Eine Likelihood-Analyse der H1 Jet-Daten

von

Gilles Frising

Diplomarbeit in Physik
vorgelegt der
Fakultät für Mathematik, Informatik und Naturwissenschaften
der
Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen

im November 2000

angefertigt am
I. Physikalischen Institut, Lehrstuhl B
Prof. Dr. Ch. Berger

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

Bei einer Schwerpunktenergie von ungefähr 300 GeV ist es möglich beim Elektron-Proton-Speicherring HERA (Hadron-Elektron-Ring-Anlage) reelle W-Bosonen zu erzeugen. Die Untersuchung der Prozeßsignatur des W-Zerfalls ist aus mehreren Gründen wesentlich für das Standard-Modell (SM). Mit ihrer präzisen Kenntnis könnte man eventuelle Abweichungen vom SM nachweisen. Es gibt viele Prozesse aus Erweiterungen des SM's, bei denen W-Bosonen zu den Zerfallsprodukten gehören. Bei der Suche nach SUper-SYmmetrischen (SUSY) Teilchen bilden die Prozesse der W-Produktion des SM's einen Großteil der Untergrundprozesse. Die W-Bosonen gehören auch zu den Zerfallsprodukten von möglichen angeregten Leptonen oder Quarks. Solche Abweichungen vom SM erlauben ein andere [1, 2, 3], als die vom SM vorgegebene, Kopplungsstärke am sogenannten 3-Boson-Vertex ($WW\gamma, WWZ$). Die Kopplungsstärke ist eine Konsequenz der lokalen Eichinvarianz der elektroschwachen Wechselwirkung. Die Messung dieser Kopplung wäre somit ein direkter Test des SM's.

Bei HERA hat die W-Produktion in letzter Zeit zunehmend an Aktualität gewonnen. Es wurden Ereignisse beobachtet mit Leptonen hoher Transversalenergie, in denen ein großer Teil des gesamten Transversalimpulses nicht detektiert worden ist. Diese Ereignisse sind mit der Kinematik des leptonischen W-Zerfalls in ein Elektron, ein Myon oder ein Tau und das entsprechende Neutrino kompatibel. Die Tabelle 1 aus Referenz [4] zeigt die von H1 gemessenen Daten. Bei einem Prozeß der W-Produktion gibt es einen hadronischen Rückstoß (siehe Kapitel 3). Bei einem gemessenen hadronischen Rückstoß größer 25 GeV[1] ist das Verhältnis der gemessenen Daten zu den erwarteten aus dem SM 9 : 2.26. Nach der geplanten Erhöhung der Luminosität von HERA wird sich herausstellen, ob es sich hier um eine statistische Fluktuation handelt, oder ob ein Beweis für neue Physik vorliegt.

Neben dem leptonischen Zerfall gibt es auch den hadronischen Zerfall des W-Bosons, dessen Verzweigungsverhältnis mit ca. 68 % [53] den Zerfall dominiert. Dieser Prozeß

---

[1] Die in der Teilchenphysik übliche Konvention $\hbar = c = 1$ gilt in dieser Arbeit

ist jedoch wesentlich schwerer zu isolieren, da er den Prozessen der QCD[2] bei HERA stark ähnelt.

e und μ	H1 Daten	SM-Erwartung	W	Andere SM-Prozesse
$h_T > 0$ GeV	14	8.16 ± 1.97	6.36 ± 1.91	1.80 ± 0.46
$h_T > 12$ GeV	12	4.07 ± 1.03	3.30 ± 0.99	0.77 ± 0.27
$h_T > 25$ GeV	9	2.26 ± 0.57	1.83 ± 0.55	0.43 ± 0.15
$h_T > 40$ GeV	6	0.79 ± 0.22	0.74 ± 0.22	0.05 ± 0.03

Tab. 1.1: Gemessene und vorhergesagte Ereignisse in den Elektron- und Myon-Zerfallskanälen für alle e^+p Daten, die kompatibel mit dem leptonischen W-Zerfall sind. Die Tabelle stammt aus Referenz [4]. h_T ist der transversale hadronische Rückstoß. Für $h_T < 12 GeV$ trägt nur der Elektronkanal bei.

In dieser Arbeit wird eine allgemeine Methode zur Separation von Signal- und Untergrundprozessen, die Likelihood-Methode, vorgestellt. Im Gegensatz zu den herkömmlichen Verfahren zur Trennung von Signal und Untergrund, bei denen i.a. auf mehrere Variablen geschnitten wird, bietet die Likelihood-Methode den Vorteil, daß nur eine einzige Schnitt-Größe benötigt wird.
In Kapitel 2 werden die experimentellen Grundlagen der HERA-Physik kurz beschrieben. Kapitel 3 beschäftigt sich hauptsächlich mit den theoretischen Grundlagen der HERA-Physik und der W-Produktion. Die Theorie der Likelihood-Methode wird in Kapitel 4 zusammengefaßt. Es folgen Details zur Datenselektion in Kapitel 5 und die Besprechung einiger charakteristischer Variablen zur Unterscheidung von Prozessen der W-Produktion und der QCD in Kapitel 6. Kapitel 7 ist den Resultaten der Likelihood-Analyse gewidmet. Hier werden unterschiedliche Methoden zur Bestimmung der sogenannten Likelihood-Funktion analysiert. Zudem wird in dieser Arbeit die Likelihood-Methode zum ersten Mal bei HERA benutzt, um den hadronischen Zerfall des W-Bosons von Untergrundprozessen zu trennen. Darüber hinaus wird eine obere Grenze für den Wirkungsquerschnitt der W-Produktion mit anschließendem hadronischen Zerfall des W's bestimmt. Eine Zusammenfassung so wie ein Ausblick befinden sich schließlich in Kapitel 8.

---

[2] Quantenchromodynamik

Kapitel 2

HERA und das H1 Experiment

In diesem Kapitel werden der Elektron[1]-Proton-Beschleuniger HERA und der H1 Detektor kurz beschrieben. Ausführliche Beschreibungen finden sich in den Referenzen [5] und [6].

2.1 HERA

HERA (siehe Abbildung 2.1) ist der einzige Elektron-Proton-Speicherring der Welt. Er befindet sich am DESY (Deutsches-Elektronen-Synchrotron) Laboratorium in Hamburg. Hier werden Elektronen mit einer Energie von 12 GeV und Protonen mit 40 GeV in zwei separate Ringe von jeweils 6.3 km Umfang eingespeist. Nachfolgend werden sie auf 27.5 GeV bzw. 820 GeV weiterbeschleunigt[2]. Dies entspricht einer Schwerpunktenergie von ca. 300 GeV.
Insgesamt finden vier verschiedene Groß-Experimente bei HERA statt. An den zwei Detektoren von H1 und ZEUS wird die Streuung von Elektronen an Protonen untersucht. Die punktförmigen Elektronen bieten sich als ideale Sonden an, um z.B. die Struktur des Protons zu untersuchen. Bei HERA finden auch zwei Strahl-Target-Experimente statt: Seit 1995 wird im HERMES Experiment der Nukeleonenspin analysiert. Dazu untersucht man die Streuung von polarisierten HERA-Elektronen an einem Gas aus polarisierten Protonen. Im HERA-B Experiment soll die CP-Symmetrie-Verletzung mit Hilfe von B-Meson-Zerfällen studiert werden.

---

[1] Die verwendeten Daten für diese Arbeit stammen aus der Periode 1995-1997, wo statt Elektronen Positronen benutzt wurden. In dieser Arbeit sind Elektron und Positron nicht unterschieden und beide sind stets als Elektron bezeichnet.

[2] Die Strahlenergien gelten für die in dieser Arbeit verwendete Datenperiode.

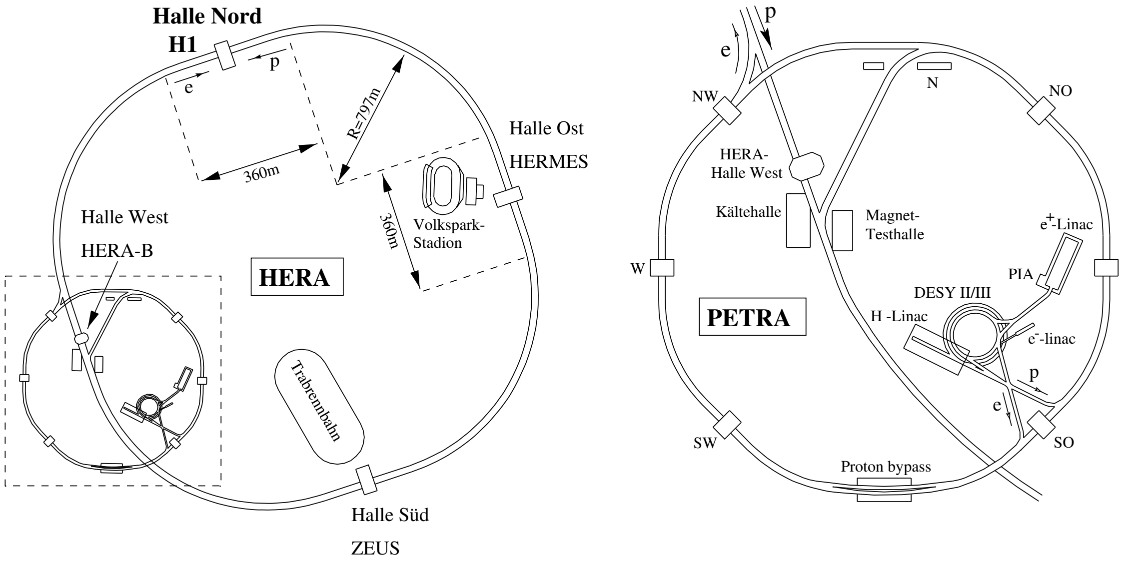

Abb. 2.1: Der Elektron-Proton-Speicherring HERA mit Vorbeschleunigern.

2.2 Der H1 Detektor

Da sich der Schwerpunkt des Elektron-Proton-Systems in Protonrichtung bewegt, ist der H1 Detektor asymmetrisch aufgebaut. Abbildung 2.2 zeigt den Zentralbereich des H1 Detektors. Das rechtshändige Koordinatensystem ist so ausgerichtet, daß die z-Achse mit der Strahlachse zusammenfällt. Die Protonen fliegen dabei in $+z$-Richtung, die x-Achse zeigt zum Speicherringmittelpunkt und die y-Achse nach oben. Der Polarwinkel θ wird relativ zur Protonstrahlrichtung genommen. Der Azimuthalwinkel ϕ bezieht sich auf die (x, y)-Ebene. Der Nullpunkt des Koordinatensytems ist am nominellen Wechselwirkungspunkt.
Im nachfolgenden werden einige Detektorkomponenten kurz beschrieben:

- Das LAr (*Liquid Argon*) -Kalorimeter (Abbildung 2.3):

  Das LAr-Kalorimeter besteht aus einem hoch segmentierten inneren elektromagnetischen und einem äußeren hadronischen Kalorimeter. Für den elektromagnetischen Teil wurden Blei-Absorberplatten gewählt mit einer Tiefe von 20-30 Strahlungslängen. Die Strahlungslänge ist definiert als die Länge, die ein Elektron in einem Medium zurücklegt, bis seine Energie durch Strahlungsverluste auf $1/e$ abgeklungen ist. Für den hadronischen Teil wurden Stahl-Absorberplatten gewählt. Die Energieauflösung ist für den elektromagnetischen Teil wesentlich besser als für den hadronischen. Insgesamt deckt das Kalorimeter den Polarwinkelbereich von $\theta = 4^o$ bis $\theta = 153^o$ ab.

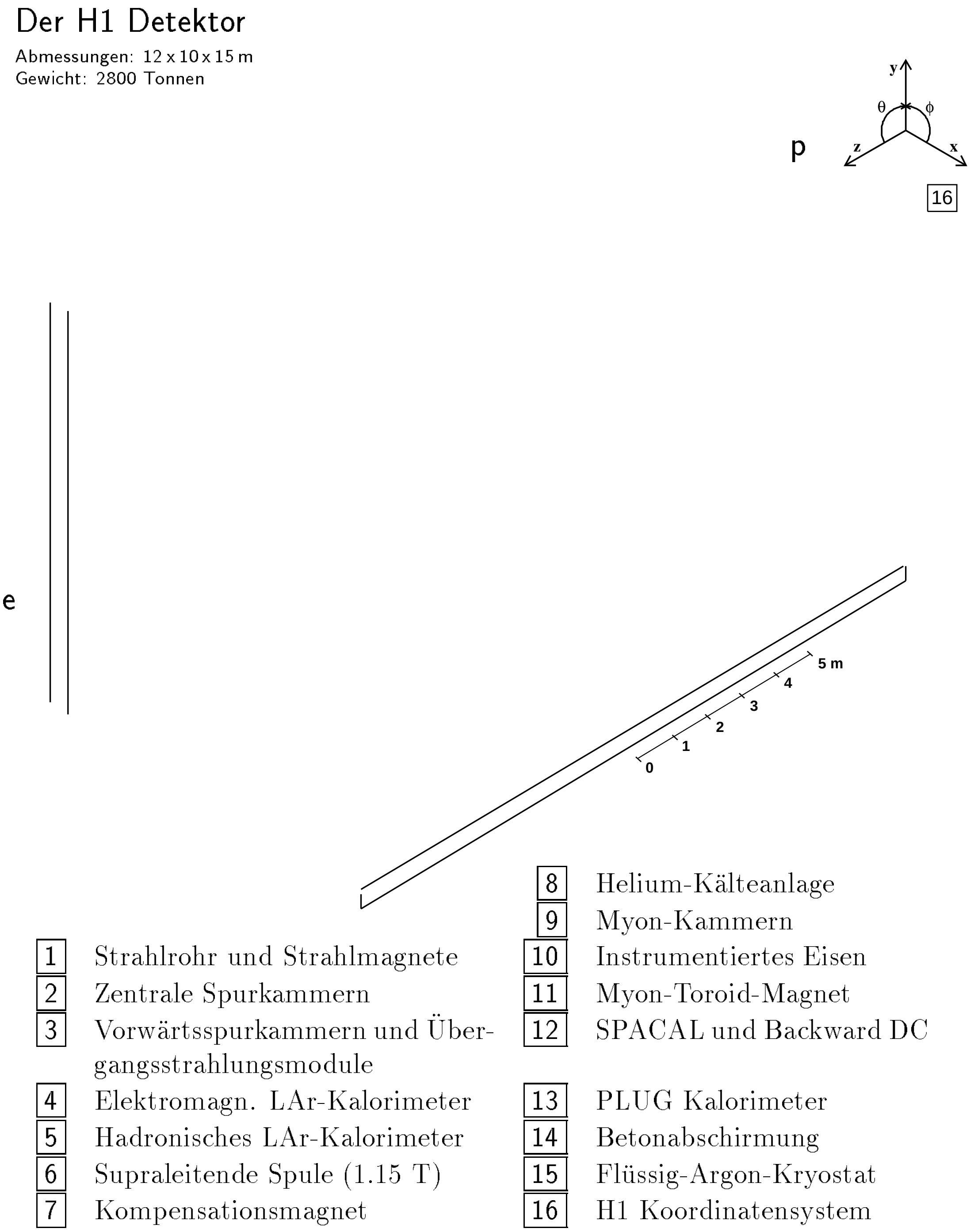

Abb. 2.2: Eine isometrische Sicht des H1 Detektors.

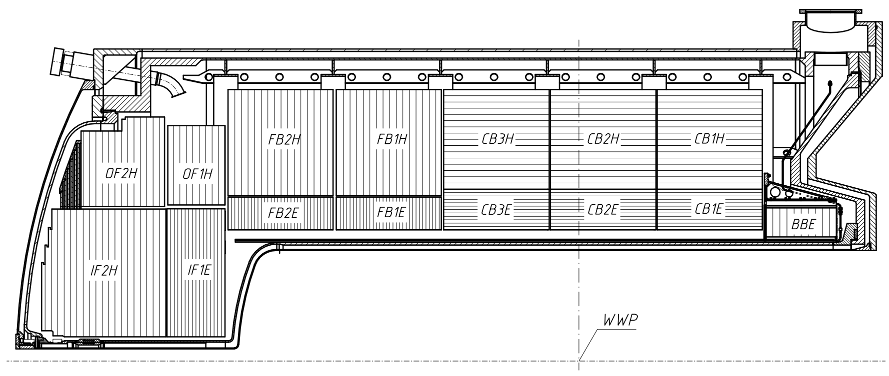

Abb. 2.3: Das LAr-Kalorimeter im Längsschnitt.

- Das Spaghetti-Kalorimeter (SPACAL):

  Das SPACAL [7] besteht aus einem elektromagnetischen und einem hadronischen Teil. Es dient der Energiemessung von gestreuten Elektronen und vom hadronischen Fluß in dem Rückwärtsbereich von $\theta = 153^o$ bis $\theta = 177.8^o$.

- Die Spurkammern:

  Die Spurkammern befinden sich in unmittelbarer Umgebung des nominellen Wechselwirkungspunktes. Hier werden Impulse und Winkel geladener Teilchen gemessen. Das System besteht aus zwei Hauptteilen: dem CTD (*Central Tracking Device*) und dem FTD (*Forward Tracking Device*). Das CTD umschließt unmittelbar den Wechselwirkungspunkt, das FTD ergänzt das Spurensystem noch weiter in $+z$-Richtung, um der Asymmetrie der Streuexperimente gerecht zu werden.

- Die supraleitende Spule:

  Die zylindrische supraleitende Spule liefert für das Spurensystem ein zur Strahlachse paralleles und im Mittel homogenes Magnetfeld der Stärke 1.15 Tesla.

- Das Luminositätssystem:

  Um die Luminosität zu bestimmen wird der Bethe-Heitler-Prozeß $eP \to eP\gamma$ verwendet. Sein Wirkungsquerschnitt ist in der QED[3] genau berechenbar. Ein

---

[3] Quantenelektrodynamik

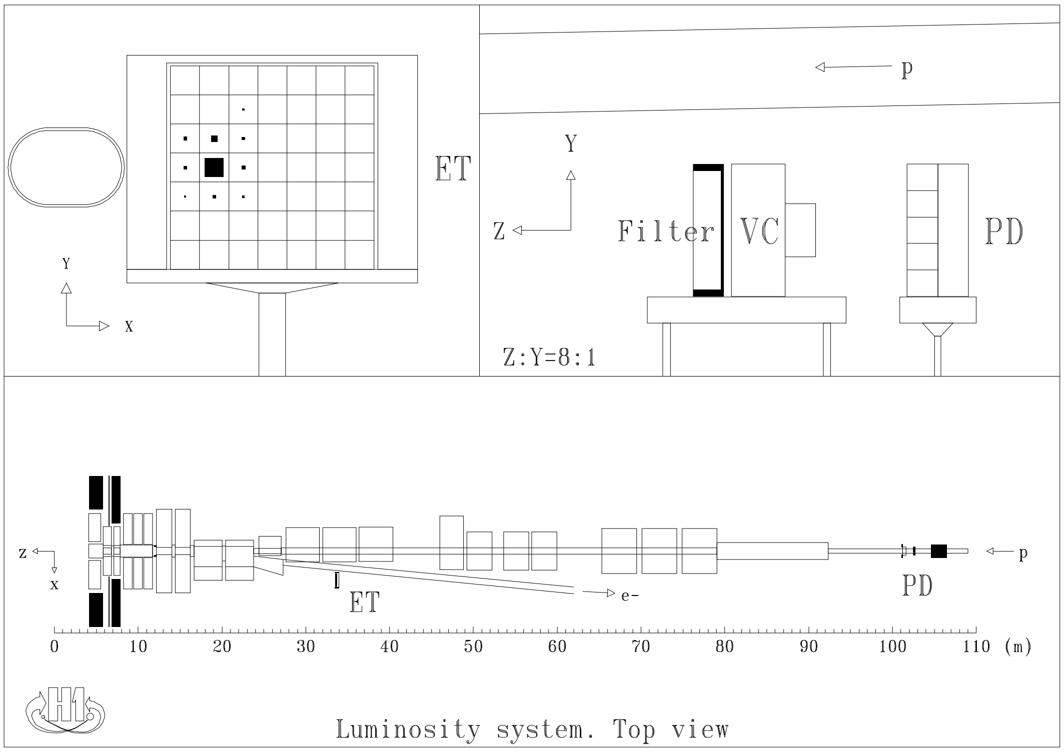

Abb. 2.4: Das H1 Luminositätssystem.

Hodoskop von kristallenen Cherenkov-Zählern detektiert Photon und Elektron in Koinzidenz (siehe Abbildung 2.4). Die Elektronen werden durch Magnete von der Strahlachse abgelenkt und landen im *Electron Tagger* (ET) bei $z = -33.4$ m. Die ladungsneutralen Photonen verlassen die Strahlröhre bei $z = -92.3$ m und werden anschließend vom Photon Detektor (PD) bei $z = -102.9$ m identifiziert. Der PD enthält zudem noch einen Bleifilter und einen Veto-Zähler (VC) zum Schutz gegen Synchrotronstrahlung. Der Hauptuntergrund für diesen Prozeß entsteht durch Bremsstrahlung von Restgasatomen $eA \rightarrow eA\gamma$.

Kapitel 3

Theoretische Grundlagen

3.1 Photoproduktion bei HERA

Im Rahmen der QCD besteht das Proton aus drei Valenzquarks, aus Seequarks und Gluonen. Die bei einem QCD-Prozeß der *ep*-Streuung entstandenen farbigen Partonen können nicht frei existieren. Sie bilden einen energetischen, aufgefächerten Strahl aus farbneutralen Hadronen, den Jet. Der Hauptteil der Jet-Ereignisse bei HERA resultiert aus *ep*-Streuung bei sehr kleinem Impulsübertrag des Elektrons auf das ausgetauschte Photon. Das Photon wird in diesem Fall als quasireell bezeichnet, und man spricht von Photoproduktion. Das Elektron wird nur schwach abgelenkt und verläßt den Detektor größtenteils unbeobachtet durch die Strahlröhre.
In dieser Arbeit wird versucht eine Trennung der QCD-Prozesse von Prozessen der W-Boson-Produktion im Bereich der Photoproduktion zu erreichen. Dieses Kapitel faßt deshalb die Grundlagen der Photoproduktion und insbesondere auch die W-Boson-Produktion bei HERA zusammen. Zudem beschreibt es andere für diese Arbeit wichtige Bereiche der Teilchenphysik.

3.1.1 Der Wirkungsquerschnitt in Photoproduktion

Den Wirkungsquerschnitt kann man, bei hohen Transversalimpulsen der Jets, wie folgt faktorisieren [8]:

$$d\sigma_{ep}(ep \to e + \text{Jets} + \text{Protonrest}) = \int_0^1 dy f_{\gamma/e}(y) \sum_i \int_0^1 dx_{i/p} f_{i/p}(x_{i/p})$$
$$\times \sum_j \int_0^1 dx_{j/\gamma} f_{j/\gamma}(x_{j/\gamma}) d\hat{\sigma}_{ij}(ij \to \text{Jets}).$$

Aus Gründen der Übersichtlichkeit ist die sogenannte Skalenabhängigkeit der Faktorisierung [9] in allen Formeln dieses Kapitels nicht gezeigt. Der Wirkungsquerschnitt ist eine Faltung von mehreren unterschiedlichen Faktoren:

- dem Photonspektrum der Elektronen $f_{\gamma/e}$
- der Partondichte der Protonen $f_{i/p}$
- der Partondichte der Photonen $f_{j/\gamma}$
- dem Wirkungsquerschnitt des harten QCD-Prozesses der Parton-Parton-Streuung $\hat{\sigma}_{ij}$.

Auf die einzelnen Teile wird im folgenden näher eingegangen. Vorerst folgt eine kurze Beschreibung der Kinematik bei HERA.

3.1.2 Die Kinematik

In Abbildung 3.1 ist der Prozeß $ep \to eX$ symbolisch dargestellt. X steht für ein allgemeines hadronisches System.
Einige kinematische Variablen des Prozesses werden im folgenden definiert:

- k sei der Impuls des Elektrons im Anfangszustand und P der Impuls des Protons im Anfangszustand der Streureaktion. Dann gilt für das Quadrat der Schwerpunktenergie s_{ep} des Elektron-Proton-Systems:

  $$s_{ep} = (k + P)^2.$$

- Der Impulsübertrag vom Elektron auf das Photon sei $q = k - k'$, wobei k' der Impuls des Elektrons im Endzustand der Streureaktion ist. Aus dem Impulsübertrag q ergibt sich die positive Virtualität $Q^2 = -q^2$ des ausgetauschten Photons. Letztere verschwindet bei reellen Photonen.

- Das gestreute Parton habe den Impuls p. Im Elektron-Proton-System ist der Protonimpuls P fast lichtartig. In diesem sogenannten *infinite momentum frame*, haben die Konstituenten des Protons auch beinahe lichtartige Impulse. Ihre Transversalimpulse sind niedrig und ihre Impulse somit approximativ parallel zum Protonimpuls. Somit kann man für den Impuls des Partons i schreiben:

  $$p_i \approx x_{i/p} P.$$

  $x_{i/p}$ ist der longitudinale Impulsbruchteil des Protons, getragen durch das gestreute Parton i.

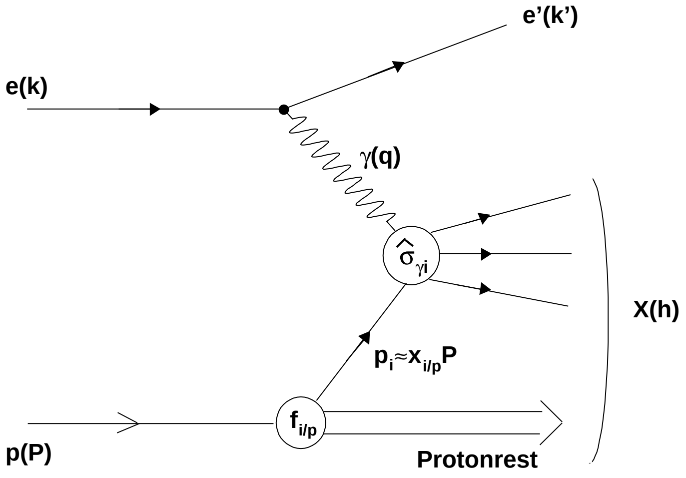

Abb. 3.1: Symbolische Darstellung einer ep-Streuung.

- Für den longitudinalen Impulsbruchteil y, den das Photon trägt, gilt:

  $$y = \frac{P \cdot q}{P \cdot k} = 1 - \frac{P \cdot k'}{P \cdot k}, \qquad 0 \leq y \leq 1.$$

  Im Ruhesystem des Protons gilt:

  $$y = \frac{E_\gamma}{E_e}.$$

  E_e ist die Energie des Elektrons im Anfangszustand und E_γ die Energie des ausgetauschten Photons.

- Die invariante Masse $W_{\gamma p}$ des hadronischen Endzustandes, d.h. die invariante Masse des Photon-Proton-Systems, berechnet sich wie folgt:

  $$W_{\gamma p}^2 = (q + P)^2, \qquad M_p^2 \leq W_{\gamma p}^2 \leq s_{ep}.$$

  Nach Vernachlässigung der Protonmasse M_P, und in Photoproduktion ergibt sich:

  $$W_{\gamma p}^2 \approx 2q \cdot P \approx y s_{ep}.$$

- Die Schwerpunktenergie $\sqrt{\hat{s}_{\gamma i}}$ des Photon-Parton-Systems ist definiert durch:

  $$\hat{s}_{\gamma i} = (q + p_i)^2.$$

  Nach Vernachlässigung von p_i^2 und q^2 folgt:

  $$\hat{s}_{\gamma i} \approx 2p_i \cdot q \approx 2x_{i/p} P \cdot q \approx y x_{i/p} s_{ep}.$$

3.1.3 Das Photonspektrum der Elektronen

Den Elektron-Proton-Wirkungsquerschnitt σ_{ep} kann man mit dem Fluß $f_{\gamma/e}$ der quasireellen Photonen, die vom Elektron emittiert werden, wie folgt schreiben:

$$d\sigma_{ep}(ep \to e + \text{Jets} + \text{Protonrest}) = \int_0^1 dy f_{\gamma/e}(y) d\sigma_{\gamma p}(\gamma p \to \text{Jets} + \text{Protonrest}).$$

Das Spektrum der quasireellen Photonen wird durch die Weizsäcker-Williams-Formel [14] angenähert:

$$f_{\gamma/e}(y) = \frac{\alpha}{2\pi}\left[\frac{1+(1-y)^2}{y}\ln\frac{Q^2_{\text{max}}}{Q^2_{\text{min}}} + 2m_e^2 y(\frac{1}{Q^2_{\text{min}}} - \frac{1}{Q^2_{\text{max}}})\right].$$

Diese Formel stellt die Beziehung zwischen der ep-Streuung und der γp-Streuung her. Q^2_{min} ergibt sich in Photoproduktion zu

$$Q^2_{\text{min}} = \frac{m_e^2 y^2}{1-y},$$

wobei m_e die Elektronmasse ist, und damit erhält man:

$$f_{\gamma/e}(y) = \frac{\alpha}{2\pi}\left[\frac{1+(1-y)^2}{y}\ln\frac{Q^2_{\text{max}}(1-y)}{m_e^2 y^2} + 2m_e^2 y(\frac{1-y}{m_e^2 y^2} - \frac{1}{Q^2_{\text{max}}})\right].$$

Üblicherweise wird der obere Grenzwert der Virtualität Q^2_{max} festgelegt. In dieser Arbeit gilt $Q^2_{\text{max}} \approx 1\,\text{GeV}^2$ (siehe Kapitel 5). Das Photon-Spektrum hängt somit nur noch von $y = E_\gamma/E_e$ ab.

3.1.4 Die Partondichten des Protons

Wegen der asymptotischen Freiheit der QCD ist die perturbative QCD nur gültig auf kleinen, d.h. partonischen, Längenskalen. Auf einer größeren Längenskala, wie der des Protons beispielsweise, ist sie nicht mehr vollständig anwendbar. Deswegen ist die Bestimmung des partonischen Inhaltes des Protons ein Bereich der nicht-perturbativen QCD. Für die Beschreibung der Protonstruktur können Partondichten $f_{i/p}$ eingeführt werden.

Der Term $f_{i/p}(x_{i/p})dx_{i/p}$ gibt die Wahrscheinlichkeit an, ein Parton i eines bestimmten Typs mit einem longitudinalen Impulsbruchteil $x_{i/p}$ im Intervall $[x_{i/p}, x_{i/p} + dx_{i/p}]$ im Proton zu finden.

Der Photon-Proton-Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma p}$ läßt sich, bei hohen Transversalimpulsen der Jets, mit den Partondichten faktorisieren in [8]:

$$d\sigma_{\gamma p}(\gamma p \to \text{Jets} + \text{Protonrest}) = \sum_i \int_0^1 dx_{i/p} f_{i/p}(x_{i/p}) d\hat{\sigma}_{\gamma i}(\gamma i \to \text{Jets}). \tag{3.1}$$

3.1.5 Die Partondichten des Photons

Ähnlich wie beim Photon-Proton-Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma p}$, wird auch bei dem Photon-Parton-Wirkungsquerschnitt $\hat{\sigma}_{\gamma i}$ eine Faktorisierung durchgeführt. Aufgrund der Heisenbergschen Unschärferelation

$$\Delta E \Delta t \geq 1$$

kann das Photon innerhalb eines kurzen Zeitraumes in ein Quark-Antiquark-Paar fluktuieren [10]. In diesem Fall spricht man vom aufgelösten (*resolved*) Photon. Wird das Photon jedoch als Punktteilchen betrachtet spricht man vom direkten Photon. Diese duale Natur des Photons muß in der Berechnung des Photon-Parton-Wirkungsquerschnittes berücksichtigt werden.

