UNIVERSITE LIBRE DE BRUXELLES
FACULTE DES SCIENCES

Mesure de la structure en hélicité de la réaction $e + p \rightarrow e + \rho + Y$ en fonction de t à HERA

Helicity structure measurement of the reaction $e + p \rightarrow e + \rho + Y$ as a function of t at HERA

Dissertation présentée en vue
de l'obtention du titre de
Docteur en Sciences

Caroline COLLARD

Octobre 2002

Foreword

This thesis has been presented in French. In order to reach a larger audience, I have translated in English the theoretical chapter (chaper 2) into appendix E. The analysis corresponding to chapters 4 to 6 is described in paper [27].

Résumé

Cette thèse porte sur l'étude de la production diffractive de mésons vecteurs ρ au collisionneur électrons-protons HERA situé sur le site du laboratoire DESY à Hambourg, et en particulier sur l'étude de la structure en hélicité de la réaction $e + p \to e + \rho + Y$, où Y est le proton diffusé (intact ou dissocié). Elle s'intègre dans la recherche d'une meilleure compréhension des interactions diffractives en physique des hautes énergies, et ce dans le cadre de la théorie chromodynamique quantique (QCD). Les données étudiées ont été accumulées pendant l'année 1997 par le détecteur H1 et correspondent à une luminosité intégrée de 6 pb^{-1}. Le domaine cinématique est défini par des valeurs de la virtualité Q^2 du photon intermédiaire comprises entre 2.5 et 60 GeV^2, une énergie W disponible dans le centre de masse photon-proton comprise entre 40 et 120 GeV et des valeurs de t', le carré de l'impulsion transverse transférée au proton, jusqu'à 3 GeV^2.

Le travail a consisté principalement en l'analyse des distributions des angles Φ, φ et $\cos\theta^*$, qui caractérisent la production et la désintégration du méson ρ, dans le système d'hélicité. Les mesures des éléments r^{04}_{00}, r^{04}_{1-1}, $r^5_{00} + 2r^5_{11}$ et $r^1_{00} + 2r^1_{11}$ de la matrice densité de spin du méson ρ ont été extraites pour cinq intervalles en t'. Une violation significative de la conservation de l'hélicité dans le canal s ($SCHC$) a été observée, les combinaisons $r^5_{00} + 2r^5_{11}$ et $r^1_{00} + 2r^1_{11}$ étant non nulles. Cette violation s'accentue avec t' et est associée à l'amplitude d'hélicité T_{01} correspondant à la production d'un méson ρ polarisé longitudinalement par un photon transverse. La mesure de l'élément r^{04}_{1-1} indique une légère déviation par rapport à $SCHC$ attribuée à l'amplitude T_{10} associée à la production d'un méson ρ polarisé transversalement par un photon longitudinal. L'élément r^{04}_{00} qui donne la probabilité que le méson ρ soit polarisé longitudinalement est essentiellement indépendant de t', ce qui implique des dépendances en t' similaires pour les amplitudes sans changement d'hélicité T_{00} et T_{11}. Ces comportements sont prédits par différents modèles théoriques basés sur une approche perturbative de la chromodynamique quantique. Un ajustement global du modèle de Ivanov et Kirschner aux mesures de cette thèse a conduit à l'estimation des deux paramètres de ce modèle : γ (la dimension anomale des gluons) $= 0.59 \pm 0.10$ et $\langle M \rangle$ (la masse effective de la paire $q\bar{q}$) $= 0.58 \pm 0.05$ GeV.

Abstract

The subject of this thesis is the study of diffractive ρ vector meson production at the electron-proton collider HERA, and in particular the study of the helicity structure of the reaction $e+p \to e + \rho + Y$, where Y is the (elastic or dissociated) scattered proton. This thesis is part of the search for a better understanding of diffractive interactions in high energy physics, in the frame of quantum chromodynamic (QCD). The data have been collected during the year 1997 by the H1 detector, corresponding to an integrated luminosity of 6 pb^{-1}. The kinematical domain is defined by a photon virtuality Q^2 comprised between 2.5 and 60 GeV^2, a hadronic centre of mass energy in the range $40 < W < 120$ GeV and the square of the transverse momentum transfered to the proton t' up to 3 GeV^2.

The work consists mainly in an analysis of the distributions of the angles Φ, φ and $\cos\theta^*$, which characterise ρ meson production and decay, in the helicity frame. A measurement of the ρ spin density matrix elements r^{04}_{00}, r^{04}_{1-1}, $r^5_{00} + 2r^5_{11}$ and $r^1_{00} + 2r^1_{11}$ has been extracted in 5 bins in t'. A significant violation of s channel helicity conservation ($SCHC$) has been observed, the combinations $r^5_{00} + 2r^5_{11}$ and $r^1_{00} + 2r^1_{11}$ being non-zero. This violation rises with t' and is associated to the helicity amplitude T_{01} corresponding to the production of a longitudinally polarised ρ meson by a transverse photon. The measurement of the r^{04}_{1-1} element indicates a small deviation from $SCHC$ due to the helicity amplitude T_{10} of the production of a transversally polarised ρ meson by a longitudinal photon. The r^{04}_{00} element, which gives the probability to find a longitudinally polarised ρ meson, is independent of t', indicating similar t' dependences for the amplitudes T_{00} and T_{11} without helicity change. Those behaviours are predicted by differents theoretical models based on a perturbative approach of quantum chromodynamic. A global fit of the model of Ivanov and Kirschner to the results of this thesis provides a measurement of the two parameters: the gluon anomalous dimension $\gamma = 0.59 \pm 0.10$ and the effective mass of the $q\bar{q}$ pair $\langle M \rangle = 0.58 \pm 0.05$ GeV.

Sommaire

Chapitre 1

Introduction

Ce travail se situe dans le cadre de l'étude de la diffraction en physique des hautes énergies. La diffraction, déjà bien connue dans le domaine de l'optique, a été largement étudiée en physique des particules élémentaires dans les années 1970. Les résultats des expériences hadrons-hadrons sur cible fixe étaient alors bien décrits par la théorie phénoménologique de Regge [1].

Dès le commencement de la prise de données au collisionneur électrons-protons (ep) HERA à DESY, où l'énergie dans le centre de masse avoisine 300 GeV, des événements dépourvus de particules dans une partie importante de l'espace de phase ($e + p \to e + X + p$) ont été observés pour des valeurs de la virtualité du photon intermédiaire, Q^2, supérieure à quelques GeV^2 [2]. Ce type d'événements appartient à la classe diffractive : à haute énergie, le photon émis par l'électron interagit avec le proton par l'échange d'un objet neutre de couleur, le pomeron.

Comprendre le mécanisme de l'interaction diffractive dans le cadre de la théorie des interactions fortes, la chromodynamique quantique (QCD), est une question fondamentale. En effet, la diffraction gouverne le comportement à haute énergie de la section efficace élastique et, grâce au théorème optique, celui de la section efficace totale pour les interactions hadrons-hadrons. On a observé que les sections efficaces $\bar{p}p$, pp, πp, Kp et γp augmentent lentement avec l'énergie $\sqrt{s}$ du centre de masse, pour $\sqrt{s} \geq 20$ GeV, suivant la loi de puissance $\sigma_{tot} \propto s^{0.08}$ associée à l'échange du pomeron [3]. Cette augmentation est toutefois incompatible à très haute énergie avec les bornes de Froissart provenant de la condition d'unitarité de la matrice S. Il est donc vital de comprendre comment la théorie QCD permet d'atténuer la croissance de la section efficace totale à très haute énergie.

L'étude des mésons vecteurs constitue un laboratoire précieux pour comprendre la nature du pomeron en terme de quarks et de gluons, le système X se réduisant au seul méson vecteur (VM). L'étude de la section efficace de production de mésons ρ, ω, ϕ, J/Ψ, Ψ', Υ ou de photons réels (processus DVCS) a déjà fait l'objet de plusieurs analyses par les expériences H1 [4–12] et ZEUS [13–26] à HERA, que ce soit en fonction de la virtualité Q^2 du photon, de l'énergie W du centre de masse $\gamma^{(*)}p$ ou du carré t de l'impulsion transférée au pomeron.

Dans cette thèse, nous nous concentrons sur l'étude de la structure en hélicité de la production de mésons vecteurs ρ dans le domaine cinématique $2.5 < Q^2 < 60$ GeV^2, $40 < W <$

120 GeV et $t' < 3.$ GeV^2 [27], où $t' = |t| - |t|_{min}$ [1]. Celle-ci représente un élément important pour élucider le mécanisme de la diffraction dans le cadre de la théorie QCD puisqu'elle porte sur le transfert de moment cinétique. Dans les modèles [28–33] basés sur la théorie QCD perturbative, la réaction $\gamma + p \rightarrow VM + p$ est décrite comme suit : le photon fluctue en une paire $q\bar{q}$ formant un dipôle de couleur ; le dipôle interagit ensuite avec le proton par échange de deux gluons, qui modélise ainsi l'échange du pomeron ; le dipôle se recombine finalement pour former le méson vecteur. Pour que l'hélicité du méson vecteur soit différente de celle du photon, il faut que la paire de gluons modifie par un transfert d'impulsion transverse le moment angulaire orbital de la paire $q\bar{q}$ [31–33]. La confrontation des résultats aux prédictions des modèles permet de confirmer ou d'infirmer les hypothèses de base utilisées.

La mesure des éléments de la matrice densité de spin, extraits à partir de l'étude des distributions angulaires caractérisant la production et la désintégration du méson vecteur, permet d'accéder à l'hélicité du photon et à celle du méson. Cette thèse présente les résultats d'une telle analyse en fonction du carré t' de l'impulsion transverse transférée [27].

1.1 Mésons vecteurs

Un méson vecteur est un méson (particule formée d'un quark et d'un antiquark de valence) possédant les caractéristiques d'un vecteur sous Poincarré et antisymétrique sous les transformations de charge et de parité ($J^{PC} = 1^{--}$), les mêmes que celles du photon. Une liste exhaustive des mésons vecteurs connus est donnée à la référence [34]. Nous ne citons ici que les mésons vecteurs spécialement importants dans le cadre de cette thèse, à savoir les mésons légers ρ, ω, ϕ et ρ' et les mésons lourds J/Ψ et Υ, dont la masse M_{VM} et la largeur Γ_{VM} sont reprises à la table 1.1. Les mésons légers se désintègrent par interaction forte alors que les mésons lourds se désintègrent par interaction électrofaible. Pour le mésons ρ, le canal le plus important est $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$, le taux de branchement étant supérieur à 99 %.

Méson vecteur	Masse (M_{VM})	Largeur (Γ_{VM})
ρ	771.1 MeV ± 0.9 MeV	149.2 MeV ± 0.7 MeV
ω	782.57 MeV ± 0.12 MeV	8.44 MeV ± 0.09 MeV
ϕ	1019.46 MeV ± 0.02 MeV	4.26 MeV ± 0.05 MeV
ρ'	1465 MeV ± 25 MeV	310 MeV ± 60 MeV
ρ'	1700 MeV ± 20 MeV	240 MeV ± 60 MeV
J/Ψ	3096.87 MeV ± 0.04 MeV	87 keV ± 5 keV
Υ	9460.30 MeV ± 0.26 MeV	52.5 keV ± 1.8 keV

Table 1.1: Liste des mésons vecteurs importants pour cette thèse, les valeurs des masses et largeurs sont tirées de la référence [34].

La production diffractive de mésons vecteurs (VM)

$$e + p \rightarrow e + VM + Y \tag{1.1}$$

---

[1] La variable $|t|_{min}$ est définie plus loin aux équations 1.7 et 1.8.

est présentée à la figure 1.1 où le proton diffusé Y peut soit rester intact soit se dissocier en un système hadronique de petite masse M_Y ($M_Y \ll W$, où W est l'énergie disponible dans le centre de masse $\gamma^{(*)}p$). Dans le premier cas, on parle de diffusion élastique, dans le second d'interaction avec dissociation du proton.

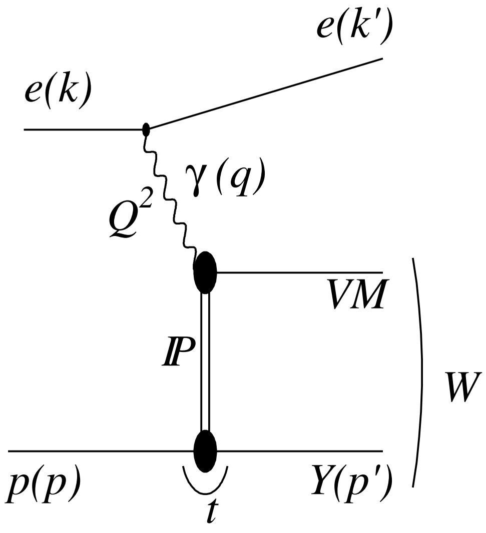


Figure 1.1: Production exclusive de mésons vecteurs (VM) par interaction électron-proton.

L'échange d'un pomeron ($I\!P$), objet neutre de couleur et portant les nombres quantiques du vide ($J^{PC} = 0^{++}$), a lieu entre le proton et le photon émis par l'électron. Il peut être décrit à l'ordre le plus bas dans une approche perturbative de la théorie QCD (pQCD) par un échange de deux gluons [2] [28,29]. Les calculs en théorie QCD perturbative ne sont valables qu'en présence d'une échelle "dure", correspondant à un processus d'interaction caractérisé par de petites distances et une petite valeur de la constante de couplage forte $\alpha_S \ll 1$. Différentes échelles dures sont possibles : la virtualité Q^2 du photon, la masse m_q d'un des quarks constituants du méson vecteur ou le carré t de l'impulsion transférée au pomeron.

1.2 Cinématique

Les variables k, k', p, p' et $q = k - k'$ représentées sur la figure 1.1 sont respectivement les quadri-impulsions de l'électron incident, de l'électron diffusé, du proton incident, du système

---

[2] Ce qui est en accord avec le résultat expérimental que le pomeron est constitué majoritairement de gluons à HERA [35].

Y et du photon intermédiaire. Elles permettent de définir la cinématique de la réaction 1.1 :

$$\begin{aligned}
s &= (p+k)^2 \\
W^2 &= (p+q)^2 \\
Q^2 &= -q^2 \\
x &= \frac{-q^2}{2p\cdot q} \\
y &= \frac{p\cdot q}{p\cdot k} \\
t &= (p-p')^2 \\
x_{I\!P} &= \frac{q\cdot(p-p')}{q\cdot p} = \frac{Q^2+M_{VM}^2-t}{Q^2+W^2-m_p^2} \\
\beta &= \frac{x}{x_{I\!P}} = \frac{-q^2}{2q\cdot(p-p')} = \frac{Q^2}{Q^2+M_{VM}^2-t}.
\end{aligned} \tag{1.2}$$

La variable s est le carré de l'énergie du centre de masse ep alors que W est l'énergie disponible dans le centre de masse $\gamma^{(*)}p$. La virtualité Q^2 du photon est égale à l'opposé du carré de la quadri-impulsion de celui-ci. Les variables x et y sont les invariants de Bjorken. Dans le référentiel de Breit (référentiel où le proton est en mouvement rapide, où le photon est de type purement espace et où la composante longitudinale de l'impulsion du quark touché change de signe lors de l'interaction), x est la fraction d'impulsion du proton portée par le quark intervenant dans l'interaction. Dans le référentiel du proton au repos, y représente la fraction d'énergie de l'électron incident emportée par le photon.

Pour décrire les interactions diffractives, on introduit également le carré t de la quadri-impulsion transférée au vertex du proton, et les variables cinématiques $x_{I\!P}$ et β. Dans le référentiel du proton en mouvement rapide, $x_{I\!P}$ peut être interprété comme la fraction d'impulsion du proton portée par le pomeron et β la fraction de l'impulsion échangée portée par le quark sondé par le photon. Dans le cas de la production de mésons vecteurs légers à grand Q^2, β est proche de 1.

En négligeant les masses de l'électron m_e et du proton m_p, les différentes variables cinématiques présentées sont reliées entre elles par les relations :

$$Q^2 = xys \tag{1.3}$$

$$W^2 = Q^2(\frac{1}{x}-1) \tag{1.4}$$

$$W^2 \simeq ys \quad (\text{pour } x \ll 1). \tag{1.5}$$

Pour les événements où le photon intermédiaire est réel ($Q^2 \simeq 0$ GeV^2), on parlera de photoproduction. Lorsque la virtualité Q^2 correspond au domaine de la diffusion profondément inélastique (Q^2 supérieur à quelques GeV^2), on parlera d'électroproduction.

Nous définissons également la variable cinématique t' :

$$t' = |t| - |t|_{min} \tag{1.6}$$

où la variable $|t|_{min}$ est la valeur minimale de $|t|$ cinématiquement requise pour que le méson vecteur et le système Y acquièrent leur masse ; elle est approximée par

$$|t|_{min} \simeq \frac{(M_{VM}^2 + Q^2)^2 m_p^2}{W^4} \tag{1.7}$$

dans le cas de production élastique de méson vecteur et par

$$|t|_{min} \simeq \frac{(M_{VM}^2 + Q^2)(M_Y^2 - m_p^2)}{W^2} \tag{1.8}$$

lorsque l'interaction a lieu avec dissociation du proton diffusé [36]. La variable t', qui est bien approchée par le carré de l'impulsion transverse transférée à la cible (système Y), est la variable dynamique pertinente pour notre étude.

1.3 Angles caractérisant la production et la désintégration du méson vecteur

Afin de définir la production diffractive de mésons vecteurs se désintégrant en deux particules chargées, trois angles sont utilisés. Leur définition dépend du système de référence dans lequel on travaille, en particulier [37] le système d'hélicité, le système de Gottfried et Jackson et le système d'Adlair, qui diffèrent par le choix de l'axe de quantification du spin, défini comme l'axe z. Dans le cas du système d'hélicité, l'axe z est pris selon la direction opposée à celle du système Y, dans le référentiel au repos du méson vecteur. Dans le système de Gottfried et Jackson, il s'agit de la direction du photon incident dans le référentiel au repos du méson vecteur, tandis que dans le système d'Adlair, l'axe z est choisi le long de cette même direction dans le référentiel du centre de masse $\gamma^{(*)}p$. On préfèrera utiliser le système d'hélicité pour étudier la conservation de l'hélicité dans le canal s, le système de Gottfried et Jackson pour la conservation de l'hélicité dans le canal t et le système d'Adlair pour l'indépendance de spin dans le canal s.

Les angles caractérisant la production et la désintégration d'un méson ρ sont définis de la façon suivante (voir figure 1.2) [3] :

- l'angle Φ est l'angle entre le plan de production du méson ρ et le plan de diffusion de l'électron, dans le référentiel du centre de masse $\gamma^{(*)}p$;
- l'angle φ est l'angle entre les plans de production et de désintégration du méson ρ, dans le référentiel du centre de masse $\gamma^{(*)}p$;
- l'angle θ^* est l'angle polaire du pion chargé positivement, dans le référentiel au repos du méson ρ.

---

[3] Dans le cas de la désintégration d'un méson en trois particules, l'angle θ^* est défini dans le référentiel au repos du méson comme l'angle entre le vecteur perpendiculaire au plan contenant les trois particules et l'axe de quantification.

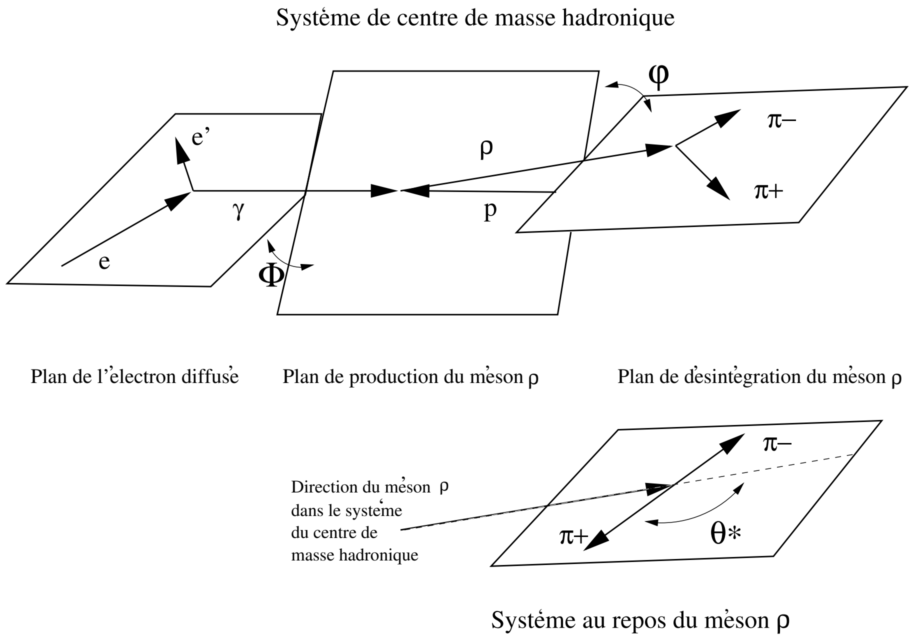


Figure 1.2: Définition des angles caractérisant la production et la désintégration d'un méson ρ dans le système d'hélicité.

1.4 Formalisme de la distribution angulaire de désintégration

Dans un cadre tout à fait général [38] où une particule a de spin s_a se désintègre en deux particules α et β (de spin s_α et s_β respectivement), la distribution angulaire de désintégration, ou probabilité que la particule α résultant de la désintégration soit émise suivant la direction (θ^*, φ), est donnée par la relation :

$$\begin{aligned} W(\cos\theta^*, \varphi) &= \frac{2s_a+1}{4\pi} \sum_{\lambda_\alpha\ \lambda_\beta\ m\ m'} |M_a(\lambda_\alpha\lambda_\beta)|^2\ e^{i(m-m')\varphi}\ d^{s_a}_{m\Lambda}(\theta^*)\ d^{s_a}_{m'\Lambda}(\theta^*)\ \rho_{mm'} \\ &= \frac{2s_a+1}{4\pi} \sum_{\lambda_\alpha\ \lambda_\beta\ m\ m'} |M_a(\lambda_\alpha\lambda_\beta)|^2\ D^{s_a *}_{m\Lambda}(\varphi, \theta^*, -\varphi)\ D^{s_a}_{m'\Lambda}(\varphi, \theta^*, -\varphi)\ \rho_{mm'} \end{aligned} \tag{1.9}$$

où λ_α et λ_β sont les hélicités respectives des particules α et β, et $\Lambda = \lambda_\alpha - \lambda_\beta$. Les facteurs $M_a(\lambda_\alpha\lambda_\beta)$ sont liés à la dynamique de la désintégration et ne sont pas connus *a priori*. Les indices m et m' caractérisent l'état d'hélicité de la particule a et $\rho_{mm'}$ est un élément de la matrice densité de spin de cette particule. Les matrices de rotation de Wigner D^j_{kl} sont liées aux matrices de rotation réelles d^j_{kl} avec la convention de signe de Rose [39]

$$D^j_{kl}(\varphi, \theta^*, -\varphi) = e^{-ik\varphi}\ d^j_{kl}(\theta^*)\ e^{il\varphi}. \tag{1.10}$$

Dans le cas particulier de la désintégration du méson ρ en deux mésons pseudo-scalaires ($\lambda_\alpha = \lambda_\beta = 0$) [40, 41], il n'y a qu'une seule constante $|M_a(00)|^2$ que nous pouvons poser égale à 1 puisque nous étudions le cas d'une distribution angulaire normalisée [4]. La distribution angulaire de désintégration se résume donc à :

$$W(\cos\theta^*, \varphi) = \frac{3}{4\pi} \sum_{m\ m'} D^{1*}_{m0}(\varphi, \theta^*, -\varphi)\ \ D^{1}_{m'0}(\varphi, \theta^*, -\varphi)\ \ \rho_{mm'}. \tag{1.11}$$

La densité de spin $\rho_{mm'}(VM)$ du méson ρ est reliée à la densité de spin du photon $\rho_{nn'}(\gamma)$ par la relation [41] :

$$\rho(VM) = \frac{1}{2}\, T\ \rho(\gamma)\ T^{+} \tag{1.12}$$

où les matrices T représentent les amplitudes (de transition) d'hélicité.

