$ GeV^2 und $y < 0,7$ werden auf die aus der Elektronmethode rekonstruierten Größen angewendet. Abbildung 3.3 zeigt hierfür die relativen Auflösungen ($\sim 6\%$ in Q^2, $\sim 5\%$ in y für das generierte y im Bereich von 0,4 bis 0,7). Für y-Werte unter 0,2 ist die relative Auflösung mit $\sim 23\%$ in der Doppelwinkelmethode besser (Abbildung 3.3 unten rechts), so daß der Schnitt $y > 0{,}1$ mit dieser Methode appliziert wird. In den Fällen, in denen das Elektron ein Photon abgestrahlt hat, werden die generierten Größen aus den summierten Vierervektoren von gestreutem Elektron und dem Photon berechnet, falls der Winkel zwischen diesen beiden Teilchen unter 3° liegt. Dies entspricht dem Separationsvermögen des LAr-Kalorimeters [57].

Der Polarwinkel des gestreuten Elektrons wird aus der zugeordneten Spur rekonstruiert. Die Auflösung beträgt $\sim 2\,\text{mrad}$ (Abbildung 3.3 oben rechts).

Insgesamt enthält der durch diese Schnitte definierte Datensatz $\sim 60\,000$ Ereignisse. Die zur Verfügung stehende Zahl von Monte-Carlo-Ereignissen mit Detektorsimulation, generiert mit den Modellen ARIADNE und LEPTO, ist jeweils etwa dreimal so groß.

Die Schnitte auf Q^2, y und $\theta_{e'}$ werden in der folgenden Jet-Analyse für den Vergleich mit den Daten auch auf dem Generatorniveau der Monte-Carlo-Modelle und in den QCD-Rechnungen angebracht.

Zur Energiemessung des gestreuten Elektrons wurde ein spezielles Kalibrationsverfahren angewendet, welches beobachtete leichte Diskrepanzen zwischen der Messung und der Detektorsimulation der Monte-Carlo-Modelle beseitigt (siehe Anhang A). Abbildung 3.4 zeigt die daraus resultierende gute Beschreibung der mit der Elektron-Methode gemessenen kinematischen Variablen durch die Monte-Carlo-Modelle für den selektierten Datensatz. Neben Q^2_{el}, x_{el} und y_{el} sind die Masse des hadronischen Endzustandes W_{el}, der Winkel des gestreuten Quarks $\theta_{had,el}$ sowie rekonstruierte Elektronenergie und -streuwinkel aufgetragen. In der mit der Doppelwinkelmethode rekonstruierten Inelastizitätsverteilung y_{DW} (4. Teilabbildung in 3.4) ist eine leichte Abweichung des Modells ARIADNE im Vergleich mit den Daten zu erkennen. LEPTO zeigt diese Abweichung nicht.

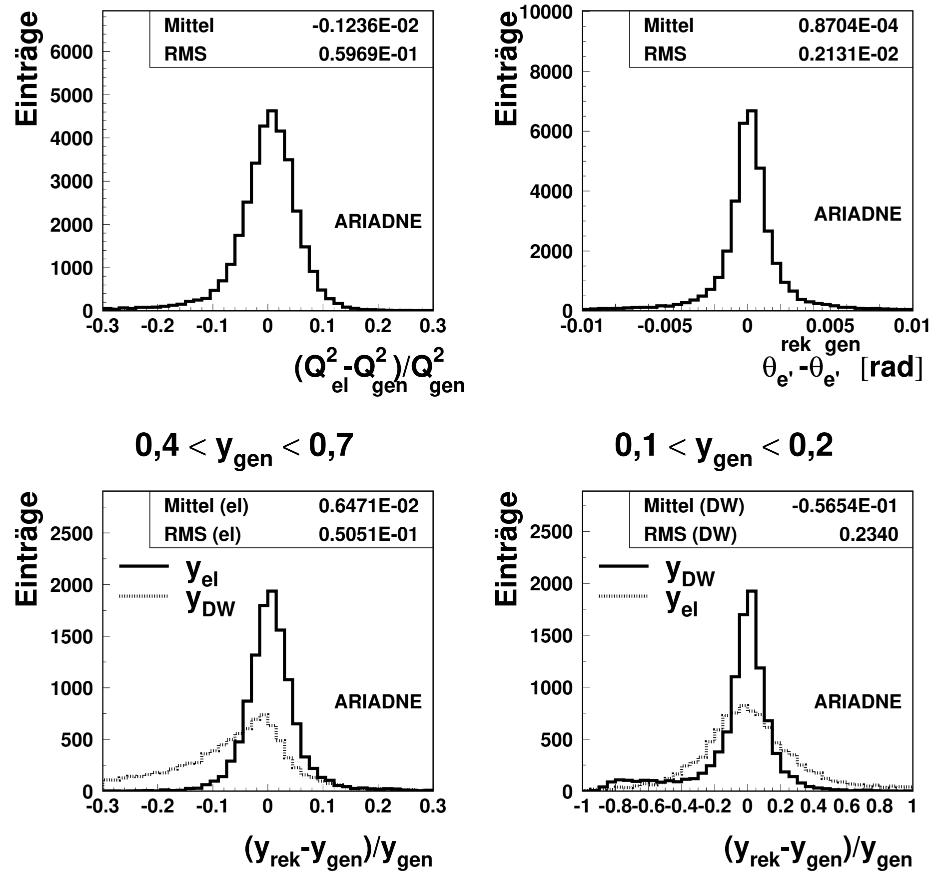


Abbildung 3.3: Auflösung in den Variablen Q^2, y und $\theta_{e'}$, die den kinematischen Bereich der Analyse bestimmen. Den Verteilungen liegt das Modell ARIADNE zugrunde.

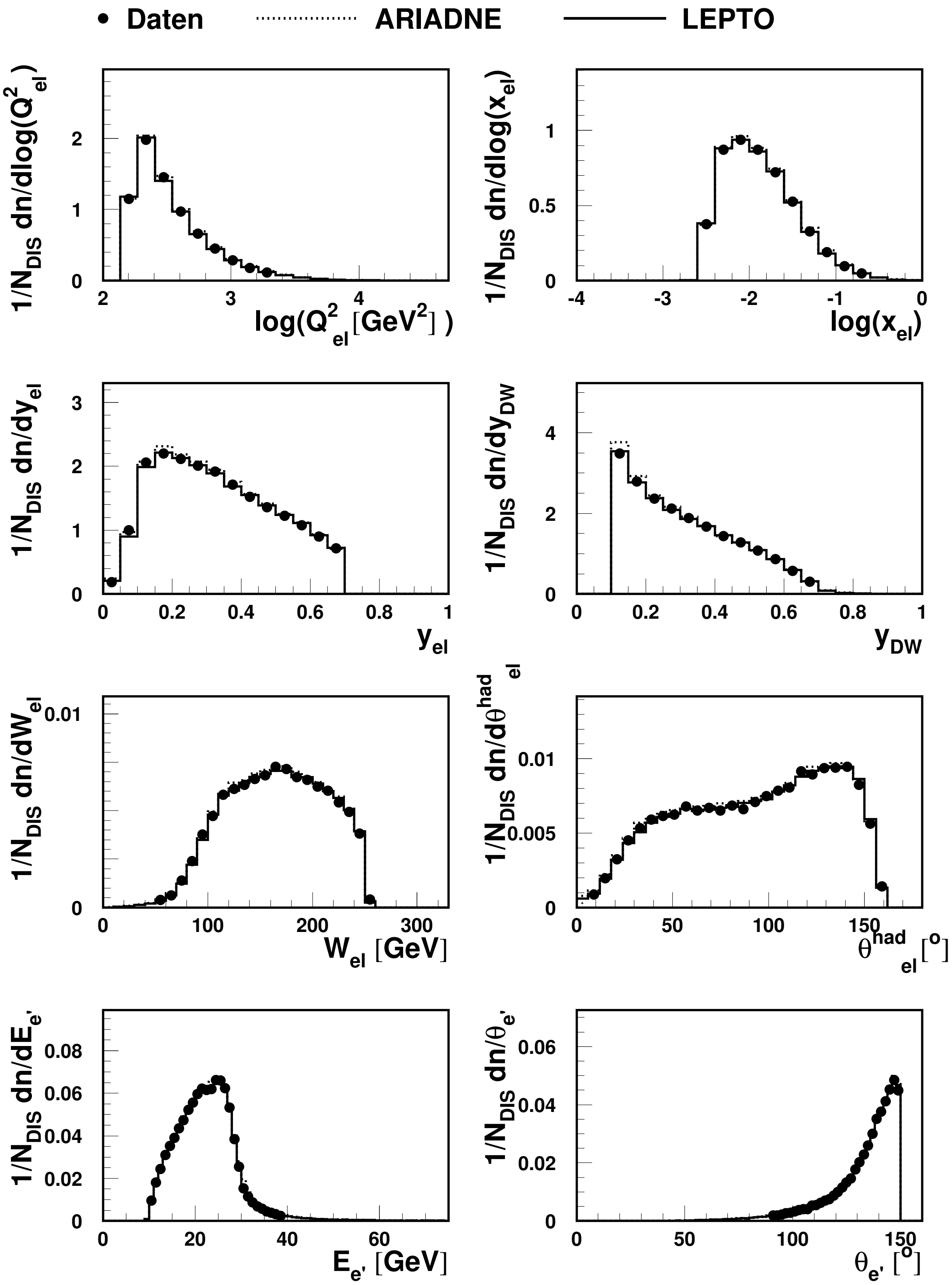


Abbildung 3.4: Beschreibung rekonstruierter kinematischer Variablen durch die Monte-Carlo-Modelle ARIADNE und LEPTO im selektierten Datensatz. Die statistischen Fehler der Daten sind kleiner als die Symbolgröße.

3.4 Untergrundereignisse

Um die Reinheit des durch die Selektionsschnitte definierten Datensatzes zu untersuchen, wurden verschiedene Quellen für fehlidentifizierte Ereignisse (Untergrund), die nicht aus tiefunelastischer Streuung stammen, betrachtet.

Photoproduktion

Der Wirkungsquerschnitt für die Wechselwirkung quasi-reeller vom Elektron ausgesandter Photonen mit dem Proton liegt um Größenordnungen über dem für tiefunelastische Streuung. Daher können die eher unwahrscheinlichen Topologien dieser Ereignisklasse, in denen ein Teil des hadronischen Endzustandes im LAr-Kalorimeter fälschlich als gestreutes Elektron identifiziert wird, trotzdem einen nicht zu vernachlässigenden Untergrundanteil erzeugen.

Außer durch die Forderung nach einer rekonstruierten Elektronspur wird diese Möglichkeit der Fehlidentifikation durch den $(E - p_z)$-Schnitt (vgl. Abschnitt 3.3) eingeschränkt, da in Photoproduktionsereignissen wegen des im Strahlrohr verschwindenden Elektrons für diese Größe ein kleiner Wert ($\ll 55$ GeV) gemessen wird. Außerdem reduziert der Schnitt $y_{el} < 0,7$ den Anteil als Elektron fehlidentifizierter Cluster, da das Energiespektrum dieser »Elektron«-Kandidaten stark abfällt und damit zu eher hohen Werten der berechneten Inelastizität führt.

Um den Photoproduktionsanteil der selektierten Daten zu quantifizieren, wurde eine Detektorsimulation von mit dem Monte-Carlo-Generator PYTHIA [58] generierten Ereignissen verwendet. Die Zahl der darin die Selektionschnitte erfüllenden Ereignisse führt für den selektierten Datensatz zu einem abgeschätzten Photoproduktionsuntergrund von ungefähr 0,2%.

Myon-induzierter Untergrund

Durch Bremsstrahlung und Erzeugung von δ-Elektronen können Myonen im LAr-Kalorimeter elektromagnetische Schauer erzeugen, die als gestreutes Elektron fehlidentifiziert werden. Quelle für diese Myonen sind einerseits die kosmische Höhenstrahlung und andererseits Wechselwirkungen des HERA-Protonstrahls mit dem Strahlrohr oder im Strahlrohr verbliebenem Restgas, welche strahlparallele Halo-Myonen erzeugen. Diese Ereignisse haben charakteristische Merkmale (z. B. Signale im instrumentierten Eisen), die ihre Unterdrückung durch die in der Vorselektion angewendeten Software-Filter [59] ermöglichen.

Eine Kontrolle von ~ 250 selektierten Ereignissen in der graphischen H1-Ereignisdarstellung ergab keine Hinweise auf verbliebene Untergrundereignisse.

Diffraktive Ereignisse

Keinen Untergrund im eigentlichen Sinne, aber doch eine sehr spezielle Klasse von Ereignissen, stellen die diffraktiven Ereignisse dar.

In den selektierten Daten liegt der Anteil dieser Art von Ereignissen, definiert über eine Energiedeposition im Winkelbereich $< 15^\circ$ im LAr-Kalorimeter von weniger als 500 MeV, bei

1,7%. Das Modell LEPTO kann diese Ereignisse über *Soft Color Interactions* im Prinzip modellieren. In der vorliegenden Analyse wurde diese Option jedoch wegen ihrer Auswirkungen auf die Struktur des hadronischen Endzustandes nicht genutzt (siehe Anhang B). Der Anteil von Ereignissen mit Rapiditätslücke liegt dadurch erwartungsgemäß sehr niedrig bei etwa 0,2%. Das Modell ARIADNE mit den implementierten Annahmen über die Strukturfunktion des Pomerons beschreibt mit einem Anteil von 2,2% Ereignissen mit diffraktiver Signatur die Daten gut.

In der folgenden Jet-Analyse wurden die diffraktiven Ereignisse nicht gesondert behandelt.

Kapitel 4

Messung der Jets

Im folgenden Kapitel soll der in Abschnitt 3.3 definierte Datensatz hinsichtlich seiner im hadronischen Endzustand vorhanden Jets untersucht werden. Die Rekonstruktion der Jets erfolgt dabei durch zwei verschiedene Algorithmen. Es werden die wegen der begrenzten Detektorakzeptanz und -auflösung notwendigen Korrekturen der gemessenen Verteilungen behandelt sowie die systematischen Unsicherheiten der Messung diskutiert.

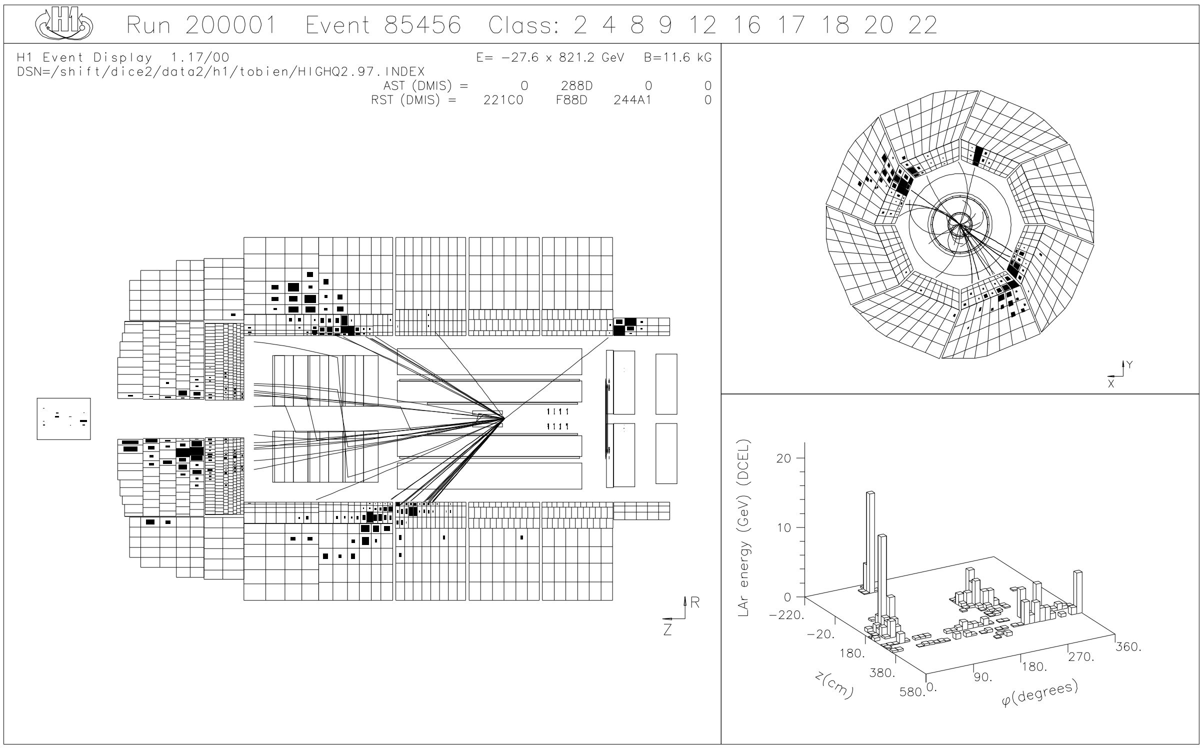


Abbildung 4.1: Ein Ereignis tiefunelastischer Streuung mit ausgeprägter (2+1)-Jet-Signatur im H1-Detektor ($Q^2 \sim 220\,\mathrm{GeV}^2$). Es gelten die Erläuterungen zu Abbildung 3.1.

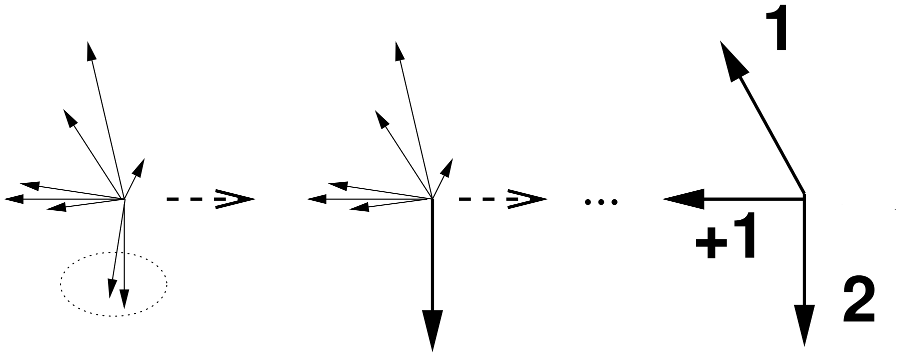
4.1 Jet-Algorithmen und -Observablen

Da eine derart klare Ausprägung der Jet-Struktur, wie sie in dem Ereignis in Abbildung 4.1 zu sehen ist, nicht der Regelfall ist, muß eine für jedes Ereignis verbindliche Prozedur gefunden werden, die die Jets definiert.

In der vorliegenden Analyse werden hierzu iterative *Cluster*-Jet-Algorithmen benutzt. Diese Algorithmen bestimmen nach einer festgelegten Abstandsdefinition die zwei der i Objekte des hadronischen Endzustandes mit dem geringsten Abstand und fassen diese nach einem bestimmten Schema zusammen. Mit den verbleibenden $i-1$ Objekten wird dann schrittweise ebenso verfahren, bis ein vorgegebenes Abbruchkriterium erfüllt ist. Die so entstandenen Objektkombinationen bilden die Jets.

Dabei sollen die Algorithmen so arbeiten, daß die aus Hadronen bzw. Detektorsignalen (vgl. Abschnitt 4.2) rekonstruierten Jets möglichst viele Informationen über den zugrunde liegenden QCD-Prozeß liefern. Um dies zu erreichen, müssen sich die Algorithmen infrarot-sicher verhalten, so daß die Anwendung auch auf die Partonen in der QCD-Störungsrechnung möglich ist.

Für den in dieser Analyse angewendeten *differentiellen* Ansatz erfolgt die Zusammenfassung der Objekte des hadronischen Endzustandes so lange, bis (2+1) Jets verbleiben. Dies veranschaulicht die folgende Skizze:



Die Hauptobservable der Analyse ist y_2, das Minimum der nach der jeweiligen Definition der Algorithmen berechneten Abstände der (2+1) Jets untereinander[1].

Die Größe y_2 steht in engem Zusammenhang mit der in Abschnitt 1.3.3 definierten 2-Jet-Rate R_2. Zur Bestimmung von R_2 wird die Objektkombination durch die Jet-Algorithmen in jedem Ereignis solange fortgesetzt, bis der minimale Abstand der verbleibenden Objekte über einem *festen* Wert y_{cut} liegt. Eine gewisse Anzahl von Ereignissen hat nach dieser Prozedur eine (2+1)-Jet-Signatur. Die 2-Jet-Rate ist dementsprechend als Verhältnis der Anzahl dieser Ereignisse zur Gesamtzahl von tiefunelastischen Streuereignissen definiert.

Die Relation zwischen R_2 und y_2 ist über die Definition der *differentiellen Jet-Rate*, der Variation von R_2 mit dem Auflösungsparameter y_{cut}, gegeben:

$$D_2(y_{cut}) = -\frac{dR_2}{dy_{cut}} = -\frac{1}{N_{DIS}} \cdot \frac{dN_{(2+1)}}{dy_{cut}} \qquad (4.1)$$

---

[1] Die Bennenung des Abstandsparameters hängt nicht mit der *Inelastizität y* zusammen.

Das zusätzliche Minuszeichen wird eingeführt, da die Jet-Rate R_2 mit größer werdendem y_{cut} abnimmt. Die Anzahl der Ereignisse dN, für die $y_{cut} < y_2 < y_{cut} + dy_{cut}$ ist, entspricht der Zahl der Ereignisse $-dN_{(2+1)}$, die mit einer Erhöhung des Auflösungsparameters um dy_{cut} nicht mehr (2+1), sondern nur noch (1+1) Jets aufweisen [2]. Daraus folgt:

$$D_2(y_{cut}) = \frac{1}{N_{DIS}} \cdot \left.\frac{dN}{dy_2}\right|_{y_2 = y_{cut}} ,$$

d.h die differentielle Jetrate entspricht der auf die Gesamtzahl der Ereignisse normierten Verteilung von y_2.

Der Vorteil der Messung einer relativen Rate von Ereignissen im Gegensatz zu einem Wirkungsquerschnitt liegt darin, daß sich systematische Unsicherheiten in der Bestimmung von Trigger-Effizienzen und der Luminosität in Zähler und Nenner größtenteils gegeneinander aufheben.

In der vorliegenden Analyse kommen zwei verschiedene Jet-Algorithmen zum Einsatz, der *modifizierte Durham-Algorithmus* und der *faktorisierbare k_t-Algorithmus*:

Modifizierter Durham-Algorithmus

Dieser Algorithmus beruht auf dem in e^+e^--Experimenten für die Analyse von hadronischen Endzuständen entwickelten JADE-Algorithmus [60]. Der JADE-Algorithmus kombiniert in jedem Schritt das Objektpaar i, j des hadronischen Endzustandes mit dem kleinsten Abstand

$$d_{ij}^{JADE} := \frac{2E_iE_j(1 - \cos\theta_{ij})}{s} \tag{4.2}$$

($E_{i,j}$ = Energie der Objekte i, j, θ_{ij} = Winkel zwischen den Objekten, s = Quadrat der Schwerpunktsenergie) durch Addition der Vierervektoren. Der Zähler in Definitionsgleichung 4.2 entspricht dabei, unter Vernachlässigung der Einzelmassen, dem invarianten Massenquadrat des Objektpaares i, j.

Für die Anwendung in tiefunelastischer Elektron-Proton-Streuung werden folgende Modifikationen am JADE-Algorithmus angebracht:

- Da ein großer Anteil des hochenergetischen Protonrests unbeobachtet im Strahlrohr verschwindet, wird dem Algorithmus zusätzlich zu den Detektorobjekten ein sogenanntes *Pseudoteilchen* zugeführt, dessen Vierervektor aus dem im rekonstruierten Ereignis fehlenden Longitudinalimpuls

  $$p_{\parallel}^{miss} = (E_p - E_e) - \left(E_{e'} \cdot \cos\theta_{e'} + \sum_{Cluster\ i} p_z^i \right)$$

  rekonstruiert wird:

  $$p_{Pseudo} = (p_{\parallel}^{miss},\ 0,\ 0,\ p_{\parallel}^{miss})$$

  Unter Berücksichtigung dieses Pseudoteilchens läßt sich der Remnant-Jet rekonstruieren.

---

[2] Dies gilt unter Vernachlässigung der Ereignisse mit (3+1) oder mehr rekonstruierten Jets, die mit der Erhöhung des Auflösungsparameters nur noch eine (2+1)-Jet-Signatur zeigen (siehe auch Abschnitt 5.2).

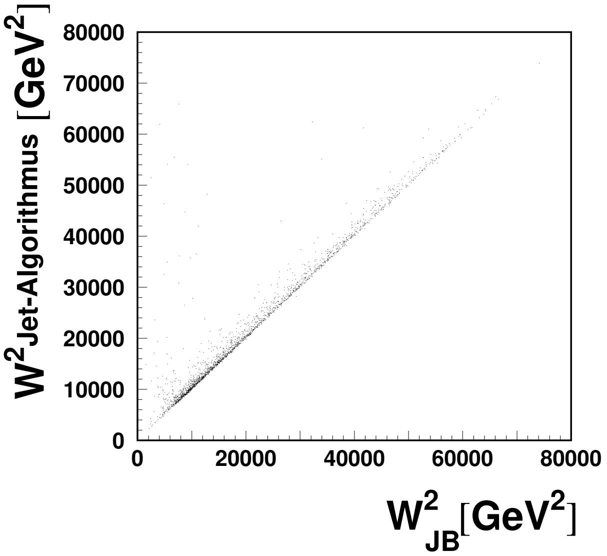


Abbildung 4.2: Korrelation der invarianten Massenquadrate des hadronischen Endzustandes für das im modifizierten Durham-Algorithmus verwendete und das nach der Jacquet-Blondel-Methode berechnete W^2 in den gemessenen Daten

- In Reaktionen des Typs ($e^+e^- \rightarrow$ Hadronen) entspricht die Schwerpunktsenergie der invarianten Masse des hadronischen Endzustandes. Analog wird in der modifizierten Version der Nenner in Gleichung 4.2, der den definierten Abstand dimensionslos macht, durch das aus den hadronischen Objekten (einschließlich des Pseudoteilchens) berechnete invariante Massenquadrat W^2 ersetzt. Dieses W^2 ist stark mit dem aus Jacquet-Blondel-Variablen berechneten korreliert (Abbildung 4.2).

Wegen des Terms $E_i \cdot E_j$ in der Abstandsdefinition 4.2 kann es im JADE-Algorithmus zu Verzerrungen in der Jet-Zuordnung weit auseinanderliegender niederenergetischer Objekte kommen (siehe Abbildung 4.3 oben). Ersetzt man diesen Term durch das Quadrat des Minimums der Energie der beiden Objekte $\min(E_i, E_j)^2$, so werden diese Verzerrungen vermieden, indem die niederenergetischen Objekte mit räumlich näherliegenden, höherenergetischen kombiniert werden (Abbildung 4.3 unten). Diese zu der im ursprünglichen JADE-Algorithmus verwendeten alternative Abstandsdefinition wurde auf einer QCD-Konferenz in Durham vorgeschlagen [61]. Daher wird der in dieser Analyse verwendete Algorithmus, der dieses Abstandsmaß und die für die tiefunelastische Streuung an den JADE-Algorithmus angebrachten Modifikationen verwendet, im folgenden als *modifizierter Durham-Algorithmus* bezeichnet.

Die mit dem JADE-Algorithmus durchgeführte H1-Analyse differentieller Jet-Raten [62] zeigte, daß sich die Auflösung der Jet-Variablen stark verbessern läßt, wenn nur Objekte mit einem Polarwinkel $\theta_{obj} > 7^\circ$ berücksichtigt werden. Kalorimeter-Cluster, die unterhalb dieses Winkels im problematischen Vorwärtsbereich des LAr-Kalorimeters liegen[3] werden verworfen

---

[3] problematisch u.a. wegen des komplizierten Prozesses der Rückstreuung von Teilchen durch totes Material in der Nähe des Strahlrohrs, welche in diesem Bereich des Kalorimeters Signale erzeugen

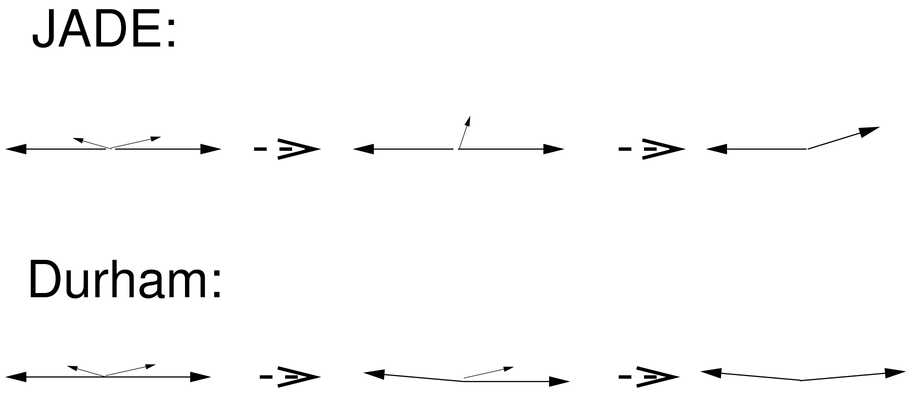


Abbildung 4.3: Kombination niederenergetischer Objekte mit großem Winkel θ_{ij} mit JADE- und Durham-Abstandsmaß

und nur indirekt im Pseudoteilchen berücksichtigt. Analog werden Partonen und Hadronen im Polarwinkelbereich unter 7° in den Monte-Carlo-Modellen und QCD-Rechnungen durch Addition der Vierervektoren zu einem Remnant-Teilchen zusammengefaßt.

In der störungstheoretischen QCD-Rechnung wird durch diesen Schnitt eine lokale Infrarot-Unsicherheit induziert, da ein Parton mit einem Polarwinkel knapp über 7° durch Abstrahlung oder Aufspaltung unter diese Grenze rutschen kann. Monte-Carlo-Rechnungen mit Partonen, deren Vierervektoren für die Jet-Rekonstruktion künstlich aufgespalten wurden, wenn sie in diesem Winkelbereich lagen, zeigten allerdings die Unabhängigkeit der Gesamtresultate von diesen Effekten. Daher wird in der vorliegenden Analyse auch für den modifizierten Durham-Algorithmus dieser die Auflösung verbessernde 7°-Schnitt appliziert.

Die Observable y_2 entspricht im modifizierten Durham-Algorithmus dem minimalen Abstand zwischen den im letzten Clustering-Schritts rekonstruierten (2+1) Jets:

$$y_2^{Durh.} = \min_{i,j}\left(\frac{2\cdot\min(E_{Jet\,i},\,E_{Jet\,j})^2\cdot(1-\cos\theta_{Jet\,i\,Jet\,j})}{W^2}\right),\quad i,j=1,2,+1$$

Faktorisierbarer k_t-Algorithmus

Im Gegensatz zum modifizierten Durham-Algorithmus, der die Objekte des hadronischen Endzustandes im Laborsystem kombiniert, wird der faktorisierbare k_t-Algorithmus [63] auf die in das Breit-System transformierten Teilchen bzw. Cluster angewendet.

Hier hat das Elektron vor und nach der Streuung dieselbe Energie, das System wird daher auch *brick wall frame* genannt. Kinematisch ist im Breit-System die Gleichung

$$2x\vec{P}+\vec{q} \;=\; 0$$

($x=$ Bjørken-Skalenvariable, $\vec{P}$, $\vec{q}=$ Impulsvektoren von Proton und virtuellem Photon) erfüllt.

Im Quark-Parton-Modell entspricht dies anschaulich einer Streuung eines in z-Richtung laufenden Quarks mit Impuls $Q/2$ an einem rein raumartigen virtuellen Photon mit Viererimpuls

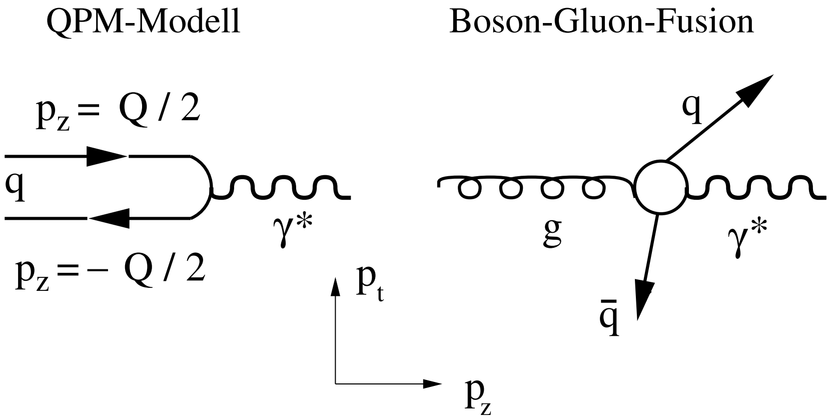


Abbildung 4.4: Parton-γ^*-Wechselwirkung im Breit-System für das Quark-Parton-Modell und für den Boson-Gluon-Fusionsprozeß

$(0,0,0,-Q)$. Das Quark wird unter einem Winkel von 180° mit dem z-Impuls $-Q/2$ zurückgestreut (siehe Abbildung 4.4 links).

Im Laborsystem müssen bei hohem Impulsübertrag Q^2 die Teilchen im hadronische Endzustand immer einen gewissen Transversalimpuls aufweisen , um den Transversalimpuls des gestreuten Elektrons zu balancieren. Im Breit-System dagegen deutet der Nachweis von Teilchen mit hohem Transversalimpuls auf einen zugrundeliegenden harten QCD-Prozeß hin, wie z. B. Boson-Gluon-Fusion, in der der Impulsanteil ξ des Gluons sehr viel größer als die Skalenvariable x sein kann (Abbildung 4.4 rechts).

Der faktorisierbare k_t-Algorithmus benutzt im Gegensatz zum modifizierten Durham-Algorithmus zwei Abstandsmaße:

$$d_i^{k_t} = 2E_i^2(1-\cos\theta_i)$$

$$d_{ij}^{k_t} = 2\min(E_i,E_j)^2(1-\cos\theta_{ij})$$

Hier gehen neben den Energien der Objekte und dem Winkel zwischen ihnen auch noch der jeweilige Winkel θ_i zur Protonrichtung ein.[4] Je nachdem, ob in einem Clustering-Schritt das Minimum der Abstände durch einen d_i- oder einen d_{ij}-Wert gegeben ist, wird das Objekt i als zum Protonrest gehörig betrachtet und im weiteren vernachlässigt oder die Objekte i und j durch Addition ihrer Vierervektoren kombiniert.

Auch im faktorisierbaren k_t-Algorithmus werden die Abstandsmaße mittels Division durch eine Referenzskala dimensionslos gemacht. In der vorliegenden Analyse wurde eine feste Skala von 100 GeV^2 gewählt.

Der so definierte Algorithmus führt zu vorteilhaften Faktorisierungseigenschaften der mit dem Protonrest verbundenen QCD-Prozesse [63]. Diese begünstigen in der Jet-Rekonstruktion

---

[4] $d_i^{k_t}$ und $d_{ij}^{k_t}$ entsprechen unter Vernachlässigung der Objektmassen den quadrierten relativen Transversalimpulsen k_t^i des Objektes i zu einem Teilchen mit unendlich großer Impulskomponente in Protonrichtung bzw. k_t^{ij} der Objekte i und j zueinander.

die Separation der dem Protonrest zugehörigen Teilchen von denen, die durch den harten QCD-Prozeß erzeugt werden. Diese Eigenschaften sind theoretische Voraussetzung für die Ausführung *resummierter* Rechnungen, in denen die führenden Terme *aller* Ordnungen in α_s berücksichtigt werden. Die Faktorisierungseigenschaften beruhen auf der Lorentz-Transformation in das Breit-System und der Vermeidung einer x-abhängigen Referenzskala.

Der faktorisierbare k_t-Algorithmus bildet keinen expliziten dem Protonrest zugeordneten Jet. Am Ende der Clustering-Prozedur steht also eine (2)-Jet-Signatur, im Gegensatz zu den (2+1) Jets, die durch den modifizierten Durham-Algorithmus erzeugt werden. Das y_2 wird daher für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus als

$$y_2^{k_t} = \frac{\min(E_{Jet\,1},\, E_{Jet\,2})^2(1-\cos\theta_{Jet\,1\,Jet\,2})}{100\,\mathrm{GeV}^2}$$

definiert.

Die Wahl dieser beiden Jet-Algorithmen ermöglicht den Vergleich von experimentellen und theoretischen Vorteilen in der Jet-Rekonstruktion. Dabei machen der Verzicht auf Lorentz-Transformationen und die Verbesserung der Detektorauflösung durch den Schnitt $\theta_{obj} > 7^\circ$ den modifizierten Durham-Algorithmus experimentell leichter zu handhaben. Die Faktorisierungseigenschaften und die Abwesenheit lokaler Infrarot-Unsicherheiten in den perturbativen QCD-Rechnungen sprechen aus theoretischer Sicht für den k_t-Algorithmus.

Tabelle 4.1 faßt die definierenden Parameter der Algorithmen zusammen.

Algorithmus	modifizierter Durham	faktorisierbarer k_t
System	Laborsystem	Breit-System
Behandlung des Protonrestes	Pseudoteilchen ($p_{\parallel}^{miss}$) $\Rightarrow$ (2+1) Jets	Isolation und Vernachlßsigung des Protonrestes $\Rightarrow$ 2 Jets
Auflösungsparameter	$d_{ij} = \frac{2\min(E_i,E_j)^2(1-\cos\theta_{ij})}{W^2}$	$d_{ij} = \frac{2\min(E_i,E_j)^2(1-\cos\theta_{ij})}{100\,\mathrm{GeV}^2}$
θ_{min} der Objekte	7°	0°
Kombination der Objekte	$p_{comb} = p_i + p_j$	

Tabelle 4.1: Definition der Jet-Algorithmen

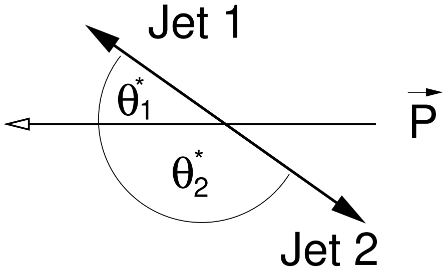
Zusätzliche Jet-Variablen

Neben y_2 wurden in der vorliegenden Analyse mit den beiden definierten Jet-Algorithmen folgende 2-Jet-Variablen gemessen:

- Die Polarwinkel $\theta_{vorw.}$ und $\theta_{rückw.}$ der beiden (nicht dem Protonrest zugeordneten) Jets im Laborsystem ($\theta_{vorw.} \leq \theta_{rückw.}$). Für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus werden die im Breit-System rekonstruierten Jets in das Laborsystem zurücktransformiert.
- Die invariante Masse m_{12} des 2-Jet-Systems
- Die gemittelte transversale Energie

  $$\langle E_t \rangle^{Breit} = \frac{E^{Breit}_{Jet\,1} \cdot \sin\theta^{Breit}_{Jet\,1} + E^{Breit}_{Jet\,2} \cdot \sin\theta^{Breit}_{Jet\,2}}{2}$$

  der beiden Jets im Breitsystem. Die mit dem modifizierten Durham-Algorithmus im Laborsystem gefundenen Jets werden zur Berechnung dieser Größe in das Breit-System transformiert. Wie in der Beschreibung des Breit-Systems erläutert ist $\langle E_t \rangle^{Breit}$ ein Maß für die Härte des dem Ereignis zugrunde liegenden QCD-Prozesses.
- Die Größe z_p, die im Schwerpunktsystem der Jets

  über die Jet-Winkel zur Protonrichtung definiert ist:

  $$z_p = \min_{i=1,2} \left(\frac{1}{2}(1 - \cos\theta_i^*) \right)$$

  Unter Vernachlässigung der Jet-Massen wird z_p aus den im Labor gemessenen Jet-Winkeln und -Energien berechnet:

  $$z_p = \frac{\min\limits_{i=1,2} \left(E_i\,(1 - \cos\theta_i)\right)}{\sum\limits_{i=1,2} \left(E_i\,(1 - \cos\theta_i)\right)}$$
- Der relative Impulsübertrag x_p, der das Verhältnis von Partonimpuls ξ und Skalenvariable x angibt. x_p kann durch den Impulsübertrag und das invariante Massenquadrat der Jets ausgedrückt werden:

  $$x_p = \frac{x}{\xi} = \frac{Q^2}{Q^2 + m_{12}^2}$$

Der Wertebereich von z_p erstreckt sich von 0 bis 0,5, der von x_p von 0 bis 1.

Die Bedeutung von z_p und x_p liegt in der Abhängigkeit der Wirkungsquerschnitte der führenden Prozesse der 2-Jet-Erzeugung in tiefunelastischer Elektron-Proton-Streuung von diesen Größen:

$$\sigma_{Boson-Gluon-Fusion} \sim \frac{1}{z_p(1-z_p)}; \quad \sigma_{QCD-Compton} \sim \frac{1}{(1-z_p)(1-x_p)} \tag{4.3}$$

Der berechnete 2-Jet-Wirkungsquerschnitt divergiert in den infraroten Grenzfällen $z_p \to 0$, was eine verschwindende Separation eines der Jets gegen die Protonflugrichtung bedeutet und $x_p \to 1$, entsprechend einer verschwindenden Separation der beiden Jets gegeneinander.

4.2 2-Jet-Struktur der Daten

Die Detektorobjekte, aus denen die beschriebenen Algorithmen die Jet-Struktur des hadronischen Endzustandes rekonstruieren, sind den Clustern des Flüssigargon-Kalorimeters i zugeordnete (masselose) Vierervektoren

$$p_i = \begin{pmatrix} E_i \\ \vec{n}_i \cdot E_i \end{pmatrix}$$

wobei E_i die Energien und $\vec{n}_i$ Einheitsvektoren vom rekonstruierten Vertex zu den Schwerpunkten der Cluster i bezeichnen.

Dabei werden die folgenden Cluster als nicht dem hadronischen Endzustand zugehörig betrachtet und in den Jet-Algorithmen nicht berücksichtigt:

- Der dem gestreuten Elektron zugeordnete Cluster
- Cluster, die in einem Kegel mit Öffnungswinkel 10° um den rekonstruierten Elektron-Vektor liegen und daher als Kandidaten für vom Elektron abgestrahlte Photonen gelten
- isolierte Cluster, deren Winkelabstand zu jedem anderen nicht dem Elektron zugeordneten Cluster größer als 50° ist. Diese Cluster können durch unter großem Winkel vom Elektron abgestrahlte Photonen oder durch Rauschen im Kalorimeter entstehen.

Für den modifizierten Durham-Algorithmus werden nach der Definition aus Abschnitt 4.1 Cluster mit einem Polarwinkel unter 7° nur indirekt über das aus den übrigen Clustern berechnete Pseudoteilchen berücksichtigt.

Für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus werden die Vierervektoren der berücksichtigten Cluster in das durch den Vierervektor des rekonstruierten Elektrons definierte Breit-System transformiert.

In Abbildung 4.5 sind die aus den so definierten Detektorobjekten resultierenden y_2-Verteilungen der beiden Jet-Algorithmen für den in Abschnitt 3.3 definierten Datensatz aufgetragen. Deutlich ist für beide Algorithmen mit steigendem y_2, was einer immer klareren Ausprägung der 2 Jets entspricht, das starke Abfallen der Verteilung zu erkennen.