Die aufgelöste Photon-Parton-Streuung

Vor der Streuung mit dem Parton fluktuiert das Photon in ein Quark-Antiquark-Paar. Ein Parton, das aus einer solchen Fluktuation folgt, wechselwirkt dann mit einem Parton aus dem Proton. Der Photonrest hat i.a. einen niedrigen Transversalimpuls. Abbildung 3.2 zeigt einige Feynmandiagramme für die aufgelöste Photoproduktion von zwei Partonen in führender Ordnung.

Die partonischen Konstituenten des Photons werden über die Partondichte des Photons $f_{j/\gamma}$ in der Berechnung des Wirkungsquerschnittes berücksichtigt. Der Term $f_{j/\gamma}(x_{j/\gamma})dx_{j/\gamma}$ gibt die Wahrscheinlichkeit an, ein Parton j eines bestimmten Typs mit longitudinalem Impulsbruchteil $x_{j/\gamma}$ im Intervall $[x_{j/\gamma}, x_{j/\gamma} + dx_{j/\gamma}]$ im Photon zu finden. Den Wirkungsquerschnitt der Photon-Parton-Streuung $\hat{\sigma}_{\gamma i}$ kann man, bei hohen Transversalimpulsen der Jets, schreiben als [8]:

$$d\hat{\sigma}_{\gamma i}(\gamma i \to \text{Jets}) = \sum_j \int_0^1 dx_\gamma f_{j/\gamma}(x_\gamma) d\hat{\sigma}_{ij}(ij \to \text{Jets}). \qquad (3.2)$$

Die direkte Photon-Parton-Streuung

Das Photon wird als punktförmiges Teilchen behandelt und koppelt direkt an das aus dem Proton gestreute Parton. Die Partondichte des Photons ist in diesem Fall gegeben durch eine Diracsche-Delta-Funktion $\delta(1 - x_\gamma)$ [13], und damit folgt aus Gleichung 3.2 Gleichung 3.1.

Die Prozesse für die Produktion von zwei Jets sind in führender Ordnung der QCD-Compton Effekt ($\gamma q \to qg$, $\gamma \bar{q} \to \bar{q}g$) mit Abstrahlung eines Gluons im Anfangs- oder Endzustand (Abbildung 3.3), sowie die Boson-Gluon-Fusion ($\gamma g \to q\bar{q}$), bei der ein Gluon aus dem Proton und ein Photon aus dem Elektron in ein Quark-Antiquark-Paar übergehen (Abbildung 3.4).

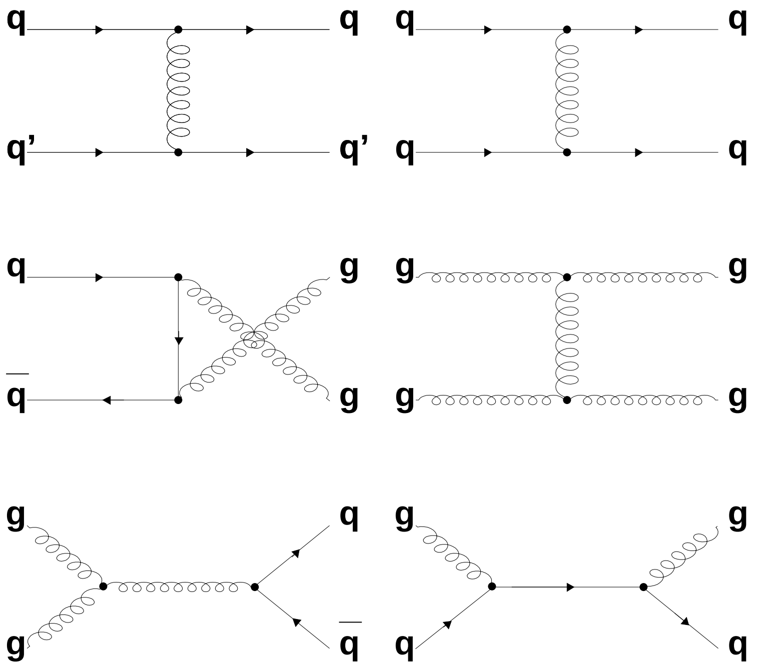

Abb. 3.2: Einige Feynmandiagramme für die aufgelöste Photoproduktion von zwei Jets in führender Ordnung.

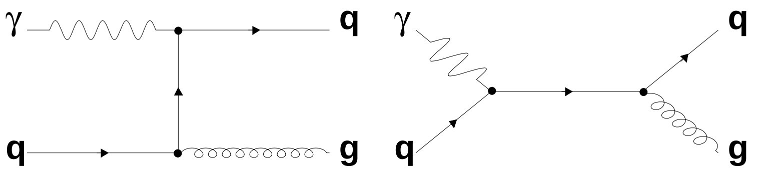

Abb. 3.3: QCD-Compton-Effekt.

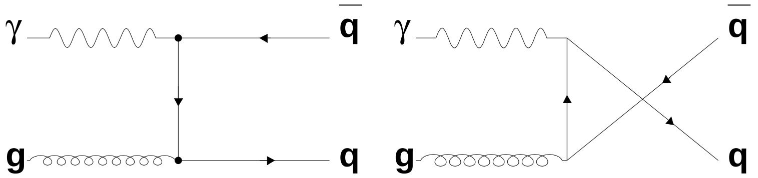

Abb. 3.4: Boson-Gluon-Fusion.

3.1.6 Der differentielle Wirkungsquerschnitt

Die Form des Wirkungsquerschnittes der Parton-Parton-Streuung ist bekannt [23]:

$$\frac{d\hat{\sigma}_{ij}}{d\cos\hat{\theta}} = \frac{1}{32\pi\hat{s}_{ij}}|M_{ij}(\cos\hat{\theta})|^2.$$

Dabei ist $\hat{\theta}$ der Streuwinkel im Parton-Parton-Schwerpunktsystem und M_{ij} ist das Matrixelement des harten QCD-Subprozesses. Mit dem Wissen, daß die Schwerpunktenergie $\hat{s}_{ij}$ des Parton-Parton-Systems um den Faktor $x_{j/\gamma}$ kleiner ist als jene des Photon-Parton-Systems ergibt sich

$$\hat{s}_{ij} = y x_{i/p} x_{j/\gamma} s_{ep},$$

und man erhält für den 4-fach differentiellen Wirkungsquerschnitt der Photoproduktion zweier Jets in führender Ordnung [8]:

$$\frac{d^4\sigma_{ep}}{dy\,dx_\gamma\,dx_p\,d\cos\hat{\theta}} = \frac{1}{32\pi s_{ep}} \frac{f_{\gamma/e}(y)}{y} \sum_{i,j} \frac{f_{j/\gamma}(x_{j/\gamma})}{x_{j/\gamma}} \frac{f_{i/p}(x_{i/p})}{x_{i/p}} |M_{ij}(\cos\hat{\theta})|^2.$$

Im Fall der direkten Photoproduktion ist die Partondichte des Photons $f_{j/\gamma}(x_{j/\gamma})$ wieder durch eine Diracsche-Delta-Funktion $\delta(1 - x_{j/\gamma})$ zu ersetzen.

3.2 Das W-Boson und die ep-Streuung

3.2.1 Die Produktionsmechanismen des W-Bosons im SM

Die Diagramme, in führender Ordnung, für den Prozeß $ep \to eWX$ werden in Abbildung 3.5 gezeigt. X bezeichnet wieder ein allgemeines hadronisches System. Das W-Boson zerfällt immer in ein Fermion-Antifermion-Paar. Dieses besteht entweder aus einem geladenen Lepton und dem zugehörigen Neutrino, oder aus einem Quark und einem Antiquark mit unterschiedlicher *Flavor*-Quantenzahl. Diagramme (a) und (b) kann man als Comptoneffekt der schwachen Wechselwirkung ansehen. Sie beschreiben die Abstrahlung eines W's vom Quark im Anfangs- bzw. Endzustand. Zusammen mit dem Diagramm (c) machen sie fast den Gesamtanteil der Amplitude aus. Das Diagramm (c) beinhaltet einen 3-Boson-Vertex.

Die Diagramme (d) und (e) sind notwendig, um die lokale Eichinvarianz der elektroschwachen Wechselwirkung zu gewährleisten. Sie enthalten jedoch virtuelle W-Bosonen und tragen deshalb nur wenig zur Gesamtamplitude bei.

In den letzten beiden Diagrammen (f) und (g) koppelt das W direkt an das einkommende Elektron. Sie sind durch den zweiten zusätzlichen schweren W-Propagator stark unterdrückt.

3.2.2 Die W-Produktion bei HERA

Der dominante Prozeß für die W-Produktion bei HERA ist [15]:

$$ep \to eWX.$$

Das unter kleinem Winkel gestreute Elektron verläßt den Detektor größtenteils unbeobachtet durch das Strahlrohr. Die Topologie der W-Ereignisse setzt sich meist aus einem schwachen hadronischen Rückstoß und zwei hochenergetischen Zerfallsprodukten zusammen.

Neben dieser Hauptreaktion gibt es auch den Prozeß

$$ep \to \nu WX.$$

Sein Wirkungsquerschnitt ist etwa um den Faktor 20 kleiner [15] als für den Prozeß $ep \to eWX$ und wird daher im folgenden nicht mehr betrachtet.

Bei dem leptonischen Zerfall verschwindet wegen des nichtdetektierten Neutrinos ein großer Anteil des Transversalimpulses. Bei dem hadronischen Zerfall hingegen zerfällt das W in zwei Quarks. Die Quarks hadronisieren dann in Jets mit hohem Transversalimpuls.

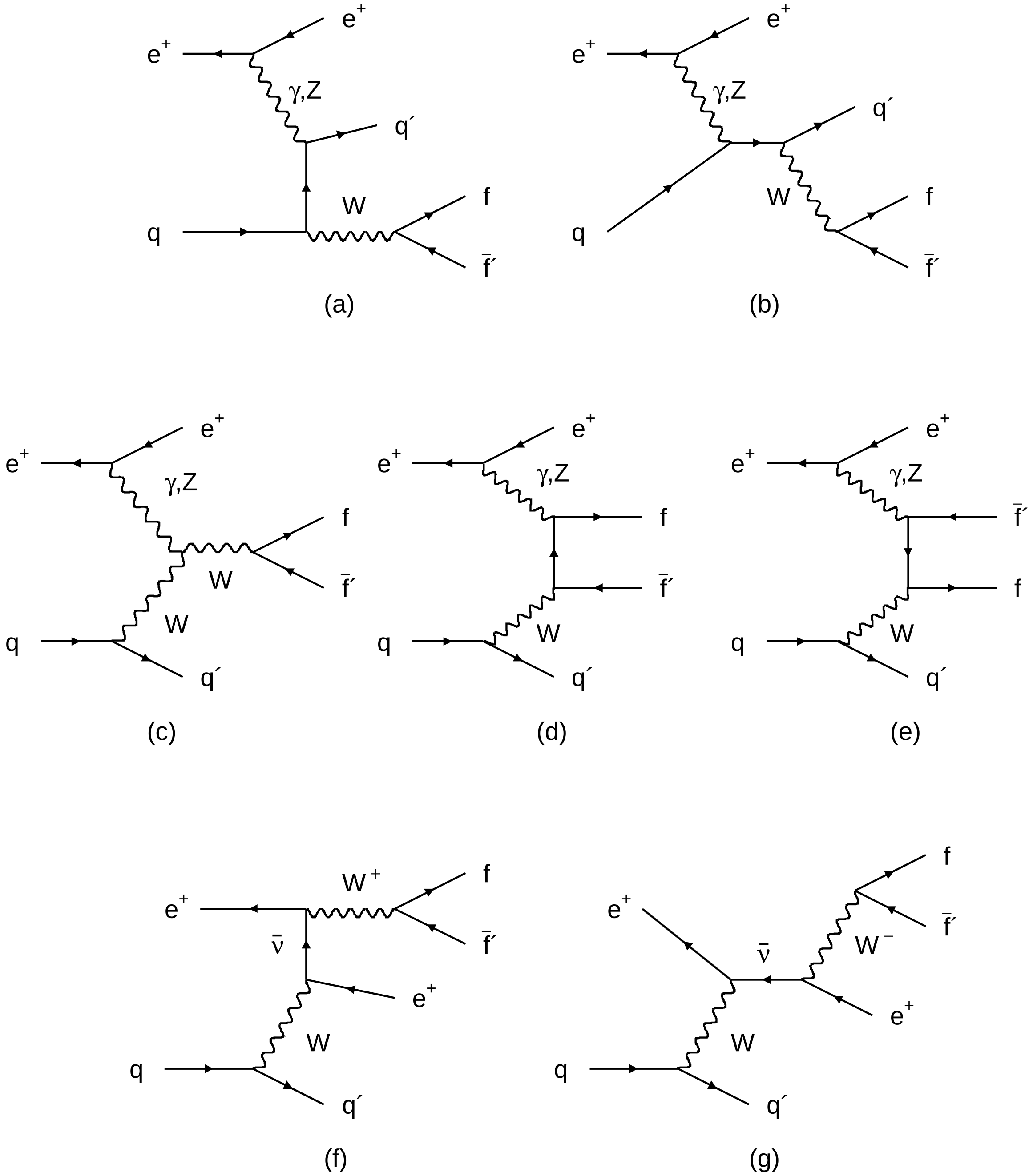

Abb. 3.5: Die Hauptprozesse für die $W^{\pm}$-Produktion in führender Ordnung.

Die Hauptmerkmale des hadronischen Kanals sind:

- Da kein Neutrino ensteht, geht fast keine Transversalenergie im Detektor verloren.
- Das Verzweigungsverhältnis für den hadronischen Zerfall beträgt ca. 68 % [53].
- Die Prozesse des hadronischen W-Zerfalls sind schwer von jenen der QCD zu unterscheiden.

3.2.3 Die Berechnung des Wirkungsquerschnittes

Der Wirkungsquerschnitt wird durch das Monte-Carlo-Programm H1EPVEC [43] berechnet. Es ist eine speziell auf H1 eingestellte Version des Originalprogrammes EPVEC[1] von Baur, Vermaseren und Zeppenfeld [19].

In Diagramm (a) (Abbildung 3.5) tritt aufgrund der Vernachlässigung der Quark-Massen eine Divergenz auf. Deshalb wird die Integration in zwei Bereiche aufgespalten, um den Pol zu regularisieren [19]:

$$\sigma = \sigma(|\hat{u}| > \hat{u}_{\mathrm{cut}})_{\mathrm{DIS}} + \int_0^{\hat{u}_{\mathrm{cut}}} \frac{d\sigma}{d|\hat{u}|} d|\hat{u}|,$$

wobei $\hat{u} = (p_q - p_W)^2$ und p_q, p_W die Vierervektoren des einlaufenden Quarks und des W-Bosons im Endzustand sind.

Der erste Teil berücksichtigt die direkte Photoproduktion und wird mit den vollen Matrixelementen des Prozesses $eq \to eWq' \to f\bar{f}'q'$ mit herkömmlichen störungstheoretischen Techniken in führender Ordnung berechnet. Anschließend wird das so erhaltene Resultat noch mit den Partondichten des Protons gefaltet.

Der zweite Teil berücksichtigt die aufgelöste Photoproduktion im sogenannten DIS$_\gamma$ [16] -Schema. Für kleine Werte von $|\hat{u}|$ und kleine Werte Q^2 des intermediären Photons kann man das Diagramm (a) als die Fluktuation eines quasireellen Photons in ein Quark-Antiquark-Paar ansehen. Es handelt sich also um die aufgelöste Komponente des Prozesses, und so setzt sich der Wirkungsquerschnitt aus der Faltung der Partondichten des Proton, der Partondichten des Photons und dem Wirkungsquerschnitt des Subprozesses $q\bar{q}' \to W \to f\bar{f}'$ zusammen. Der aufgelöste Prozeß ist also nichts mehr als die Fusion von einem Quark aus dem Photon mit einem Quark aus dem Proton zu einem W, d.h. es handelt sich um die Drell-Yan Produktion des W's. Das Spektrum der einlaufenden Photonen wird durch die Weizsäcker-Williams-Approximation (WWA) angenähert beschrieben. Dabei wird der Summand

$$2m_e^2 y\left(\frac{1}{Q^2_{\mathrm{min}}} - \frac{1}{Q^2_{\mathrm{max}}}\right)$$

---

[1] EPVEC steht für Electron Proton → VECtor-boson

aus der WWA vernachlässigt.
Die einzelnen Teile hängen von $\hat{u}_{\text{cut}}$ ab, jedoch muß deren Summe unabhängig davon sein. Der Parameter $\hat{u}_{\text{cut}} = 25\,\text{GeV}^2$ wurde nach Referenz [19] gewählt und muß natürlich derselbe sein für die direkte und die aufgelöste Photoproduktion.
Leider existiert noch kein W-Monte-Carlo in nächst zu führender Ordnung. In Referenz [18] wurde jedoch von M. Spira der aufgelöste Anteil in nächst zu führender Ordnung berechnet. Zudem wurde in der WWA der obige Summand nicht vernachlässigt. Es wurde das konventionelle Schema ($\overline{\text{MS}}$) [17] für die Photoproduktion verwendet. Sein Resultat liegt 40 % über dem von H1EPVEC für den aufgelösten Anteil. Im DIS$_\gamma$-Schema mit Vernachlässigung des Terms in der WWA sind es jedoch nur 10 %. Es bleibt auch noch abzuwarten, inwieweit eine Rechnung in nächst zu führender Ordnung den direkten Anteil des Wirkungsquerschnittes verändert.

3.3 Monte-Carlo-Simulation

Dem QCD-Modell nach sind freie Partonen in der Natur nicht beobachtbar. Sie sind nur observabel in einem farbneutralen, hadronischen Zustand. Im Detektor sieht man die Materialisierung eines Partons als große Menge hadronischer Energie in einem schmalen Winkelbereich, dem Jet. Die theoretischen Rechnungen der perturbativen QCD betreffen jedoch nur die Partonen. Um dennoch die Detektordaten mit den Matrixelementen der QCD zu vergleichen, muß ein Zusammenhang hergestellt werden.

3.3.1 Approximation von Effekten höherer Ordnung

Um Jet-Ereignisse komplett zu beschreiben, reichen Berechnungen der Matrixelemente des QCD-Subprozesses in führender Ordnung nicht aus. Die Effekte höherer Ordnung können berechnet oder aber durch Modelle approximiert werden. Zwei Modelle werden vorgestellt:

- das Farb-Dipol-Modell (*Colour Dipole Model* (CDM))
- das Partonschauer-Modell

Beim CDM werden die hohen Multiplizitäten der Partonen im Endzustand von Farb-Antifarb-Dipolen simuliert. Dieses Modell ist z.B. im Monte-Carlo-Programm ARIADNE [22] eingebaut.
Das Modell der Partonschauer, das in dem in dieser Arbeit benutzten QCD-Monte-Carlo PYTHIA [41] verwendet wird, wird im folgenden ausführlicher beschrieben. Die Evolution der Partonen zu höheren Multiplizitäten läuft bei diesem Modell über eine Vielzahl von Verzweigungen ab, denen drei Prozesse zugrunde legen. Abb. 3.6a zeigt die Abstrahlung eines Gluons von einem Quark, Abb. 3.6b die Fluktuation eines Gluons in ein Quark-Antiquark-Paar, und Abb. 3.6c das Aufspalten eines Gluons in

zwei Gluonen. Die Wahrscheinlichkeit für das Verzweigen wird durch die sogenannten Splittingfunktionen [21] beschrieben. Sie geben vor mit welcher Wahrscheinlichkeit von einem Parton eines bestimmten Typs und mit bestimmtem Impuls ein Parton eines bestimmten Typs und mit bestimmtem Impulsbruchteil abgestrahlt wird.
Bei der Partonschauer muß die Abstrahlung vor und nach der Streuung berücksichtigt werden (*Initial* (ISPS) bzw. *Final State Parton Shower* (FSPS)). Bei der FSPS sind die Virtualitäten P^2 der Partonen zeitartig (zeitartiger Schauer) und nehmen monoton ab bis zu einer unteren festgelegten Grenze von ca. 1 GeV [20]. Unterhalb dieser Schwelle werden weitere Verzweigungen ausgeschlossen und die farbigen Partonen hadronisieren (siehe nächste Sektion). Durch den P^2-Schnitt umgeht man die kollinearen und infraroten Divergenzen der Gluonabstrahlung.
In der ISPS sind die Virtualitäten des Mutterpartons und eines seiner abgestrahlten Partonen rein raumartig (raumartiger Schauer) [25]. Das andere abgestrahlte Parton ist zeitartig und kann seinerseits wieder eine zeitartige Partonschauer einleiten. Die Virtualitäten der raumartigen Partonen steigen monoton (im Betrag) von dem gewählten Wert P^2_{min} bis zu der oberen Grenze $P^2_{\text{max}} = \hat{s}$. Sowohl bei der ISPS als auch bei der FSPS nimmt jedoch die Energie der Partonen ab. Die Berechnung der ISPS ist komplizierter wegen der rückwärtigen Evolution.
Die Simulation der Ereignisse wird in der Praxis über ein Monte-Carlo-Programm vollzogen. Dabei werden zufällige Ereignisse mit Rücksicht auf die Wahrscheinlichkeit des Matrixelementes des entsprechenden Prozesses in einem bestimmten Phasenraum gewürfelt. Die Effekte höherer Ordnung werden dann z.B. durch das CDM oder die Partonschauer approximiert.

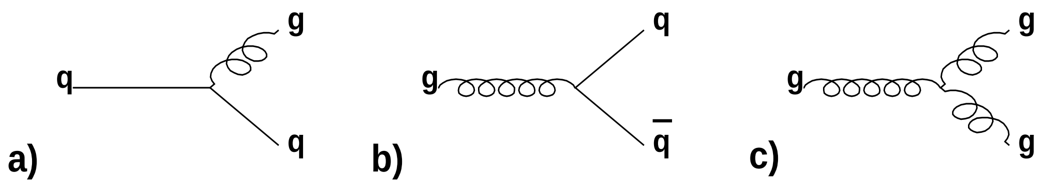

Abb. 3.6: Feynmandiagramme möglicher Partonverzweigungen.

3.3.2 Hadronisierung und Fragmentation

Der Übergang der farbigen Partonen zu den farblosen Hadronen ist nicht mehr perturbativ berechenbar, da es sich um einen Prozeß auf großer Längenskala handelt. Die sogenannte Hadronisierung der Partonen wird deshalb durch phänomenologische Modelle umschrieben.

Es gibt zwei Hauptmodelle:

- String-Fragmentation [27, 28]
- Cluster-Fragmentation [26]

Das String-Modell wurde vor allem an der Lund-Universität in Schweden entwickelt (*Lund-String-Model*). Das *Confinement* der Partonen ist Basis für dieses Modell. Das Fragmentationsprogramm JETSET [29], das auch von PYTHIA benutzt wird, macht beispielsweise von diesem Modell Gebrauch. Entfernen sich zwei Quarks wird eine Farbsaite (*String*) zwischen ihnen gespannt. Die Stärke der Spannung beträgt etwa 1 GeV/fm. Je weiter sich die Partonen voneinander entfernen, desto größer wird die zur Verfügung stehende Energie. Die Farbsaite kann unter der Produktion eines neuen Quark-Antiquark-Paares zerreißen. So entstehen zwei neue Farbsingulett-Systeme, bei denen der Prozeß wieder iterativ angewendet wird, solange die invariante Masse der Farbsaite groß genug ist.
Bei verschiedenen Prozessen kann es auch vorkommen, daß sich noch ein Gluon zwischen beiden Quarks befindet. Das Gluon wird dann über zwei Farbsaiten mit den Quarks verbunden, d.h. das Verhältnis von Gluon- zu Farbsaiten-Kraft ist 2. In der QCD ist das Verhältnis jedoch bestimmt durch $2/(1-1/N_C^2) = 9/4$ (N_C ist die Anzahl der verschiedenen Farben). In dieser Hinsicht kann das String-Fragmentations-Modell als eine Variante der QCD mit unendlich vielen Farben angesehen werden [24].
Das Cluster-Modell hingegen vereint zwei im Phasenraum benachbarte Partonen mit Rücksicht auf die Farbladungen zu einem neuen Cluster. Dieser neue Cluster zerfällt dann nach gewissen Annahmen in Hadronen. Im Monte-Carlo-Programm HERWIG [30] ist diese Art der Hadronisierung eingebaut.

3.3.3 Detektor-Simulation und -Rekonstruktion

Die Detektorantwort wird durch das Programm H1SIM [31] simuliert. Das Programm transformiert die generierten Ereignisse aus den Monte-Carlos auf simulierte Ereignisse, die so gut wie möglich den echten Daten aus dem Detektor entsprechen. Nach dieser Simulation spricht man vom Detektor-Niveau. Abschließend werden alle Ereignisse, ob aus den Daten oder aus dem Monte-Carlo, die in Rohform (gezündete Drähte, Spannungen in verschiedenen Zellen, etc.) vorliegen, in ein anderes Format (identifizierte Teilchen, Spureninformationen, etc.) gebracht. Diese Umrechnungen führt das Programm H1REC [32] durch.

3.4 Inklusiver k_T-Algorithmus

Mit Jet-Algorithmen versucht man, die aus einem QCD-Prozeß entstandenen farbigen Partonen, eindeutig einem farbneutralen Jet aus Hadronen zuzuordnen. Dazu werden

die aus einem primären Parton entstandenen Objekte in geschickter Weise zu einem Jet rekombiniert. Diese Objekte sind entweder die Partonen nach der Partonschauer auf Parton-Niveau, die Hadronen nach der Fragmentation auf Hadron-Niveau, oder die Informationen, die die Hadronen auf Detektor-Niveau hinterlassen. Auf Detektor-Niveau sind diese Objekte z.B. Cluster, d.h benachbarte Kalorimeterzellen, in denen viel Energie deponiert wurde und dann in einem Gebilde zusammengefaßt worden sind, oder Kombinationen aus Clustern und Spureninformationen. Der in dieser Arbeit verwendete inklusive k_T-Algorithmus (KTCLUS) [11, 12] ist longitudinal boostinvariant. Er wird im folgenden beschrieben.
Der Öffnungswinkel zwischen zwei Objekten ist wie folgt definiert:

$$r_{ij} = \sqrt{(\eta_i - \eta_j)^2 + (\phi_i - \phi_j)^2}.$$

$\eta = -\ln \tan\frac{\theta}{2}$ ist die sogenannte Pseudorapidität, die aus der Rapidität nach Vernachlässigung der Teilchenmassen hervorgeht. θ ist der Polarwinkel, ϕ ist der Azimuthalwinkel.

- Für jedes Paar (i, j) von Objekten definiert man ein Abstandsmaß:

  $$d_{ij} = \min(E_{T,i}^2, E_{T,j}^2) r_{ij}^2.$$

- Für jedes Objekt definiert man den Abstand zu den Strahlobjekten:

  $$d_{ib} = E_{T,i}^2 R^2.$$

  R ist ein Parameter der $O(1)$. In dieser Arbeit wurde $R = 1$ gewählt.

- Unter allen Abstandsmaßen $\{d_{ij}, d_{ib}\}$ wird das das Minimum $d_{\min} = \min\{d_{ij}, d_{ib}\}$ gesucht:

  - Ist $d_{\min} = d_{ij}$, werden die Objekte i und j zu einem neuen Objekt zusammengefaßt, mit

    $$\begin{aligned} E_{T,ij} &= E_{T,i} + E_{T,j} \\ \eta_{ij} &= \frac{E_{T_i}\eta_i + E_{T_j}\eta_j}{E_{T,ij}} \\ \phi_{ij} &= \frac{E_{T_i}\phi_i + E_{T_j}\phi_j}{E_{T,ij}}. \end{aligned}$$

  - Ist $d_{\min} = d_{ib}$, wird i als fertiger Jet angesehen und wird von der List aller Objekte gestrichen.

- Die Prozedur beginnt wieder von vorne bis die Liste aller Objekte leer ist.

Durch diesen Algorithmus wird jedes Objekt eindeutig einem Jet zugeordnet. Am Ende des Algorithmus erhält man eine Liste von Jets mit sukzessiv größerem Abstandsmaß, d.h. die Jets sind nach steigender Transversalenergie geordnet. Zudem ist der Algorithmus kollinear und infrarot sicher.

Kapitel 4

Die Likelihood-Methode

4.1 Motivation

In dieser Arbeit wird versucht den hadronischen Zerfall des W-Bosons von den QCD-Prozessen zu trennen. Der Wirkungsquerschnitt der W-Produktion mit anschließendem hadronischen Zerfall des W's ist von der Größenordnung 1 pb und ist damit wesentlich kleiner als der der QCD-Prozesse. Die Trennung von Signal- und Untergrundprozessen ist ein grundsätzliches Problem. Hierfür betrachtet man die den Prozeß charakterisierenden Variablen, welche Signal und Untergrund diskriminieren. Bei herkömmlichen Vorgehensweisen soll durch Schnitte auf einzelne Variablen eine Trennung erreicht werden. Wegen des großen Untergrund/Signal-Verhältnisses beim W-Zerfall und wegen minimaler Unterschiede in den Verteilungsdichten der Variablen der W- und der QCD-Prozesse (siehe Kapitel 6) ist eine Separation so nicht möglich. Es wird deshalb ein alternatives Verfahren, die sogenannte Likelihood-Methode, analysiert und benutzt. Die Likelihood-Methode versucht ein Maximum an Information aus den Unterschieden zwischen den Signal- und den Untergrundverteilungsdichten zu gewinnen. Dabei werden die Verteilungsdichten der charakterisierenden Variablen nicht mit Schnitten geteilt, sondern in ihrer Gesamtheit benutzt. Das Verfahren kombiniert die Informationen aus den Unterschieden dieser Verteilungsdichten zu einer einzigen Größe, auf die am Ende geschnitten wird.

4.2 Grundbegriffe der Statistik

Zunächst werden einige Grundbegriffe der Statistik und wichtige Zusammenhänge zwischen ihnen zusammengestellt:

- Die Wahrscheinlichkeit, daß die Variable x im Intervall $[x, x + dx]$ liegt, ist:

$$f(x)dx.$$

$f(x)$ heißt die Wahrscheinlichkeitsdichte der Variablen x.
In n Dimensionen sei $\mathbf{x}$ der n-Vektor mit den Komponenten x_i, $(i = 1, 2, ..., n)$. Dann ist analog zum eindimensionalen Fall $f(\mathbf{x})d\mathbf{x}$ die Wahrscheinlichkeit, daß jedes x_i im Intervall $[x_i, x_i + dx_i]$ liegt.

- Die Verteilungsfunktion $F(x)$ ist definiert als:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x')dx'.$$

$F(x_o)$ ist die Wahrscheinlichkeit, daß $x \leq x_o$.
$F(x)$ erfüllt die Normierungsbedingung:

$$F(\infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x')dx' = 1.$$

- Der Erwartungswert $E[x]$ der Variablen x ist identisch dem Mittelwert $\langle x \rangle$:

$$E[x] = \langle x \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x' f(x')dx',$$

bzw. in n Dimensionen:

$$E[x_i] = \langle x_i \rangle = \int x_i f(\mathbf{x})d\mathbf{x}.$$

- Die Kovarianz zwischen zwei Variablen ist definiert als:

$$\mathrm{cov}[x_i, x_j] = \sigma_{ij} = \int (x_i - \langle x_i \rangle)(x_j - \langle x_j \rangle) f(\mathbf{x})d\mathbf{x}.$$

$\sigma_{ij} > 0$ bedeutet, daß Werte $x_i > \langle x_i \rangle$ bevorzugt zusammen mit Werten $x_j > \langle x_j \rangle$ auftreten [34]. $\sigma_{ij} < 0$ heißt, daß Werte $x_i > \langle x_i \rangle$ bevorzugt zusammen mit Werten $x_j < \langle x_j \rangle$ vorkommen. Sind beide Variablen gleich erhält man die Varianz:

$$\mathrm{var}[x_i] = \sigma_i^2 = \int (x_i - \langle x_i \rangle)^2 f(\mathbf{x})d\mathbf{x}.$$

Die Größe σ_i bezeichnet man als Standardabweichung, und sie ist ein Maß dafür, inwieweit die Variable x_i um den Mittelwert $\langle x_i \rangle$ gestreut ist.