La matrice $\rho(VM)$ peut en toute généralité être décomposée en une combinaison linéaire de 9 matrices ρ^{α} :

$$\rho(VM) = \sum_{\alpha=0}^{8} \Pi_{\alpha}\rho^{\alpha} \tag{1.13}$$

où les matrices portant les indices $\alpha = 0-3$ décrivent la production de mésons ρ par des photons transverses, celle avec $\alpha = 4$ par des photons longitudinaux et les matrices pour lesquelles $\alpha = 5-8$ tiennent comptent de l'interférence longitudinale - transverse. Les matrices d'indices $\alpha = 3$, 7 et 8 représentent les contributions dans le cas d'électrons incidents polarisés. Dans les facteurs Π_{α} apparaît la dépendance en Φ. Utilisant la décomposition de $\rho(VM)$ à l'équation 1.13, on peut également écrire

$$W(\cos\theta^*, \varphi, \Phi) = \sum_{\alpha=0}^{8} \Pi_{\alpha} W^{\alpha}(\cos\theta^*, \varphi) \tag{1.14}$$

où les W^{α} sont obtenus à partir des ρ^{α} dans l'équation 1.11.

La distribution angulaire complète $W(\cos\theta^*,\ \varphi,\ \Phi)$ caractérisant la production et la désintégration du méson ρ en deux pions est donnée par la formule suivante [41] dans le cas des

---

[4] La désintégration du méson J/Ψ en deux leptons ($J/\Psi \to l^{+}l^{-}$) est présentée à la référence [42]. Le cas de la désintégration du méson ρ' est discuté à l'annexe A.

faisceaux non polarisés [5] :

$$\begin{aligned}
W(\cos\theta^*, \varphi, \Phi) = \frac{3}{4\pi} \ & \left\{ \ \frac{1}{2}(1 - r^{04}_{00}) + \frac{1}{2}(3\, r^{04}_{00} - 1)\ \cos^2\theta^* \right. \\
& -\sqrt{2}\ \mathrm{Re}\, r^{04}_{10}\ \sin 2\theta^* \cos\varphi - r^{04}_{1-1}\ \sin^2\theta^* \cos 2\varphi \\
& -\varepsilon\ \cos 2\Phi \left(r^{1}_{11}\ \sin^2\theta^* + r^{1}_{00}\ \cos^2\theta^* - \sqrt{2}\ \mathrm{Re}\, r^{1}_{10}\ \sin 2\theta^* \cos\varphi \right. \\
& \qquad \left. -\ r^{1}_{1-1}\ \sin^2\theta^* \cos 2\varphi \right) \\
& -\varepsilon\ \sin 2\Phi \left(\sqrt{2}\ \mathrm{Im}\, r^{2}_{10}\ \sin 2\theta^* \sin\varphi + \mathrm{Im}\, r^{2}_{1-1}\ \sin^2\theta^* \sin 2\varphi \right) \\
& +\sqrt{2\varepsilon\,(1+\varepsilon)}\ \cos\Phi\ \left[\ r^{5}_{11}\ \sin^2\theta^* + r^{5}_{00}\ \cos^2\theta^* \right. \\
& \qquad \left. -\sqrt{2}\ \mathrm{Re}\, r^{5}_{10}\ \sin 2\theta^* \cos\varphi -\ r^{5}_{1-1}\ \sin^2\theta^* \cos 2\varphi \right] \\
& +\sqrt{2\varepsilon\,(1+\varepsilon)}\ \sin\Phi\ \left[\ \sqrt{2}\ \mathrm{Im}\, r^{6}_{10}\ \sin 2\theta^* \sin\varphi \right. \\
& \qquad \left. \left. +\mathrm{Im}\, r^{6}_{1-1}\ \sin^2\theta^* \sin 2\varphi \right]\ \right\}
\end{aligned} \tag{1.16}$$

où le paramètre de polarisation ε est donné par

$$\varepsilon = (1-y)/(1-y+y^2/2). \tag{1.17}$$

Les 15 éléments de matrice r^{α}_{ik} et $r^{\alpha\beta}_{ik}$ sont définis à partir des éléments de matrice ρ^{α}_{ik} :

$$\begin{aligned}
r^{04}_{ik} &= \frac{\rho^{0}_{ik}\ + \varepsilon R\, \rho^{4}_{ik}}{1+\varepsilon R}, \\
r^{\alpha}_{ik} &= \frac{\rho^{\alpha}_{ik}}{1+\varepsilon R} \qquad \alpha = 1,2,3 \\
r^{\alpha}_{ik} &= \frac{\sqrt{R}\, \rho^{\alpha}_{ik}}{1+\varepsilon R} \qquad \alpha = 5,6,7,8
\end{aligned} \tag{1.18}$$

où $R = \sigma_L/\sigma_T$ est le rapport des sections efficaces de production de mésons ρ par des photons longitudinaux et transverses. A HERA, le paramètre de polarisation ε est fixé. Pour les données présentées dans cette thèse, $\langle\varepsilon\rangle = 0.99$. Pour cette raison, il est impossible de faire de mesures séparément des matrices ρ^0 et ρ^4, et les éléments de matrice r^{α}_{ik} et $r^{\alpha\beta}_{ik}$ sont dès lors préférés à l'utilisation des matrices ρ^{α}.

Par la suite, la mention des éléments de la matrice densité de spin fera toujours référence aux éléments r^{α}_{ik} et $r^{\alpha\beta}_{ik}$. Ceux-ci sont reliés par des combinaisons bilinéaires aux amplitudes d'hélicité $T_{\lambda_\rho\lambda_\gamma}$ où $\lambda_\rho(\lambda_\gamma)$ est l'hélicité du méson ρ (photon). Sous l'hypothèse d'échange de parité naturelle (natural parity exchange -“NPE”),

$$T_{-\lambda_\rho -\lambda_\gamma} = (-1)^{\lambda_\rho - \lambda_\gamma} T_{\lambda_\rho\lambda_\gamma}, \tag{1.19}$$

---

[5] A HERA, le faisceau d'électrons est polarisé transversalement de façon intrinsèque [43]. La distribution angulaire de désintégration s'écrit alors :

$$W(\cos\theta^*, \varphi, \Phi) = W^{non-pol}(\cos\theta^*, \varphi, \Phi) + W^{trans\ pol}(\cos\theta^*, \varphi, \Phi)$$

où le terme $W^{non-pol}(\cos\theta^*, \varphi, \Phi)$ est donné par l'équation 1.16 et où le terme $W^{trans\ pol}(\cos\theta^*, \varphi, \Phi)$ est le terme supplémentaire tenant compte de la polarisation transverse du faisceau d'électrons (eq. 90 dans [41]). Ce terme est toutefois négligeable pour le domaine cinématique étudié ($Q^2 > 2.5$ GeV^2) car il apparaît avec un facteur proportionnel à m_e/Q. Par contre en photoproduction (Q^2 proche de 0 GeV^2), ce terme peut devenir important.

seules cinq de ces amplitudes d'hélicité sont indépendantes:

- T_{00}: amplitude sans changement d'hélicité $\gamma_L \to \rho_L$
- T_{11}: amplitude sans changement d'hélicité $\gamma_T \to \rho_T$
- T_{01}: amplitude avec un simple changement d'hélicité $\gamma_T \to \rho_L$
- T_{10}: amplitude avec un simple changement d'hélicité $\gamma_L \to \rho_T$
- T_{1-1}: amplitude avec un double changement d'hélicité $\gamma_T \to \rho_T$

Citons en particulier les relations suivantes entre les éléments de matrice et les amplitudes d'hélicité :

$$\begin{aligned}
r^{04}_{00} &= \frac{1}{N}\,(\varepsilon\,|T_{00}|^2 + |T_{01}|^2) \\
r^{04}_{1-1} &= \frac{1}{N}\,\left[\frac{1}{2}(T_{11}T^{\dagger}_{1-1} + T_{1-1}T^{\dagger}_{11}) - \varepsilon\,|T_{10}|^2\right] \\
r^{5}_{00} &= \frac{\sqrt{2}}{N}\,\mathrm{Re}\,(T_{00}\,T^{\dagger}_{01}) \\
r^{5}_{11} &= \frac{1}{\sqrt{2}\,N}\,\left[\mathrm{Re}\,(T_{10}T^{\dagger}_{11}) - \mathrm{Re}\,(T_{10}T^{\dagger}_{1-1})\right] \\
r^{1}_{00} &= \frac{-1}{N}\,|T_{01}|^2 \\
r^{1}_{11} &= \frac{1}{2N}\,(T_{1-1}T^{\dagger}_{11} + T_{11}T^{\dagger}_{1-1}) \\
\text{avec}\quad & N = \varepsilon\,|T_{00}|^2 \;+\; |T_{11}|^2 \;+\; |T_{01}|^2 \;+\; 2\,\varepsilon\,|T_{10}|^2 \;+\; |T_{1-1}|^2, \qquad (1.20)
\end{aligned}$$

les autres relations étant données à titre d'information à l'annexe B.

Dans le cas de la conservation d'hélicité dans le canal s (s channel helicity conservation - "SCHC"), le méson ρ conserve l'hélicité du photon et seules les amplitudes sans changement d'hélicité T_{00} et T_{11} sont non nulles. Cela a pour conséquence la nullité des éléments de matrice r^5_{00}, r^5_{11}, r^1_{00} et r^1_{11} ainsi que des éléments Re r^{04}_{10}, r^{04}_{1-1}, Re r^1_{10}, Im r^2_{10}, r^5_{1-1} et Im r^6_{1-1}. La formule 1.16 se réduit alors à la forme suivante :

$$\begin{aligned}
W(\cos\theta^*, \Psi) = \frac{3}{4\pi}\; & \Bigg\{\; \frac{1}{2}(1 - r^{04}_{00}) + \frac{1}{2}(3\,r^{04}_{00} - 1)\;\cos^2\theta^* \\
& + \varepsilon\; r^1_{1-1}\;\sin^2\theta^*\cos 2\Psi - \sqrt{2\varepsilon\,(1+\varepsilon)}\;\mathrm{Re}\,r^5_{10}\;\sin 2\theta^*\cos\Psi \Bigg\} \qquad (1.21)
\end{aligned}$$

où Ψ est défini comme $\Psi = \Phi - \varphi$.

L'élément r^{04}_{00}, qui est la probabilité de trouver un méson ρ polarisé longitudinalement dans l'état final, peut être relié sous $SCHC$ au rapport des sections efficaces longitudinale et transverse $R = \sigma_L/\sigma_T$ par la relation

$$R = \frac{1}{\varepsilon}\frac{r^{04}_{00}}{1 - r^{04}_{00}}. \qquad (1.22)$$

De plus, les éléments r^1_{1-1} et Re r^5_{10} de la matrice densité de spin se réduisent sous $SCHC$ à

$$\begin{aligned} r^1_{1-1} &= \frac{1}{2}(1 - r^{04}_{00}) \\ \mathrm{Re}\, r^5_{10} &= \frac{\sqrt{R}}{1+\varepsilon R} \cos\delta, \end{aligned} \qquad (1.23)$$

où δ est la phase entre les amplitudes T_{00} et T_{11}

$$T_{00} {T_{11}}^{\dagger} = |T_{00}||T_{11}| e^{-i\delta}. \qquad (1.24)$$

Utilisant les relations 1.22 et 1.23, la formule 1.21 s'écrit

$$\begin{aligned} W(\cos\theta^*, \Psi) = \frac{3}{8\pi} \frac{1}{1+\varepsilon\ R} \Big\{ \sin^2\theta^*\ (1 + \varepsilon\ \cos 2\Psi) \\ + 2\ \varepsilon\ R\ \cos^2\theta^* - \sqrt{2\varepsilon\ (1+\varepsilon)\ R}\ \cos\delta \sin 2\theta^* \cos\Psi \Big\}. \end{aligned} \qquad (1.25)$$

Remarquons déjà qu'expérimentalement, on a observé des écarts significatifs par rapport à cette conservation, notamment par rapport à la relation $r^5_{00} = 0$ attendue sous $SCHC$, indiquant une violation de $SCHC$ (voir section 1.5).

En intégrant sur les angles $\cos\theta^*$ et φ la distribution angulaire $W(\cos\theta^*, \varphi, \Phi)$ caractérisant la production et la désintégration du méson ρ donnée à l'équation 1.16, on trouve que [6]

$$W(\Phi) \propto 1 + \sqrt{2\varepsilon(1+\varepsilon)}\ \cos\Phi\ (r^5_{00} + 2 r^5_{11}) - \varepsilon\ \cos 2\Phi\ (r^1_{00} + 2 r^1_{11}). \qquad (1.26)$$

L'intégration de $W(\cos\theta^*, \varphi, \Phi)$ sur les angles φ et Φ, donne

$$W(\cos\theta^*) \propto 1 - r^{04}_{00}\ + (3\ r^{04}_{00} - 1) \cos^2\theta^*\ , \qquad (1.27)$$

et en intégrant l'équation 1.16 sur les angles $\cos\theta^*$ et Φ, on a que

$$W(\varphi) \propto 1 - 2\ r^{04}_{1-1} \cos 2\varphi. \qquad (1.28)$$

Finalement, après intégration de la formule 1.21 sur l'angle $\cos\theta^*$, on obtient la distribution en Ψ à l'approximation de $SCHC$

$$W(\Psi) \propto 1 + 2\ \varepsilon\ r^1_{1-1} \cos 2\Psi. \qquad (1.29)$$

1.5 Résultats antérieurs à ce travail

Dans cette section, nous présentons les résultats expérimentaux antérieurs à ce travail, sur les questions d'hélicité. Ceux-ci sont tous obtenus sur base de l'hypothèse de parité naturelle NPE (voir eq. 1.19). Nous les regroupons en trois classes : les résultats obtenus dans un domaine cinématique en Q^2 et W similaire à notre analyse (à savoir $Q^2 >$ quelques GeV^2 et haute énergie disponible dans le centre de masse $\gamma^* p$), ceux obtenus à haute énergie en photoproduction et finalement ceux provenant des expériences à cible fixe (c'est-à-dire à basse énergie).

---

[6] Notons que dans le cas d'un faisceau d'électrons polarisés transversalement, et pour des valeurs de $Q^2 \simeq m_e^2$, la distribution unidimensionnelle en Φ comporte un terme supplémentaire lié à l'intégration de $W^{trans\ pol}(\cos\theta^*, \varphi, \Phi)$ sur les angles $\cos\theta^*$ et φ. Toutefois, en pratique, l'angle Φ n'est pas mesurable en photoproduction.

1.5.1 Résultats en électroproduction à haute énergie

Les collaborations H1 et ZEUS à HERA ont mesuré les valeurs des 15 éléments de la matrice densité de spin du méson ρ produit par interaction élastique ($e+p \to e+\rho+p$) dans le domaine cinématique

$$2.5 < Q^2 < 60~\mathrm{GeV}^2,~30 < W < 140~\mathrm{GeV},~|t| < 0.5~\mathrm{GeV}^2 \tag{1.30}$$

pour la collaboration H1 [4] et dans le domaine

$$3.0 < Q^2 < 30~\mathrm{GeV}^2,~40 < W < 120~\mathrm{GeV},~|t| < 0.6~\mathrm{GeV}^2 \tag{1.31}$$

pour la collaboration ZEUS [14]. En complément de l'étude des distributions angulaires à une dimension en $\cos\theta^*$, Φ, φ et Ψ et à deux dimensions en $\cos\theta^*$ et Ψ, la méthode des moments a été utilisée. Celle-ci consiste à projeter la distribution angulaire $W(\cos\theta^*, \varphi, \Phi)$ (voir formule 1.16) sur des fonctions trigonométriques orthogonales des angles $\cos\theta^*$, φ et Φ (données à l'annexe C de la référence [41]). Les valeurs moyennes de ces fonctions donnent les mesures des 15 éléments de matrice densité de spin. Ceux-ci ont été extraits en fonction de Q^2, W et t. Ils sont présentés en fonction de Q^2 à la figure 1.3, les cercles vides correspondant aux valeurs obtenues par la collaboration H1 dans le domaine 1.30 et les cercles pleins aux valeurs obtenues par la collaboration ZEUS dans le domaine 1.31 ainsi que dans le domaine [14]

$$0.25 < Q^2 < 0.85~\mathrm{GeV}^2,~20 < W < 90~\mathrm{GeV},~|t| < 0.6~\mathrm{GeV}^2. \tag{1.32}$$

Les courbes superposées sur cette figure sont les prédictions des modèles de Nikolaev *et al.* [44] (traits continus) et de Royen [45] (pointillés).

Supposant $SCHC$, la collaboration ZEUS a vérifié l'hypothèse NPE en comparant les mesures de l'élément r^1_{1-1} extraites d'une part à partir d'un ajustement de la distribution en Ψ par la relation 1.29 et d'autre part à partir de l'élément r^{04}_{00} et de la relation 1.23.

Dans le domaine où $Q^2 \geq 2.5 - 3.~\mathrm{GeV}^2$, les valeurs obtenues sont en général en accord avec l'approximation de $SCHC$ à l'exception de la mesure non nulle de l'élément de la matrice densité de spin r^5_{00}, qui fait intervenir l'amplitude d'hélicité T_{01} où le photon est polarisé transversalement et le méson ρ longitudinalement (voir eq. 1.20). La violation de $SCHC$ a été évaluée à $8\% \pm 3\%$ par la collaboration H1 ($Q^2 > 2.5~\mathrm{GeV}^2$) et à $7.9\% \pm 1.6\%$ par la collaboration ZEUS ($Q^2 > 3~\mathrm{GeV}^2$). Cette violation est prédite par différents modèles basés sur la théorie QCD perturbative [31–33] détaillés au chapitre suivant. Dans le domaine correspondant aux valeurs de Q^2 entre photoproduction et électroproduction (eq. 1.32), on a aussi observé une violation de $SCHC$ via les éléments Re r^{04}_{10}, r^{04}_{1-1}, r^1_{11}, Im r^2_{10} et r^5_{00} de la matrice densité de spin du méson ρ [14]. La violation liée à l'amplitude T_{01} a été estimée à $6.9\% \pm 1.3\%$, la violation liée à l'amplitude T_{10} à $2.9\% \pm 1.4\%$ et celle liée à l'amplitude avec un double changement d'hélicité T_{1-1} est égale à $4.8\% \pm 1.1\%$.

A l'approximation $SCHC$, la valeur du paramètre $\cos\delta$ défini à l'équation 1.24 a été extraite à partir d'un ajustement de la relation 1.25 sur la distribution à deux dimensions en $\cos\theta^*$ et Ψ : $\cos\delta = 0.93 \pm 0.03$ [4]. Le rapport des sections efficaces $R = \sigma_L/\sigma_T$ a été obtenu à partir des mesures de l'élément r^{04}_{00} et de la relation 1.22, la violation de $SCHC$ n'induisant qu'une correction de quelques pourcents sur le résultat. Des résultats préliminaires obtenus pour des

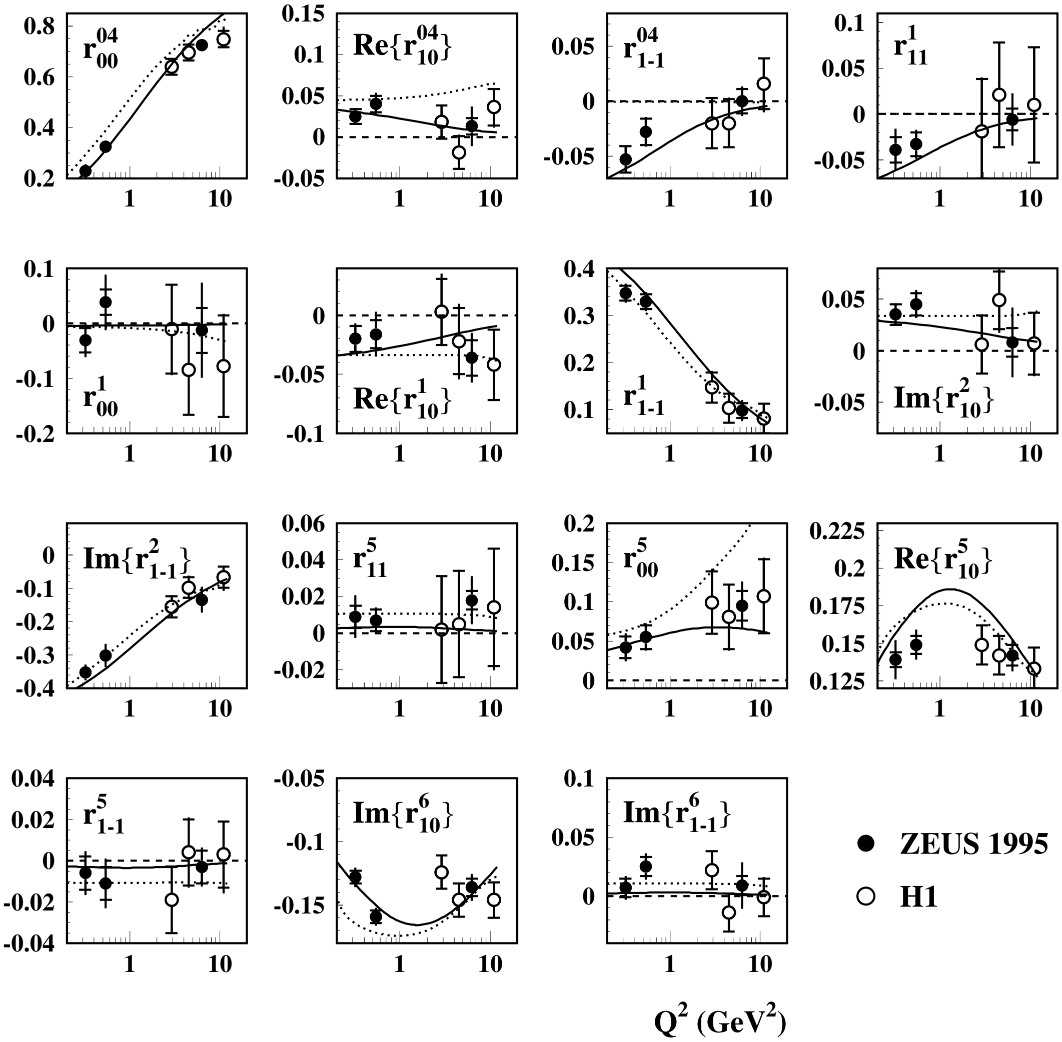


Figure 1.3: Mesures des 15 éléments de la matrice densité de spin du méson ρ par les collaborations H1 [4] (dans le domaine cinématique 1.30) et ZEUS [14] (dans les domaines 1.31 et 1.32) en fonction de Q^2. Les points de la collaboration H1 sont indiqués par des cercles vides et ceux de la collaboration ZEUS par des cercles pleins. Les courbes superposées en traits continus correspondent aux prédictions du modèle de Nikolaev *et al.* [44], celles en pointillés aux prédictions de celui de Royen [45]. Les lignes discontinues correspondent à la conservation de l'hélicité dans le canal s.

grandes valeurs de Q^2 [46, 47] complètent les résultats des analyses [4, 14]. La figure 1.4a présente l'évolution en Q^2 du rapport R. Pour $Q^2 \geq 2\ \mathrm{GeV}^2$, la production de mésons ρ par des photons polarisés longitudinalement domine. Cette observation est l'un des premiers succès des modèles théoriques formulés dans le cadre de la théorie QCD perturbative [28–33, 48] car ils prédisent une section efficace longitudinale dominante à très grand Q^2. Cependant, l'augmentation observée n'est pas aussi rapide que la dépendance linéaire en Q^2 qui est prédite par la théorie. Cela a donné lieu à un travail de recherche intensif afin d'obtenir des prédictions de ce rapport en accord avec les données expérimentales. Le rapport R est présenté à la figure 1.4b en fonction de W : il ne dépend pas de l'énergie du centre de masse $\gamma^* p$ [47].