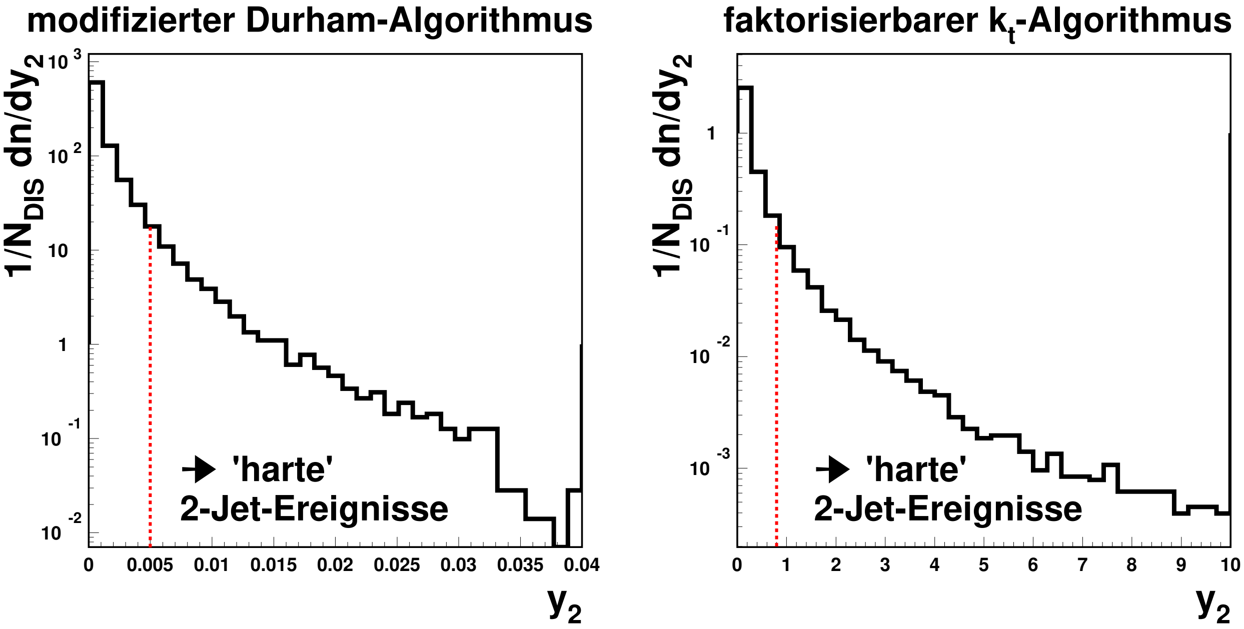


Abbildung 4.5: Der in den Daten gemessene Parameter y_2 für die beiden Jet-Algorithmen. Die gestrichelte Linie zeigt den jeweilig angebrachten Jet-Härteschnitt.

4.2.1 Jet-Härteschnitte

Da der in der QCD berechnete 2-Jet-Wirkungsquerschnitt divergiert, wenn die 2 Jets des Endzustandes nicht ausgeprägt genug sind (siehe Gleichung 4.3), müssen für die Vergleichbarkeit der Daten mit QCD-Rechnungen Jet-Härteschnitte angebracht werden.

Dabei gilt es, einen Kompromiß zwischen dem Anstreben einer möglichst klaren 2-Jet-Struktur, welche zu einer hohen Zuverlässigkeit der QCD-Rechnungen führt (siehe Kapitel 5) und der zur Verfügung stehenden Datenmenge zu finden.

In der vorliegenden Analyse wird der Schnitt auf die 2-Jet-Artigkeit über den jeweiligen y_2-Wert der Ereignisse angebracht. Dabei muß das mit dem modifizierten Durham-Algorithmus berechnete $y_2^{Durh.}$ größer als 0,005 bzw. das mit dem faktorisierbaren k_t-Algorithmus berechnete $y_2^{k_t}$ größer als 0,8 sein[5]. Diese Schnitte sind in Abbildung 4.5 durch die gestrichelten Linien angedeutet. Zum Vergleich: Die y_2-Werte für das Ereignis mit (im Laborsystem) klaren (1+1) Jets in Abbildung 3.1 sind $y_2^{Durh.} = 0,0002$ und $y_2^{k_t} = 0,34$, die für das ausgeprägte (2+1)-Jet-Ereignis in Abbildung 4.1 $y_2^{Durh.} = 0,032$ und $y_2^{k_t} = 9,4$.

Zusätzlich zu den y_2-Schnitten müssen die Jets für beide Algorithmen noch einen Schnitt $10° < \theta_{jet}^{lab} < 140°$ bezüglich ihrer Polarwinkel im Laborsystem erfüllen, der sicherstellt, daß sie vollständig im Akzeptanzbereich des hadronischen Teils des Flüssigargon-Kalorimeters liegen (Abbildung 4.6). Dabei gibt es im Polarwinkelbereich unter 10° für den modifizierten Durham-Algorithmus wegen des auf die vom Algorithmus kombinierten Objekte angewandten Schnittes $\theta_{obj} > 7°$ von vornherein weniger Jets.

---

[5] Die Unterschiede in der Größenordnung zwischen $y_2^{Durh.}$ und $y_2^{k_t}$ liegen im wesentlichen in der Wahl der Skalen W^2 und 100 GeV^2 begründet (zur Größenordnung von W^2 siehe Abbildung 4.2).

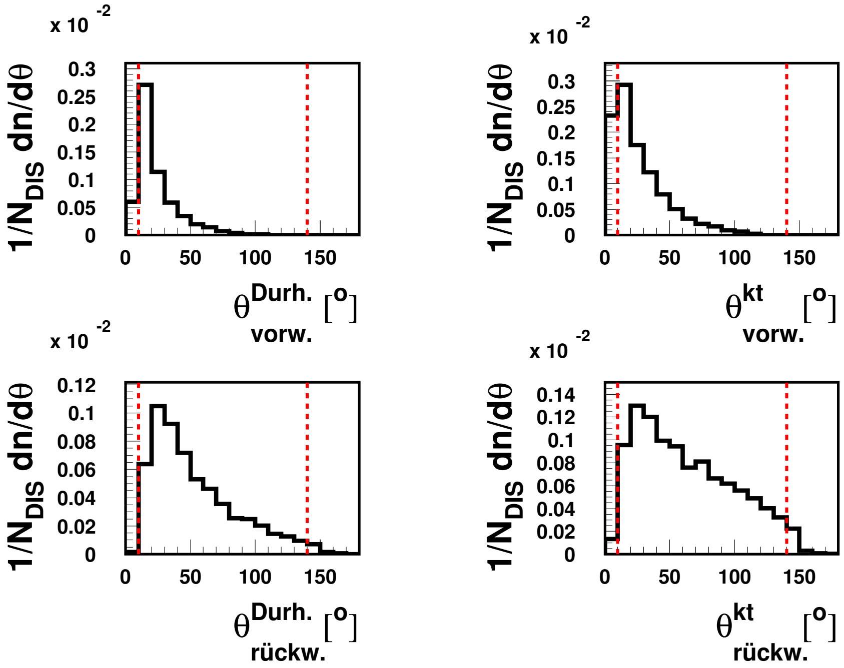


Abbildung 4.6: Vorwärts- und Rückwärtswinkel $\theta_{vorw.}$ bzw. $\theta_{rückw.}$ der beiden Jets in den Daten (Laborsystem) nach dem jeweiligen y_2-Schnitt für den modifizierten Durham-Algorithmus (links) und den faktorisierbaren k_t-Algorithmus (rechts). Die gestrichelten Linien zeigen den Akzeptanzbereich $10° < \theta < 140°$.

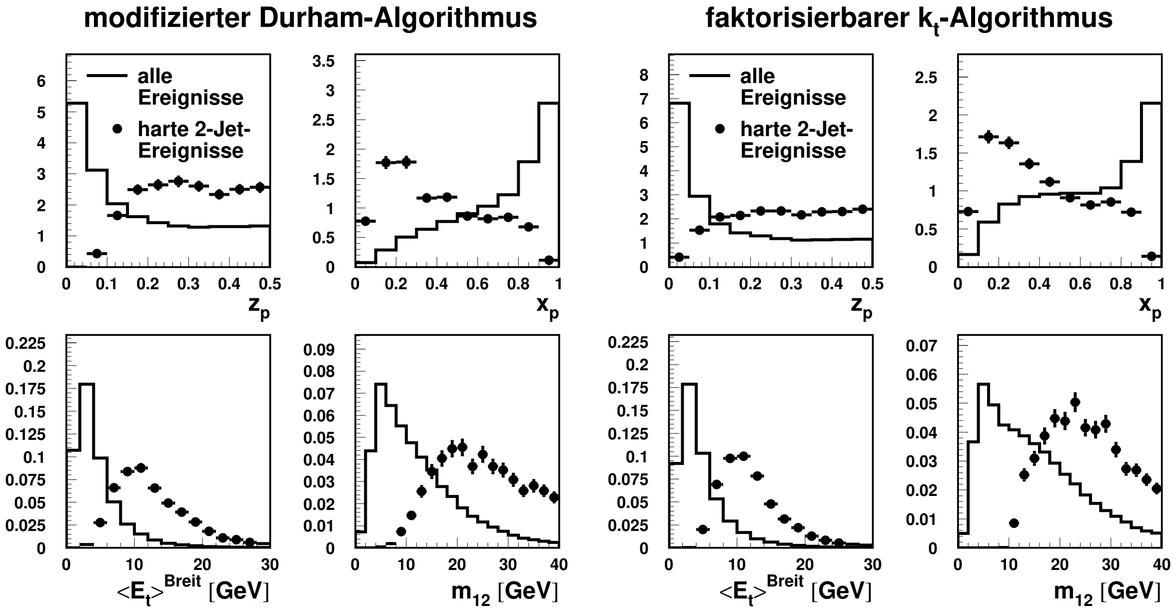


Abbildung 4.7: Einfluß der Schnitte in y_2- und θ auf die übrigen in den Daten gemessenen 2-Jet-Variablen. Die Histogramme sind auf die jeweilige Anzahl ihrer Einträge normiert.

Die so definierten Schnittbedingungen erfüllen 3017 mit dem modifizierten Durham-Algorithmus rekonstruierte (2+1)-Jet-Ereignisse. Für den faktorisierbaren k_t -Algorithmus verbleiben 4597 2-Jet-Ereignisse. Das entspricht über den gesamten kinematischen Bereich der Analyse gemittelt einer 2-Jet-Rate $R_2^{Durh.} \approx 5\%$ bzw. $R_2^{k_t} \approx 8\%$.

Die Auswirkungen der Jet-Härteschnitte sind in Abbildung 4.7 zu sehen. Sie sind für beide Algorithmen sehr ähnlich. Die in den Rechnungen divergenten Bereiche $z_p \to 0$ und $x_p \to 1$, in denen sich in der Gesamtheit der tiefunelastischen Streuereignisse die Ereignisse akkumulieren, werden durch die Härteschnitte vollständig unterdrückt. Das Maximum der mittleren transversalen Energie der Jets im Breit-System verschiebt sich von ungefähr 3 GeV zu einem Wert von etwa 10 GeV. Die invariante Masse des 2-Jet-Systems liegt nach den Härteschnitten über 8 GeV mit einem Maximum bei $\sim$ 20 GeV. All diese Verteilungen zeigen, daß durch die applizierten Härteschnitte Ereignisse mit ausgeprägter 2-Jet-Struktur selektiert werden.

4.2.2 Stabilität der Messung

Abbildung 4.8 zeigt die Anzahl der durch die definierten Schnitte selektierten harten 2-Jet-Ereignisse als Funktion der in den Jahren ’95-’97 gesammelten Luminosität. Es ist im Prinzip das erwartete lineare Anwachsen der Ereigniszahlen zu erkennen, wobei der modifizierte Durham-Algorithmus etwas größere Abweichungen von der idealen Geradenform zeigt als sie für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus auftreten. Dabei muß beachtet werden, daß das Verhältnis der den beiden Algorithmen entsprechenden Ereigniszahlen etwa 2/3 beträgt. Die Unregelmäßigkeiten lassen sich nicht den Übergängen zwischen einzelnen Jahren zuordnen.

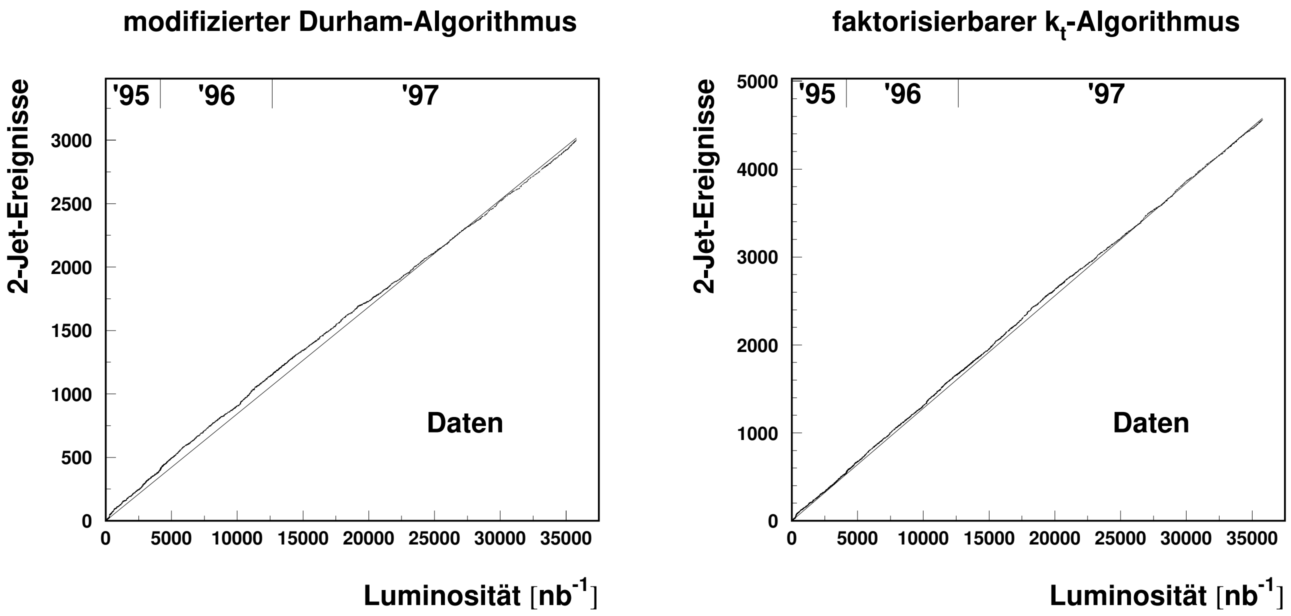


Abbildung 4.8: Zahl der akkumulierten harten 2-Jet-Ereignisse gegen die in den Jahren ’95-’97 gesammelte Luminosität für die beiden Jet-Algorithmen. Zum Vergleich ist zusätzlich ein vom ersten zum letzten Ereignis linearer Verlauf eingezeichnet.

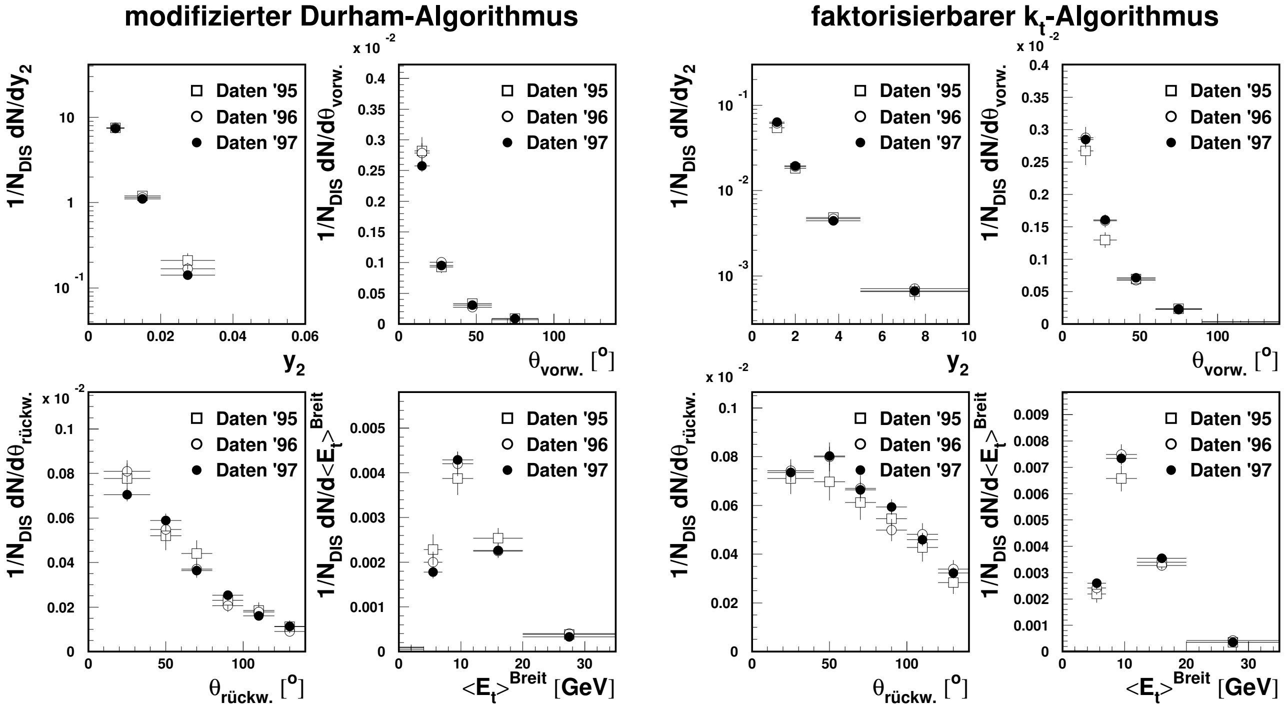


Abbildung 4.9: Vergleich der 2-Jet-Verteilungen mit statistischen Fehlern für die in den einzelnen Jahren genommenen Daten

Die Stabilität der gemessenen 2-Jet-Verteilungen in den einzelnen Jahren ist in Abbildung 4.9 zu erkennen. Innerhalb der statistischen Fehler stimmen die Messungen von y_2, der Jet-Winkel und der mittleren transversalen Energie im Breit-System überein. Dasselbe trifft für die nicht abgebildeten 2-Jet-Variablen zu.

4.2.3 Trigger

Da in der vorliegenden Analyse Jet-Raten, d. h. das Verhältnis der 2-Jet-Ereignisse zur Gesamtzahl der Ereignisse, gemessen werden, muß sichergestellt sein, daß die Effizienz der Datennahme durch die spezielle Topologie der 2-Jet-Ereignisse nicht beeinflußt wird.

Die Aufzeichnung tiefunelastischer Streuereignisse mit hohem Impulsübertrag Q^2 wird hauptsächlich durch die Elektron-Subtrigger des Flüssigargon-Kalorimeters (siehe Abschnitt 2.2.4) ausgelöst. Deren Effizienz beträgt im kinematischen Bereich der vorliegenden Analyse nahezu 100% (siehe z.B. [55]). In Abbildung 4.10 ist der Anteil selektierter Ereignisse, die mindestens einen der beiden Elektron-Subtrigger S67 oder S75 gesetzt haben, geteilt durch die Gesamtzahl selektierter Ereignisse, in Abhängigkeit vom gemessenen Q^2 aufgetragen. Sie liegt zwischen 97,5 und 99,5 %. Die Übereinstimmung zwischen harten 2-Jet-Ereignissen und dem Gesamtdatensatz ist für beide Algorithmen im gesamten Q^2-Bereich deutlich besser als 1%.

Im Prinzip steigt die Trigger-Effizienz mit wachsender Elektronenergie und damit mit höherem Q^2. Der in Abbildung 4.10 erkennbare gegenläufige Effekt läßt sich dadurch erklären,

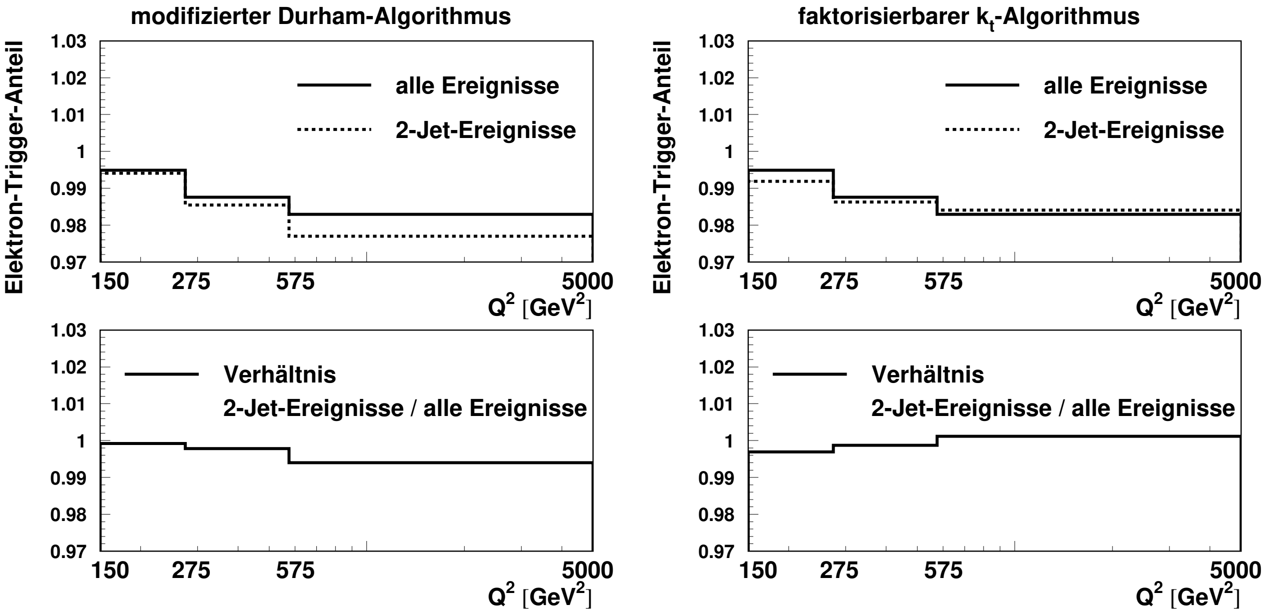


Abbildung 4.10: Anteil der Ereignisse mit gesetztem Elektron-Trigger als Funktion von Q^2 für harte 2-Jet-Ereignisse und für den Gesamtdatensatz

daß in der vorliegenden Analyse eingeschränkte Kalorimeterbereiche mit bekannt verringerter Trigger-Effizienz nicht explizit ausgeschlossen wurden, da sich diese Ineffizienzen bei der Bildung der relativen Ereignisraten aufheben.

Insgesamt gibt es keine Hinweise auf eine Verzerrung der gemessenen 2-Jet-Verteilungen durch Trigger-Effekte.

4.3 Korrektur der Daten

Auch ein so hochentwickeltes Meßinstrument wie der H1-Detektor unterliegt prinzipiellen Beschränkungen in Auflösung und Akzeptanz. Um mit theoretischen Vorhersagen vergleichbar zu sein, müssen die gemessenen Daten auf die Effekte dieser Beschränkungen korrigiert werden.

Mathematisch läßt sich der Zusammenhang zwischen einer mit dem Detektor rekonstruierten Verteilung $g(x^{rek})$ einer Variablen x und der »wahren« Verteilung $f(x)$ im Intervall $[x_{min}, x_{max}]$ über eine Fredholmsche Intergralgleichung erster Art darstellen [64]:

$$g(x^{rek}) = \int_{x_{min}}^{x_{max}} M(x^{rek},x) f(x)\, dx + b(x^{rek}) \tag{4.4}$$

Der Integralkern $M(x^{rek},x)$, auch *Systemantwort* genannt, bestimmt die Wahrscheinlichkeit, in einer Messung den Wert x^{rek} zu erhalten, wenn der wahre Variablenwert x ist. Dieser Kern beschreibt Meßgenauigkeit und Akzeptanz des Detektors. Die Funktion $b(x^{rek})$ parametrisiert den erwarteten Untergrundanteil der Messung. Dieser wird im folgenden auf Grund der Untersuchungen in Abschnitt 3.4 als vernachlässigbar angenommen.

Die Funktion $g(x^{rek})$ entspricht mathematisch der *Faltung* des Kerns $M(x^{rek},x)$ mit der Funktion $f(x)$. Die Bestimmung von $f(x)$ aus der gemessenen Verteilung $g(x^{rek})$ und der in $M(x^{rek},x)$ zusammengefaßten Kenntnis des Detektorverhaltens wird als *Entfaltung* bezeichnet.

Eine im Experiment bestimmte Verteilung $g(x^{rek})$ ist im allgemeinen mit einem nicht vernachlässigbaren statistischen Fehler behaftet, so daß Gleichung 4.4 keine exakte analytische Lösung hat. In diesen Fällen kommen numerische Lösungsverfahren zum Zuge, die eine Approximation der in 4.4 auftretenden Funktionen und Funktionale durch *Diskretisierung* erfordern.

Die Systemantwort M läßt sich meistens nicht aus einem bekannten Eingangssignal extrahieren (in der vorliegenden Analyse müßten dazu z. B. tiefunelastische Streuereignisse mit vorher festgelegter Kinematik im H1-Detektor erzeugbar sein). M wird daher mit Hilfe der Detektorsimulation von generierten Monte-Carlo-Ereignissen bestimmt (siehe Abschnitt 2.2.5).

4.3.1 Numerische Entfaltungsmethoden

Zur Diskretisierung von Gleichung 4.4 wird die Funktion g durch ein Histogramm mit n Einträgen (Grenzen der Bins: x_i^{rek}, $i = 1,\cdots,n+1$) dargestellt:

$$g_i = \frac{1}{N_{norm}} \cdot \frac{N_i}{x_{i+1}^{rek} - x_i^{rek}} \tag{4.5}$$

N_i ist dabei die Anzahl der im Intervall $[x_{i+1}^{rek}, x_i^{rek}]$ gemessenen Ereignisse und N_{norm} eine für die Messung einheitliche Normierung wie z. B. die Gesamtzahl aller Ereignisse oder die Luminosität.

Die ebenfalls normierte Funktion $f(x)$ wird durch eine Linearkombination von m Basisfunktionen $p_j(x)$ mit Amplituden a_j parametrisiert:

$$f(x) = \sum_{j=1}^{m} a_j p_j(x) \tag{4.6}$$

Definiert man

$$g_i = \int_{x_i^{rek}}^{x_{i+1}^{rek}} g(x^{rek})\,dx^{rek}, \quad M_{ij} = \int_{x_i^{rek}}^{x_{i+1}^{rek}} \int_{x_{min}}^{x_{max}} M(x^{rek},x)p_j(x)\;dx\,dx^{rek} \;,$$

so schreibt sich 4.4 in diskretisierter Form als Matrixgleichung:

$$\mathbf{g} = \mathbf{M}\mathbf{a} \tag{4.7}$$

Die Spalten $\mathbf{M}_j$ der $(m \times n)$-Matrix $\mathbf{M}$ repräsentieren die Verteilung von x^{rek} für eine jeweils zugrunde liegende Verteilung $f(x) = p_j(x)$.

Die Anzahl m der f darstellenden Basisfunktionen muß der Detektorauflösung adäquat sein, da m begrenzt, wie fein die Strukturen der Verteilung aufgelöst werden können. Die Anzahl n der Komponenten von $\mathbf{g}$ richtet sich nach der zur Verfügung stehenden Datenmenge und Monte-Carlo-Statistik, die die statistischen Fehler der Histogrammeinträge g_i bzw. der Matrixelemente M_{ij} bestimmen. Außerdem ist es nicht sinnvoll, n größer als m zu wählen, da die einzelnen Bins der Verteilung sonst starke Korrelationen aufweisen.

Im folgenden sollen die beiden in dieser Analyse verwendeten Korrekturmethoden, die Bin-Faktor-Methode und die regularisierte Entfaltung, vorgestellt werden.

Bin-Faktor-Methode

Das in der Bin-Faktor-Methode benutzte System von Basisfunktionen wird durch

$$p_j(x) = \left\{ \begin{array}{l} 1 \ \text{für}\, x_j < x < x_{j+1}, \\ 0 \ \text{sonst} \end{array} \right. , \ j = 1, \cdots, m \tag{4.8}$$

definiert. Damit entsprechen die a_j aus Gleichung 4.6 direkt den Histogrammeinträgen der diskretisierten Lösung $f(x)$. Die Anzahl der Bins des Datenhistogramms und der Basisfunktionen werden gleich gewählt: $n = m$. In der Bestimmung von $\mathbf{M}$ werden alle Nebendiagonalelemente vernachlässigt, die Elemente M_{ii} berechnen sich aus den generierten und rekonstruierten Histogrammvektoren $\mathbf{f}^{MC}$ und $\mathbf{g}^{MC}$ der Monte-Carlo-Simulation als:

$$M_{ii} = \frac{g_i^{MC}}{f_i^{MC}}$$

Damit folgt die Lösung von Gleichung 4.7 durch einfache Matrixinversion und die Histogrammeinträge der auf Detektoreffekte korrigierten Datenverteilung ergeben sich als:

$$\mathbf{f}^{Daten} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{g}^{Daten} \ \text{ mit } \ f_i^{Daten} = \frac{f_i^{MC}}{g_i^{MC}} \cdot g_i^{Daten}, \ i = 1, \cdots, n$$

Der Vorteil dieser Methode ist ihre Einfachheit. Durch das Vernachlässigen der Nebendiagonalelemente in $\mathbf{M}$ kann sie allerdings starke Migrationen in den Verteilungen und die Korrelationen der einzelnen Bins untereinander nicht berücksichtigen. Die Methode funktioniert gut, wenn Daten und Monte-Carlo-Simulationen sich nicht zu stark unterscheiden, d.h. die f_i^{MC} schon eine angemessene Näherung der f_i^{Daten} darstellen.

Regularisierte Entfaltung

Löst man Gleichung 4.7 durch einfache numerische Entfaltungsmethoden, so ergeben sich Probleme durch stark oszillierende Lösungen [64]. Diese sind auf die begrenzte statistische Genauigkeit zurückzuführen, mit der der Vektor $\mathbf{g}$ aus der Messung bestimmt ist.

Das Verfahren der regularisierten Entfaltung [65] erlaubt es, eine Lösung von 4.7 abzuschätzen, die diese Oszillationen nicht aufweist. Dabei gehen in dieses Verfahren explizite Annahmen über die erwartete Glattheit der Lösung ein.

Für die regularisierte Entfaltung wird angenommen, daß die Anzahl N_i der gemessenen Ereignisse in Gleichung 4.5 der Poisson-Statistik genügt. Dies bedeutet, daß die Wahrscheinlichkeit P, bei einem Erwartungswert von $\langle N_i \rangle$ im i-ten Bin N_i Ereignisse zu messen durch

$$P_{Poisson}(\langle N_i \rangle, N_i) = e^{-\langle N_i \rangle} \frac{\langle N_i \rangle^{N_i}}{N_i!} \tag{4.9}$$

gegeben ist.

Als Basisfunktionen werden *B-Splines* 4. Ordnung gewählt [66]. Diese werden rekursiv aus den B-Splines erster Ordnung $B_{j,1}$ gewonnen, die mit den p_j aus Definition 4.8 identisch sind. Die Rekursionsgleichung lautet:

$$B_{j,k}(x) = \frac{x - x_j}{x_{j+k-1} - x_j} B_{j,k-1}(x) + \frac{x_{j+k} - x}{x_{j+k} - x_{j+1}} B_{j+1,k-1}(x), \quad k > 1$$

Die so definierten B-Splines 4. Ordnung sind zweimal stetig differenzierbar.

Die Matrix **M** wird auch in der regularisierten Entfaltung mittels Monte-Carlo-Generatoren über eine Detektorsimulation gewonnen. Eine Modifikation wird in der Gleichung 4.6 vorgenommen, in die in diesem Verfahren auch die dem Generator zugrunde liegende Verteilung f^{gen} eingeht:

$$f(x) = f^{gen}(x) \sum_{j=1}^{m} a_j B_{j,4}(x)$$

Sind die wahrscheinlichsten Amplituden a_j gefunden, ergibt sich zunächst eine Gewichtungsfunktion

$$w(x) = \frac{f(x)}{f^{gen}(x)} \ ,$$

aus der die gesuchte Verteilung $f(x)$ dann durch Multiplikation mit der generierten Verteilung f^{gen} folgt.

Zur Bestimmung der wahrscheinlichsten Amplituden a_j wird unter Verwendung von Gleichung 4.9 eine gemeinsame Wahrscheinlichkeit für die Beobachtung von jeweils N_i Ereignissen definiert, die den Zusammenhang zwischen Erwartungswerten und Amplitudenvektor **a** berücksichtigt:

$$P(\mathbf{a},\mathbf{N}) = \prod_{i=1}^{n} P_{Poisson}(\langle N\rangle(\mathbf{a}), N_i)$$

Das Maximum dieser Wahrscheinlichkeit entspricht dem Minimum der Funktion

$$S(\mathbf{a},\mathbf{N}) = -\log P(\mathbf{a},\mathbf{N}) \ .$$

Unter Vernachlässigung von **a** unabhängiger Terme ergibt sich:

$$S(\mathbf{a},\mathbf{N}) = \sum_{i=1}^{n} \langle N_i\rangle(\mathbf{a}) - \sum_{i=1}^{n} N_i \log\langle N_i\rangle(\mathbf{a})$$

Die Funktion S wird als *Likelihood*-Funktion, die Anpassung der Amplituden a_j an die Meßpunkte g_i durch Minimierung von S als Likelihood-Fit bezeichnet.

Eine Entfaltung durch einen reinen Likelihood-Fit führt zu den oben erwähnten Oszillationsproblemen. Die regularisierte Entfaltung unterdrückt diese Probleme, indem sie »glatte« Lösungen bevorzugt. Hierzu wird die integrierte Krümmung der Gewichtungsfunktion

$$r(\mathbf{a}) = \int \left(\frac{d^2 w}{dx^2}\right)^2 dx$$

im Fit berücksichtigt. Anstelle von S wird

$$R(\mathbf{a},\mathbf{N}) = S(\mathbf{a},\mathbf{N}) + \frac{\tau}{2} r(\mathbf{a})$$

minimiert, wobei der reelle, positive Parameter τ angibt, wie stark die Krümmung in den Fit eingeht. Im verwendeten Programmpaket [67] wird dieser Parameter so gesetzt, daß die durch τ beeinflußte Anzahl effektiver Freiheitsgrade einem vom Benutzer vorgegebenen m_0 entspricht.

4.3.2 Korrektur der Detektoreffekte

Im folgenden sollen die Grundlagen und Resultate vorgetellt werden, die sich bei der Korrektur der gemessenen 2-Jet-Verteilungen auf die Auswirkungen begrenzter Detektorauflösung und -akzeptanz unter Anwendung der im vorherigen Abschnitt beschriebenen Methoden ergeben.

Die Abbildungen 4.11 und 4.12 zeigen die Beschreibung der im Detektor gemessenen 2-Jet-Variablen durch die Monte-Carlo-Modelle ARIADNE und LEPTO für die beiden verwendeten Jet-Algorithmen. Während in den Verteilungen aller Ereignisse (dominiert von Ereignissen ohne zugrunde liegenden harten QCD-Prozeß) kaum Unterschiede zu sehen sind, gibt es in den Verteilungen der harten 2-Jet-Ereignisse Abweichungen der Modelle von den Daten. Insgesamt kann die Beschreibung aber als befriedigend gelten, so daß eine sinnvolle Korrektur der Daten mit diesen Modellen möglich ist.

In Abbildung 4.13 sind die Korrelationen zwischen y_2^{had}, das aus den Hadronen des Modells LEPTO berechnet wird, und dem nach der Detektorsimulation rekonstruierten y_2^{det} für die beiden Jet-Algorithmen aufgetragen. Die gestrichelte Linie deutet den jeweils auf Detektorniveau applizierten y_2-Schnitt zur Selektion harter 2-Jet-Ereignisse an. Abbildung 4.14 zeigt die entsprechenden Korrelationen für die übrigen Jet-Variablen nach Anwendung der y_2- und Winkelschnitte auf die auf Detektorniveau rekonstruierten Jets. Die Jet-Winkel sind für beide Algorithmen stark korreliert. Auch die anderen Variablen zeigen klare Korrelationen. Insgesamt ist y_2 die Variable mit den am schwächsten ausgeprägten Korrelationen. Das Modell ARIADNE liefert entsprechende Ergebnisse.

Die Wahl der Breite der einzelnen Bins für die Verteilungen der korrigierten Daten richtet sich neben der zur Verfügung stehenden Datenmenge nach dem Auflösungsvermögen des Detektors im jeweiligen Wertebereich der Variablen. Hilfreiche Größen zur Einteilung der Bin-Grenzen sind die *Reinheit P_i* und die *Stabilität S_i* im Bin i. Sie sind definiert als

$$R_i = \frac{N_i^{gen+rek}}{N_i^{rek}}, \quad S_i = \frac{N_i^{gen+rek}}{N_i^{gen}}$$

wobei N_i^{rek} und N_i^{gen} der jeweils im Bin i auf Detektorniveau rekonstruierten bzw. aus den generierten Hadronen berechneten Anzahl von Ereignissen entsprechen. $N_i^{gen+rek}$ ist die Zahl von Ereignissen, die im Bin i generiert *und* rekonstruiert werden. In Abbildung 4.15 sind die aus den Modellen gewonnenen Werte dieser Größen für ausgewählte 2-Jet-Verteilungen nach Erfüllen der Jet-Härteschnitte in den für die korrigierten Daten gewählten Bins dargestellt. Die Schnitte sind für die Reinheit auf Detektorniveau, für die Stabilität auf Generatorniveau erfüllt. Die Bins aller korrigierten Verteilungen der gemessenen 2-Jet-Variablen wurden so gewählt, daß die Reinheit in beiden Modellen nicht unter 40% fällt. Die mittlere Reinheit beträgt $\sim$ 70%, die mittlere Stabilität $\sim$ 50%. Der Wert der Stabilität liegt unter dem der Reinheit, da die 2-Jet-Ereignisse im Detektor wegen der im Mittel zu niedrig rekonstruierten Energie (siehe Anhang A.2) weniger hart erscheinen als es den generierten Hadronen entspricht.

Von allen Variablen ist y_2 wegen der relativ schlechten Auflösung und des steil abfallenden Spektrums, das zu nicht vernachlässigbaren Migrationen auch in nicht benachbarte Bins führen kann, am schwierigsten zu korrigieren. Daher wurde für diese Variable in der vorliegenden Analyse die relativ aufwendige regularisierte Entfaltung verwendet. Alle weiteren 2-Jet-Variablen wurden mit der Bin-Faktor-Methode korrigiert.

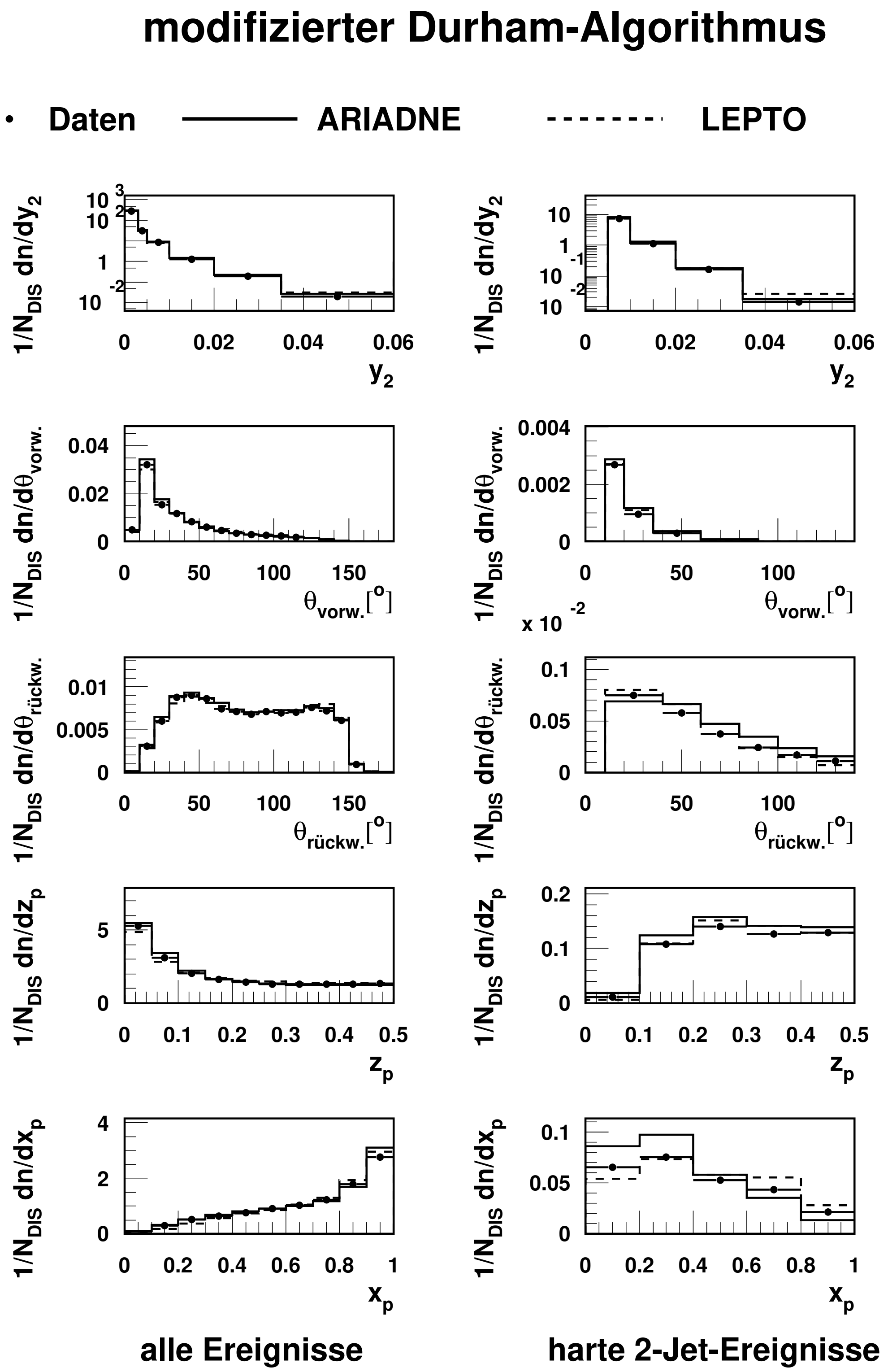


Abbildung 4.11: Beschreibung der gemessenen 2-Jet-Variablen auf Detektorniveau durch die Modelle ARIADNE und LEPTO nach der Detektorsimulation vor (links) und nach (rechts) den Jet-Härteschnitten für den modifizierten Durham-Algorithmus

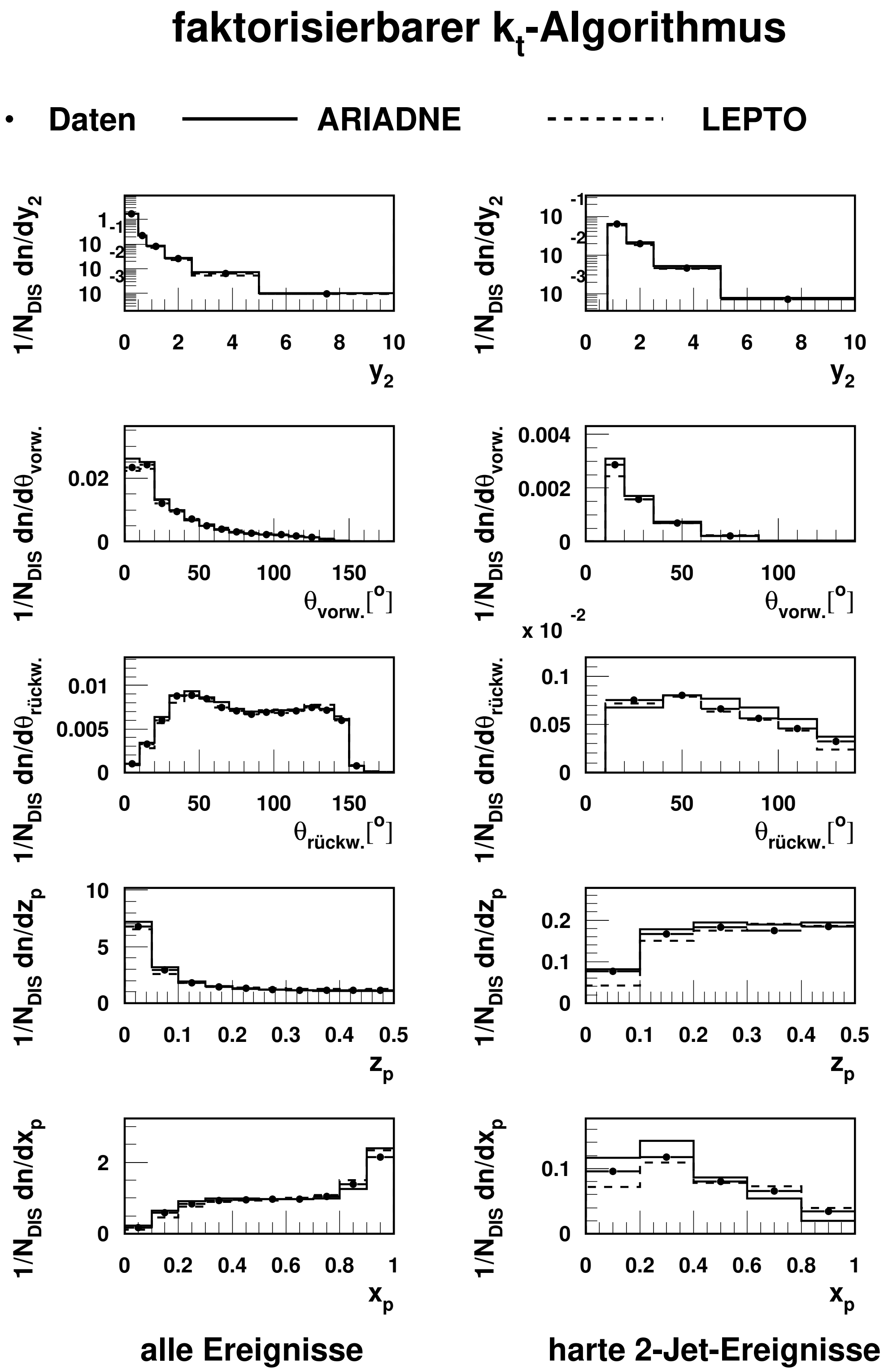


Abbildung 4.12: Beschreibung der gemessenen 2-Jet-Variablen auf Detektorniveau durch die Modelle ARIADNE und LEPTO nach der Detektorsimulation vor (links) und nach (rechts) den Jet-Härteschnitten für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus

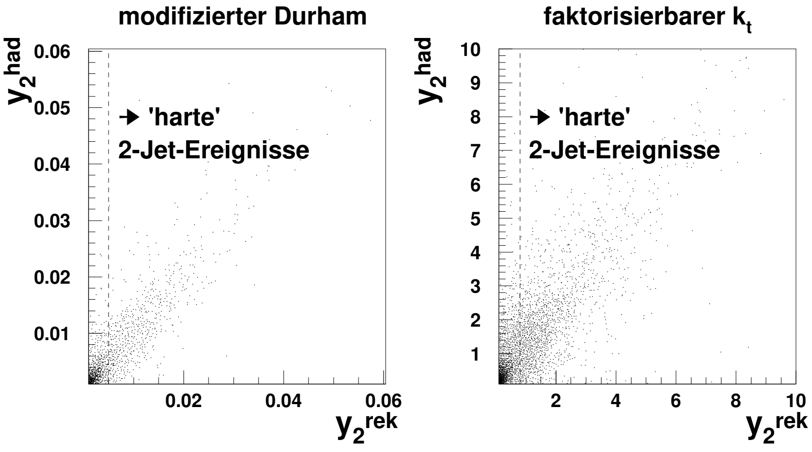


Abbildung 4.13: Korrelationen des aus den generierten Hadronen bestimmten y_2^{had} mit dem auf Detektorniveau rekonstruierten y_2^{rek} für das Modell LEPTO

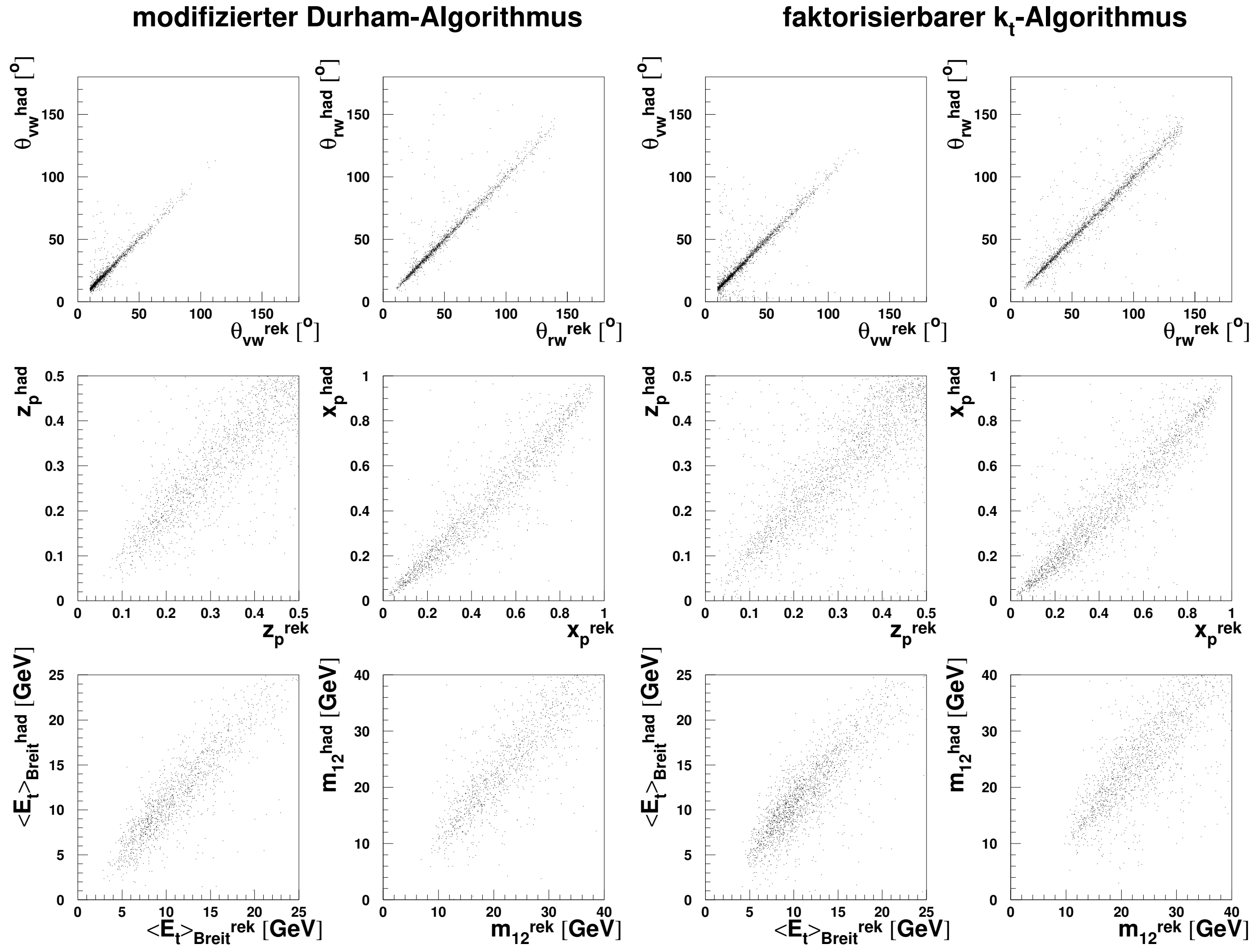


Abbildung 4.14: Korrelationen der aus den generierten Hadronen bestimmten 2-Jet-Variablen mit den auf Detektorniveau rekonstruierten Größen nach den Jet-Härteschnitten für das Modell LEPTO

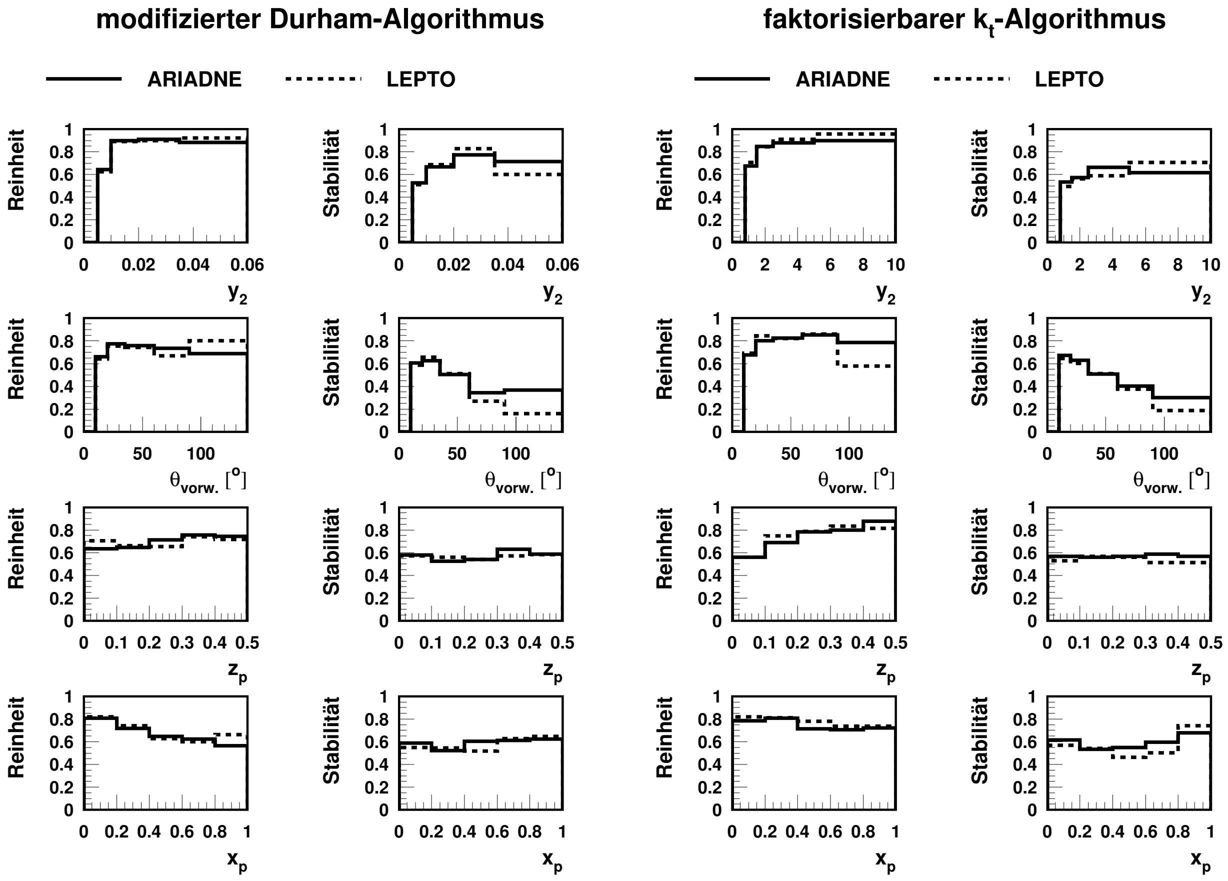


Abbildung 4.15: Reinheit und Stabilität in den einzelnen Bins der Verteilungen ausgewählter 2-Jet-Variablen für die Modelle ARIADNE und LEPTO

Ergebnisse der regularisierten Entfaltung

Das in der vorliegenden Analyse verwendete Entfaltungsprogramm bestimmt nicht direkt die Amplituden der in Gleichung 4.6 auftretenden Basisfunktionen, sondern transformiert diese Funktionen in ein orthogonales Funktionensystem. Die so entstehenden Funktionen werden nach ansteigender Zahl der Nullstellen, entsprechend einer ansteigenden Oszillationshäufigkeit, geordnet und der wahrscheinlichste Amplitudenvektor unter Berücksichtigung der Oszillationsdämpfung für dieses System bestimmt.

Wegen des stark abfallenden Spektrums der Verteilungen wurde nicht in y_2 selbst, sondern in $\log(y_2)$ entfaltet und das Ergebnis dann in die festgelegten y_2-Bins projiziert. Für beide Jet-Algorithmen wurde das Intervall der gemessenen $\log(y_2^{rek})$-Werte in $n = 35$ äquidistante Bins aufgeteilt, die Anzahl der Basisfunktionen wurde zu $m = 30$ gewählt. Die effektive Anzahl von Freiheitsgraden, die die Dämpfung der Oszillationen bestimmt, betrug $m_0 = 6$. Eine Variation dieser Parameter um jeweils ± 2 für n und m sowie ± 1 für m_0 verändert die Ergebnisse der Entfaltung nicht signifikant.

In Abbildung 4.16 sind als Beispiel die Amplituden und die Dämpfung der orthogonalen Funktionen aufgetragen, die sich aus einer Entfaltung der y_2-Verteilung für den Durham-Algorithmus mit dem Modell ARIADNE ergeben. Entsprechend der Ordnung der Funktionen

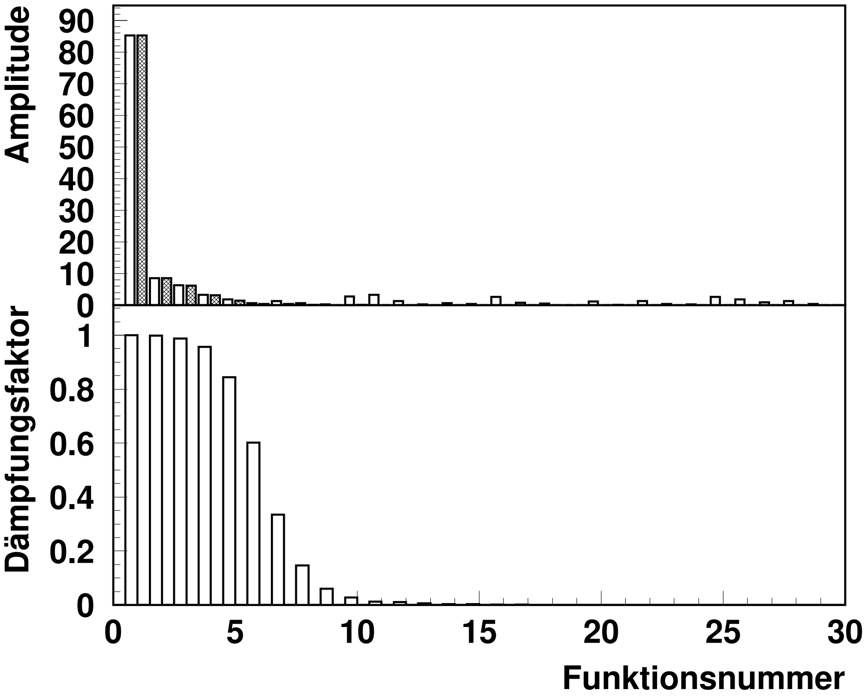


Abbildung 4.16: Ungedämpfte (weißes Histogramm oben) und gedämpfte (schraffiertes Histogramm oben) Wahrscheinlichkeitsamplituden der orthogonalen Basisfunktionen und die zugehörigen Dämpfungsfaktoren (unteres Histogramm). Die Werte stammen aus der Entfaltung der y_2-Verteilung für den modifizierten Durham-Algorithmus unter Verwendung des Modells ARIADNE.

nach Oszillationshäufigkeit ist zu erkennen, daß die Wahrscheinlichkeitsamplituden auch ohne Dämpfung schon von den schwach oszillierenden Funktionen dominiert werden. Die vom Programm berechneten Dämpfungsfaktoren, mit denen die Amplituden multipliziert werden, unterdrücken die stark oszillierenden Funktionen dann vollständig.

Im linken Teil von Abbildung 4.17 ist die aus diesen Amplituden berechnete Umgewichtungsfunktion $w(\log(y_2^{Durham})$ im endgültigen y_2-Meßbereich zu sehen. Das mittlere Bild zeigt die Verbesserung der Beschreibung der im Detektor gemessenen Daten durch das Monte-Carlo-Modell bei Anwendung dieser Gewichte. Rechts sind die ursprüngliche sowie die umgewichtete Monte-Carlo-Verteilung auf Hadronniveau aufgetragen. Die entfalteten Daten erhält man durch Mittelung der umgewichteten Monte-Carlo-Verteilung. Die Bins wurden dabei so gewählt, daß die vom Entfaltungsprogramm angegebenen Korrelationen zwischen einzelnen Bins 30% nicht überschreiten.

Die Unterschiede in der Korrektur zwischen regularisierter Entfaltung und der Bin-Faktor-Methode sind für beide Jet-Algorithmen, wie in Abbildung 4.18 zu sehen ist, gering. Die korrigierten Datenwerte entstanden dabei durch Mittelung der Entfaltungsergebnisse bzw. der Korrekturfaktoren, die mit den beiden verschiedene Monte-Carlo-Modellen bestimmt wurden. Bei den aus der regularisierten Entfaltung entstammenden Ergebnissen ist als Fehler die Differenz der mit den unterschiedlichen Modellen berechneten Werte eingetragen.

Eine Abschätzung der Güte der Korrektur läßt sich gewinnen, indem die mit einem Monte-

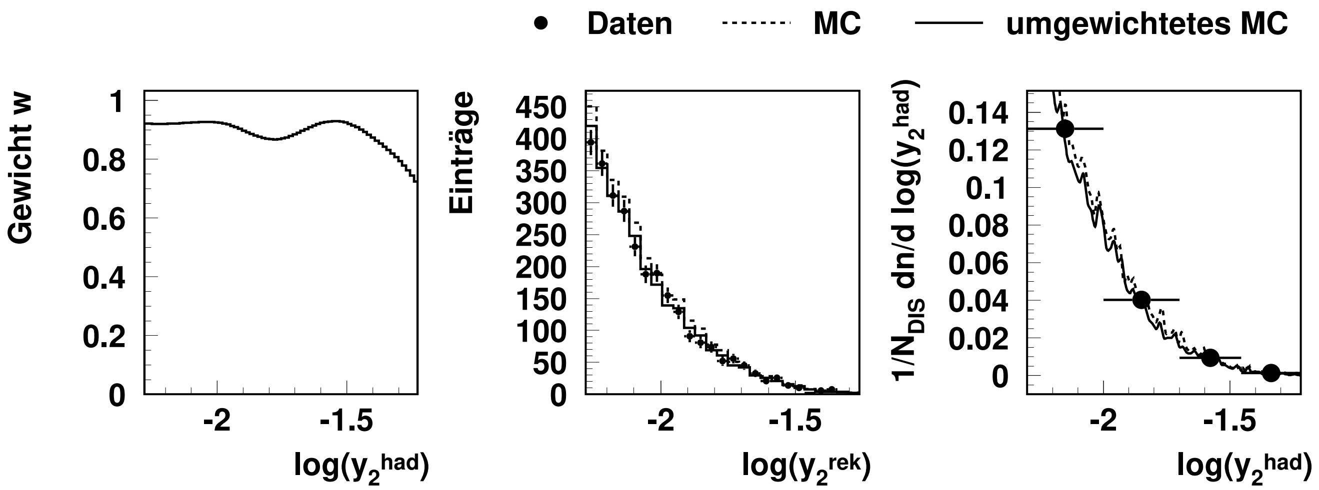


Abbildung 4.17: Gewichtungsfunktion $w(\log(y_2^{Durham}))$ (links), Vergleich der in den Daten gemessenen $\log(y_2^{Durham})$-Verteilung mit dem Monte-Carlo-Modell vor und nach der Umgewichtung (Mitte) sowie Hadronniveau des Monte-Carlo-Modells vor und nach der Umgewichtung und die daraus gewonnenen entfalteten Daten (rechts). Die Gewichtungsfunktion wurde aus den in Abbildung 4.16 dargestellten Amplituden berechnet.

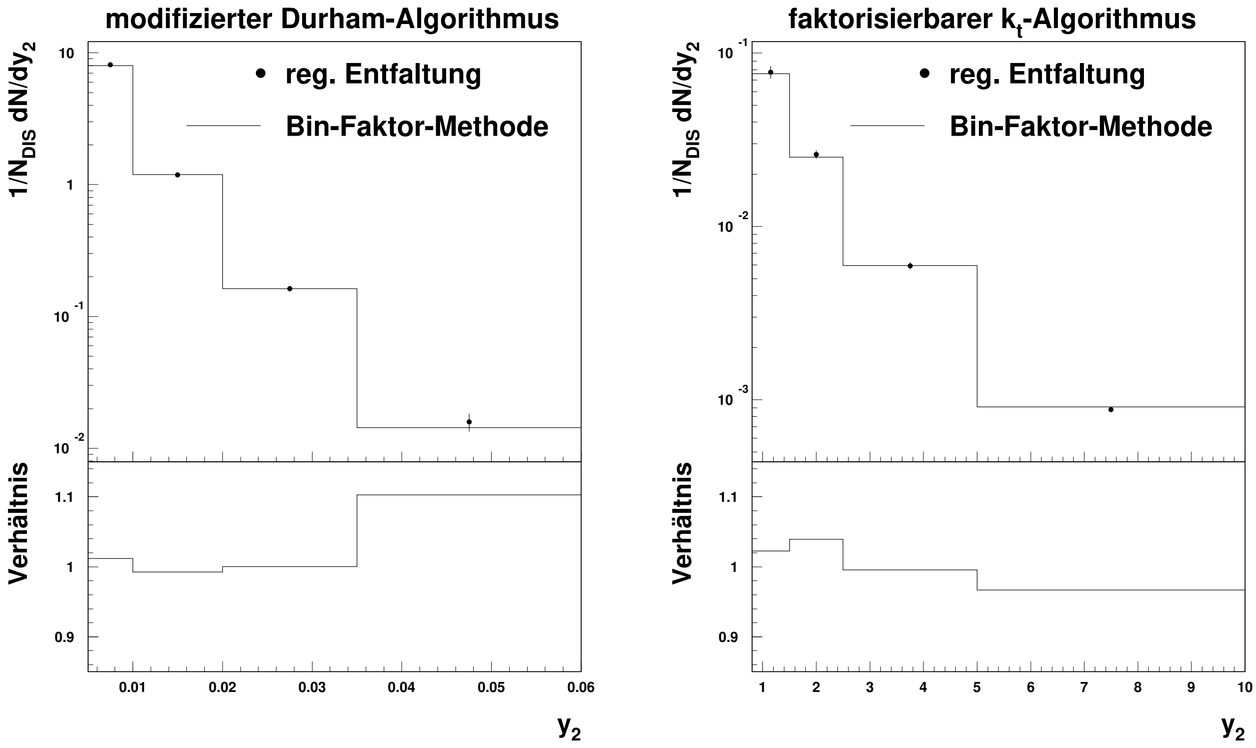


Abbildung 4.18: Vergleich der korrigierten y_2-Verteilungen bei Anwendung der regularisierten Entfaltung und der Bin-Faktor-Methode . Es sind keine statistischen Fehler eingezeichnet, die Fehlerbalken der Punkte geben den Unterschied zwischen den beiden verwendeten Monte-Carlo-Modellen an.

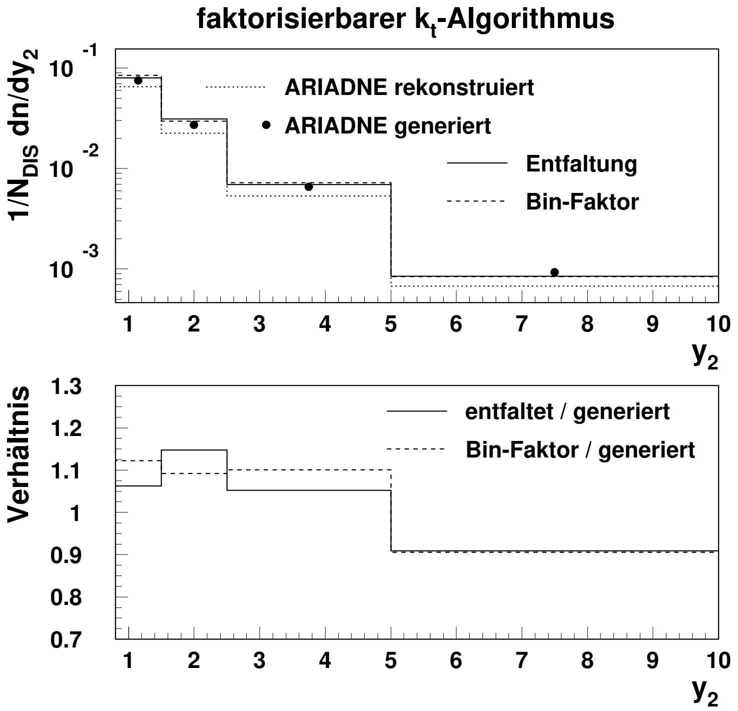


Abbildung 4.19: Vergleich der generierten y_2^{had}-Verteilung des ARIADNE-Modells mit der durch regularisierte Entfaltung bzw. Bin-Faktor-Methode unter Verwendung von LEPTO aus dem Detektorniveau y_2^{rek} von ARIADNE gewonnen Verteilung

Carlo-Modell nach der Detektorsimulation rekonstruierte y_2^{rek}-Verteilung unter Benutzung eines anderen Modells korrigiert wird und die so erhaltenen Ergebnisse mit der bekannten generierten y_2-Verteilung des Ausgangs-Monte-Carlo-Modells verglichen werden. Das Resultat dieser Vorgehensweise ist für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus in Abbildung 4.19 aufgetragen. Im oberen Teil der Abbildung sind die rekonstruierte und generierte Verteilung des ARIADNE-Modells sowie die mit LEPTO erhaltenen korrigierten Verteilungen zu sehen. Das Verhältnis von regularisiert entfalteter und Bin-Faktor-korrigierter Verteilung zur wirklich generierten Verteilung zeigt der untere Teil von Abbildung 4.19. In den einzelnen Bins der Verteilung zeigen beide Korrekturmethoden die gleiche Tendenz, die wahre Verteilung zu über- oder zu unterschätzen. Die Größenordnung der Korrekturungenauigkeit ist mit der Modellunsicherheit, die in Abbildung 4.18 für die korrigierten Daten eingetragen ist, vergleichbar.

4.3.3 QED-Strahlungseffekte

Zur Zeit enthält keines der zur Verfügung stehenden Programme für QCD-Rechnungen tiefunelastischer Streuprozesse in NLO die Effekte von Photonabstrahlung durch das Elektron. Um Vergleiche dieser Rechnungen mit den Daten anzustellen, müssen letztere also auf QED-Strahlungseffekte korrigiert werden.

Zu diesem Zweck wurden für LEPTO und ARIADNE (in ihrer Implementation in DJANGO) umfangreiche Sätze von Ereignissen mit »an-« und »ausgeschalteter« QED-Strahlung

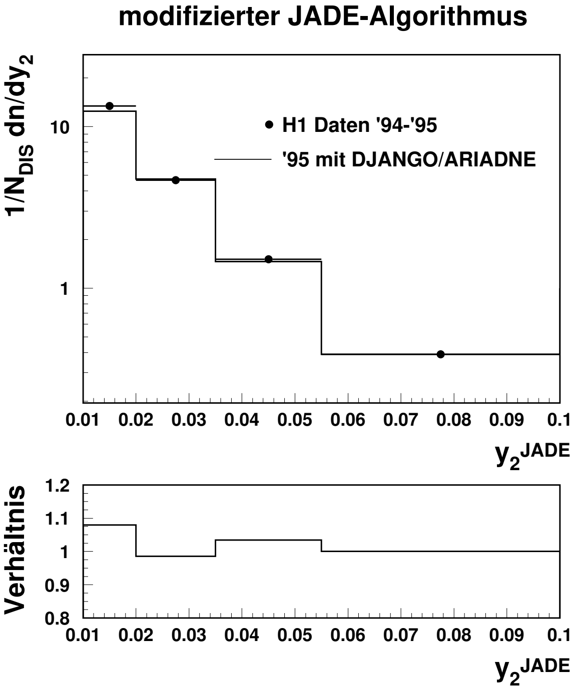


Abbildung 4.20: Vergleich der aus den Daten ’94/’95 bestimmten y_2-Verteilung für den JADE-Algorithmus [62] und der in dieser Analyse aus dem Teildatensatz ’95 unter Berücksichtigung von Strahlungseffekten durch DJANGO extrahierten Verteilung

generiert und die auf Detektoreffekte korrigierten Verteilungen der Daten f Bin für Bin mit einem zusätzlichen Korrekturfaktor

$$c_{rad} = \frac{f^i_{MC,\, nicht\ radiativ}}{f^i_{MC,\, radiativ}}$$

versehen. Diese Korrekturfaktoren liegen in einer Größenordnung von 10-20%.

Das so definierte Verfahren zur Berücksichtigung von Strahlungseffekten stellt eine Verfeinerung des in der H1-Analyse differentieller Jet-Raten der Daten 1994-95 [62] angewendeten Ansatzes dar. Diese Analyse benutzte den modifizierten JADE-Algorithmus. Es wurde zur Entfaltung der Daten das Modell ARIADNE ohne die Implementation in DJANGO verwendet. Abbildung 4.20 zeigt den Vergleich dieser Ergebnisse mit den Resultaten, die durch Detektorkorrektur und zusätzlichen QED-Strahlungskorrekturfaktoren aus dem Teildatensatz 1995 der vorliegenden Analyse gewonnen wurden. Die Unterschiede in den gemessenen y_2-Verteilungen, die in beiden Fällen einem nicht-radiativen Hadronniveau entsprechen, sind gering (maximal 8% im ersten y_2-Bin).

4.4 Systematische Unsicherheiten

Eine Messung ist nur dann brauchbar, wenn die ihr innewohnenden Unsicherheiten abzuschätzen sind.

Neben dem statistischen Fehler wurden für die in der vorliegenden Analyse gemessenen

2-Jet-Verteilungen folgende Quellen systematischer Unsicherheiten berücksichtigt:

- Eine Unsicherheit von 3% in der elektromagnetischen Energieskala des Flüssigargon-Kalorimeters
- Eine Unsicherheit von 4% in der hadronischen Energieskala des Flüssigargon-Kalorimeters
- Unterschiede in den Korrekturen, die jeweils mit den Monte-Carlo-Modellen ARIADNE und LEPTO bestimmt wurden

Die durch die Unsicherheit der Energieskalen verursachten Fehler wurden durch die Unterschiede, die sich bei Variation der Skalen auf Detektorniveau der Daten ergeben, abgeschätzt und können asymmetrisch sein (zur Größe der Energieskalenunsicherheiten siehe Anhang A). Dagegen ist die angenommene Korrekturunsicherheit symmetrisch, da die zentralen Werte der Messung durch Mittelung der von den beiden Modellen angegebenen Korrekturen bestimmt werden.

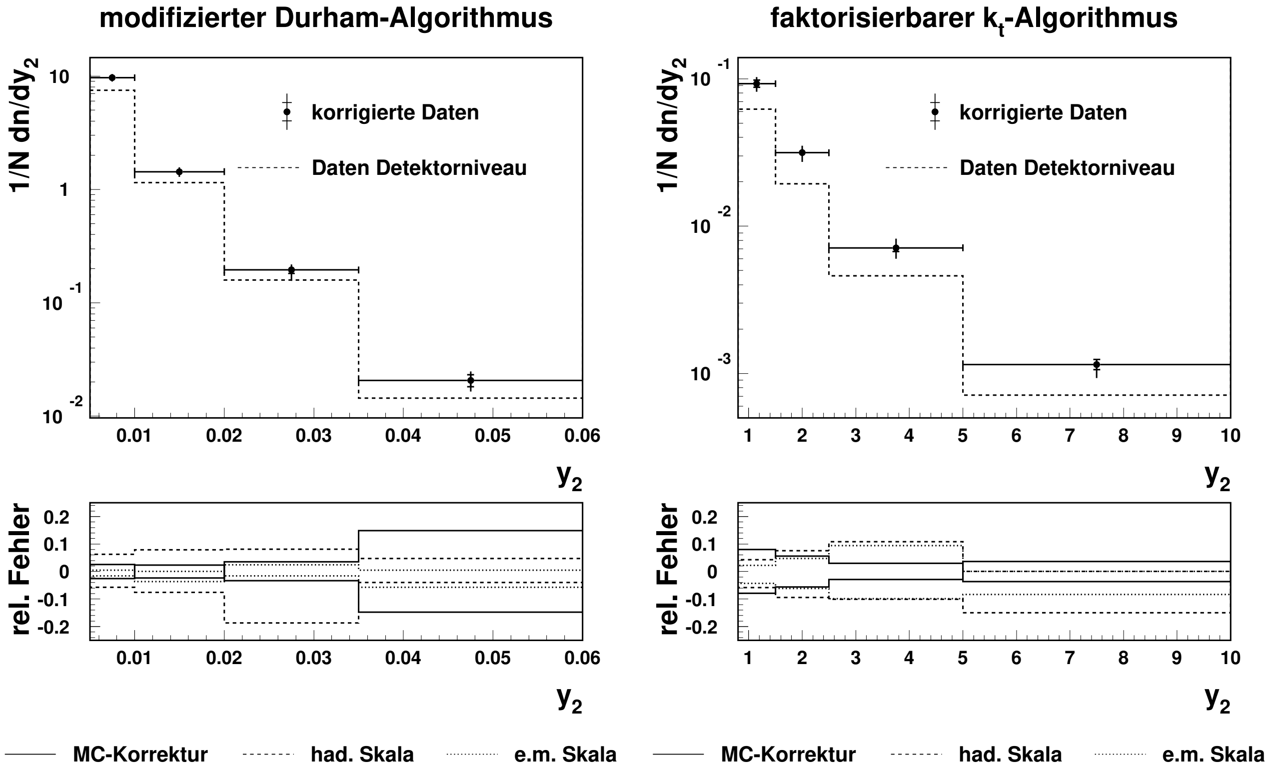


Abbildung 4.21: Korrigierte y_2-Verteilungen mit ihren statistischen (innere Fehlerbalken) und Gesamtfehlern (volle Fehlerbalken) unter Berücksichtigung der Energieskalen- und Korrekturunsicherheiten. Zusätzlich ist das unkorrigierte Detektorniveau eingezeichnet. Die unteren Histogramme zeigen die durch die einzelnen systematischen Fehlerquellen verursachten relativen Fehler.

In Abbildung 4.21 sind die korrigierten y_2-Verteilungen mit Fehlern abgebildet. Dabei entsprechen die inneren Fehlerbalken dem statistischen Fehler der Messung und die vollen Fehlerbalken dem Gesamtfehler, berechnet durch quadratische Addition aller Fehlerquellen. Zusätzlich sind die im Detektor direkt gemessenen, unkorrigierten Daten eingezeichnet. Die Korrekturen liegen in der Größenordnung von 20-30% für den modifizierten Durham-Algorithmus und 30-40% für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus. Die unteren Histogramme zeigen die durch die einzelnen Quellen systematischer Unsicherheit verursachten relativen Fehler.

Für die übrigen 2-Jet-Variablen finden sich die entsprechenden Informationen in Abbildung 4.22 und 4.23.

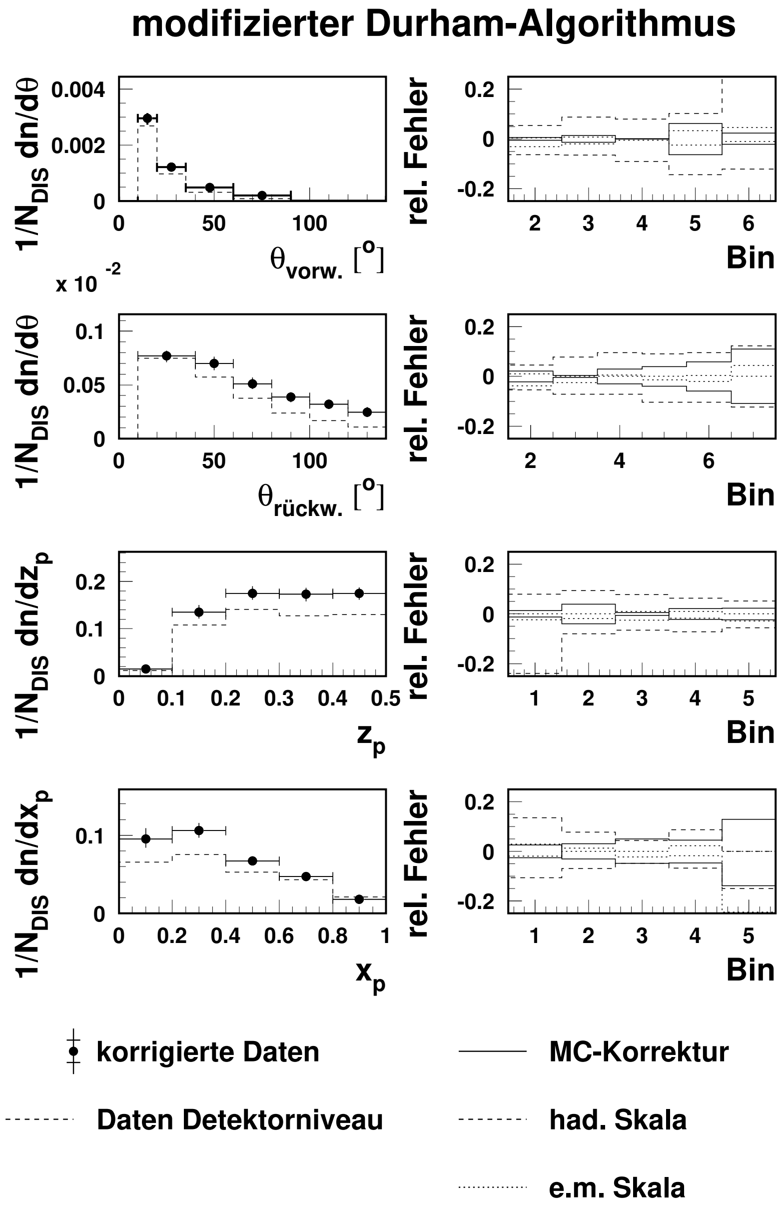


Abbildung 4.22: Korrigierte 2-Jet-Verteilungen und ihre Unsicherheiten für den modifizierten Durham-Algorithmus. Die Definitionen entsprechen denen in Abbildung 4.21.

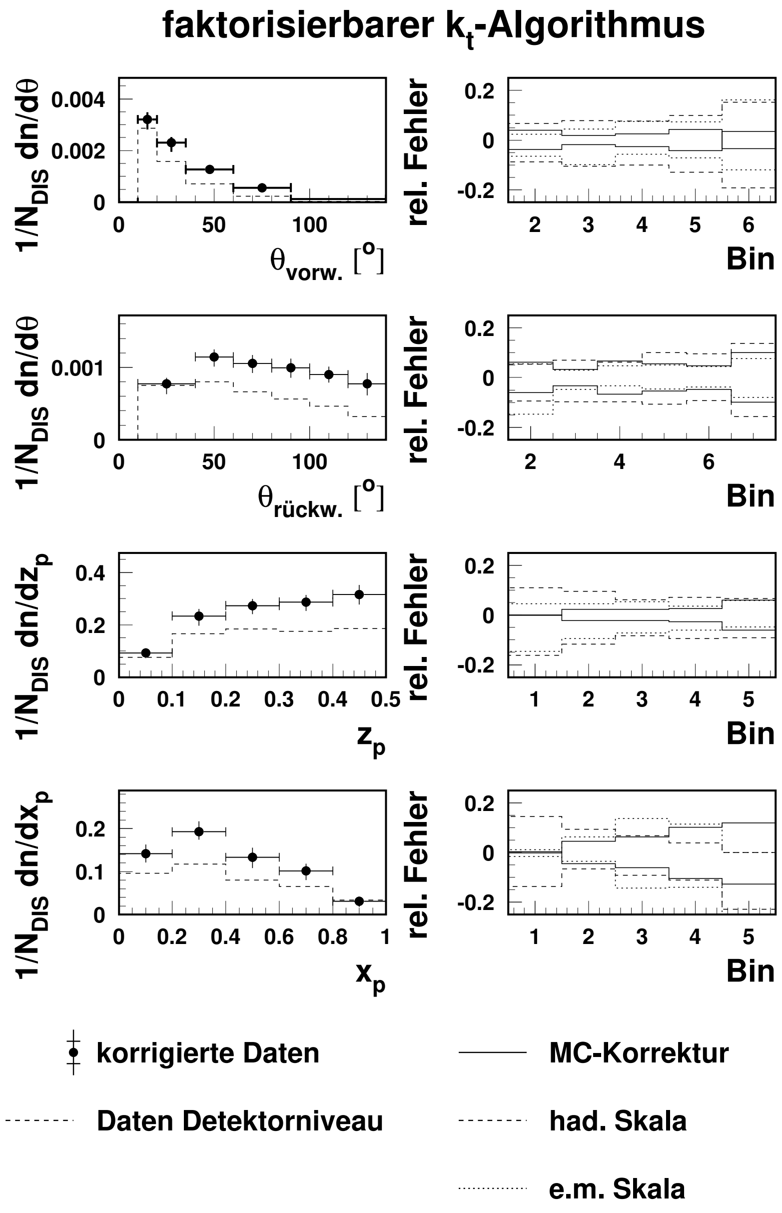


Abbildung 4.23: Korrigierte 2-Jet-Verteilungen und ihre Unsicherheiten für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus. Die Definitionen entsprechen denen in Abbildung 4.21.

Insgesamt liegt der relative Fehler durch die Korrekturunsicherheit für beide Algorithmen bei ungefähr 5%. Die dominierende systematische Unsicherheit ist die hadronische Energieskala mit einem resultierenden relativen Fehler in der Größenordnung von 5-15% (in Bins mit sehr kleiner Statistik zuweilen noch größer). Während für den modifizierten Durham-Algorithmus die elektromagnetische Skalenunsicherheit nur einen kleinen relativen Fehler verursacht ($\sim 2\%$) ist ihr Beitrag wegen der durch die Elektronkinematik bestimmten Lorentz-Transformation in das Breit-System für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus höher (in der Größenordnung eines relativen Fehlers von 5%).

Bei einer Unterteilung der Messung in verschiedene Bereiche von Q^2 (siehe Kapitel 5) verringern sich die von den Unsicherheiten der Energieskalen verursachten Fehler der Messung für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus etwas mit steigenden Q^2. Der modifizierte Durham-Algorithmus zeigt dieses Verhalten nicht, was in der unterschiedlichen Q^2-Abhängigkeit der jeweiligen y_2-Verteilungen und dem damit verbundenen Migrationsverhalten begründet liegt.

In der aktuellen H1-Analyse von Wirkungsquerschnitten tiefunelastischer Streuung bei hohem Q^2 [79] wurde ein Verfahren zur Messung des hadronischen Endzustandes entwickelt, welches neben der Kalorimeterinformation auch die Spurkammersignale berücksichtigt. Zusätzlich wird in diesem FSCOMB genannten Verfahren eine geometrische Feinkalibration des Flüssigargon-Kalorimeters appliziert. Abbildung 4.24 zeigt den Vergleich der in der vorliegenden Analyse verwendeten Rekonstruktion des hadronischen Endzustandes unter ausschließlicher Verwendung der LAr-Cluster mit dem FSCOMB-Verfahren an Hand der mit der Bin-Faktor-Methode korrigierten y_2-Verteilung für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus. Die Abweichungen zwischen den beiden Verfahren betragen bis zu 5% und werden durch die angegebenen systematischen Unsicherheiten durch die Energiemessung des hadronischen Endzustandes abgedeckt.

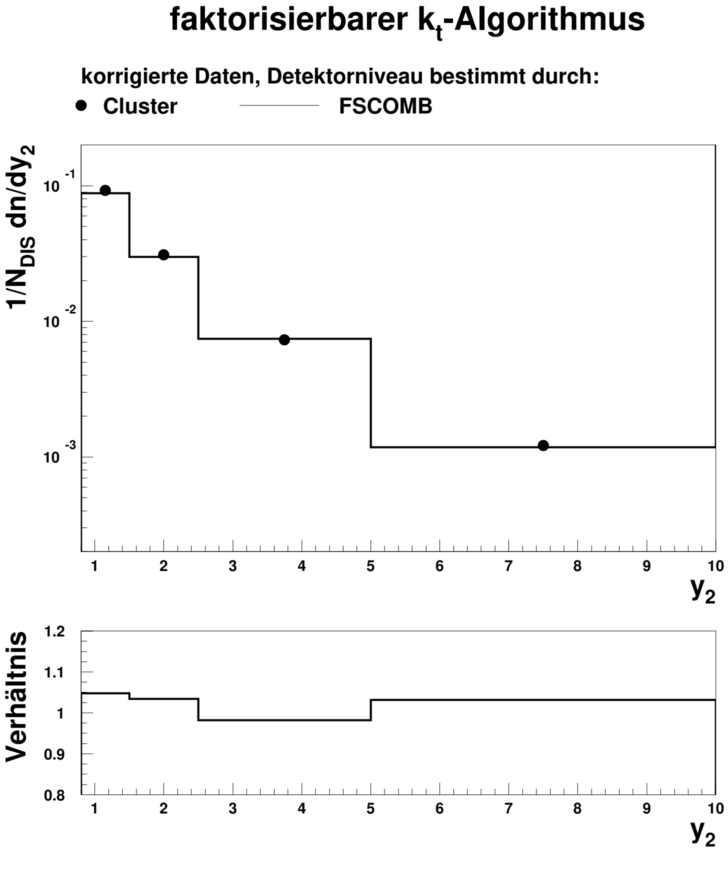


Abbildung 4.24: Vergleich der mit der Bin-Faktor-Methode korrigierten y_2-Verteilungen der Daten unter ausschließlicher Verwendung der LAr-Cluster und unter Nutzung zusätzlicher Spurkammerinformationen und geometrischer Feinkalibration (FSCOMB) für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus

4.5 Vergleich der Jet-Algorithmen

Die nach den jeweils angebrachten Schnitten resultierenden gemessenen 2-Jet-Verteilungen sind für die beiden verwendeten Jet-Algorithmen qualitativ sehr ähnlich (vgl. Abbildung 4.7). Das legt die Frage nahe, wie stark sich die entsprechenden Jet-Datensätze überlappen und wie sich die mit den Algorithmen rekonstruierten Jets in den einzelnen Ereignissen überhaupt unterscheiden.