- Der lineare Korrelationskoeffizient

  $$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sqrt{\sigma_i^2 \sigma_j^2}} \qquad \text{mit} \qquad -1 \leq \rho_{ij} \leq 1,$$

  basiert auf der Kovarianz. Wenn die Variablen x_i und x_j unabhängig sind folgt $\rho_{ij} = 0$. Der Umkehrschluß ist i.a. falsch [33]!

Die obigen Aussagen betreffen kontinuierlich verteilte Variablen.
Oft hat man es bei einer Analyse mit Daten zu tun, welche als Zufallsvariablen, entnommen einer i.a. unbekannten Wahrscheinlichkeitsdichte, aufgefaßt werden können [33]. Ein solcher Satz von ν unabhängigen Beobachtungen nennt man Stichprobe. Der wahre Mittelwert von x_i und die wahre Varianz σ_i^2 sind nicht zugänglich. Sie müssen geschätzt werden. Eine Möglichkeit für die Schätzung des Stichproben-Mittelwertes ist z.B. das arithmetische Mittel:

$$\bar{x}_i = \frac{1}{\nu} \sum_{\lambda=1}^{\nu} x_{i,\lambda}.$$

Nach dem Gesetz der großen Zahlen gilt [33]:

$$\lim_{\nu \to \infty} \bar{x}_i = \langle x_i \rangle.$$

Für die Stichproben-Kovarianz gilt:

$$s_{ij} = \frac{1}{\nu - 1} \sum_{\lambda=1}^{\nu} (x_{i,\lambda} - \bar{x}_{i,\lambda})(x_{j,\lambda} - \bar{x}_{j,\lambda}),$$

mit dem Spezialfall der Stichproben-Varianz:

$$s_i^2 = \frac{1}{\nu - 1} \sum_{\lambda=1}^{\nu} (x_{i,\lambda} - \bar{x}_{i,\lambda})^2.$$

Sind die Variablen $x_{i,\lambda}$ mit einem Gewicht w_λ versehen, ergibt sich mit $w = \sum_{\lambda=1}^{\nu} w_\lambda$ und mit der Näherung $(\nu - 1) \to w$ für $\nu \to \infty$, folgende Ergänzung:

$$\begin{aligned}
\bar{x}_i &= \frac{1}{w} \sum_{\lambda=1}^{\nu} w_\lambda x_{i,\lambda} \\
s_{ij} &= \frac{1}{w} \sum_{\lambda=1}^{\nu} w_\lambda (x_{i,\lambda} - \bar{x}_{i,\lambda})(x_{j,\lambda} - \bar{x}_{j,\lambda}) \\
s_i^2 &= \frac{1}{w} \sum_{\lambda=1}^{\nu} w_\lambda (x_{i,\lambda} - \bar{x}_{i,\lambda})^2.
\end{aligned}$$

Auf den ersten Blick benötigt man in der Praxis eine Schleife über alle Daten für die Berechnung des Mittelwertes und eine Schleife für die Bestimmung der Varianz oder der Kovarianz. Mit folgender Umschreibung benötigt man jedoch nur eine Schleife:

$$\begin{aligned} s_{ij} &= \frac{\sum\limits_{\lambda=1}^{\nu} w_\lambda x_{i,\lambda} x_{j,\lambda}}{w} - \frac{\sum\limits_{\lambda=1}^{\nu} w_\lambda x_{i,\lambda}}{w} \frac{\sum\limits_{\mu=1}^{\nu} w_\mu x_{j,\mu}}{w} \\ s_i^2 &= \frac{\sum\limits_{\lambda=1}^{\nu} w_\lambda x_{i,\lambda}^2}{w} - \frac{\left(\sum\limits_{\lambda=1}^{\nu} w_\lambda x_{i,\lambda}\right)^2}{w^2}. \end{aligned}$$

4.3 Likelihood-Methoden

Bei der Likelihood-Methode schneidet man nur auf eine einzige Größe, die Likelihood-Funktion $L(\mathbf{x})$, definiert als:

$$L(\mathbf{x}) = \frac{P_{\text{Signal}}(\mathbf{x})}{P_{\text{Signal}}(\mathbf{x}) + P_{\text{Untergrund}}(\mathbf{x})}, \qquad 0 \leq L \leq 1,$$

mit

$$L(\mathbf{x})\Big|_{P(x)_{\text{Untergrund}}=0} = 1 \quad \text{und} \quad L(\mathbf{x})\Big|_{P(x)_{\text{Signal}}=0} = 0.$$

Dabei sind $\mathbf{x} = (x_1, ..., x_n)$ die Variablen, welche Signal von Untergrund unterscheiden, und $P_{\text{Signal}}(\mathbf{x})d\mathbf{x}$ bzw. $P_{\text{Untergrund}}(\mathbf{x})d\mathbf{x}$ ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein Signal- bzw. ein Untergrundprozeß die gemessenen Variablen im Intervall $[\mathbf{x}, \mathbf{x} + d\mathbf{x}]$ produziert. Signalprozesse neigen dazu, einen Likelihood-Wert nahe 1 zu haben, während Untergrundprozesse eher Werte nahe 0 liefern. Die Methoden zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeitsdichten, mit denen die Likelihood-Funktion ausgerechnet wird, werden im folgenden behandelt.

4.3.1 Die Standard-Methode

Bei der Standard-Methode werden Korrelationen zwischen den Variablen nicht berücksichtigt. Die Gesamtwahrscheinlichkeitsdichte $P(\mathbf{x})$ ist das Produkt aus eindimensionalen Wahrscheinlichkeitsdichten:

$$P(\mathbf{x}) = \prod_i^n p_i(x_i).$$

$p_i(x_i)$ ist die Wahrscheinlichkeitsdichte der Variablen x_i, n steht für die Anzahl der Variablen. Die Wahrscheinlichkeitsdichte der Variablen x_i erhält man aus der normierten Verteilungsdichte der entsprechenden Variable (in der Praxis z.B. aus dem normierten Histogramm). Das einfache Produkt der eindimensionalen Dichten ist mathematisch exakt, falls die Variablen unabhängig sind.

4.3.2 Die PTC-Methode

Die PTC (*Projection Transformation Correlation*)-Methode [35] ist eine Methode zur Approximation mehrdimensionaler Wahrscheinlichkeitsdichten. Sie benutzt die linearen Korrelationskoeffizienten und die eindimensionalen Projektionen der Gesamtwahrscheinlichkeitsdichte. Die Projektionen sind eindimensionale Gaußverteilungen mit deren Hilfe eine n-dimensionale Gaußverteilung gebildet wird, die als Basis für die Näherung der Gesamtwahrscheinlichkeitsdichte der i.a. korrelierten Variablen dient. Die PTC-Methode versucht den Fehler zu korrigieren, der bei der Standard-Methode durch die Vernachlässigung der Korrelationen entsteht.
Bei der PTC-Methode werden zuerst die ursprünglichen Variablen $\mathbf{x}$ auf neue Variablen $\mathbf{y}$ transformiert, so daß jedes y_i einer Gaußverteilung folgt. Dann kann die Gesamtwahrscheinlichkeitsdichte in guter Näherung [35] im $\mathbf{y}$-Raum durch die n-dimensionale gaußverteilte Dichte $G(\mathbf{y})$ beschrieben werden, wobei

$$G(\mathbf{y}) = (2\pi)^{-n/2}|C|^{-1/2}e^{-\frac{1}{2}\mathbf{y}^T C^{-1}\mathbf{y}}.$$

C^{-1} ist die Inverse der n-dimensionalen Kovarianzmatrix C:

$$C = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \dots & \sigma_n^2 \end{pmatrix},$$

wobei σ_{ij} die Kovarianz der Variablen y_i und y_j ist, und σ_i^2 die Varianz der Variablen y_i darstellt. Konturen mit konstantem $\mathbf{y}^T C^{-1}\mathbf{y}$ entsprechen Hyperellipsoiden im n-dimensionalen $\mathbf{y}$-Raum. Das Zentrum von $G(\mathbf{y})$ ist im Ursprung gewählt, d.h. die Mittelwerte $\langle y_i \rangle$ sind 0. Die Wahrscheinlichkeitsdichte der Gaußfunktion in n Dimensionen ist das einfachste Modell für die Verteilungsdichte der Wahrscheinlichkeit von n korrelierten Zufallsvariablen [33].
Die monotone Parametertransformation $y(x)$, die eine Variable x mit einer beliebigen Verteilungsdichte $p(x)$ auf eine Variable y mit einer gaußverteilten Dichte (mit Mittelwert 0 und Varianz 1)

$$g(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-y^2/2}$$

transformiert, ist (siehe Referenz [35] und Anhang):

$$y(x) = \sqrt{2}\mathrm{erf}^{-1}(2F(x) - 1),$$

wobei $F(x)$ die integrierte Verteilungsfunktion der ursprünglichen Dichte $p(x)$ ist:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} p(x')dx',$$

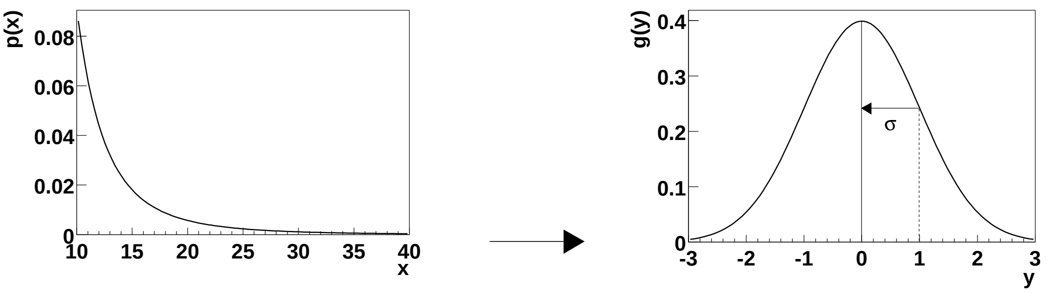

Abb. 4.1: Die Transformation einer Variablen x mit beliebiger Wahrscheinlichkeitsdichte $p(x)$ auf eine Variable y mit einer gaußverteilten Wahrscheinlichkeitsdichte $g(y)$.

und erf^{-1} die Inverse der Fehlerfunktion

$$\mathrm{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int\limits_0^x e^{-t^2}\,dt$$

darstellt. Da die erhaltenen Gaußverteilungen eine Varianz von 1 haben, sind die Kovarianzen mit den linearen Korrelationskoeffizienten identisch. Die Beschreibung der Gesamtwahrscheinlichkeitsdichte durch die n-dimensionale Gaußverteilung berücksichtigt alle linearen Korrelationskoeffizienten zwischen den transformierten Variablen. Die Transformation $y(x)$ sorgt nur dafür, daß die eindimensionalen Wahrscheinlichkeitsdichten der Variablen gaußförmig sind, d.h. die im $\mathbf{y}$-Raum resultierende n-dimensionale Wahrscheinlichkeitsdichte wird i.a. keine n-dimensionale Gaußverteilung sein.

Die im $\mathbf{y}$-Raum approximierte Gesamtwahrscheinlichkeitsdichte $G(\mathbf{y})$ wird zweckmäßigerweise in den $\mathbf{x}$-Raum zurücktransformiert. So erhält man eine schöne Relation zwischen der in den $\mathbf{x}$-Raum transformierten Dichte $G(\mathbf{y})$, die hier mit $P'(\mathbf{x})$ bezeichnet wird, und der Gesamtwahrscheinlichkeitsdichte $P(\mathbf{x})$ aus der Standard-Methode (siehe Anhang):

$$P'(\mathbf{x}) = c(\mathbf{x})P(\mathbf{x}),$$

mit

$$c(\mathbf{x}) = \frac{G(\mathbf{y})}{\prod_i^n g(y_i)}.$$

Die Produktwahrscheinlichkeit $P(\mathbf{x})$ aus der Standard-Methode kann deshalb mit der Approximation $P'(\mathbf{x})$ der wahren Gesamtwahrscheinlichkeitsdichte über einen Korrekturfaktor $c(\mathbf{x})$ in Beziehung gebracht werden.

Da die Korrelationen zwischen den Variablen unterschiedlich sind für die Signal- und die Untergrund-Stichprobe müssen die Wahrscheinlichkeitstransformationen separat für beide Proben durchgeführt werden.

Insgesamt erhält man für die approximierte Signalwahrscheinlichkeitsdichte (siehe Anhang):

$$P'_{\text{Signal}}(\mathbf{x}) = \frac{e^{-\frac{1}{2}\mathbf{y}^T(C^{-1}_{\text{Signal}}-I)\mathbf{y}}}{|C_{\text{Signal}}|^{1/2}} \prod_{i=1}^{n} p_{\text{Signal},i}(x_i).$$

$\mathbf{y}^T$ bezeichnet den transponierten Vektor $\mathbf{y}$ und I die Einheitsmatrix. Für die approximierte Untergrundwahrscheinlichkeitsdichte ergibt sich:

$$P'_{\text{Untergrund}}(\mathbf{x}) = \frac{e^{-\frac{1}{2}\mathbf{z}^T(C^{-1}_{\text{Untergrund}}-I)\mathbf{z}}}{|C_{\text{Untergrund}}|^{1/2}} \prod_{i=1}^{n} p_{\text{Untergrund},i}(x_i).$$

Wenn die linearen Korrelationskoeffizienten für $i \neq j$ verschwinden, sind die Matrizen C_{Signal} und $C_{\text{Untergrund}}$ gleich der Einheitsmatrix I, und es ergibt sich die einfache Produktwahrscheinlichkeit. Die Gesamtwahrscheinlichkeitsdichte nach der PTC-Methode ist somit im letzteren Fall identisch mit jener aus der Standard-Methode.
Die neue Likelihood-Funktion lautet:

$$L'(\mathbf{x}) = \frac{P'_{\text{Signal}}(\mathbf{x})}{P'_{\text{Signal}}(\mathbf{x}) + P'_{\text{Untergrund}}(\mathbf{x})}.$$

4.3.3 Die Methode der orthogonalen Transformationen

Die Kovarianzmatrix C hat i.a. nicht verschwindende Nicht-Diagonal-Elemente, es gibt also Korrelationen unter den Variablen. Man transformiert nun die Variablen $\mathbf{x}$ auf neue Variablen $\mathbf{y}$, so daß deren linearen Korrelationskoeffizienten ρ_{ij} für $i \neq j$ verschwinden [36]. Die transformierte Kovarianzmatrix D hat dann Diagonalgestalt. Man kann zeigen, daß es immer möglich ist, eine Matrix M einer linearen Abbildung

$$\mathbf{y} = M^T\mathbf{x},$$

zu finden, die diese Eigenschaft hat.
Die neue Kovarianzmatrix D ergibt sich wie folgt aus der ursprünglichen:

$$\begin{aligned} D_{ij} = \operatorname{cov}[y_i, y_j] &= \operatorname{cov}\left[\sum_{k=1}^{n} M_{ki}x_k, \sum_{l=1}^{n} M_{li}x_l\right] \\ &= \sum_{k,l=1}^{n} M_{ki}M_{lj}\operatorname{cov}[x_k, x_l] \\ &= \sum_{k,l=1}^{n} M^T_{ik}C_{kl}M_{lj}. \end{aligned}$$

Das Problem die Abbildungsmatrix M zu finden, ist damit äquivalent dem Problem der Diagonalisierung einer reellen symmetrischen Matrix. Dies ist das wohl bekannte Eigenwertproblem:

$$C\mathbf{e}_{\lambda_i} = \lambda_i \mathbf{e}_{\lambda_i}.$$

Die Eigenvektoren $\mathbf{e}_{\lambda_i}$ zu den Eigenwerten λ_i sind nur bis auf einen willkürlichen Faktor bestimmt. Sie werden üblicherweise normiert. Das System aus Eigenvektoren bildet ein vollständiges orthonormales System, d.h.:

$$\mathbf{e}_{\lambda_i} \cdot \mathbf{e}_{\lambda_j} = \sum_{k=1}^{n} e_{\lambda_i,k} e_{\lambda_j,k} = \delta_{ij}.$$

Daraus folgt, daß die transformierte Matrix D diagonal ist:

$$\begin{aligned} D_{ij} = \sum_{k,l=1}^{n} M_{ik}^{T} C_{kl} M_{lj} &= \sum_{k,l=1}^{n} e_{\lambda_i,k} C_{kl} e_{\lambda_j,l} \\ &= \sum_{k=1}^{n} e_{\lambda_i,k} \lambda_j e_{\lambda_j,k} \\ &= \lambda_j \delta_{ij}. \end{aligned}$$

Die Diagonalelemente D_{ii} der Diagonalmatrix D sind die Eigenwerte λ_i der Matrix C. Die Eigenvektoren bilden die Spalten der orthonormalen Matrix M^T. Die Reihenfolge der Eigenvektoren ist dabei willkürlich. In dem neuen abstrakten Raum sind die Eigenwerte die Varianzen der entsprechenden Variablen.

Das Verschwinden der linearen Korrelationskoeffizienten ρ_{ij} für $i \neq j$ bedeutet jedoch nicht, daß die y_i unabhängig sind. Wenn der Zusammenhang zwischen den Variablen nicht-linear ist, ist der lineare Korrelationskoeffizient keine gute Größe für die Messung dieses Zusammenhangs.

Bei unabhängigen Variablen ist die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichte $P(\mathbf{y})$ das einfache Produkt der bedingten Wahrscheinlichkeitsdichten:

$$P(\mathbf{y}) = \prod_{i}^{n} p_i(y_i).$$

Wenn der lineare Korrelationskoeffizient zwischen y_i und y_j Null ist für $i \neq j$ ist die Produktwahrscheinlichkeitsdichte eine Näherung der Gesamtwahrscheinlichkeitsdichte.

Leider ergibt sich kein so schöner Zusammenhang zwischen der Wahrscheinlichkeitsdichte im $\mathbf{x}$- und $\mathbf{y}$-Raum, wie bei der PTC-Methode. Die Jakobi-Determinante ist wegen der Orthogonalität der Transformation 1 und deshalb gilt für die neue Gesamtwahrscheinlichkeitsdichte $P'(\mathbf{x})$:

$$P'(\mathbf{x}) = P(\mathbf{y}).$$

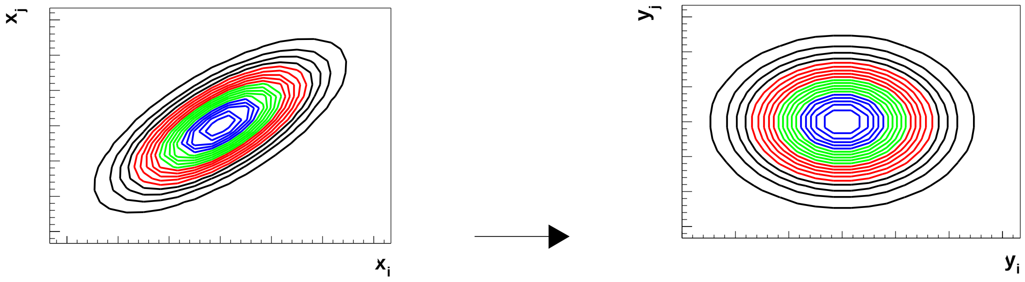

Abb. 4.2: Transformation der korrelierten Variablen x_i und x_j auf die Variablen y_i und y_j mit linearem Korrelationskoeffizienten $\rho_{ij} = 0$.

Analog wie bei der PTC-Methode (siehe vorherige Sektion) muß die Transformation aufgrund der unterschiedlichen Korrelationen der Signal- und der Untergrund-Stichprobe für beide separat durchgeführt werden. Die approximierte Gesamtwahrscheinlichkeitsdichte des Signals sei mit $P'_{\text{Signal}}(\mathbf{x})$ bezeichnet, und die entsprechende des Untergrundes mit $P'_{\text{Untergrund}}(\mathbf{x})$. So gilt mit den separat transformierten Variablen y_i bzw. z_i des Signals bzw. Untergrundes:

$$\begin{aligned} P'_{\text{Signal}}(\mathbf{x}) &= \prod_i^n p_{\text{Signal},i}(y_i) \\ P'_{\text{Untergrund}}(\mathbf{x}) &= \prod_i^n p_{\text{Untergrund},i}(z_i). \end{aligned}$$

Damit erhält man für die neue Likelihood-Funktion:

$$L'(\mathbf{x}) = \frac{P'_{\text{Signal}}(\mathbf{x})}{P'_{\text{Signal}}(\mathbf{x}) + P'_{\text{Untergrund}}(\mathbf{x})}.$$

Kapitel 5

Ereignisselektion

5.1 Bestimmung der Ereigniskinematik mittels der Jacquet-Blondel-Methode

In Photoproduktion wird das gestreute Elektron i.a. nicht detektiert. Deshalb muß die Ereigniskinematik über den hadronischen Endzustand berechnet werden, wie z.B. bei der Jacquet-Blondel-Methode. Diese Methode wird hier benutzt, um die kinematische Variable y_h[1] zu bestimmen.

Der Vierervektor des gesamten hadronischen Endzustandes wird im folgenden mit h bezeichnet. Mit den Vierervektoren k bzw. k' des Elektronanfangs- bzw. endzustandes und dem Vierervektor P des hadronischen Anfangszustandes, i.e. Proton, gilt für den Impulsübertrag q des Elektrons auf das Photon:

$$q = k - k' = h - P,$$

und folglich:

$$y_h = \frac{P \cdot (h-P)}{P \cdot k} = \frac{\sum_i (E_{h,i} - h_{z_i})}{2E_e}.$$

Die Summe über i läuft dabei über alle Teilchen im hadronischen Endzustand. Zu dem hadronischen Endzustand gehört auch der Protonrest. Für den Protonrest gilt jedoch $(E_{h,\mathrm{Protonrest}} - h_{z_{\mathrm{Protonrest}}}) \approx 0$.

5.2 Untergrundquellen

Die Untergrundquellen können in zwei Klassen geteilt werden, je nachdem ob sie unabhängig oder abhängig von der Elektron-Proton-Streuung sind.

---

[1] Der Index h weist darauf hin, daß die entsprechende Variable über den hadronischen Endzustand berechnet wird.

5.2.1 Nicht Elektron-Proton induzierter Untergrund

- Proton-Gas- und Proton-Wand-Ereignisse
  Ein wesentlicher Teil des Untergrundes ensteht durch die Streuung von Strahlprotonen an Restgasatomen des Vakuums oder an der Tunnelwand. Der entsprechende Prozeß mit Strahlelektronen kann vernachlässigt werden, da hier die Schwerpunktenergie nicht zur Bildung von Jets ausreicht. Die meisten Ereignisse dieses Typs können wegen ihres Vertex verworfen werden.

- Kosmische Höhenstrahlung
  Kosmische Schauer, insbesondere hochenergetische Myonen, können durch Bremsstrahlung elektromagnetische Schauer im Detektor auslösen. Die deponierte Energie reicht aus, um fehlende Transversalimpulse oder ein gestreutes Elektron vorzutäuschen. Sie zeichnen sich durch ihre anomale Vertexposition und anomalen zeitlichen Eigenschaften aus und sind deshalb i.a. identifizierbar. Es können jedoch kosmische Myonen in zufälliger Koinzidenz mit einem Elektron-Proton-Ereignis stattfinden. Bei einer Elektron-Proton-Kollisionsrate von etwa 10 MHz und einer durchschnittlichen Rate von 1 Hz für die kosmischen Myonen ist die Wahrscheinlichkeit jedoch verschwindend gering.

- Halo-Myonen
  Myonen aus Reaktionen der Protonen mit Gasmolekülen oder Wandelementen umgeben den Protonstrahl in einem Halo. Sie können einen elektromagnetischen Schauer im Detektor auslösen. Diese Ereignisse können meistens aufgrund ihres Vertex außerhalb des Detektors verworfen werden.

5.2.2 Elektron-Proton induzierter Untergrund

- Tiefinelastische Streuung
  Ereignisse aus der tiefinelastischen Streuung (*Deep-Inelastic Scattering*) mit hohem Q^2, bei denen ein Elektron unter großem Winkel und mit hohem Transversalimpuls gestreut wird, können zum Untergrund beitragen, wenn der verwendete Jet-Algorithmus das gestreute Elektron als Jet mißidentifiziert oder auch das Elektron zu den Objekten des Jets rekombiniert. Diese Ereignisse bilden den Hauptteil des Elektron-Proton induzierten Untergrundes.

- Geladener Strom Streuung
  Bei den Ereignissen mit geladenem Strom (*Charged Current*) gibt es kein Elektron im Endzustand. Es besteht somit eine mögliche Verwechselungsgefahr mit Photoproduktionsereignissen, wo das Elektron den Detektor unbeobachtet verläßt. Wegen des nicht-detektierten Neutrinos ist aber, im Gegensatz zur Photoproduktion, der fehlende Transversalimpuls normalerweise groß.

5.3 Vorselektion

Jedesmal, wenn eine wichtige Detektorkomponente zeitweise ausfällt oder ähnliche schwerwiegende Detektoränderungen auftreten, wird eine neue Datennahmeperiode (*run*) eingeleitet. In dieser Arbeit werden nur Datennahmeperioden benutzt, die als *medium* oder *good* eingestuft wurden.

5.3.1 Elektronidentifikation und maximale Photonvirtualität

Der H1 Standardalgorithmus zur Elektronrekonstruktion QESCAT [37] bestimmt die Elektronkandidaten im LAr-Kalorimeter und im SPACAL. In diesem Algorithmus werden Clusterinformationen benutzt, um den Elektronkandidaten von einem Jet zu trennen. Entsprechende Ereignisse, in denen ein Objekt konsistent mit einem Elektron sein könnte, werden eliminiert. Auch Ereignisse mit einem sehr schmalen Jet, welcher hohe elektromagnetische Energie enthält, werden nicht selektiert [39]. Die Minimalenergie der Elektronkandidaten wurde auf $E'_e = 5$ GeV festgelegt. Die Elektronen können vom Anfangswinkel des SPACAL's an identifiziert werden. Der Anfangswinkel entspricht einer Photonvirtualität von $Q^2 \approx 1\,\mathrm{GeV}^2$, was somit die maximale Photonvirtualität der selektierten Daten fixiert.

5.3.2 Rekonstruktion des hadronischen Endzustandes

Die Objekte des hadronischen Endzustandes werden mittels der H1 Software rekonstruiert. Als Basisinformationen für die Rekonstruktion dienen der Ereignisvertex, die Cluster des Kalorimeters und die Spuren. Die Software selektiert die Spuren und kalibriert die Cluster. Die kombinierten Informationen der selektierten Spuren und der kalibrierten Cluster werden dann von einem Algorithmus benutzt, der die Objekte des hadronischen Endzustandes rekonstruiert (sogenannte *Hadronic Final State* (HFS) Objekte werden benutzt [38]).

5.4 Schnitte

Die Ereignisse aus dem Datensatz stammen alle aus dem Zeitraum von 1995 – 1997. In dieser Zeit kollidierten 820 GeV-Protonen mit 27.5 GeV-Elektronen. Die integrierte Luminosität beträgt $34.9\,\mathrm{pb}^{-1}$.
Um einen reinen Photoproduktionsdatensatz zu erhalten, müssen die oben aufgezählten Hauptuntergrundquellen durch sorgfältig gewählte Schnitte eliminiert werden. Kinematische Schnitte selektieren den Phasenraum der Photoproduktion hoher Transversalenergie. Technische Schnitte minimieren den Untergrund und gewährleisten eine gute Qualität des Datensatzes.

5.4.1 Kinematische Schnitte

- $p_T^{\text{Jet1}} > 25\,\text{GeV}$; $p_T^{\text{Jet2}} > 25\,\text{GeV}$
  Die Jets werden mit dem inklusiven k_T-Algorithmus (siehe Abschnitt 3.4) aus den Objekten des hadronischen Endzustandes rekombiniert. Die hohen Transversalimpulse für die Jets werden aus mehreren Gründen verlangt:
  - Eine saubere Abtrennung der Jets vom Protonrest ist garantiert.
  - Störungstheoretische Rechnungen der QCD haben eine solide Faktorisierungs- und Renormierungsskala.
  - Der hohe p_T-Schnitt reduziert das Verhältnis von QCD- zu W-Ereignissen stark. Der Grund ist der starke Abfall des QCD-Wirkungsquerschnittes mit dem Transversalimpuls, während beim W-Wirkungsquerschnitt die Jakobispitze dafür sorgt, daß im unteren p_T-Bereich nur wenige W-Ereignisse angesiedelt sind.
- $M_{12} > 65\,\text{GeV}$
  Der Schnitt auf die invariante Masse aus den zwei Jets M_{12} reduziert ebenfalls den QCD-Untergrund für den W-Prozeß.
- $-0.5 < \eta^{\text{Jet}} < 2.5$
  Dieser Schnitt schränkt die Winkelverteilung der Ereignisse auf einen sinnvollen Detektorbereich ($9^o < \theta < 118^o$), indem alle Jets voll im LAr-Kalorimeter liegen, ein und reduziert den Untergrund der tiefinelastischen Streuung.

5.4.2 Technische Schnitte

- $y_h < 0.9$ bzw. $\sum_i (E_{h,i} - h_{z_i}) < 49.5\,\text{GeV}$
  Werden die Energien und Impulskomponenten in z-Richtung sämtlicher Teilchen eines Ereignisses exakt gemessen, gilt bei Vernachlässigung der Teilchenmassen:

  $$\sum_i (E_{h,i} - h_{z_i}) = 2E_e = 55\,\text{GeV}.$$

  Bei der tiefinelastischen Streuung ist $\sum_i (E_{h,i} - h_{z_i})$ gaußförmig um den Erwartungswert $2E_e = 55\,\text{GeV}$ gestreut. Im Photoproduktionsbereich dagegen ist $\sum_i (E_{h,i} - h_{z_i})$ wegen des entwichenen Elektrons kleiner.
- $h_T < 20\,\text{GeV}$
  In einem Ereignis mit neutralem Strom (*Neutral Current*) ist der Transversalimpuls

  $$h_T = \sqrt{\sum_i (h_{x,i}^2 + h_{y,i}^2)}$$

des hadronischen Endzustandes theoretisch Null. Prozesse mit geladenem Strom und schlecht gemessene Ereignisse werden durch diesen Schnitt eliminiert.

- -36 cm $<$ Zvtx $<$ 34 cm
  Die Teilchen in den Paketen sind näherungsweise gaußförmig bezüglich der z-Achse verteilt. Deshalb finden die Elektron-Proton-Kollisionen nicht nur am nominellen Wechselwirkungspunkt statt. In Zeitraum 1995-1997 lag die z-Position des rekonstruierten Ereignisvertex Zvtx im Mittel bei -1 cm. Zudem eliminiert dieser Schnitt einen großen Teil der Ereignisse, die aus kosmischen Schauern oder Proton-Gas-Reaktionen resultieren.
- Ein spezielles Software-Packet (QBGFMAR [42]) sondert Untergrund-Ereignisse mit Halo-Myonen und Myonen aus kosmischen Schauern aus.