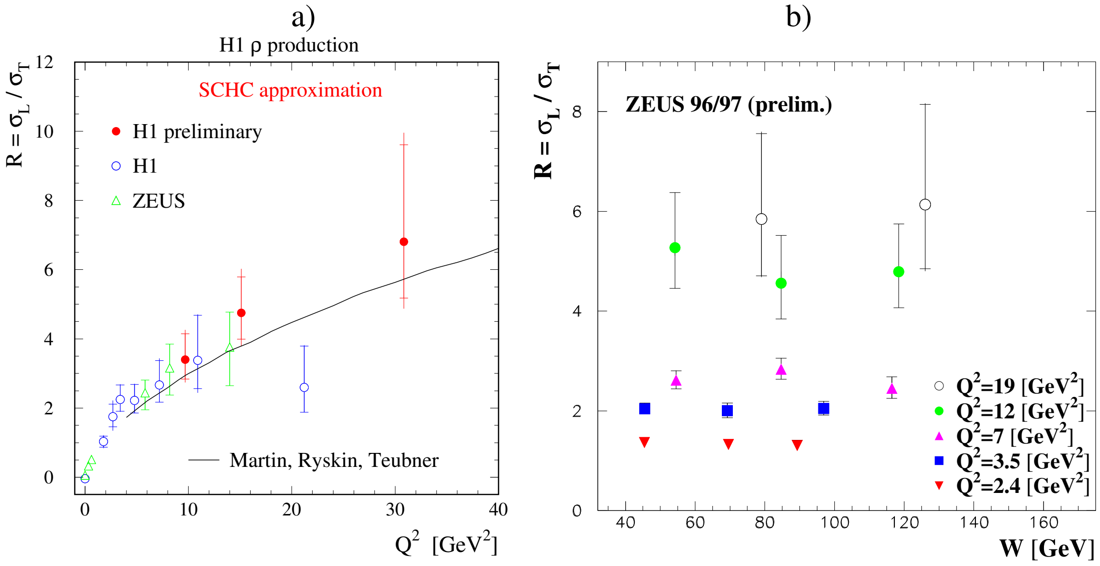


Figure 1.4: a) Rapport R des sections efficaces longitudinale et transverse en fonction a) de Q^2 et b) de W. La courbe superposée à la figure a) correspond aux prédictions de Martin, Ryskin et Teubner [48].

L'analyse des distributions angulaires de production et de désintégration pour le méson ρ produit avec dissociation du proton dans le domaine cinématique $7 < Q^2 < 25\ \mathrm{GeV}^2$, $60 < W < 180$ GeV, $|t| < 0.8\ \mathrm{GeV}^2$ et $M_Y^2/W^2 < 0.05$ [6] a donné des résultats similaires à la production élastique de mésons ρ pour l'élément r_{00}^{04}. A grand Q^2, l'échantillon est donc constitué principalement de mésons polarisés longitudinalement.

Les valeurs des 15 éléments de la matrice densité de spin du méson ϕ produit de manière élastique ont été mesurées en utilisant la méthode des moments, par la collaboration H1 dans le domaine cinématique [8]

$$2.5 < Q^2 < 60\ \mathrm{GeV}^2,\ 40 < W < 130\ \mathrm{GeV},\ |t| < 0.5\ \mathrm{GeV}^2. \qquad (1.33)$$

Elles sont en accord avec $SCHC$ sauf pour les éléments de matrice r_{00}^5 et r_{00}^1 qui ont des contributions non nulles. L'étude de la distribution en Φ après soustraction des bruits de fond de mésons ω et ρ et correction des données notamment pour les effets radiatifs, a confirmé cette observation. La déviation par rapport à $SCHC$ est de l'ordre de 5 σ. Le rapport R évolue suivant une dépendance commune pour les mésons ρ et ϕ quand il est présenté en fonction de Q^2/M_{VM}^2. La collaboration ZEUS a uniquement étudié la distribution en $\cos\theta^*$ pour la production de mésons ϕ [49] dans le domaine $7 < Q^2 < 25$ GeV^2, $42 < W < 134$ GeV, $|t| < 0.6$ GeV^2, trouvant un résultat similaire au méson ρ.

Une mesure des éléments r_{00}^{04} et r_{1-1}^{04} de la matrice densité de spin du méson J/Ψ a été réalisée par la collaboration ZEUS dans le domaine $7 < Q^2 < 25$ GeV^2 et $42 < W < 134$ GeV [13] et les éléments r_{00}^{04} et r_{1-1}^{1} ont été étudiés par la collaboration H1 dans le domaine $2 < Q^2 < 80$ GeV^2 et $40 < W < 160$ GeV [9] : les résultats obtenus sont compatibles avec $SCHC$ et le rapport R donne des résultats significativement plus petits que ceux du méson ρ pour des valeurs de Q^2 similaires, s'accordant sur une dépendance commune en Q^2/M_{VM}^2.

1.5.2 Résultats en photoproduction à haute énergie

En photoproduction, les résultats sur les mesures d'hélicité proviennent essentiellement de la collaboration ZEUS, la limite en Q^2 dépendant de la détection ($Q^2 < 0.01$ GeV^2) ou non de l'électron ($Q^2 < 4$ GeV^2). Pour la production élastique de mésons ρ dans le domaine cinématique $Q^2 < 4$ GeV^2, $50 < W < 100$ GeV et $|t| < 0.5$ GeV^2 [15], les éléments de matrice r_{00}^{04}, r_{1-1}^{04} et Re r_{10}^{04} ont été obtenus par un ajustement à la distribution bidimensionnelle en $\cos\theta^*$ et φ de la relation 1.16 qui se réduit après intégration sur l'angle Φ à la forme :

$$\begin{aligned} W(\cos\theta^*,\varphi) = \frac{1}{2}(1-r_{00}^{04}) + \frac{1}{2}(3\,r_{00}^{04}-1)\ \cos^2\theta^* \\ -\sqrt{2}\mathrm{Re}\,r_{10}^{04}\sin 2\theta^*\cos\varphi - r_{1-1}^{04}\ \sin^2\theta^*\cos 2\varphi. \end{aligned} \tag{1.34}$$

Les valeurs des éléments r_{00}^{04}, r_{1-1}^{04} et Re r_{10}^{04} pour la production de mésons ρ sont en accord avec $SCHC$.

Les distributions unidimensionnelles en $\cos\theta^*$ et en φ ont également été étudiées dans le cas de la production de mésons ω ($Q^2 < 4$ GeV^2, $70 < W < 90$ GeV et $|t| < 0.6$ GeV^2) [19], de mésons ϕ ($Q^2 < 4$ GeV^2, $60 < W < 80$ GeV et $|t| < 0.5$ GeV^2) [21] et de mésons J/Ψ ($Q^2 < 4$ GeV^2, $40 < W < 140$ GeV et $|t| < 1.0$ GeV^2) [22]. A haute énergie en photoproduction aux petites valeurs de $|t|$, les résultats sur les éléments de matrice densité de spin sont compatibles avec les prédictions de $SCHC$.

Au contraire, pour des valeurs de $|t|$ plus élevées, une déviation par rapport à $SCHC$ a été observée chez le méson ρ pour les éléments de matrice densité de spin Re r_{10}^{04} et r_{1-1}^{04} lorsque $Q^2 < 0.01$ GeV^2, $\langle W\rangle \simeq 94$ GeV et $|t| < 3$ GeV^2 [25] et $Q^2 < 0.01$ GeV^2, $80 < W < 120$ GeV et $1.1 < |t| < 12.$ GeV^2 [26]. L'élément Re r_{10}^{04} est différent de zéro et positif et l'élément r_{1-1}^{04} est négatif, indiquant que les amplitudes avec simple et double changements d'hélicité sont non-nulles (voir figure 1.5). L'élément r_{00}^{04} a été, lui, mesuré égal à zéro. Le modèle théorique de Enberg [50] basé sur une approche perturbative de la théorie QCD et présenté à la conférence DIS2002 prédit la dépendance en t de ces 3 éléments de la matrice densité de spin mesurés par la collaboration ZEUS. Les autres modèles théoriques valables dans le domaine de la photoproduction [51, 52] ne parviennent pas à décrire convenablement ces déviations par rapport à $SCHC$. Ces résultats sont également valables pour la production de mésons ϕ dans le domaine $Q^2 < 0.01$ GeV^2, $80 < W < 120$ GeV et $1.1 < |t| < 7.$ GeV^2 [26]. Par contre, pour le méson lourd J/Ψ [26], les valeurs de éléments de matrice Re r_{10}^{04} et r_{1-1}^{04} sont compatibles avec $SCHC$ dans le domaine $Q^2 < 0.01$ GeV^2, $80 < W < 120$ GeV et $1.1 < |t| < 6.5$ GeV^2.

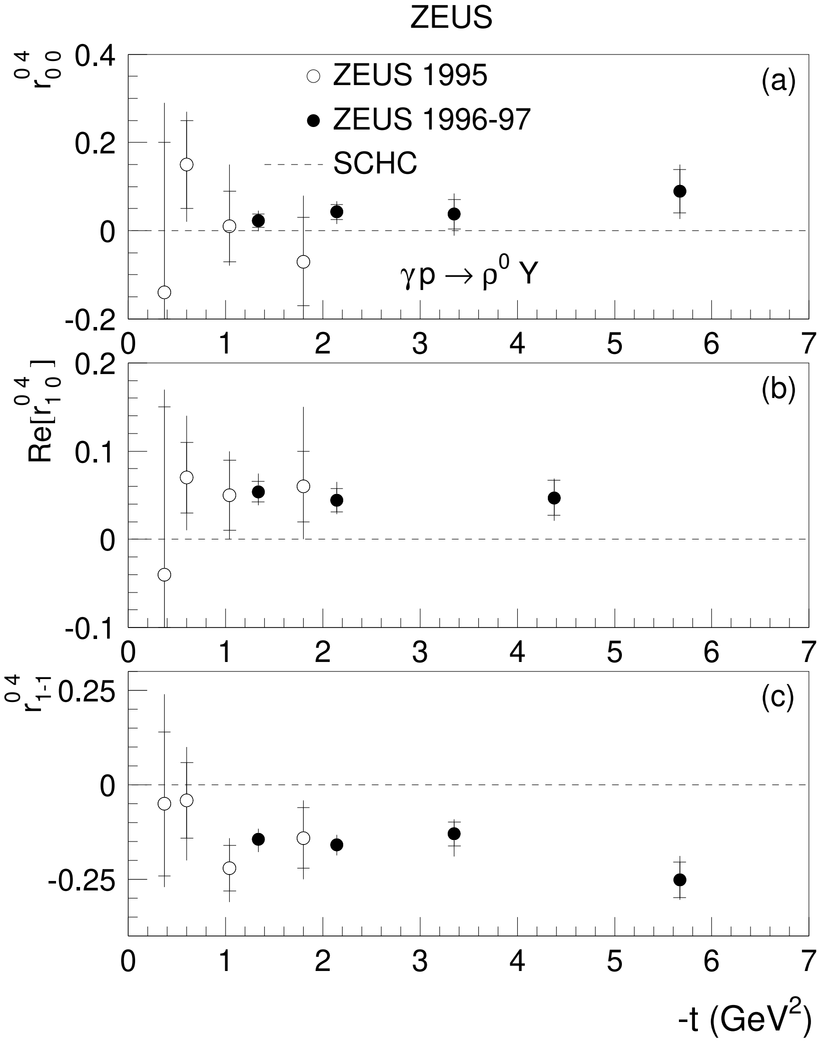


Figure 1.5: Mesure des éléments de matrice densité de spin du méson ρ r^{04}_{00}, Re r^{04}_{10} et r^{04}_{1-1} en fonction de $-t$. Les cercles pleins représentent les résultats de la collaboration ZEUS dans le domaine $Q^2 < 0.01$ GeV^2, $80 < W < 120$ GeV et $1.1 < |t| < 12.$ GeV^2 [26], les cercles vides ceux dans le domaine restreint en $|t|$: $|t| < 3$ GeV^2 [25]. Les lignes discontinues correspondent à $SCHC$.

1.5.3 Résultats à basse énergie

Les résultats expérimentaux sur l'hélicité des mésons vecteurs à basse énergie proviennent des expériences sur cible fixe reprises dans la table 1.2, les résultats antérieurs à 1978 étant présentés dans la revue [37]. A part l'expérience HERMES [53] qui utilise le faisceau d'électrons de HERA, les expériences E665 [54], NMC [55], EMC [56] et CHIO [57] étudient la production de mésons vecteurs par muoproduction ($\mu + N \to \mu + VM + N$, où N est un nucléon de la cible).

Les résultats portent principalement sur l'étude de la distribution en $\cos\theta^*$ et l'extraction du rapport R à l'approximation de $SCHC$ pour le méson ρ. R croît linéairement avec Q^2. Les expériences HERMES, E665 et NMC ont également étudié les distributions angulaires unidimensionnelles en φ et Ψ. Notons que leurs faisceaux sont polarisés (le degré de polarisation P valant respectivement 0.48, 0.7, et ± 0.82), la formule complète $W(\cos\theta^*, \varphi, \Phi)$ caractérisant la production et la désintégration du méson ρ compte alors 23 éléments de matrice densité de spin [41]. Les résultats obtenus confirment l'hypothèse NPE [53–55, 57].

Les expériences CHIO et HERMES ont observé une déviation par rapport à $SCHC$ de l'ordre de quelques σ. Ainsi, les éléments de matrice Re r^5_{10} dans le domaine $10 < W < 13$ GeV et Im r^6_{10} pour $12.5 < W < 16$ GeV ont été mesurés respectivement à 3 et 4 σ de la valeur nulle attendue sous $SCHC$ par la collaboration CHIO [57]. Le rapport des amplitudes avec un simple changement d'hélicité à celles sans changement a été estimé dans ces deux domaines en W à $11 \pm 8\%$ et $14 \pm 8\%$, respectivement. La collaboration HERMES a observé une valeur négative de la trace de la matrice r^1, estimant l'effet à 2.5σ ; la trace de la matrice r^5 et l'élément r^{04}_{1-1} présentent également une légère déviation par rapport à $SCHC$ [53]. Une violation de $SCHC$ de l'ordre de 15-20 % avait déjà été mise en évidence antérieurement [58] à DESY au travers de la mesure de l'élément Re r^{04}_{10} de la matrice densité de spin du méson ρ dans le domaine $0.3 < Q^2 < 1.4$ GeV^2, $1.7 < W < 2.8$ GeV et $|t| < 0.5$ GeV^2.

Expérience	Domaine en Q^2 (GeV^2)	Intervalle en W ou ν (GeV)
HERMES [53] à DESY	$0.5 < Q^2 < 4$ GeV^2	$3.8 < W < 6.5$ GeV
E665 [54] à FNAL	$0.15 < Q^2 < 20$ GeV^2	$20 < \nu < 420$ GeV
NMC [55] au CERN	$2 < Q^2 < 25$ GeV^2	$40 < \nu < 180$ GeV
EMC [56] au CERN	$1 < Q^2 < 25$ GeV^2	$6 < W < 19$ GeV
CHIO [57] à FNAL	$Q^2 < 3$ GeV^2	$10 < W < 16$ GeV

Table 1.2: Domaine cinématique des différentes expériences sur cible fixe qui ont étudié les distributions angulaires de mésons vecteurs. L'énergie ν du photon intermédiaire dans le référentiel du laboratoire est reliée à W par la relation : $W^2 = m_p^2 + 2m_p\nu - Q^2$.

1.5.4 En résumé

La mesure de l'élément r^{04}_{00} indique que l'amplitude T_{00} domine l'amplitude T_{11} dès que Q^2 est supérieur à 2 GeV^2 pour le méson ρ. En comparant les différents mésons vecteurs, le rapport

R (obtenu sous l'approximation $SCHC$) semble évoluer selon une dépendance commune en Q^2/M_{VM}^2.

De plus, l'hypothèse $SCHC$ n'est pas confirmée :

- La non-nullité des éléments de matrice r_{00}^5 et r_{00}^1 en électroproduction à haute énergie implique que l'amplitude T_{01} est non nulle. La violation est de l'ordre de 8% pour le méson ρ. Cette violation a également été observée dans un domaine en Q^2 intermédiaire entre l'électroproduction et la photoproduction.
- L'étude des éléments de matrice Re r_{10}^{04} et r_{1-1}^{04} aux grandes valeurs de $|t|$ a mis en évidence la non-nullité des amplitudes avec simple et double changement d'hélicité en photoproduction à haute énergie.
- A basse énergie, différentes expériences ont également observé une déviation significative par rapport à $SCHC$ entre 10 et 20 %.

1.6 Plan de la thèse

Dans ce chapitre, nous avons introduit les observables de la production de mésons vecteurs : la cinématique et les angles caractérisant la production et la désintégration du méson vecteur. L'étude de la structure en hélicité s'opère en analysant ces distributions angulaires. Le formalisme de la désintégration angulaire permet de faire le lien entre celles-ci et les éléments de la matrice densité de spin, qui sont des combinaisons linéaires des amplitudes d'hélicité $T_{\lambda_\rho \lambda_\gamma}$. Nous avons terminé ce chapitre par une revue des résultats antérieurs à ce travail.

Différents modèles théoriques basés sur une approche perturbative de la théorie QCD existent et prédisent l'évolution des amplitudes d'hélicité avec différentes variables cinématiques. Nous présentons au chapitre 2 les modèles s'appliquant à l'électroproduction. Les premiers modèles proposent les calculs des amplitudes T_{00} et T_{11} basés sur un échange de deux gluons. Nous présentons ensuite trois modèles plus récents portant sur la violation de $SCHC$, et calculant la forme des cinq amplitudes $T_{\lambda_\rho \lambda_\gamma}$ indépendantes sous l'hypothèse NPE (T_{00}, T_{11}, T_{01}, T_{10} et T_{1-1}). La comparaison des prédictions théoriques avec les mesures expérimentales permettra de déterminer si les hypothèses utilisées sont pertinentes.

Au chapitre 3, nous décrivons brièvement le dispositif expérimental de l'expérience H1 dans le cadre de laquelle nous travaillons. Nous présentons avec quelque détail les différentes parties du détecteur utiles pour cette analyse.

Nous discutons au chapitre 4 les critères de sélection mis en place pour constituer notre échantillon de données. Nous insistons sur la classification des événements sélectionnés en deux classes distinctes (TAG et NOTAG), basées sur la présence ou l'absence d'activité dans les détecteurs situés dans la direction du système Y. Cette classification prend une importance capitale parce que les événements de bruit de fond peuplent ces deux catégories différemment des événements associés à la production de mésons ρ. Les simulations par Monte Carlo que nous utilisons pour corriger les données pour divers effets (acceptance, résolution du détecteur, système de déclenchement et effets radiatifs QED) sont également présentées dans ce chapitre.

Dans le chapitre 5, nous discutons les différents types de bruits de fond contaminant notre échantillon. Ceux-ci sont associés à la production diffractive de mésons ω, ϕ et ρ'. Leurs contributions sont particulièrement importantes pour des grandes valeurs de t' étudiées dans cette analyse. Leurs distributions sont également fort différentes de celles du signal de mésons ρ. Pour ces raisons, il est nécessaire de soustraire ces différentes contributions avant d'extraire les valeurs des éléments de la matrice densité de spin du méson ρ. La section efficace de production de mésons ρ' n'ayant pas encore été mesurée expérimentalement, nous avons introduit une méthode originale pour estimer quantitativement cette contribution. Le chapitre 5 porte essentiellement sur la présentation de cette méthode.

La polarisation du photon échangé et celle du méson ρ dans l'état final sont étudiées en détail au chapitre 6. Nous présentons les distributions angulaires en Φ, φ et $\cos\theta^*$ étudiées et les mesures des éléments de matrice extraits à partir de celles-ci. Les éléments de matrice sont interprétés dans le cadre de la théorie QCD et en particulier du modèle de Ivanov et Kirschner présenté au chapitre 2.

Le chapitre 7 rassemble les conclusions de cette analyse.

Chapitre 2

Modèles de production diffractive de mésons ρ en chromodynamique quantique

Dans ce chapitre, nous commençons par exposer les concepts de base nécessaires à la détermination de la section efficace de production de mésons vecteurs, $\gamma^{(*)}+p \rightarrow VM+p$, où VM est le méson vecteur produit. Cette section efficace est directement reliée par un facteur de flux à celle de la réaction $e + p \rightarrow e + VM + p$. Nous présentons ensuite différents modèles théoriques, suivant plus ou moins l'ordre chronologique de leur apparition. L'étude de la production de mésons vecteurs par échange de deux gluons est traitée à la section 2.2. Les modèles plus récents présentés à la section 2.3 envisagent la violation de la conservation de l'hélicité dans le canal s (SCHC), où l'hélicité d'une particule est la projection de son spin suivant sa quantité de mouvement. Dans ce cas, le méson vecteur ne conserve pas l'hélicité du photon. Ces modèles proposent des prédictions pour les amplitudes avec changement d'hélicité.

2.1 Concepts de base

Différents concepts sont abordés dans cette section afin de préparer la présentation des modèles théoriques aux prochaines sections. Nous commençons par exposer la factorisation de la section efficace de production de mésons vecteurs (section 2.1.1), le formalisme du cône de lumière et les variables de Sudakov (section 2.1.2). Nous donnons ensuite un aperçu des possibilités permettant de définir une fonction d'onde pour le photon et pour le méson vecteur (section 2.1.3). Nous ajoutons quelques commentaires sur la section efficace dipôle-proton (section 2.1.4) et terminons en définissant quelques notations (section 2.1.5).

2.1.1 La factorisation

Afin de pouvoir effectuer des calculs perturbatifs en théorie chromodynamique quantique, il est nécessaire de posséder une échelle "dure". Aussi la production de mésons vecteurs ne peut être calculée dans une approche perturbative de QCD que dans les cas restreints suivants : il faut soit que la virtualité du photon soit grande (grandes valeurs de Q^2), soit que le méson vecteur soit composé de quarks lourds, soit de grandes valeurs de $|t|$.

Toutefois, l'interaction $\gamma^{(*)} + p \to VM + p$ fait intervenir des hadrons dans l'état final : les protons incident et diffusé ainsi que le méson vecteur. La description de tels états liés de quarks et de gluons ne peut se faire de manière perturbative, et doit donc être séparée du reste du calcul perturbatif. Ceci est possible grâce au théorème de factorisation démontré par Collins, Frankfurt et Strikman [59].