Abbildung 4.25 vergleicht die in den Daten gemessene y_2-Verteilung für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus nach Anbringen der eigentlich für diesen Algorithmus definierten Schnitte mit der Verteilung, die man für $y_2^{k_t}$ erhält, wenn man in den Ereignissen die Erfüllung der für den modifizierten Durham-Algorithmus definierten Jet-Schnitte fordert. In diesem Fall können auch Ereignisse mit $y_2^{k_t} < 0,8$ selektiert werden. Vergleicht man die Verteilung aber mit der $y_2^{k_t}$-Verteilung des Gesamtdatensatzes (Abbildung 4.5), so ist die starke Unterdrückung des Anstiegs für kleine Werte von $y_2^{k_t}$ durch die für den modifizierten Durham-Algorithmus angebrachten Schnitte zu erkennen. Ab einem $y_2^{k_t}$ von ungefähr 3, entsprechend zwei sehr ausgeprägten Jets, selektieren die in beiden Jet-Algorithmen angebrachten Schnitte nahezu dieselben Ereignisse.

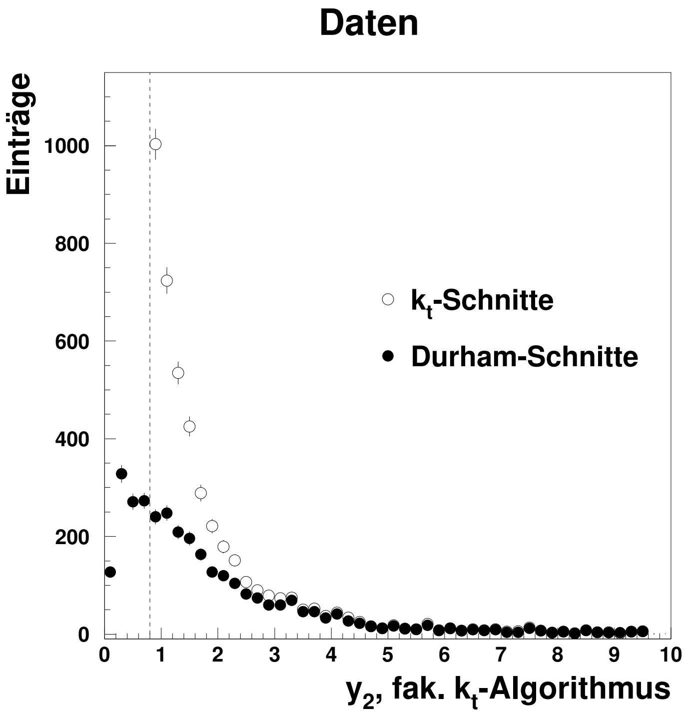


Abbildung 4.25: Im Detektor gemessene y_2-Verteilungen der Daten für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus bei Anwendung der für diesen Algorithmus definierten Jet-Schnitte (offene Kreise) und bei Anwendung der für den modifizierten Durham-Algorithmus definierten Schnitte (volle Kreise). Die gestrichelte Linie deutet den für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus angebrachten y_2-Schnitt von 0,8 an.

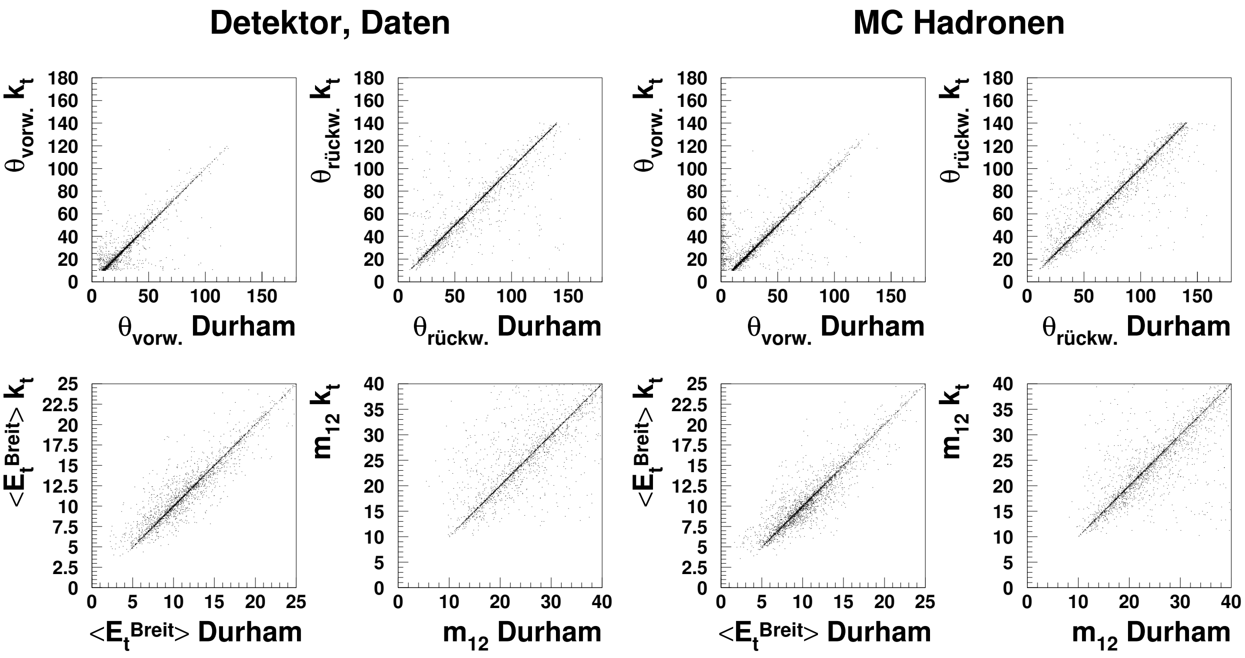


Abbildung 4.26: Ereignisweise Korrelationen von 2-Jet-Variablen für den faktorisierbaren k_t- und den modifizierten Durham-Algorithmus auf Detektorniveau in den Daten (links) und auf Hadronniveau im Modell LEPTO (rechts). Die Ereignisse erfüllen jeweils die Jet-Härteschnitte für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus.

In Abbildung 4.26 sind die Korrelationen von mit modifiziertem Durham- und faktorisierbarem k_t-Algorithmus rekonstruierten 2-Jet-Variablen Ereignis für Ereignis aufgetragen. Dabei werden die im Detektor gemessenen Daten und mit dem Modell LEPTO generierte Hadronen betrachtet. Die Ereignisse erfüllen jeweils die Jet-Schnitte für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus.

Die mit den beiden Jet-Algorithmen rekonstruierten Winkel, transversalen Energien und invarianten 2-Jet-Massen unterscheiden sich sowohl für die gemessenen als auch für die generierten Ereignisse in den meisten Ereignissen nur wenig. Einzige Ausnahme ist der Bereich sehr kleiner Polarwinkel $\theta_{vorw.}$ in der Rekonstruktion der Jets mit dem modifizierten Durham-Algorithmus. Dies ist eine Folge des in diesen Ereignissen nicht angebrachten Polarwinkelschnittes von 7° auf die Objekte des hadronischen Endzustandes.

Die mit den beiden verwendeten Jet-Algorithmen selektierten Jet-Datensätze und vor allem die in den einzelnen Ereignissen rekonstruierten Jets weisen also trotz der in Abschnitt 4.1 erläuterten grundsätzlichen Unterschiede der Algorithmen große Ähnlichkeiten auf. Wegen dieser Unterschiede sollen im folgenden dennoch die unter Verwendung *beider* Algorithmen bestimmten Verteilungen mit theoretischen Vorhersagen verglichen werden.

Kapitel 5

Analyse der korrigierten Daten

Im folgenden soll untersucht werden, inwieweit die gemessenen 2-Jet-Verteilungen durch QCD-Vorhersagen für die Struktur des hadronischen Endzustandes in tiefunelastischer Streuung beschrieben werden können. Dazu werden die korrigierten Daten sowohl mit auf der QCD basierenden Monte-Carlo-Modellen als auch mit QCD-Störungsrechnungen in Ordnung α_s^2 (NLO) verglichen.

5.1 Vergleich der Messung mit Monte-Carlo-Modellen und störungstheoretischen QCD-Rechnungen

Zum Vergleich mit den korrigierten Daten wurden folgende Monte-Carlo-Modelle herangezogen (vgl. auch Abschnitt 1.4.1):

- ARIADNE in der Version 4.08, welche auch zur Korrektur der Daten verwendet wurde. Zusätzlich wurde die Version 4.10, die sich durch eine modifizierte Q^2-Abhängigkeit des zugelassenen Phasenraumes für die Abstrahlungen der Farbdipole unterscheidet, untersucht.

- LEPTO in der Version 6.5. Dabei wurde, im Gegensatz zu den in der Korrektur der Daten verwendeten generierten Ereignissen, die Möglichkeit für das Auftreten von *Soft-Color-Interactions* nicht unterdrückt. Außerdem wurde eine auf die Beschreibung von 2-Jet-Variablen optimierte modifizierte Version von LEPTO, die aus Analysen im Rahmen des HERA Monte-Carlo-Workshops ’98/’99 [29] hervorging (siehe Anhang B und [68]), benutzt. Diese wird in den Abbildungen als »LEPTO mod.« bezeichnet. Die modifizierte Version unterscheidet sich von Version 6.5 durch eine veränderte Erzeugung der *Soft-Color-Interactions* und eine Variation der die Verbindung von Matrixelement und Parton-Schauern steuernden Parameter.

- HERWIG in der Programmversion 5.9. Dabei wurde α_s mit der in führender Ordnung gültigen Formel statt mit der auch zur Verfügung stehenden NLO-Formel berechnet, da dies zu einer allgemein besseren Beschreibung der HERA-Daten führt [68].

Die Vorhersagen aller Monte-Carlo-Modelle wurden unter Verwendung der LO-Partondichteparametrisierung CTEQ4L [69] berechnet.

Die NLO-Rechnungen wurden mit dem Programm DISENT ausgeführt. Dabei wurde die NLO-Partondichte CTEQ5M benutzt [70]. Der Wert von $\Lambda^{(4)}$ ist hier 326 MeV, was einem $\alpha_s(M_Z^2)$ von $\sim$ 0,118 entspricht. Als Renormierungs- wie als Faktorisierungsskala wurde Q^2 gewählt.

Da die Daten auf Hadronniveau korrigiert sind, die QCD-Rechnung aber auf Partonen basiert, wurde letztere mit zusätzlichen Korrekturfaktoren für Hadronisierungseffekte versehen. Diese Faktoren wurden aus dem Vergleich der Parton- und Hadronverteilungen in den Monte-Carlo-Modellen Bin für Bin berechnet (siehe Abschnitt 5.2).

Die Normierung der berechneten QCD-Verteilungen erfolgt, analog zur Normierung der Daten- und Modellverteilungen auf die Gesamtzahl tiefunelastischer Streuereignisse, auf den mit DISENT berechneten totalen Wirkungsquerschnitt σ_{DIS}.

Abbildung 5.1 zeigt die korrigierten 2-Jet-Verteilungen beider Jet-Algorithmen im Vergleich

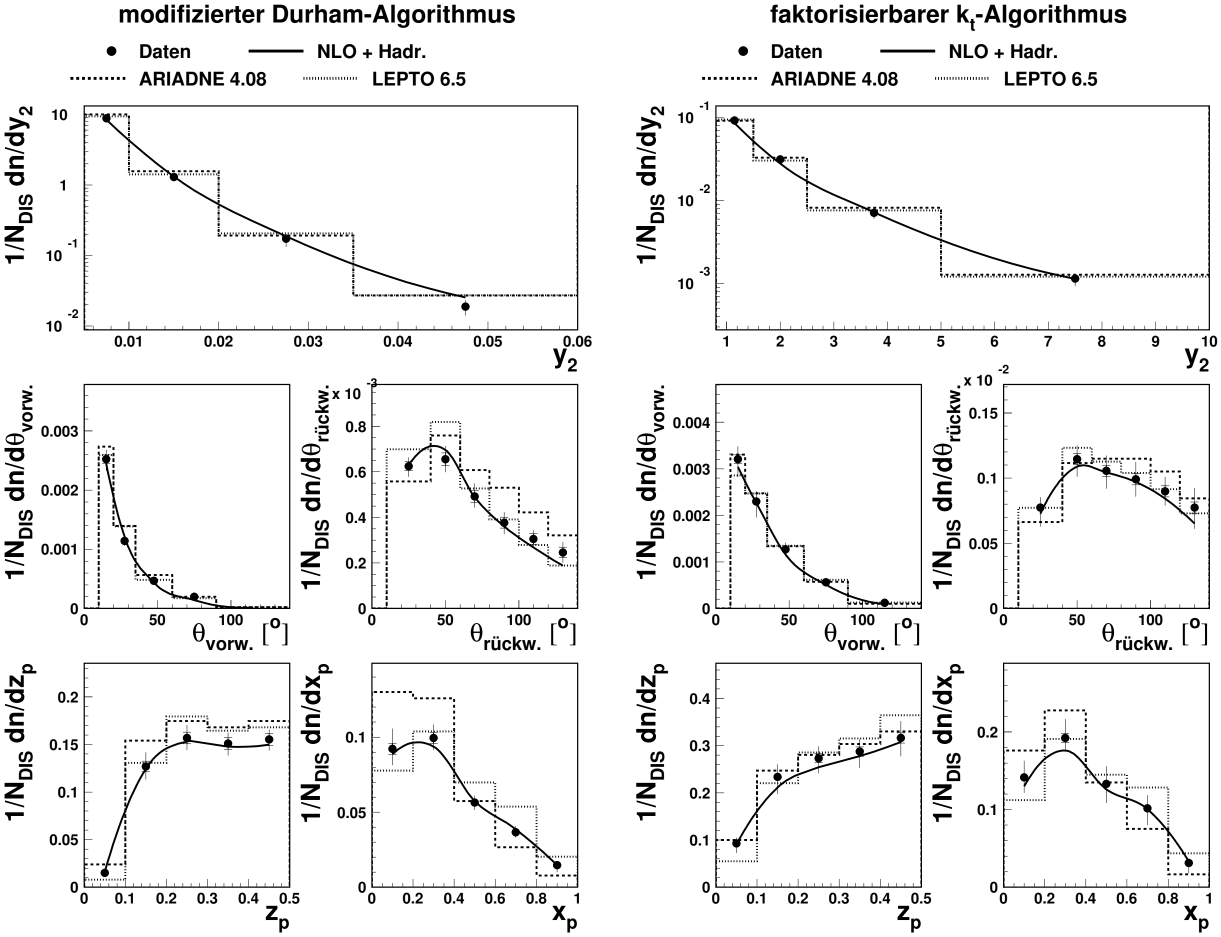


Abbildung 5.1: Bezüglich Detektor- und Strahlungseffekte korrigierte 2-Jet-Verteilungen für den modifizierten Durham- und den faktorisierbaren k_t-Algorithmus nach Anwendung der in den Kapiteln 3 und 4 definierten Schnitte. Zum Vergleich sind die Verteilungen der Monte-Carlo-Modelle ARIADNE und LEPTO sowie die NLO-Rechnungen mit DISENT eingezeichnet. Letztere enthalten zusätzliche Hadronisierungskorrekturen. Der innere Fehlerbalken der Daten entspricht dem statistischen Fehler, der Gesamtfehlerbalken der quadratischen Summe von statistischem Fehler und systematischen Unsicherheiten.

mit den Vorhersagen der Modelle ARIADNE 4.08 und LEPTO 6.5 sowie der QCD-Rechnung in NLO. Die Modelle beschreiben die Daten zwar grob, im Detail aber gibt es Differenzen sowohl im Niveau als auch in der Form der Verteilungen. Die NLO-Rechnung beschreibt die Daten im Rahmen der Meßgenauigkeit sehr gut.

Um genauere Aussagen über das Verhalten der 2-Jet-Topologien in Abhängigkeit von der Kinematik des Streuprozesses zu erlangen und um das Skalenverhalten der perturbativen QCD zu testen, wurden die Jet-Variablen zusätzlich in drei getrennten Bereichen von Q^2 gemessen. Die Grenzen dieser Bereiche wurden mit 150, 275, 575 und 5 000 GeV^2 so gewählt, daß in jedem Bereich die mit dem faktorisierbaren k_t-Algorithmus gemessene Anzahl von 2-Jet-Ereignissen ungefähr gleich ist (für den Bereich $Q^2 > 5\,000\,\mathrm{GeV}^2$ siehe Anhang C). Die Korrektur der Daten und die Bestimmung der systematischen Unsicherheiten erfolgte entsprechend den in Abschnitt 4.3 für den gesamten Q^2-Bereich beschriebenen Verfahren.

In Abbildung 5.2 ist das y_2-Spektrum der beiden Algorithmen in den verschiedenen Be-

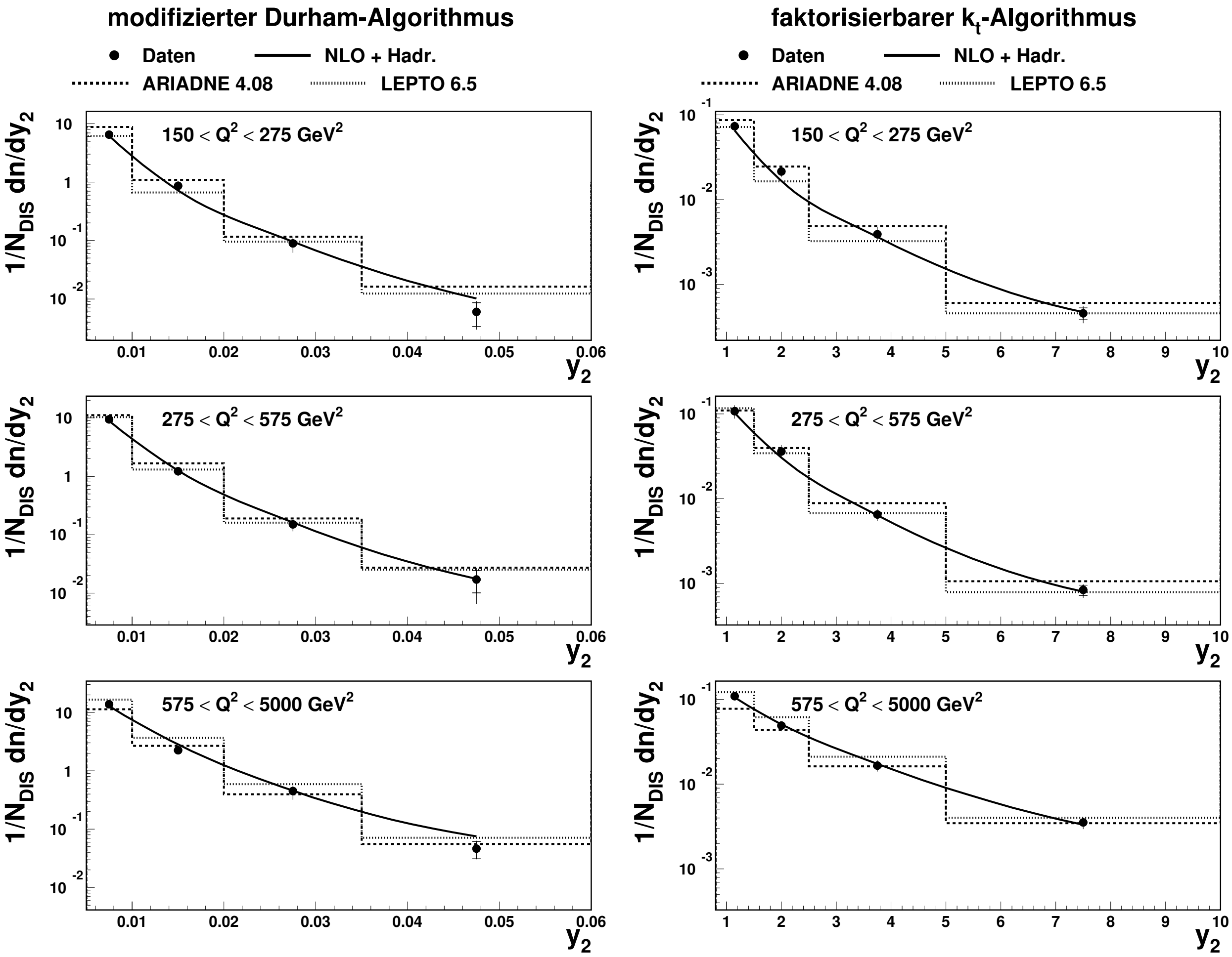


Abbildung 5.2: Korrigierte y_2-Verteilungen für die beiden Jet-Algorithmen im Vergleich mit den Verteilungen der Monte-Carlo-Modelle ARIADNE und LEPTO und der NLO-Rechnung in verschiedenen Bereichen von Q^2. Die Normierung erfolgt auf die Anzahl tiefunelastischer Streuereignisse im jeweiligen Q^2-Bereich. Es gelten die Anmerkungen zu Abbildung 5.1.

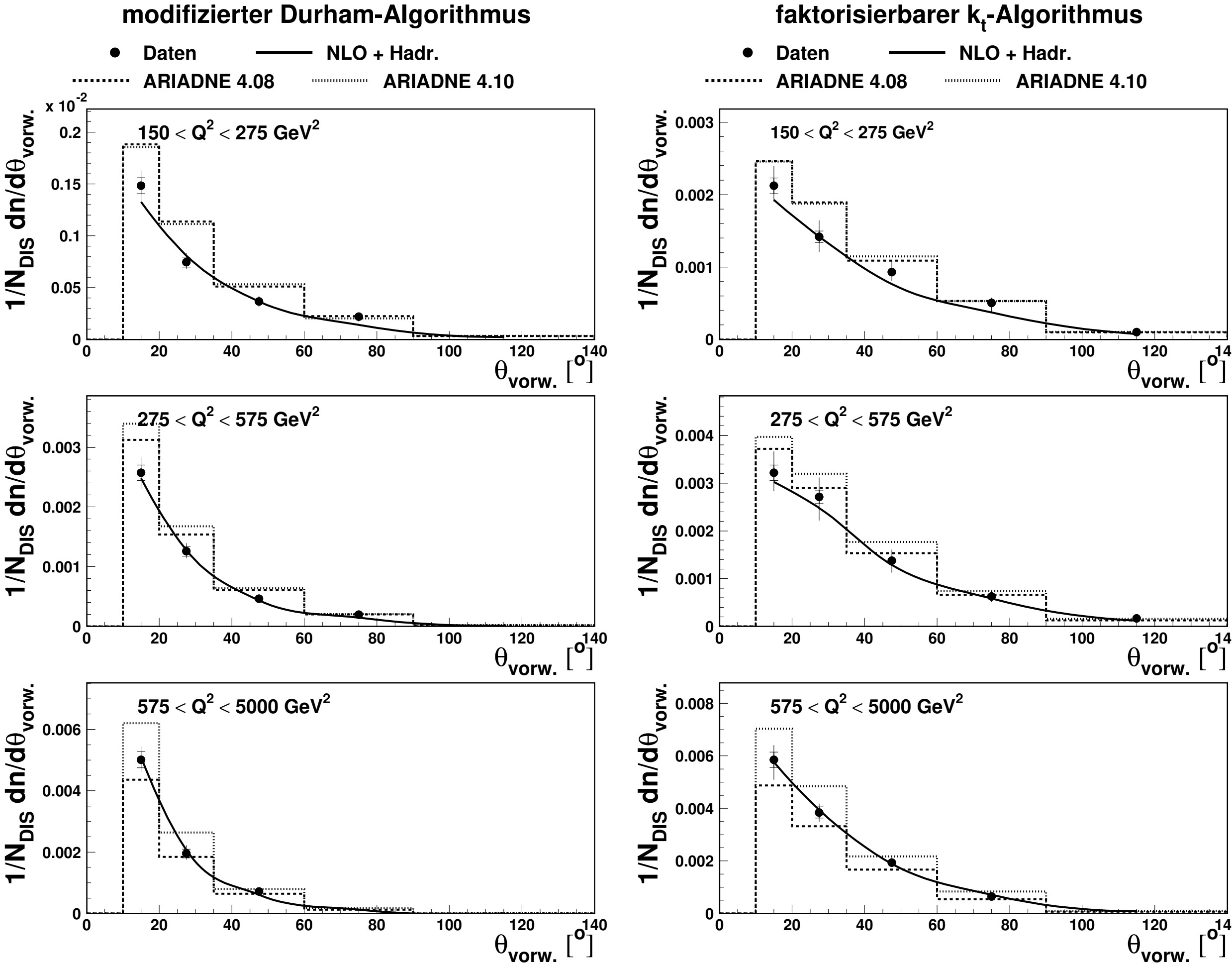


Abbildung 5.3: Korrigierte Polarwinkelverteilung der Vorwärts-Jets im Laborsystem für die beiden Jet-Algorithmen im Vergleich mit den Verteilungen zweier Versionen des Modells ARIADNE und der NLO-Rechnung in verschiedenen Bereichen von Q^2. Es gelten die Anmerkungen zu den Abbildungen 5.1 und 5.2.

reichen von Q^2 gezeigt. Für beide Algorithmen flacht die y_2-Verteilung mit steigendem Q^2 ab. Dabei ist dieses Verhalten für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus ausgeprägter. Insgesamt beschreibt die NLO-Rechnung auch hier die Daten besser als die Monte-Carlo-Modelle (logarithmische Skala!).

Die Polarwinkel der Vorwärts-Jets im Laborsystem (siehe Abbildung 5.3) sind für den im Breit-System angewendeten faktorisierbaren k_t-Algorithmus weniger stark nach vorne gerichtet als für den modifizierten Durham-Algorithmus. In diesen Verteilungen sind die beiden ARIADNE-Versionen mit ihren unterschiedlichen Q^2-Abhängigkeiten eingetragen. Während ARIADNE in Version 4.08 bei niedrigeren Werten von Q^2 über und im höchsten Q^2-Bereich unter den Daten liegt, beschreibt die Version 4.10 das Verhalten der Datenverteilung mit steigendem Q^2 im Prinzip besser, liegt aber im Gesamtniveau zu hoch.[1] Die NLO-Rechnung stimmt in

---

[1] Dieses Verhalten von ARIADNE ist, wie auch das Verhalten der im weiteren untersuchten Modelle, nicht nur für die jeweilig als Beispiel gezeigte Variable gültig, sondern in allen 2-Jet-Verteilungen sichtbar.

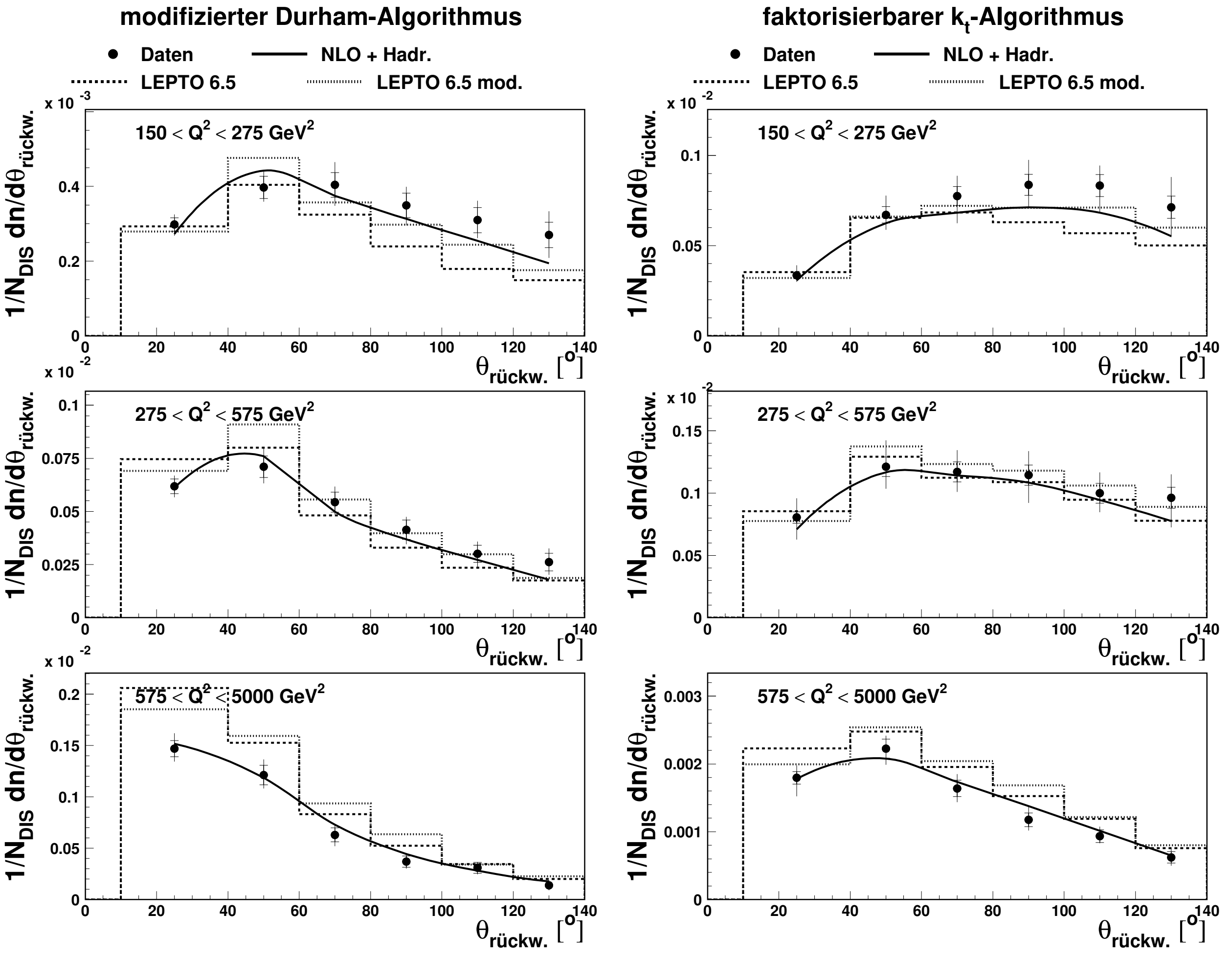


Abbildung 5.4: Korrigierte Polarwinkelverteilung der Rückwärts-Jets im Laborsystem im Vergleich mit den Verteilungen der ursprünglichen und der modifizierten Version des Modells LEPTO 6.5 sowie der QCD-NLO-Rechnung in verschiedenen Bereichen von Q^2. Es gelten die Anmerkungen zu den Abbildungen 5.1 und 5.2.

Form und Niveau mit den Daten überein.

Auch in der Polarwinkelverteilung der Rückwärts-Jets (Abbildung 5.4) ist zu erkennen, daß die mit dem modifizierten Durham-Algorithmus rekonstruierten Jets weiter vorne liegen als die mit dem faktorisierbaren k_t-Algorithmus gefundenen. Zusätzlich führt das mit Q^2 im Mittel steigende x dazu, daß der Impulsanteil der aus dem Proton herausgestreuten Partonen ansteigt, was die Jets für beide Algorithmen bei höheren Q^2-Werten weiter nach vorne richtet. Die beiden in diesen Verteilungen eingetragenen untersuchten Versionen von LEPTO verhalten sich unterschiedlich, aber keine von beiden beschreibt die Daten deutlich besser als die andere. Auch hier liefert die NLO-Rechnung die insgesamt beste Beschreibung, mit der Tendenz, im niedrigsten Q^2-Bereich unterhalb der Daten zu liegen.

In den z_p-Verteilungen der beiden Jet-Algorithmen (Abbildung 5.5) vermag das Modell HERWIG die korrigierten Daten nur im höchsten Q^2-Bereich ähnlich gut zu beschreiben wie

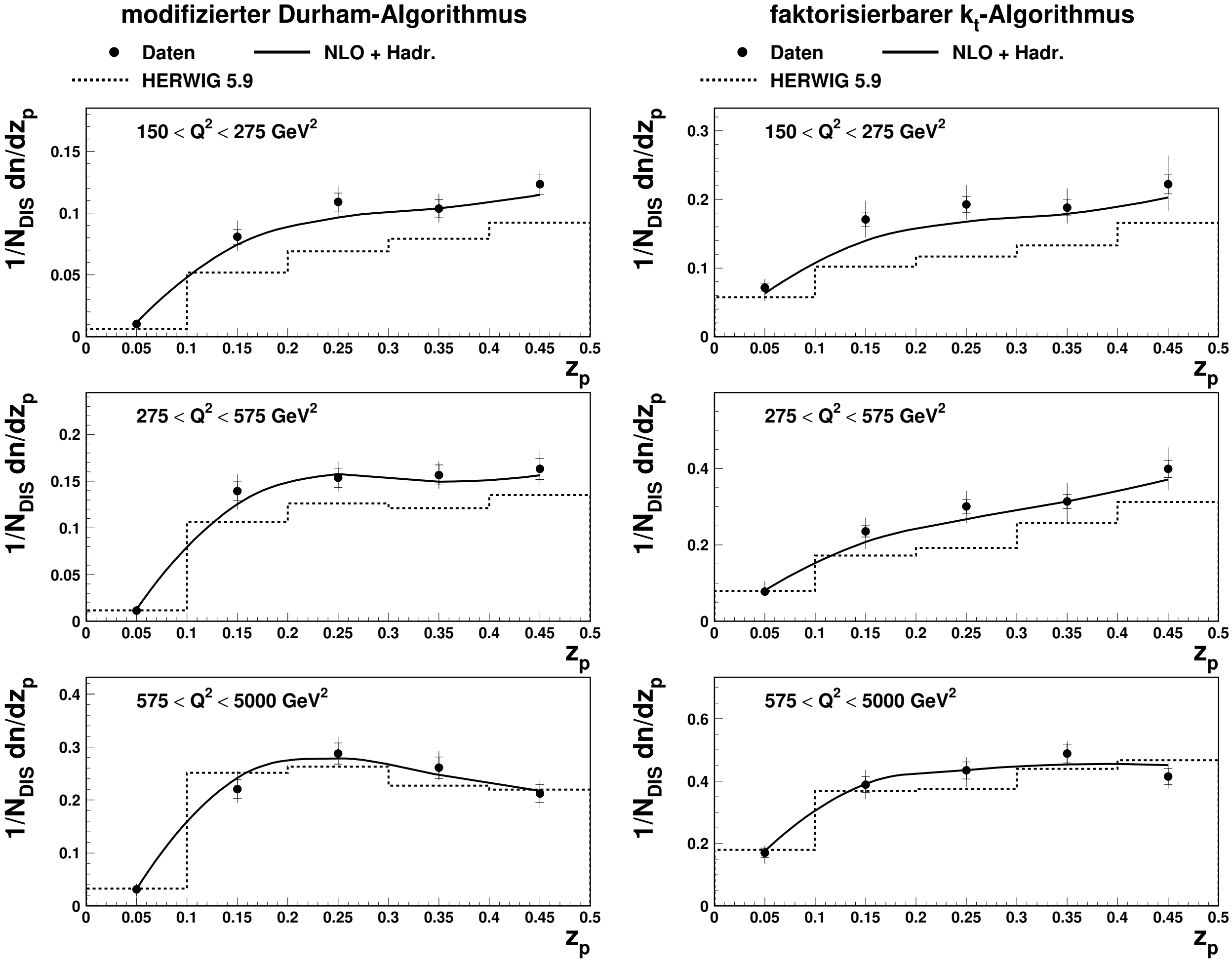


Abbildung 5.5: Korrigierte z_p-Verteilungen im Vergleich mit den Verteilungen des Modells HERWIG und der NLO-Rechnung in verschiedenen Bereichen von Q^2. Es gelten die Anmerkungen zu den Abbildungen 5.1 und 5.2.

die NLO-Rechnung. Bei niedrigeren Werten von Q^2 liegen die Vorhersagen von HERWIG im Niveau deutlich zu niedrig.

Die x_p-Verteilungen in Abbildung 5.6 zeigen die aus Definitionsgleichung 4.1 erwartete starke Variation der Form in den verschiedenen Bereichen von Q^2. Auch hier kann die NLO-Rechnung die Verteilungen der Daten sehr gut beschreiben, während ARIADNE, LEPTO und HERWIG in Form und Niveau von den Daten abweichen.

Insgesamt ist den Vergleichen zu entnehmen, daß keines der untersuchten Monte-Carlo-Modelle (auch nicht die eigentlich auf die Beschreibung von 2-Jet-Variablen optimierte modifizierte Version von LEPTO) in der Beschreibung der gemessenen Verteilungen an die Übereinstimmung der NLO-Rechnung mit den Daten heranreicht. Diese Übereinstimmung geht bis in Extrembereiche der 2-Jet-Verteilungen, wie am Beispiel der invarianten Jet-Massen (Abbildung 5.7) für beide Algorithmen im höchsten Massenbereich zu erkennen ist.

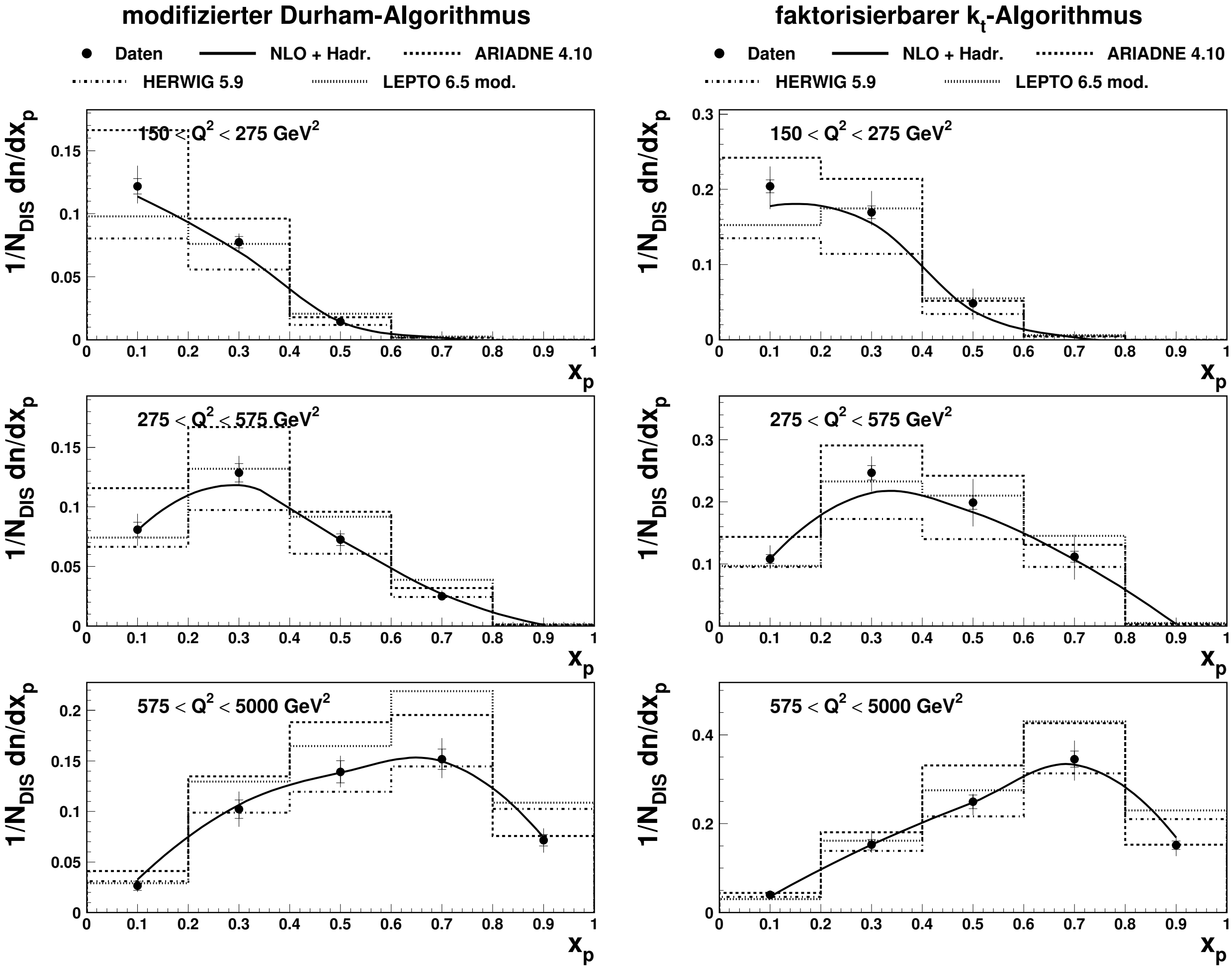


Abbildung 5.6: Korrigierte x_p-Verteilungen im Vergleich mit den Verteilungen der Monte-Carlo-Modelle ARIADNE, LEPTO und HERWIG sowie der NLO-Rechnung in verschiedenen Bereichen von Q^2. Es gelten die Anmerkungen zu den Abbildungen 5.1 und 5.2.

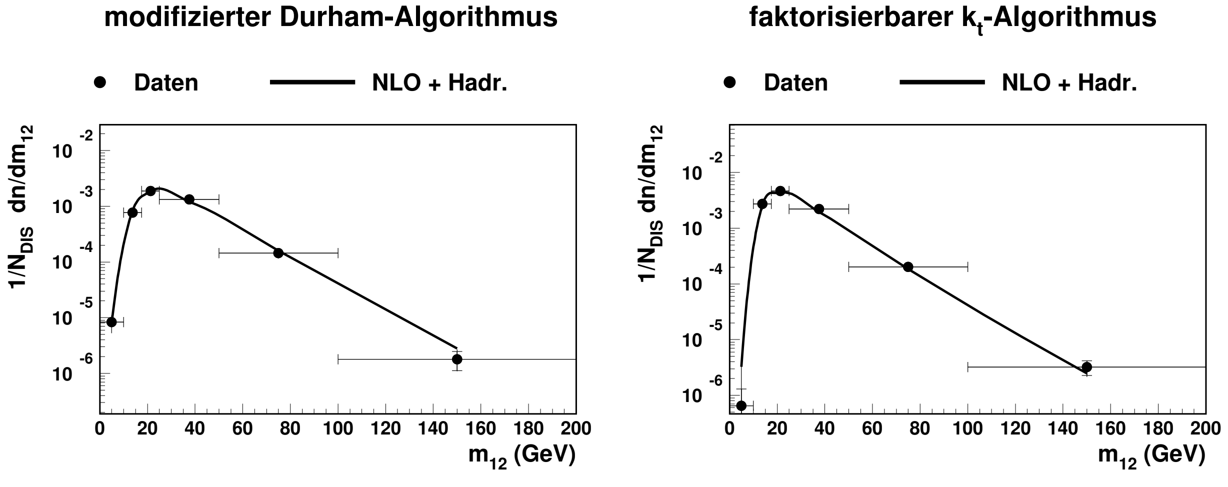


Abbildung 5.7: Korrigierte invariante 2-Jet-Massen im Vergleich mit der NLO-Rechnung (gesamter Q^2-Bereich). Es gelten die Anmerkungen zu Abbildung 5.1.

5.2 Unsicherheiten der QCD-Rechnungen

Um abschätzen zu können, wie aussagekräftig die gute Beschreibung der Daten durch die NLO-Rechnungen ist, müssen die Unsicherheiten dieser Rechnungen berücksichtigt werden.

Hadronisierungskorrekturen

Obwohl keine eigentliche Unsicherheit der NLO-Rechnungen stellen die Hadronisierungskorrekturen einen Unsicherheitsfaktor beim Vergleich der Rechnungen mit den Daten dar.