5.5 Vergleich von Daten und Monte-Carlos

Die QCD-Prozesse sind mit dem Monte-Carlo-Programm PYTHIA 5.7 [41] generiert worden. Das Monte-Carlo-Programm DJANGO [40] generiert die tiefinelatischen Prozesse in Kombination mit ARIADNE [22], das die Effekte höherer Ordnung simuliert. Die Abbildungen 5.1 und 5.2 zeigen den Vergleich von Daten und Monte-Carlo für die Schnittgrößen. PYTHIA wurde mit dem Faktor 1.25 skaliert, damit es den totalen Wirkungsquerschnitt beschreibt.

5.6 Auflösung der Jet-Größen

Die Teilchen aus einem Ereignis verlieren einen Teil ihrer Energie im toten Material des Detektors. Auch nach der Rekalibrierung der relevanten Detektorkomponenten auf diese Energieverluste herrscht noch immer eine Diskrepanz zwischen dem Detektor- und dem Hadron-Niveau. Abbildung 5.3 zeigt die Auflösungen einiger Jet-Größen für das PYTHIA-Modell. Die verschiedenen Auflösungen wurden mittels einer Gaußverteilung angepaßt, um Mittelwert und Streuung um den Mittelwert zu erhalten.
Abbildung 5.3 oben links zeigt die Auflösung des mittleren Transversalimpulses $\bar{p_T}$ der beiden Jets, mit

$$\bar{p_T} = \frac{p_T^{\mathrm{Jet1}} + p_T^{\mathrm{Jet2}}}{2}.$$

Die anderen Abbildungen zeigen die Auflösungen der mittleren Pseudorapidität und des mittleren Azimuthalwinkels der beiden Jets, sowie deren invariante Masse. Die Auflösung des mittleren Transversalimpulses beträgt ca. 8 %. Das kommt vorwiegend von der schlechten Energieauflösung des hadronischen Teils des LAr-Kalorimeters. Die Auflösungen der mittleren Pseudorapidität und des mittleren Azimuthalwinkels sind relativ gut. Die Auflösung der invarianten Zwei-Jet-Masse beträgt etwa 10 %.

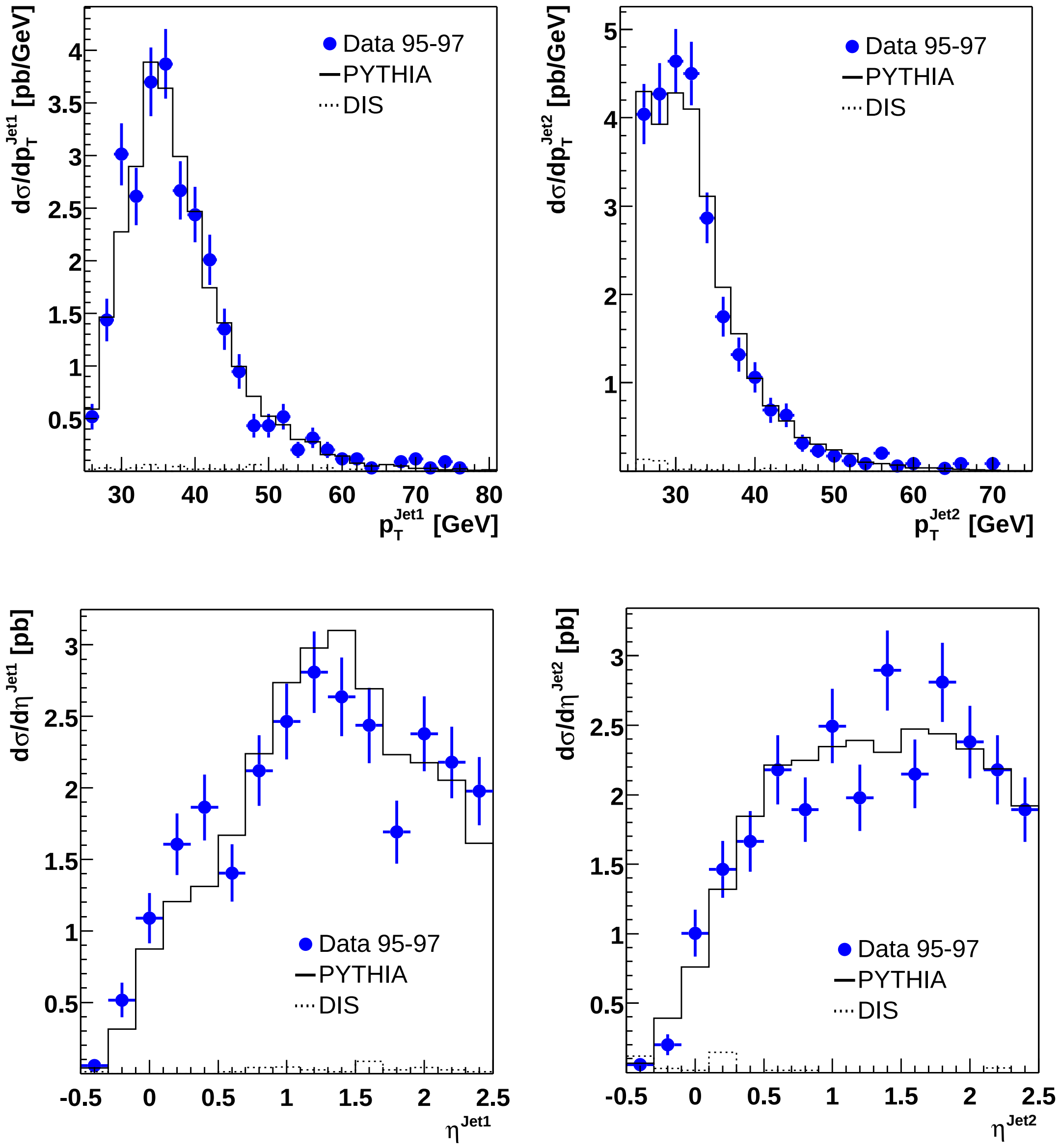

Abb. 5.1: Vergleich zwischen Daten und Monte-Carlo für die Schnittgrößen (1). Die Daten sind mit ihrem statistischen Fehler eingetragen. Der Wirkungsquerschnitt des tiefinelastischen Untergrundes (in der Legende mit DIS bezeichnet) beträgt etwa 1.4 % nach allen Schnitten und ist deshalb in dieser Abbildung, sowie in allen folgenden Abbildungen, in denen die Daten mit den Monte-Carlos gezeigt werden, kaum zu sehen.

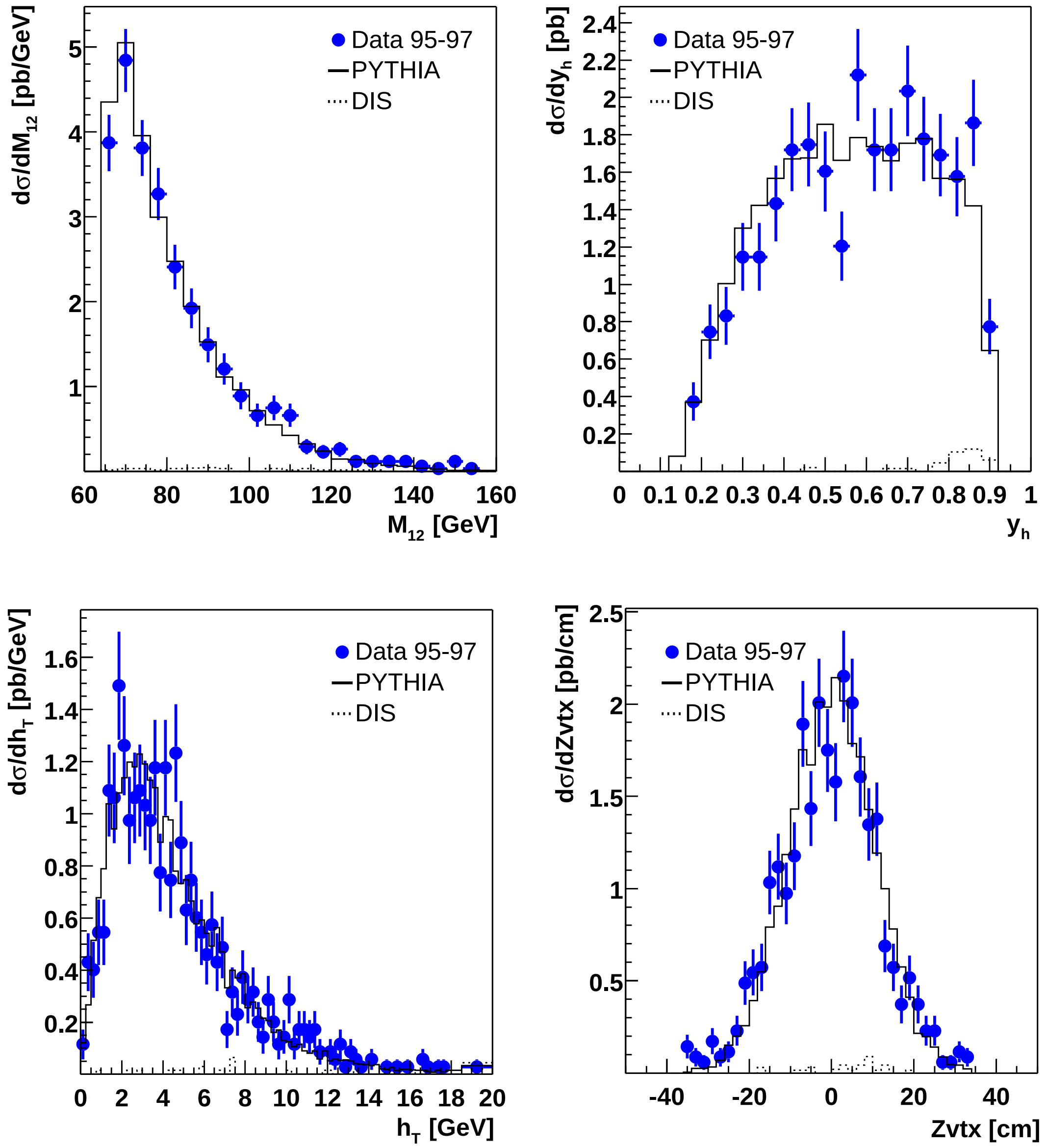

Abb. 5.2: Vergleich zwischen Daten und Monte-Carlo für die Schnittgrößen (2). Die Daten sind mit ihrem statistischen Fehler gezeigt. Der Abfall der hadronischen Transversalenergie für $h_T \rightarrow 0$ ist ein Phasenraumeffekt.

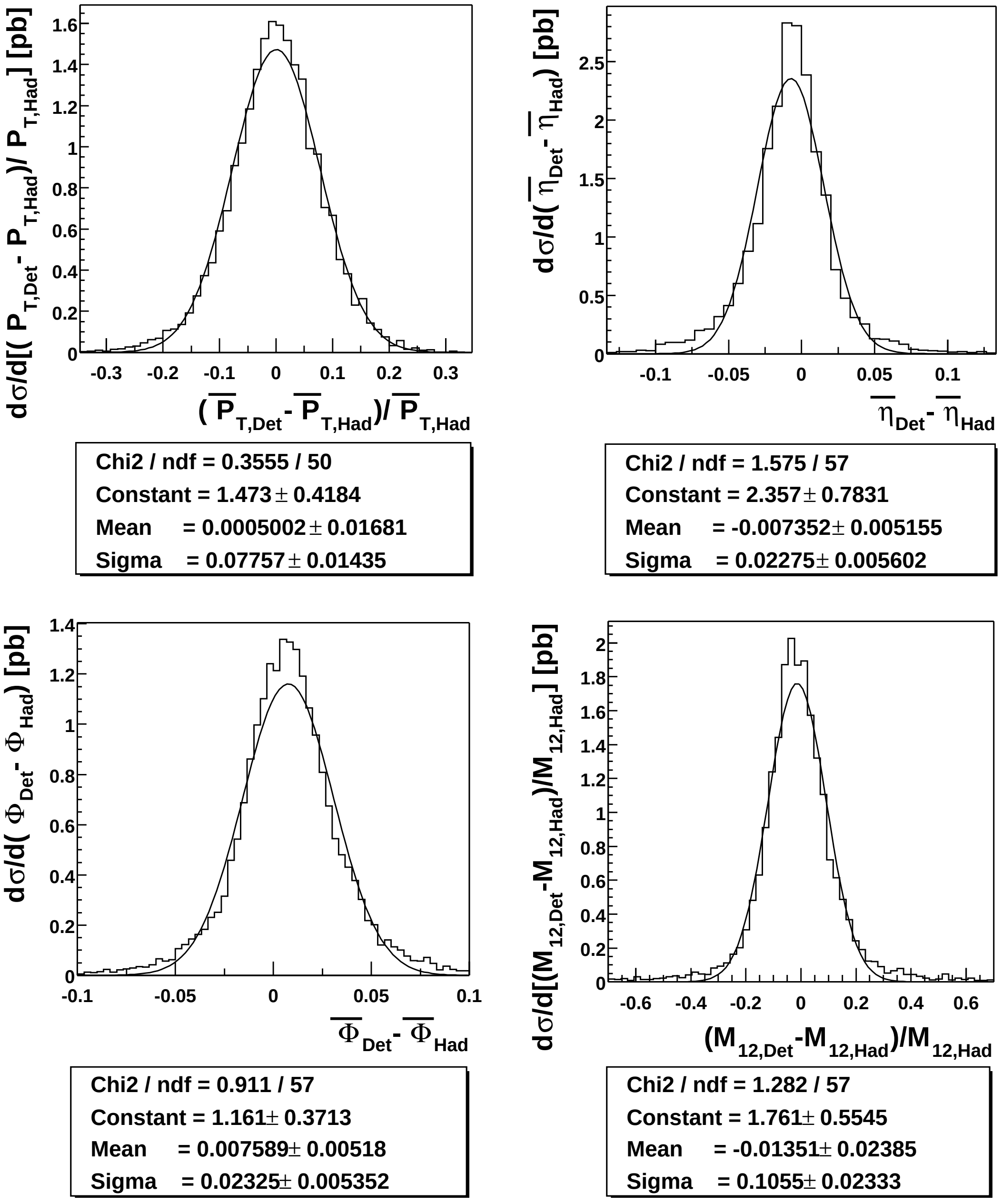

Abb. 5.3: Auflösungen einiger Jet-Größen für das PYTHIA-Modell.

Kapitel 6

Eingabe-Variablen im Vergleich

Dieses Kapitel führt einige für diese Arbeit wichtige physikalische Variablen ein. Die normierten Verteilungsdichten der Variablen des W-Monte-Carlos H1EPVEC und des QCD-Monte-Carlos PYTHIA werden auf Unterschiede untersucht. Zudem wird auch gezeigt inwiefern PYTHIA, zusammen mit dem Monte-Carlo für den tiefinelastischen Untergrund DJANGO, die Daten für diese Variablen beschreibt. Im nächsten Kapitel dienen diese Ergebnisse dann, um Likelihood-Analysen anhand des hadronischen W-Zerfalls durchzuführen.

6.1 Die Variablen - 1. Teil

In dieser Sektion werden Variablen vorgestellt, die eher schwach unterschiedlich aussehen für Signal und Untergrund. Sie werden im nächsten Kapitel verwendet, um einen Vergleich zwischen den in Kapitel 4 beschriebenen Methoden zur Bestimmung der Likelihood-Funktion herzustellen.

6.1.1 Der Streuwinkel der zwei Jets im Schwerpunktsystem

Die Transformation der Pseudorapidität vom Parton-Parton-Schwerpunktsystem in das Laborsystem ist gegeben durch [10]:

$$\eta = \hat{\eta} + \eta_{\text{Boost}}.$$

$\eta = -\ln\tan\frac{\theta}{2}$ ist die Pseudorapidität im Laborsystem (θ ist der Polarwinkel im Laborsystem), $\hat{\eta}$ die Pseudorapidität im Schwerpunktsystem und η_{Boost} die Pseudorapidität für den Boost. Die intrinsischen Transversalimpulse der Partonen wurden dabei vernachlässigt. η_{Boost} kann im Laborsystem ausgerechnet werden:

$$\eta_{\text{Boost}} = \frac{\eta_1 + \eta_2}{2}.$$

Die Pseudorapiditität sdifferenz der zwei Partonen ist invariant unter Boosts entlang der Strahlachse:

$$\Delta\eta = \eta_1 - \eta_2 = \hat{\eta}_1 - \hat{\eta}_2 = -2 \ln \tan \frac{\hat{\theta}}{2}.$$

Aus dieser Identität und einigen trigonometrischen Umformungen erhält man für den Kosinus des Parton-Parton-Streuwinkels $\hat{\theta}$ im Parton-Parton-Schwerpunktsystem [10]:

$$\cos\hat{\theta} = \tanh \frac{\eta^{\mathrm{Jet1}} - \eta^{\mathrm{Jet2}}}{2}.$$

In der Praxis wird er über die Pseudorapiditäten der Jets ausgerechnet. Falls das W-Boson keinen Transversalimpuls relativ zur Strahlachse hat, gilt diese Formel auch für den Zerfallswinkel. Die Winkelverteilungsdichte der Zerfallsbreite Γ des W-Boson ist im Ruhesystem des W's in Abhängigkeit seiner Helizität λ_W gegeben durch:

$$\left.\frac{d\Gamma(W \to f\bar{f}')}{d\cos\hat{\theta}}\right|_{\lambda_W = \begin{pmatrix} \pm 1 \\ 0 \end{pmatrix}} \sim \begin{pmatrix} (1 - \lambda_W \cos\hat{\theta})^2 \\ \sin^2\hat{\theta} \end{pmatrix}.$$

Es kann nur der Betrag von $\cos\hat{\theta}$ bestimmt werden, da die aus den Partonen entstandenen Jets ununterscheidbar sind. Abbildung 6.1 zeigt $|\cos\hat{\theta}|$ für verschiedene Schnitte auf die invariante Masse aus dem ersten und dem zweiten Jet. Die Verteilungsdichten ohne Massenschnitt haben nicht den erwarteten Verlauf. Bemerkenswert ist der Abfall der QCD-Verteilungsdichte bei hohem $|\cos\hat{\theta}|$. Nach der QCD-Theorie sollte der differentielle Wirkungsquerschnitt für $|\cos\hat{\theta}| \to 1$ divergieren. Bei direkten Prozessen gibt es Quark-Propagatoren im $\hat{t}$- und $\hat{u}$-Kanal, die zu einer charakteristischen Winkelabhängigkeit proportional zu $(1 - |\cos\hat{\theta}|)^{-1}$ führen [8]. Bei aufgelösten Prozessen dominiert der $\hat{t}$-Kanal Gluonaustausch der zu einer Winkelabhängigkeit proportional zu $(1 - |\cos\hat{\theta}|)^{-2}$ führt [8]. Die unterschiedlichen Verhalten der direkten und der aufgelösten Prozesse wurden z.B. in Referenz [52] dargestellt. Für eine gegebene Schwerpunktenergie haben Ereignisse mit hohem $|\cos\hat{\theta}|$ kleine Streuwinkel und folglich haben die Jets kleine Transversalimpulse. Durch die geforderten hohen Transversalimpulse der Jets werden diese Ereignisse jedoch eliminiert. Um den Streuwinkel ohne Einfluß des Transversalimpuls-Schnittes zu analysieren, wird deshalb auf die invariante Masse aus den zwei Jets geschnitten. Dadurch steigt wieder die Anzahl der Ereignisse mit hohem Transversalimpuls, d.h Ereignisse mit großem $|\cos\hat{\theta}|$. Die Abbildung 6.1 zeigt, wie die Phasenraumänderung die $|\cos\hat{\theta}|$-Verteilungsdichte der QCD-Prozesse beeinflußt und letztere erwartungsgemäß bei großem $|\cos\hat{\theta}|$ ansteigt. Der Phasenraum der W-Produktion wird jedoch, wegen der hohen Masse des W-Bosons, kaum beeinträchtigt und folglich auch nicht die $|\cos\hat{\theta}|$-Verteilungsdichte. Die Phasenraumabhängigkeit von $\cos\hat{\theta}$ ist auch einer der Hauptgründe für den Massenschnitt bei 65 GeV. Abbildung 6.2 zeigt $|\cos\hat{\theta}|$ für die Daten und die QCD-Monte-Carlos.

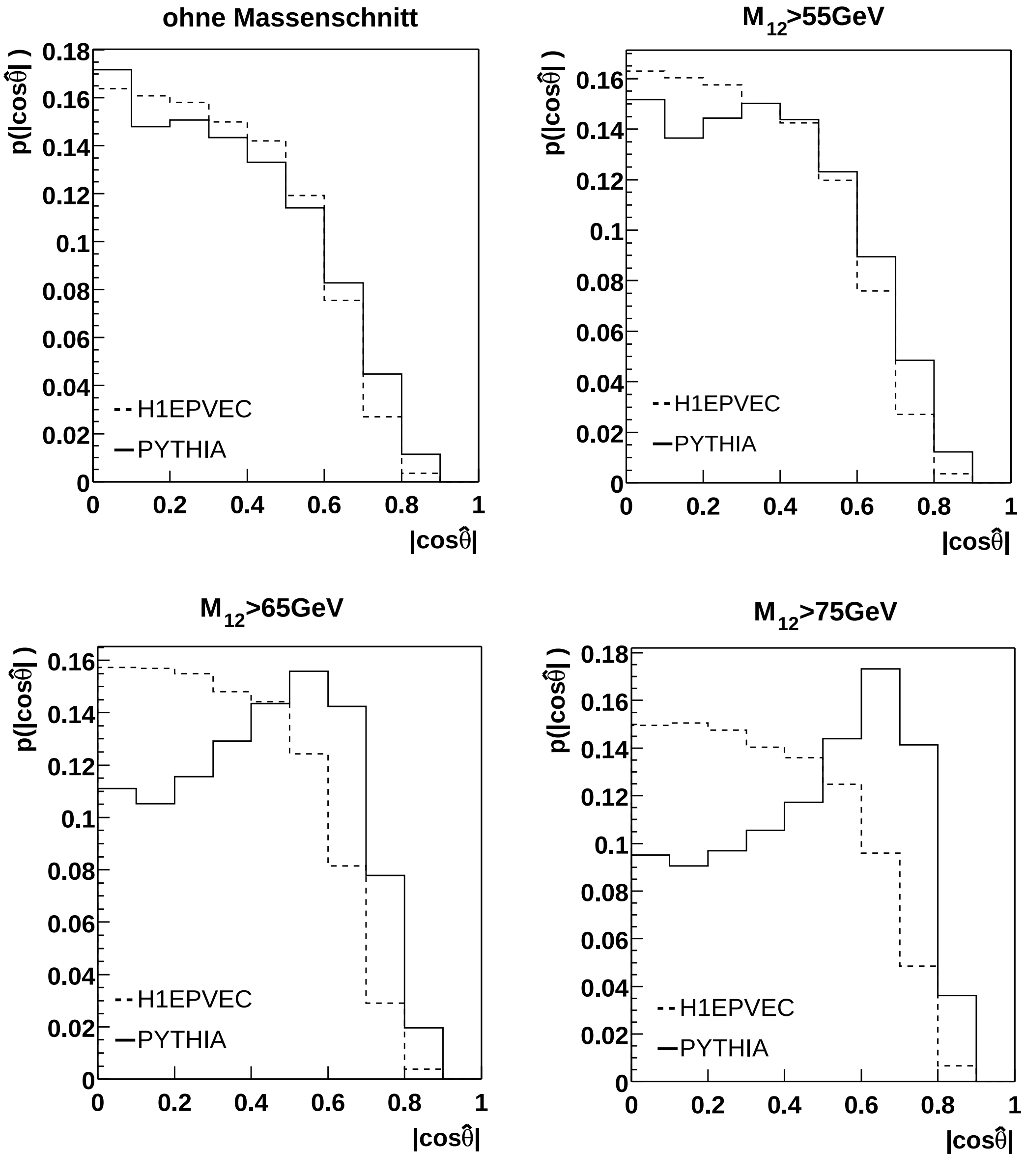

Abb. 6.1: Die Wahrscheinlichkeitsdichten von $|\cos\hat{\theta}|$ in Abhängigkeit der invarianten Masse aus den zwei Jets. Die Phasenraumabhängigkeit der QCD-Verteilungsdichte ist deutlich zu erkennen.

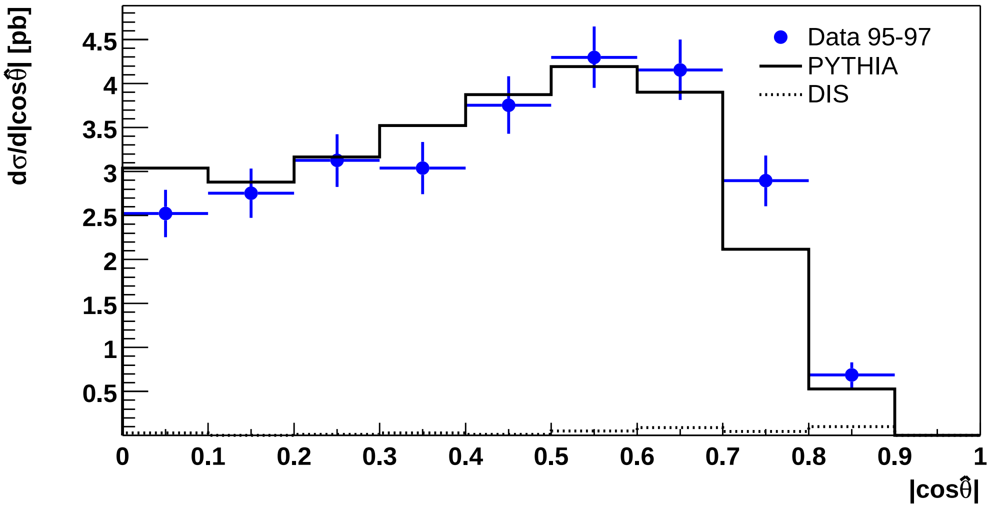

Abb. 6.2: |cos$\hat{\theta}$| für die Daten und die QCD-Monte-Carlos. $\hat{\theta}$ ist der Streuwinkel der zwei Jets in ihrem Schwerpunktsystem. Der Wirkungsquerschnitt des tiefinelastischen Untergrundes (in der Legende mit DIS bezeichnet) beträgt nach allen Schnitten etwa 1.4 % des Gesamtwirkungsquerschnittes und ist deshalb in dieser Abbildung, sowie in allen folgenden Abbildungen, in denen die Daten mit den Monte-Carlos gezeigt werden, kaum zu sehen. Die Daten sind mit ihrem statistischen Fehler eingetragen.

6.1.2 Die Variable η_{max}

η_{max} ist definiert als die Pseudorapidität des ersten gemessenen Objektes in Vorwärtsrichtung, d.h. in Laufrichtung des Protons. Diese Größe wird oft in Analysen von diffraktiven Prozessen benutzt. Bei letzteren Prozessen wird ein farbneutrales Teilchen ausgetauscht. Der Farbfluß zwischen den Zerfallsteilchen und dem Proton bzw. dem Protonrest bei dissoziativen Prozessen ist unterdrückt, und damit die Teilchenproduktion in Vorwärtsrichtung. Ähnlich ist es bei den Prozessen der W-Produktion. Wegen der Farbneutralität des W-Bosons besteht kein Farbfluß zum Protonrest (siehe Abbildung 6.3). Man erwartet deshalb, daß bei Prozessen der W-Produktion η_{max} im Mittel kleiner ist als bei QCD-Prozessen.

Abbildung 6.4 zeigt η_{max} für die Daten und die QCD-Monte-Carlos, sowie dessen Wahrscheinlichkeitsdichten für H1EPVEC und PYTHIA. Bei H1EPVEC sind in der Tat mehr Ereignisse bei kleinem η_{max} angesiedelt. Der Unterschied ist jedoch klein.

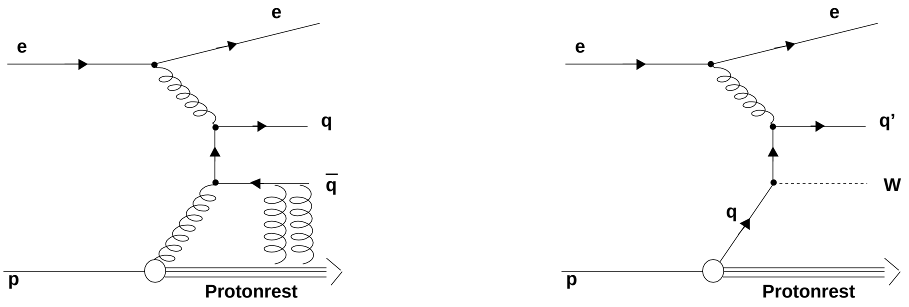

Abb. 6.3: η_{max} ist unterschiedlich für Prozesse der QCD und der W-Produktion. Wegen der Farbneutralität des W-Bosons ist der Farbfluß zum Protonrest unterdrückt.

6.1.3 Die mittlere Pseudorapidität der zwei Jets

Die mittlere Pseudorapidität der zwei Jets im Laborsystem ist definiert als:

$$\bar{\eta} = \frac{\eta^{\mathrm{Jet1}} + \eta^{\mathrm{Jet2}}}{2}.$$

Abbildung 6.5 zeigt die mittlere Pseudorapidität $\bar{\eta}$ der zwei Jets für die Daten und die Monte-Carlos. Bei H1EPVEC sind mehr Ereignisse bei kleinem $\bar{\eta}$ angesiedelt. Die Jets von H1EPVEC sind also im Vergleich zu PYTHIA eher senkrecht zur Strahlachse ausgerichtet. Der Unterschied zwischen den Wahrscheinlichkeitsdichten von H1EPVEC und PYTHIA ist wieder gering.

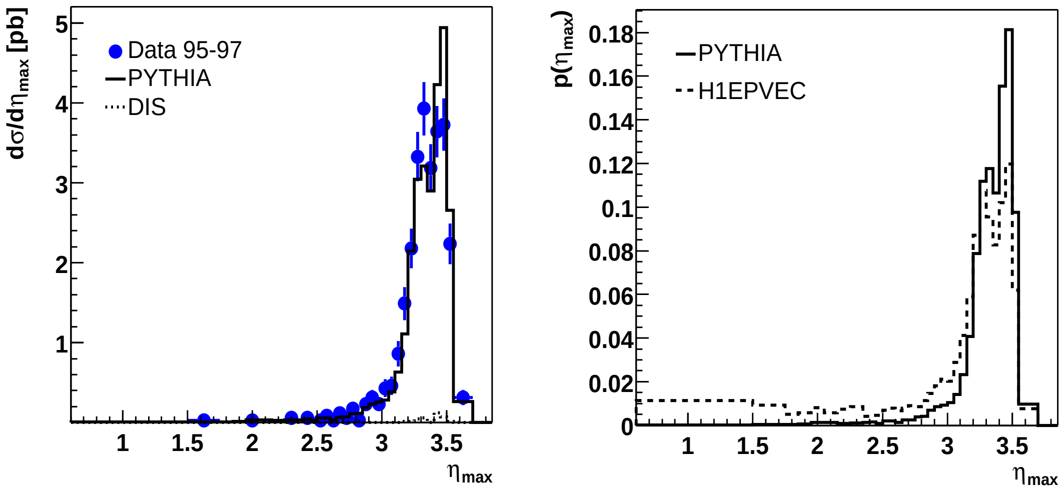

Abb. 6.4: Die Pseudorapidität $\eta_{\max}$ des ersten gemessenen Objektes in Vorwärtsrichtung für die Daten und die Monte-Carlos. Die Binbreite an den Rändern ist größer gewählt, um auch hier eine Ausrechnung der Likelihood-Funktion mit hinreichender Statistik zu gewährleisten (siehe Kapitel 7). In der rechten Abbildung sind die Verteilungsdichten normiert.