Ce théorème démontre la factorisation de la production de mésons vecteurs par des photons virtuels longitudinalement polarisés dans la région cinématique suivante [1] : $Q^2 \gg \Lambda^2_{QCD}$, $|t| \sim \Lambda^2_{QCD}$ et $M^2_{VM} \ll W^2$. L'énoncé de ce théorème dit que l'amplitude de production de mésons vecteurs, indiquée par l'élément de matrice $\mathcal{M}$, est donnée par

$$\mathcal{M} \;=\; \sum_{i,j} \int_0^1 dz \int dx' \; f_{i/p}(x', x'-x, t, \mu) \; H_{ij}(\frac{x'Q^2}{x}, z, \mu) \; \Phi^V_j(z, \mu) \; + ... \tag{2.1}$$

Les fonctions $f_{i/p}$ sont les fonctions de distribution de partons non-diagonales ou généralisées ("generalised parton density function"). Elles tiennent compte de ce que les deux partons interagissant de façon dure ne possèdent pas la même impulsion longitudinale (x' et $x' - x$), x étant la variable de Bjorken. Ces fonctions de distribution se ramènent aux densités de fonctions habituelles $f_{i/p}(x, \mu)$ pour $t = 0$ et lorsque les fractions d'impulsion portées par les deux partons deviennent égales. Le facteur H_{ij} est la fonction de diffusion dure et Φ^V_j est la fonction d'onde du méson VM dans le formalisme du cône de lumière (voir section 2.1.3). La variable z sur laquelle on intègre est la fraction d'impulsion longitudinale du méson vecteur portée par le quark j entrant dans le méson vecteur. La somme porte sur les types de partons i, j connectant H_{ij} à la fonction $f_{i/p}$ et au méson Φ^V_j. Le paramètre μ de l'équation 2.1 est l'échelle de renormalisation et factorisation, il devrait être de l'ordre de Q afin que H_{ij} soit calculable. Les "..." également présents dans cette équation indiquent que des corrections sont supprimées par des arguments de puissance. Ce théorème est valable pour tous les ordres et est illustré par la figure 2.1. Il a été démontré par Collins, Frankfurt et Strikman dans le référentiel de Breit ("Breit-Frame"), où le photon a une quadri-impulsion de type purement espace (E,p_x,p_y,p_z)=(0,0,0,$-Q$= $-2x\ p^{Breit}$), p^{Breit} étant l'impulsion du proton dans ce référentiel.

La discussion du processus peut également se faire de manière commode dans le référentiel du proton au repos. A haute énergie, la production diffractive de mésons vecteurs se factorise alors par la convolution suivante, illustrée à la figure 2.2 :

1. le photon fluctue en une paire quark-antiquark $q\bar{q}$ ($\Psi^{\gamma}_{q\bar{q}}$) qui forme un dipôle de couleur,
2. le dipôle $q\bar{q}$ interagit avec le champ de couleur du proton ($H_{q\bar{q}+p}$),
3. la paire $q\bar{q}$ se recombine pour former un méson vecteur ($\Psi^V_{q\bar{q}}$),

autrement dit :

$$\mathcal{M}(\gamma + p \to VM + p) \;=\; \Psi^{\gamma}_{q\bar{q}} \otimes H_{q\bar{q}+p} \otimes \Psi^V_{q\bar{q}}. \tag{2.2}$$

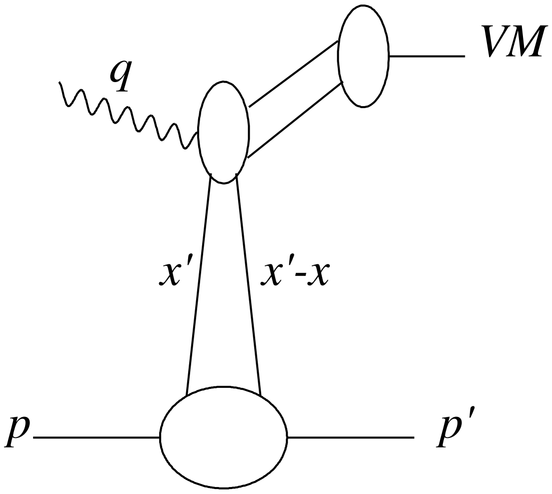


Figure 2.1: Théorème de factorisation de Collins, Frankfurt et Strikman.

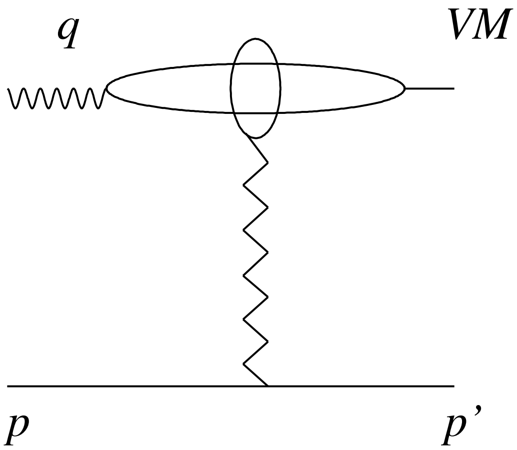


Figure 2.2: Production de mésons vecteurs.

Cette convolution sépare donc les processus se produisant à petites distances ($H_{q\bar{q}+p}$) et à grandes distances ($\Psi^{\gamma}_{q\bar{q}}$ et $\Psi^{V}_{q\bar{q}}$). Elle est justifiée par les différentes échelles de temps des processus : le temps typique pour la fluctuation $\gamma \to q\bar{q}$ ainsi que le temps nécessaire à la formation du méson vecteur sont beaucoup plus longs que la durée de l'interaction avec le proton.

2.1.2 Le formalisme du cône de lumière et les variables de Sudakov

Le formalisme du cône de lumière

Le formalisme du cône de lumière [60] se fonde sur la définition d'une composante longitudinale "grande" p^+, d'une composante "petite" p^- et d'une composante transverse $\vec{p_t}$ à deux dimensions, par rapport à l'axe z dans le référentiel choisi (de Breit ou du proton au repos) :

$$p^{\pm} = p^0 \pm p^3, \tag{2.3}$$

et

$$\begin{aligned} p^{\mu} &= (p^+, p^-, \vec{p_t}) = (p^+, \frac{p_t^2 + m^2}{p^+}, \vec{p_t}) & (2.4) \\ p^2 &= p^+ p^- - p_t^2 = m^2 & (2.5) \end{aligned}$$

où m est la masse de la particule. De façon générale, le produit de deux impulsions est donné par :

$$p \cdot k = \frac{1}{2}(p^+ k^- + p^- k^+) - \vec{p}_t \cdot \vec{k}_t. \tag{2.6}$$

Dans l'approche perturbative du cône de lumière, chaque graphe ordonné dans le temps est calculable au moyen de dix règles :

1. Chaque ligne reçoit une impulsion k^{μ} telle que a) k^+ et k_t sont conservées à chaque vertex, b) $k^2 = m^2$, c'est-à-dire que la particule d'impulsion k^{μ} soit sur sa couche de masse.
2. Chaque ligne reçoit un facteur $\theta(k^+)$.
3. Pour chaque ligne correspondant à un gluon (ou à un boson vecteur), il faut inclure un facteur $d_{\mu\nu}/k^+$ où $d_{\mu\nu}$ implique la somme sur les polarisations.
4. Les vertex couplant des gluons et des fermions sont donnés par

$$\begin{aligned} & e_0 \frac{\bar{u}(k)}{\sqrt{k^+}} \gamma^{\mu} \frac{u(l)}{\sqrt{l^+}}, \quad e_0 \frac{\bar{u}(k)}{\sqrt{k^+}} \gamma^{\mu} \frac{v(l)}{\sqrt{l^+}}, \\ & -e_0 \frac{\bar{v}(k)}{\sqrt{k^+}} \gamma^{\mu} \frac{u(l)}{\sqrt{l^+}}, \quad -e_0 \frac{\bar{v}(k)}{\sqrt{k^+}} \gamma^{\mu} \frac{v(l)}{\sqrt{l^+}}. \end{aligned} \tag{2.7}$$

   où e_0 est la charge, u ($\bar{u}$) est utilisé pour décrire un fermion entrant (sortant) et v ($\bar{v}$) pour un antifermion.

---

[1] Il n'existe pas de factorisation pour un photon résolu.

5. Une règle concerne les vertex qui couplent trois gluons et quatre gluons (voir [60]).

6. Chaque état intermédiaire se voit pourvu d'un facteur

$$\frac{1}{\sum_{inc} k^- - \sum_{interm} k^- + i\epsilon}, \tag{2.8}$$

   où la première somme porte sur les "énergies" du cône de lumière k^- des états incidents ("inc") et la seconde sur celles des particules intermédiaires ("$interm$").

7. Dans la jauge du cône de lumière définie par $\eta \cdot A = A^+ = 0$, aucun fantôme n'apparaît, ce qui n'est pas le cas dans la jauge de Feynman.

8. Le propagateur du fermion possède une partie instantanée ($\gamma^+/2k^+$) tout comme celui du gluon. Tenir compte de ce terme a pour effet de retrouver au numérateur le propagateur de la théorie de perturbation de Feynman ($\not{k} + m$).

9. Il faut intégrer sur chaque k indépendant ($\int_0^\infty dk^+ \int k_t^2/16\pi^3$) et sommer sur chaque spin et polarisation de particule interne.

10. Le facteur de couleur est calculé comme pour les diagrammes covariants.

Les variables de Sudakov

Dans la décomposition de Sudakov, on écrit l'impulsion l d'une particule comme :

$$l_i = \alpha_i q' + \beta_i p' + \vec{l}_{i,t} \tag{2.9}$$

où p' et q' sont les impulsions de type "lumière" du proton et du photon :

$$p'^2 = q'^2 = 0 \quad , \quad W^2 = 2p' \cdot q', \tag{2.10}$$

$$p = p' + \alpha_p q' \quad , \quad q = q' + \beta_\gamma p', \tag{2.11}$$

$$\alpha_p = m_p^2/W^2 \quad , \quad \beta_\gamma = -Q^2/W^2. \tag{2.12}$$

2.1.3 Les fonctions d'onde

La fonction d'onde du photon

En utilisant la cinématique illustrée à la figure 2.3, où q^μ, k^μ et $(q-k)^\mu$ sont respectivement les impulsions du photon, du quark et de l'antiquark dans le référentiel du photon en mouvement, on peut écrire la fonction d'onde du photon dans le formalisme du cône de lumière comme :

$$\Psi^\gamma = e\, e_f\, \frac{\bar{u}(k)}{\sqrt{k^+}}\, \frac{\gamma \cdot \epsilon^\gamma}{q^- - (k^- + (q-k)^-)}\, \frac{v(q-k)}{\sqrt{(q-k)^+}}. \tag{2.13}$$

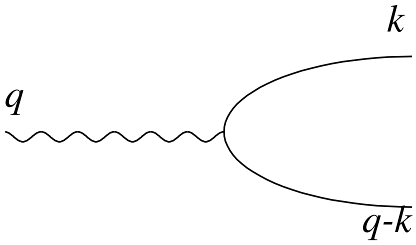


Figure 2.3: Fonction d'onde du photon.

e et e_f sont respectivement les charges du proton et du quark de saveur f et de masse m et ϵ^γ est le vecteur de polarisation du photon. Utilisant la définition $q = (q^+, q^-, \vec{q_t}) = (q^+, -Q^2/q^+, \vec{0})$ puisque $Q^2 = -q^2 = -q^+q^-$ et posant que $k^+/q^+ = z$, on a :

$$\begin{aligned} q^- - (k^- + (q-k)^-) &= q^- - \frac{k_t^2 + m^2}{k^+} - \frac{k_t^2 + m^2}{(q-k)^+} \\ &= -\frac{1}{q^+}\{Q^2 + \frac{k_t^2 + m^2}{z(1-z)}\}. \end{aligned} \tag{2.14}$$

La fonction d'onde du photon devient donc

$$\Psi^\gamma = -e\, e_f\, \frac{\bar{u}(k)\; \gamma \cdot \epsilon^\gamma\; v(q-k)}{\sqrt{z(1-z)}\{Q^2 + \frac{k_t^2 + m^2}{z(1-z)}\}}. \tag{2.15}$$

Le vecteur de polarisation ϵ^γ possède une partie longitudinale et une partie transverse :

$$\begin{aligned} \epsilon^\gamma(L) &= (\frac{q^+}{Q}, \frac{Q}{q^+}, \vec{0}_t), \\ \epsilon^\gamma(T) &= (0, 0, \vec{\epsilon_t^\gamma}). \end{aligned} \tag{2.16}$$

En supposant que le photon soit purement longitudinal, et puisque nous avons par normalisation [60]

$$\bar{u_\lambda}(k)\gamma^+ v_{\lambda'}(q-k) = 2\sqrt{k^+(q-k)^+}\delta_{\lambda,-\lambda'} \tag{2.17}$$

et que la conservation du courant impose [61]

$$q_\mu \bar{u_\lambda}\gamma^\mu v_{\lambda'} = 0, \tag{2.18}$$

cela nous donne finalement

$$\Psi_L^\gamma(z, k_t) = -2\; e\; e_f\; Q \frac{\delta_{\lambda,-\lambda'}}{Q^2 + \frac{k_t^2 + m^2}{z(1-z)}}. \tag{2.19}$$

Cette fonction d'onde est celle utilisée par Brodsky *et al.* [29] et par Ivanov et Kirschner [31].

Frankfurt *et al.* [30, 62] utilisent la fonction d'onde du photon longitudinal dans l'espace du paramètre d'impact :

$$\Psi_L^\gamma(z, r) = -2ee_f\; Q\; z(1-z)\; K_0(\epsilon r) \tag{2.20}$$

où

$$\epsilon^2 = Q^2 z(1-z) + m^2, \tag{2.21}$$

et r est la distance transverse entre le quark et l'antiquark, c'est-à-dire la différence entre les paramètres d'impact du quark et de l'antiquark. K_0 est une fonction de Bessel modifiée, c'est-à-dire une fonction de Hankel avec un argument imaginaire (voir annexe C).

Pour le cas d'un photon purement transverse, utilisant la normalisation [31] :

$$\sqrt{z(1-z)}\bar{u_\lambda}\epsilon_t^\gamma v_{\lambda'} = \delta_{\lambda,-\lambda'}\{(1-2z) \mp \lambda\}(\vec{\epsilon_t}^\gamma \cdot \vec{k_t}), \tag{2.22}$$

la fonction d'onde est :

$$\Psi_T^\gamma(z,r) = \mp iee_f Q\sqrt{z(1-z)}\;\delta_{\lambda,-\lambda'}\{(1-2z) \mp \lambda\}(\vec{\epsilon_t}^\gamma \cdot \frac{\vec{r}}{r})\;K_1(\epsilon r) \tag{2.23}$$

où K_1 est également une fonction de Bessel modifiée.

Ces formes de la fonction d'onde du photon (eq. 2.20 et 2.23) ont été introduites par Nikolaev et Zakharov [63] lors de l'étude de la section efficace $\sigma_{\gamma N}$. Dans [63], elles apparaissent prises au carré :

$$|\Psi_L^\gamma(z,r)|^2 = \frac{6\alpha_{em}}{(2\pi)^2}\sum_{quarks} e_f^2\;4\;Q^2\;z^2(1-z)^2[K_0(\epsilon\,r)]^2, \tag{2.24}$$

$$|\Psi_T^\gamma(z,r)|^2 = \frac{6\alpha_{em}}{(2\pi)^2}\sum_{quarks} e_f^2\;\{[z^2+(1-z)^2]\epsilon^2[K_1(\epsilon\,r)]^2 + m^2[K_0(\epsilon\,r)]^2\}, \tag{2.25}$$

Notons que certains modèles [30, 31] posent la masse de courant m du quark égale à zéro.

La fonction d'onde du méson

Dans le cas des mésons vecteurs lourds (J/Ψ, Υ), une fonction d'onde non-relativiste est utilisée [28]. Le quark et l'antiquark se partagent alors de façon égale l'impulsion du méson vecteur et la fonction d'onde s'écrit :

$$\Psi^V(z,k_t) = \delta^{(2)}(k_t)\delta(z-1/2) \tag{2.26}$$

où z est la fraction d'impulsion longitudinale du photon portée par le quark, $(1-z)$ celle portée par l'antiquark, et k_t est leur impulsion transverse. En d'autres termes, le quark et l'antiquark ne sont pas autorisés à avoir de l'impulsion de Fermi (ou impulsion interne) à l'intérieur du méson vecteur. Le couplage du VM à la paire $q\bar{q}$ est donné par

$$g(\not{k} + m)\gamma_\mu, \quad \not{k} = k_\alpha\gamma^\alpha \tag{2.27}$$

où

$$g^2 = \frac{3\;\Gamma_{ee}^{VM}\;M_{VM}}{64\;\pi\;\alpha_{em}^2} \tag{2.28}$$

et Γ_{ee}^{VM} est la largeur de la désintégration $VM \to ee$.

Cette fonction d'onde non-relativiste ne peut s'appliquer au cas de quarks légers. Beaucoup de groupes ont travaillé à introduire un mouvement de Fermi [29, 30, 62, 64, 65]. Ainsi par exemple, Frankfurt *et al.* [30] écrivent la fonction d'onde comme suit :

$$\Psi^V(z,r) = z(1-z)\,\mu\,r\,K_1(\mu r), \tag{2.29}$$

où $\mu/\sqrt{2} = \sqrt{\langle k_t^2\rangle}$ représente l'impulsion transverse moyenne du quark et r est la distance transverse entre les deux quarks du dipôle. Ivanov et Kirschner [31] écrivent la fonction d'onde du méson à partir de celle du photon en imposant que la décroissance en masse soit plus rapide dans le cas du méson vecteur (voir eq. 2.82 et 2.83).

Le choix de la fonction d'onde du méson constitue l'une des différences majeures entre les modèles.

Remarque sur le rapport σ_L/σ_T

L'amplitude 2.2 est proportionnelle aux produits $\gamma \cdot \epsilon^\gamma$ et $\gamma \cdot \epsilon^V$. Nous avons déjà explicité le vecteur de polarisation du photon ϵ^γ à l'équation 2.16. Le vecteur de polarisation du méson vecteur ϵ^V est donné par :

$$\begin{aligned} \epsilon^V(L) &= \left(\frac{q^+ + \Delta^+}{M_{VM}}, -\frac{M_{VM}}{q^+ + \Delta^+}, \vec{0}_t\right), \\ \epsilon^V(T) &= (0, 0, \vec{\epsilon}_t^{\,V}), \end{aligned} \tag{2.30}$$

où Δ^μ est l'impulsion transférée au vertex du proton. En développant le produit $\gamma^\mu\epsilon^\gamma_\mu\,\gamma^\nu\epsilon^V_\nu$, le terme longitudinal fait apparaître

$$\gamma^\mu\epsilon^\gamma_\mu\,\gamma^\nu\epsilon^V_\nu = \frac{Q}{M_{VM}}(\gamma^+\gamma^-)\frac{q^+ + \Delta^+}{q^+} \tag{2.31}$$

grâce à la conservation du courant valable pour la somme sur tous les diagrammes et sous l'hypothèse que le méson vecteur se comporte comme un photon pour sa structure en spin [2]. Pour obtenir ce résultat, nous avons également négligé l'impulsion transverse du méson vecteur. L'amplitude $\mathcal{M}_L$ de production de mésons vecteurs longitudinaux par des photons longitudinaux amène donc un facteur Q/M_{VM} par rapport à l'amplitude $\mathcal{M}_T$ de production de mésons vecteurs polarisés transversalement par des photons transverses. Définissant $R = \sigma_L/\sigma_T = \mathcal{M}_L^2/\mathcal{M}_T^2$, le rapport des sections efficaces de production de mésons vecteurs par des photons longitudinaux et transverses, on obtient finalement que

$$R \propto \frac{Q^2}{M_{VM}^2}. \tag{2.32}$$

---

[2] Ceci est par exemple le cas dans le modèle de Brodsky *et al.* [29] ou lorsqu'on travaille à l'approximation non-relativiste.

2.1.4 La section efficace $H_{q\bar{q}+p}$ de l'interaction dipôle-proton

La ligne en zigzag apparaissant à la figure 2.2 peut être décrite à l'ordre dominant de QCD par un échange de deux gluons [3]. Le couplage des deux gluons au proton peut, à l'approximation du logarithme dominant, être identifié avec la distribution usuelle (diagonale) des gluons dans le proton [28, 29] (voir sections 2.2.1 et 2.2.2).

En effet [63, 66], la section efficace dipôle-proton est égale à

$$H_{q\bar{q}+p}(r) = \frac{16}{3}\alpha_S(r)\int d^2l_t \frac{V(l_t)[1-e^{il_t\cdot r}]}{(l_t^2+\mu_G^2)^2}\alpha_S(l_t^2), \tag{2.33}$$

où r est la distance transverse séparant les deux quarks et l_t est l'impulsion transverse des gluons échangés. Le paramètre $\mu_G = 1/R_c$ est la masse effective des gluons introduite de façon que les forces de couleurs ne se propagent pas au-delà du rayon de confinement R_c. La fonction de vertex gluon-gluon-nucléon est donnée par $V(l_t) = 1 - \mathcal{F}_{ch}(3l_t^2)$ où $\mathcal{F}_{ch}$ est le facteur de forme de charge du proton. Le terme principal $G(x, Q^2)$ de la densité de gluons générés perturbativement à partir du nucléon, avec $x \ll 1$ et $0 < l_t^2 < Q^2$, est donné par

$$G(x,Q^2) = \frac{4}{\pi\, x}\int_0^{Q^2}\frac{dl_t^2 l_t^2}{(l_t^2+\mu_G^2)^2}\alpha_S(l_t^2)V(l_t). \tag{2.34}$$

La section efficace dipôle-proton devient

$$H_{q\bar{q}+p}(x,r) = \frac{4\pi}{3}\alpha_S(r)\int\frac{dl_t^2}{l_t^4}(1-e^{il_t\cdot r})\frac{d(xG(x,l_t^2))}{d\log l_t^2}. \tag{2.35}$$

Dans la référence [64], Nemchik *et al.* écrivent la section efficace dipôle-proton sous la forme :

$$H_{q\bar{q}+p}(x,r) = \frac{\pi^2 r^2}{3}\int\alpha_S(l_t^2)\,\frac{dl_t^2}{l_t^2}\,\frac{4(1-J_0(l_t r))}{(l_t r)^2}\,\frac{d(xG(x,l_t^2))}{d\log l_t^2}. \tag{2.36}$$

Parce que la fonction $f(y) = 4[1 - J_0(y)]/y^2$ peut qualitativement être approximée par une fonction du type $f(y) \simeq \theta(\sqrt{A} - y)$, avec $A \simeq 10$ [67], pour des petites distances $r \ll R_c$, on trouve que [68]

$$H_{q\bar{q}+p}(x,r) = \frac{\pi^2}{3}\, r^2\, \alpha_S(Q^2_{eff})\, xG(x,Q^2_{eff}) \tag{2.37}$$

où $x = (Q^2 + M_{VM}^2)/W^2$ et $Q^2_{eff} \sim A/r^2$. Notons que Frankfurt *et al.* [30] ont déterminé la valeur de A à partir d'une analyse numérique de la section efficace σ_L en demandant que $G(x, Q^2)$ soit la densité de gluons habituelle calculée à l'approximation du logarithme dominant en $\alpha_S \ln(Q^2/\Lambda^2_{QCD})$. Ils ont trouvé une valeur de $A = 9.2$ [30], qui est du même ordre que le facteur 10 [67].