Diese Korrekturen wurden durch Mittelung der Verhältnisse der Jet-Verteilungen nach der

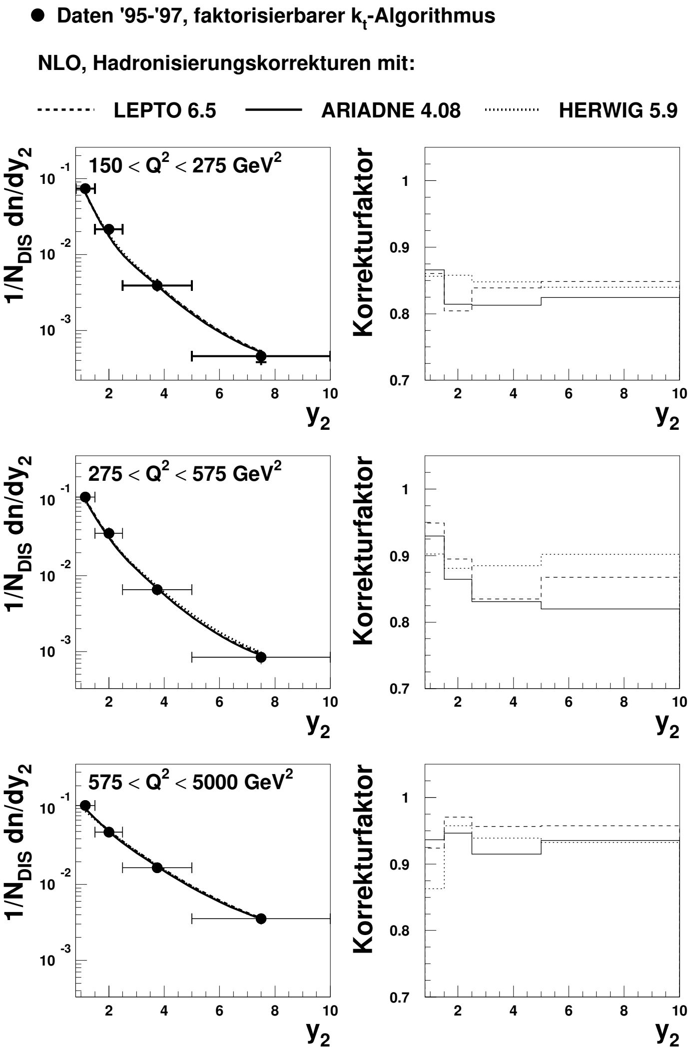


Abbildung 5.8: Korrigierte y_2-Verteilung der Daten für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus im Vergleich mit der jeweils mit den Monte-Carlo-Modellen ARIADNE 4.08, LEPTO 6.5 und HERWIG 5.9 auf Hadronisierungseffekte korrigierten QCD-NLO-Rechnung (links). Zusätzlich sind die Werte der jeweiligen Hadronisierungskorrekturfaktoren angegeben (rechts).

Hadronisierung zu den Verteilungen auf Partonniveau in den einzelnen im vorherigen Abschnitt beschriebenen Monte-Carlo-Modellen bestimmt. Die Größenordnung dieser Korrekturen und die Unterschiede zwischen den mit den verschiedenen Modellen ermittelten Korrekturfaktoren sind in Abbildung 5.8 (für ARIADNE und LEPTO nur in einer der verwendeten Versionen eingezeichnet) am Beispiel der y_2-Verteilung für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus abzulesen. Für diesen Algorithmus verringern sich die Effekte der Hadronisierung von $\sim 20\%$ im niedrigsten Q^2-Bereich auf $\sim 10\%$ im höchsten Q^2-Bereich. Der modifizierte Durham-Algorithmus zeigt dieses Verhalten nicht, hier sind die Korrekturen über den gesamten Q^2-Bereich in der Größenordnung von $\sim 20\%$ (nicht gezeigt). Die Spannweite der mit den verschiedenen Modellen bestimmten Korrekturfaktoren beträgt, ausgehend vom Mittelwert, für beide Jet-Algorithmen bis zu $\pm$ 5%. Dabei liegt kein Modell systematisch höher oder tiefer als die anderen.

Höhere Ordnungen und Skaleneffekte

Das Programm DISENT liefert Vorhersagen bis $O(\alpha_s^2)$. Ereignisse mit (3+1) Jets können also nur noch in führender Ordnung, Ereignisse mit (4+1) und mehr Jets gar nicht berechnet werden.

In Abbildung 5.9 sind mit dem Monte-Carlo-Modell LEPTO generierte Verteilungen von y_2 und den analog als minimaler Abstand von (3+1) bzw. (4+1) Jets in einem Ereignis definierten y_3 und y_4 im durch die jeweiligen 2-Jet-Schnitte für die Algorithmen definierten Meßbereich aufgetragen. Die Verteilungen basieren auf den von LEPTO generierten Partonen, da dieses Niveau dem der NLO-Rechnung entspricht. Für den modifizierten Durham-Algorithmus liegt die Anzahl von Ereignissen mit (3+1) ausgeprägten Jets, d.h. mit $y_3 > 0,005$, um mehr als eine Größenordnung unter der von Ereignissen mit (2+1) Jets. Ereignisse mit (4+1) Jets können hier völlig vernachlässigt werden. Für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus enthält der Meßbereich

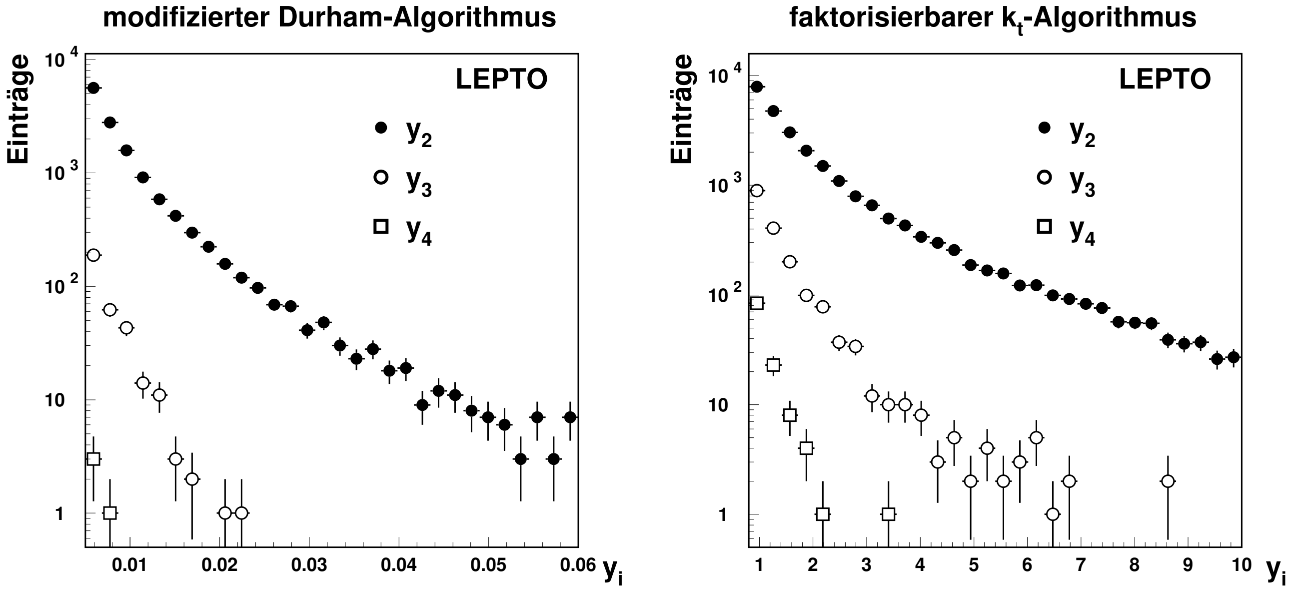


Abbildung 5.9: Die Verteilungen von y_2, y_3 und y_4 für die beiden verwendeten Algorithmen, bestimmt aus den Partonen des Modells LEPTO. Den Verteilungen liegen 250 000 im kinematischen Bereich $Q^2 > 150\,\mathrm{GeV}^2$ generierte Ereignisse zugrunde.

einen etwas größeren Anteil von Ereignissen mit erhöhter Jet-Multiplizität, da hier mehr 2-Jet-Ereignisse selektiert werden und die Spektren von y_3 und y_4 stärker abfallen als das von y_2. Der Anteil von über die 2-Jet-Schnitte selektierten Ereignissen mit einem $y_4 > 0,8$ beträgt aber auch in diesem Fall weniger als 1%. Für beide Algorithmen können also Ereignisse mit 4 Jets, die die NLO-Rechnung nicht mehr enthält, vernachlässigt werden.

Inwieweit die Beiträge nächstführender Ordnung zur Beschreibung der 2-Jet-Observablen überhaupt benötigt werden, läßt sich am Beispiel der Winkelverteilung der Vorwärts-Jets in Abbildung 5.10 ablesen. Während die NLO-Rechnung die Daten insgesamt sehr gut beschreibt liegt die Rechnung führender Ordnung (LO), ebenfalls mit DISENT ausgeführt, für stark vorwärts gerichtete Jets signifikant zu niedrig (bis zu 50% im niedrigsten Q^2-Bereich)[2].

---

[2] Die in diesem Abschnitt an Beispielen gezeigten Verhaltensweisen der QCD-Rechnungen finden sich auch in den übrigen 2-Jet-Variablen.

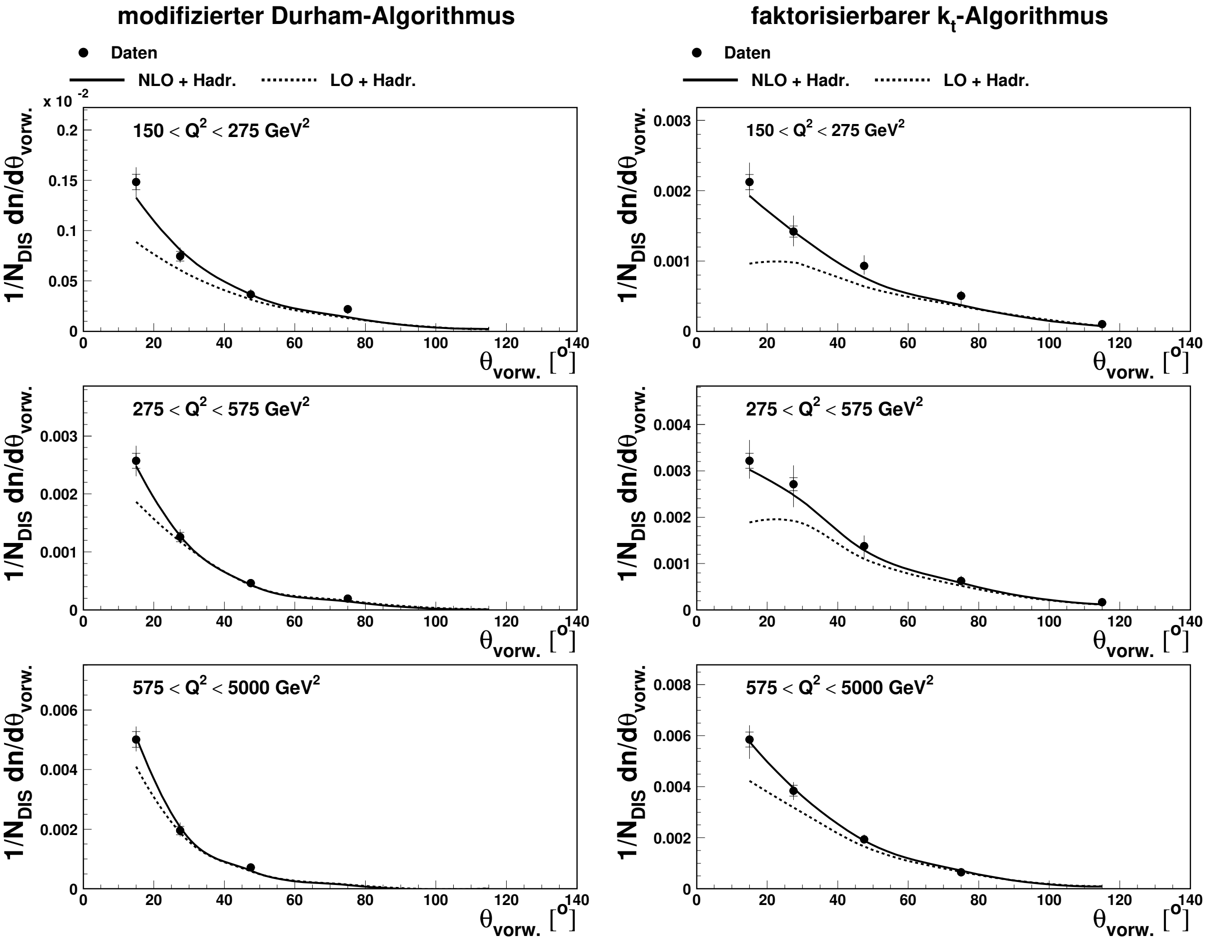


Abbildung 5.10: Korrigierte $\theta_{vorw.}$-Verteilungen für die beiden Jet-Algorithmen im Vergleich mit den QCD-Rechnungen in führender (LO) und nächstführender (NLO) Ordnung. Es gelten die Anmerkungen zu den Abbildungen 5.1 und 5.2.

Effekte höherer Ordnungen als $O(\alpha_s^2)$ können auch abgeschätzt werden, ohne auf Monte-Carlo-Modelle zurückzugreifen. Durch die Beschränkung der QCD-Rechnungen auf eine feste Ordnung in α_s ist die Renormierungsgruppengleichung nicht mehr exakt erfüllt, die Ergebnisse der Rechnungen weisen eine Abhängigkeit von der Renormierungsskala μ_R auf. Die Stärke dieser Abhängigkeit gibt einen Anhaltspunkt für die der Rechnung durch das Fehlen höherer Ordnungen anhaftende Unsicherheit. Um eine Vergleichbarkeit dieser Unsicherheiten in verschiedenen Messungen zu erlangen, ist es üblich, die Ergebnisse der QCD-Rechnungen bei einer Variation der Renormierungsskala um einen Faktor 0,5 bzw. 2 anzugeben. In der vorliegenden Analyse wurde das das Auflösungsvermögen des virtuellen Photons bestimmende Quadrat des Impulsübertrags Q^2 als physikalisch relevante Skala für μ_R^2 gewählt. In Abbildung 5.11 ist als Beispiel der Effekt einer Variation dieser Skala auf $\mu_R^2 = \frac{1}{4} \cdot Q^2$ und $\mu_R^2 = 4 \cdot Q^2$ in der Beschreibung der korrigierten z_p-Verteilungen zu sehen. Die Unterschiede der Ergebnisse der NLO-Rechnungen sind $\sim \pm 10\%$ im niedrigsten Q^2-Bereich und $\sim \pm 5\%$ im höchsten Q^2-Bereich der Analyse für beide Jet-Algorithmen.

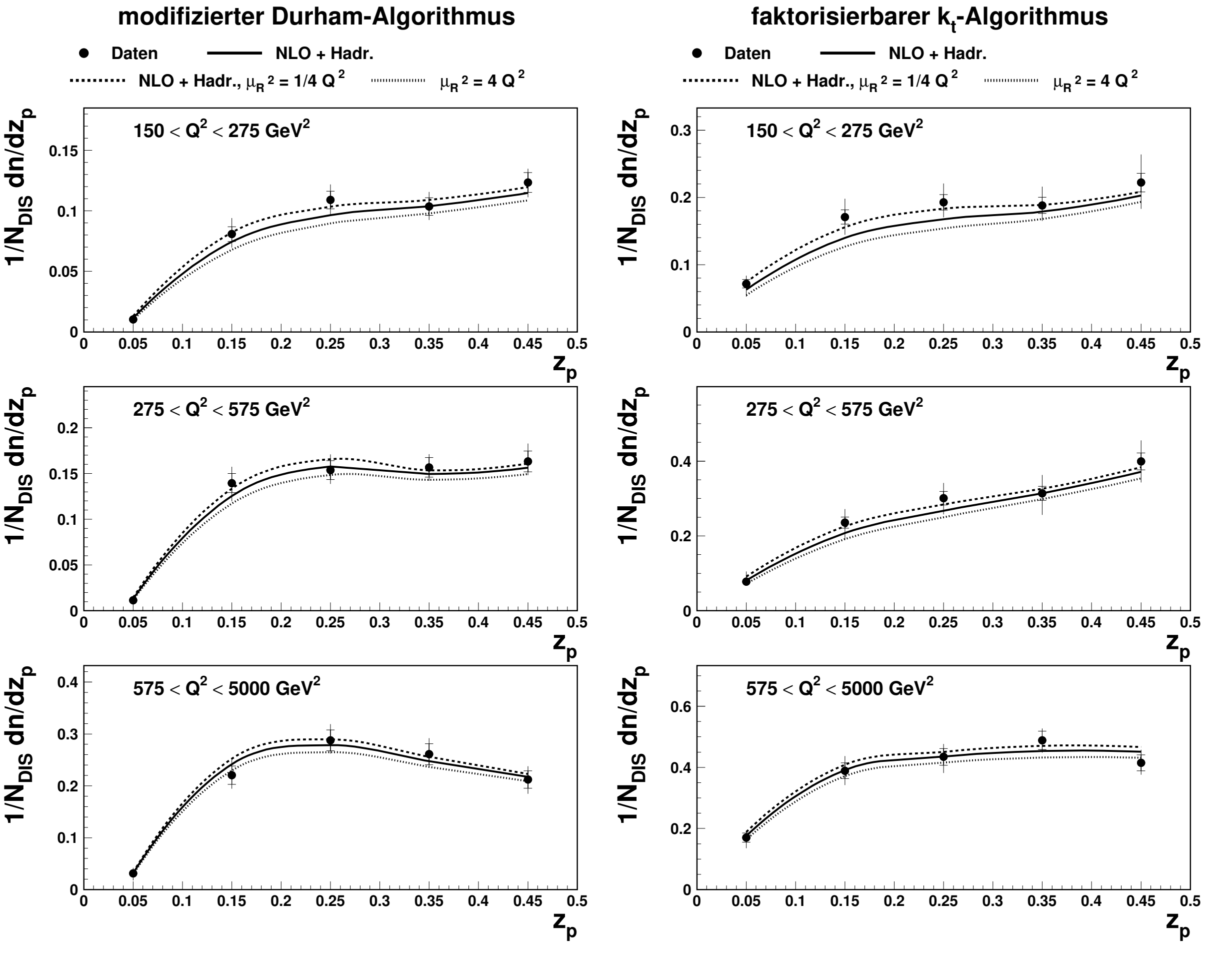


Abbildung 5.11: Korrigierte z_p-Verteilungen für die beiden Jet-Algorithmen im Vergleich mit NLO-Rechnungen bei Variation der Renormierungsskala (durchgezogene Linie: $\mu_R^2 = Q^2$, gestrichelte und gepunktete Linien: $\mu_R^2 = 4, \frac{1}{4}Q^2$). Es gelten die Anmerkungen zu den Abbildungen 5.1 und 5.2.

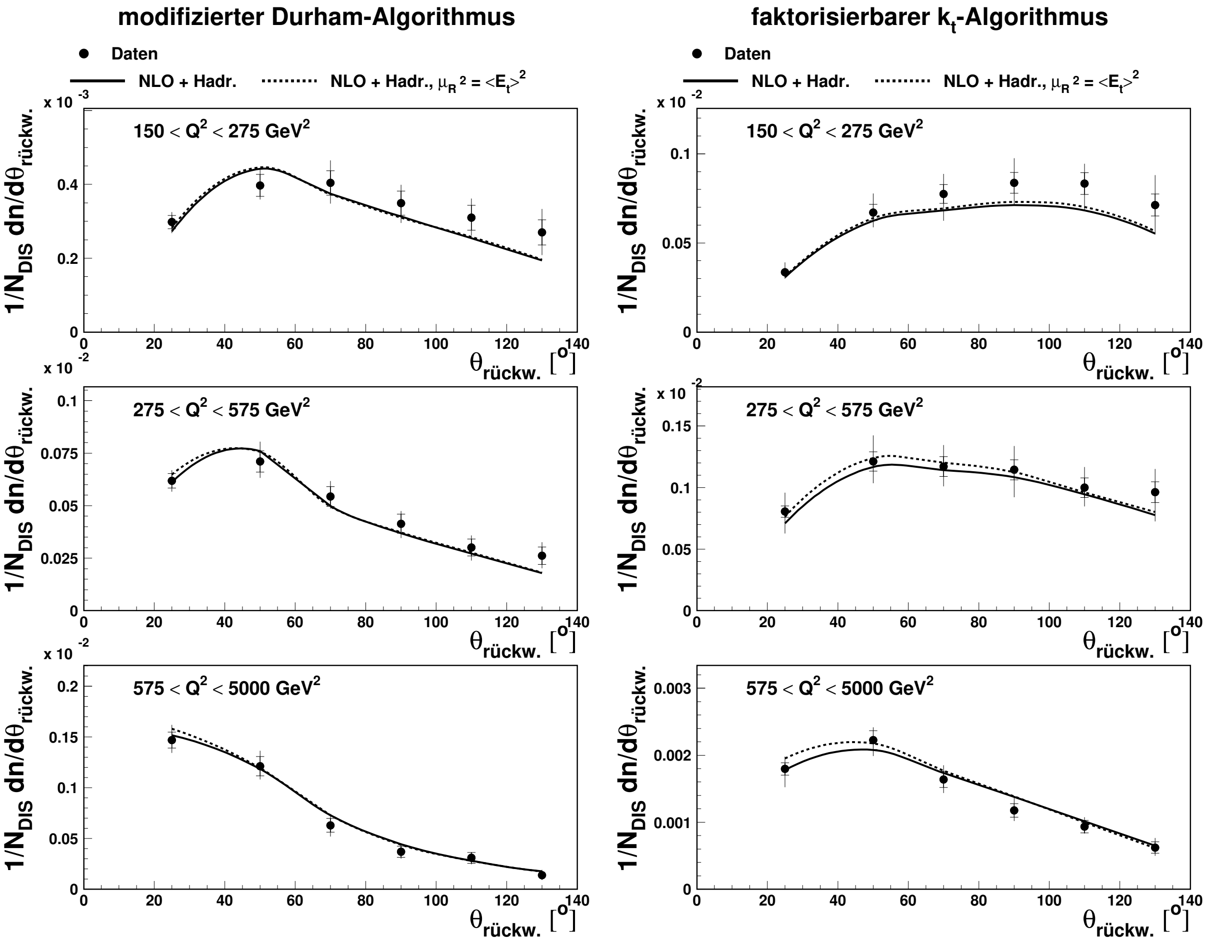


Abbildung 5.12: Korrigierte $\theta_{rückw.}$-Verteilungen für die beiden Jet-Algorithmen im Vergleich mit NLO-Rechnungen mit $\mu_R^2 = Q^2$ (durchgezogene Linie) und $\mu_R^2 = \langle E_t^{Breit} \rangle^2$ (gestrichelte Linie). Es gelten die Anmerkungen zu den Abbildungen 5.1 und 5.2.

Neben Q^2 ist die mittlere transversale Energie der Jets im Breit-System $\langle E_t^{Breit} \rangle$, die ein Maß für die Härte der den Ereignissen zugrunde liegenden QCD-Prozesse ist, eine für die Berechnung von 2-Jet-Wirkungsquerschnitten relevante Größe. Also läßt sich für die Renormierungsskala auch die Wahl $\mu_R^2 = \langle E_t^{Breit} \rangle^2$ motivieren. An Hand der Polarwinkelverteilungen der Rückwärts-Jets zeigt Abbildung 5.12 den Vergleich der NLO-Rechnungen unter Verwendung von $\mu_R^2 = Q^2$ und $\mu_R^2 = \langle E_t \rangle^2$ mit den korrigierten Daten. Im niedrigsten Q^2-Bereich ergeben sich keine sichtbaren Unterschiede in den Rechnungen. In den höheren Q^2-Bereichen, in denen durch $\langle E_t \rangle^2$ im Mittel die kleinere Skala gegeben ist[3], betragen die Unterschiede bis zu 5%. Im Rahmen der Unsicherheiten der Messung ist die Beschreibung der Daten durch die QCD-Rechnungen für beide Skalen gleich gut.

---

[3] Der Mittelwert der $\langle E_t^{Breit} \rangle$-Verteilungen liegt für beide Algorithmen im gesamten Q^2-Bereich etwas über 10 GeV

Partondichten

Neben der durch $\Lambda^{(4)}$ gegebenen Stärke der Kopplung α_s gehen in die QCD-Rechnungen für tiefunelastische Streuung die Partondichtefunktionen des Protons als Parameter ein. Eine genauere Untersuchung der Auswirkungen der Verwendung unterschiedlicher Partondichten findet sich im nächsten Kapitel bei der Erörterung systematischer Unsicherheiten der α_s-Bestimmung. Im Moment soll nur der Beitrag der jeweiligen Partonen zum berechneten Jet-Wirkungsquerschnitt und deren Einfluß auf die Güte der Datenbeschreibung untersucht werden.

Die NLO-Rechnungen zeigen allgemein eine Tendenz, im niedrigsten Bereich von Q^2 etwas unterhalb der gemessenen 2-Jet-Verteilung zu liegen. In diesem Bereich ist der Anteil von durch Gluonen induzierten Ereignissen am höchsten. Dieser Anteil fällt von $\sim 80\%$ im niedrigsten Q^2-Bereich auf $\sim 30\%$ im höchsten Q^2-Bereich[4]. In Abbildung 5.13 ist dies am Beispiel der x_p-

---

[4] Diese Werte gelten bei der Faktorisierungsskala Q^2. Eine Variation der Faktorisierungsskala auf $\mu_F^2 = 4 \cdot Q^2$ und $\mu_F^2 = \frac{1}{4} \cdot Q^2$ (analog zur Variation der Renormierungsskala) ändert diese Anteile nur wenig und führt zu vernachlässigbaren Veränderungen der aus allen Partonen berechneten Jet-Verteilungen.

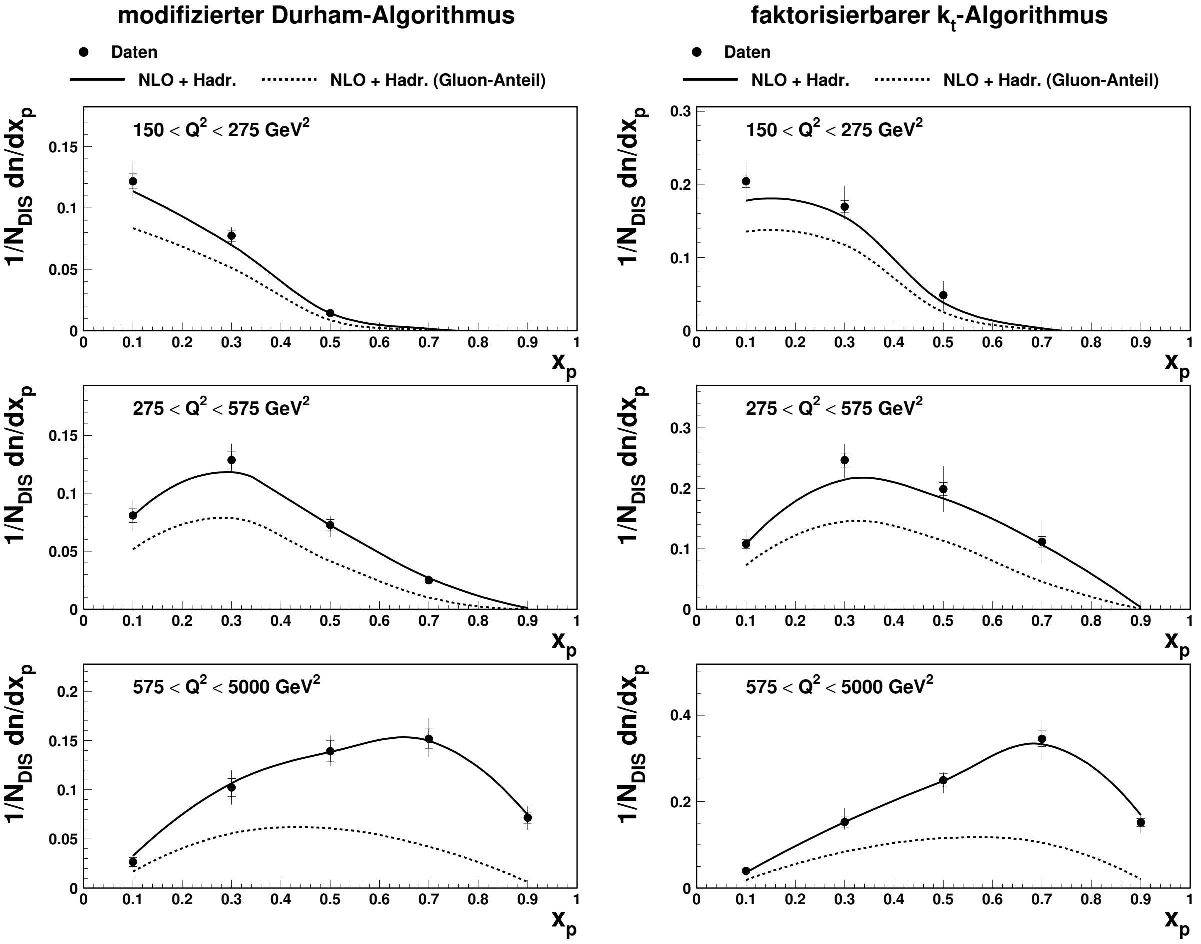


Abbildung 5.13: Korrigierte x_p-Verteilungen für die beiden Jet-Algorithmen im Vergleich mit der QCD-NLO-Rechnung (durchgezogene Linie). Die gestrichelte Linien gibt den jeweils durch Gluonen induzierten Beitrag zur in der QCD-Rechnung bestimmten Jet-Rate.Es gelten die Anmerkungen zu den Abbildungen 5.1 und 5.2.

Verteilungen zu sehen. Würden die gemessenen Daten also benutzt, um unter Annahme des in der verwendeten Partondichtefunktion CTEQ5M implementieterten Wertes von α_s die Gluondichte $G(x)$ zu bestimmen, ergäbe sich ein etwas höherer Wert als der der Partondichtefunktion. Eine H1-Analyse, die eben diesen Ansatz mit der Messung von 2-Jet-Wirkungsquerschnitten verfolgte [71], ergab ein entsprechendes Ergebnis, welches im kinematischen Überlappbereich auch mit Bestimmungen der Gluondichte aus F_2-Messungen von H1 und ZEUS übereinstimmt.

Kapitel 6

Bestimmung der starken Kopplung

Der Wert der starken Kopplung α_s wird in der vorliegenden Analyse aus dem Vergleich der korrigierten y_2-Verteilungen mit QCD-Rechnungen in NLO bestimmt. Dieses Vorgehen wird durch die gute Beschreibung der 2-Jet-Verteilungen durch die NLO-Rechnungen im gesamten Phasenraum der Jets gerechtfertigt.

6.1 Fitprozedur

Zur Bestimmung von α_s wird ein χ^2-Fit der mit DISENT errechneten NLO-Vorhersagen an die korrigierten y_2-Verteilungen der Daten durchgeführt[1].

In der verwendeten Version von DISENT wird die Stärke der Kopplung über $\Lambda^{(4)}$ angegeben, dies ist daher auch der Parameter des Fits. Der Wert von α_s wird dann aus dem im Fit ermittelten $\Lambda^{(4)}_{Fit}$ bestimmt. Um den Fit durchführen zu können, muß in jedem Bin der y_2-Verteilungen eine QCD-Vorhersage in NLO für einen beliebigen Wert von $\Lambda^{(4)}$ zur Verfügung stehen. Dazu werden in DISENT die Werte von y_2 in den Bins i jeweils für zwei feste Werte von $\Lambda^{(4)}$ (300 und 500 MeV) berechnet. Die Vorhersagen für beliebige $\Lambda^{(4)}$ werden parametrisiert, indem die normierte y_2-Verteilung Bin für Bin in eine Taylor-Reihe in $\alpha_s(\Lambda^{(4)})$ beim mittleren Q^2 der Verteilung entwickelt wird:

$$\frac{1}{\sigma_{DIS}} \frac{d\sigma^i_{2Jet}(y_2)}{dy_2} = A_i(y_2)\alpha_s(\Lambda^{(4)}) + B_i(y_2)\alpha_s^2(\Lambda^{(4)}) \tag{6.1}$$

Die Koeffizienten A_i und B_i werden durch Lösen einer quadratischen Gleichung aus den Vorhersagen für $\Lambda^{(4)} = 300$ und 500 MeV gewonnen.

Die Genauigkeit dieser Methode wurde getestet, indem DISENT-Rechnungen für feste Werte von $\Lambda^{(4)}$ (zwischen 200 und 600 MeV) mit den aus den Koeffizienten berechneten y_2-Verteilungen für entsprechende Werte von $\Lambda^{(4)}$ verglichen wurden. Die dabei gefundene Übereinstimmung lag typischerweise in der Größenordnung von 0,1% und ist damit weitaus besser als die statistische Genauigkeit der Daten.

---

[1] Aus technischen Gründen werden dabei, im Gegensatz zu den in Kapitel 5 gezeigten Verteilungen, die notwendigen Hadronisierungskorrekturen an den Datenverteilungen angebracht.

Die Zusammenhänge zwischen α_s bei gegebener Skala μ_R, $\Lambda^{(4)}$ und dem im kinematischen Bereich der Analyse relevanten $\Lambda^{(5)}$ sind durch die im $\overline{MS}$-Schema in nächstführender Ordnung gültigen Formeln gegeben [5, 72]:

$$\alpha_s(\mu_R^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \log(\mu_R^2/\Lambda_{\overline{MS}}^{(n_f)^2})} \cdot \left[1 - \frac{2\beta_1}{\beta_0^2} \cdot \frac{\log\log(\mu_R^2/\Lambda_{\overline{MS}}^{(n_f)^2})}{\mu_R^2/\Lambda_{\overline{MS}}^{(n_f)^2}} \right]$$

mit $\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}n_f$, $\beta_1 = 51 - \frac{19}{3}n_f$ und der Anzahl beteiligter Arten von Quarks $n_f = 5$ sowie

$$\Lambda_{\overline{MS}}^{(5)} = \Lambda_{\overline{MS}}^{(4)} \left(\frac{\Lambda_{\overline{MS}}^{(4)}}{m_b} \right)^{\frac{2}{23}} \cdot \left[\log(m_b^2/\Lambda_{\overline{MS}}^{(4)^2}) \right]^{-\frac{963}{13225}} .$$

Dabei wird die Masse des b-Quarks m_b, auf die das Ergebnis nur wenig sensitiv ist, als 4,75 GeV angenommen.

Das zu minimierende χ^2 wird für die α_s-Bestimmung in den einzelnen Q^2-Bereichen durch die mit den statistischen Meßfehlern δ gewichtete Differenz der Datenpunkte zu den QCD-Vorhersagen in Abhängigkeit von $\Lambda^{(4)}$ definiert:

$$\chi^2(\Lambda^{(4)}) = \sum_{Bins} \frac{[y_2^{Daten} - y_2^{NLO}(\Lambda^{(4)})]^2}{[\delta_{y_2}^{Daten}]^2} \tag{6.2}$$

In Abbildung 6.1 ist am Beispiel einer y_2-Verteilung für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus die Sensitivität der Messung auf α_s gezeigt. Die Daten sind mit den unterschiedlichen Niveaus der QCD-Vorhersagen für $\Lambda^{(4)} = 300$ und 500 MeV, entsprechend $\alpha_s(M_Z^2) = 0,116$ und $\alpha_s(M_Z^2) = 0,127$, zu vergleichen. Außerdem ist die mit dem im Fit bestimmten $\Lambda^{(4)}$ durchgeführte NLO-Rechnung eingezeichnet, welche die Daten sehr gut beschreibt.

Der Fit mit der χ^2-Definition aus Gleichung 6.2 erlaubt die separate Abschätzung der Größe der einzelnen systematischen experimentellen und theoretischen Unsicherheiten der α_s-Messung. Dafür werden Fits mit y_2-Verteilungen durchgeführt, in denen jeweils eine einzelne Quelle systematischer Unsicherheit in ihren Fehlergrenzen variiert wurde. Der jeweilig zugeordnete Fehler ergibt sich dann aus der Differenz der so erhaltenen Werte von α_s zu den aus den zentralen y_2-Verteilungen bestimmten Werten.

Wegen der Vernachlässigung der systematischen Unsicherheiten und ihrer Korrelationen in Definitionsgleichung 6.2 kann es nach dem oben definierten Verfahren zu einer leichten Überschätzung der Fehler kommen. Daher wurden die gleichzeitigen Fits der y_2-Verteilungen in den verschiedenen Q^2-Bereichen, die das Endergebnis der Analyse für den Wert der starken Kopplung ergeben, mit einer von 6.2 abweichenden Definition von χ^2 unternommen. Diese berücksichtigt neben den statistischen Fehlern die experimentellen Unsicherheiten der Messung und ihre Korrelationen über eine symmetrische Kovarianzmatrix **C**. Das zu minimierende χ^2 wird dann wie folgt definiert:

$$\chi^2(\Lambda^{(4)}) = \sum_{ij} (y_{2,i}^{Daten} - y_{2,i}^{NLO}(\Lambda^{(4)})) \cdot (C^{-1})_{ij} \cdot (y_{2,j}^{Daten} - y_{2,j}^{NLO}(\Lambda^{(4)})) \tag{6.3}$$

Dabei entsprechen die $y_{2,i}$ bzw. $y_{2,j}$ den Einträgen in den einzelnen Bins. Die $(C^{-1})_{ij}$ sind die einzelnen Elemente der invertierten Kovarianzmatrix. Die vollständige Kovarianzmatrix wird

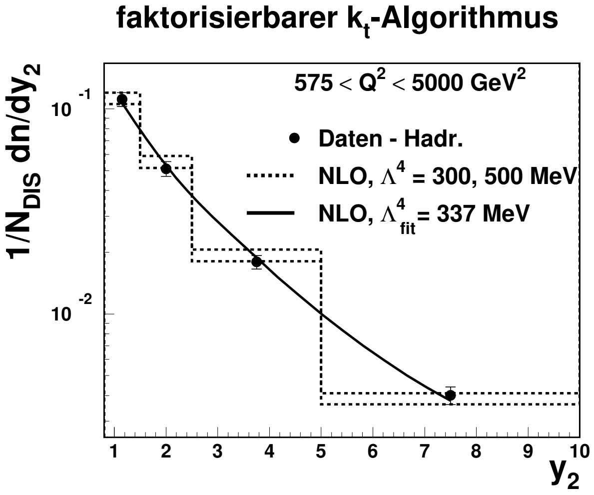


Abbildung 6.1: Auf Partonniveau korrigierte y_2-Verteilung für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus im höchsten Q^2-Bereich im Vergleich mit den QCD-Rechnungen in NLO für $\Lambda^{(4)}$ =300, 500 MeV und der Rechnung mit dem aus dem χ^2-Fit erhaltenen $\Lambda^{(4)_{Fit}}$ von 337 MeV. Es ist nur der statistische Fehler der korrigierten Daten angegeben.

durch Addition von den einzelnen Fehlerquellen zugeordneten Matrizen **D** gebildet. Für unkorrelierte Fehler sind dies Diagonalmatrizen mit Einträgen $D_{ii} = \delta_i^2$, gebildet aus den Fehlerbeiträgen δ_i in den einzelnen Meßpunkten. Die Einträge der Matrizen für korrelierte Fehler sind durch $D_{ij} = \delta_i \cdot \delta_j$ gegeben. Da die Kovarianzmatrix keine asymmetrischen Fehler berücksichtigen kann, werden die δ_i durch Mittelung der positiven und negativen Abweichungen von den Zentralwerten der Messung bestimmt.

Die gesamte experimentelle Unsicherheit in α_s entspricht dem Unterschied des Wertes beim nach Gleichung 6.3 bestimmten minimalen χ^2_{min} zu den Werten von α_s, bei denen der das χ^2 auf den Wert $\chi^2_{min} + 1$ ansteigt (siehe z.B. [73]).

6.2 Unsicherheiten der α_s-Messung

Die Abbildungen 6.2 und 6.3 zeigen die in den einzelnen Q^2-Bereichen bestimmten Werte der starken Kopplung und deren Unsicherheiten für die beiden Jet-Algorithmen. Dabei wird das dem im Fit bestimmten $\Lambda^{(4)}_{Fit}$ entsprechende $\alpha_s(M_Z^2)$ angegeben.

Zur Bestimmung der systematischen Unsicherheiten der α_s-Messung wurden die folgenden Fehlerquellen untersucht:

Experimentelle Fehler

Als experimentelle Fehler wurden die in Abschnitt 4.4 angegebenen systematischen Unsicherheiten der auf Hadronniveau korrigierten y_2-Verteilungen berücksichtigt. Diese Unsicherheiten werden durch die Energieskalen des Flüssigargon-Kalorimeters und durch die Unterschiede in der Korrektur durch verschiedene Monte-Carlo-Modelle verursacht.

Den größten Einfluß hat dabei die Unsicherheit in der hadronischen Energieskala des Kalorimeters, der Variationen der Werte von α_s in der Größe von 4-6% entsprechen. Die Auswirkung-

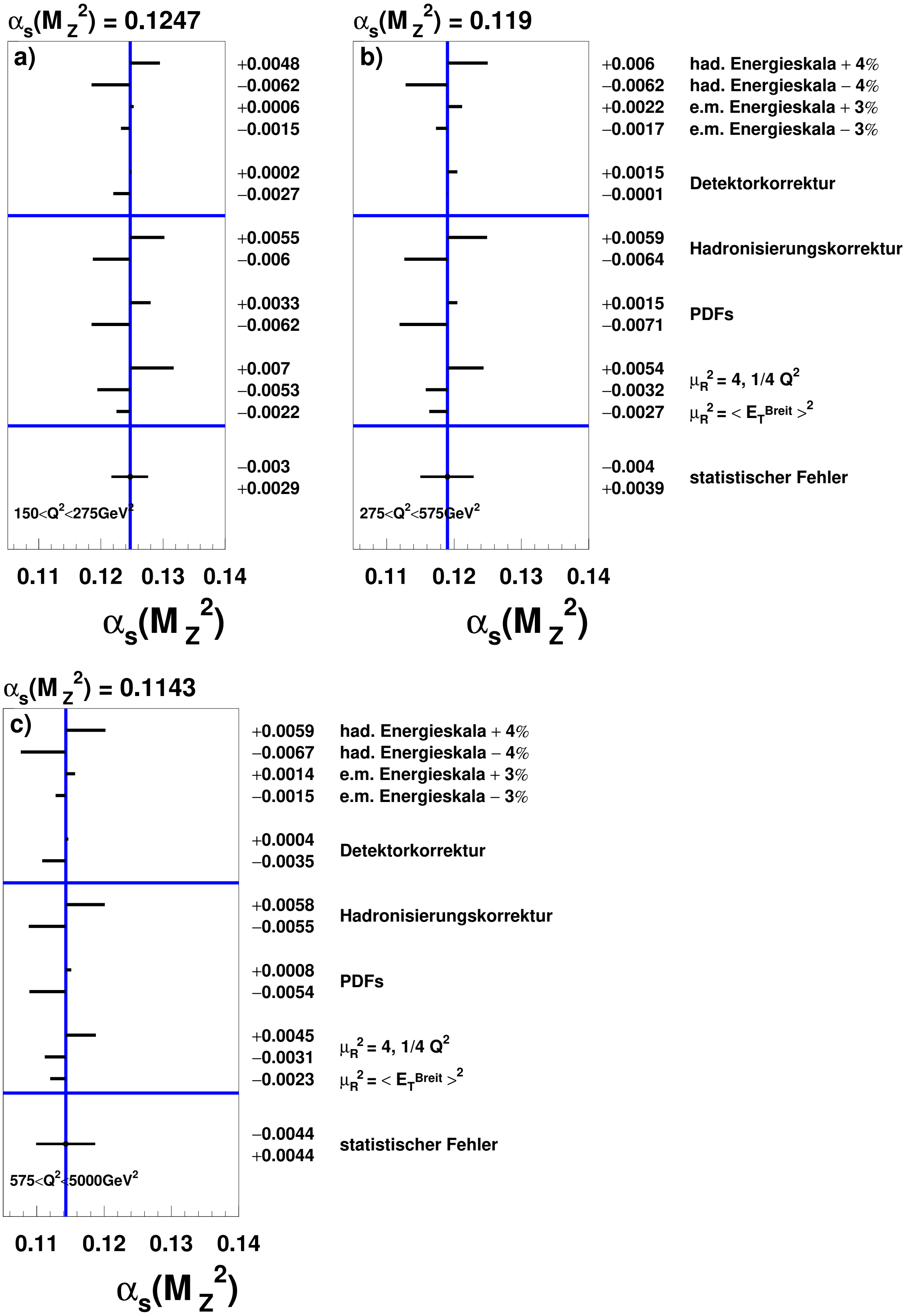


Abbildung 6.2: Mit dem modifizierten Durham-Algorithmus bestimmte Werte von $\alpha_s(M_Z^2)$ (senkrechte Linien) und deren experimentelle und theoretische Unsicherheiten (Querbalken) in den Q^2-Bereichen 150 bis 275 GeV^2 (a), 275 bis 575 GeV^2 (b) und 575 bis 5000 GeV^2 (c). Die durchgezogenen Querlinien trennen experimentelle und theoretische Unsicherheiten.