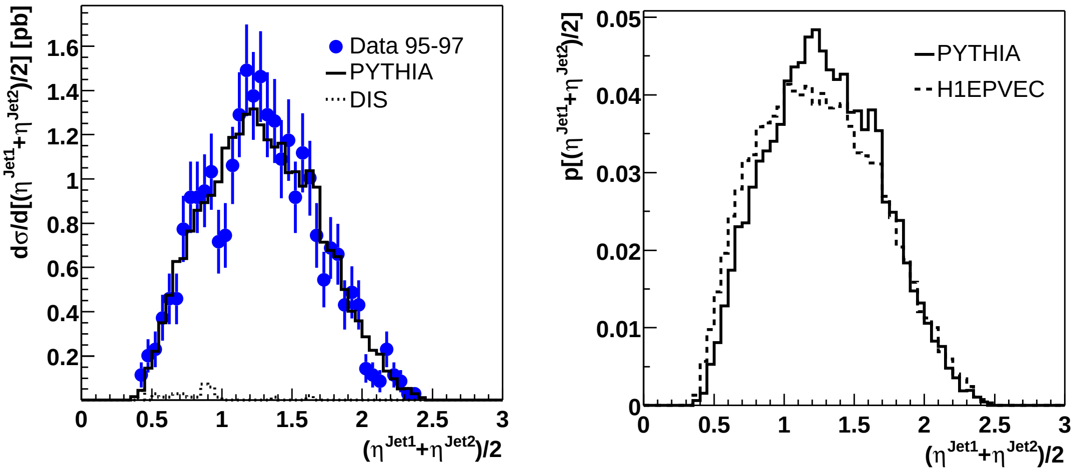

Abb. 6.5: Die mittlere Pseudorapidität $\bar{\eta}$ der zwei Jets für die Daten und die Monte-Carlos. Die Verteilungsdichten in der rechten Abbildung sind normiert.

6.1.4 Der Öffnungswinkel der zwei Jets

Für den Öffnungswinkel ΔR_{12} der zwei Jets gilt:

$$\Delta R_{12} = \sqrt{(\phi^{\text{Jet1}} - \phi^{\text{Jet2}})^2 + (\eta^{\text{Jet1}} - \eta^{\text{Jet2}})^2}.$$

ϕ ist der Azimuthalwinkel und η die Pseudorapidität des Jets im Laborsystem.
Abbildung 6.6 zeigt ΔR_{12} für die Daten und die Monte-Carlos. Der Unterschied zwischen H1EPVEC und PYTHIA ist wahrscheinlich überwiegend auf die Pseudorapiditätsdifferenz der zwei Jets zurückzuführen (siehe Sektion 6.1.1).

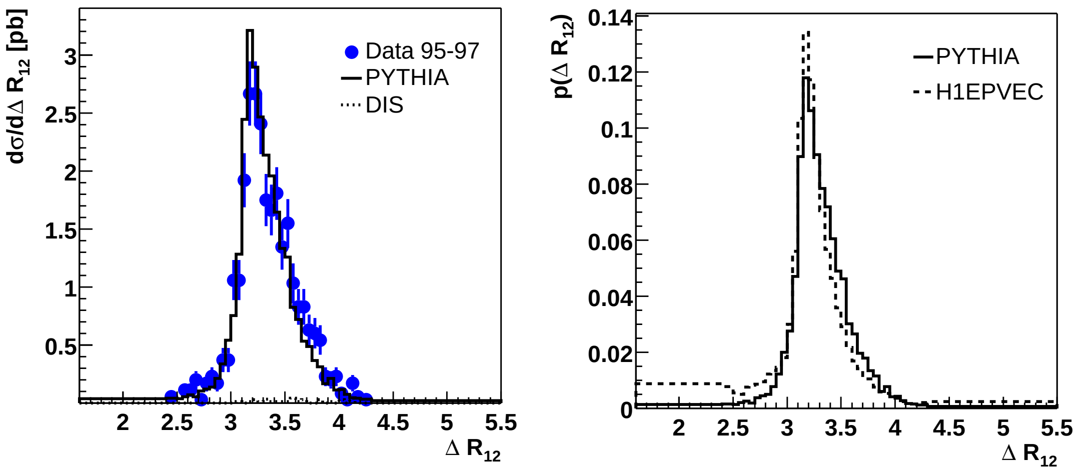

Abb. 6.6: Der Öffnungswinkel ΔR_{12} der zwei Jets für die Daten und die Monte-Carlos. Die rechte Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsdichten von ΔR_{12} für H1EPVEC und PYTHIA.

6.1.5 Die hadronische Transversalenergie

Beim hadronischen Zerfall des W-Bosons bilden die u-, d-, c-, s-Quarks und deren Antiteilchen die Zerfallsprodukte. Das Verzweigungsverhältnis für den Zerfall in die schweren c- und s-Quarks beträgt ca. ein Drittel [53] des Gesamtzerfalls. Bei der Hadronisierung können sich so schwere Hadronen bilden, die weiter leptonisch zerfallen können. Bei den Prozessen der W-Produktion könnten damit im Schnitt mehr Neutrinos entstehen, als bei den QCD-Prozessen. Die Unterschiede in der fehlenden Energie machen sich in der hadronischen Transversalenergie h_T (siehe Sektion 5.4.2) bemerkbar.
Abbildung 6.7 zeigt die Wahrscheinlichkeitsdichten der hadronischen Transversalenergie für H1EPVEC und PYTHIA. Bei H1EPVEC sind mehr Ereignisse bei hohem h_T angesiedelt als bei PYTHIA.

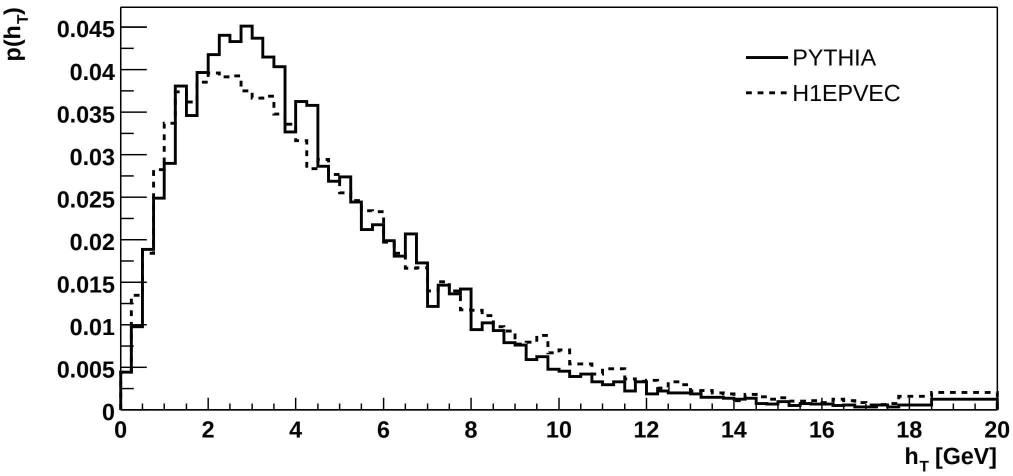

Abb. 6.7: Die Wahrscheinlichkeitsdichten der hadronischen Transversalenergie h_T für PYTHIA und H1EPVEC. Der Abfall der hadronischen Transversalenergie für $h_T \rightarrow 0$ ist ein Phasenraumeffekt.

6.2 Die Variablen - 2. Teil

In dieser Sektion werden Variablen vorgestellt, die im nächsten Kapitel zusätzlich zu den bereits erklärten verwendet werden, um ein bestmögliches Verhältnis zwischen Ereignissen der QCD und Ereignissen des hadronischen W-Zerfalls zu erreichen. Diese Variablen sind überwiegend partonschauerabhängig und weisen eher starke Unterschiede in den Verteilungsdichten bezüglich Signal und Untergrund auf.

6.2.1 Die mittlere Subjet-Multiplizität der zwei Jets

Die Subjet-Multiplizität n ist die Anzahl der Subjets, die man erhält, wenn man den inklusiven k_T- Jet-Algorithmus nochmal innerhalb eines Jets mit einem gewissen Abschneideparameter y_{cut} anwendet [44]. Der Jet-Algorithmus wird gestoppt, sobald das Abstandsmaß d_{ij} zwischen den Objekten i und j folgende Bedingung erfüllt:

$$d_{ij} = \min(E_{T,i}, E_{T,j})r_{ij}^2 > y_{\text{cut}} E_{T,\text{Jet}}.$$

r_{ij} ist der Abstand der Objekte i und j in der (η, ϕ)-Ebene. Der dimensionslose Parameter $y_{\text{cut}} \in [0,1]$ definiert die minimale relative Transversalenergie zwischen den Subjets und bestimmt somit, wie fein die innere Jet-Struktur aufgelöst werden soll. So bedeutet z.B. $y_{\text{cut}} = 1$, daß man den ursprünglichen Jet wiederfindet, während bei $y_{\text{cut}} = 0$ jeder Vierervektor eines Objektes im Jet einen Subjet bildet. In dieser Arbeit entspricht der Parameter $y_{\text{cut}} = 0.001$.

Abbildung 6.8 zeigt die mittlere Subjet-Multiplizität $(n^{\mathrm{Jet1}}+n^{\mathrm{Jet2}})/2$ des ersten und des zweiten Jets für die Daten und die QCD-Monte-Carlos.

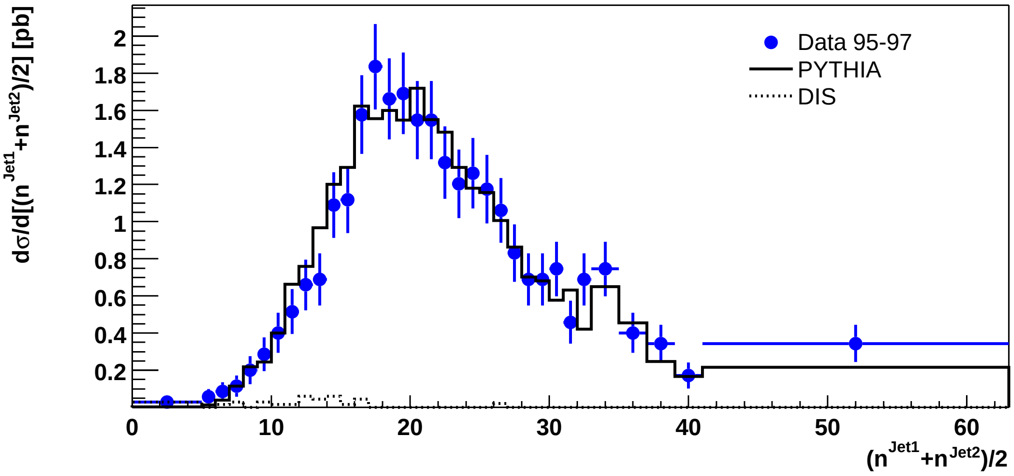

Abb. 6.8: Die mittlere Subjet-Multiplizität $(n^{\mathrm{Jet1}}+n^{\mathrm{Jet2}})/2$ des ersten und zweiten Jets.

Abbildung 6.9 zeigt die Wahrscheinlichkeitsdichte der mittleren Subjet-Multiplizität der zwei Jets in Abhängigkeit des p_T^{Jet1}-Schnittes für PYTHIA und H1EPVEC. Der p_T^{Jet1}-Schnitt variiert von 25 GeV bis 40 GeV in 5 GeV-Schritten. Der Mittelwert der Multiplizitäten, sowie die Streuung um den Mittelwert werden größer mit steigendem p_T^{Jet1}-Schnitt. Für alle Schnittwerte erkennt man jedoch einen klaren Unterschied in den Verteilungsdichten. Er ist quasi p_T-unabhängig. Die höhere Multiplizität bei den QCD-Prozessen könnte man auf den Gluon-Inhalt der Jets zurückführen: Gluon-Jets sind breiter als Quark-Jets. Diese Aussage wurde z.B. am LEP überprüft [47, 48]. Bei den Prozessen der W-Produktion entstehen in führender Ordnung nur Quark-Jets, während bei den QCD-Prozessen durch den QCD-Compton-Effekt auch Gluon-Jets produziert werden können.

6.2.2 Die mittlere Jet Shape der zwei Jets

Die Jet Shape [49] ist eine qualitative Größe für das Studium der internen Jet-Struktur. Sie ist definiert als:

$$\Psi(r,R) = \frac{\sum_i E_{T_i}\Theta(r-r_{i,\mathrm{Jet}})}{\sum_i E_{T_i}\Theta(R-r_{i,\mathrm{Jet}})}.$$

Θ ist die Heaviside-Funktion. Der Index i der Summe läuft über alle Objekte eines Jets. $r^2_{i,\mathrm{Jet}} = \Delta\phi^2_{i,\mathrm{Jet}} + \Delta\eta^2_{i,\mathrm{Jet}}$ ist das Quadrat des Abstands vom Objekt i zur Jet-Achse in der (η,ϕ)-Ebene. r ist der Radius eines um die Jet-Achse konzentrischen

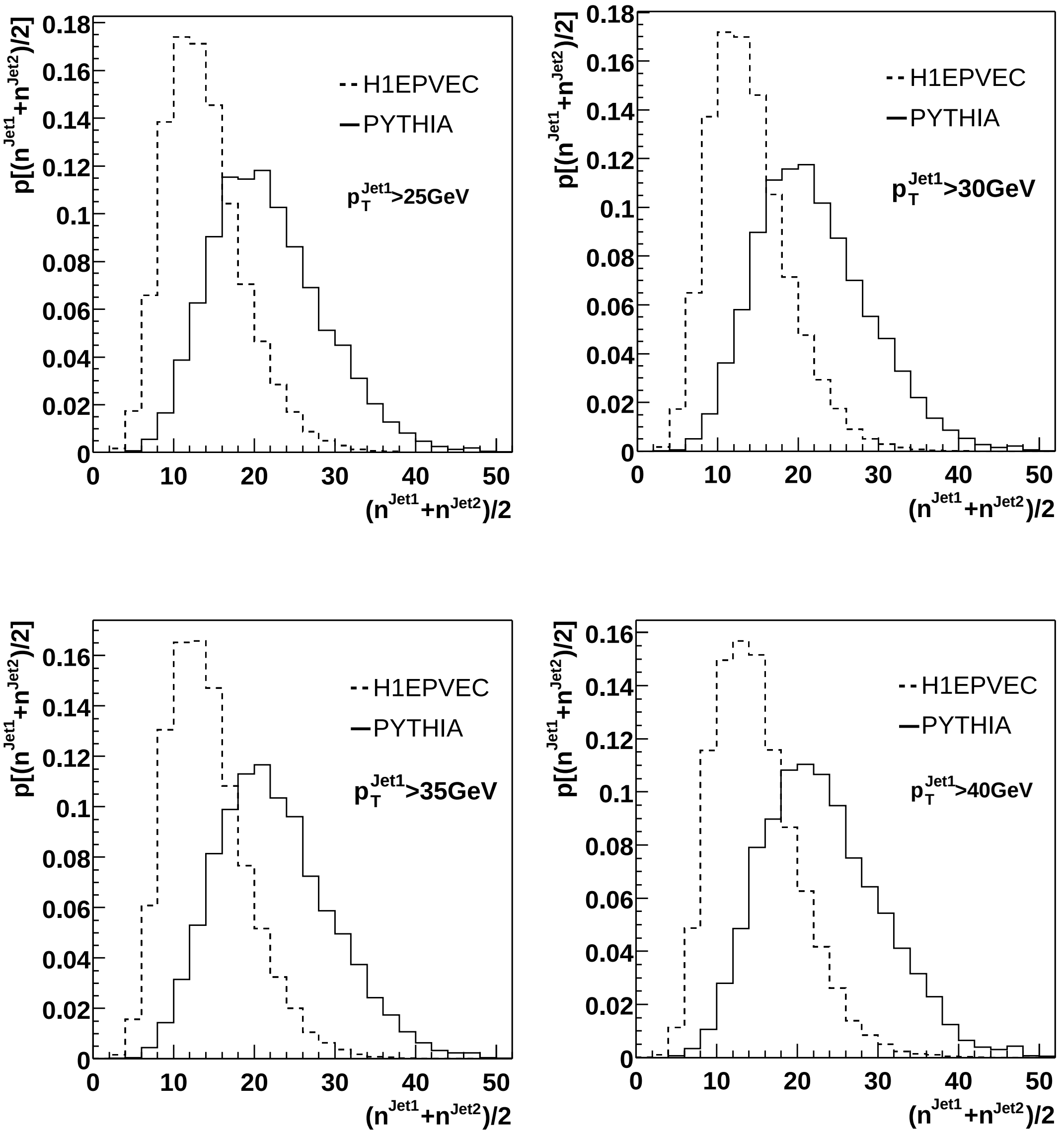

Abb. 6.9: Die Wahrscheinlichkeitsdichten der mittleren Subjet-Multiplizität der zwei Jets für PYTHIA und H1EPVEC in Abhängigkeit des p_T^{Jet1}-Schnittes. Die Unterschiede zwischen PYTHIA und H1EPVEC sind quasi unabhängig vom Transversalimpuls des Jets. Man könnte sie durch den unterschiedlichen Gluon-Inhalt der Jets erklären.

Konus, R ist der des Jets. Per Definitionem gilt $\Psi(R, R) = 1$. $d\Psi(r, R)$ ist der relative Anteil der transversalen Jet-Energie in einem Konusring zwischen r und $r + dr$. In dieser Arbeit ist der Parameter $r = 0.4$ gewählt worden.
Abbildung 6.10 zeigt die mittlere Jet-Shape des ersten und des zweiten Jets für $r = 0.4$. Der Unterschied zwischen H1EPVEC und PYTHIA könnte wieder eine Konsequenz des Gluon-Inhaltes der Jets sein.

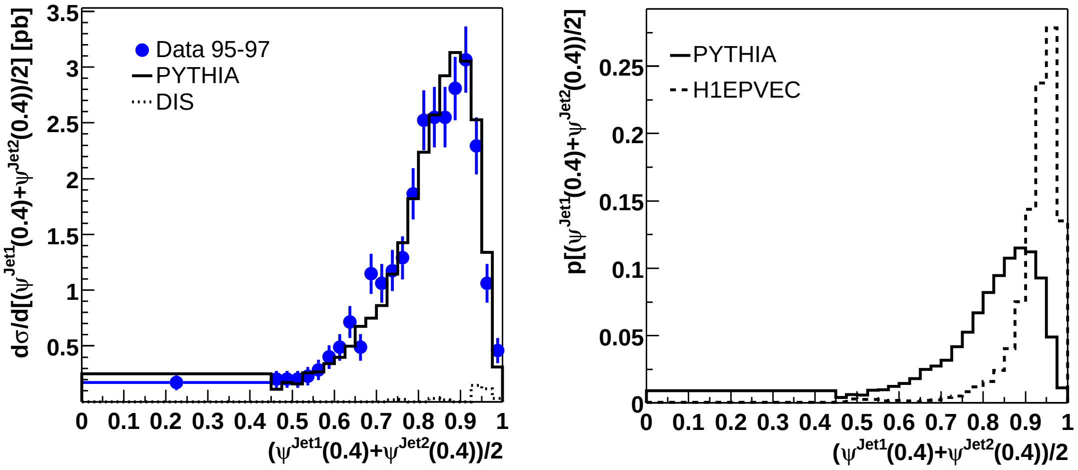

Abb. 6.10: Die mittlere Jet Shape der zwei Jets für $r = 0.4$ für die Daten und die Monte-Carlos. In der rechten Abbildung sind die Verteilungsdichten normiert. Die großen Unterschiede zwischen PYTHIA und H1EPVEC könnten wieder aus dem unterschiedlichen Gluon-Inhalt der Jets folgen.

6.2.3 Das mittlere radiale Moment der zwei Jets

Das sogenannte radiale Moment [51] ist definiert als:

$$\langle r \rangle = \frac{\sum_i r_{i,\mathrm{Jet}} E_{T_i} \Theta(r - r_{i,\mathrm{Jet}})}{E_{T_{\mathrm{Jet}}}}.$$

Θ ist wieder die Heaviside-Funktion und $r_{i,\mathrm{Jet}}$ ist der Abstand des Objektes i zur Jet-Achse in der (η, ϕ)-Ebene. Das radiale Moment ist in Referenz [51] für schmale Jets in der zentralen Region interpretiert als die mittlere Transversalenergie relativ zur Jet-Achse, normiert auf die Transversalenergie des Jets.
Abbildung 6.11 zeigt das radiale Moment für die Daten und die Monte-Carlos. Zwischen PYTHIA und H1EPVEC ist ein deutlicher Unterschied zu erkennen. Dieser könnte wieder auf den unterschiedlichen Gluon-Inhalt der Jets bei Prozessen der W-Produktion und der QCD zurückzuführen sein.

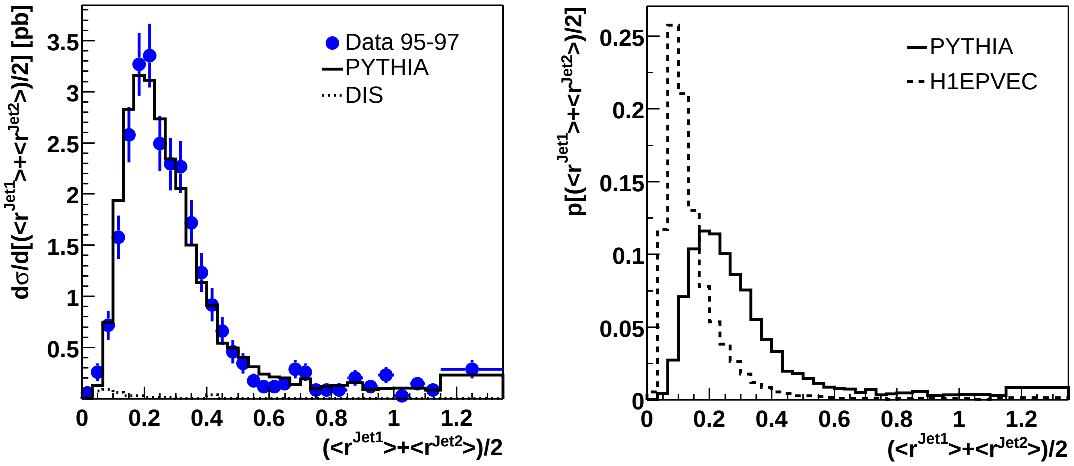

Abb. 6.11: Die Verteilungsdichten des mittleren radialen Momentes $(\langle r^{\mathrm{Jet1}}\rangle + \langle r^{\mathrm{Jet2}}\rangle)/2$ der zwei Jets für die Daten und die Monte-Carlos. In der rechten Abbildung sind die Verteilungsdichten normiert.

6.2.4 Die Differenz der Transversalimpulse der zwei Jets

Die Differenz der Transversalimpulse der zwei Jets ist definiert als:

$$\Delta p_T = p_T^{\mathrm{Jet1}} - p_T^{\mathrm{Jet2}}.$$

Für die Zwei-Jet-Produktion in führender Ordnung in der QCD ist Δp_T gleich Null. Dagegen ist bei Prozessen der W-Produktion in führender Ordnung Δp_T nur gleich Null, falls das W-Boson in Strahlrichtung produziert wurde. In diesem Fall gibt es keinen hadronischen Rückstoß. Wird das W in einem Winkel zur Strahlachse emittiert, ist Δp_T im wesentlichen der Transversalimpuls des W's. Aus diesen Gründen ist ein höheres Δp_T bei Prozessen der W-Produktion zu erwarten. Abbildung 6.12 zeigt die Δp_T-Verteilungsdichte für die Daten und die Monte-Carlos. H1EPVEC hat mehr Ereignisse mit hohem Δp_T als PYTHIA.

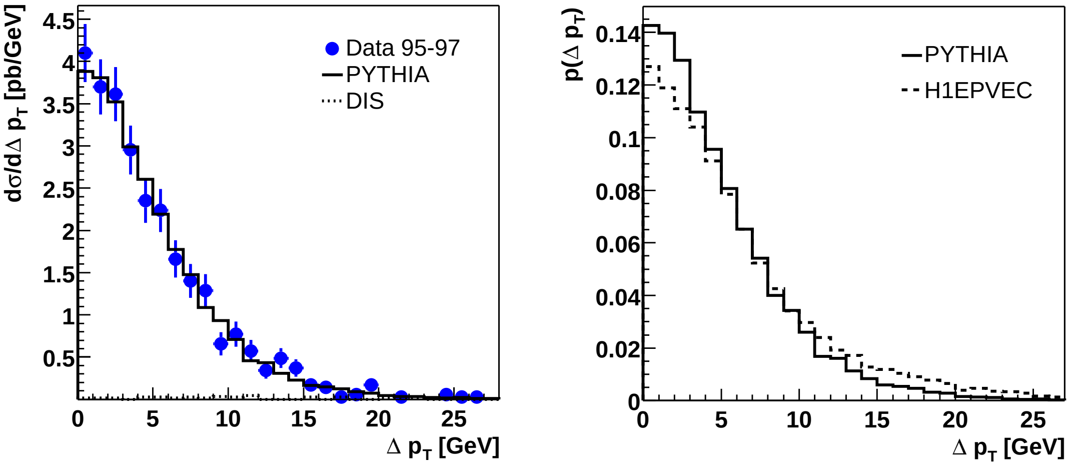

Abb. 6.12: Die Differenz der Transversalimpulse Δp_T der zwei Jets für die Daten und die Monte-Carlos. In der rechten Abbildung sind die Verteilungsdichten normiert.

Kapitel 7

Auswertung

In diesem Kapitel werden Likelihood-Analysen anhand des hadronischen W-Zerfalls mit den in Kapitel 4 beschriebenen Methoden durchgeführt. Im ersten Teil des Kapitels werden die unterschiedlichen Methoden zur Bestimmung der Likelihood-Funktion miteinander verglichen. Dafür wurden die Variablen aus Sektion 6.1 für die drei Methoden gewählt. Sie sind weitgehend unabhängig von der internen Jet-Struktur und ihre Wahrscheinlichkeitsdichten sehen für Signal und Untergrund sehr ähnlich aus, so daß mit einfachen Schnitten auf die einzelnen Variablen kaum eine Trennung möglich ist. Sie bieten sich daher an, um die Trennungsschärfe des Likelihood-Verfahrens zu demonstrieren. Im zweiten Teil des Kapitels werden zusätzliche, weitgehend partonschauerabhängige Variablen benutzt. Sie wurden in Sektion 6.2 vorgestellt. Diese Variablen sind stark diskriminierend bezüglich Signal und Untergrund. Mit ihnen wird versucht, ein optimales Signal/Untergrund-Verhältnis für den hadronischen W-Zerfall gegenüber den Prozessen der QCD zu erreichen.

7.1 Vergleich der Methoden

In Sektion 7.1.1 wird die Standardmethode benutzt, in Sektion 7.1.2 die PTC-Methode, und schließlich in Sektion 7.1.3 die Methode der orthogonalen Transformationen. In Sektion 7.1.4 werden die drei Methoden verglichen. Die Wahrscheinlichkeitsdichten der verwendeten Variablen weisen nur geringe Unterschiede zwischen dem von H1EPVEC generierten Signal und dem von PYTHIA generierten Untergrund auf. Dadurch soll die Trennschärfe der drei Methoden verglichen werden. Folgende Variablen werden verwendet:

- Der Streuwinkel der zwei Jets im Schwerpunktsystem: $|\cos\hat{\theta}|$
- Die Pseudorapidität des ersten in Vorwärtsrichtung gemessenen Objektes: η_{max}
- Die mittlere Pseudorapidität der zwei Jets: $\bar{\eta}$

- Der Öffnungswinkel der zwei Jets: ΔR_{12}
- Der hadronische Transversalimpuls: h_T

Die Wahrscheinlichkeitsdichten und die Beschreibung der Daten durch die QCD-Monte-Carlos sind für diese Variablen in Sektion 6.1 gezeigt. Die Binbreiten für die jeweilige Wahrscheinlichkeitsdichte der Variablen wurden so gewählt, daß in allen Bins statistisch genug Ereignisse vorhanden sind. Wenn die Binbreite zu klein gewählt worden ist, kann es vorkommen, daß sich in einem Bin nur Untergrund- oder Signalereignisse befinden. Die Likelihood-Funktion würde in dem Fall ihre Extremwerte annehmen.

7.1.1 Standard-Methode

Bei der Standard-Methode werden Korrelationen vernachlässigt und die einzelnen Wahrscheinlichkeitsdichten, die aus den normierten Histogrammen entnommen sind, einfach miteinander multipliziert. Tabelle 7.1 bzw. 7.2 zeigt die symmetrische Matrix der linearen Korrelationskoeffizienten der verwendeten Variablen für die Signal- bzw. die Untergrund-Stichprobe. Die Korrelationskoeffizienten zwischen den meisten Variablen sind für beide Stichproben eher klein. Insbesondere ist jedoch der Korrelationskoeffizient zwischen $|\cos\hat{\theta}|$ und ΔR_{12} sowohl für das Signal, als auch für den Untergrund, mit 0.42 bzw. 0.65 groß. Dies war zu erwarten, da in der Berechnung beider Variablen jeweils die Pseudorapiditätsdifferenz der zwei Jets eingeht. Die restlichen Korrelationskoeffizienten liegen alle im Bereich zwischen -0.17 und 0.12.

	$\|\cos\hat{\theta}\|$	η_{max}	$\bar{\eta}$	ΔR_{12}	h_T
$\|\cos\hat{\theta}\|$	1	0.0351	-0.1005	0.4241	-0.0848
η_{max}	0.0351	1	0.1135	0.0088	-0.0089
$\bar{\eta}$	-0.1005	0.1135	1	-0.0541	-0.0477
ΔR_{12}	0.4241	0.0088	-0.0541	1	-0.0627
h_T	-0.0848	-0.0089	-0.0477	-0.0627	1

Tab. 7.1: Die linearen Korrelationskoeffizienten zwischen den untransformierten Variablen für die Signal-Stichprobe.

Die Abbildung 7.5 zeigt die ausgewerteten Likelihood-Funktionen für die Daten, das Signal, welches von H1EPVEC generiert wurde, und den Untergrund, welcher von PYTHIA generiert wurde. Die Daten sind mit ihrem statistischen Fehler versehen. Die Likelihood-Funktionen sind normiert, um den Trennungseffekt des Likelihood-Verfahrens hervorzuheben. Das Untergrund/Signal-Verhältnis beträgt ohne Likelihood-Schnitt 120 mit den in Abschnitt 5.4 erklärten Schnitten! Das Signal-Monte-Carlo produziert wie erwartet vorwiegend Ereignisse mit einem großen Likelihood-

	$\lvert\cos\hat{\theta}\rvert$	η_{max}	$\bar{\eta}$	ΔR_{12}	h_T
$\lvert\cos\hat{\theta}\rvert$	1	0.0440	-0.1679	0.6534	-0.0474
η_{max}	0.0440	1	0.0193	0.0214	0.0170
$\bar{\eta}$	-0.1679	0.0193	1	-0.1402	-0.0709
ΔR_{12}	0.6534	0.0214	-0.1402	1	-0.0499
h_T	-0.0474	0.0170	-0.0709	-0.0499	1

Tab. 7.2: Die linearen Korrelationskoeffizienten zwischen den untransformierten Variablen für die Untergrund-Stichprobe.

Wert, während die Untergrundereignisse eher zu kleinen Likelihood-Werten neigen. Die Reinheit und die Effizienz des Verfahrens werden in Sektion 7.1.4 behandelt.