Pour les grands dipôles, $r \geq R_c$, on peut négliger $J_0(kr)$ dans l'intégrant, la section efficace de dipôle sature et vaut

$$H_{q\bar{q}+p}(\nu,r) = \frac{4\pi^2}{3}\int\alpha_S(l_t^2)\frac{dl_t^2}{l_t^4}\frac{d(xG(x,l_t^2))}{d\log l_t^2}. \tag{2.38}$$

---

[3] On peut étendre cette modélisation à une échelle de Lipatov de gluons.

Utilisant l'équation 2.37 et puisque $\mathcal{M}$ est donnée par la formule 2.2 et que la section efficace $\gamma^{(*)}p \to VM + p$ est normalisée comme

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{16\pi W^4}|\mathcal{M}|^2, \tag{2.39}$$

on obtient donc que la section efficace $\gamma^{(*)}p \to VM + p$ est proportionnelle à $|xG(x, Q^2_{eff})|^2$.

Si tous les modèles présentés dans ce chapitre proposent une section efficace proportionnelle au carré de la densité de gluons, ils diffèrent par le choix de l'échelle à laquelle cette densité est prise. Ryskin [28] utilise comme échelle $(Q^2 + M^2_{VM})/4$ pour le méson J/Ψ. Brodsky et collaborateurs [29] utilisent l'échelle Q^2 pour les mésons vecteurs légers. Par après, Frankfurt, Koepf et Strikman [30] ont modifié cette échelle pour tenir compte du rescaling du processus dur (voir section 2.2.3). Martin, Ryskin et Teubner [48] tiennent compte de la fraction longitudinale de l'impulsion des quarks du dipôle ainsi que de leur impulsion transverse : $z(1-z)Q^2 + k_t^2$ lors de l'étude de la production de mésons ρ. Ivanov et Kirschner [31] choisissent $z(1-z)Q^2$ pour les mésons légers, négligeant k_t^2. L'échelle utilisée par Kuraev, Nikolaev et Zakharov [32] est de l'ordre de $(0.10 - 0.25)(Q^2 + M^2_{VM})$ après l'intégration de la forme $z(1-z)Q^2 + m_q^2$ sur z et en utilisant pour m_q la masse constituante des quarks. Toute ces échelles ne sont pas en contradiction les unes avec les autres, leur choix dépendant des approximations utilisées. Il n'est toutefois pas possible de déterminer, à la précision actuelle des calculs, qu'elle est l'échelle véritable du processus [69].

2.1.5 Quelques notations

Fixons dès à présent quelques notations que nous utiliserons souvent dans ce chapitre. Le photon de quadri-impulsion q fluctue en une paire $q\bar{q}$ d'impulsions k et $q-k$, d'impulsion transverse k_t, et portant une fraction d'impulsion longitudinale du photon z et $1-z$. Le proton incident porte une quadri-impulsion p et le proton diffusé $p' = p - \Delta$, où Δ est la quadri-impulsion transférée ($\Delta^2 = t$). Les gluons échangés ont des quadri-impulsions notées l et l' et le méson vecteur de masse M_{VM}, de largeur Γ_{VM}, porte une quadri-impulsion $q^V = q + \Delta$. La cinématique est donnée par la virtualité du photon Q^2, le carré t de la quadri-impulsion transférée au vertex du proton et W, l'énergie du centre de masse $\gamma^* p$.

D'autres notations sont également utilisées. N_c est le nombre de couleur, valant 3. C_{VM} est un facteur de charge propre à chaque méson vecteur [4] [64], $C_{VM} = 1/\sqrt{2}, 1/(3\sqrt{2}), 1/3, 2/3$ pour les mésons ρ, ω, Φ et J/Ψ, respectivement. C_F est le facteur de Casimir $(N_c^2 - 1)/(2N_c)$. α_{em} et α_S sont les constantes de structure fine et de couplage fort.

2.2 Modèles QCD de production de mésons vecteurs

Dans cette section, nous présentons l'étude de la production de mésons vecteurs par l'échange de deux gluons dont les premiers calculs sont dus à Donnachie et Landshoff [70]. A la section 2.2.1 est présenté le modèle de Ryskin [28] pour la production de mésons J/Ψ, avec les

---

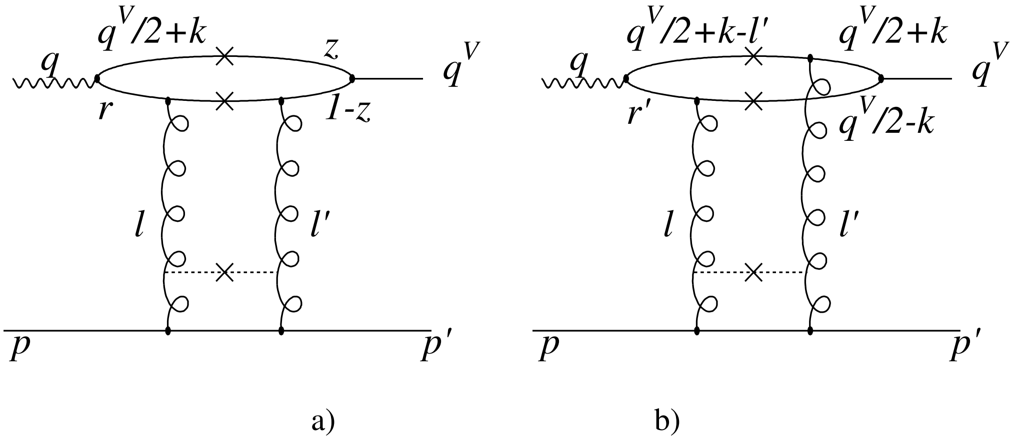
[4] La détermination de C_{VM} vient des règles de "quark counting".

modifications qui y ont été apportées [65]. La section 2.2.2 porte sur le modèle de Brodsky et collaborateurs [29], proposant un calcul pour la production de mésons vecteurs légers, et la section 2.2.3 son extension par Frankfurt *et al.* [30]. Nous explicitons ensuite les idées de Martin, Ryskin et Teubner [48] (section 2.2.4). Les travaux de Nemchik *et al.* [64] seront traités à la section 2.3.2.

2.2.1 Le modèle de Ryskin

Ryskin présente dans l'article [28] les résultats du calcul de la section efficace de production de mésons vecteurs J/Ψ dans le régime DIS à l'approximation LLA (logarithme dominant en Q^2), et à la limite des hautes énergies où $W^2 \gg M_{VM}^2$. Pour décrire le méson J/Ψ, Ryskin utilise une fonction d'onde non-relativiste (voir eq. 2.26, 2.27).

Les diagrammes de Feynman pour la production de mésons vecteurs J/Ψ à l'approximation de Born sont présentés à la figure 2.4. En plus de ceux-ci, il faut tenir compte des deux autres diagrammes où le quark et l'antiquark ont été échangés. Nous spécifions les différentes quadri-impulsions des quarks du dipôle, les autres quadri-impulsions utilisées à la figure 2.4 ayant été définies à la section 2.1.5. Sur le graphe 2.4a, le quark porte une impulsion égale à $\frac{1}{2}q^V + k$ et l'antiquark issu de la fluctuation du photon l'impulsion r ; k représente l'impulsion interne des quarks. Sur le graphe 2.4b, le quark et l'antiquark se couplant au photon portent respectivement les impulsions $\frac{1}{2}q^V + k - l'$ et r' ; lors du couplage au méson vecteur, le quark porte l'impulsion $\frac{1}{2}q^V + k$ et l'antiquark porte $\frac{1}{2}q^V - k$.



a) b)

Figure 2.4: Diagrammes de Feynman pour la production de mésons vecteurs J/Ψ à l'approximation de Born. En plus des deux diagrammes présentés ici, il faut tenir compte des deux autres diagrammes où le quark et l'antiquark ont été échangés. Les quadri-impulsions des particules sont indiquées sur chaque graphe. La ligne en traits discontinus sert à indiquer la structure en échelle de gluons qui peut être associée.

Les règles de Cutkovsky [71] sont utilisées. Sur le graphe 2.4a, le quark portant la fraction d'impulsion z du photon est sur sa couche de masse (marqué d'une croix). L'antiquark noté avec la fraction d'impulsion $1 - z$ est presque sur sa couche de masse car nous travaillons à l'approximation non-relativiste. Seul l'antiquark d'impulsion r n'est pas sur sa couche de masse et donne un propagateur $(r^2 - m_c^2)^{-1}$ qui intervient lors de l'intégration sur l'impulsion transverse l_t des gluons. Parallèlement sur le graphe 2.4b, le seul propagateur de quarks est donné par $(r^{'2} - m_c^2)^{-1}$. En exprimant le propagateur $(r^2 - m_c^2)^{-1}$ en termes de Sudakov et en négligeant k_t devant m_c, on trouve à l'approximation non-relativiste $(z = 1/2)$ que

$$\begin{aligned} r = q - h, \ \text{avec}\ h &= \frac{1}{2}q^V + k, \\ \text{d'où}\ r^2 = (q-h)^2 &= q^2 - 2q.h + m_c^2, \\ \text{avec}\ h = \alpha_h q^{'} + \beta_h p^{'},\ \text{où}\ \alpha_h &= z, \\ 2q.h = (\beta_\gamma \alpha_h + \beta_h)W^2 &= -zQ^2 + m_c^2/z, \\ \text{et donc}\ r^2 - m_c^2 &= -2\bar{Q}^2 \end{aligned} \tag{2.40}$$

où

$$\bar{Q}^2 = (Q^2 + M_\Psi^2)/4 \tag{2.41}$$

avec $M_\Psi^2 \simeq 4m_c^2$. De même pour le graphe 2.4b, on trouve que

$$r^{'2} - m_c^2 = -2\bar{Q}^2 - 2l_t^2. \tag{2.42}$$

L'amplitude à $t = 0$ pour la production diffractive de mésons J/Ψ par des photons transverses est donnée par

$$\mathcal{M}_T = i4\pi^2 M_\Psi \alpha_S \int \frac{dl_t^2}{l_t^4}\{\frac{1}{2\bar{Q}^2} - \frac{1}{2\bar{Q}^2 + 2l_t^2}\} f(x, l_t^2) e_c g_V. \tag{2.43}$$

Le facteur de couleur donne une contribution opposée pour les deux graphes de la figure 2.4. La constante g_V spécifie le couplage de la paire de quarks au méson (voir eq 2.28) et e_c est la charge du charme ($e_c^2 = 16\pi\alpha_{em}/9$). La fonction $f(x, l_t^2)$ est la densité de gluon non-intégrée, avec

$$xG(x, Q^2) = \int^{Q^2} \frac{dl_t^2}{l_t^2}\, f(x, l_t^2), \tag{2.44}$$

En intégrant l'équation 2.43 sur $l < \bar{Q}^2$ et en utilisant l'équation 2.39 (sans le facteur W^4 dû à une convention de normalisation), on trouve finalement pour la section efficace de production de mésons vecteurs par des photons transverses :

$$\frac{d\sigma}{dt}(\gamma_T^* p \to \Psi p)|_{t=0} = \frac{\Gamma_{ee}^{VM}\, M_\Psi^3\, \pi^3}{48\, \alpha_{em}}\, \frac{\alpha_S^2(\bar{Q}^2)}{\bar{Q}^8}[xG(x, \bar{Q}^2)]^2. \tag{2.45}$$

Afin d'obtenir la section efficace totale, il suffit de multiplier le résultat par $1 + Q^2/M_\Psi^2$ (voir eq. 2.32).

Ryskin et collaborateurs ont amélioré ce résultat [65]. Leur première correction porte sur l'intégrale 2.44, en incluant les effets provenant de l'impulsion transverse l_t des gluons : ils intègrent maintenant l'impulsion transverse des gluons jusqu'à l'infini. Comme de plus la distribution de gluons n'est pas connue pour $l_t^2 \to 0$, ils séparent l'intégrale en deux parties et l'amplitude devient :

$$\mathcal{M}_T \simeq i2\,\pi^2 M_\Psi\, e_c\, g_V\, \alpha_S\, [\frac{xG(x, Q_0^2)}{\bar{Q}^4} + \int_{Q_0^2}^{\infty} \frac{dl_t^2}{\bar{Q}^2(\bar{Q}^2\, +\, l_t^2)}\, \frac{\partial xG(x, l_t^2)}{\partial \log l_t^2}]. \tag{2.46}$$

Ryskin *et al.* [65] ont également estimé d'autres effets : la correction liée à t_{min}, l'effet dû à l'utilisation d'une fonction d'onde relativiste pour le méson J/Ψ, les effets d'une nouvelle diffusion ou absorption de la paire $c\bar{c}$, l'étude de l'ordre supérieur (NLO) et la prise en compte de la partie réelle. Certaines de ces corrections modifient sensiblement la normalisation de la section efficace mais peu sa dépendance en l'énergie.

2.2.2 Le modèle de Brodsky *et al.*

Brodsky et collaborateurs [29] étudient de façon plus générale la production de mésons vecteurs, que le méson soit un ρ, un ω, un ϕ, un J/Ψ ou un Υ. Ils proposent le calcul de la section efficace dans la région cinématique $W^2/M_{VM}^2 \gg 1$, $W^2/Q^2 \gg 1$, $-t \equiv -\Delta^2 \ll Q^2$, $Q^2 \gg \Lambda_{QCD}^2$ et $Q^2 \gg M_{VM}^2$ (figure 2.5).

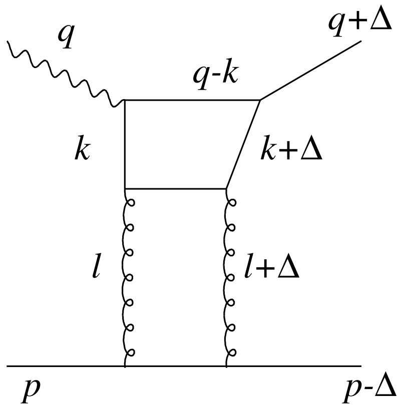


Figure 2.5: Diagramme typique d'échange de deux gluons contribuant à l'amplitude. Trois autres diagrammes doivent être pris en compte lors du calcul de l'amplitude : celui où les deux gluons couplent à l'antiquark et les deux où l'un des gluons couple au quark, l'autre se couplant à l'antiquark.

Suivant le concept de factorisation énoncé à la section 2.1.1, dans le référentiel où le proton est presque au repos ($p^+ \ll q^+$), l'amplitude peut s'écrire :

$$\mathcal{M} = \sqrt{N_c} \sum_{\lambda_1,\lambda_2} \int \frac{d^2k_t\, d^2k'_t}{(16\pi^3)^2} \int_0^1 dz \int_0^1 dz'\ \Psi^{V*}_{\lambda_1\lambda_2}(k'_t, z') H_{\lambda_1\lambda_2}(k'_t, z'; k_t, z) \Psi^{\gamma}_{\lambda_1\lambda_2}(k_t, z), \tag{2.47}$$

où le quark (l'antiquark) porte une impulsion transverse k_t ($-k_t$) et une fraction d'impulsion longitudinale z ($1-z$) lors de son couplage au photon, l'impulsion du quark se couplant au méson vecteur étant caractérisée par k'_t et z'. Les indices λ_1 et λ_2 indiquent les hélicités de la paire quark-antiquark, qui sont conservées pendant l'interaction de la paire sur le proton. Ψ^V et Ψ^γ sont les fonctions d'onde du méson vecteur et du photon dans le formalisme du cône de lumière (voir eq. 2.19). Afin d'évaluer $H_{\lambda_1\lambda_2}$, il faut considérer, en plus du graphe 2.5, les trois autres cas présentés à la figure 2.6. Dans les 4 cas, l'impulsion longitudinale du quark est conservée ($z' = z$). Les graphes où les gluons se couplent au même quark ou antiquark impliquent une conservation de l'impulsion transverse du quark non touché ($k'_t = k_t$). Dans les deux autres cas, à la limite où $\Delta_t \ll l_t$, l'impulsion transverse du quark sortant est égale à $k'_t = k_t \pm l_t$. Cela mène au résultat très simple

$$\begin{aligned} H_{\lambda_1\lambda_2}(k'_t, z'; k_t, z) = 16\pi^3 \int \{\, & 2\delta(k'_t - k_t) \;-\; \delta(k'_t - k_t + l_t) \\ & - \delta(k'_t - k_t - l_t)\,\}\; \delta(z' - z)\; \mathcal{J}(l) \frac{d^2 l_t\, dl_+}{16\pi^3}. \end{aligned} \tag{2.48}$$

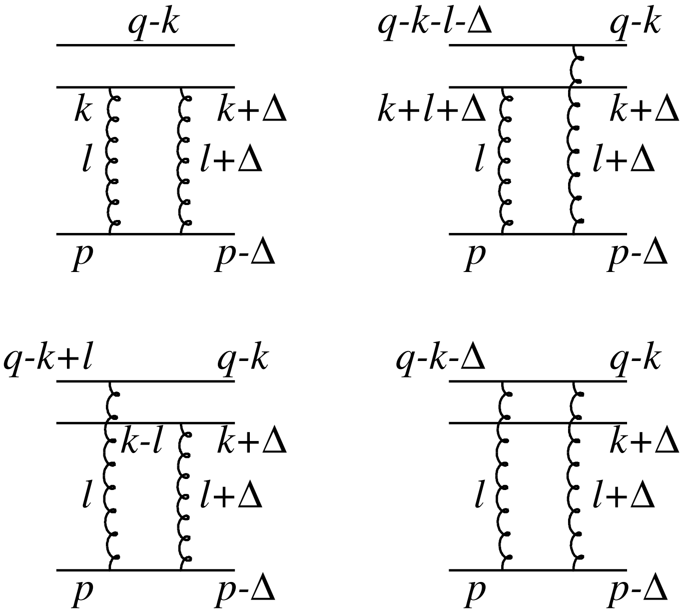


Figure 2.6: Diagrammes en théorie perturbative du cône de lumière contribuant à l'amplitude de diffusion d'une paire $q\bar{q}$ sur une cible sans couleur.

Le facteur d'impact $\mathcal{J}(l)$ inclut les propagateurs des gluons et l'amplitude de diffusion gluons-nucléon (il correspond à la notation $V(l_t)/l_t^4$ de l'équation 2.33). A l'approximation DLLA du double logarithme dominant (en $\ln(Q^2)$ et en $\ln(1/x)$), $\mathcal{J}(l)$ est purement imaginaire et

$$\int^{Q^2} \frac{d^2 l_t\, dl_+}{16\pi^3}\, l_t^2\, \mathcal{J} = i\frac{2\pi^2\, \alpha_S}{N_c}(W^2 + Q^2)xG(x, Q^2), \tag{2.49}$$

où $x = Q^2/W^2$ et l'échelle Q^2 à laquelle est prise la densité de gluons est fixée par la limite d'intégration choisie dans la présente approximation où $l_t^2 \ll Q^2$ (ce qui est la définition même de l'approximation $LL(Q^2)$).

L'intégration sur $d^2k_t dz'$ (eq. 2.47) des facteurs δ (introduits à l'équation 2.48) fait apparaître une combinaison $\Delta\Psi^{\gamma}_{\lambda_1\lambda_2}$ des fonctions d'onde Ψ^{γ}. Utilisant l'équation 2.19, cette combinaison vaut

$$\begin{aligned}\Delta\Psi^{\gamma}_{\lambda_1\lambda_2} &= 2\Psi^{\gamma}_{\lambda_1\lambda_2}(k'_t,z) - \Psi^{\gamma}_{\lambda_1\lambda_2}(k'_t+l_t,z) - \Psi^{\gamma}_{\lambda_1\lambda_2}(k'_t-l_t,z)\\ &= \frac{-4e\; e_f\; \delta_{\lambda_1,-\lambda_2}\; Q\; l_t^2}{\{Q^2\;+\;[(k'^2_t\;+\;m^2)/z(1-z)]\}^2 z(1-z)}.\end{aligned} \tag{2.50}$$

L'amplitude devient donc (en négligeant Q^2 devant W^2 et pour des valeurs asymptotiquement grandes de Q^2 pour lesquelles on peut négliger $(k'^2_t\;+\;m^2)/z(1-z)$ devant Q^2) :

$$\begin{aligned}\mathcal{M} &= \sqrt{N_c}\sum_{\lambda_1,\lambda_2}\int\frac{d^2k'_t}{16\pi^3}\int_0^1 dz\;\Psi^{V*}_{\lambda_1\lambda_2}(k'_t,z)\;\mathcal{J}(l)\;\frac{d^2l_t\;dl_+}{16\pi^3}\;\Delta\Psi^{\gamma}_{\lambda_1\lambda_2}\\ &= \frac{-8iW^2\;\pi^2\;e\;e_f\;\alpha_S}{Q^3\;\sqrt{N_c}}xG(x,Q^2)\int\frac{d^2k'_t}{16\pi^3}\int_0^1\frac{dz}{z(1-z)}\;\sum_{\lambda}\Psi^V_{\lambda,-\lambda}(k'_t,z).\end{aligned} \tag{2.51}$$

La fonction d'onde $\Psi^V_{\lambda,-\lambda}$ est donnée dans le formalisme du cône de lumière (cfr eq. 2.15 et eq. 2.19 dans le cas du photon) par

$$\Psi^V_{\lambda,-\lambda}(k'_t,z) = N_V\frac{\bar{v}_{-\lambda}(q-k)}{\sqrt{1-z}}\gamma\cdot\epsilon^V\frac{u_\lambda(k)}{\sqrt{z}}\Psi^V(k'_t,z)\frac{1}{M_{VM}}, \tag{2.52}$$

où $\Psi^V(k'_t,z)$ est la fonction d'onde sur le cône de lumière [60]. N_V est un facteur de normalisation et ϵ^V est le vecteur de polarisation du méson vecteur (voir eq. 2.30). La contribution dominante vient de la production de mésons vecteurs longitudinaux par des photons longitudinaux. En effet, le rapport des sections efficaces σ_L/σ_T évolue avec Q^2 comme Q^2/M^2_{VM} (eq. 2.32). Dans le cas longitudinal,

$$\Psi^V_{\lambda,-\lambda}(k'_t,z) = -N_V\Psi^V(k'_t,z). \tag{2.53}$$

Définissant

$$\Phi^V(Q,z) = \int^{Q^2}\frac{d^2k'_t}{16\pi^3}\Psi^V(k'_t,z), \tag{2.54}$$

la partie longitudinale de l'amplitude s'écrit

$$\mathcal{M}_L = \frac{16iW^2\;\pi^2\;e\;e_f\;\alpha_S}{Q^3\;\sqrt{N_c}}xG(x,Q^2)N_V\;\int_0^1\frac{dz}{z(1-z)}\;\Phi^V(Q,z). \tag{2.55}$$

La valeur de $\mathcal{M}_L$ est calculable en utilisant le lien entre Φ^V et la largeur de désintégration du méson vecteur en une paire e^+e^-, Γ^{VM}_{ee}, ainsi que le moment inverse effectif η_{VM} de l'amplitude de distribution du méson vecteur, qui contrôle le leading twist de l'amplitude en électroproduction.

$$\begin{aligned}\eta_{VM} &\equiv \frac{1}{2}\frac{\int[dz/z(1-z)]\;\Phi^V(z)}{\int dz\;\Phi^V(z)},\\ \int dz\;\Phi^V(z) &= \frac{f_V}{2\sqrt{2N_c}\;N_V\;e_f},\\ \Gamma^{VM}_{ee} &= \frac{8\;\pi\;\alpha^2_{em}\;f^2_V}{3\;M_{VM}},\end{aligned} \tag{2.56}$$

où f_V représente le couplage au méson vecteur.