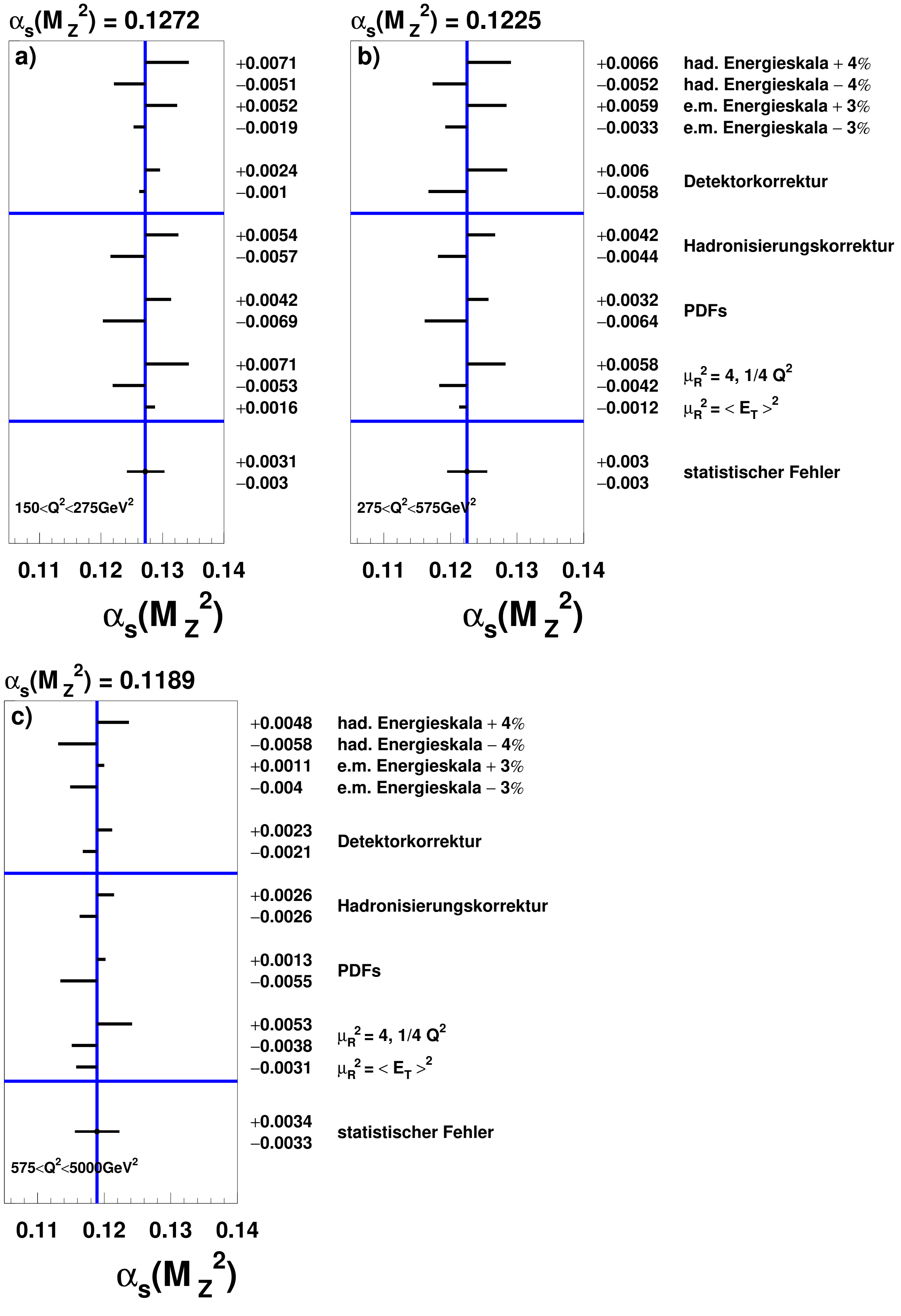


Abbildung 6.3: Mit dem faktorisierbaren k_t-Algorithmus bestimmte Werte von $\alpha_s(M_Z^2)$ (senkrechte Linien) und deren experimentelle und theoretische Unsicherheiten (Querbalken) in den Q^2-Bereichen 150 bis 275 GeV^2 (a), 275 bis 575 GeV^2 (b) und 575 bis 5 000 GeV^2 (c) . Die durchgezogenen Querlinien trennen experimentelle und theoretische Unsicherheiten.

en der Unsicherheit in der elektromagnetischen Energieskala sind für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus mit bis zu 5% wegen der Lorentz-Transformation in das Breit-System deutlich größer als für den modifizierten Durham-Algorithmus, für den sie etwa 1% betragen.

Die durch die Energieskalenunsicherheiten induzierten Fehler in der Bestimmung von α_s verringern sich für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus etwas mit steigendem Q^2. Dies hängt mit dem in höheren Q^2-Bereichen weniger steil abfallenden y_2-Spektrum (siehe Abbildung 5.2) und der damit verbundenen Änderung des Migrationsverhaltens einzelner Ereignisse zusammen. Für den modifizierten Durham-Algorithmus, in dem die Q^2-Abhängigkeit der Form der y_2-Verteilung weniger stark ausgeprägt ist, zeigen diese Fehler keine Q^2-Abhängigkeit.

Die Unterschiede in den Werten von α_s durch die jeweils mit dem Modell ARIADNE oder LEPTO erfolgte Korrektur auf Detektoreffekte liegen allgemein für beide Algorithmen in der Größenordnung von $\sim$ 2%. Diese Unsicherheiten müssen im Gegensatz zu denen in der y_2-Verteilung selbst nicht mehr symmetrisch sein, da sich im Fit die Abweichungen in einzelnen Bins unterschiedlich auswirken können. Das erklärt auch die in einigen Fällen sehr kleinen, deutlich unter 1% liegenden Werte dieser Unsicherheit.

Bei Behandlung der experimentellen Fehler nach der über Gleichung 6.3 definierten Fit-Methode ändern sich die ermittelten α_s-Werte in der Größenordnung ihrer statistischen Fehler.

Hadronisierungskorrekturen

Die Korrekturfaktoren für Hadronisierungseffekte, bestimmt aus dem Vergleich der y_2-Verteilungen auf Hadron- und Partonniveau der in Abschnitt 5 angegebenen Monte-Carlo-Modelle, unterscheiden sich für die verschiedenen Modelle nur wenig (siehe Abschnitt 5.2).

Um eine konservative Abschätzung der durch die nicht-perturbativen Effekte der Hadronisierung in die Messung eingehenden Unsicherheiten zu erhalten, wurden daher nicht die Unterschiede der einzelnen Modelle als systematische Fehler betrachtet, sondern in jedem einzelnen Bin die Hälfte des dort durch Mittelung der Modelle bestimmten Korrekturfaktors als Unsicherheit angenommen. Damit ist die abgeschätzte Größe der Unsicherheit direkt mit der Stärke der nicht-perturbativen Effekte korreliert. Da die Hadronisierungskorrekturen mit wachsendem Q^2 für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus abnehmen, fällt auch die zugeordnete Unsicherheit in α_s von etwa 5% im niedrigsten auf 2% im höchsten Bereich von Q^2. Für den modifizierten Durham-Algorithmus beträgt die Unsicherheit unabhängig von Q^2 ungefähr 5%.

Wahl der Renormierungs- und Faktorisierungsskala

Zur Abschätzung der durch die Wahl der Renormierungsskala in die α_s-Bestimmung eingehenden Unsicherheit wurde diese von ihrem Zentralwert $\mu_R^2 = Q^2$ auf $\mu_R^2 = \frac{1}{4}Q^2$ und $\mu_R^2 = 4\,Q^2$ variiert. Dies führt zu Variationen im ermittelten Wert der starken Kopplung von 3 bis 6% . Die so bestimmte Skalenunsicherheit deckt auch die angegebenen Veränderungen der im Fit bestimmten Werte von α_s durch die Wahl der mittleren transversalen Energie der Jets im Breit-System als Renormierungsskala ab. Die nicht im systematischen Fehler berücksichtigten Variationen von $\mu_R^2 = \langle E_t^{Breit}\rangle^2$ auf $\mu_R^2 = \frac{1}{4}\langle E_t^{Breit}\rangle^2$ und $\mu_R^2 = 4\,\langle E_t^{Breit}\rangle^2$ führen relativ zu etwas geringeren Änderungen als für die Skalenvariation mit Q^2.

Die Wahl der Faktorisierungsskala μ_F beeinflußt die QCD-Vorhersagen nur in geringem Maße, eine Variation von $\mu_F^2 = Q^2$ auf $\mu_F^2 = \frac{1}{4}Q^2$ und $\mu_F^2 = 4\,Q^2$ führt zu Änderungen der ermitteleten Werte von α_s von weniger als 1%.

Partondichten

Nach dem Faktorisierungsansatz aus Gleichung 1.4 gehen in die durch die QCD-Rechnung bestimmten Werte von y_2 außer der Kopplung α_s auch die benutzten Parametrisierungen der Partondichten des Protons ein. Zur Abschätzung der dadurch verursachten Unsicherheit der Messung wurden neben den für die zentrale Analyse verwendeten Partondichtefunktionen CTEQ 5M die Parametrisierungen MRST1-5 [74], CTEQ5HJ [70], Spezialparametrisierungen der CTEQ-Kollaboration zur Untersuchung von Unsicherheiten der Gluondichte [75] sowie die älteren Serien MRSR1-R4 [76], MRSA' 1-A' 6 [77], CTEQ4A1-4A5 [69] und GRV94HO [78] benutzt.

Diese Partondichtefunktionen wurden durch globale Anpassungen an die zur Verfügung stehenden, aus verschiedenen Experimenten stammenden Daten zur Protonstruktur bestimmt. Die verschiedenen Sätze von Partondichtefunktionen beruhen auf unterschiedlichen Parametrisierungen, Entwicklungsstartskalen und, im Falle von MRST4/5, MRSR1/2 und der Serien MRS A' 1-A' 6 und CTEQ4A1-4A5, auf verschiedenen, vom Weltmittelwert mehr oder weniger stark abweichenden Werten der starken Kopplung. Letzteres erlaubt Untersuchungen, inwiefern der in der vorliegenden Analyse ermittelte Wert von α_s^{Fit} von dem in den Partondichtefunktionen angenommenen Wert α_s^{PDF} unabhängig, d.h. eine sensitive α_s-Messung möglich ist.

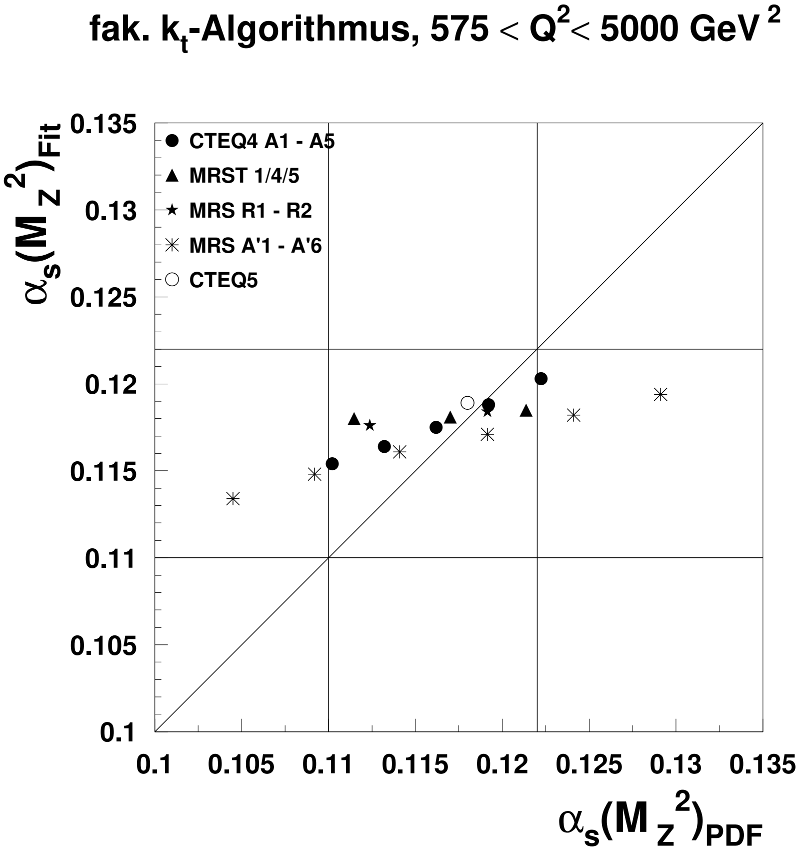


Abbildung 6.4: Vergleich des mit verschiedenen Partondichtefunktionen extrahierten $\alpha_s(M_Z^2)_{Fit}$ mit dem zur Bestimmung der jeweiligen Partondichten angenommenen $\alpha_s(M_Z^2)_{PDF}$ für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus im höchsten Q^2-Bereich der Messung

Die Korrelation von α_s^{Fit} und α_s^{PDF} ist in Abbildung 6.4 für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus im höchsten Q^2-Bereich an Hand der in α_s^{PDF} variierten Serien von Partondichten abzulesen. Für die Serien MRST und MRSR bestehen nur sehr geringe Abhängigkeiten. In den Serien MRSA' und CTEQ4A führt eine Erhöhung von $\alpha_s(M_Z^2)_{PDF}$ um einen Wert Δ zu einem um $0,25 \cdot \Delta$ (MRSA') bzw. $0,4 \cdot \Delta$ (CTEQ4A) erhöhten Wert von $\alpha_s(M_Z^2)_{Fit}$. In den niedrigeren Q^2-Bereichen vergrößern sich diese Abhängigkeiten für die MRSA'- und CTEQ4A-Serie bis auf einen Proportionalitätsfaktor von 0,75 für CTEQ4A im Bereich $150 < Q^2 < 275\,\mathrm{GeV}^2$, so daß hier auf den ersten Blick keine von α_s^{PDF} unabhängige Messung mehr möglich scheint.

Nach Gleichung 6.1 gehen allerdings in die QCD-Rechnung die Partondichtefunktionen sowohl über die Berechnung des totalen tiefunelastischen Streuwirkungsquerschnitts σ_{DIS} als auch über die des 2-Jet-Wirkungsquerschnitts σ_{2-Jet} ein. Diese Anteile sind in Abbildung 6.5 für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus getrennt aufgetragen. Dabei wurden alle Wirkungsquer-

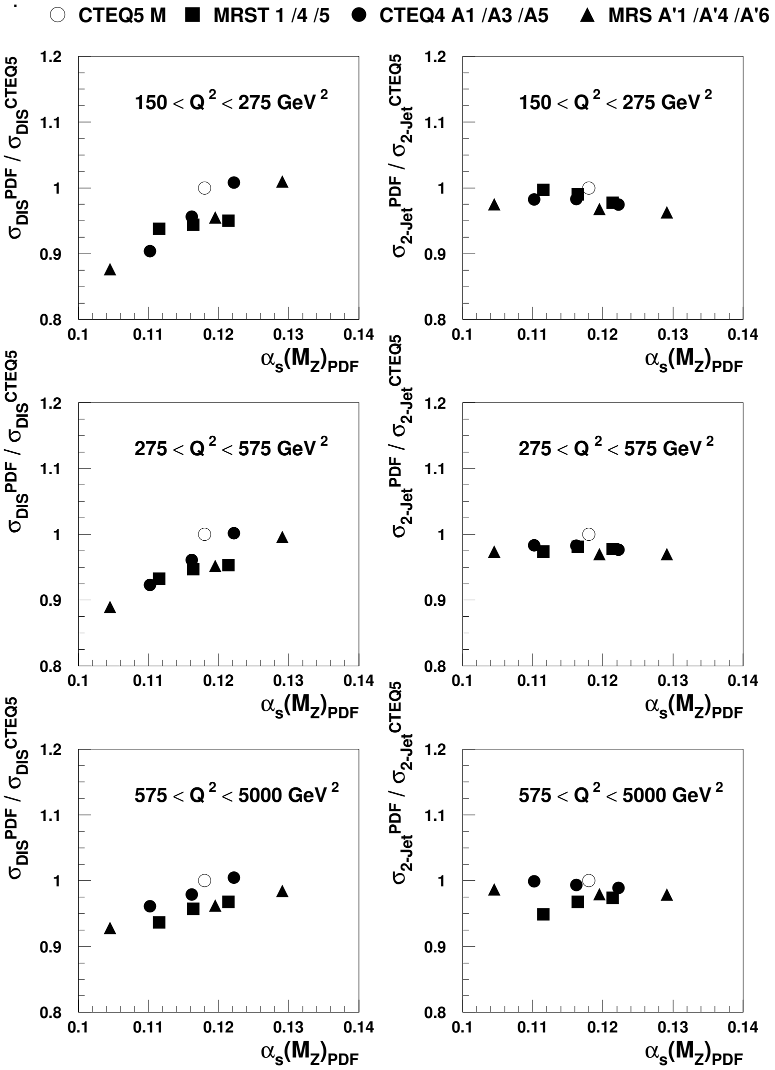


Abbildung 6.5: Variation der mit DISENT berechneten totalen Wirkungsquerschnitte tiefunelastischer Streuung σ_{DIS} und der 2-Jet-Wirkungsquerschnitte $\sigma_{2-Jet}^{k_t}$ mit dem in den Partondichtefunktionen verwendeten $\alpha_s(M_Z^2)_{PDF}$. Alle Wirkungsquerschnitte sind mit $\Lambda^{(4)} = 300$ MeV berechnet und auf die mit den CTEQ5M-Partondichten berechneten Werte normiert.

schnitte unabhängig vom in den einzelnen Partondichtefunktionen angenommenen α_s^{PDF} mit $\Lambda_{\overline{MS}}^{(4)} = 300$ MeV berechnet. Es ist zu erkennen, daß die 2-Jet-Wirkungsquerschnitte unabhängig von Q^2 kaum vom Wert von α_s^{PDF} abhängen. Dagegen weist der totale Wirkungsquerschnitt insbesondere für die MRS A'- und CTEQ4A-Serien eine starke Abhängigkeit auf, welche im niedrigsten Q^2-Bereich am stärksten ist. Die Korrelationen zwischen den Werten von $\alpha_s^{Fit}(M_Z^2)$ und α_s^{PDF} werden also durch die Berechnung des totalen Wirkungsquerschnitts verursacht.

Dies wird durch die in Abbildung 6.6 als Funktion von x aufgetragenen ladungsgewichteten Quark-Dichten für die CTEQ4A- und die MRS T-Serie illustriert. Diese bestimmen in führender

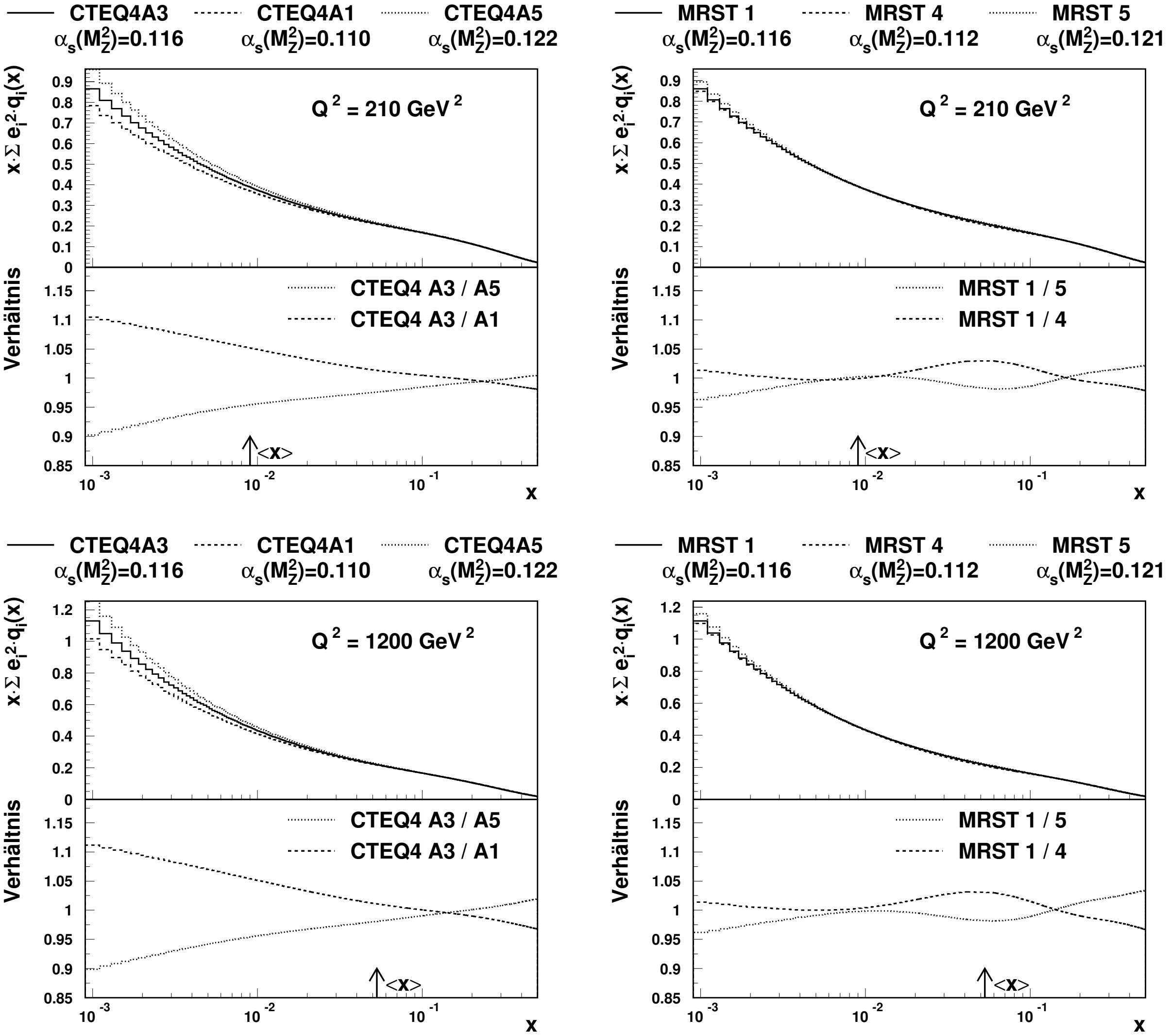


Abbildung 6.6: Ladungsgewichtete Gesamtquarkdichte als Funktion von x für CTEQ A- und MRST-Partondichtefunktonen, berechnet beim mittleren Q^2 von 210 GeV^2 im niedrigsten (oben) bzw. von 1200 GeV^2 im höchsten Q^2-Bereich (unten) der Analyse. Die unteren Teile der Histogramme zeigen das Verhältnis der jeweiligen Partondichten mit niedrigstem und höchstem $\alpha_s^{PDF}(M_Z^2)$ zu den Partondichten mit mittlerem Wert von $\alpha_s^{PDF}(M_Z^2)$. Die Pfeile markieren das mittlere x aller selektierten Ereignisse im jeweiligen kinematischen Bereich (0,009 bzw. 0,053).

Ordnung den totalen Wirkungsquerschnitt (siehe Gleichung 1.3). Beim mittleren x des niedrigsten Q^2-Bereichs gibt es zwischen den CTEQ4-Werten große Unterschiede während sich die MRST-Werte nicht unterscheiden. Im höchsten Q^2-Bereich sind die Abweichungen für beide Serien beim mittleren x ungefähr gleich groß. Die verschiedenen Serien von Partondichten verhalten sich im kinematischen Bereich der Analyse also sehr uneinheitlich.

Die zur Bestimmung der zentralen Werte von α_s^{Fit} benutzte Partondichtefunktion CTEQ5M beschreibt die bei H1 gemessenen tiefunelastischen Wirkungsquerschnitte bei hohem Q^2 sehr gut [79]. Die Abweichungen der mit dieser Partondichtefunktion berechneten Wirkungsquerschnitte von der Messung liegen für die kinematischen Bereiche der vorliegenden Analyse in der Größenordnung der Meßungenauigkeit von ungefähr 3% [80]. Die in der Vorhersage des Wirkungsquerschnitts stark abweichenden Partondichten in Abbildung 6.5 stehen also im Widerspruch zur Messung von σ_{DIS}. Dieser Widerspruch bleibt auch bei Benutzung des zugrunde liegenden α_s^{PDF} in der Berechnung der Wirkungsquerschnitte bestehen. Trotzdem wird konservativ, analog zum Vorgehen in [3], der gesamte Bereich der mit den zur Verfügung stehenden Partondichtefunktionen extrahierten α_s^{Fit}-Werte als Unsicherheit der Messung angegeben. Dies führt für beide Jet-Algorithmen zu Abweichungen im bestimmten Wert von α_s von bis zu 6%.

Die bei den PDF-Serien CTEQ A und MRS A' beobachteten starken Korrelationen zwischen den bestimmten Werten der starken Kopplung und dem in den Parametrisierungen verwendeten α_s beeinflussen die Aussagekraft der Messung allerdings nicht. Diese Korrelationen werden, wie oben gezeigt, durch den in diesen Parametrisierungen schlecht beschriebenen totalen Wirkungsquerschnitt verursacht, welcher in führender Ordnung nicht von α_s abhängt.

Eine Möglichkeit, den Widerspruch zur H1-Messung zu beseitigen, wäre in Gleichung 6.1 die Normierung nicht auf den mit der jeweiligen Partondichtefunktion bestimmten Wert für den totalen Wirkungsquerschnitt vorzunehmen. Normiert man alle NLO-Vorhersagen unabhängig von der jeweils benutzten PDF auf den mit der CTEQ5M-Partondichte berechneten Wirkungsquerschnitt, so wird die Variation in den bestimmten Werten von α_s nur noch durch die berechneten 2-Jet-Wirkungsquerschnitte verursacht. Die größten Abweichungen liegen dann in der Größenordnung von 3%.

Elektroschwache Effekte

Durch die Beschränkung auf den kinematischen Bereich $Q^2 < 5\,000\,\mathrm{GeV}^2$, also deutlich unter dem Quadrat der Z^0-Masse, haben der Z^0-Austausch und die Photon/Z^0-Interferenz in der vorliegenden Analyse keinen starken Effekt. Die Beschränkung des Programms DISENT auf den reinen Photonaustausch stellt daher keine Einschränkung dar. Ein zur Kontrolle vorgenommener Vergleich von mit dem Modell LEPTO generierten y_2-Verteilungen bei reinem Photonaustausch oder mit zusätzlichem Z^0-Austausch und Photon/Z^0-Interferenz ergab keine signifikanten Unterschiede. Untersuchungen mit dem Programm MEPJET, welches wahlweise elektroschwache Effekte berücksichtigen kann, zeigen das gleiche Ergebnis.

6.3 Skalenverhalten der starken Kopplung

Die Bestimmung der starken Kopplung aus den in verschiedenen Bereichen von Q^2 gemessenen y_2-Verteilungen erlaubt den Vergleich des in der Messung beobachteten Skalenverhaltens mit Vorhersagen der QCD. Die Abbildungen 6.7 und 6.8 zeigen die mit dem modifizierten Durham-

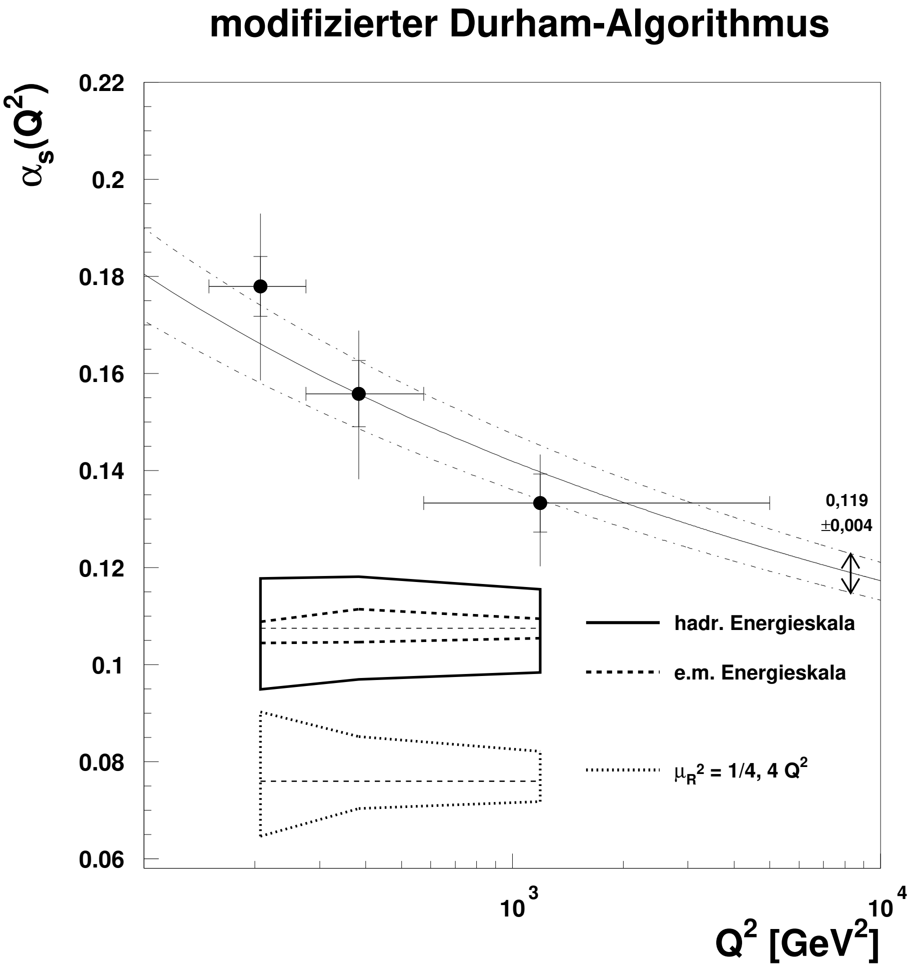


Abbildung 6.7: Die mit dem modifizierten Durham-Algorithmus in den drei Q^2-Bereichen bestimmten α_s-Werte als Funktion des mittleren Q^2 im jeweiligen Bereich. Die horizontalen Balken kennzeichnen die Q^2-Bereiche. Die inneren vertikalen Fehlerbalken entsprechen dem statistischen Fehler, die Gesamtfehlerbalken der quadratischen Summe des statistischen Fehlers und der Unsicherheiten durch die Detektor- und Hadronisierungskorrekturen sowie durch die Verwendung verschiedener Partondichtefunktionen. Die korrelierten Unsicherheiten durch die elektromagnetische und hadronische Energieskala des Flüssigargon-Kalorimeters und durch die Variation der Renormierungsskala sind als separate Fehlerbänder eingezeichnet. Dabei bestimmt der Abstand der Außenlinien von der gestrichelt markierten Mitte die jeweilige absolute Veränderung des Wertes von α_s bei Variation dieser Fehlerquellen im Rahmen der angenommenen Unsicherheit.
Zum Vergleich ist die QCD-Erwartung für $\alpha_s(Q^2)$ mit dem Weltmittelwert von $\alpha_s(M_Z^2) = 0,119$ und einer Unsicherheit von $\pm 4\%$ [2] eingezeichnet (durchgezogene und gestrichelt-gepunktete Kurven).

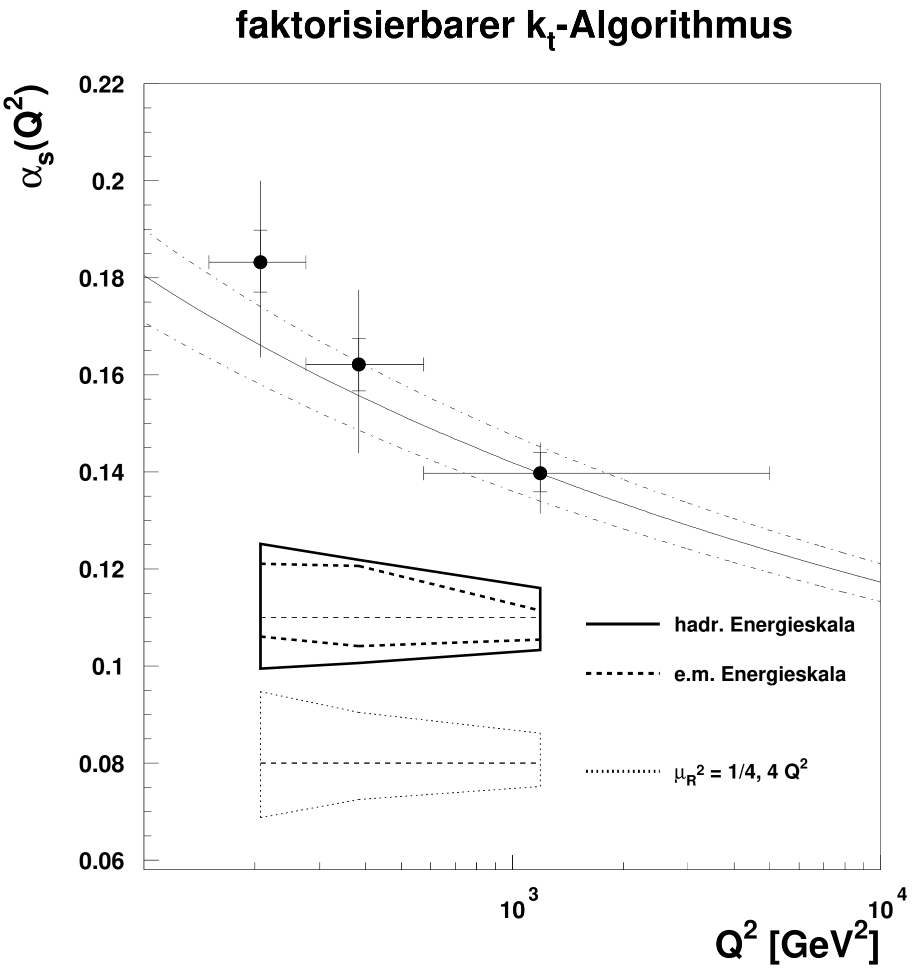


Abbildung 6.8: Die mit dem faktorisierbaren k_t-Algorithmus in den drei Q^2-Bereichen bestimmten α_s-Werte als Funktion des mittleren Q^2 im jeweiligen Bereich. Es gelten die Anmerkungen zu Abbildung 6.7.

und dem faktorisierbaren k_t-Algorithmus bestimmten α_s-Werte und deren Unsicherheiten als Funktion des mittleren Q^2 der einzelnen Q^2-Bereiche der Messung von 210, 380 und 1190 GeV^2. Dabei sind die als korreliert angenommenen Unsicherheiten als Fehlerbänder eingezeichnet, da diese globale Verschiebungen der α_s-Werte in den Q^2-Bereichen verursachen. Das beobachtete Skalenverhalten der starken Kopplung stimmt für beide Algorithmen im Rahmen der Meßgenauigkeit mit der aus der Renormierungsgruppengleichung resultierenden QCD-Erwartung, berechnet für den in [2] angegebenen Weltmittelwert $\alpha_s(M_Z^2) = 0,119$, überein[2].

Neben Q^2 ist die mittlere transversale Energie der Jets im Breit-System $\langle E_t^{Breit} \rangle$ eine für die Berechnung der 2-Jet-Wirkungsquerschnitte relevante Skala. In der vorliegenden Analyse wird zur Untersuchung des Verhaltens der starken Kopplung als Funktion dieser Skala die starke Korrelation genutzt, die zwischen $\langle E_t^{Breit} \rangle^2$ und den Werten von y_2 für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus besteht (siehe Abbildung 6.9). Für den modifizierten Durham-Algorithmus sind diese Korrelationen weit weniger ausgeprägt. Es wird die für den gesamten Q^2-Bereich der

---

[2] Die systematisch erscheinende Q^2-Abhängigkeit der Abweichungen von der QCD-Erwartung verschwindet bei Verwendung des in Gleichung 6.3 definierten χ^2.

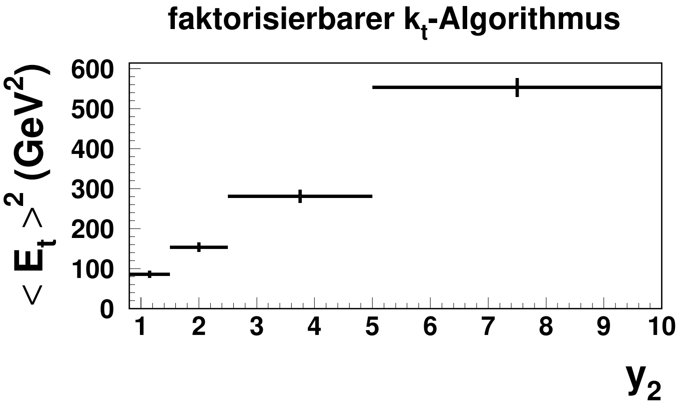


Abbildung 6.9: Korrelationen zwischen y_2 und der mittleren transversalen Energie der Jets im Breit-System $\langle E_t^{Breit}\rangle^2$ für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus im Bereich $Q^2 > 150\,$GeV^2 (korrigierte Daten mit statistischem Fehler)

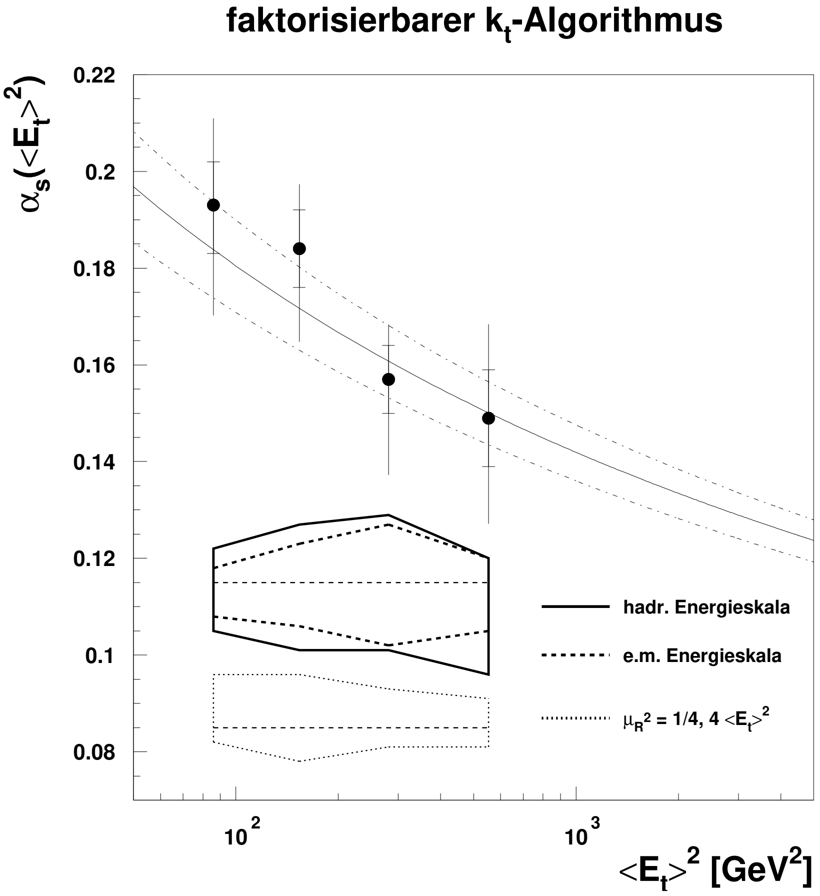


Abbildung 6.10: Die mit dem faktorisierbaren k_t-Algorithmus in den vier y_2-Bins bestimmten α_s-Werte als Funktion des entsprechenden mittleren $\langle E_t^{Breit}\rangle^2$ im Bereich $Q^2 > 150\,$GeV^2. In der NLO-Rechnung wurde $\langle E_t^{Breit}\rangle$ als Renormierungsskala benutzt. Für die Fehler und den Vergleich mit der QCD-Erwartung gelten die Anmerkungen zu Abbildungen 6.7.

Analyse bestimmte y_2-Verteilung verwendet, um die größtmögliche Datenmenge zu nutzen. Die mittleren Werte für $\langle E_t^{Breit} \rangle^2$ in den vier y_2-Bins im diesem kinematischen Bereich sind 86, 153, 281 und 553 GeV^2. Abbildung 6.10 zeigt die aus dieser y_2-Verteilung bestimmten α_s-Werte als Funktion von $\langle E_t^{Breit} \rangle^2$. Dabei wurde auch in der QCD-Rechnung $\langle E_t^{Breit} \rangle$ als Renormierungsskala verwendet. Zur Abschätzung der Renormierungsskalenunsicherheit wurde diese Skala, analog zu Q^2 in den vorhergehenden Untersuchungen, auf $\mu_R^2 = 4 \cdot \langle E_t^{Breit} \rangle^2$ und $\frac{1}{4} \cdot \langle E_t^{Breit} \rangle^2$ variiert. Die QCD-Erwartung stimmt auch für $\mu_R^2 = \langle E_t^{Breit} \rangle^2$, wodurch im Mittel eine niedrigere Skala als durch $\mu_R^2 = Q^2$ definiert wird, mit der Messung überein.

6.4 Ergebnisse der kombinierten Fits

Der kombinierte Fit der y_2-Verteilungen in den drei Q^2-Bereichen unter Berücksichtigung der korrelierten und unkorrelierten experimentellen Fehler in der Definition des χ^2 nach Gleichung 6.3 ergibt für den modifizierten Durham-Algorithmus einen Wert der starken Kopplung von

$$\alpha_s(M_Z^2) = 0,1188 \pm^{0,0046}_{0,0047} (\mathrm{exp.}) \pm^{0,0066}_{0,0062} (\mathrm{theor.}) \pm^{0,0018}_{0,0073} (\mathrm{PDF}).$$

Für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus ergibt sich

$$\alpha_s(M_Z^2) = 0,1190 \pm^{0,0052}_{0,0052} (\mathrm{exp.}) \pm^{0,0057}_{0,0046} (\mathrm{theor.}) \pm^{0,0014}_{0,0067} (\mathrm{PDF}).$$

Dabei umfaßt der experimentelle Fehler den statistischen Fehler, die Unsicherheit in der Detektorkorrektur und die als korreliert angenommenen Unsicherheiten in der elektromagnetischen und hadronischen Energieskala des Flüssigargon-Kalorimeters. Die Werte von χ^2_{min} pro Freiheitsgrad des Fits sind 1,15 für den mit dem modifizierten Durham-Algorithmus bestimmten Wert von α_s und 0,99 für den mit dem faktorisierbaren k_t-Algorithmus bestimmten Wert.

Für den modifizierten Durham-Algorithmus, bei dem die Größe der systematischen experimentellen Unsicherheiten nicht mit Q^2 variiert, entspricht der ermittelte α_s-Wert etwa dem Mittel der Einzelmessungen aus den drei Q^2-Bereichen. Für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus liegt der Wert nahe dem im höchsten Q^2-Bereich der Einzelmessungen bestimmten Wert, für den die systematischen experimentellen Unsicherheiten am niedrigsten sind.

Die resultierenden systematischen experimentellen Unsicherheiten sind im kombinierten Fit, wie erwartet, kleiner als in den Fits für die einzelnen Q^2-Bereichen, bei denen die Korrelationen der Fehler nicht berücksichtigt wurden.

Die theoretische Unsicherheit der angegebenen α_s-Werte wurde aus der quadratischen Addition der Auswirkungen der Variation der Renormierungsskala und der angenommenen Unsicherheit in der Hadronisierungskorrektur berechnet. Die durch Verwendung verschiedener Partondichtefunktionen auftretende Variationsbreite im Wert von α_s ist gesondert angegeben (vgl. Abschnitt 6.2).

Die in Kapitel 4.1 ausgeführten jeweiligen Vorteile der Algorithmen spiegeln sich in den im Vergleich etwas kleineren experimentellen Unsicherheiten für den modifizierten Durham-Algorithmus bzw. den etwas kleineren theoretischen Unsicherheiten für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus.

Die mit den beiden Algorithmen bestimmten Werte von α_s stimmen sehr gut überein. Die Ergebnisse sind dabei aber (insbesondere wegen der in Abschnitt 4.5 dargestellten Korrelationen zwischen den rekonstruierten Jets) nicht unabhängig.

6.5 Vergleich mit anderen Messungen

Zur Abschätzung der Aussagekraft der vorliegenden Messung von α_s können die Ergebnisse mit denen anderer Analysen verglichen werden.