7.1.2 PTC-Methode

Die in Abschnitt 4.3.2 erklärte Methode zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeitsdichten und zur Ausrechnung der Likelihood-Funktionen wird benutzt. Bei der PTC-Methode werden die Eingabe-Variablen x_i des Signals mittels der Transformation

$$y_i(x_i) = \sqrt{2}\mathrm{erf}^{-1}(2F_{y_i}(x_i) - 1)$$

und die des Untergrundes mittels

$$z_i(x_i) = \sqrt{2}\mathrm{erf}^{-1}(2F_{z_i}(x_i) - 1)$$

auf Gaußform transformiert. erf^{-1} ist die inverse Fehlerfunktion und $F_{y_i}(x_i)$ bzw. $F_{z_i}(x_i)$ ist die integrierte Verteilungsfunktion der entsprechenden Variable x_i für das Signal bzw. für den Untergrund. Der Mittelwert der erhaltenen Gaußdichte soll 0 betragen und die Varianz 1. Abbildung 7.3 und 7.4 zeigen die Wahrscheinlichkeitsdichten der 5 transformierten Variablen für die Signal- und die Untergrund-Stichprobe. Für jede Variable wurde ein Gaußfit durchgeführt. Die Gaußanpassungen zeigen, daß die Transformation auf Gaußform relativ präzise ist. Der Mittelwert der Gaußanpassungen schwankt statistisch zwischen -0.032 und 0.005, die entsprechende Varianz zwischen 0.943 und 1.008. Die Wahrscheinlichkeitsdichten der einzelnen transformierten Variablen für Untergrund und Signal sind Gaußdichten mit fast gleicher Varianz und fast gleichem Mittelwert. Die transformierten Variablen werden jedoch für Signal und Untergrund in separaten Koordinatensystemen beschrieben, da sie separat transformiert wurden. Die fast identisch aussehenden Formen der Wahrscheinlichkeitsverteilungsdichten sind damit kein Kriterium für die Güte der Trennung.
Aus den transformierten Variablen wird die neue Matrix der linearen Korrelationskoeffizienten bestimmt. Diese wird benutzt, um die Gesamtwahrscheinlichkeitsdichte der transformierten Variablen mit einer mehrdimensionalen gaußverteilten Dichte

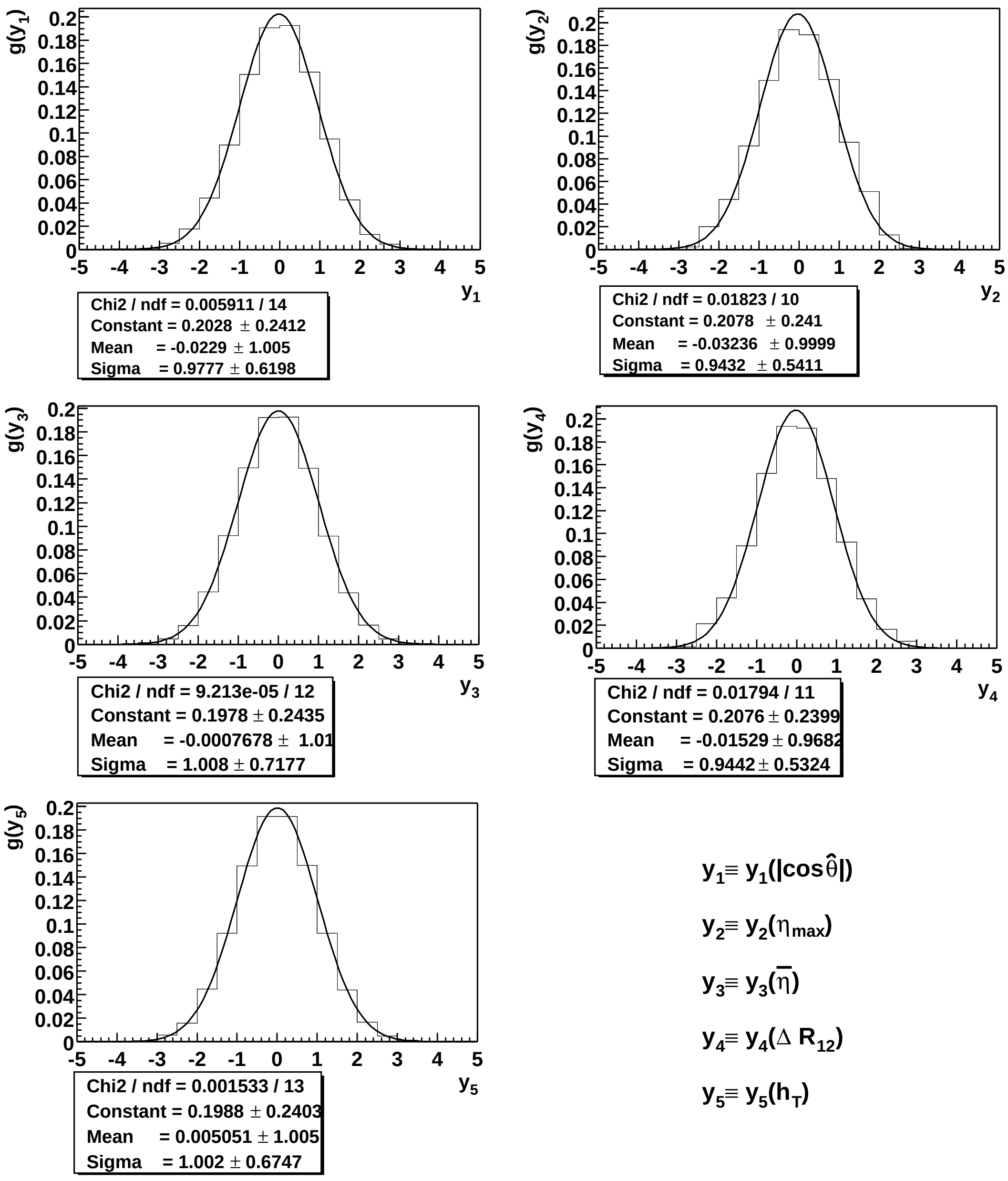

Abb. 7.1: Die fünf Signal-Eingabe-Variablen nach ihrer Transformation auf neue Variablen y_i $(i = 1, 2, 3, 4, 5)$, die theoretisch einer Gaußverteilung mit Mittelwert 0 und Varianz 1 folgen. Für jede Variable y_i wurde ein Gaußfit durchgeführt, aus dem die Abweichungen von den Idealwerten der Transformation sichtbar werden. (PTC-Methode)

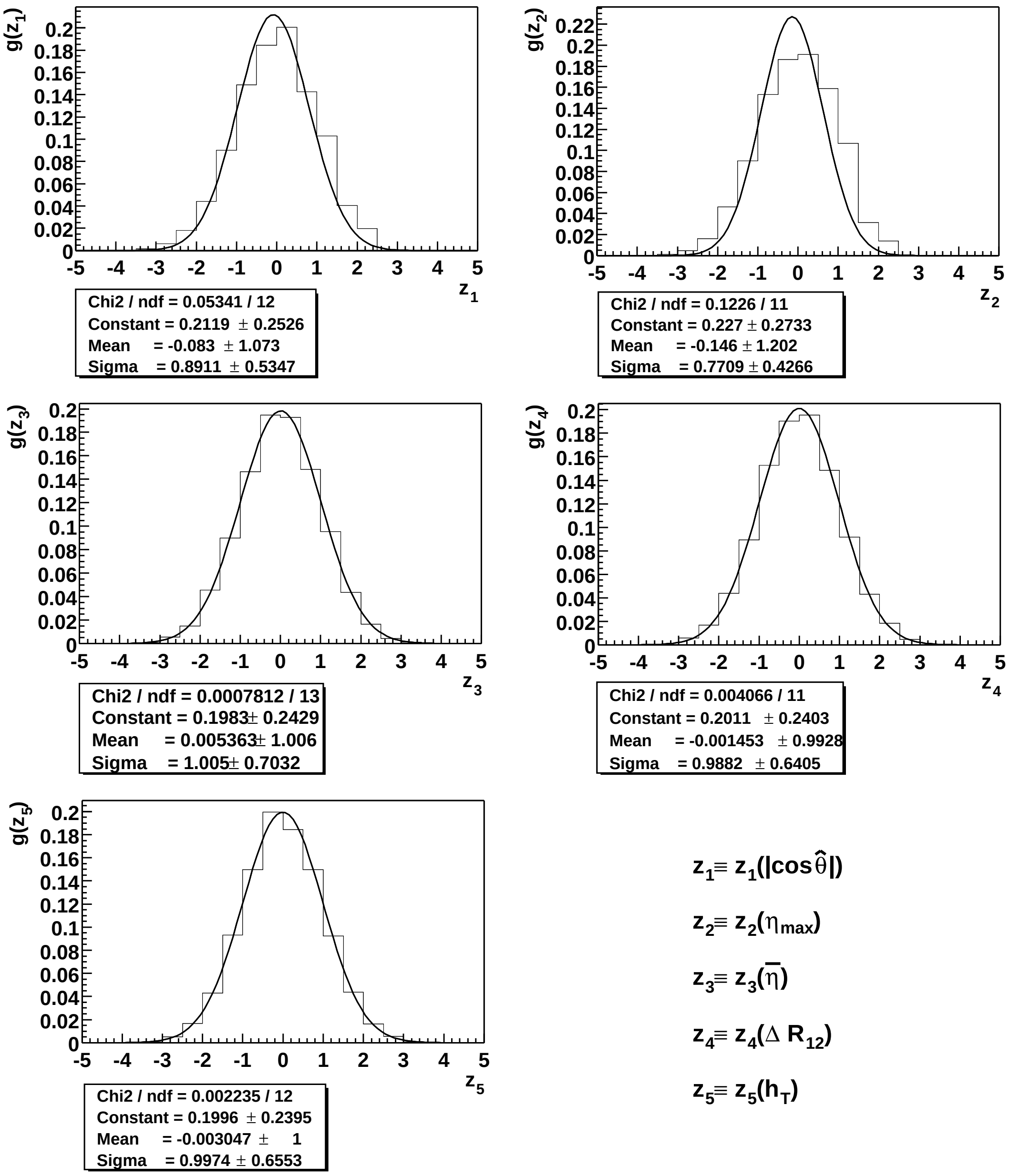

Abb. 7.2: Die fünf Untergrund-Eingabe-Variablen nach ihrer Transformation auf neue Variablen z_i $(i = 1, 2, 3, 4, 5)$. Auch hier wurde für jede Variable z_i ein Gaußfit durchgeführt, aus dem die Abweichungen von den Idealwerten der Transformation sichtbar werden. (PTC-Methode)

zu beschreiben. Da die eindimensionalen Projektionen der Gesamtwahrscheinlichkeitsdichte approximativ gaußverteilt sind mit Varianz 1, ist die Matrix der linearen Korrelationskoeffizienten mit der Kovarianzmatrix näherungsweise identisch. Tabelle 7.3 bzw. 7.4 zeigt die Matrix C_{Signal} der linearen Korrelationskoeffizienten zwischen den transformierten Variablen für das Signal bzw. $C_{\text{Untergrund}}$ für den Untergrund. Die Varianzen aus den Gaußanpassungen weichen bis zu 7 % vom Idealwert 1 der Transformation ab, die Mittelwerte bis zu 4 % vom Idealwert 0. Bei der Signal-Stichprobe ändert sich bei der Transformation das Vorzeichen des Korrelationskoeffizienten zwischen η_{max} und h_T, und bei der Untergrund-Stichprobe zwischen η_{max} und $\bar{\eta}$.

	$y_1(\lvert\cos\hat{\theta}\rvert)$	$y_2(\eta_{max})$	$y_3(\bar{\eta})$	$y_4(\Delta R_{12})$	$y_5(h_T)$
$y_1(\lvert\cos\hat{\theta}\rvert)$	0.9793	0.0154	-0.0914	0.4609	-0.0755
$y_2(\eta_{max})$	0.0154	0.9476	0.0272	0.0026	0.0023
$y_3(\bar{\eta})$	-0.0914	0.0272	0.9937	-0.0571	-0.0476
$y_4(\Delta R_{12})$	0.4609	0.0026	-0.0571	0.9766	-0.0658
$y_5(h_T)$	-0.0755	0.0023	-0.0476	-0.0658	0.9932

Tab. 7.3: Die Matrix C_{Signal} der linearen Korrelationskoeffizienten der auf Gaußform transformierten Variablen für die Signal-Stichprobe.

	$z_1(\lvert\cos\hat{\theta}\rvert)$	$z_2(\eta_{max})$	$z_3(\bar{\eta})$	$z_4(\Delta R_{12})$	$z_5(h_T)$
$z_1(\lvert\cos\hat{\theta}\rvert)$	0.9705	0.0208	-0.1758	0.6606	-0.0401
$z_2(\eta_{max})$	0.02078	0.9315	-0.0267	0.0027	0.0256
$z_3(\bar{\eta})$	-0.1758	-0.0267	0.9952	-0.1464	-0.0598
$z_4(\Delta R_{12})$	0.6606	0.0027	-0.1464	0.9873	-0.0544
$z_5(h_T)$	-0.0401	0.0256	-0.0598	-0.0544	0.9932

Tab. 7.4: Die Matrix $C_{\text{Untergrund}}$ der linearen Korrelationskoeffizienten der auf Gaußform transformierten Variablen für die Untergrund-Stichprobe.

Die Abbildung 7.6 zeigt die normierten Likelihood-Funktionen für die Daten, das Signal und den Untergrund. Die Likelihood-Funktionen wurden mittels

$$L'(\mathbf{x}) = \frac{P'_{\text{Signal}}(\mathbf{x})}{P'_{\text{Signal}}(\mathbf{x}) + P'_{\text{Untergrund}}(\mathbf{x})}$$

bestimmt, wobei:

$$\begin{aligned} P'_{\text{Signal}}(\mathbf{x}) &= \frac{e^{-\frac{1}{2}\mathbf{y}^T(C^{-1}_{\text{Signal}}-I)\mathbf{y}}}{|C_{\text{Signal}}|^{1/2}} \prod_{i=1}^{n} p_{\text{Signal},i}(x_i), \\ P'_{\text{Untergrund}}(\mathbf{x}) &= \frac{e^{-\frac{1}{2}\mathbf{z}^T(C^{-1}_{\text{Untergrund}}-I)\mathbf{z}}}{|C_{\text{Untergrund}}|^{1/2}} \prod_{i=1}^{n} p_{\text{Untergrund},i}(x_i). \end{aligned}$$

Die Diskussion der Methode wird auf Abschnitt 7.1.4 verschoben.

7.1.3 Methode der orthogonalen Transformationen

Bei der Methode der orthogonalen Transformationen wird die ursprüngliche Kovarianzmatrix der Signal- bzw. der Untergrund-Stichprobe diagonalisiert. Die lineare Abbildung, die dieses leistet, wird benutzt, um die Variablen in den Raum zu transformieren, wo die Kovarianzmatrix, und damit auch die Matrix der linearen Korrelationskoeffizienten, diagonal sind. Abbildung 7.3 und 7.4 zeigen die Wahrscheinlichkeitsdichten der Eingabe-Variablen des Signals und des Untergrundes nach der Abbildung mit der entsprechenden orthogonalen Matrix. Aufgrund der separaten Transformation von Signal und Untergrund, ist ein möglicher unterschiedlicher Wertebereich einer transformierten Variable bezüglich Signal und Untergrund kein Maß für die Güte der Trennung, da es sich um unterschiedliche Koordinatensysteme handelt (vgl. PTC-Methode).
Tabelle 7.5 bzw. 7.6 zeigt die Korrelationsmatrix für die Signal- bzw. Untergrund-Stichprobe nach der Diagonalisierung. Die Diagonalisierung ist für beide Stichproben relativ genau.

	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
y_1	1	-1.025e-14	1.229e-13	-1.207e-12	-1.987e-13
y_2	-1.025e-14	1	-5.984e-13	-2.194e-13	-3.237e-14
y_3	1.229e-13	-5.984e-13	1	-6.001e-13	-8.019e-14
y_4	-1.207e-12	-2.194e-13	-6.001e-13	1	1.946e-13
y_5	-1.987e-13	-3.237e-14	-8.019e-14	1.946e-13	1

Tab. 7.5: Die linearen Korrelationskoeffizienten zwischen den transformierten Variablen y_i der Signal-Stichprobe. Die y_i erhält man aus der linearen Abbildung mit der orthogonalen Eigenvektor-Matrix, die die Kovarianzmatrix und damit auch die Matrix der linearen Korrelationskoeffizienten der Signal-Eingabe-Variablen diagonalisiert. Jedes y_i ist eine Funktion von $|\cos\hat{\theta}|$, $\eta_{\max}$, $\bar{\eta}$, ΔR_{12} und h_T.

	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5
z_1	1	1.576e-12	8.661e-14	1.343e-12	-9.692e-14
z_2	1.576e-12	1	-3.958e-13	2.272e-13	-1.195e-13
z_3	8.661e-14	-3.958e-13	1	-3.974e-15	-3.237e-14
z_4	1.343e-12	2.272e-13	-3.974e-15	1	-4.896e-14
z_5	-9.692e-14	-1.195e-13	-3.237e-14	-4.896e-14	1

Tab. 7.6: Die linearen Korrelationskoeffizienten zwischen den transformierten Variablen z_i der Untergrund-Stichprobe. Die z_i erhält man aus der linearen Abbildung mit der orthogonalen Eigenvektor-Matrix, die die Kovarianzmatrix der Untergrund-Eingabe-Variablen diagonalisiert. Die z_i sind damit Funktionen von $|\cos\hat{\theta}|$, $\eta_{\max}$, $\bar{\eta}$, ΔR_{12} und h_T.

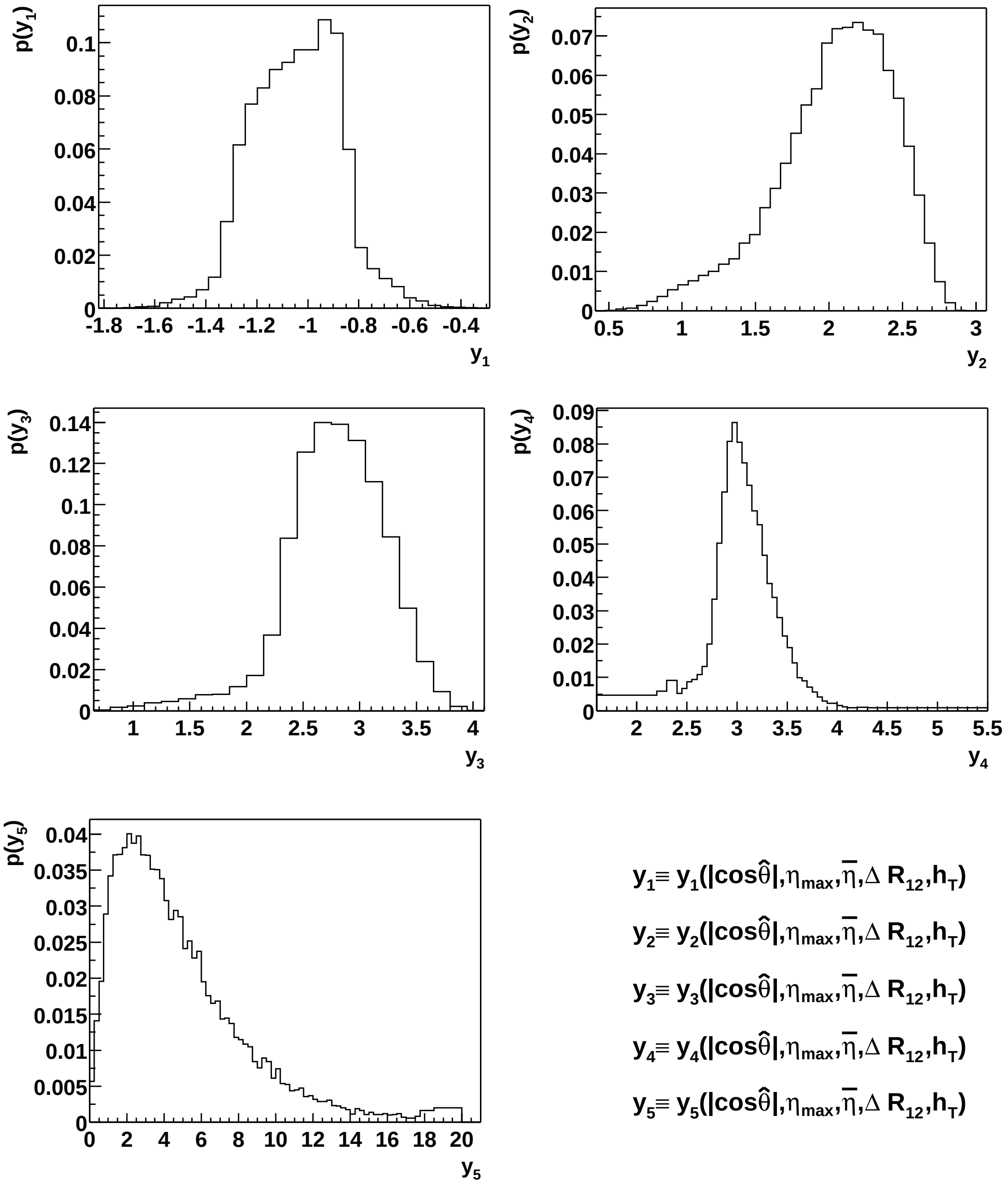

Abb. 7.3: Die Signal-Eingabe-Variablen nach der Transformation mit der orthogonalen Eigenvektor-Matrix, die ihre Kovarianz-Matrix diagonalisiert. Die transformierten Variablen des Signals werden mit y_i bezeichnet. (Methode der orthogonalen Transformationen)

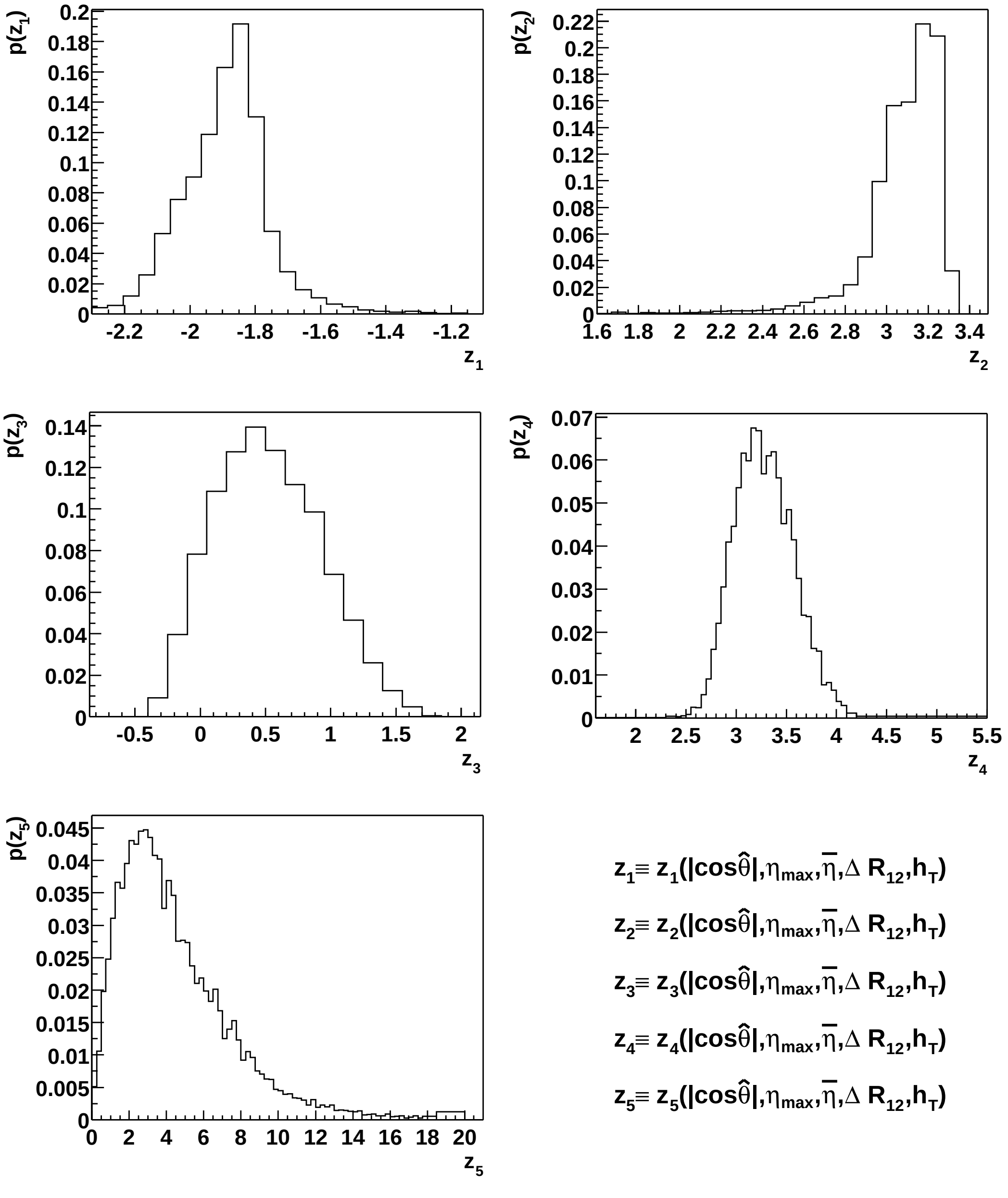

Abb. 7.4: Die Untergrund-Eingabe-Variablen nach der Transformation mit der orthogonalen Eigenvektor-Matrix, die ihre Kovarianz-Matrix diagonalisiert. Die transformierten Variablen des Untergrundes werden mit z_i bezeichnet. (Methode der orthogonalen Transformationen)

Abbildung 7.7 zeigt die normierten Likelihood-Funktionen für die Daten, das Signal und den Untergrund. Die Likelihood-Funktionen wurden mittels

$$L'(\mathbf{x}) = \frac{P'_{\text{Signal}}(\mathbf{x})}{P'_{\text{Signal}}(\mathbf{x}) + P'_{\text{Untergrund}}(\mathbf{x})}$$

bestimmt, wobei:

$$\begin{aligned} P'_{\text{Signal}}(\mathbf{x}) &= \prod_i^n p_{\text{Signal},i}(y_i) \\ P'_{\text{Untergrund}}(\mathbf{x}) &= \prod_i^n p_{\text{Untergrund},i}(z_i). \end{aligned}$$

y_i bzw. z_i steht für die Variable x_i nach der separaten Transformation mit der entsprechenden orthogonalen Matrix aus Eigenvektoren, die die Kovarianzmatrix der Signal- bzw. Untergrund-Eingabe-Variablen diagonalisiert.

7.1.4 Der Vergleich

Likelihood-Funktionen

Die Abbildungen 7.5, 7.6 und 7.7 zeigen die normierten Likelihood-Funktionen der Daten, des Signals und des Untergrundes für die Standard-Methode, die PTC-Methode und die Methode der orthogonalen Transformationen. Alle Methode weisen einen klaren Trennungseffekt auf. Die Likelihood-Funktionen der Standard- und der PTC-Methode ähneln sich stark. Dies ist in Abbildung 7.8 verdeutlicht. Hier sind für die Signal-Stichprobe von H1EPVEC die Likelihood-Werte der Ereignisse nach der Standard-Methode aufgetragen gegen jene nach der PTC-Methode. Die PTC-Methode errechnet im Schnitt einen niedrigeren Likelihood-Wert für die Ereignisse. Ab einem Likelihood-Wert von $L(\mathbf{x}) \approx 0.9$ sind die Likelihood-Werte nach der PTC-Methode jedoch überwiegend höher als bei der Standard-Methode. Insgesamt ist es jedoch erstaunlich, wie wenig sich die Standard-Methode von der PTC-Methode unterscheidet. Die Likelihood-Funktionen nach der Methode der orthogonalen Transformationen sehen wesentlich anders aus als bei den anderen beiden Methoden. Abbildung 7.9 zeigt für alle Ereignisse von H1EPVEC die Likelihood-Werte nach der Standard-Methode im Vergleich zu denen aus der Methode der orthogonalen Transformationen. Für kleine Likelihood-Werte nach der Standard-Methode ($L(\mathbf{x}) < 0.7$) erhält man mit der Methode der orthogonalen Transformationen im Mittel einen noch niedrigeren Likelihood-Wert. Im Bereich, wo die Standard-Methode Likelihood-Werte ab 0.7 liefert kippt das Verhalten um: Hier erhält man mit der Methode der orthogonalen Transformationen höhere Likelihood-Werte. Das Verhalten ist somit ähnlich wie bei der gerade besprochenen PTC-Methode.

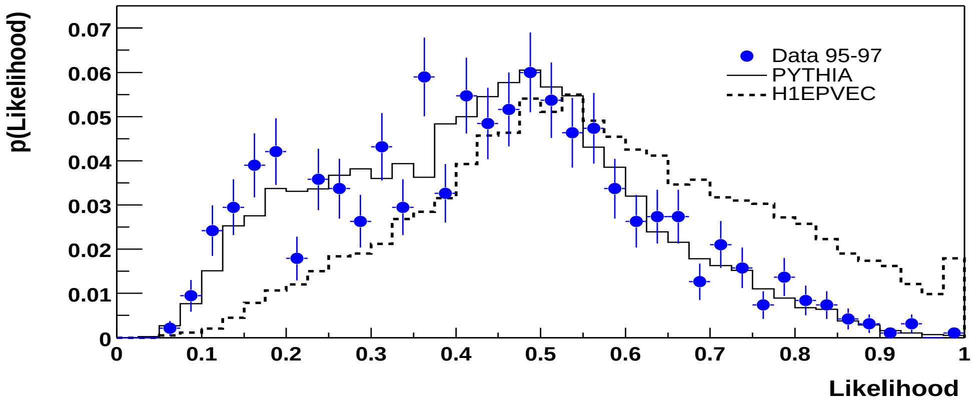

Abb. 7.5: Die normierten Likelihood-Funktionen (Standard-Methode). Die Daten sind mit ihrem statistischen Fehler eingetragen.

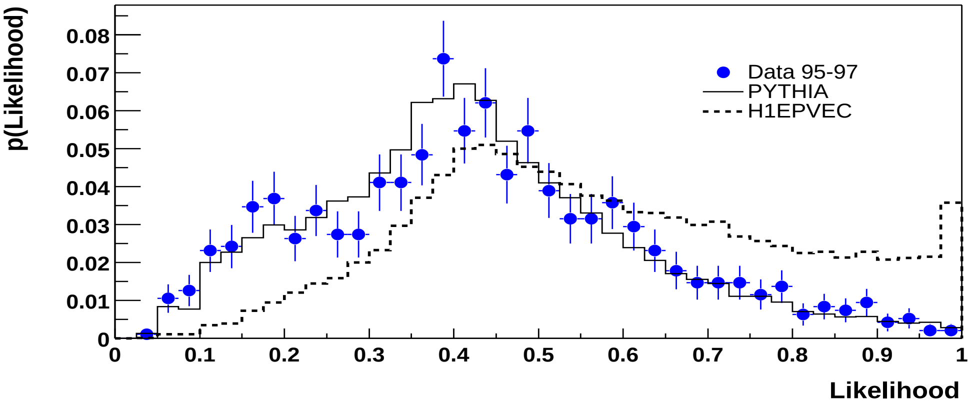

Abb. 7.6: Die normierten Likelihood-Funktionen (PTC-Methode). Die Daten sind mit ihrem statistischen Fehler eingetragen.