La section efficace de production de mésons vecteurs longitudinaux est finalement donnée par

$$\frac{d\sigma}{dt}(\gamma_L^* p \to VMp)|_{t=0} = \frac{12\,\pi^3\,\Gamma_{ee}^{VM}\;M_{VM}\;{\alpha_S}^2(Q^2)\;\eta_{VM}^2\;[xG(x,Q^2)]^2}{\alpha_{em}\;Q^6\;N_c^2}. \tag{2.57}$$

Ce résultat [5] limité aux photons longitudinaux, est en accord avec celui de Ryskin [28] présenté à la section précédente.

La section efficace de production de mésons vecteurs transverses par des photons transverses n'a pas été calculée par Brodsky *et al.* [29]. En effet, selon eux, des effets non perturbatifs interviennent et empêchent le calcul (voir discussion de cette hypothèse à la section 2.2.4). Ces effets sont liés à la région dite des "end-points" ou limites d'intégration ($z, 1-z=0$). En effet, quand z approche de 0 ou 1, le dénominateur en $z(1-z)$ présent dans l'équation 2.51 présente un pôle, rendant la série de perturbation inutile. Dans le cas de la section efficace longitudinale, on s'attend à ce que la contribution des "end-points" soit négligeable puisque la fonction d'onde Φ_L^γ est proportionelle à z ou $(1-z)$ quand z ou $1-z$ s'annule. Par contre, dans le cas de la section efficace transverse, la contribution des "end-points" peut être importante à cause de la valeur non nulle de la fonction d'onde d'un photon transverse à $z \sim 0, 1$.

Il est également nécessaire de tenir compte de la partie réelle de l'amplitude. Cette dernière est non négligeable pour des valeurs de x suffisamment petites et pour de grands Q^2. Elle peut être estimée grâce aux relations de dispersion. La section efficace totale pour des photons longitudinaux est donc :

$$\begin{aligned}&\frac{d\sigma}{dt}(\gamma_L^* p \to VMp)|_{t=0} = \\ &\frac{12\,\pi^3\,\Gamma_{ee}^{VM}\;M_{VM}\;{\alpha_S}^2(Q^2)\;\eta_{VM}^2\;|\,[1\;+\;i(\pi/2)(\partial/\partial\ln x)]\;xG(x,Q^2)|^2}{\alpha_{em}\;Q^6\;N_c^2}.\end{aligned} \tag{2.58}$$

2.2.3 Les travaux de Frankfurt *et al.*

Frankfurt *et al.* [30] ont prolongé les travaux de Brodsky *et al.* [29]. Ils ont étendu le résultat présenté à l'équation 2.58 à l'approximation du logarithme dominant en Q^2 ($\alpha_S \log(Q^2/\Lambda_{QCD}^2)$), moins restrictive que celle du double logarithme dominant DLLA. Pour ce faire, ils passent dans l'espace du paramètre d'impact. Ils introduisent un facteur $T(Q^2)$ dans la formule 2.58 afin de tenir compte des effets préasymptotiques ($T(Q^2 \to \infty) = 1$). En effet, la formule 2.58 n'est valable que pour de très grandes valeurs de Q^2, c'est-à-dire dans le cas où l'impulsion transverse des quarks de la paire peut être négligée. Pour étudier la région sub-asymptotique, ils considèrent les effets de l'impulsion de Fermi transverse des quarks à l'intérieur du méson vecteur, ce qui mène à une diminution significative de la section efficace pour des valeurs de Q^2 moyennement grandes.

---

[5] Dans l'article original de Brodsky *et al.* [29], un facteur 4 a été oublié dans le numérateur de la formule correspondante [65], il a été restauré ici.

Dans leur approche, l'échelle à laquelle sont estimées α_S et la densité de gluons n'est plus Q^2 comme précédemment, mais bien $Q^2_{eff} \simeq Q^2 |r_{\sigma_L(Q^2)}/r_{\sigma_{VM}(Q^2)}|^2$, obtenue à cause du "rescaling" du processus dur. En effet, la production de mésons vecteurs σ_{VM} et la fonction de structure longitudinale F_L ou σ_L sont caractérisées par des distances transverses différentes entre le quark et l'antiquark ($r_{\sigma_{VM}} \neq r_{\sigma_L}$), car celles-ci dépendent du processus considéré [62]. Comme l'échelle utilisée pour F_L est Q^2 ($Q^2 = \lambda/r^2_{\sigma_L}$), l'échelle associée à une distance transverse $r_{\sigma_{VM}}$ est alors Q^2_{eff} ($Q^2_{eff} = \lambda/r^2_{\sigma_{VM}}$). La différence entre Q^2 et Q^2_{eff} est introduite parce que les corrections d'ordres supérieurs doivent également être prises en compte. Dans le cas des mésons vecteurs J/Ψ et Υ, Q^2_{eff} est significativement plus grande que l'échelle $\bar{Q^2} = (Q^2 + M^2_{VM})/4$ utilisée dans le modèle de Ryskin [28, 65]. Cette nouvelle formule vaut à nouveau uniquement dans le cas de photons polarisés longitudinalement, la distance transverse séparant le quark et l'antiquark de la paire $q\bar{q}$ étant alors suffisamment petite. Dans le cas des photons polarisés transversalement, cette distance est intermédiaire entre la distance typique en photoproduction et la petite distance du cas longitudinal car des effets non perturbatifs interviennent.

Frankfurt, Koepf et Strikman ont également estimé la contribution de la boucle dure ($\gamma^* \to \rho$) à la dépendance en t de la section efficace de production de mésons vecteurs. Cette contribution est faible, ils trouvent que

$$\int d^2r\; dz\; \Psi_{\gamma_L}(z,r)\; \sigma(r^2)\; \Psi_V(z,r)\; e^{-iz\; p_t \cdot r} \;\propto\; e^{B_V t/2}|_{t=-p_t^2} \tag{2.59}$$

avec $B_V \leq 0.7$ GeV^{-2}, ce qui est bien inférieur aux pentes mesurées expérimentalement (voir par exemple [4]). La dépendance en t de la section efficace de production de mésons vecteurs provient donc presque entièrement du facteur de forme des deux gluons dans la cible $G_{2g}(t)$ et est donc universelle pour toutes les productions de mésons vecteurs.

Frankfurt et collaborateurs ont ensuite étudié la production de mésons vecteurs lourds polarisés transversalement [62] à l'approximation du logarithme dominant en Q^2, que ce soit en photoproduction ou en électroproduction. L'application du théorème de factorisation QCD pour la production diffractive de mésons vecteurs polarisés transversalement n'est valable que si la masse du quark est suffisamment élevée, car la taille transverse de la paire $q\bar{q}$ décroît avec la masse des quarks.

La section efficace totale de production de mésons vecteurs lourds s'écrit finalement :

$$\begin{gathered}\frac{d\sigma}{dt}(\gamma^* p \to VMp)|_{t=0} = \frac{4\,\pi^3\,\Gamma_{VM}\,M^3_{VM}}{3\,\alpha_{em}\,(Q^2\,+\,4\,m^2)^4}\,\eta^2_{VM}\,T(Q^2) \\ |\,{\alpha_S}^2(Q^2_{eff})\,[1\,+\,i(\pi/2)(\partial/\partial \ln x)]\,xG(x,Q^2_{eff})|^2 R(Q^2)(1+\varepsilon R).\end{gathered} \tag{2.60}$$

où ε défini à l'équation 1.17 est le paramètre relié à la polarisation du photon virtuel, la valeur $\varepsilon = 0$ correspond à une polarisation purement transverse et $\varepsilon = 1$ à un mélange égal de polarisations longitudinale et transverse. $R(Q^2)$ a été introduit afin de décrire le rapport σ_L/σ_T tel que

$$R = \frac{\sigma_L}{\sigma_T} = \frac{1}{R(Q^2)}\frac{Q^2}{M^2_{VM}}. \tag{2.61}$$

Dans cette formule, la masse de courant m des quarks est prise différente de zéro.

Notons également que, lorsque l'on étudie la production de mésons vecteurs lourds, les fractions d'impulsion portées par les deux gluons, β_i et β_j, sont différentes :

$$\begin{aligned}
\beta_i &= \frac{M_X^2 \ + \ \langle l_t^2 \rangle \ + \ Q^2}{Q^2 + M_{VM}^2} x, \\
\beta_j &= \frac{M_X^2 \ + \ \langle l_t^2 \rangle \ - \ M_{VM}^2}{Q^2 + M_{VM}^2} x, \\
\text{où } M_X^2 &= \frac{k_t^2 \ + \ m^2}{z(1-z)}
\end{aligned} \tag{2.62}$$

est le carré de la masse invariante de la paire $q\bar{q}$ produite. Il faut dès lors utiliser les densités de gluons non-diagonales dans l'équation 2.60. Dans l'approximation du logarithme dominant en Q^2, les distributions de gluons non-diagonales ne sont toutefois pas trop éloignées des distributions usuelles [72].

2.2.4 Le modèle de Martin, Ryskin et Teubner

Martin, Ryskin et Teubner étudient la production diffractive de mésons ρ en théorie perturbative QCD à grandes valeurs de Q^2 ($Q^2 > 5$ GeV^2) [48]. Ils affirment que l'application de l'approche perturbative est valable aussi bien pour la section efficace transverse que pour la section efficace longitudinale. En cela, ils diffèrent grandement de ce qui est fréquemment écrit dans les articles plus anciens [29]. Leur argument repose sur des observations faites à HERA. En effet, si la section efficace transverse σ_T était dominée par des effets non-perturbatifs, σ_T aurait des comportements similaires à ceux observés en photoproduction : une dépendance "soft" de σ_T en l'énergie $\propto W^{0.2}$ et une pente importante, caractérisant la dépendance exponentielle en t de la section efficace, $b \propto 9 - 10$ GeV^{-2}. On devrait donc voir une dépendance du rapport R en W qui varie pour des valeurs de Q^2 différentes, ainsi qu'une dépendance de R avec t. De plus, on s'attendrait à avoir une dépendance en Q^2 au moins comme $1/Q^8$, lorsqu'on limite l'intégration sur z de la partie transverse de l'amplitude aux zones $z \leq \mu^2/Q^2$ et $1 - z \leq \mu^2/Q^2$, où μ^2 représente une petite virtualité. Ils soulignent que ces effets n'ont pas été observés expérimentalement.

Dans une approche perturbative pQCD, utilisant les composantes leading-twist des fonctions d'onde du méson ρ dans le formalisme du cône de lumière, ils trouvent que le rapport des sections efficaces $R = \sigma_L/\sigma_T$ est proportionnel à Q^2/m^2 où m est la masse de courant des quarks. Cette augmentation extrêmement rapide de R avec Q^2 n'est pas observée expérimentalement. Tenant compte des effets de higher twist dans la fonction d'onde du méson ρ, ils suggèrent de remplacer m par un facteur de l'ordre de M_ρ. Le rapport R devient alors $R = cQ^2/M_\rho^2$, où la constante c est de l'ordre de 0.5. Le désaccord entre la prédiction et les mesures expérimentales de l'évolution en Q^2 du rapport R est atténué, mais subsiste. Il est lié, selon eux, à la prise en compte de la fonction d'onde du méson ρ. Ils résolvent ce problème en utilisant l'hypothèse de dualité entre hadrons et partons [48], selon laquelle la production totale de hadrons $e^+e^- \rightarrow hadrons$, dans une fenêtre de masse ΔM, est donnée par la production partonique :

$$\langle \sum_h \sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow h) \rangle_{\Delta M^2} \simeq \langle \sum_q \sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow q\bar{q}) \rangle_{\Delta M^2}. \tag{2.63}$$

Appliquant la dualité partons-hadrons au cas de la production de mésons ρ, on obtient :

$$\sigma(\gamma^* p \to \rho p) \simeq 0.9 \sum_{q=u,d} \int_{M_a^2}^{M_b^2} \frac{d\sigma[\gamma^* p \to (q\bar{q})p]}{dM^2} dM^2. \tag{2.64}$$

En effet, pour de petites masses M, le seul canal ouvert est celui de la production de deux pions: $\gamma \to (q\bar{q}) \to 2\pi$ (le facteur 0.9 tient compte de la production de mésons vecteurs ω), avec $\Delta M^2 = M_b^2 - M_a^2 \simeq 1\mathrm{GeV}^2$. Ils étudient donc la production d'une paire de quark $q\bar{q}$ ouverte (voir figure 2.7). Longtemps après l'interaction avec le proton, le confinement agit sur la paire et la force à former un méson ρ, car il n'existe pratiquement pas d'autre choix.

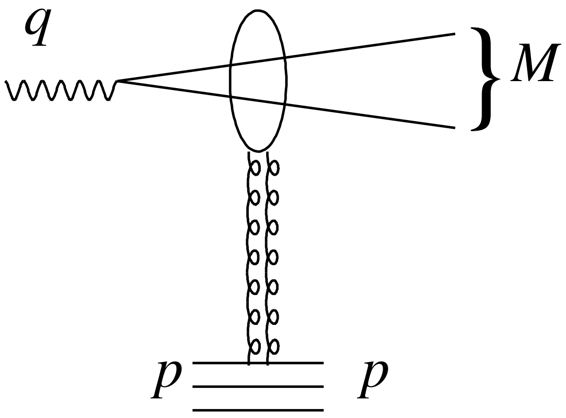


Figure 2.7: Production d'une paire $q\bar{q}$ ouverte.

Les formules utilisées par Martin, Ryskin et Teubner pour la production diffractive de paires $u\bar{u}$ et $d\bar{d}$ ouvertes sont inspirées du travail de Levin *et al.* sur les paires $c\bar{c}$ ouvertes [61]. Dans le cas de quarks légers, on pose la masse de courant du quark m égale à zéro. L'échelle à laquelle la distribution de gluons est étudiée est prise égale à

$$K^2 = z(1-z)Q^2 + k_t^2 = k_t^2 \frac{Q^2 + M^2}{M^2}, \tag{2.65}$$

où M est la masse invariante de la paire $q\bar{q}$ (voir eq. 2.62). L'échelle K^2 détermine les distances transverse typiques du processus $b_T \sim 1/K$.

La section efficace s'écrit :

$$\frac{d^2\sigma}{dM^2\, dt}|_{t=0} = \sum_{\lambda,\lambda'} \int \frac{d^2k_t\, dz}{16\pi^3}\, \delta(M^2 - \frac{k_t^2}{z(1-z)}) \frac{|\mathcal{M}_{\lambda,\lambda'}|^2}{16\pi^2} \tag{2.66}$$

La fonction δ apparaît parce que la paire $q\bar{q}$ est un système de masse M. La factorisation de l'amplitude $\mathcal{M}$ suit celle présentée dans le modèle de Brodsky *et al.* [29]. Cependant, ici, aucune fonction d'onde du méson n'est nécessaire :

$$\mathcal{M}_{\lambda,\lambda'}(z,k_t) = \sqrt{N_c} \int d^2k_t' \int_0^1 dz' \Psi_{\lambda,\lambda'}(k_t', z') H_{\lambda,\lambda'}(k_t', z'; k_t, z). \tag{2.67}$$

Suivant de près le modèle de Brodsky *et al.* [29] (voir eq. 2.48 et 2.50), tout en envisageant également le cas de la production transverse, et en transformant l'intégrale sur k_t^2 en une intégrale sur K^2, on trouve finalement :

$$\frac{d^2\sigma_L}{dM^2\,dt} = \frac{4\pi^2 e_q^2 \alpha_{em}}{3} \frac{Q^2}{(Q^2+M^2)^4} \int_{K_0^2}^{(1/4)(Q^2+M^2)} \frac{dK^2 K^2}{\sqrt{1-4K^2/(Q^2+M^2)}} [I_L(K^2)]^2, \qquad (2.68)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma_T}{dM^2\,dt} = & \quad \frac{4\pi^2 e_q^2 \alpha_{em}}{3} \frac{M^2}{(Q^2+M^2)^3} \\ & \int_{K_0^2}^{(1/4)(Q^2+M^2)} \frac{dK^2(1-2K^2/(Q^2+M^2))}{\sqrt{1-4K^2/(Q^2+M^2)}} [I_T(K^2)]^2, \end{aligned} \qquad (2.69)$$

où K_0 est une valeur limite ("cut off") et où $I_{L,T}$ sont les intégrations sur l'impulsion transverse l_t des gluons échangés. Dans l'approximation du logarithme dominant en K^2, ces intégrations s'écrivent :

$$I_L^{LLA} = I_T^{LLA} = \frac{\alpha_S(K^2)}{K^2} \int^{K^2} \frac{dl_t^2}{l_t^2} f(x, l_t^2) = \frac{\alpha_S(K^2)}{K^2} xG(x, K^2). \qquad (2.70)$$

Dans ce cas, $I_{L,T}$ sont proportionnels à

$$I_{L,T} \propto x^{-\lambda} \frac{(K^2)^\gamma}{K^2} \qquad (2.71)$$

car la densité de gluons peut être paramétrisée comme

$$xG(x, K^2) \propto x^{-\lambda}\,(K^2)^\gamma. \qquad (2.72)$$

La dépendance en x de la densité de gluons est décrite par le paramètre λ et celle en K^2 par le paramètre γ, appelé dimension anomale du gluon. Ce dernier dépend de K^2 et de x ; les résultats expérimentaux indiquent que γ augmente lorsque x et K^2 décroîssent. Ce comportement est illustré à la figure 2.8 qui présente γ en fonction de x pour différentes valeurs de K^2.

En utilisant l'angle polaire θ du quark relativement à la direction du proton, dans le référentiel de repos du système $q\bar{q}$, on peut définir $k_t = (1/2)M\sin\theta$. Les équations 2.68 et 2.69 peuvent se réécrire à l'aide des matrices de rotation $d^J_{\lambda,\mu}$:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma_L}{dM^2\,dt} &= \frac{4\pi^2 e_q^2 \alpha_{em}}{3} \frac{Q^2}{(Q^2+M^2)^2} \frac{1}{8} \int_{-1}^{1} d\cos\theta\, |d^1_{10}(\theta)|^2\, |I_L|^2, \\ \frac{d^2\sigma_T}{dM^2\,dt} &= \frac{4\pi^2 e_q^2 \alpha_{em}}{3} \frac{M^2}{(Q^2+M^2)^2} \frac{1}{4} \int_{-1}^{1} d\cos\theta\, [\, |d^1_{11}(\theta)|^2 + |d^1_{1-11}(\theta)|^2\,]\, |I_T|^2. \end{aligned} \qquad (2.73)$$

Puisque $I_{L,T}^{LLA}$ sont proportionnels à $(\sin\theta)^{\gamma-1}$, en supposant γ constant sur la région d'intégration en $\cos\theta$, on trouve le résultat suivant :

$$R = \frac{\sigma_L}{\sigma_T} = \frac{Q^2}{M^2} (\frac{\gamma}{1+\gamma})^2. \qquad (2.74)$$

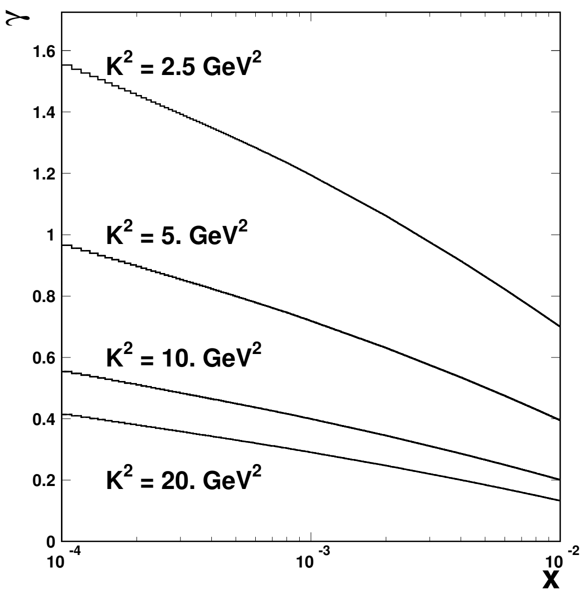


Figure 2.8: Distribution de γ en fonction de x pour différentes valeurs de K^2 (2.5, 5., 10. et 20 GeV^2 de haut en bas). Cette distribution a été produite en utilisant la librairie PDFLIB [73] pour la paramétrisation MRS(R2) [74] des densités de partons.

La dépendance en γ permet d'atténuer la croissance en Q^2 de R. Les sections efficaces longitudinales σ_L et transverse σ_T reçoivent leur contribution dominante lors de l'intégration sur K^2 dans la région $K^2 \leq Q^2/4$. Dès lors, afin d'estimer la valeur de R moyennée sur un domaine en Q^2, il est nécessaire d'évaluer γ à une échelle $K^2 \leq Q^2/4$. Une certaine ambiguïté entoure le choix de la fenêtre de masse ΔM^2, affectant la normalisation de sections efficaces, mais le rapport R est peu sensible à cette incertitude.

Dans une étude postérieure [75], Martin, Ryskin et Teubner ont utilisé les densités de gluons non-diagonales plutôt que les densités de gluons usuelles. L'effet en est une augmentation de la section efficace de production diffractive de mésons vecteurs ρ à grandes valeurs de Q^2. Ils ont également étudié d'autres effets sur la dépendance en Q^2, tels que la correction à l'ordre suivant (NLO) et l'évolution en Q^2 du paramètre b, caractérisant la pente en t, lors de l'intégration $d\sigma/dt \propto e^{-b|t|}$. Ces effets sont moins importants que celui dû aux densités de gluons non-diagonales.

2.3 Extension à l'étude de la violation de $SCHC$

Dans cette section, nous présentons trois calculs de la production diffractive de mésons vecteurs basés sur l'échange de deux gluons en chromodynamique quantique (QCD) perturbative, portant sur la violation de $SCHC$ ($NSCHC$) : le modèle de Ivanov et Kirschner [31] (section 2.3.1), le modèle de Kuraev, Nikolaev et Zakharov [32] (section 2.3.2) et celui de Royen et Cudell [33] (section 2.3.3).

Pour des quarks sans masse, l'hélicité de la paire $q\bar{q}$ - entendue comme la somme des hélicités du quark et de l'antiquark - est égale à zéro. Par conservation du moment angulaire total, l'hélicité du photon γ est entièrement cédée à la projection du moment orbital de la paire suivant l'axe du photon. L'hélicité du méson vecteur est donnée, quant à elle, par la projection du moment angulaire orbital de la paire $q\bar{q}$ suivant la direction de l'impulsion du méson. Un changement d'hélicité ("helicity flip") entre le photon et le méson vecteur provient donc d'un changement de la projection du moment angulaire de la paire durant l'interaction avec les gluons, alors que l'hélicité totale de la paire $q\bar{q}$ reste inchangée, de même que son paramètre d'impact. La modification du moment angulaire est due à l'apport à la paire d'impulsion transverse provenant des gluons, de l'ordre de $\sqrt{|t|}$. On peut donc s'attendre à ce que les amplitudes avec simple changement d'hélicité soient proportionnelles à $\sqrt{|t|}$.