Die der vorliegenden Analyse vorangegangene Bestimmung der starken Kopplung durch die Messung differentieller Jet-Raten mit den H1-Daten der Jahre 1994-95 [62], durchgeführt mit dem JADE-Algorithmus, ergab als Resultat $\alpha_s = 0,118 \pm^{0,007}_{0,008} (\text{exp.}) \pm^{0,007}_{0,006} (\text{theor.} + \text{PDF})$. Die zur Verfügung stehende Datenmenge erlaubte dabei keine Messung in verschiedenen Q^2-Bereichen. Das Ergebnis ist mit dem der vorliegenden Analyse konsistent. Dabei weist diese in den aus den kombinierten Fits resultierenden Werten von α_s einen deutlich geringeren experimentellen Fehler auf. Die theoretischen Unsicherheiten und die Abweichungen bei Verwendung verschiedener Partondichteparametrisierungen sind in beiden Analysen etwa gleich groß. In der älteren Analyse ist der PDF-Fehler allerdings, bedingt durch die Wahl der für den Zentralwert der Messung verwendeten Parametrisierung, symmetrisch.

Auch im Vergleich mit der veröffentlichten H1-Messung zur Bestimmung von α_s aus der 2-Jet-Rate R_2 [81] ist der experimentelle Fehler der vorliegenden Analyse deutlich verringert.

Die Ergebnisse der vorliegenden Analyse sind konsistent mit dem in [2] angegebenen Weltmittelwert von $\alpha_s(M_Z^2) = 0,119 \pm 0,004$. Die bis auf die dritte Nachkommastelle genaue Übereinstimmung der mit den beiden Jet-Algorithmen bestimmten Werte von $\alpha_s(M_Z^2)$ mit diesem Weltmittelwert ist, in Anbetracht der abgeschätzten Unsicherheiten, aber zufällig.

Abbildung 6.11 zeigt den Vergleich der Resultate der vorliegenden Analyse mit den zur Berechnung des Weltmittelwertes von α_s in [2] verwendeten Ergebnissen. Die in [2] berücksichtigten experimentellen Informationen stammen dabei aus tiefunelastischer Streuung sowie aus e^+e^-- und $p\overline{p}$-Reaktionen. Der Weltmittelwert wurde unter Annahmen über die Korrelationen systematischer Unsicherheiten, wie z.B. der in vielen Experimenten notwendigen Hadronisierungskorrekturen, bestimmt. Die genauesten experimentellen Beiträge zum Weltmittelwert von α_s werden durch die Untersuchung von τ-Zerfällen und die Messung der hadronischen Zerfallsbreite des Z^0-Bosons von den LEP-Experimenten geliefert. Erstere profitieren von der Extrapolation der bei der Skala der τ-Masse durchgeführten Messung zu $\alpha_s(M_Z^2)$. Letztere nutzt die große, bei LEP 1 gesammelte Datenmenge, um den hadronischen Z^0-Zerfall, der in führender Ordnung gar nicht auf α_s sensitiv ist, zur Bestimmung der starken Kopplung zu verwenden. Beide Messungen beruhen auf QCD-Rechnungen bis zur Ordnung α_s^3.

Die Genauigkeit der vorliegenden Analyse ist mit der mittleren Genauigkeit der übrigen in Abbildung 6.11 aufgetragenen α_s-Einzelmessungen vergleichbar. Als Beispiel sei auf die von theoretischen Unsicherheiten dominierten Messungen von (auch Jets beinhaltenden) Ereignisformvariablen bei LEP 2 (siehe z.B. [82]) verwiesen.

Eine interessante Parallele zum in der vorliegenden Analyse beobachteten Einfluß der verwendeten Partondichtefunktionen auf die erhaltenen Werte von α_s findet sich beim Vergleich mit vorläufigen Ergebnissen der CDF-Kollaboration [83]. In diesen wurde α_s über die Messung inklusiver Jet-Wirkungsquerschnitte in $p\overline{p}$-Reaktionen bestimmt. Auch hier wird die Protonstruktur über Partondichtefunktionen parametrisiert. In Abbildung 6.12 ist die dabei beobachtete Abhängigkeit der resultierenden α_s-Werte von der jeweilig verwendeten PDF aufgetragen (analog zu Abbildung 6.4). Es sind starke Korrelationen zwischen α_s^{PDF} und α_s^{Fit} zu beobachten, speziell für die auch in der vorliegenden Analyse auffälligen Serien CTEQ4A und MRS A'.

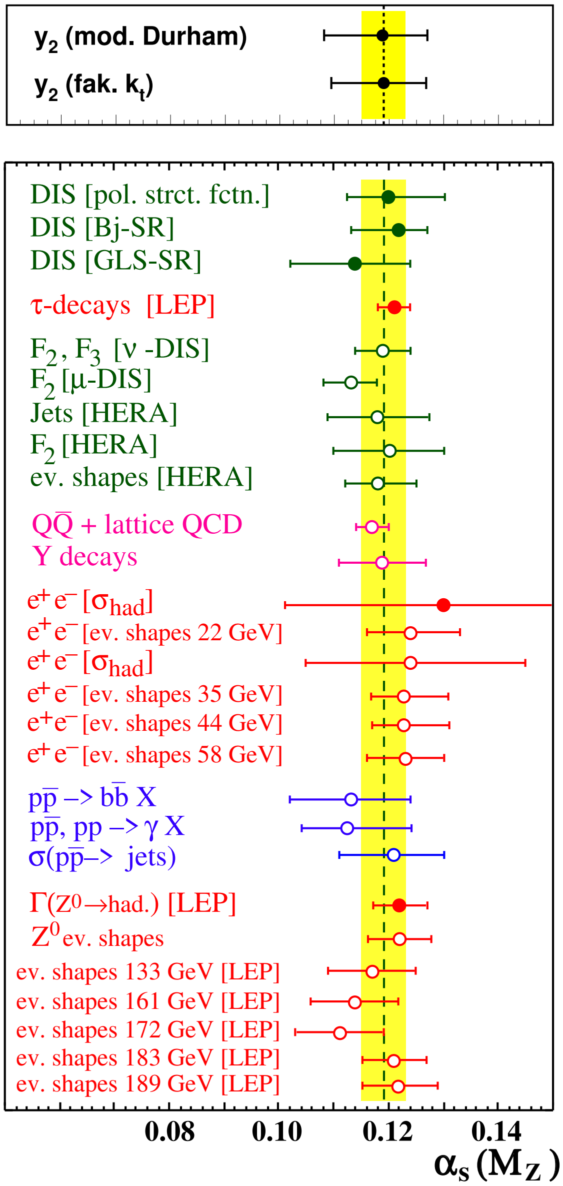


Abbildung 6.11: Vergleich der Ergebnisse der vorliegenden Analyse (oben) mit den zum Weltmittelwert von $\alpha_s(M_Z^2) = 0,119 \pm 0,004$ beitragenden Messungen (unten, aus [2])

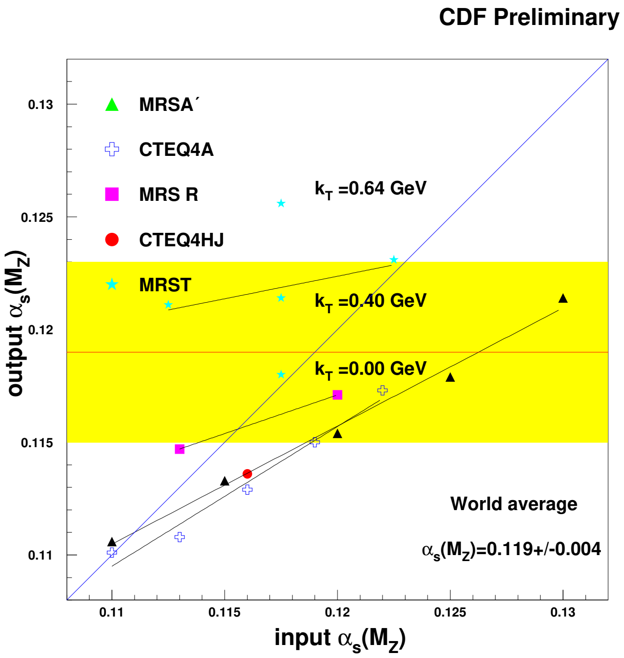


Abbildung 6.12: PDF-Abhängigkeit der α_s-Messung aus inklusiven Jet-Wirkungsquerschnitten der CDF-Kollaboration [83]

6.6 Ausblick

Die größten experimentellen Unsicherheiten der vorliegenden Messung werden durch die Unsicherheit in der hadronischen und, für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus, elektromagnetischen Energieskala des H1-Flüssigargon-Kalorimeters verursacht. Für letztere zeigen die Untersuchungen in Anhang A, daß die angenommenen $\pm 3\%$ nach Anwendung der geometrischen Feinkalibration eine sehr konservative Abschätzung der Unsicherheit geben. In der aktuellen H1-Messung der Wirkungsquerschnitte tiefunelastischer Streuung bei hohem Q^2 [79] konnte die Unsicherheit durch Anwendung ähnlicher Methoden auf bis zu 0,7% im zentralen Bereich des Kalorimeters reduziert werden. Eine ähnliche Genauigkeit ließe sich nach Anbringen einiger Zusatzkorrekturen auch in der vorliegenden Analyse erreichen.

Für die Unsicherheiten in der hadronischen Energieskala zeigten die für [79] durchgeführten Untersuchungen zur FSCOMB-Methode (vgl Abschnitt 4.4), daß sich diese im Vergleich zur alleinigen Benutzung der LAr-Cluster deutlich reduzieren lassen. Die Untersuchungen in 4.4 haben gezeigt, daß beide Methoden zur Rekonstruktion des hadronischen Endzustandes konsistente Ergebnisse der Jet-Observablen liefern. Daher wird sich für zukünftige Jet-Messungen die hadronische Energieskalenunsicherheit verringern (vgl. auch [84]).

Die in der vorliegenden Analyse beobachtete Abhängigkeit der resultierenden α_s-Werte von den verwendeten Partondichtefunktionen wird vor allem durch ältere Parametrisierungen bestimmt, die die aktuellen in [79] gemessenen Wirkungsquerschnitte nicht mehr angemessen beschreiben können. Kommende Parametrisierungen, die die aktuellen Messungen berücksichtigen, werden insbesondere zeigen, ob die beobachteten Korrelationen zwischen dem gemessenen und dem in den Parametrisierungen angenommenen α_s nur ein Artefakt dieser älteren Parametrisierungen sind. Eine erste Analyse mit speziell an die H1-Messung angepaßten Parametrisierungen [85] ergab für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus im kombinierten Fit ein $\alpha_s^{Fit}(M_Z^2) = 0,119$ für ein in der Parametrisierung angenommenes $\alpha_s^{PDF}(M_Z^2) = 0,118$ sowie $\alpha_s^{Fit}(M_Z^2) = 0,120$ für $\alpha_s^{PDF}(M_Z^2) = 0,108$ und $\alpha_s^{Fit}(M_Z^2) = 0,119$ für $\alpha_s^{PDF}(M_Z^2) = 0,128$, also keine nennenswerten Korrelationen.

Die rein theoretischen Unsicherheiten der vorliegenden Bestimmung von α_s sind durch die Unsicherheit in der Wahl der Renormierungsskala und die Hadronisierungskorrekturen gegeben. Eine mögliche neue Generation von QCD-Rechnungsprogrammen, die über die NLO-Rechnung hinausgehende Ordnungen in α_s beinhalten sollten, könnte noch unempfindlicher auf Variationen der Renormierungsskala reagieren. Diese Programme sind aber nicht in naher Zukunft zu erwarten [30]. Die Behandlung der Hadronisierung könnte, z. B. durch Ausarbeitung der in [86] vorgestellten Ansätze, anstatt durch die Betrachtung von phänomenologischen Modellen durch analytische Methoden erfolgen.

Zukünftige Analysen werden von den Modifikationen profitieren, denen der Speicherring HERA nach Ablauf der Datennahmeperiode 2000 unterzogen werden wird [87]. Die aus diesen Modifikationen resultierende stark gesteigerte Luminosität wird die statistisch signifikante Analyse sowohl sehr harter Jets als auch von Jets bei höchsten Werten von Q^2 erlauben. Zudem sollte mit einer großen Menge präziser Daten zur Protonstruktur und zur 2-Jet-Erzeugung ein gemeinsamer Fit von α_s und den Partondichten möglich sein.

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurden der differentiellen 2-Jet-Rate entsprechende y_2-Verteilungen und ergänzende 2-Jet-Observablen in Ereignissen tiefunelastischer Streuung mit hohem Impulsübertrag $Q^2 > 150$ GeV^2 gemessen. Darauf aufbauend wurde der Wert der starken Kopplung α_s bestimmt. Der verwendete Datensatz wurde in den Jahren 1995-97 mit dem H1-Detektor am Speicherring HERA aufgezeichnet und entspricht einer integrierten Luminosität von $\sim$ 35 pb^{-1}.

Die Rekonstruktion der Jets aus dem hadronischen Endzustand der Ereignisse erfolgte durch zwei unterschiedliche Algorithmen, den modifizierten Durham-Algorithmus und den faktorisierbaren k_t-Algorithmus. Dabei wurden jeweils Ereignisse mit zwei ausgeprägten Jets selektiert. Die resultierende relative 2-Jet-Rate im kinematischen Bereich der Analyse beträgt etwa 5% für den modifizierten Durham- und etwa 8% für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus. Die gemessenen 2-Jet-Verteilungen wurden mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulationsrechnungen auf Effekte begrenzter Detektorauflösung und -akzeptanz korrigiert. Dabei wurde zur Korrektur der y_2-Verteilungen das Verfahren der regularisierten Entfaltung angewendet. Zusätzlich wurden die Verteilungen auf QED-Strahlungseffekte korrigiert.

Die Monte-Carlo-Modelle ARIADNE, LEPTO und HERWIG beschreiben die korrigierten 2-Jet-Verteilungen der Daten nur grob. Dies gilt auch für eine auf die Beschreibungvon 2-Jet-Verteilungen optimierte Version von LEPTO. Dagegen können QCD-Rechnungen in $O(\alpha_s^2)$, ausgeführt mit dem Programm DISENT, unter Berücksichtigung von Hadronisierungseffekten die Daten in allen 2-Jet-Verteilungen sehr gut beschreiben. Dies gilt für beide verwendeten Jet-Algorithmen.

Die im Vergleich mit vorherigen H1-Messungen der differentiellen 2-Jet-Rate bei hohen Impulsüberträgen um einen Faktor von $\sim$ 5 erhöhte integrierte Luminosität erlaubte die Ausführung der Messung in verschiedenen Q^2-Bereichen. In der Bestimmung von α_s konnte daher das Skalenverhalten der starken Kopplung als Funktion von Q^2 bestimmt werden. Zusätzlich wurde das Verhalten der starken Kopplung als Funktion der Skala $\langle E_t^{Breit} \rangle$, der mittleren transversalen Energie der Jets im Breit-System, untersucht. Für beide in der Berechnung von 2-Jet-Wirkungsquerschnitten relevanten Skalen stimmt die Messung mit dem aus der QCD erwarteten Skalenverhalten im Rahmen der Unsicherheiten überein.

Die aus dem kombinierten Fit der in den verschiedenen Q^2-Bereichen gemessenen y_2-Verteilungen resultierenden Werte der starken Kopplung sind

$$\alpha_s(M_Z^2) = 0,1188 \pm^{0,0046}_{0.0047} (\mathrm{exp.}) \pm^{0,0066}_{0,0062} (\mathrm{theor.}) \pm^{0,0018}_{0,0073} (\mathrm{PDF})$$

für den modifizierten Durham-Algorithmus und

$$\alpha_s(M_Z^2) = 0,1190 \pm^{0,0052}_{0,0052}(\text{exp.}) \pm^{0,0057}_{0,0046}(\text{theor.}) \pm^{0,0014}_{0,0067}(\text{PDF})$$

für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus. Diese Werte sind mit dem Weltmittelwert von α_s konsistent. Die Größe des Gesamtfehlers der Messung ist mit der in anderen, zum Weltmittelwert beitragenden Einzelmessungen vergleichbar.

Der experimentelle Fehler wird durch die Unsicherheiten der hadronischen und, für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus, der elektromagnetischen Energieskala des H1-Flüssigargon-Kalorimeters dominiert. Die zwei den theoretischen Fehler bildenden Anteile aus der Abschätzung der Unsicherheiten der Hadronisierungskorrekturen und der Variation der in der Rechnung verwendeten Renormierungsskala sind vergleichbar groß. Die gesondert angegebene Unsicherheit der α_s-Werte durch Verwendung verschiedener Partondichtefunktionen ergibt sich hauptsächlich aus den zum Teil stark von der aktuellen H1-Messung abweichenden Ergebnissen älterer Parametrisierungen der Partondichten bei der Berechnung des totalen Wirkungsquerschnitts σ_{DIS}. Diese Parametrisierungen wurden berücksichtigt, um einen weiten Bereich der bei der Bestimmung der Partondichten angenommenen Werte von α_s^{PDF} abzudecken.

In zukünftigen Analysen wird sich der experimentelle Fehler der α_s-Messung durch ein genaueres Verständnis der Energieskalen des Kalorimeters verringern lassen. Für eine substantielle Verringerung des theoretischen Fehlers bedürfte es der Berücksichtigung noch höherer Ordnungen von α_s in den QCD-Rechnungen und eines prinzipiellen Fortschritts im Verständnis nicht-perturtbativer QCD-Effekte. Eine erste Untersuchung mit speziell an die H1-Messung angepaßten Parametrisierungen der Partondichten ergab keine nennenswerte Abhängigkeit der ermittelten α_s-Werte von den bei der Erstellung dieser Parametrisierung angenommenen α_s-Werten. Ob dies allgemein gilt, wird sich bei Verfügbarkeit weiterer, die aktuellen Meßergebnisse berücksichtigender Partondichtefunktionen zeigen.

Anhang A

Kalibration des H1-Flüssigargon-Kalorimeters

Das LAr-Kalorimeter ist in der vorliegenden Analyse sowohl für die Bestimmung der Ereigniskinematik als auch der Struktur des hadronischen Endzustandes die wichtigste Detektorkomponente. Ein Verständnis seiner Energieskalen ist daher essentiell.

A.1 Elektromagnetische Energieskala

Die Rekonstruktion der kinematischen Variablen tiefunelastischer Streuung mit der Doppelwinkelmethode ist von Unsicherheiten der Kalibration weitgehend unbeeinflußt (siehe Abschnitt 3.2). Das Verhältnis der mit dieser Methode berechneten Energie des gestreuten Elektrons

$$E_{DW} = \frac{2E_e \sin\theta_{had}}{sin\theta_{had} + \sin\theta_{e'} - \sin(\theta_{had} + \theta_{e'})} \tag{A.1}$$

zur im Kalorimeter gemessenen Energie kann also als Kalibrationsfaktor dienen. Voraussetzung dafür ist die Auswahl eines kinematischen Bereichs in dem die Doppelwinkelmethode verläßlich funktioniert. Mit Hilfe eines Monte-Carlo-Modells (im folgenden ARIADNE 4.08 in der Implementation in DJANGO) läßt sich solch ein kinematischer Bereich bestimmen.

Abbildung A.1 zeigt das relative Verhältnis von E_{DW} und der generierten Energie des gestreuten Elektrons nach Anwendung der Schnitte $y_{JB} < 0.4$ und $E - p_z > 41.25\,\mathrm{GeV}$[1] auf einen nach Abschnitt 3.1 definierten Satz von Monte-Carlo-Ereignissen. Der Schnitt auf kleine y-Werte selektiert Ereignisse, deren Energiespektrum in etwa bei der Elektron-Strahlenergie ihr Maximum besitzt. Die Wahl der Jacquet-Blondel-Methode zur Bestimmung von y sichert die Unabhängigkeit vom gemessenen Elektron. Durch die Forderung, daß $(E - p_z)/2$ über dem 0.75-fachen der nominalen Strahlenergie liegt, werden Ereignisse, in denen das Elektron durch Abstrahlung eines nicht nachgewiesenen hochenergetischen Photons in Richtung des Elektronstrahls Energie verloren hat, unterdrückt. Für diese Ereignisse würde Gleichung A.1 keine korrekte Vorhersage der Energie des gestreuten Elektrons mehr liefern können. Zusätzlich wurden

---

[1] siehe Abschnitt 3.3 zur Definition von $E - p_z$

noch die in Abschnitt 3.3 definierten Schnitte auf die Größen z_{vertex} und $\theta_{e'}$ angebracht. Zur Definition der generierten Energie E_{gen} wurde das ebenfalls in Abschnitt 3.3 definierte Verfahren zur Behandlung abgestrahlter Photonen benutzt.

In dem durch die Schnitte definierten kinematischen Bereich ergibt sich nach Abbildung A.1 im Mittel eine Genauigkeit der Doppelwinkelvorhersage von $\sim 0.15\%$.

In Abbildung A.2 sind für die Daten und das Monte-Carlo-Modell die Spektren des z-Eintreffpunktes und der Energie des gestreuten Elektrons im LAr-Kalorimeter nach Anwendung der Schnitte aufgetragen. Dabei wird der Eintreffpunkt aus der dem Elektron zugeordneten Spur bestimmt. Das z-Spektrum zeigt die Auswirkungen des $\theta_{e'}$-Schnittes am Ende des BBE und den mit dem Q^2-Verhalten des Wirkungsquerschnitts zusammenhängenden Abfall der Ereignisrate für stärker nach vorne gestreute Elektronen. Die Beschreibung des Energiespektrums durch das Monte-Carlo-Modell ist grob zutreffend, weist aber schon auf Unterschiede zu den Daten hin.

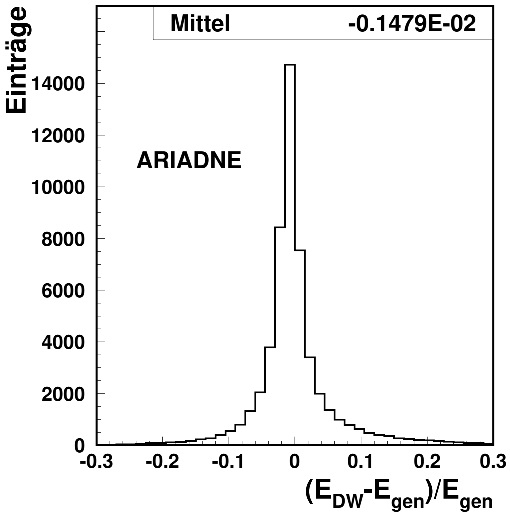


Abbildung A.1: Differenz von rekonstruierter und generierter Elektronenergie E_{DW} und E_{gen} in dem durch die im Text angegebenen Schnitte definierten kinematischen Bereich

Die geometrische Verteilung dieser Unterschiede ist im oberen Bild von Abbildung A.3 zu erkennen. Das mittlere Verhältnis von $E_{e'}$ und E_{DW} wird durch das Monte-Carlo-Modell nur in den Zentralbereichen von CB1 und CB2 gut beschrieben. Im BBE und in den Über-

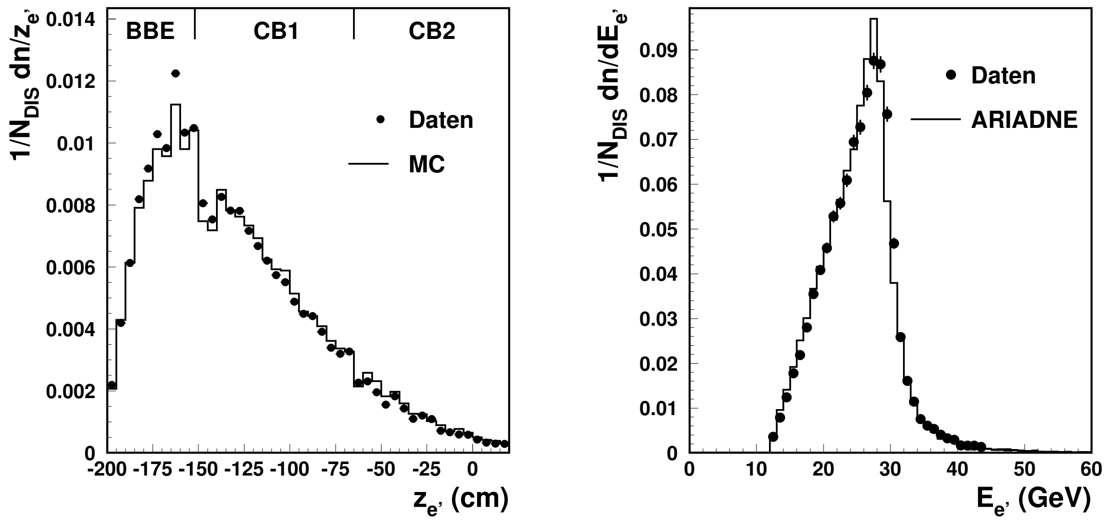


Abbildung A.2: z-Eintreffpunkt im Kalorimeter und Energiespektrum des gestreuten Elektrons für den Kalibrationsdatensatz

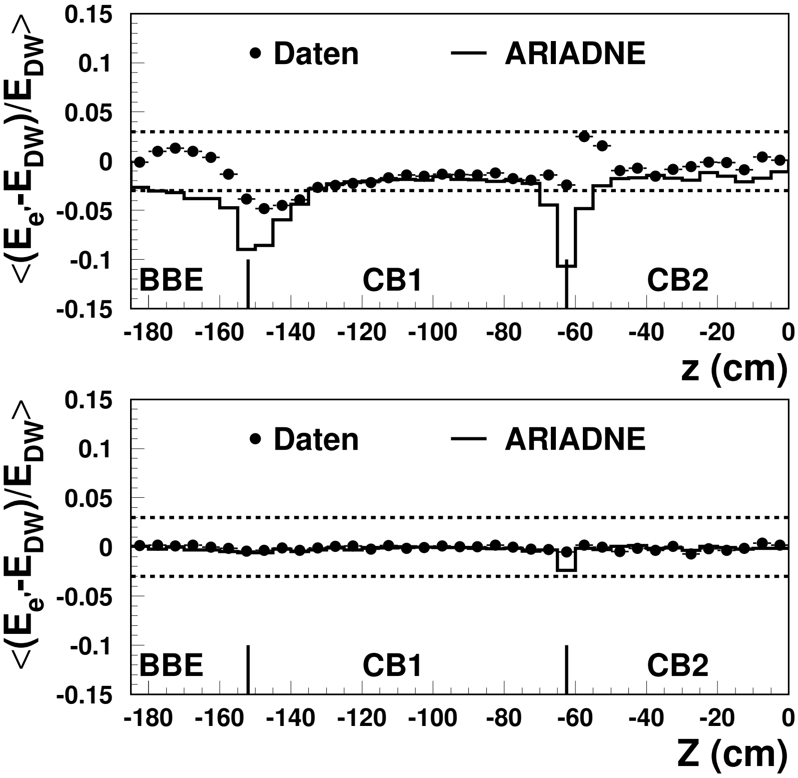


Abbildung A.3: Mittlerer Wert von $(E_{e'} - E_{DW})/E_{DW}$ gegen den z-Eintreffpunkt im Kalorimeter vor (oben) und nach (unten) der geometrischen Feinkalibration in z. Die gestrichelten Linien markieren den Unsicherheitsbereich von ± 3%.

gangsregionen zwischen den Kalorimeterrädern gibt es erhebliche Unterschiede. Dabei liegt das Modell außerhalb der in den meisten H1-Analysen angegebenen 3% Unsicherheit in der elektromagnetischen Energieskala[2].

Um eine gute Kalibration des Kalorimeters zu erreichen, werden sowohl die Daten als auch die Detektorsimulation des Monte-Carlo-Modells einer geometrischen Feinkalibration unterzogen (siehe den unteren Teil von Abbildung A.3). In diesem Ansatz wird das mittlere Verhältnis von Doppelwinkel- und gemessener Elektronenergie z-abhängig in Schritten von 1 cm bestimmt und als Korrekturfaktor mit der gemessenen Energie multipliziert. Um Verzerrungen der Faktoren durch schlecht gemessene Einzelereignisse zu vermeiden, werden Verhältnisabweichungen über 25% bei der Berechnung nicht berücksichtigt.

Zusätzlich werden in den Daten im Bereich des BBE und des CB1, für die genügend gemessene Elektronen zur Verfügung stehen, Korrekturfaktoren für einzelne Oktanten appliziert, da zwischen diesen nach der z-abhängigen Kalibration noch Abweichungen in der Größenordnung von 2% auftreten (siehe Abbildung A.4). Die Monte-Carlo-Simulation weist nach der z-abhängigen Kalibration keine signifikanten Unterschiede der Oktanten auf.

---

[2] In diesen Analysen wurden allerdings, im Gegensatz zum oberen Teil von Abbildung A.3, auch schon Korrekturen angebracht.

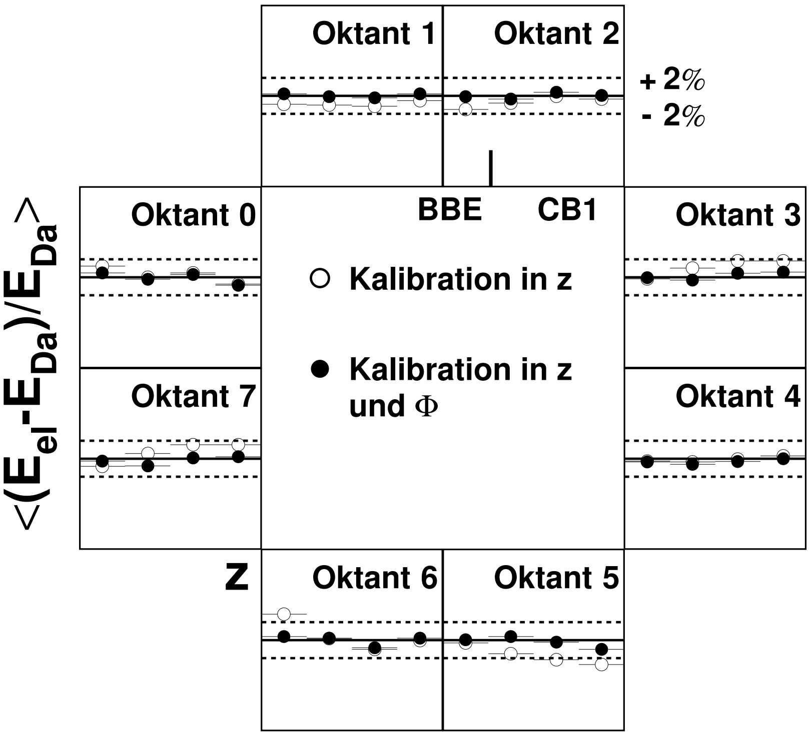


Abbildung A.4: z-abhängiges Verhältnis der rekonstruierten Elektronenergie und der Doppelwinkelvorhersage für die Daten in den einzelnen Oktanten vor und nach Applikation der ϕ-Kalibrationsfaktoren im BBE und im CB1. Es sind jeweils ein Histogrammeintrag für das BBE und drei für das CB1 angegeben.

Im vorderen Kalorimeterbereich ($z > 0\,\text{cm}$), in dem nur noch wenige Ereignisse für die Kalibration zur Verfügung stehen, werden bis $z = 80\,\text{cm}$ nach dem oben beschriebenen Verfahren Kalibrationsfaktoren in Schritten von 10 cm bestimmt.

In Abbildung A.5 sind die Auswirkungen dieser Feinkalibration auf die Monte-Carlo-Simulation im in Abschnitt 3.3 definierten kinematischen Bereich der Jet-Analyse zu sehen. Die im Mittel 3,6% zu niedrig gemessene Energie des gestreuten Elektrons stimmt nach der Kalibration auf 0,9% mit der generierten Energie überein. Eine an die Verhältnisverteilung angepaßte Gauß-Kurve (Fitbereich -0,1 bis 0,1) hat vor und nach der Kalibration ungefähr die gleiche Breite. Trotzdem ergibt die Kalibration eine Verbesserung der Auflösung, indem sie den Ausläufer sehr niedrig gemessener Elektronenergien stark reduziert.

Detailliert zeigt Abbildung A.6 für den kinematischen Bereich der Jet-Analyse die Abhängigkeit der Kalibration vom z-Eintreffpunkt und der generierten Elektronenergie . Im Zentralbereich von CB1 und CB2 stimmen gemessene und wahre Energie nach der Kalibration sehr gut überein, im BBE liegt die rekonstruierte Energie etwas zu tief. Die in den Lücken zwischen den Kalorimeterrädern zu wenig gemessene Energie wird durch die Kalibration nicht

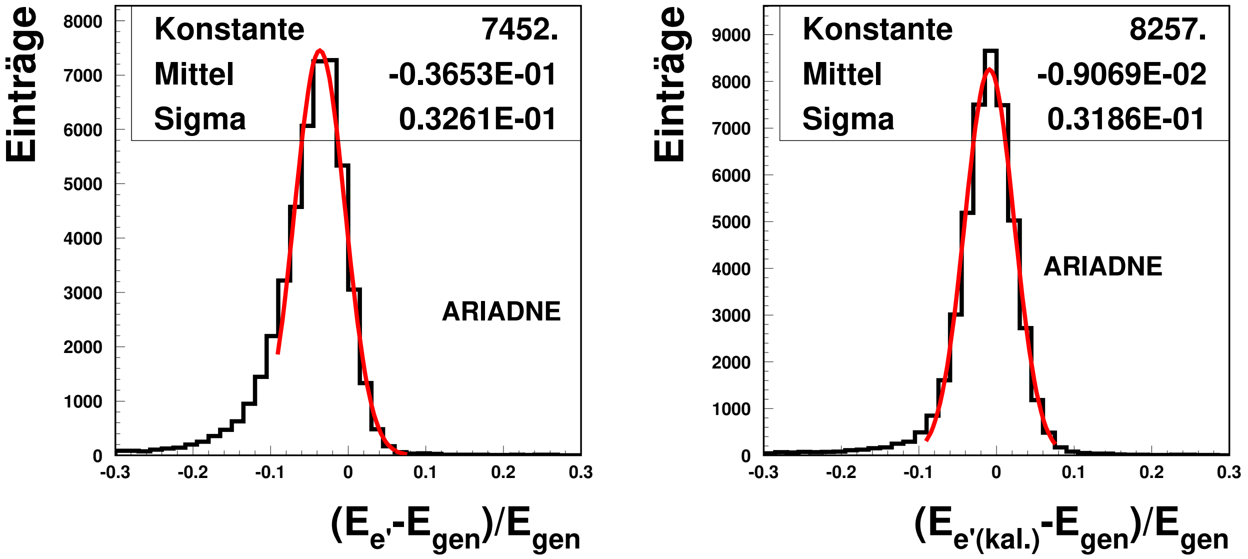


Abbildung A.5: Verhältnis der im simulierten Monte-Carlo-Modell rekonstruierten zur generierten Elektronenergie im kinematischen Bereich der Jet-Analyse vor (links) und nach (rechts) der Feinkalibration

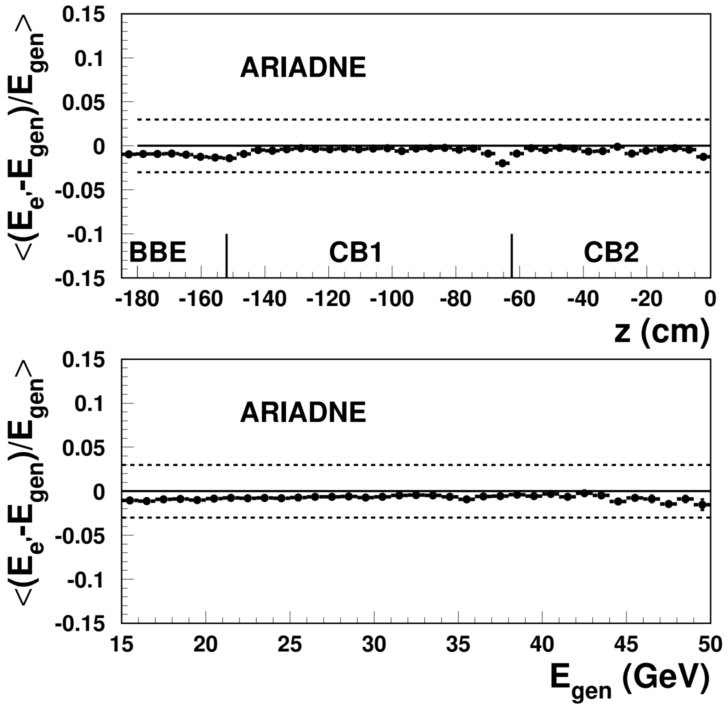


Abbildung A.6: Abhängigkeit des Verhältnisses von kalibrierter rekonstruierter und generierter Elektronenergie im simulierten Monte-Carlo-Modell vom z-Eintreffpunkt (oben) und der Energie (unten) des gestreuten Elektrons für den kinematischen Bereich der Jet-Analyse. Die gestrichelten Linien markieren den Unsicherheitsbereich von ± 3%.

vollständig ausgeglichen, im Vergleich mit dem Zustand vor der Kalibration (Abb. A.3 oben) ist aber eine deutliche Verbesserung zu erkennen. Im Bereich von 15 bis 50 GeV sind nur geringe Energieabhängigkeiten der Kalibrationsqualität zu beobachten.

Die Feinkalibration führt zu einer sehr guten Beschreibung der gemessenen kinematischen Variablen durch die Monte-Carlo-Modelle (siehe Abschnitt 3.3). Es kann also davon ausgegangen werden, daß die Auswirkungen der Kalibration auf die Bestimmungsgenauigkeit der elektromagnetischen Energieskala mit den im simulierten Monte-Carlo-Modell beobachteten übereinstimmen. Die angegebene Unsicherheit von 3% in der Kenntnis der elektromagnetischen Energieskala gibt also eine sehr sichere Grenze.

Wegen der leichteren Verfügbarkeit im H1-Standardanalyseprogramm wurde in der Jet-Analyse statt der hier vorgestellten eine von der H1-ELAN-Gruppe entwickelte Elektronkalibration benutzt, die auf den gleichen Ansätzen beruht [55]. Ein Vergleich der in beiden Analysen bestimmten Kalibrationsfaktoren zeigte eine allgemein gute Übereinstimmung [88].

A.2 Hadronische Energieskala

In einem ideal gemessenen Ereignis tiefunelastischer Streuung sollten sich Transversalimpulse des gestreuten Elektrons und des hadronischen Endzustandes balancieren. Daher lassen sich Aussagen über das Verständnis der hadronischen Energieskala des LAr-Kalorimeters durch das Betrachten des Verhältnisses dieser Transversalimpulse gewinnen.

Der linke Teil von Abbildung A.7 zeigt dieses Verhältnis für die Daten und die Detektorsimulation der Monte-Carlo-Modelle ARIADNE 4.08 und LEPTO 6.5 für den kinematischen Bereich der Jet-Analyse. Im Mittel balanciert der Transversalimpuls des hadronischen Endzu-

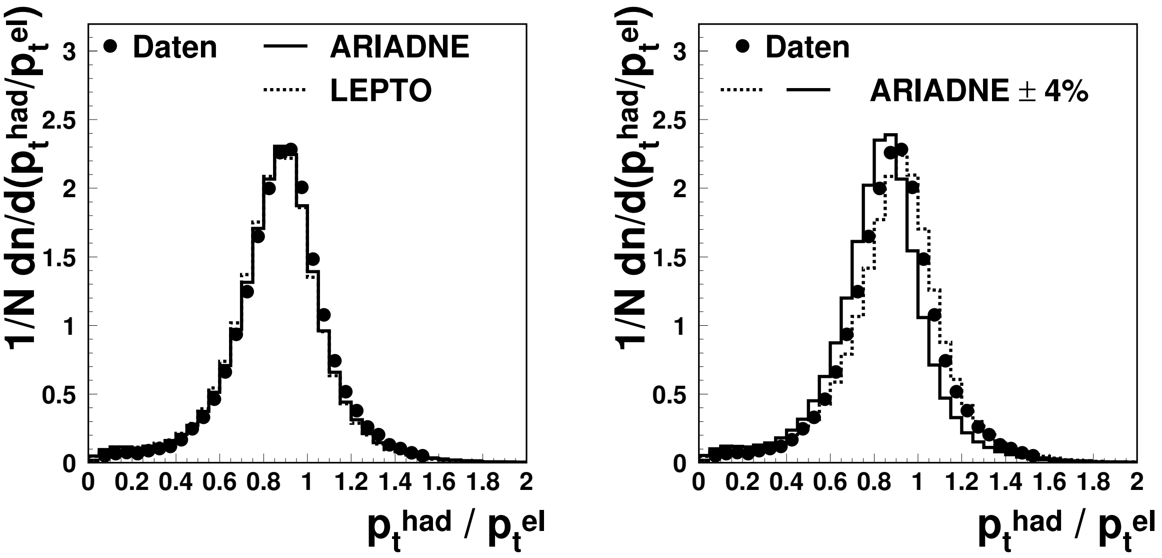


Abbildung A.7: Transversalimpulsbalance zwischen gestreutem Elektron und hadronischem Endzustand für Daten und simulierte Monte-Carlo-Modelle (links) und für Daten und simuliertes Monte-Carlo-Modell mit um 4% nach oben und unten verschobener Energieskala (rechts) standes den des Elektrons nicht vollständig ($\langle p_t^{had}/p_t^{el} \sim 0,9$). Gründe hierfür sind Teilchen, die außerhalb des Akzeptanzbereichs des Kalorimeters liegen, eine geringe Nachweiswahrscheinlichkeit für sehr niederenergetische Hadronen [89], nicht vollständig im Kalorimeter nachgewiesene Schauer und nicht detektierbare Teilchen wie z. B. Neutrinos. Die Abweichungen der Monte-Carlo-Modelle im Verhältnis zu den Daten geben ein Maß für die Unsicherheit in der Kenntnis der Energieskala. Variiert man die Energieskala im Modell um die in der vorliegenden Analyse angenommene Unsicherheit von ± 4% (Abbildung A.7 rechts), so liegen die Daten sicher in diesem Bereich.

In Abbildung A.8 ist der Mittelwert der Transversalimpulsbalance in Abhängigkeit von der Pseudorapidität $\eta_{had} = -\log(\tan\theta_{had}/2)$ des für den aus der Elektronkinematik berechneten Winkels des (im Quark-Parton-Modell) gestreuten Quarks

$$\theta_{had} = \arccos\left(\frac{Q_{el}^2(1-y_{el}) - 4E_e^2 y_{el}^2}{Q_{el}^2(1-y_{el}) + 4E_e^2 y_{el}^2}\right)$$

aufgetragen. Der Bereich $-1 < \eta_{had} < 2.5$ entspricht $140^o > \theta_{had} > 10°$. Die Übereinstimmung von Daten und Modellen ist im η-Zentralbereich besser als für stark vor- bzw. rückwärts gerichtete θ_{had}. Insgesamt wird die Abschätzung der Skalenunsicherheit von 4% bestätigt.

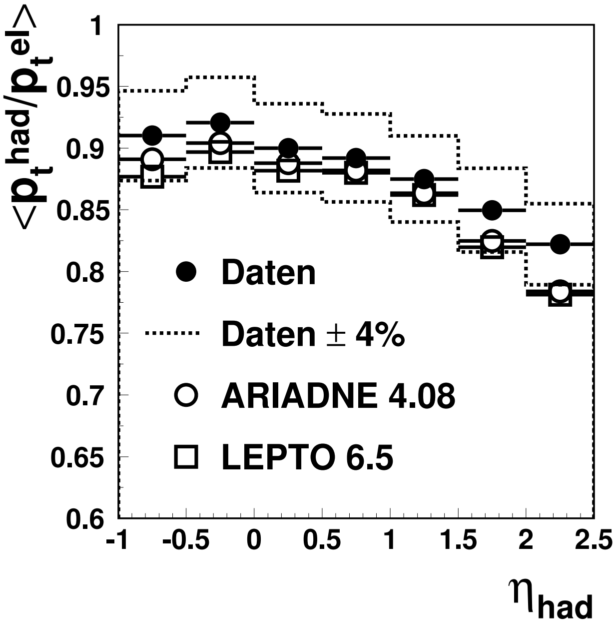


Abbildung A.8: Mittleres p_t^{had}/p_t^{el} gegen die aus der Elektronkinematik berechnete Pseudorapidität η_{had} des gestreuten Quarks in Daten und simulierten Monte-Carlo-Modellen. Die Daten sind dabei zusätzlich bei einer Variation der hadronischen Energieskala des LAr-Kalorimeters von 4% eingezeichnet.

Anhang B

Optimierung von Monte-Carlo-Modellen

Die Vergleiche in Abschnitt 5.1 haben gezeigt, daß Monte-Carlo-Modelle die gemessenen 2-Jet-Verteilungen nur grob beschreiben. Die Verbesserung dieses unbefriedigenden Zustands, der sich auch in vielen anderen Analysen tiefunelastischer Streuereignisse zeigt, war Ziel des HERA-Monte-Carlo-Workshops ’98/’99 [29]. Als Beitrag für diesen Workshop wurden auch im Rahmen der vorliegenden Analyse Untersuchungen unternommen [68]. Dabei konzentrierten sich die Bemühungen auf eine Verbesserung der Datenbeschreibung durch Parameteroptimierung für das Modell LEPTO.