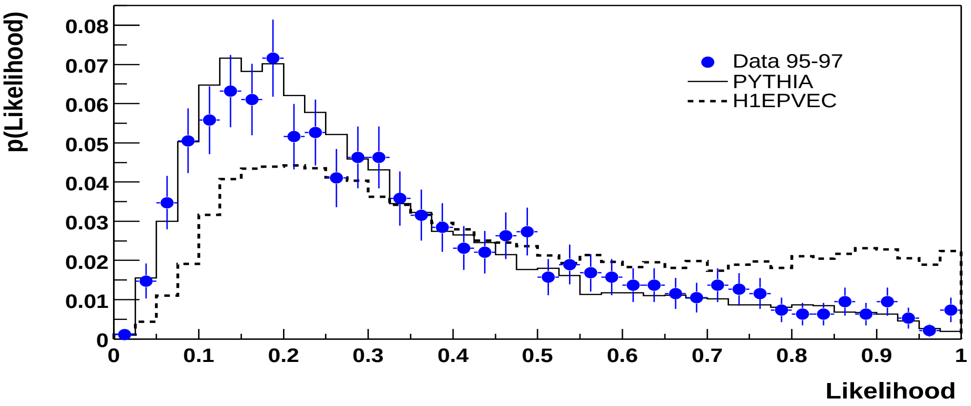

Abb. 7.7: Die normierten Likelihood-Funktionen (Methode der orthogonalen Transformationen). Die Daten sind mit ihrem statistischen Fehler eingetragen.

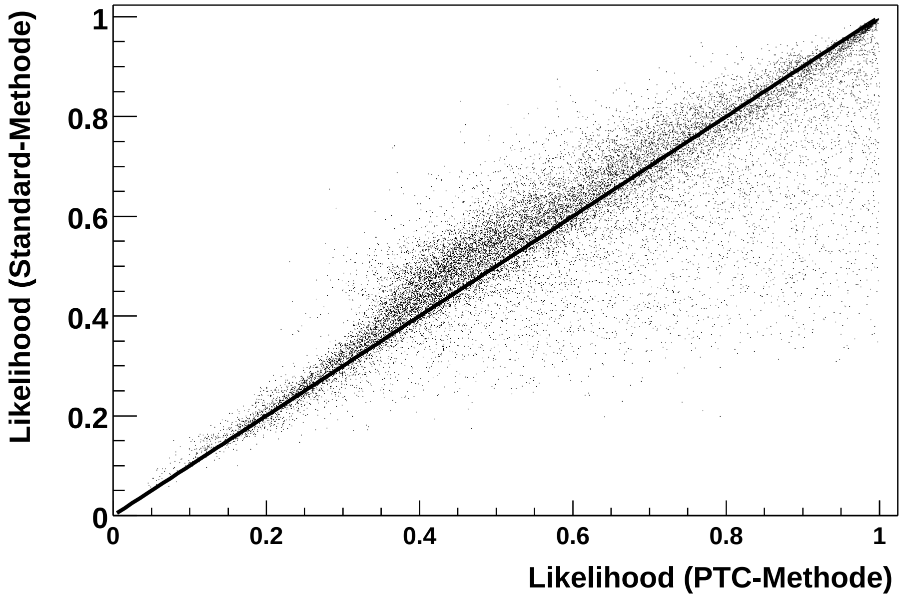

Abb. 7.8: Vergleich der Likelihood-Funktionen von Standard-Methode und PTC-Methode. Für jedes Ereignis der Signal-Stichprobe von H1EPVEC wurde der Likelihood-Wert einmal mit der Standard-Methode und einmal mit der PTC-Methode bestimmt. Die eingezeichnete Hilfs-Diagonale bedeutet Gleichheit der Likelihood-Werte aus beiden Methoden.

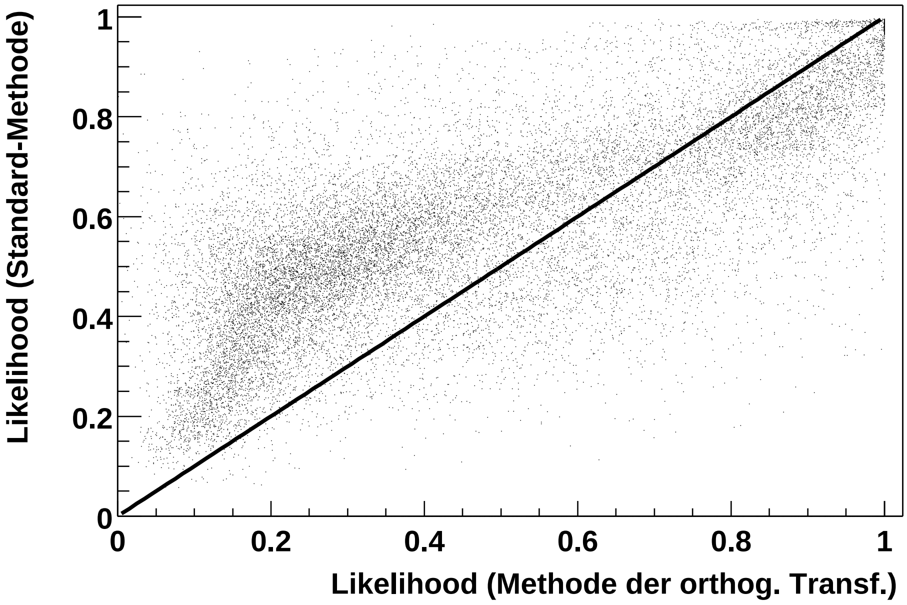

Abb. 7.9: Vergleich der Likelihood-Funktionen von Standard-Methode und Methode der orthogonalen Transformationen. Für jedes Ereignis der Signal-Stichprobe von H1EPVEC wurde der Likelihood-Wert einmal mit der Standard-Methode und einmal mit der Methode der orthogonalen Transformationen bestimmt. Die eingezeichnete Hilfs-Diagonale bedeutet wieder Gleichheit der Likelihood-Werte aus beiden Methoden.

Effizienzen und Reinheiten

Die Effizienz und Reinheit der Verfahren werden für jedes Bin des Likelihood-Histogramms wie folgt bestimmt:

$$\begin{aligned}\text{Reinheit(Bin)} &= \frac{n_{\text{Signal}}(\text{Bin})}{n_{\text{Signal}}(\text{Bin}) + n_{\text{Untergrund}}(\text{Bin})} \\ \text{Effizienz(Bin)} &= \frac{n_{\text{Signal}}(\text{Bin})}{N_{\text{Signal}}}.\end{aligned}$$

$n_{\text{Signal}}(\text{Bin})$ bzw. $n_{\text{Untergrund}}(\text{Bin})$ ist die Anzahl der Signal- bzw. der Untergrundereignisse, integriert vom Likelihood-Wert 1 bis zu dem bestimmten Bin. N_{Signal} ist die Gesamtzahl der Signalereignisse.
Die Abbildung 7.10 zeigt die Effizienz-Kurven für die drei Methoden. Für $L(\mathbf{x}) < 0.75$ hat die Methode der orthogonalen Transformationen eine deutliche schlechtere Effizienz, als die beiden anderen. Bei hohen Likelihood-Werten ($L(\mathbf{x}) > 0.75$) ist die Methode der orthogonalen Transformationen, sowie auch die PTC-Methode, effizienter als die Standard-Methode.
Die Reinheit der Verfahren zeigt Abbildung 7.11. Für Likelihood-Werte kleiner 0.7 ist die Reinheit der Methode der orthogonalen Transformationen am größten, ab 0.7 die Reinheit der Standard-Methode. In diesem Bereich ist die Effizienz der Standard-Methode jedoch schlechter. Die Reinheit der PTC-Methode ist für Likelihood-Werte kleiner 0.7 fast gleich mit jener der Standard-Methode. Für große Likelihood-Werte konvergiert die Reinheit der PTC-Methode gegen die Reinheit der Methode der orthogonalen Transformationen.
Das Produkt von Reinheit und Effizienz zeigt Abbildung 7.12. Die Kurven der Standard-Methode und der PTC-Methode sind nahezu identisch. Die entsprechende Kurve für die Methode der orthogonalen Transformationen liegt für $L(\mathbf{x}) < 0.7$ deutlich unter und, für $L(\mathbf{x}) > 0.7$, zwischen den beiden anderen Kurven. Für größere Likelihood-Werte ist in diesem Vergleich die PTC-Methode am besten.
In Abbildung 7.13 ist die Reinheit als Funktion der Effizienz für alle Verfahren - ohne Likelihood-Schnitt - gezeigt. Bei gleicher Effizienz hat die Methode der orthogonalen Transformationen immer die kleinste Reinheit. Die PTC-Methode hat bei Effizienzen größer 90 % etwa die gleiche Reinheit wie die Standard-Methode. Für Effizienzen zwischen 20 % und 90 % hat sie von allen Methoden die beste Reinheit.

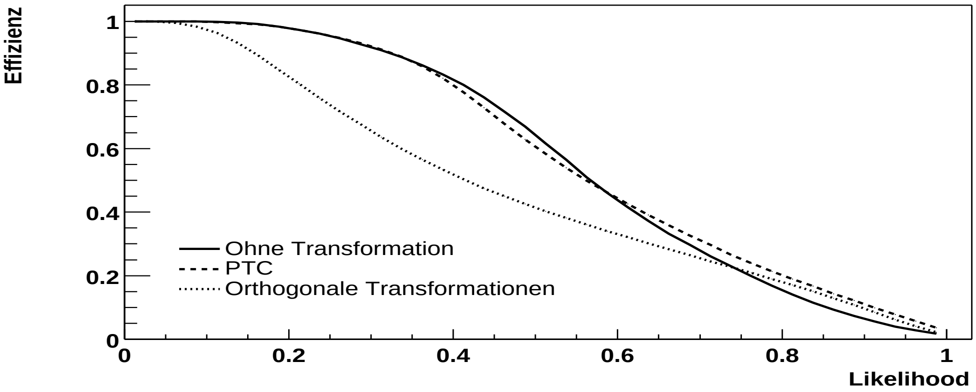

Abb. 7.10: Die Effizienzen der drei Methoden im Vergleich.

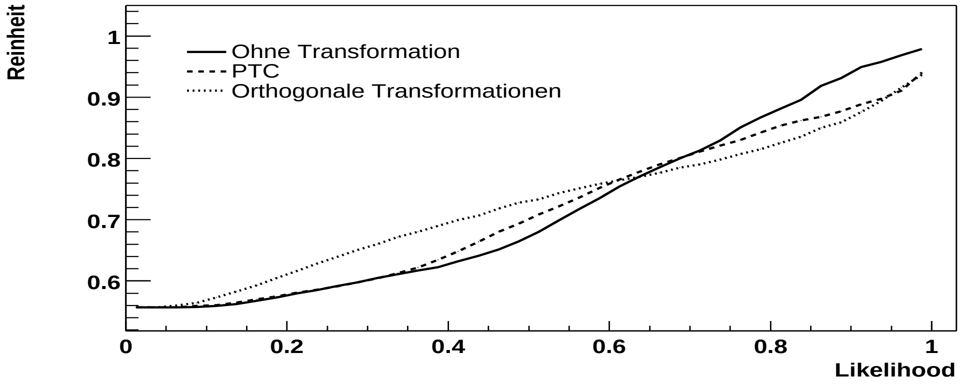

Abb. 7.11: Die Reinheiten der drei Methoden im Vergleich.

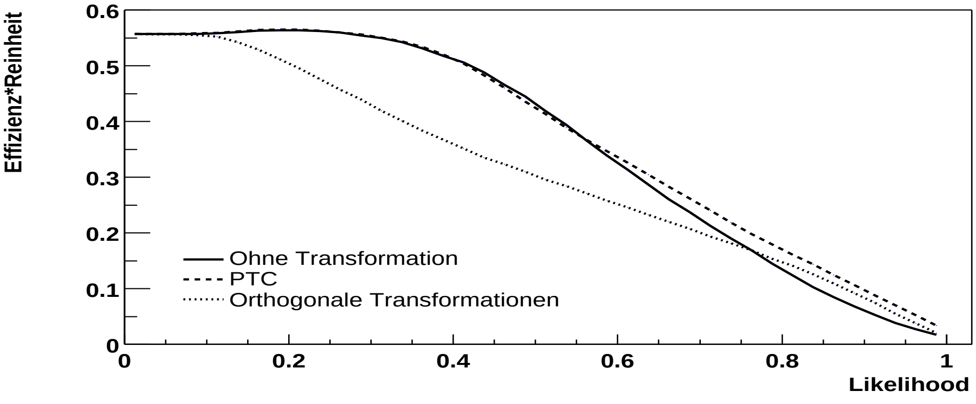

Abb. 7.12: Das Produkt von Reinheit und Effizienz der drei Methoden im Vergleich.

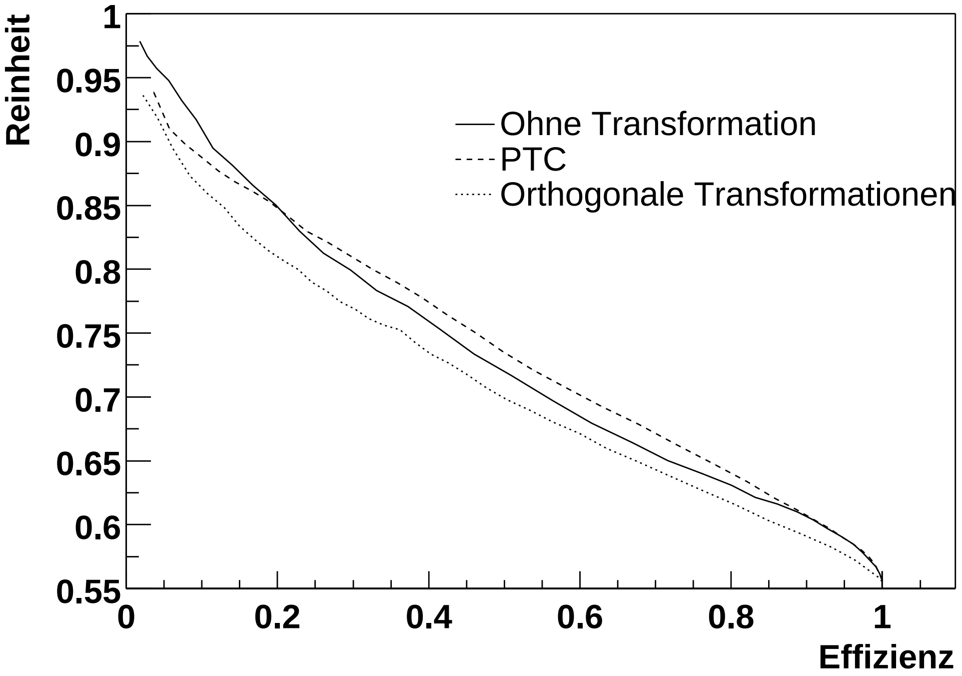

Abb. 7.13: Die Reinheit/Effizienz-Kurven der unterschiedlichen Methoden.

Schlußfolgerung

Die Methode der orthogonalen Transformationen weicht für die hier verwendeten Variablen in der Form der Likelihood-Funktion, der Effizienz und der Reinheit zum Teil relativ stark von den anderen beiden Methoden ab. Die Standard-Methode, in der die Korrelationen völlig vernachlässigt werden, ist gegenüber dem komplizierten Verfahren der PTC-Methode, erstaunlich gut. Die PTC-Methode ist, für die in diesem Fall benutzten Variablen, kaum besser als die Standard-Methode. Die PTC-Methode und die Methode der orthogonalen Tranformationen verhalten sich ähnlich: In dem Bereich wo die Standard-Methode kleine Likelihood-Werte liefert, wird der Likelihood-Wert von beiden Methoden noch weiter herabgesetzt. Ein umgekehrtes Bild findet man in dem Bereich vor, wo die Standard-Methode hohe Likelihood-Werte ergibt: Hier produzieren die beiden anderen Methoden im Schnitt noch größere Werte.

In Abbildung 7.14 ist die invariante Zwei-Jet-Masse, die nicht als Eingabe-Variable benutzt wurde, für die drei Methoden bei einem Likelhood-Schnitt von 0.8 gezeigt. Das Untergrund/Signal-Verhältnis wurde aus den zwei Bins, in denen sich Ereignisse von H1EPVEC befinden (65-75 GeV und 75-85 GeV), bestimmt. Für die Standard-Methode beträgt es 20.6, für die PTC-Methode 25.1 und für die Methode der orthogonalen Transformationen 27.4. Die Standard-Methode ist hier jedoch vergleichweise ineffizienter.

Für den kommenden Teil der Analyse, in der ein bestmögliches Signal/Untergrund-Verhältnis für den hadronischen Zerfall des W-Bosons erreicht werden soll, habe ich mich jedoch für die PTC-Methode entschieden. Sie weicht im Gegensatz zur Methode der orthogonalen Transformationen nie zu stark von der Standard-Methode ab und produziert mehr Ereignisse mit einer hohen Likelihood ($L(\mathbf{x}) > 0.9$). Zudem bewegt sie sich aufgrund der gaußverteilten Dichten auf mathematisch sichererem Boden als die Standardmethode. Dieses Verfahren wurde auch schon in anderen Analysen angewendet (siehe z.B. [54]).

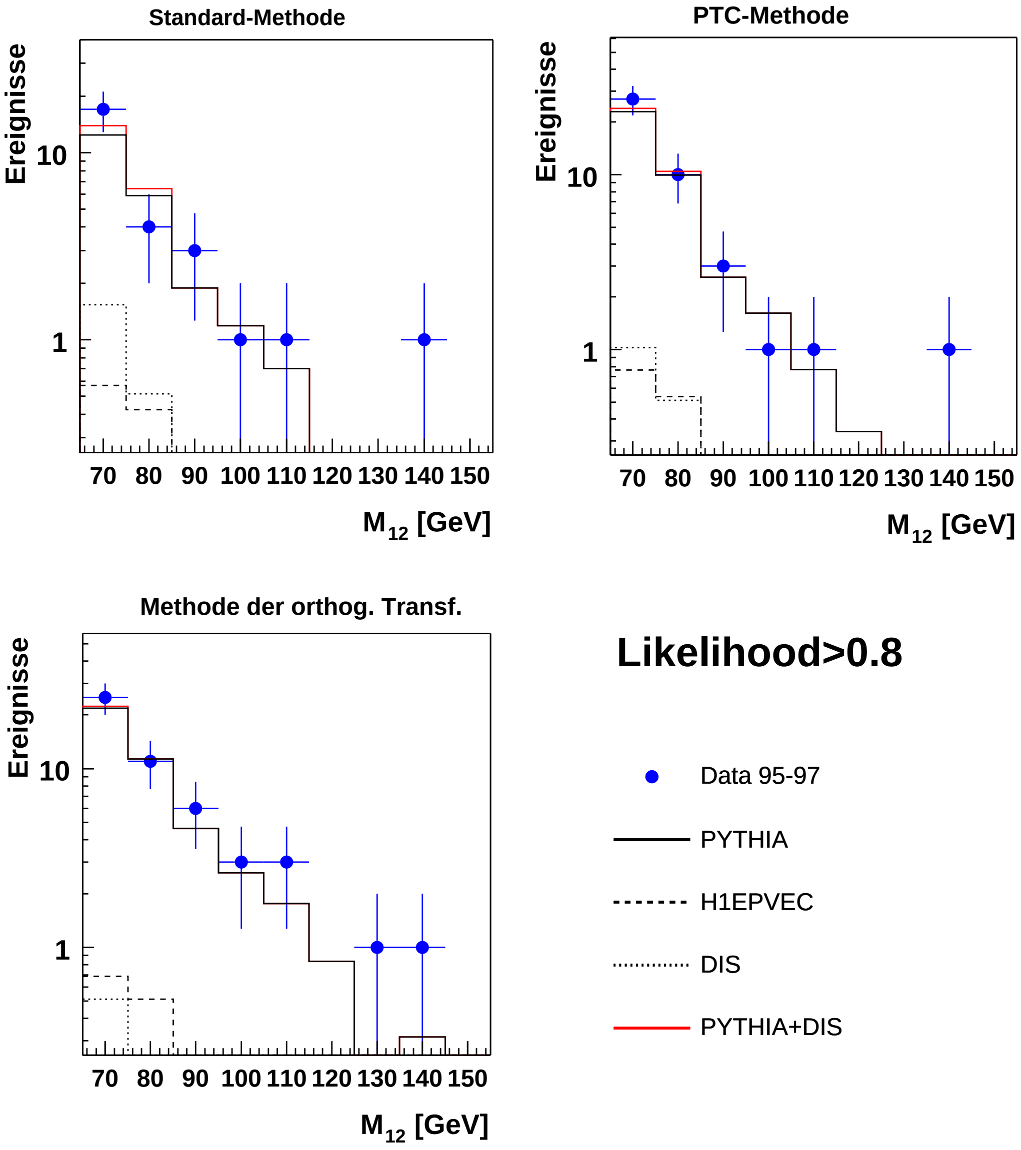

Abb. 7.14: Die invariante Masse aus den zwei Jets nach einem Likelihood-Schnitt bei 0.8 für die drei Methoden. Das Untergrund/Signal-Verhältnis beträgt, in den Massenbins von 65-85 GeV zusammen, für die Standard-Methode 20.6, für die PTC-Methode 25.1 und für die Methode der orthogonalen Transformationen 27.4. Die Daten sind mit ihrem statistischen Fehler gezeigt.

7.2 Versuch einer bestmöglichen Trennung

Zusätzlich zu den 5 Variablen des vorherigen Vergleichs werden noch 4 weitere Variablen benutzt, welche überwiegend von der internen Jet-Struktur abhängen. Diese Variablen zeigen eine große Trennschärfe und eignen sich daher ideal, um ein optimales Untergrund/Signal-Verhältnis zu erreichen. Die Beschreibung der Variablen befindet sich in Sektion 6.2.
Die zusätzlichen Variablen lauten:

- Die mittlere Subjet-Multiplizität der beiden Jets: $(n^{\mathrm{Jet1}} + n^{\mathrm{Jet2}})/2$
- Die mittlere Jet-Shape der beiden Jets mit dem gewählten Parameter $r = 0.4$: $(\Psi^{\mathrm{Jet1}}(0.4) + \Psi^{\mathrm{Jet2}}(0.4))/2$
- Das mittlere radiale Moment der beiden Jets: $(\langle r^{\mathrm{Jet1}}\rangle + \langle r^{\mathrm{Jet2}}\rangle)/2$
- Die Differenz der Transversalimpulse beider Jets: Δp_T

Abbildung 7.15 zeigt die ausgewerteten Likelihood-Funktionen der 9 gewählten Variablen. Durch die relativ großen Unterschiede in den Wahrscheinlichkeitsdichten der neuen Variablen ist die Trennungsschärfe der Likelihood-Methode drastisch gestiegen. Ungefähr ein Drittel der generierten W-Ereignisse haben einen Likelihood-Wert größer 0.95, während ein Drittel der QCD-Prozesse einen Likelihood-Wert kleiner 0.05 aufweist. Im Vergleich mit den vorherigen Likelihood-Analysen, wo 5 eher schwach unterschiedliche Variablen verwendet wurden, sieht man den Einfluß stark diskriminierender Variablen.
Abbildung 7.16 zeigt die invariante Zwei-Jet-Masse, die nicht als Eingabe-Variable benutzt wurde, für die Likelihood-Schnitte 0, 0.5, 0.9, 0.925, 0.95 und 0.975. Ab dem Likelihood-Schnitt von 0.9 aufwärts sind die von H1EPVEC erwarteten Ereignisse für den hadronischen Zerfall des W-Bosons deutlich zu erkennen. Das Untergrund/Signal-Verhältnis fällt stetig mit steigendem Likelihood-Schnittwert. Das beste Verhältnis ergibt sich bei einem Likelihood-Schnitt bei 0.975. Tabelle 7.7 zeigt das Untergrund/Signal-Verhältnis nach dem Likelihood-Schnitt für verschiedene Massenbins. Erwartungsgemäß ist die Anzahl der QCD-Ereignisse im Vergleich zu den W-Ereignissen am kleinsten in dem Massenbin, das die W-Masse von ca. 80 GeV enthält. In diesem Massenbin ($75 - 85$ GeV) beträgt das Untergrund/Signal-Verhältnis 3.3. Damit ist das Verhältnis durch das Likelihood-Verfahren in diesem Massenbin ca. um den Faktor 25 reduziert worden.
Aus der Anzahl der gemessenen Daten läßt sich eine obere Grenze für den Wirkungsquerschnitt der Produktion von W-Bosonen, in denen das W-Boson hadronisch zerfällt, bestimmen. Es bleiben 12 gemessene Ereignisse nach dem Likelihood-Schnitt bei 0.975 übrig (Das Ereignis in dem Massenbin von 125-135 GeV wird nicht mitgezählt, da es jenseits der W-Masse liegt). Geht man von einer Poisson-Verteilung

Massenbin [GeV]	Daten	W	QCD	Untergrund/Signal
65-75	5	0.88	5.15	5.8
75-85	3	0.64	2.12	3.3
85-95	4	0.14	1.31	9.35

Tab. 7.7: Das Verhältnis der von PYTHIA vorhergesagten QCD-Ereignisse zu den von H1EPVEC vorhergesagten W-Ereignissen, in denen das W-Boson hadronisch zerfällt, nach einem Likelihood-Schnitt bei 0.975 in verschiedenen Bins der invarianten Masse aus den zwei Jets. Wie erwartet ist das Verhältnis minimal in dem Bin, das die W-Masse von ca. 80 GeV enthält.

der Daten aus, so ergibt sich aus der kumulativen Poisson-Verteilung, daß in 95 % aller Fälle die Ereigniszahl N nicht den Wert 19.5 überschreitet. Mit der Anzahl S der Ereignisse, die einem hadronischen W-Zerfall entsprechen, und der Anzahl B der Ereignisse, in denen es sich um einen QCD-Prozeß handelt, folgt:

$$N = S + B \leq 19.5 \quad \Rightarrow \quad N \leq 19.5 - B \qquad (95\,\%\,CL\,(\textit{Confidence Level})).$$

Die Effizienz ϵ beträgt unter Berücksichtigung aller Schnitte (inklusive dem Likelihood-Schnitt bei 0.975):

$$\epsilon = 0.06.$$

Die integrierte Luminosität der Daten 1995-1997 beträgt:

$$\mathcal{L} = 34.9\,\mathrm{pb}^{-1}.$$

- Nimmt man an, daß die 12 gemessenen Ereignisse QCD-Prozesse sind, erhält man:

  $$S \leq 7.5.$$

  Daraus ergibt sich für die obere Grenze des Wirkungsquerschnittes $\sigma(eq \to Wq' \to q_w\bar{q}'_w q')$:

  $$\sigma(eq \to Wq' \to q_w\bar{q}'_w q') = \frac{S}{\epsilon\mathcal{L}} \leq \frac{7.5}{0.06 \cdot 34.9} = 3.6\,\mathrm{pb} \qquad (95\,\%\,\mathrm{CL}).$$

- Geht man davon aus, daß die Anzahl B der QCD-Ereignisse durch die QCD-Monte-Carlos gegeben sind, d.h. $B = 8.58$, so folgt für die obere Grenze des Wirkungsquerschnittes $\sigma(eq \to Wq' \to q_w\bar{q}'_w q')$:

  $$\sigma(eq \to Wq' \to q_w\bar{q}'_w q') = \frac{S}{\epsilon\mathcal{L}} \leq \frac{10.92}{0.06 \cdot 34.9} = 5.2\,\mathrm{pb} \qquad (95\,\%\,\mathrm{CL}).$$

Die Abbildungen 7.17 und 7.18 zeigen zwei von den selektierten Ereignissen mit einer hohen Likelihood.

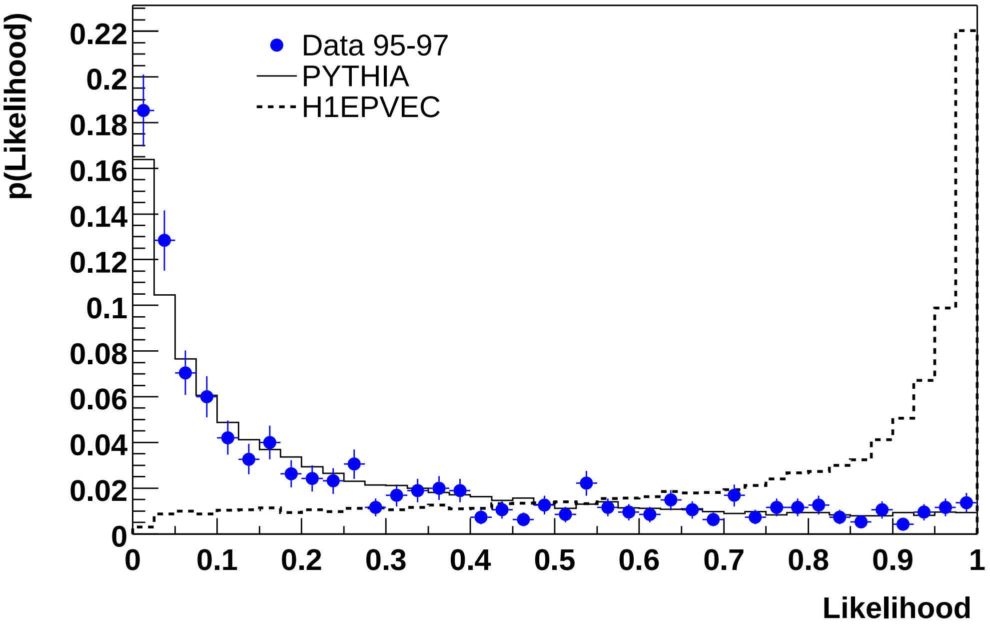

Abb. 7.15: Die normierten Likelihood-Funktionen der 9 gewählten Variablen nach der PTC-Methode. Ungefähr ein Drittel der Signalereignisse haben einen Likelihood-Wert größer 0.95, während ca. ein Drittel der Untergrundereignisse einen Likelihood-Wert kleiner 0.05 haben. Die Daten sind mit ihrem statistischen Fehler gezeigt.