On verra également que les calculs indiquent qu'un changement d'hélicité est possible uniquement dans le cas où le quark et l'antiquark se partagent l'impulsion longitudinale du photon de façon asymétrique (i.e. z, la fraction d'impulsion longitudinale du photon portée par le quark, est différente de 1/2). Une description non-relativiste des mésons vecteurs lourds, négligeant le mouvement de Fermi longitudinal, ne prédit donc pas de changement d'hélicité entre le méson et le photon.

A partir d'ici, nous changeons de notation, et notons les différentes amplitudes d'hélicité $\mathcal{M}_{\lambda,\lambda'}$ sous la forme $T_{\lambda_\rho \lambda_\gamma}$.

Les trois modèles présentés prédisent les dépendances en Q^2 et t des amplitudes $T_{\lambda_\rho \lambda_\gamma}$, le plus souvent au travers de leurs rapports. Ils prédisent également la hiérarchie suivante :

$$T_{00} > T_{11} > T_{01} > T_{10} > T_{1-1} \tag{2.75}$$

à condition que Q^2 soit plus grand que quelques GeV^2 et $|t| < Q^2$.

2.3.1 Le modèle de Ivanov et Kirschner

Le modèle pQCD de Ivanov et Kirschner [31] calcule les amplitudes de transition pour des mésons vecteurs légers, utilisant des quarks légers et négligeant leur masse ($m_q = 0$). Les amplitudes de transition, excepté celle avec double changement d'hélicité, sont proportionnelles à la densité de gluons $xG(x, \tilde{Q}^2)$ où $\tilde{Q}^2 = z(1-z)Q^2 < Q^2/4$. Suivant le modèle de Martin, Ryskin et Teubner [48], le caractère spécifique du modèle de Ivanov et Kirschner provient, à l'approximation $LL(Q^2)$, de la dépendance d'échelle de la densité de gluon

$$G(x, \tilde{Q}^2) = G(x, {Q_0}^2)[(\tilde{Q}^2)/{Q_0}^2]^\gamma, \tag{2.76}$$

L'introduction de la dimension anomale γ permet de supprimer les singularités aux limites ("end-points") pour $z \to 0, 1$ et donc de restaurer la factorisation pour les amplitudes transverses [76].

Suivant les principes de factorisation de la section 2.1.1 et les notations précisées à la section 2.1.5,

$$\mathcal{M} = iW^2 \int \frac{d^2 l_t}{l_t^2\ (l-\Delta)_t^2} I_{\gamma\to\rho} J_p, \tag{2.77}$$

où J_p est le facteur d'impact du proton (noté $\mathcal{J}(l)$ dans l'eq. 2.48) et $I_{\gamma\to\rho}$ celui du photon, que l'on peut écrire comme la convolution

$$I_{\gamma\to\rho}(l,\Delta) = \int \frac{d^2\vec{k}_1 dz_1}{16\pi^3}\frac{d^2\vec{k}_2 dz_2}{16\pi^3}\Psi_{\gamma^*}(\vec{k}_1,z_1)H^{dipole}(\vec{k}_1,\vec{k}_2,z_1,z_2,\vec{l}_t,\vec{\Delta}_t)\Psi^*_\rho(\vec{k}_2,z_2). \quad (2.78)$$

Les fonctions d'onde utilisées pour le photon Ψ_γ sont données par les équations 2.19-2.20 pour le photon longitudinal et 2.23 pour le cas transverse. Réécrivons la fonction d'onde du photon longitudinal comme :

$$\Psi^L_\gamma(\vec{k},z) \sim z(1-z)\frac{\Phi(M)}{z(1-z)}, \quad (2.79)$$

$$\Phi(M) = \frac{1}{Q^2+M^2}, \quad (2.80)$$

$$\text{avec } M^2 = \frac{k^2}{z(1-z)}, \quad (2.81)$$

M étant la masse invariante de la paire $q\bar{q}$ (cfr eq. 2.62). Supposant que $\Phi(M)$ décroît plus rapidement à grande masse M pour le méson ρ que pour le photon, on choisit la fonction d'onde du méson vecteur ρ longitudinal, Ψ^L_ρ, par analogie avec celle du photon comme [6] :

$$\Psi^L_\rho(\vec{k},z) = -\frac{3}{2}\delta_{\lambda,-\lambda'}f_\rho z(1-z)\frac{\Phi(M^2)}{z(1-z)}, \quad (2.82)$$

où f_ρ est relié à la largeur de la désintégration du ρ en e^+e^-. De manière similaire,

$$\Psi^T_\rho(\vec{k},z) = \pm\frac{3}{4}\delta_{\lambda,-\lambda'}f_\rho\sqrt{z(1-z)}\{(1-2z)\mp\lambda\}(\vec{\epsilon}^{\,V}_t\frac{\vec{k}}{k})\frac{\Phi(M^2)}{z(1-z)}. \quad (2.83)$$

La fonction de dipôle H^{dipole} est une somme de fonctions δ tenant compte des différentes possibilités de couplage des gluons à la paire $q\bar{q}$ (similaires aux fonctions δ de l'eq. 2.48) :

$$H^{dipole}(\vec{k}_1,\vec{k}_2,z_1,z_2,\vec{l}_t,\vec{\Delta}_t) = 16\pi^3\,\frac{\alpha_S\sqrt{N_C^2-1}}{N}\,\delta(z_1-z_2)\,[\,\delta(\vec{k}_1-\vec{k}_2-\vec{\Delta}_t z_1)\,+$$
$$\delta(\vec{k}_1-\vec{k}_2+\vec{\Delta}_t(1-z_1))\,-\,\delta(\vec{k}_1-\vec{k}_2+\vec{l}_t-\vec{\Delta}_t z_1)\,-\,\delta(\vec{k}_1-\vec{k}_2-\vec{l}_t+\vec{\Delta}_t(1-z_1))].\quad(2.84)$$

---

[6] Le fait de choisir une fonction d'onde qui décroît rapidement avec M a des conséquences sur le domaine en z accessible. En effet, l'équation 2.62 relie M et $1/(z(1-z))$ et donc si des grandes valeurs de M sont difficilement accessibles, il en va de même pour les valeurs de z et de $1-z$ proches de 0. On comprend donc que la fonction d'onde choisie par Ivanov et Kirschner permet d'éviter les problèmes d'intégration aux limites.

En passant dans l'espace du paramètre d'impact par une transformée de Fourier [7]

$$\begin{aligned} & H^{dipole}(\vec{r}_1, \vec{r}, z_1, z_2, \vec{l}_t, \vec{\Delta}_t) \\ &= \int \frac{d^2k_1}{2\pi}\frac{d^2k_2}{2\pi} H^{dipole}(\vec{k}_1, \vec{k}_2, z_1, z_2, \vec{l}_t, \vec{\Delta}_t) \cdot e^{-i\vec{k}_1\vec{r}_1} e^{i\vec{k}_2\vec{r}} \\ &= 16\pi^3 \frac{\alpha_S\sqrt{N_C^2-1}}{N_C} \delta(\vec{r}-\vec{r}_1)\delta(z_1-z_2) f(\vec{l}_t, \vec{\Delta}_t, \vec{r}, z_1), \end{aligned} \tag{2.87}$$

où $\vec{r}$ est la différence entre les paramètres d'impact du quark et de l'antiquark. Le facteur d'impact du dipôle est proportionnel à $\delta(\vec{r}-\vec{r}_1)$ qui reflète la propriété que, à l'ordre où le calcul est effectué, l'interaction ne modifie pas la différence entre les paramètres d'impact de la paire, c'est-à-dire la dimension du dipôle. Le terme $f(\vec{l}, \vec{\Delta}, \vec{r}, z_1)$

$$f(\vec{l}_t, \vec{\Delta}_t, \vec{r}, z_1) = e^{i\vec{\Delta}\vec{r}z}(1-e^{-i\vec{l}_t\vec{r}})(1-e^{-i(\vec{\Delta}_t-\vec{l}_t)\vec{r}}) \tag{2.88}$$

tend vers zéro si l'un des gluons possède une impulsion nulle (dans ce cas, il ne peut résoudre la paire $q\bar{q}$) ou si $\vec{r}$ tend vers zéro (transparence de couleur). On a finalement

$$I_{\gamma\to\rho}(\vec{l}, \vec{\Delta}) = \frac{\alpha_S\sqrt{N_c^2-1}}{N_c} \int \frac{d^2\vec{r}dz}{16\pi^3} \Psi_{\gamma^*}(\vec{r}, z) f(\vec{l}, \vec{\Delta}, \vec{r}, z) \Psi^*_\rho(\vec{r}, z). \tag{2.89}$$

Les fonctions d'onde ainsi que le terme $f(\vec{l}, \vec{\Delta}, \vec{r}, z)$ sont exprimées sous la forme d'un développement de Taylor aux petites valeurs de r. Cela permet d'étudier les différentes hélicités. En effet, comme on l'a vu, le proton étant un état "blanc" de couleur, son facteur d'impact s'annule si l'impulsion transverse de l'un des gluons du canal t tends vers zéro. Les grandes valeurs de l_t, c'est-à-dire les petites distances, dominent donc.

On trouve pour les termes SCHC, que

$$\langle f \rangle \simeq r^2 l_t^2/2 \tag{2.90}$$

et pour les termes avec simple changement d'hélicité, que

$$\langle \frac{\vec{r}}{r} f \rangle \simeq -i\vec{\Delta} r^3 l_t^2 (2z-1)/2^3. \tag{2.91}$$

En portant ces valeurs dans l'équation 2.77, ces amplitudes sont donc proportionnelles à la densité de gluons

$$xG(x, \tilde{Q}^2) = \frac{\sqrt{N_c^2-1}}{2\pi} \int^{\tilde{Q}^2} J_p \frac{dl_t^2}{l_t^2}. \tag{2.92}$$

---

[7] Rappelons que

$$\int \frac{d^2k}{2\pi} \delta(\vec{k}-\vec{l}) e^{-i\vec{k}\vec{r}} = e^{-i\vec{l}\vec{r}} \tag{2.85}$$

et que la repésentation de la fonction de distribution δ s'écrit

$$\int \frac{d^2k}{2\pi} e^{i\vec{k}(\vec{r}-\vec{r}_1)} = \delta(\vec{r}-\vec{r}_1). \tag{2.86}$$

En utilisant les propriétés des intégrales sur r des fonctions K_0 ou K_1 pour les petites valeurs de r (voir annexe C), on trouve pour l'amplitude de production d'un méson longitudinal sans changement d'hélicité

$$T_{00} = is_{\gamma p} \int dz \frac{8 \cdot 3\pi^2 e\alpha_S f_\rho}{\sqrt{2} N_c Q^3} xG(x, Q^2 z(1-z)), \tag{2.93}$$

où l'intégrale sur z est convergente.

Pour la production d'un méson transverse sans changement d'hélicité, la situation se complique :

$$T_{11} = is_{\gamma p} \int dz \frac{4 \cdot 3\pi^2 e\alpha_S f_\rho \langle M \rangle}{\sqrt{2} N_c Q^4 z(1-z)} (z^2 + (1-z)^2) xG(x, Q^2 z(1-z)), \tag{2.94}$$

où $\langle M \rangle$ est la masse invariante moyenne de la paire $q\bar{q}$

$$\langle M \rangle = \int \frac{d^2k}{16\pi^3 z(1-z)} \frac{k}{\sqrt{z(1-z)}} \Phi(\frac{k^2}{z(1-z)}). \tag{2.95}$$

Comme $G(x, Q^2 z(1-z)) = G(x, {Q_0}^2)[(Q^2 z(1-z))/{Q_0}^2]^\gamma$, l'intégrale sur z converge, et on retrouve le résultat de Martin, Ryskin et Teubner (voir eq. 2.74).

Pour les amplitudes avec un changement d'hélicité, on obtient

$$T_{01} = is_{\gamma p} \int dz \frac{2 \cdot 3\pi^2 e\alpha_S f_\rho \sqrt{|t|}}{N_c Q^4 z(1-z)} (2z-1)^2 xG(x, Q^2 z(1-z)), \tag{2.96}$$

$$T_{10} = -is_{\gamma p} \int dz \frac{4 \cdot 3\pi^2 e\alpha_S f_\rho \sqrt{|t|} \langle M \rangle}{N_c Q^5 z(1-z)} (2z-1)^2 xG(x, Q^2 z(1-z)). \tag{2.97}$$

Le double changement d'hélicité s'écrit en deux parties :

$$T_{1-1} = T^0_{1-1} + T^1_{1-1}. \tag{2.98}$$

Les intégrales sur l_t et z sont différentes pour ces deux contributions. Bien que supprimée par un facteur M/Q^2 comparé à T^0_{1-1}, la partie perturbative T^1_{1-1} peut être dominante à haute énergie, en raison d'une plus forte dépendance en l'énergie de xG que pour la partie "soft" T^0_{1-1}.

Le modèle de Ivanov et Kirschner prédit les dépendances suivantes en Q^2 et t pour les rapports d'amplitudes de transition :

$$\begin{aligned}
\frac{T_{11}}{T_{00}} &= \frac{\langle M \rangle}{Q} \frac{1+\gamma}{\gamma} \\
\frac{T_{01}}{T_{00}} &= \frac{\sqrt{|t|}}{Q} \frac{1}{\sqrt{2}\gamma} \\
\frac{T_{10}}{T_{00}} &= -\frac{\langle M \rangle \sqrt{|t|}}{Q^2} \frac{\sqrt{2}}{\gamma} \\
\frac{T_{1-1}}{T_{00}} &= \frac{T^1_{1-1}}{T_{00}} + \frac{T^0_{1-1}}{T_{00}} \\
&= \frac{|t| \langle M \rangle}{Q^3} \frac{2(\gamma+2)}{\gamma} - \frac{\bar{\alpha}_S^2 |t| \langle M \rangle}{\pi \alpha_S Q {M_\rho}^2} \frac{1}{[4^\gamma \frac{\Gamma^2(\gamma+1)}{\Gamma(2\gamma+2)} xG(x, Q^2/4)]}
\end{aligned} \tag{2.99}$$

où $\bar{\alpha}_S$ est la force du couplage non-perturbatif et Γ la fonction d'Euler.

Remarquons que les dépendances en $\sqrt{|t|}$ et $|t|$ proviennent du développement des paramètres d'impact de transition $\gamma \to \rho$ (voir eq. 2.90 et 2.91 [8]). Si on se place dans un cas non-relativiste, $\delta(z-1/2)$, on n'aboutit pas à un changement d'hélicité. Ivanov et Kirschner soulignent que c'est une conséquence de pQCD que la fluctuation des mésons vecteurs légers en une paire de quarks de courant soit décrite par une fonction d'onde étendue en z, alors que les modèles non-perturbatifs considèrent le méson comme un état lié où les deux quarks constituants ont une masse égale à la moitié de la masse du méson, entraînant une fonction d'onde en $\delta(z-1/2)$.

Il convient de noter que l'équation reliant le facteur d'impact du proton J_p avec la densité de gluons ainsi que les équations 2.93, 2.94, 2.96 et 2.97 sont seulement valables à très petit transfert d'impulsion t. Le modèle ne peut décrire l'évolution en t à partir de principes de base. Il semble toutefois naturel de supposer une dépendance universelle en t pour toutes les amplitudes de transition provenant du couplage des gluons du canal t avec le proton. Cette dépendance disparaît dans les rapports et les résultats sont valables jusqu'à $|t| < Q^2\gamma$. Cette hypothèse est basée sur l'observation que dans tous les cas, la taille transverse de la paire $q\bar{q}$ est plus petite que celle du proton.

2.3.2 Le modèle de Kuraev, Nikolaev et Zakharov

Nikolaev et divers collaborateurs [64] ont étudié la production de mésons vecteurs dans une approche basée sur les dipôles de couleur et l'échange de deux gluons, selon des lignes générales proches de celles étudiées à la section 2.2. Ils ont appliqué cette approche à l'étude de la structure en hélicité.

Travaillant à haute énergie, à l'approximation des logarithmes dominants en $1/x$ ($LL(1/x)$), Kuraev, Nikolaev et Zakharov ont calculé les parties imaginaires des amplitudes de transition T_{ij} pour la production de mésons vecteurs légers ou lourds [32]. La partie réelle, qui constitue une petite correction, peut être reconstruite par analyticité en utilisant les relations de dispersion. Les amplitudes de transition T_{ij} ont toutes été calculées dans le cadre de la QCD perturbative à l'exception de l'amplitude avec double changement d'hélicité T_{1-1} qui possède une contribution non-perturbative.

Les quatre diagrammes pQCD à l'ordre dominants en $\ln(1/x)$ sont similaires à ceux présentés précédemment (voir figures 2.5 et 2.6), les impulsions étant définies comme indiqué à la section 2.1.5. La boucle supérieure $g_\mu \gamma^*_\sigma \to q\bar{q} \to g'_\nu V_\rho$ est notée $I(\gamma^* \to VM)$. La fonction d'onde utilisée pour l'état de Fock $q\bar{q}$ dans le méson vecteur est [64]

$$\Psi_V(z,\vec{k_t}) = \frac{\Gamma_{VM}(z,\vec{k_t})}{\vec{k_t}^2 + m_q^2 - z(1-z)M_{VM}^2}, \tag{2.100}$$

---

[8] L'équation correspondant au développement pour le terme avec double changement d'hélicité n'est pas donnée dans cette thèse.

où m_q est la masse constituante des quarks. Pour le photon, il suffit de remplacer dans la formule 2.100 M_{VM}^2 par $-Q^2$ et de poser la fonction de vertex Γ_{VM} =1. La boucle inférieure est reliée à la densité de gluon non-intégrée $\mathcal{F}(x, \vec{l}_t, \vec{\Delta}_t)$

$$\mathcal{F}(x, \vec{l}_t, \vec{\Delta}_t) = \frac{\partial G(x, l_t^2)}{\partial \ln l_t^2} e^{\frac{-1}{2} B_{3I\!P} \vec{\Delta}^2} \tag{2.101}$$

où $B_{3I\!P} \sim 6$ GeV^{-2} [64] est la pente du cône diffractif et $\vec{\Delta}^2 = |t|$.

De manière similaire à l'équation 2.77 chez Ivanov et Kirschner, la partie imaginaire de l'amplitude est

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(x, Q^2, \vec{\Delta}_t) = iW^2 \frac{C_F N_c C_{VM} \sqrt{4\pi\alpha_{em}}}{2\pi^2} \int_0^1 dz \int d^2\vec{k}_t \int \frac{d^2\vec{l}_t}{l_t^4} \\ \alpha_S(\max\{l_t^2, \vec{k}_t^2 + M_{VM}^2\})\ \mathcal{F}(x, \vec{l}_t, \vec{\Delta}_t)\ I(\gamma^* \to VM). \end{aligned} \tag{2.102}$$

Les facteurs de transition $I(\gamma^* \to VM)$ se résument à

$$\begin{aligned} I(\gamma_L^* \to VM_L) &= -\frac{Q}{M_{VM}} \cdot \frac{4z(1-z)[m_q^2 + \vec{k}_t^2 + z(1-z)M_{VM}^2]}{\bar{Q}^4} \\ &\quad \cdot \Psi_V(z, \vec{k}_t)\vec{l}_t^{\,2}, \qquad (2.103) \\ I(\gamma_T^* \to VM_T, NF) &= 2(\vec{\epsilon}^{\,V} * \vec{\epsilon}^{\,\gamma}) \cdot \frac{m_q^2 + 2[z^2 + (1-z)^2]\vec{k}_t^2}{\bar{Q}^4} \cdot \Psi_V(z, \vec{k}_t)\vec{l}_t^{\,2}, \qquad (2.104) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I(\gamma_L^* \to VM_T) &= -8\frac{(\vec{\epsilon}^{\,V} * \vec{\Delta}_t)Q}{\bar{Q}^2} \cdot \frac{z(1-z)(1-2z)^2}{\bar{Q}^4} \cdot \vec{k}_t^2 \Psi_V(z, \vec{k}_t)\vec{l}_t^{\,2}, \qquad (2.105) \\ I(\gamma_T^* \to VM_L) &= -2\frac{(\vec{\epsilon}^{\,\gamma} * \vec{\Delta}_t)}{M_{VM}} \cdot \frac{[m_q^2 + \vec{k}_t^2 + z(1-z)M_{VM}^2](1-2z)^2}{\bar{Q}^4} \\ &\quad \cdot \Psi_V(z, \vec{k}_t)\vec{l}_t^{\,2}, \qquad (2.106) \\ I(\gamma_T^* \to VM_T, DF) &= 2(\vec{\epsilon}^{\,V} * \vec{\Delta}_t)(\vec{\epsilon}^{\,\gamma} * \vec{\Delta}_t)\frac{z(1-z)}{\bar{Q}^4} \cdot [6(1-2z)^2 \frac{\vec{l}_t^{\,2}}{\bar{Q}^2} + 1] \\ &\quad \cdot \vec{k}_t^2 \Psi_V(z, \vec{k}_t). \qquad (2.107) \end{aligned}$$

NF indique qu'il n'y a pas de changement d'hélicité tandis que DF indique le double changement d'hélicité. $\vec{\epsilon}^{\,\gamma}$ et $\vec{\epsilon}^{\,V}$ sont respectivement les vecteurs de polarisation du photon virtuel et du méson vecteur et

$$\bar{Q}^2 = m_q^2 + z(1-z)Q^2. \tag{2.108}$$

En observant les équations décrivant l'intégrant $I(\gamma^* \to VM)$, il est évident que la présence de l'impulsion longitudinale de Fermi est nécessaire pour avoir une contribution avec un simple changement d'hélicité, car $z = 1/2$ annule les contributions $I(\gamma_L^* \to VM_T)$ et $I(\gamma_T^* \to VM_L)$. L'amplitude avec double changement d'hélicité requiert une impulsion de Fermi transverse ($\vec{k}_t$) des quarks.

On voit également apparaître immédiatement un terme proportionnel à Δ_t ($= \sqrt{|t|}$) pour le simple changement d'hélicité et un terme en Δ_t^2 ($= |t|$) pour le double changement.

Dans tous les cas où $I(\gamma \to VM) \propto l_t^2$, l'intégrale sur l_t dans l'équation 2.102 fait apparaître la densité de gluons $G(x, \bar{Q}^2)$ à l'approximation du logarithme dominant en Q^2 :

$$\int^{\bar{Q}^2} \frac{dl_t^2}{l_t^2} \frac{\partial G(x, l^2)}{\partial \ln(l^2)} = G(x, \bar{Q}^2) \tag{2.109}$$

avec $\bar{Q}^2$ donné par l'équation 2.108. Après intégration sur la fraction d'impulsion z du photon portée par un quark, on trouve que toutes les amplitudes T_{ij} sont directement proportionnelles à la densité de gluons dans le proton $xG(x, Q_V^2)$, excepté T_{1-1}. L'échelle dure typique du processus est $Q_V^2 \simeq (0.10 - 0.25)(Q^2 + M_{VM}^2)$; cette forme peut se comprendre si on suppose $M_{VM}^2 \gg k_t^2$ et Δ^2 : alors la masse constituante m_q est décrite par

$$m_q^2 \simeq z(1-z)M_{VM}^2, \tag{2.110}$$

et $\bar{Q}^2 \simeq z(1-z)(Q^2 + M_{VM}^2)$. Le facteur numérique dans Q_V^2 dépend de l'hélicité considérée, car différentes hélicités ont des contributions différentes pour les limites ($z \to 0, 1$) lors de l'intégration en z.