Hierzu wurde ein spezieller Jet-Datensatz benutzt, der über den modifizierten Durham-Algorithmus mit einem minimalen y_2 von 0,001 unter Beibehaltung der Akzeptanzschnitte auf die Polarwinkel selektiert wurde. Die Korrekturen und systematischen Unsicherheiten wurden mit den in den Abschnitten 4.3 und 4.4 vorgestellten Methoden bestimmt. Abbildung B.1 zeigt das resultierende korrigierte y_2-Spektrum im kinematischen Bereich $Q^2 > 150\,\mathrm{GeV}^2$. Die beiden y_2-Bins $< 0,005$ wurden mit der Bin-Faktor-Methode korrigiert, die Bins für $y_2 > 0,005$

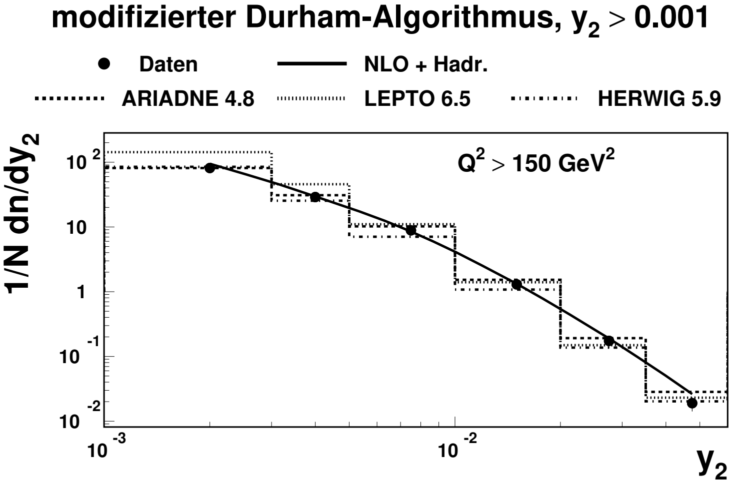


Abbildung B.1: Korrigierte y_2-Verteilung für den modifizierten Durham-Algorithmus ($y_2 > 0,001$) im Vergleich mit den Verteilungen der Monte-Carlo-Modelle ARIADNE 4.8, LEPTO 6.5 und HERWIG 5.9 sowie der NLO-Rechnung. Es gelten die Anmerkungen zu Abbildung 5.1

entsprechen den in Kapitel 5 präsentierten. Der so selektierte Jet-Datensatz umfaßt wegen des niedrigeren y_2-Schnittes einen großen Anteil der tiefunelastischen Streuereignisse, die 2-Jet-Rate R_2 steigt von etwa 5% bei einem minimalen y_2 von 0,005 (vgl. Kapitel 5) auf $\sim 30\%$.

Neben den statistischen Fehlern vermindert sich dabei auch die durch Variation der hadronischen Energieskala induzierte mittlere Unsicherheit von $\sim$ 10% auf etwa die Hälfte, da sich Migrationseffekte im Grenzbereich des Schnittes auf y_2 nicht mehr so stark auswirken. Die resultierenden Daten sind also von hoher Präzision und deswegen für die Modelloptimierung besonders gut geeignet.

Der Datenverteilung in Abbildung B.1 sind die Verteilungen der Monte-Carlo-Modelle ARIADNE 4.8, LEPTO 6.5 und HERWIG 5.9 gegenübergestellt (vgl. auch Kapitel 5). Daneben ist auch noch die auf Hadronisierungseffekte korrigierte, mit DISENT berechnete NLO-Vorhersage eingezeichnet. Die Daten werden durch die Rechnung und die Modelle ARIADNE und HERWIG beschrieben, während LEPTO in den beiden ersten y_2-Bins, welche den größten Teil der Daten beinhalten, klar zu hoch liegt.

Dies wird noch deutlicher bei Betrachtung der mit linearer Skala aufgetragenen Jet-Winkelverteilungen in Abbildung B.2. Die Verteilungen sind dabei in drei Bereichen von

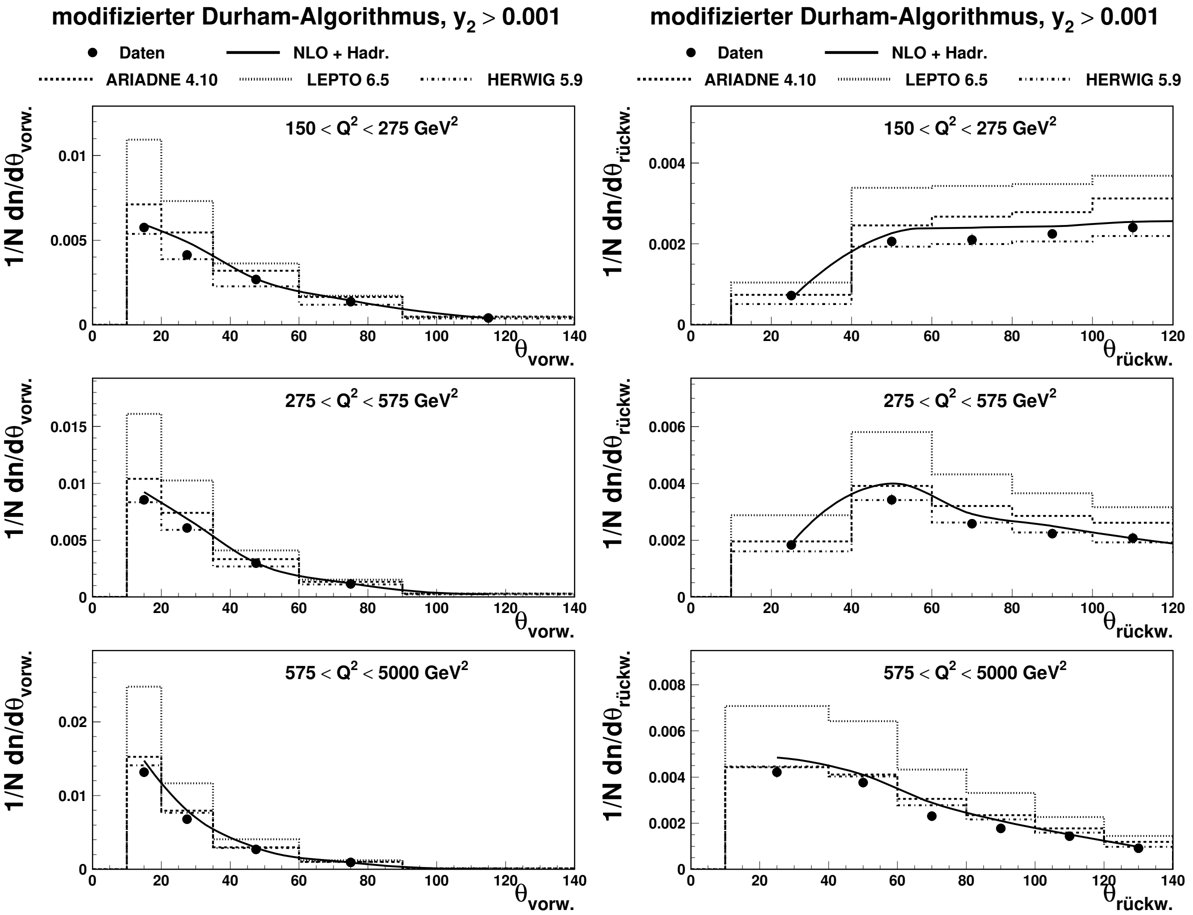


Abbildung B.2: Korrigierte Polarwinkelverteilungen der über den Schnitt $y_2^{Durham} > 0,001$ selektierten Ereignisse im Vergleich mit den Verteilungen der Monte-Carlo-Modelle ARIADNE 4.8, LEPTO 6.5 und HERWIG 5.9 sowie der NLO-Rechnung. Es gelten die Anmerkungen zu den Abbildungen 5.1 und 5.2.

Q^2 aufgetragen. Die beste Beschreibung der Daten wird hier durch das Modell HERWIG gegeben. In Anbetracht der durch den niedrigen Schnitt auf y_2 selektierten Ereignisse mit weniger ausgeprägter 2-Jet-Topologie kann auch die NLO-Rechnung die Daten erstaunlich gut beschreiben. Die hier gezeigte Version ARIADNE 4.10 liegt, wie aus den Untersuchungen in Abschnitt 5.1 erwartet, im Niveau über den Daten. Die größten Abweichungen von den Daten zeigt LEPTO 6.5, welches die mit einem Schnitt von $y_2 > 0,005$ selektierten Jet-Verteilungen noch grob beschreiben konnte (siehe Abschnitt 5.1).

Im Rahmen der Untersuchungen in [68] wurde versucht, die schlechte Beschreibung der 2-Jet-Variablen durch LEPTO zu verbessern. Abbildung B.3 zeigt an Hand der korrigierten z_p- und x_p-Verteilungen das daraus resultierende Ergebnis. Neben der Standardversion von LEPTO 6.5 ist eine modifizierte Version eingezeichnet. Diese enthält einen verbesserten Ansatz für die Modellierung von *Soft-Color-Interactions*, die die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten dieser Effekte abhängig von der durch die dabei auftretenden Gluon-*Strings* umschlossenen Fläche dämpft [90]. Gleichzeitig wurden noch die LEPTO-Parameter, die die Verbindung von Ma-

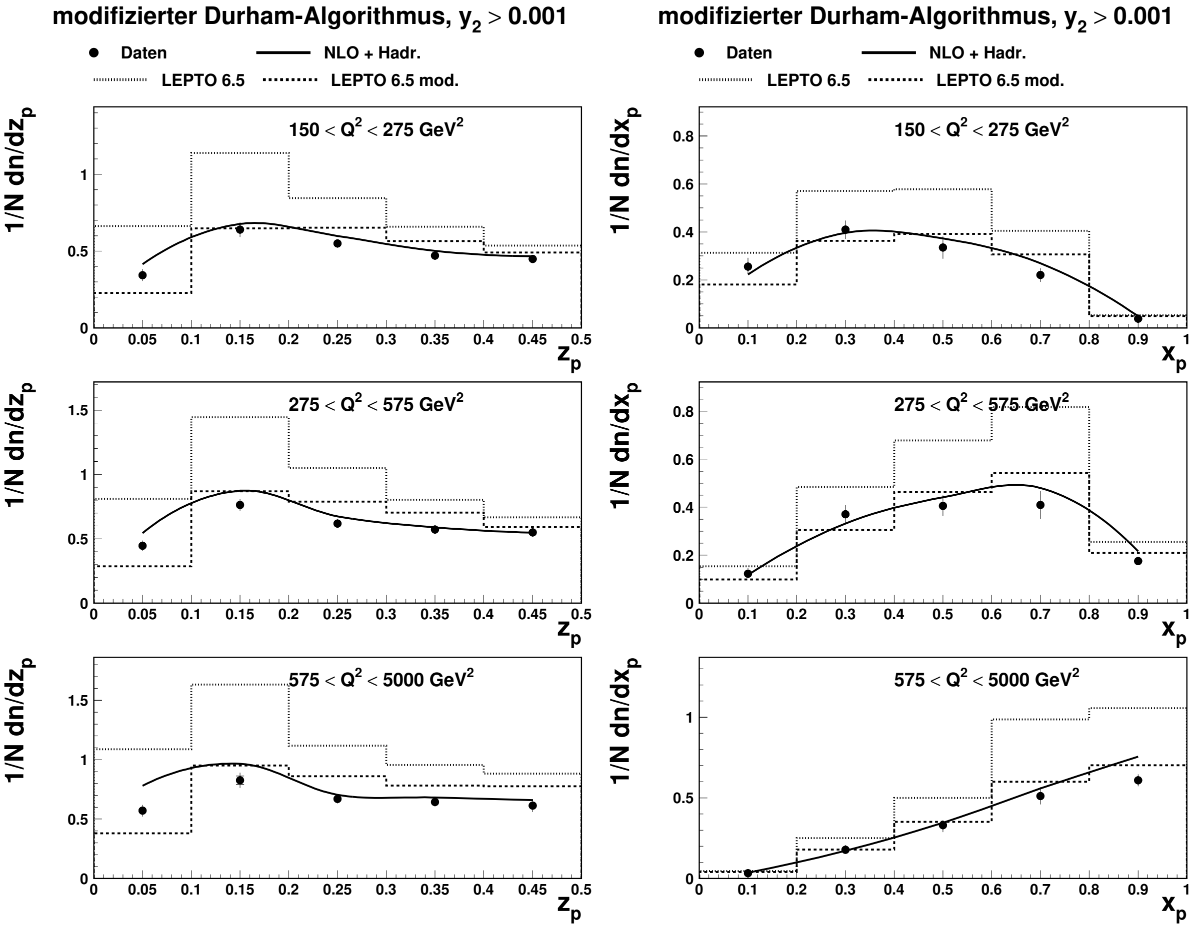


Abbildung B.3: Korrigierte z_p- und x_p-Verteilungen der über den Schnitt $y_2^{Durham} > 0,001$ selektierten Ereignisse im Vergleich mit den Verteilungen des Monte-Carlo-Modells LEPTO 6.5 und denen der im Text erläuterten modifizierten Version sowie der NLO-Rechnung. Es gelten die Anmerkungen zu den Abbildungen 5.1 und 5.2.

trixelement und Partonschauern und damit deren jeweilige Gewichtung in der Erzeugung von Ereignissen bestimmen, in den von den Autoren erlaubten Grenzen variiert und der Parametersatz mit dem niedrigsten χ^2 zwischen Datenverteilung und Modellvorhersage gewählt[1]. Die Variation anderer Parameter, wie z.B. des intrisischen Transversalimpulses der Partonen im Proton oder des zur Berechnung der Partonschauer verwendeten Wertes von α_s, zeigten wesentlich schwächere Einflüsse auf die 2-Jet-Verteilungen.

Die so modifizierte Version von LEPTO liegt sehr viel näher an den Daten als die Standardversion. Allerdings ist die Beschreibung der Daten durch die NLO-Rechnung, vor allem in den Bereichen $z_p \gg 0$ und $x_p \ll 1$, abseits der Divergenzen, in Form und Niveau immer noch besser.

Die Auswirkungen der Parameteroptimierung auf die Beschreibung physikalischer Observablen in unterschiedlichen kinematischen Bereichen durch LEPTO wurden mit Hilfe des Programmpaketes HzTool untersucht [91]. Dieses erlaubt den Vergleich einer großen Zahl der von H1 und ZEUS veröffentlichten Ergebnisse mit den Vorhersagen diverser Monte-Carlo-Modelle. In Abbildung B.4 ist als Beispiel die vom H1-Experiment mit dem JADE-Algorithmus bestimmte 2-Jet-Rate R_2 [81] als Funktion von Q^2 im Vergleich mit den Vorhersagen zweier Versionen von LEPTO dargestellt. Die modifizierte Version entspricht der oben vorgestellten. In Version LEPTO 6.5 β ist der modifizierte Ansatz für die *Soft-Color-Interactions* implementiert. Diese Version verwendet aber die Standardparameter für die Verbindung von Matrixelement

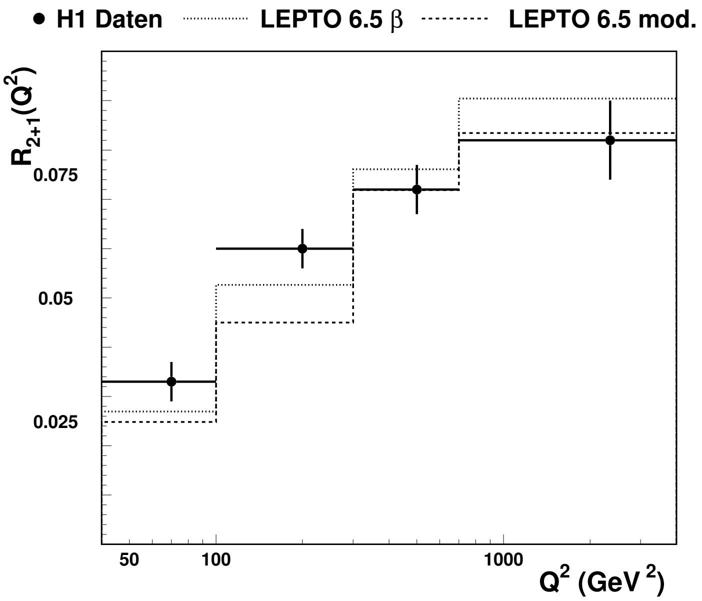


Abbildung B.4: 2-Jet-Rate $R_2(Q^2)$ mit dem JADE-Algorithmus [81] im Vergleich mit verschiedenen, im Text erklärten Versionen des Modells LEPTO. Diese unterscheiden sich in den die Verbindung von Matrixelement und Partonschauern steuernden Parametern.

---

[1] PARL(8)=0,1 (Standard 0,04), PARL(9)=1,0 (Standard 25,0), LST(20)=20 (Standard 5), LST(34)=3 (Standard 1)

und Partonschauern. Keine der beiden Versionen kann die Daten signifikant besser beschreiben als die andere. Allgemein war die Qualität der Datenbeschreibung, definiert durch einen χ^2-Test, für beide Versionen von LEPTO ähnlich. Dabei lag der Anteil von Verteilungen, in denen die Version LEPTO 6.5 β das niedrigere χ^2 ergab, bei etwa 70%.

Aus den Beobachtungen wurde geschlossen, daß die optimierte Beschreibung einzelner Observablen mit LEPTO unterschiedliche Gewichtungen in der Modellierung der zugrunde liegenden Physik durch das exakte Matrixelement erster Ordnung und die Approximation höherer Ordnungen durch die Partonschauer verlangt. Es gibt also keinen einheitlichen Parametersatz für die Verbindung von Matrixelement und Partonschauer, der die gesamte HERA-Physik optimal beschreiben könnte.

Anhang C

Jets in Ereignissen mit sehr hohem Q^2

Sowohl das H1- wie auch das ZEUS-Experiment haben in ihren Messungen tiefunelastischer Streuereignisse einen (bis jetzt als statistische Fluktuation erklärbaren) Überschuß von Ereignissen mit sehr hohem Impulsübertrag Q^2 im Vergleich mit der Erwartung aus dem Standardmodell beobachtet [92, 93]. Es soll untersucht werden, ob sich im Rahmen der vorliegenden Analyse Auffälligkeiten im hadronischen Endzustand der Ereignisse mit sehr hohem Q^2 zeigen.

In Abbildung C.1 ist das gemessene y_2-Spektrum der Daten im Q^2-Bereich über 5 000 GeV^2

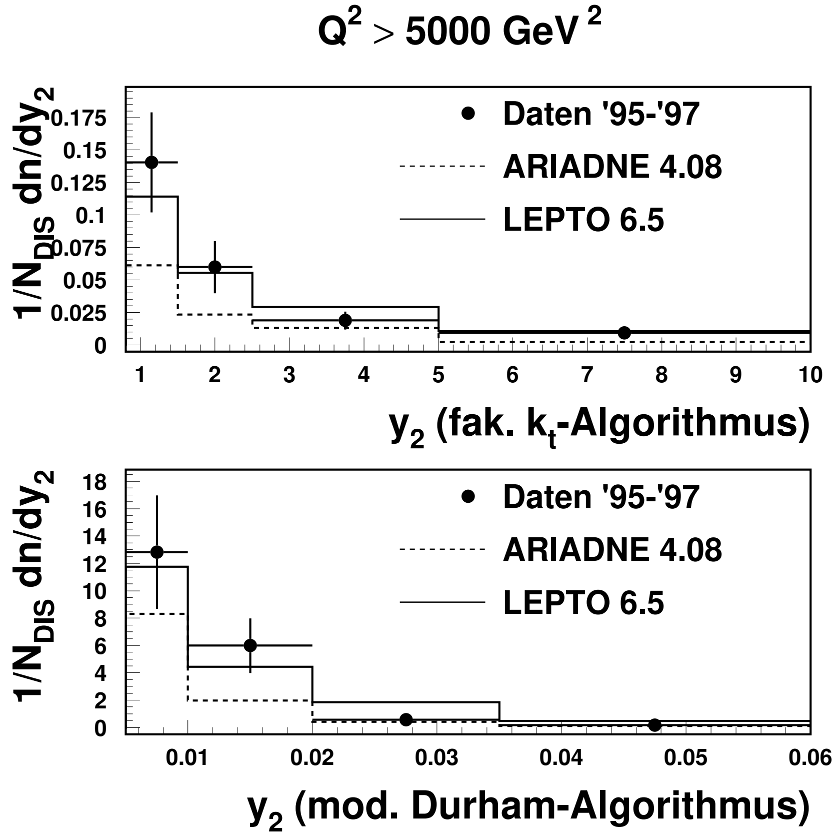
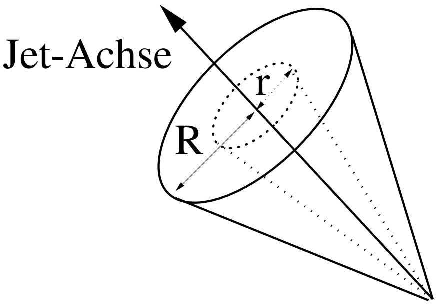


Abbildung C.1: Im Detektor gemessene y_2-Verteilungen für den modifizierten Durham- und den faktorisierbaren k_t-Algorithmus im Vergleich mit den Monte-Carlo-Modellen ARIADNE und LEPTO für Ereignisse mit $Q^2 > 5\,000\,\text{GeV}^2$. Es ist nur der statistische Fehler der Daten eingezeichnet.

(insgesamt 234 Ereignisse) für die Ereignisse aufgetragen, die die in Abschnitt 4.2.1 angegebenen Härteschnitte für die beiden verwendeten Jet-Algorithmen erfüllen (68 Ereignisse für den faktorisierbaren k_t-Algorithmus, 32 für den modifizierten Durham-Algorithmus). Diese werden mit den Vorhersagen der Monte-Carlo-Modelle ARIADNE und LEPTO verglichen. ARIADNE in der Version 4.08 produziert, wie aus den Untersuchungen in Kapitel 5 erwartet, zu wenig 2-Jet-Ereignisse, um die Daten beschreiben zu können, während LEPTO nahe an den Daten liegt. Insgesamt zeigen die gemessenen y_2-Spektren keine auffälligen Abweichungen von den Verteilungen bei niedrigerem Q^2 (siehe Kapitel 5).

Eine detaillierte Untersuchung der bei H1 bis Mitte 1997[1] gemessenen achtzehn Ereignisse mit einem Q^2 größer als 15 000 GeV^2 hinsichtlich ihres hadronischen Endzustandes zeigt Abbildung C.2. Hier ist das Profil des das Elektron balancierenden Jets aufgetragen. Der Jet wurde dabei mit einem *Cone*-Algorithmus [94] im Laborsystem rekonstruiert. Dieser Algorithmus summiert transversale Energien in einem Konus mit Radius $R = 0,7$ auf, wobei die Abstände r_i der Kalorimeter-Cluster zur Jet-Achse aus den Pseudorapiditäten und Azimutalwinkeln berechnet werdend: $r_i = \sqrt{\Delta\eta_i^2 + \Delta\phi_i^2}$. Bei Verwendung dieses Algorithmus mit der Forderung nach einem minimalen Transversalimpuls der Jets von 15 GeV haben 17 Ereignisse eine 1-Jet-, eines eine 2-Jet-Signatur. Für letzteres ist in Abbildung C.2 der Jet mit dem höheren Transversalimpuls aufgetragen. Das Profil ist durch den Bruchteil der transversalen Energie des Jets gegeben, der jeweils in einem Subkonus mit Radius r ($0 < r < R$) deponiert ist:



Ein hoher Wert von $E_t(r)/E_t^{Jet}$ bei kleinen r weist auf einen stark kollimierten Jet hin, ein niedriger Wert auf einen ausgedehnteren Jet[2]. In Abbildung C.2 ist den individuellen Jet-Profilen der achtzehn Ereignisse zum Vergleich ein gemitteltes Jet-Profilband aus Ereignissen mit einem Q^2 zwischen 5 000 und 15 000 GeV^2 unterlegt. Es ist zu erkennen, daß unter den achtzehn Ereignissen wie in den Referenzereignissen sowohl sehr stark gebündelte als auch breitere Jets auftreten. Auch die Beobachtung eines Ereignisses mit (2+1)-Jet-Signatur in den achtzehn Ereignissen ist mit der in den Referenzereignissen gemessenen 2-Jet-Rate von $\sim 8\%$ konsistent . Insgesamt kann geschlossen werden, daß die vorliegende Analyse keine Anhaltspunkte für Anomalien im hadronischen Endzustand für Ereignisse tiefunelastischer Streuung bei höchstem Q^2 liefert.

---

[1] Zeitpunkt der HEP-Konferenz 1997 in Jerusalem, für die diese Spezialuntersuchung unternommen wurde

[2] Nach Definition ist $E_t(R)/E_t^{Jet} = 1$.

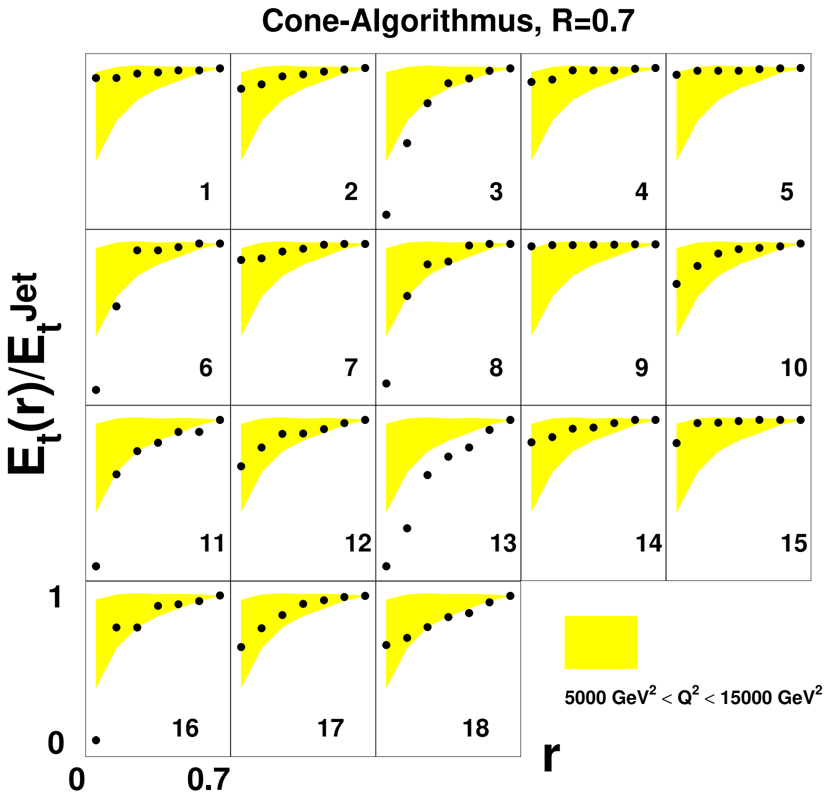


Abbildung C.2: Jet-Profile $E_t(r)/E_t^{Jet}$ der achtzehn bis Mitte 1997 von H1 beobachteten tiefunelastischen Streuereignisse mit $Q^2 > 15000$ GeV^2. Zum Vergleich ist ein gemitteltes Profilband von Ereignissen mit einem Q^2 zwischen 5000 und 15000 GeV^2 unterlegt.

Literaturverzeichnis

[1] John H. Schwarz, Nathan Seiberg
String Theory, Supersymmetry, Unification, and All That
hep-th/9803179

[2] S. Bethke
Jet Physics at LEP and World Summary of α_s
4th International Symposium on Radiative Corrections (RADCOR 98), hep-ex/9812026

[3] H1 Collaboration, C. Adloff et al.
Study of Differential Dijet Event Distributions and Determination of α_s in Deeply Inelastic Scattering at Large Q^2
Contributed Paper 157, International Europhysics Conference on High Energy Physics, Tampere (1999)

[4] P. Schmüser
Feynman-Graphen und Eichtheorien für Experimentalphysiker
Springer-Verlag, Berlin (1988)

[5] CTEQ Collaboration, G. Sterman et al.
Handbook of perturbative QCD
Rev. Mod. Phys. 67 (1995) 157

[6] M. Kaku
Quantum Field Theory
Oxford Univ. Press, New York (1993)

[7] G. Hanson et al.
Evidence for Jet Structure in Hadron Production by e^+e^- Annhilation
Phys. Rev. Lett. 35 (1975) 1609

[8] S.L. Wu
e^+e^- Pysics at PETRA - the First Five Years
Phys. Rep. 107 (1994) 59

[9] T. Kinoshita
Mass Singularities of Feynman Amplitudes
J. Math. Phys. 3 (1962) 650

T. D. Lee, M Nauenberg
Degenrate Systems and Mass Singularities
Phys. Rev. B133 (1964) 1549

[10] R.G. Roberts
The Structure of the Proton
Cambridge University Press (1990)

[11] F. Halzen, A.D. Martin
Quarks and Leptons
J. Wiley and Sons, New York (1984)

[12] C.G. Callan, D.J. Gross
High-Energy Electroproduction and the Constitution of the Electric Current
Phys. Rev. Lett. 22 (1969) 156

[13] D.H. Perkins
Review of Neutrino Experiments
Proceedings 'Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies', Stanford (1975) 571

[14] D.J. Fox et al.
Test of Scale Invariance in High Energy Muon Scattering
Phys. Rev. Lett. 33 (1974) 1504

[15] G. Altarelli, R.K. Ellis, G. Martinelli
Processes involving Fragmentation Functions beyond the Leading Order in QCD
Nucl. Phys. B160 (1979) 301

[16] W.A. Bardeen, A.J. Buras, D.W. Duke, T. Muta
Deep Inelastic Scattering beyond the Leading Order in Asymptotically Free Gauge Theories
Phys. Rev. D18 (1978) 3998

[17] V. N. Gribov, L. N. Lipatov
Deep Inelastic ep-Scattering in Pertubation Theory
Sov. J. Nucl. Phys.15 (1972) 438
G. Altarelli, G. Parisi
Asymptotic Freedom in Parton Language
Nucl. Phys. B126 (1977) 298
Yu. L. Dokshitzer
Calculations of the Structure Functions for Deep Inelastic Scattering and e^+e^- Annhilation by Pertubation Theory in QCD
Sov. Phys. JETP 46 (1977) 641

[18] M. Klein
F_2 Structure Function, F_L and the Gluon Density

Vortrag, XIX International Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies, Stanford (1999)

[19] **G. Ingelman, A. Edin, J. Rathsman**
LEPTO 6.5: a Monte Carlo Generator for Deep Inelastic Lepton-Nucleon Scattering
Comput. Phys. Commun. 101 (1997) 108

[20] **M. Bengtsson, T. Sjøstrand**
The Lund Monte Carlo for Jet Fragmentation and e^+e^- Physics
Comp. Phys. Comm. 43 (1986) 347

[21] **DELPHI Collaboration, P. Abreu et al.**
Tuning and Test of Fragmentation Models Based on Identified Particles and Precision Event Shape Data
Z. Phys. C73 (1996) 11

[22] **A. Edin , G. Ingelman , J. Rathsman**
Soft Color Interactions as the Origin of Rapidity Gaps in DIS
Phys. Lett. B366 (1996) 371

[23] **L. Lønnblad**
ARIADNE: A Program for Simulation of QCD Cascades Implementing the
Color Dipole Model
Comp. Phys. Comm. 71 (1992) 15

[24] **G. Marchesini et al.**
HERWIG: a Monte Carlo Event Generator
Computer Phys. Commun. 67 (1992) 465

[25] **B. Webber**
A QCD Model for Jet Fragmentation Including Soft Gluon Interference
Nucl. Phys. B238 (1984) 492

[26] **G. A. Schuler, H. Spiesberger, K. Charchula**
Combined QED and QCD Radiation Effect in Deep Inelastic Lepton-Proton-Scattering
Comp. Phys. Comm. 81 (1994) 381

[27] **S. Catani, M. H. Seymour**
The Dipole Formalism for the Calculation of QCD Jet Cross Sections at
Next-to-Leading Order
Phys. Lett. B378 (1996) 287

[28] **H. Plothow-Bech**
PDFLIB: Nucleon, Pion and Photon Parton Density Functions and α_s Calculations
CERN-PPE W5051 (1997)

[29] **G. Grindhammer, G. Ingelman, H. Jung, T. Doyle**
Monte Carlo Generators for HERA Physics
Proceedings of the workshop 1998/99

[30] **D. Graudenz, M. Weber**
NLO Programs for DIS and Photoproduction
Proceedings 'HERA MC Workshop WG 20' (1999)

[31] **D. Graudenz**
DISASTER++ (Version 1.0)
hep-ph/9710244

[32] **B. Pötter**
JETVIP 1.1: Calculating 1-Jet and 2-Jet Cross-Sections with Virtual Photons in NLO QCD
Comput. Phys. Commun. 119 (1999) 45

[33] **E. Mirkes, D. Zeppenfeld**
Dijet Production at HERA in NLO
Phys. Lett. B380 (1996) 205

[34] **H1 Collaboration, I. Abt et al.**
The H1 Detector at HERA
Nucl. Instr. and Meth. A386 (1997) 310

[35] **J. Bürger et al.**
The Central Jet Chamber of the H1 Experiment
Nucl. Instr. and Meth. A279 (1989) 217

[36] **M. W. Schulz**
Untersuchung von Methoden zur Kalibrierung der H1-Jet-Kammer
Dissertation, Universität Hamburg, DESY FH1T-93-01

[37] **W. J. Willis, V. Radeka**
Liquid Argon Ionization Chambers as Total Absorption Detectors
Nucl. Instr. and Meth. A120 (1974) 221

[38] **H1 Calorimeter Group, B. Andrieu et al.**
The H1 Liquid Argon Calorimeter System
Nucl. Instr. and Meth. A336 (1993) 460

[39] **H1 Calorimeter Group, B. Andrieu et al.**
Results from Pion Calibration Runs for the H1 Liquid Argon Calorimeter
Nucl. Instr. and Meth. A336 (1993) 499

[40] **H1 Calorimeter Group, B. Andrieu et al.**
Beam Tests and Calibration of the H1 Liquid Argon Calorimeter with Electrons
Nucl. Instr. and Meth. A350 (1994) 57

[41] J. Stier
Kalibration des H1-Flüssigargon-Kalorimeters mit kosmischen Myonen
Diplomarbeit, Universität Hamburg (1992) DESY FH1K-92-04

[42] J. Gayler
Performance of the H1 Liquid Argon Calorimeter
Proceedings 'Calorimetry in High Energy Physics', Corpus Christi (1992) 701

[43] H1 Calorimeter Group, B. Andrieu et al.
Electron/Pion Separation with the H1 Liquid Argon Calorimeter
Nucl. Instr. and Meth. A344 (1994) 492

[44] J. P. Kubenka, H. Oberlack, P. Schacht, H.P. Wellisch
Hadronic Calibration of the H1 Liquid Argon Calorimeter using Software Weighting Techniques
H1 Internal Note, H1-02/94-346 (1994)

[45] V. Shekelyan
Simulation and Reconstruction in H1 Liquid Argon Calorimetry
H1 Internal Note, H1-04/93-288 (1993)

[46] H1 Trigger Group
Definition of Trigger Elements and Subtriggers
http://www-h1.desy.de/itrigger/TrigSetup/tdl.subtriggers

[47] V. Effremenko, N. Tobien
ARMON - a Liquid Argon Monitor Program
H1-Note h1-0598-540 (1998)

[48] R. Brun et al.
GEANT3 User Guide
CERN-DD/EE/84-1 (1984)

[49] H. Fesefeldt
The Simulation of Hadronic Showers: Physics and Applications
PITHA-85-02 (1985)

[50] S. Peters
Die parametrisierte Simulation elektromagnetischer Schauer
Dissertation, Universität Hamburg, MPI-PhE/92-13 (1992)

[51] M. Rudowicz
Hadronische Schauersimulation für den H1-Detektor
Dissertation, Universität Hamburg , MPI-PhE/92-14 (1992)

[52] E. Gonzales-Pineiro, U. Bassler, G. Bernardi
Event Classification for Neutral Current Events
H1-Softwarenote 52-06/95 (1995)

[53] J. Marks
QESCAT - e identification software in H1PHAN
http://www-h1.desy.de/∼marks/electron/phan_e_finder.html

[54] P. Bruel
Recherche d'interactions au-delá du Modéle Standard á HERA
These, Universite de Paris-Sud, (1998)

[55] B. Heinemann
Measurement of Neutral and Charged Current Cross-Sections in Positron-Proton Collisions at Large Momentum Transfer
Dissertation, Universität Hamburg, in Vorbereitung

[56] A. Blondel, F. Jacquet
Proceedings 'Study of an ep Facility for Europe', DESY 79-48 (1979), 391

[57] M. Wobisch
Untersuchung von QED-Prozessen mit harter Photonabstrahlung in tiefinelastischer Elektron-Proton-Streuung im H1-Experiment bei HERA
Diplomarbeit, RWTH Aachen (1995)

[58] T. Sjøstrand
High-Energy Physics Event Generation with PYTHIA 5.7 and JETSET 7.4.
Comput. Phys. Commun. 82 (1994) 74

[59] H.Albrecht, M.Erdmann, P.Schleper
A Guide to PHAN
http://www-h1.desy.de/h1/iww/icas/imanuals/h1phan.1.txt

[60] JADE Collaboration W. Bartel et al.
Experimental Studies on Multi-Jet Production in e^+e^- Annihilation at PETRA Energies
Z. Phys. C33 (1986) 23

[61] M.R. Pennington (ed.)
Jet Studies at LEP and HERA
Workshop Proccedings, (1991) Durham

[62] H1 Collaboration, C. Adloff et al.
Differential (2+1) Jet Event Rates and Determination of α_s in Deep Inelastic Scattering
Eur. Phys. J. C5 (1998) 625

[63] B. Webber
Factorization and Jet Clustering Algorithms for Deep Inelasic Scattering
J. Phys. G19 (1993) 1567

[64] V. Blobel, E. Lohrmann
Statistische und numerische Methoden der Datenanalyse
B. G.. Teubner, Stuttgart (1998)

[65] **V. Blobel**
Unfolding Methods in High Energy Physics Experiments
CERN 85-02 (1985)

[66] **C. de Boor**
A practical Guide to Splines
Springer-Verlag Berlin (1978)

[67] **V. Blobel**
The RUN Manual
OPAL TN361 (1996)

[68] **N. Brook, T. Carli, E. Rodrigues, M. Sutton, N. Tobien, M. Weber**
A Comparison of Deep Inelastic Scattering Monte Carlo Event Generators to HERA Data
Proceedings 'HERA Monte Carlo Workshop 98/99', Hamburg (1999)

[69] **CTEQ Collaboration, H. L. Lai et al.**
Improved Parton Distributions from Global Analysis of Recent Deep Inelastic Scattering and Inclusive Jet Data
Phys. Rev. D55 (1997) 1280

[70] **CTEQ Collaboration, H. L. Lai et al.**
Global QCD Analysis of Parton Structure of the Nucleon: CTEQ5 Parton Distributions
hep-ph/9903282

[71] **H1 Collaboration, C. Adloff et al.**
Measurement of Dijet Cross Sections in Deep Inelastic Scattering at HERA
Conf. Paper 520, 29th Intern. Conf. on High-Energy Physics, Vancouver, Canada (1998)

[72] **J. Marciano**
Testing the Standard Model by Precise Determination of $W^{\pm}$ ans Z Masses
Phys. Rev. D29 (1984) 945

[73] **F. James**
Statistics
in: Particle Data Group, C. Caso et al., Review of Particle Physics, Eur. Phys. J. C 3 (1998) 172

[74] **A. D. Martin, R.G. Roberts, W.J. Sterling, R. S. Thorne**
Parton Distributions: A New Global Analysis
Eur. Phys. J. C4 (1998) 463

[75] **J. Huston et al.**
Study of the Uncertainty of the Gluon Distribution
Phys. Rev. D58 (1998)

[76] **A. D. Martin, R.G. Roberts, W.J. Sterling**
Parton Distributions: A Study of the New HERA Data, α_s, the Gluon and $p\overline{p}$ Jet Production
Phys. Lett. B387 (1996) 419

[77] **A. D. Martin, R.G. Roberts, W.J. Sterling**
The α_s Dependence of Parton Distributions
Phys. Lett. B356 (1995) 89

[78] **M. Gluck, E. Reya, A. Vogt**
Dynamical Parton Distributions of the Proton and Small x Physics
Z. Phys. C67 (1995) 433

[79] **H1 Collaboration, C. Adloff et al.**
Measurement of Neutral and Charged Current Cross-Sections in Positron-Proton Collisions at Large Momentum Transfer
DESY-99-107; zur Veröffentlichung in Eur. Phys. J. C

[80] **B. Heinemann**
private Mitteilung, basierend auf [55]

[81] **H1 Collaboration, C. Adloff et al.**
Multi-Jet Event Rates in Deep-Inelastic Scattering and Determination of the Strong Coupling Constant
Eur. Phys. J. C 5 (1998) 4, 625

[82] **L3 Collaboration, M. Acciarri et al.**
QCD Studies and Determination of α_s in e^+e^- collisions at $\sqrt{s}$ = 161 GeV and 172 GeV
Phys. Lett. B404 (1997) 390

[83] **CDF Collaboration, F. Abe et al.**
Measurement of α_s from the Inclusive Jet Cross Section
http://www-cdf.fnal.gov/physics/new/qcd/public_qcd/bless.html

[84] **H1 Collaboration, C. Adloff et al.**
Determination of the Strong Coupling Constant from Inclusive Jet Cross Sections
Contributed Paper 157, International Europhysics Conference on High Energy Physics, Tampere (1999)

[85] **H1 Collaboration, C. Adloff et al.**
QCD Parameterizations from the H1 QCD fits
http://www-h1.desy.de/h1/www/h1work/fit/h1fit.func.html

[86] **Yu. L. Dokshitzer, B.R. Webber**
Power Corrections to Event Shape Distributions
Phys. Lett. B404 (1997) 321

[87] W. Bartel et al.
HERA Luminosity Upgrade
Proceedings of the Workshop 1995/96, Hamburg (1996) 1095

[88] J. Gayler
Minutes of H1 ESCALE Group Meeting, 13-Oct-1997

[89] N. Tobien
Das Ansprechverhalten des H1-Flüssigargon-Kalorimeters auf niederenergetische Hadronen
Diplomarbeit, Universität Hamburg (1996)

[90] J. Rathsman
A Generalized Area Law for Hadronic String Re-Interactions
Phys. Lett. B452 (1999) 364

[91] J. Bromley et al.
HzTool: A Package for Monte Carlo - Data Comparison ar HERA
Proccedings 'Future Physics at HERA' (1995/96) 611

[92] H1 Collaboration, C. Adloff et al.
Observation of Events at Very High Q^2 in ep Collisions at HERA
Z. Phys. C74 (1997) 191

[93] ZEUS Collaboration, J. Breitweg et al.
Comparison of ZEUS Data with Standard Model Predictions for $e^+p \rightarrow e^+X$ Scattering at High x and Q^2
Phys. Letters B 401 (1997) 192

[94] CDF Collaboration, F. Abe et al.
The Topology of Three Jet Events in $p\overline{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.8\,\mathrm{TeV}$
Phys. Rev. D45 (1992) 1448

Abbildungsverzeichnis

Danksagung

Ein Experiment wie H1 kann nur durch die intensive Zusammenarbeit aller Kollaborationsmitglieder gelingen. Es war eine großartige Erfahrung, einen kleinen Teil zu diesem Gelingen beitragen zu dürfen.

Besonders bedanken möchte ich mich bei

- Dr. Marc Weber, ohne den die vorliegende Arbeit nicht hätte zustande kommen können,
- Dr. Jörg Gayler, der mir seit den Zeiten meiner Diplomarbeit die Physik erklären muß (und dabei bis jetzt noch nicht die Geduld verloren hat),
- Prof. Dr. Beate Naroska für die Begutachtung der Arbeit und die Gelegenheiten, deren Fortschritte in ihrem Seminar zu präsentieren,
- Prof. Dr. Joachim Meyer für seine Bereitschaft zur Übernahme des Zweitgutachtens,
- Florian und Rachid, die ihren mitunter etwas schwierigen Zimmergenossen klaglos ertragen haben

und bei allen Mitdoktoranden, die mir in zahllosen Kaffeepausen seelischen Beistand leisteten.