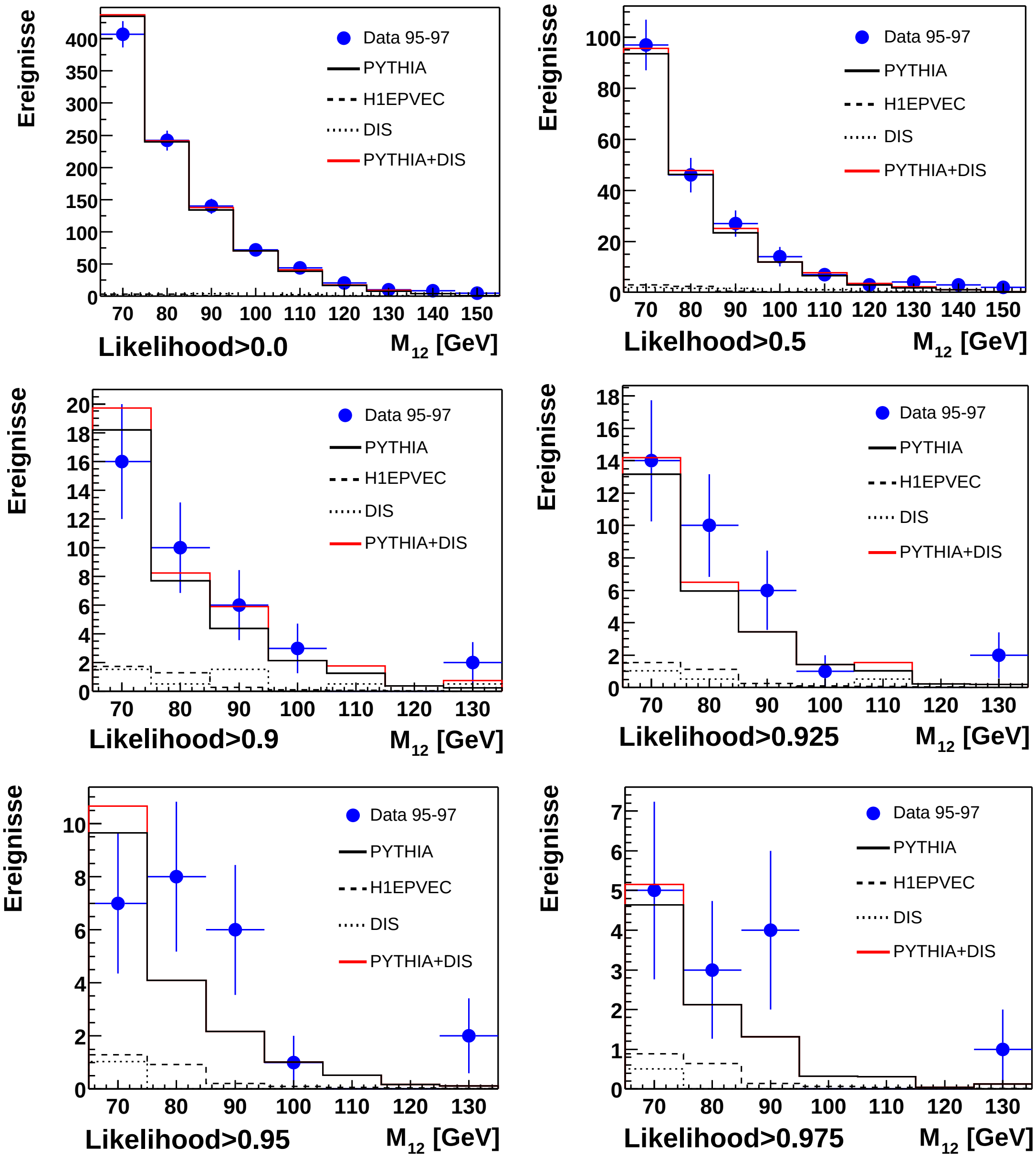

Abb. 7.16: Die invariante Masse aus den zwei Jets nach verschiedenen Schnitten auf die Likelihood-Funktion. Falls der tiefinelastische Untergrund in einem Bin Null ist, ist PYTHIA+DIS nicht gezeigt, sondern nur PYTHIA. Die Daten sind mit ihrem statistischen Fehler eingetragen. Die Abbildung oben links zeigt die invariante Masse aus den zwei Jets ohne Likelihood-Schnitt. Die erwarteten Ereignisse von H1EPVEC sind wegen der hohen Anzahl der Untergrundereignisse kaum zu erkennen. Wird der Likelihood-Schnitt sukzessive angehoben, sinkt auch das Untergrund/Signal-Verhältnis. Die Abbildung unten rechts zeigt die invariante Masse bei einem Likelihood-Schnitt bei 0.975. Hier beträgt das Untergrund/Signal-Verhältnis in dem Massenbin von 75-85 GeV nur noch 3.3.

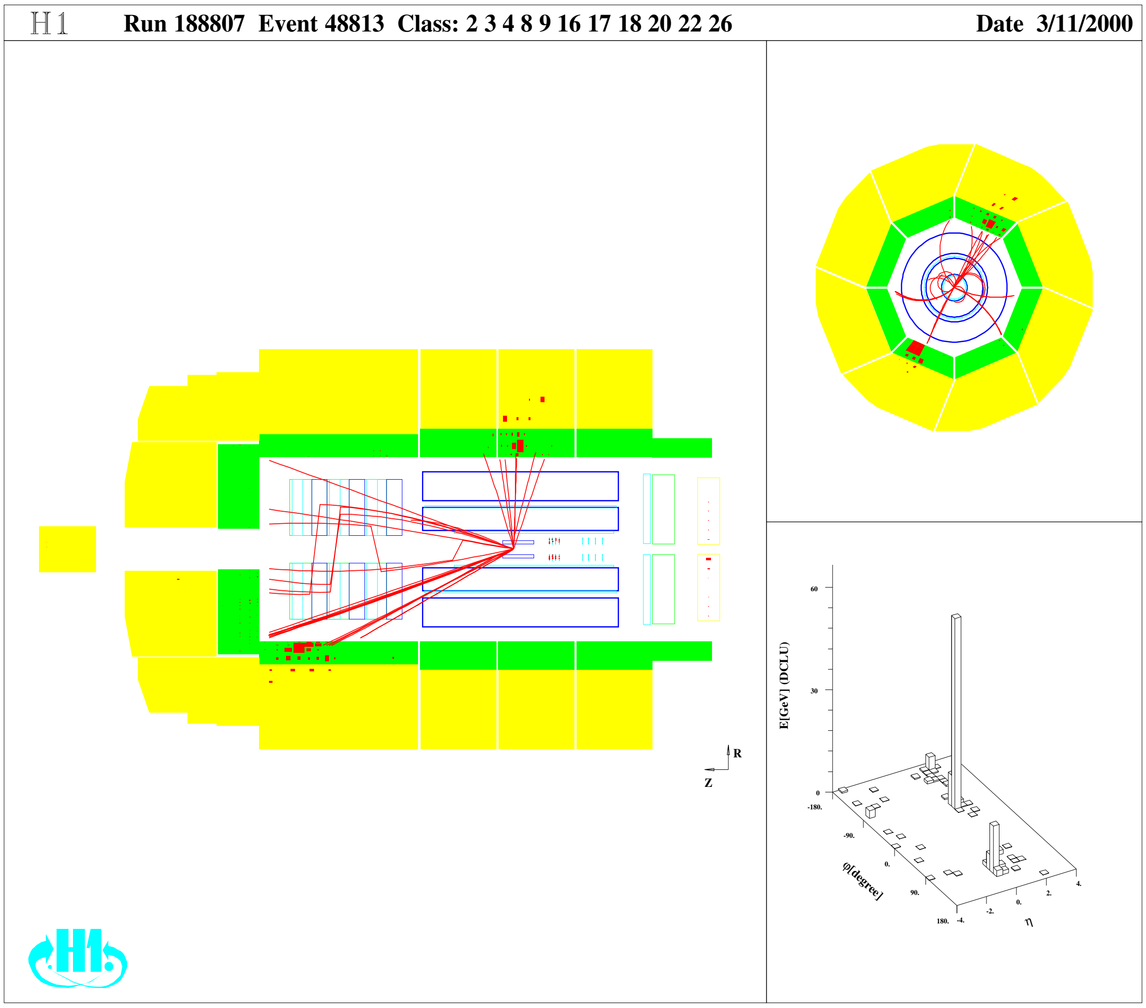

Abb. 7.17: Ein Ereignis mit einem hohen Likelihood-Wert ($L(\mathbf{x}) = 0.99$). Die invariante Masse aus den zwei Jets beträgt 72.8 GeV.

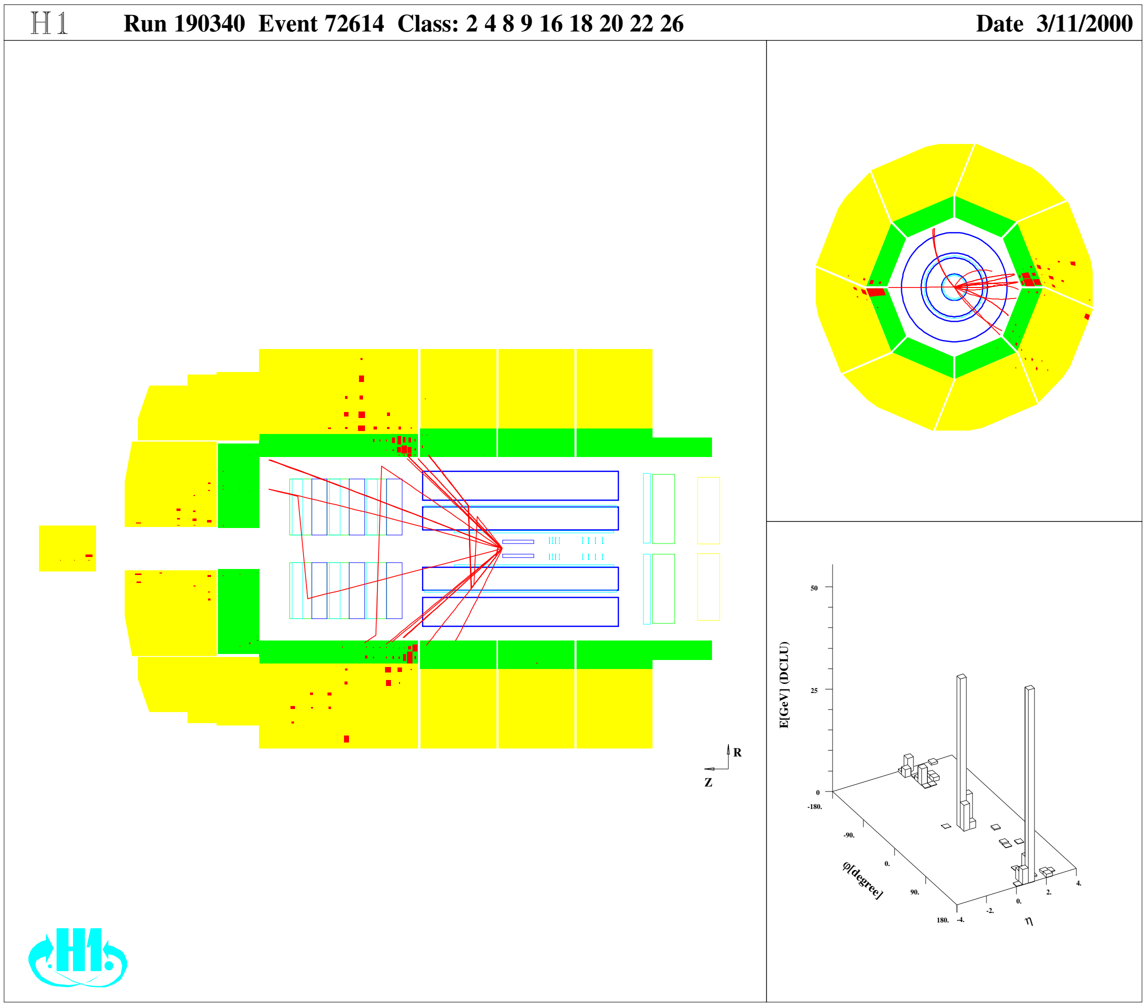

Abb. 7.18: Ein Ereignis mit einem hohen Likelihood-Wert ($L(\mathbf{x}) = 0.99$). Die invariante Masse aus den zwei Jets beträgt 92.6 GeV.

Kapitel 8

Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde ein Verfahren für die Trennung von Signal- und Untergrundprozessen, die Likelihood-Methode, analysiert und auf Jet-Daten in Photoproduktion angewandt. Das Signal besteht aus Prozessen der W-Produktion, in denen das W-Boson hadronisch zerfällt. Die Prozesse der QCD bilden den Untergrund. Die integrierte Luminosität beträgt $34.9\,\mathrm{pb}^{-1}$. Für die Analyse des Verfahrens wurden drei Methoden zur Bestimmung der Likelihood-Funktion untersucht. Die Effizienzen und Reinheiten der drei Methoden weichen im wesentlichen nur geringfügig voneinander ab.
Des weiteren ist versucht worden ein optimales Signal/Untergrund-Verhältnis für den hadronischen W-Zerfall zu erreichen. Dafür wurde die PTC-Methode verwendet. Mit Hilfe von 9 Variablen ist die Likelihood-Funktion bestimmt worden. Dabei wurde die invariante Masse aus den zwei Jets nicht als Eingabe-Variable benutzt. Sie ist für verschiedene Schnitte auf die Likelihood-Funktion in Histogramme eingetragen worden. Bei einem Likelihood-Schnitt bei 0.975 ergibt sich mit Hilfe des entprechenden Histogramms der invarianten Zwei-Jet-Masse eine obere Grenze für die Produktion von W-Bosonen, die hadronisch zerfallen, von 5.2 pb (95 % CL). Dies ist das beste bisher erzielte Ergebnis bei HERA.
In der Analyse wurden die Daten 1995-1997 benutzt. Eine Hinzunahme weiterer Daten wird ein besseres Resultat ermöglichen. In den kommenden Jahren wird durch den Umbau von HERA und die dadurch erfolgende Erhöhung der Luminosität eine gute statistische Basis geschaffen, um den Wirkungsquerschnitt für diese Art von Prozessen zu bestimmen. Des weiteren sollten die Beiträge höherer Ordnung für die W-Produktion in H1EPVEC berücksichtigt werden. Auch sollte dieses Monte-Carlo mit anderen Monte-Carlos, wie z.B. PYTHIA, verglichen werden.
Unter diesen Bedingungen könnten Schlußfolgerungen für den Zerfall des W-Bosons und für das Standard-Modell insgesamt gezogen werden.

Anhang A

Herleitung der PTC-Formeln

Die Transformation auf Gaußform

Die Wahrscheinlichkeitsdichte der standardisierten Normalverteilung einer Variablen x ist:

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}.$$

Die Verteilungsfunktion der standardisierten Normalverteilung ist:

$$\psi(x) = \int_{-\infty}^{x} g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-t^2/2} dt.$$

Das Integral läßt sich in geschlossener Form nicht berechnen. Mit Hilfe der Fehlerfunktion

$$\mathrm{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{x} e^{-t^2} dt, \qquad x \geq 0,$$

läßt sich $\psi(x)$ wie folgt ausdrücken [34]:

$$\begin{aligned} \psi(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-t^2/2} dt \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \int_{-\infty}^{0} e^{-t^2/2} dt + \int_{0}^{x} e^{-t^2/2} dt \right\} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \frac{\sqrt{2\pi}}{2} + \frac{\sqrt{2\pi}}{2} \mathrm{erf}(x/\sqrt{2}) \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left(1 + \mathrm{erf}(x/\sqrt{2}) \right). \end{aligned}$$

Daraus folgt für x:

$$x = \sqrt{2}\mathrm{erf}^{-1}(2\psi(x) - 1).$$

erf^{-1} stellt die inverse Fehlerfunktion dar (siehe Abbildung A.1). Mit der obigen Parametertransformation läßt sich eine beliebige Verteilungsdichte auf Gaußform transformieren.

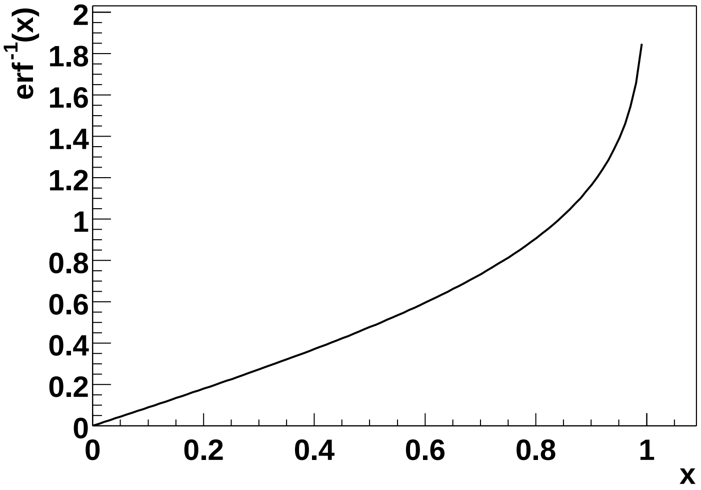

Abb. A.1: Die inverse Fehlerfunktion.

Transformation der Wahrscheinlichkeitsdichte

Wiederholung einiger Bezeichnungen aus Kapitel 4:

- Die Gesamtwahrscheinlichkeitdichte nach der Standard-Methode ist das Produkt aus eindimensionalen Wahrscheinlichkeitsdichten:

  $$P(\mathbf{x}) = \prod_{i}^{n} p_i(x_i).$$

  $p_i(x_i)$ ist die Wahrscheinlichkeitsdichte der Variablen x_i, n die Anzahl der Variablen.

- Die Gesamtwahrscheinlichkeitsdichte nach der PTC-Methode wird im $\mathbf{y}$-Raum durch die n-dimensionale gaußverteilte Dichte $G(\mathbf{y})$ approxmiert, wobei

  $$G(\mathbf{y}) = (2\pi)^{-n/2}|C|^{-1/2}e^{-\frac{1}{2}\mathbf{y}^T C^{-1}\mathbf{y}}.$$

  C^{-1} ist die Inverse der n-dimensionalen Kovarianzmatrix C.

- Die Wahrscheinlichkeitsdichte $G(\mathbf{y})$ im $\mathbf{y}$-Raum wird nach der Transformation in den $\mathbf{x}$-Raum mit $P'(\mathbf{x})$ bezeichnet.

Die approximierte Gesamtwahrscheinlichkeitsdichte im $\mathbf{x}$-Raum, $P'(\mathbf{x})$, und die entsprechende im $\mathbf{y}$-Raum, $G(\mathbf{y})$, müssen nach Aufsummation gleich sein:

$$P'(\mathbf{x})d\mathbf{x} \overset{!}{=} G(\mathbf{y})d\mathbf{y}$$

Für das Transformationsgesetz der Wahrscheinlichkeitsdichten gilt [33]:

$$P'(\mathbf{x}) = \left| J\left(\frac{\mathbf{y}}{\mathbf{x}}\right) \right| G(\mathbf{y}),$$

mit der Jakobi-Matrix:

$$J\left(\frac{\mathbf{y}}{\mathbf{x}}\right), \qquad \text{wobei} \qquad J_{ij} = \frac{\partial y_j}{\partial x_i}.$$

Hier ist

$$y_i(x_i) = \sqrt{2}\mathrm{erf}^{-1}(2F(x_i) - 1),$$

mit der integrierten Verteilungsfunktion:

$$F(x_i) = \int_{-\infty}^{x_i} p(x_i')dx_i'$$

Die Ableitung $\frac{\partial y_j}{\partial x_i}$ wird im folgenden ausgerechnet. Zuerst wird die Fehlerfunktion selbst abgeleitet:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_i}\mathrm{erf}(x_i) &= \frac{\partial}{\partial x_i}\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{x_i} e^{-t^2}\,dt \\ &= 2\sqrt{2}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x_i^2} \\ &= 2\sqrt{2}g(\sqrt{2}x_i). \end{aligned}$$

g ist wieder die Wahrscheinlichkeitsdichte der standardisierten Normalverteilung. Für die Ableitung der inversen Fehlerfunktion erhält man daher:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_i}\mathrm{erf}^{-1}(x_i) &= \left.\frac{1}{\frac{\partial}{\partial x_{\mathrm{io}}}\mathrm{erf}(x_{\mathrm{io}})}\right|_{x_{\mathrm{io}}=\mathrm{erf}^{-1}(x_i)} \\ &= \left.\frac{1}{2\sqrt{2}g(\sqrt{2}x_{\mathrm{io}})}\right|_{x_{\mathrm{io}}=\mathrm{erf}^{-1}(x_i)} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2}g(\sqrt{2}\mathrm{erf}^{-1}(x_i))}. \end{aligned}$$

Daraus folgt für die Ableitung von y_j nach x_i:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial y_j}{\partial x_i} &= \frac{\partial}{\partial x_i}\left\{\sqrt{2}\mathrm{erf}^{-1}(2F(x_j)-1)\right\} \\
&= \sqrt{2}\frac{\partial}{\partial x_i}\left\{\mathrm{erf}^{-1}(2F(x_j)-1)\right\} 2\frac{\partial}{\partial x_i}\left\{F(x_j)\right\}\delta_{ij} \\
&= \sqrt{2}\frac{1}{2\sqrt{2}g(\sqrt{2}\mathrm{erf}^{-1}(2F(x_j)-1))}2p(x_j)\delta_{ij} \\
&= \frac{p(x_i)}{g(y_i)}\delta_{ij}.
\end{aligned}$$

und man erhält schließlich für die Jakobi-Determinante:

$$\left|J\left(\frac{\mathbf{y}}{\mathbf{x}}\right)\right| = \prod_i^n \frac{p_i(x_i)}{g(y_i)}.$$

Für die genäherte Wahrscheinlichkeitsdichte $P'(\mathbf{x})$ im $\mathbf{x}$-Raum ergibt sich damit:

$$\begin{aligned}
P'(\mathbf{x}) &= \left|J\left(\frac{\mathbf{y}}{\mathbf{x}}\right)\right| G(\mathbf{y}) \\
&= \frac{G(\mathbf{y})}{\prod_i^n g(y_i)}\prod_i^n p(x_i) \\
&= \frac{G(\mathbf{y})}{(2\pi)^{-n/2}e^{-\frac{1}{2}\mathbf{y}^T\mathbf{y}}}\prod_i^n p(x_i).
\end{aligned}$$

Man kann also schreiben:

$$P'(\mathbf{x}) = c(\mathbf{x})P(\mathbf{x}),$$

mit

$$c(\mathbf{x}) = \frac{G(\mathbf{y})}{\prod_i^n g(y_i)}.$$

Setzt man $G(\mathbf{y})$ ein, so folgt für den Korrekturfaktor:

$$c(\mathbf{x}) = \frac{e^{-\frac{1}{2}\mathbf{y}^T(C^{-1}-I)\mathbf{y}}}{|C|^{1/2}}.$$

$\mathbf{y}^T$ steht für den transponierten Vektor $\mathbf{y}$, und I steht für die Einheitsmatrix. Insgesamt erhält man damit für die approximierte Wahrscheinlichkeitsdichte:

$$P'(\mathbf{x}) = \frac{e^{-\frac{1}{2}\mathbf{y}^T(C^{-1}-I)\mathbf{y}}}{|C|^{1/2}}P(\mathbf{x}).$$

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Literaturverzeichnis

[1] M. Kitahara, M. Marui, N. Oshimo, T. Saito, A. Sugamoto, *CP odd anomalous W boson couplings from supersymmetry*, Eur.Phys.J.C4 (1998) 661.

[2] C.P. Burgess, A. Pilaftsis, *Anomalous vector boson couplings in majorana neutrino models*, Phys.Lett.B333 (1994) 427.

[3] E. Asakawa, M. Marui, N. Oshimo, T. Saito, A. Sugamoto, *CP odd WWZ couplings induced by vector - like quarks*, Eur.Phys.J.C10 (1999) 327.

[4] H1 Collaboration, *W production in ep collisions at HERA*, submitted to ICHEP2000, Osaka, Japan, July 2000.

[5] H1 Collaboration, I. Abt et al., *The H1 detector at HERA*, Nucl. Instr. and Meth. A386 (1997) 310.

[6] H1 Collaboration, I. Abt et al., *The H1 detector at HERA*, Nucl. Instr. and Meth. A386 (1997) 348.

[7] H1 SPACAL Group, T. Nicholls et al., Nucl.Instr.Meth.A374 (1996) 149.

[8] M. Klasen, T. Kleinwort, G. Kramer, *Inclusive jet production in γp and $\gamma\gamma$ processes: direct and resolved photon cross sections in next-to-leading order QCD*, hep-ph/9712256.

[9] B. Potter, *Inclusive single and dijet rates in next-to-leading order qcd for gamma* p and gamma* gamma collisions*, Eur.Phys.J.direct C5 (1999) 1.

[10] M. Erdmann, *The partonic structure of the photon: photoproduction at the lepton - proton collider HERA*, DESY-96-090, May 1996.

[11] S. Catani, Yu.L. Dokshitzer, B.R. Webber, *The k-perpendicular clustering algorithm for jets in deep inelastic scattering and hadron collisions*, Phys.Lett.B285 (1992) 291.

[12] S. D. Ellis, D. E. Soper, *Successive combination jet algorithm for hadron collisions*, Phys.Rev.D48 (1993) 3160.

[13] G. A. Schuler, T. Sjöstrand, *Towards a complete description of high-energy photoproduction*, CERN-TH.6796/93.

[14] C.F.v. Weizsäcker, *Radiation emitted in collisions of very fast electrons*, Z.Phys.88 (1934) 612.
E.J. Williams, *Nature of the high-energy particles of penetrating radiation and status of ionization and radiation formulae*, Phys.Rev.45 (1934) 729.

[15] ZEUS Collaboration, J. Breitweg et al., *W production and the search for events with an isolated high-energy lepton and missing transverse momentum at HERA*, Phys.Lett.B471 (2000) 411.

[16] M. Gluck, E. Reya, M. Stratmann , *The parton content of virtual photons*, Phys.Rev.D51 (1995) 3220.

[17] W. A. Bardeen, A.J. Buras, D.W. Duke, T. Muta, *Deep inelastic scattering beyond the leading order in asymptotically free gauge theories*, Phys.Rev.D18 (1978) 3998.

[18] M. Spira, *W boson production at NLO*, hep-ph/9905469.

[19] U. Baur, J.A.M. Vermaseren, D. Zeppenfeld, *Electroweak vector boson production in high-energy ep collisions*, Nucl.Phys.B375 (1992) 3.

[20] M. Bengtsson, T. Sjöstrand, *Coherent parton showers vs. matrix elements: implications of PETRA - PEP data*, Phys.Lett.B185 (1987) 435.

[21] G. Altarelli, G. Parisi, *Asymptotic freedom in parton language*, Nucl.Phys.B126 (1977) 298.

[22] L. Lonnblad, *ARIADNE version 4: a program for simulation of QCD cascades implementing the color dipole model*, Comput.Phys.Commun.71 (1992) 15.

[23] M. Peskin, D.V. Schroeder, *An introduction to quantum field theory*, Addison Wesley.

[24] T. Sjöstrand, *Event generators in particle physics*, CERN-TH/95-10.

[25] K. Rosenbauer, *Suche nach Leptoquarks und Leptogluonen im H1-Experiment bei HERA*, PITHA 95/16.

[26] B.R. Webber, *A QCD model for jet fragmentation including soft gluon interference*, Nucl.Phys.B238 (1984) 492.

[27] B. Andersson, G. Gustafson, G. Ingelman, T. Sjöstrand, *Parton fragmentation and string dynamics*, Phys.Rept.97 (1983) 31.

[28] B. Andersson, G. Gustafson, M. Ringner, P.J. Sutton, *The Feynman-Wilson gas and the Lund model*, Eur.Phys.J.C7 (1999) 251.

[29] T. Sjöstrand, M. Bengtsson, *The Lund monte carlo for jet fragmentation and e^+e^- physics: JETSET version 6.3: an update*, Comput.Phys.Commun.43 (1987) 367.

[30] G. Marchesini, B.R. Webber, G. Abbiendi, I.G. Knowles, M.H. Seymour, L. Stanco, *HERWIG: a monte carlo event generator for simulating hadron emission reactions with interfering gluons. version 5.1 - April 1991*, Comput.Phys.Commun.67 (1992) 465.

[31] J. Meyer, ed., et al., *Guide to simulation program H1SIM*, internal H1 software package, H1 Software Note No. 3 (1991).

[32] internal H1 software package

[33] V. Blobel, E. Lohrmann, *Statistische und numerische Methoden zur Datenanalyse*, Teubner (1998).

[34] S. Brandt, *Datenanalyse*, Spektrum (1999).

[35] D. Karlen, *Using projections and correlations to approximate probability distributions*, Computers in Physics 12 (1998) 380.

[36] G. Cowan, *Statistical data analysis*, Oxford Science Publications (1998).

[37] H. Albrecht et al., *A guide to PHAN, an H1 physics analysis package*, internal H1 software package.

[38] J.Ebert, J.Marks, A.Mehta, J.Phillips, L.West., *HFS - a software package to cope with the Hadronic Final State*, http://www-h1.desy.de/iwork/iescale/hfs/hfs.html.

[39] S. Caron, *Doktorarbeit*, in Vorbereitung.

[40] K. Charchula, G.A. Schuler, H. Spiesberger, *Combined QED and QCD radiative effects in deep inelastic lepton - proton scattering: the monte carlo generator DJANGO6*, Comput.Phys.Commun.81 (1994) 381.

[41] T. Sjöstrand, *High-energy physics event generation with PYTHIA 5.7 and JETSET 7.4*, Comput.Phys.Commun.82 (1994) 74.

[42] E. Chabert et al. Marseille, *An updated PHAN package for cosmic and halomuon topological rejection in high Pt physics analysis*, internal H1 software package, H1 Internal Note h1-1198-556 (1998).

[43] internal H1 software package.

[44] M. Seymour, *The subjet multiplicity in quark and gluon jets*, hep-ph/9603281

[45] K. Konishi, A. Ukawa and G. Veniziano, *A Simple Algorithm for QCD Jets*, Phys. Lett. B78 (1976) 402.

[46] S. Catani, B.R. Webber, Yu.L. Dokshitzer, F. Fiorani, *Average multiplicities in two and three jet* e^+e^- *annihilation events* Nucl.PhysB383 (1992) 419.

[47] OPAL Collboration, *Multiplicity distributions of gluon and quark jets and tests of QCD analytic predictions*, hep-ex/9708029 (1997).

[48] OPAL Collboration, *Experimental properties of gluon and quark jets from a point source*, Eur.Phys.J.C11 (1999) 217.

[49] M. Klasen, G. Kramer, *Jet shapes in ep and* $p\bar{p}$ *Collisions in NLO QCD*, hep-ph/9701247.

[50] M.H. Seymour, *Jet shapes in hadron collisions: higher orders, resummation and hadronization*, Nucl.Phys.B513 (1998) 269.

[51] W.T. Giele, E.W.N. Glover, David A. Kosower, *Jet investigations using the radial moment*, Phys.Rev.D57 (1998) 1878.

[52] ZEUS Collaboration, M. Derrick et al., *Dijet angular distributions in direct and resolved photoproduction at HERA*, Phys.Lett.B384 (1996) 401.

[53] D.E. Groom et al., *Review of particle physics. Particle data group.*, Eur.Phys.J.C15 (2000) 1.

[54] OPAL Collaboration (G. Abbiendi et al.), W^+W^- *production and triple gauge boson couplings at LEP energies up to 183 GeV*, Eur.Phys.J.C8 (1999) 191.
OPAL Collaboration (G. Abbiendi et al.), *Measurement of the W mass and width in* e^+e^- *collisions at 183 GeV*, Phys.Lett.B453 (1999) 138.
OPAL Collaboration (G. Abbiendi et al.), W^+W^- *production cross-section and W branching fractions in* e^+e^- *collisions at 189 GeV*, hep-ex/0009019.
OPAL Collaboration (G. Abbiendi et al.), *Measurement of triple gauge boson couplings from* W^+W^- *Production at LEP energies up to 189 GeV*, hep-ex/0009022.
OPAL Collaboration (G. Abbiendi et al.), *A measurement of the rate of charm production in W decays*, Phys.Lett.B490 (2000) 71.
OPAL Collaboration (K. Ackerstaff et al.), *Measurement of the W boson mass and* W^+W^- *production and decay properties in* e^+e^- *collisions at s**(1/2) = 172 GeV*, Eur.Phys.J.C1 (1998) 395.

Danksagung

Es ist mir eine Freude all denjenigen zu danken, die es mir ermöglicht haben diese Arbeit zu beginnen und zu Ende zu führen. Bei Herrn Prof. Dr. Ch. Berger möchte ich mich für die Arbeitstellung, das Vertrauen und die Betreuung bedanken. Herrn Prof. Dr. A. Böhm danke ich für die Übernahme des Koreferats. Besonderer Dank gebührt auch den Leuten, die mir auf dem langen Weg stets zur Seite standen: Sascha Caron, Boris Leissner, Carlo Duprel, Markus Wobisch, Ingo Strauch, Jürgen Scheins, Thomas Kluge, Adil Aktas, Thomas Hadig, Martin Wessels, Martin Hennecke, Peer-Oliver Meyer, Klaus Rabbertz, Jan Olzem, Anja Vest und Roman Adolphi.
Ein großer Dank geht auch an die H1 Kollaboration insgesamt.