De façon plus détaillée, les dépendances en Q^2 et t sont données par les relations [9] :

$$\begin{aligned}
T_{00} &\propto \frac{Q}{M_{VM}} . \frac{\alpha_S(Q_V^2)}{(Q^2 + M_{VM}^2)^2} . G(x, Q_V^2), \\
T_{11} &\propto \frac{\alpha_S(Q_V^2)}{(Q^2 + M_{VM}^2)^2} . G(x, Q_V^2), \\
T_{01} &\propto \frac{\sqrt{|t|}}{M_{VM}} . \frac{\alpha_S(Q_V^2)}{(Q^2 + M_{VM}^2)^2} . G(x, Q_V^2), \\
T_{10} &\propto \frac{Q}{M_{VM}} . \frac{M_{VM}\sqrt{|t|}}{Q^2 + M_{VM}^2} . \frac{\alpha_S(Q_V^2)}{(Q^2 + M_{VM}^2)^2} . G(x, Q_V^2), \\
T_{1-1} &\propto |t| \frac{\alpha_S(Q_V^2)}{(Q^2 + M_{VM}^2)^2} . [\frac{6G(x, Q_V^2)}{Q^2 + M_{VM}^2} . \frac{\langle {k_z}^2 \rangle}{4M_{VM}^2} + \frac{G(x, {\mu_G}^2)}{{\mu_G}^2}]
\end{aligned} \tag{2.111}$$

où μ_G est l'échelle “soft” $\sim$ 0.7-1 GeV et k_z est l'impulsion longitudinale de Fermi du quark ($k_z \propto 1/2\ M_{VM}\ (2z - 1)$).

Le modèle présenté ici prédit la violation de SCHC mais selon les auteurs [32], la non-nullité des amplitudes avec simple et double changement d'hélicité ne résulte pas explicitement de l'applicabilité de la QCD perturbative et peut très bien être étudiée en photoproduction pour les mésons vecteurs légers ou à très petites valeurs de $Q^2 < M_{VM}^2$.

Cette approche implique en principe que $R = \sigma_L/\sigma_T \propto Q^2/M_{VM}^2$. En accord avec les travaux de Brodsky et al [29], Kuraev, Nikolaev et Zakharov [32] pensent que l'évolution de R avec Q^2 est tempérée en raison de contributions non perturbatives de σ_T.

---

[9] Une inversion entre T_{01} et T_{10} est faite dans la publication [32]. L'erreur est corrigée ici.

D'autres travaux de Nikolaev *et al.* [77] proposent que la dépendance linéaire en Q^2 de R soit en fait modifiée par le mélange d'ondes S et D pour le méson vecteur, permettant ainsi un meilleur accord entre la mesure et la théorie. Auparavant, les modèles théoriques utilisaient le facteur $\Gamma_\mu = \gamma_\mu$ dans la fonction de vertex $VM - q\bar{q}$. Ce choix correspond à un certain mélange d'états d'onde S et D. Nikolaev et collaborateurs ont refait les calculs en séparant les états S et D, la différence portant uniquement sur les termes $\Psi_{S,D}(z,k)$ et $I^{S,D}_{\lambda_V \lambda_\gamma}(\gamma^* \rightarrow VM)$. Les résultats obtenus pour l'onde S ne diffèrent pas beaucoup des résultats précédemment obtenus. Par contre, on observe une très importante brisure de $SCHC$ pour la production d'onde D. Le rapport R_D est également trouvé $\ll R_S$. La différence de dépendance en Q^2 de $R_{S,D}$ pour des ondes S et D affecte donc les prédictions sur le rapport R résultant d'un mélange des deux types d'ondes.

2.3.3 Le modèle de Royen et Cudell

Le modèle de Royen et Cudell [33] tente de décrire toutes les caractéristiques de la production diffractive de mésons ρ (dépendances des sections efficaces en Q^2, en t, ...) à haute énergie et pour Q^2 supérieur à quelques GeV^2 pour l'échange de deux gluons. Les sections efficaces sont calculées à un facteur de normalisation près, supposé ne dépendre que de W et t. Afin de prédire la violation de SCHC et le comportement en $R = \sigma_L/\sigma_T$ observé dans les données, Royen et Cudell ont introduit dans leur modèle le mouvement de Fermi des quarks ainsi que la possibilité pour le quark d'être hors de sa couche de masse.

La figure 2.9 présente deux des 4 diagrammes intervenant dans leur calcul. Le photon fluctue en une paire de quarks qui portent une impulsion interne (ou impulsion de Fermi) notée f en plus de la moitié de l'impulsion du méson vecteur : $f = \frac{\alpha}{2W} p + \frac{\beta}{2} q + \frac{f_t}{2}$, où f_t est la partie transverse, et α et β sont les coefficients de Sudakov. La transition $q\bar{q} \rightarrow VM$ est décrite par une fonction de vertex du méson vecteur Φ_V :

$$\Phi_V(k) = N e^{\frac{-K^2}{2p_F^2}} \tag{2.112}$$

où N est un facteur de normalisation fixé en imposant le taux de désintégration $VM \rightarrow e^+e^-$, K est la tri-impulsion portée par le quark dans le référentiel du méson vecteur au repos et p_F est l'échelle d'impulsion de Fermi des quarks constituant le méson vecteur. Cette échelle dépend de la masse du méson vecteur choisi : $p_F = 0.3$ GeV pour les mésons ρ et ϕ, et $p_F = 0.6$ GeV pour le méson J/ψ, avec $m_{u,d} = 0.3$ GeV, $m_s = 0.45$ GeV et $m_c = 1.5$ GeV. Cette liberté de choix engendre une incertitude sur les résultats du modèle.

L'amplitude associée à la production de mésons vecteurs est calculée en utilisant les règles de Cutkovsky [71] : les quarks coupés par la ligne en pointillés de la figure 2.9 sont placés sur leur couche de masse. L'un des quarks connectés au photon est hors de sa couche, il est noté par l'impulsion r sur la figure 2.9a et par l'impulsion r' sur la figure 2.9b. En général, pour avoir conservation du courant, on place également le second quark connecté au méson vecteur (celui portant l'impulsion $f + q^V/2$) sur sa couche de masse. Dans le modèle de Royen et Cudell, ce quark (d'impulsion $f + q^V/2$) peut être hors de sa couche de masse. Il reste ainsi une dépendance de jauge des propagateurs, mais celle-ci s'annule à la limite des hautes énergies.

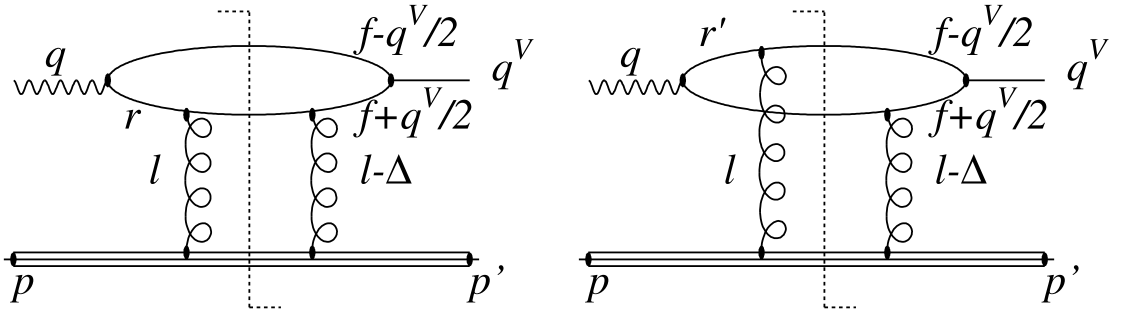


Figure 2.9: Diagrammes intervenant dans le calcul de Royen et Cudell.

Comme dans les autres calculs, des intégrations sur deux boucles (voir figure 2.9) sont effectuées : la première est une intégration sur l'impulsion d'un des gluons (l_t) ; la seconde intégration porte sur l'impulsion de Fermi des quarks f. Cette dernière se réduit à une intégration sur f_t et β lorsqu'on tient compte des conditions de couche de masse. Le fait que f_t^2 soit positif contraint les valeurs possibles de β entre les bornes :

$$\beta_{\pm} = \frac{\pm 2\sqrt{\lambda^2 + \mu_q M_{VM}}\lambda - 2\lambda^2 - \mu_q M_{VM} + M_{VM}^2}{M_{VM}^2} \tag{2.113}$$

où $\mu_q = 2m_q$ et λ provient de l'égalité $f^2 = (M_{VM} - \mu_q)^2/4 - \lambda$. La borne inférieure est toujours plus petite de 1 pour des valeurs non nulles de μ_q et pour des valeurs finies de λ.

A la limite des hautes énergies, ce modèle décrit différentes propriétés des amplitudes T_{ij} [10] :

1. Les amplitudes T_{00} et T_{10} décroissent jusqu'à zéro pour Q^2 tendant vers zéro car elles sont proportionnelles à Q.

2. A grand Q^2, l'intégration sur f^2 et β introduit des termes supplémentaires en Q^2 pour T_{11}, T_{01} et T_{10} dus aux quarks hors de leur couche de masse (ceux d'impulsion $f + q^V/2$). Un comportement en plateau est prédit pour σ_L/σ_T à grand Q^2, dû au mélange de contributions avec quarks sur et hors de leur couche de masse, qui ont des comportements asymptotiques différents.

3. A la limite où l'impulsion de Fermi f tend vers zéro, c'est-à-dire où $\beta \to 0$ [11], les amplitudes avec changement d'hélicité T_{01} et T_{10} deviennent nulles car elles sont proportionnelles à β. La condition $\beta = 0$ ou celle demandant un mouvement de Fermi f nul implique donc la conservation SCHC.

4. A $|t| = |t|_{min} = 0$, les amplitudes avec changement d'hélicité T_{01} et T_{10} s'annulent, elles présentent un maximum à $|t| < 0.1$ GeV^2 avant de décroître à plus grandes valeurs de $|t|$.

---

[10] L'amplitude T_{1-1} a été négligée dans ce travail car elle est considérée comme très petite.

[11] La limite où l'impulsion de Fermi f tend vers zéro est associée à $z \to 1/2$, où z est la fraction d'impulsion longitudinale du photon portée par un des quarks.

A la limite des grands Q^2 et pour $|t|$ proche de 0, on a

$$T_{01}/T_{00} = \frac{\beta\,\sqrt{|t|}}{\sqrt{2}\,(1+\beta)\,Q}. \tag{2.114}$$

2.4 En résumé

Différents modèles ont été présentés dans ce chapitre.

La première chose à remarquer, c'est que les modèles développés à la section 2.2 prédisent la section efficace de production de mésons vecteurs en $|t| = 0$. Pour avoir changement d'hélicité, il est nécessaire d'avoir un transfert de moment angulaire ($\propto \sqrt{|t|}$). Les modèles présentés à la section 2.2 ne sont donc pas en contradiction avec ceux étudiant $NSCHC$ (section 2.3).

Deuxièmement, les modèles prédisant $NSCHC$ ont des conclusions fort semblables que nous résumons rapidement. Les prédictions d'une approche perturbative QCD basée sur un échange de deux gluons et concernant la violation de l'hélicité sont (voir eq. 2.99, 2.111 et 2.114) :

- une absence de dépendance en $|t|$ pour le rapport des amplitudes sans changement d'hélicité T_{11}/T_{00} ;
- une dépendance proportionnelle à $\sqrt{|t|}$ à pour le rapport des amplitudes avec changement d'hélicité à celles sans changement T_{01}/T_{00} et T_{10}/T_{00} ;
- une dépendance linéaire en $|t|$ pour le rapport de l'amplitude avec double changement d'hélicité à celles sans changement T_{1-1}/T_{00} ;
- la hiérarchie des amplitudes présentée à l'équation 2.75 pour des valeurs de Q^2, W et $|t|$ typiques de HERA.

Toutefois, certaines questions restent posées :

1. Quelle est la véritable échelle du processus, à laquelle il faut considérer la densité de gluons et la constante de couplage α_S? Cette question n'a pas de réponse "exacte", mais dépend de l'ordre auquel sont faits les calculs. Le choix de l'échelle détermine l'importance des termes non calculés que l'on néglige. Levin *et al.* [61] ont choisi comme échelle $Q^2 z(1-z) + m_q^2 + k_t^2$. Les autres modèles réduisent cette forme générale en fonction des approximations utilisées. Ainsi, Ryskin [28] utilise l'échelle $(Q^2 + M_{VM}^2)/4$ où $z = 1/2$, $m_q = M_{VM}/4$. Brodsky *et al.* [29] utilisent Q^2 ; ce choix est modifié dans le modèle de Frankfurt *et al.* [30] tenant compte du rescaling du processus dur. Pour des mésons vecteurs légers, Martin, Ryskin et Teubner [48] posent $m_q = 0$ et obtiennent $Q^2 z(1-z) + k_t^2$, de même que Ivanov et Kirschner [31] qui négligent en plus k_t. Kuraev, Nikolaev et Zakharov [32] proposent de prendre l'échelle $(0.1 - 0.25)(Q^2 + M_{VM}^2)$.

2. Du point de vue expérimental, le régime perturbatif a-t-il réellement été atteint dans les analyses publiées, ou y a-t-il encore des contributions non-perturbatives à prendre en compte ? Quel est le rôle réel des contributions aux limites (end-points) ?

3. Quelle est l'évolution du rapport R en fonction de Q^2 ? Est-elle linéaire en Q^2/M_{VM}^2? Faut-il inclure des effets perturbatifs pour tempérer cette évolution ? Faut-il introduire le paramètre γ ?

4. Quelle fonction d'onde faut-il choisir pour le méson vecteur ? En particulier, faut-il faire la distinction pour les mésons vecteurs entre ondes de type S et de type D comme cela a été proposé par Nikolaev *et al.* [77] ? Le choix de la fonction d'onde constitue en pratique une différence importante entre les modèles.

5. Pour les mésons vecteurs lourds et à grand Q^2, il convient d'utiliser les fonctions de distributions de gluons non-diagonales.

6. Des calculs incluant les ordres supérieurs devraient permettre de résoudre nombres de ces incertitudes.

Chapitre 3

Dispositif expérimental

Dans ce chapitre, nous introduisons le collisionneur de particules HERA ainsi que le détecteur H1. En ce qui concerne ce dernier, nous nous concentrons uniquement sur les différentes parties utiles pour notre analyse. Pour des renseignements supplémentaires, nous renvoyons le lecteur à la page web de l'expérience H1 [78] ainsi qu'à la description [79].

3.1 Le collisionneur HERA

HERA ("Hadron Elektron Ring Anlage") est un collisionneur de protons et d'électrons [1], situé au laboratoire DESY ("Deutsches Elektronen SYnchrotron") à Hambourg en Allemagne. L'énergie des faisceaux était en 1997 de 27.5 GeV pour les électrons et de 820 GeV pour les protons [2], correspondant à une énergie dans le centre de masse de 300.3 GeV.

Afin d'obtenir ces énergies, les faisceaux de particules passent par une série de pré-accélérateurs (voir figure 3.1). Le premier est un pré-accélérateur linéaire LINAC. Ensuite, les faisceaux passent dans la chaîne de pré-accélérateurs circulaires DESY II (pour les électrons) ou DESY III (pour les protons) et PETRA. A la sortie de PETRA, les électrons ont une énergie de 12 GeV et les protons de 40 GeV. Ils sont alors injectés dans HERA où ils sont accélérés jusqu'à leur énergie finale.

L'énergie des électrons est limitée par la puissance des cavités accélératrices qui compensent la perte d'énergie qu'ils subissent par rayonnement synchrotron. Dans le cas des protons, le rayonnement synchrotron est négligeable, et leur énergie est limitée par le champ magnétique des aimants de guidage.

Les deux faisceaux de particules circulent en sens inverses dans un tunnel de 6.3 km de circonférence et les paquets se croisent toutes les 96 ns en deux points d'interaction qui sont

---

[1] Entre 1994 et 1997, HERA a accéléré des positrons. En 1998 et pendant une brève partie de 1999, le faisceau utilisé était un faisceau d'électrons. Ensuite, des positrons ont à nouveau été produits. Par la suite, nous utiliserons le terme d'électron pour caractériser indifféremment électrons ou positrons.

[2] Les données analysées dans cette thèse ont été prises pendant l'année 1997. A partir de 1999, l'énergie des protons a été augmentée à 920 GeV.

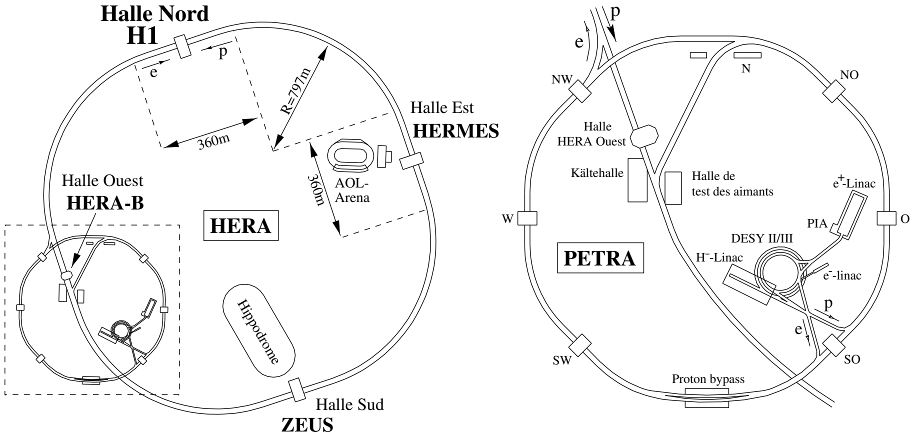


Figure 3.1: A gauche : le complexe d'accélération à DESY, à droite : un agrandissement de la zone encadrée.

occupés par les expériences H1 et ZEUS. Deux autres expériences sont installées autour de ce collisionneur : HERMES et HERA-b. L'expérience HERMES étudie la distribution des spins des partons dans le nucléon, à l'aide du faisceau d'électrons polarisés grâce à des rotateurs de spins situés de chaque côté du détecteur, et d'une cible fixe éventuellement polarisée. L'expérience HERA-b utilise le faisceau de protons pour créer des mésons B à la suite d'une interaction avec des fils tendus dans le tube à vide et étudie la violation CP dans la désintégration de ces mésons.

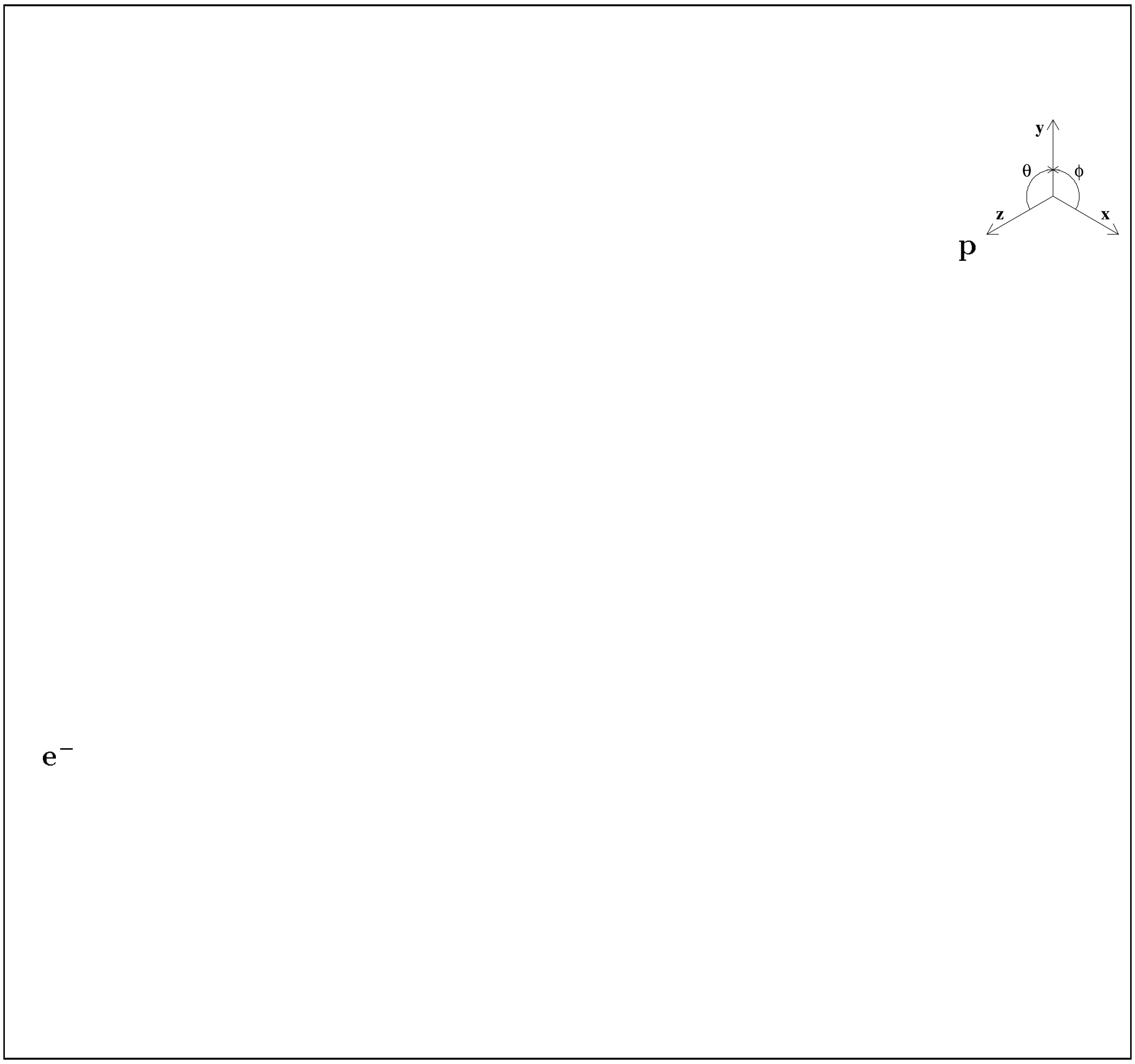
Notons que les faisceaux sont structurés en paquets de $10^{10} - 10^{11}$ particules. Sur les 220 paquets de chaque faisceau, seuls 175 sont appariés tandis que les autres sont constitués uniquement soit d'électrons soit de protons (paquets "pilotes" permettant d'étudier l'interaction d'un des faisceaux avec le gaz résiduel du tube à vide) et on parlera de paquets "vides" quand les deux paquets sont vides de particules.

3.2 Le détecteur H1

Le détecteur H1 est un détecteur multifonction typique de la physique des hautes énergies [78, 79]. Il est composé de plusieurs sous-détecteurs permettant de reconstruire en détail tous les paramètres des interactions.

Afin de préciser le système de coordonnées utilisées, l'axe z est choisi comme l'axe des faisceaux, la direction du faisceau de protons correspondant aux z positifs et caractérisant la région dite "avant". Par opposition, la zone "arrière" qualifie la région des z négatifs. L'axe x est horizontal et dirigé vers le centre de l'accélérateur et l'axe y est vertical et dirigé vers le haut. Deux angles sont également définis : l'angle polaire θ par rapport à l'axe z et l'angle azimutal ϕ mesuré par rapport à l'axe x dans le plan dit "transverse" (plan x, y).

Le détecteur H1 est présenté à la figure 3.2. Les électrons arrivent par la droite dans le tube à vide (indiqué par le numéro $\boxed{1}$) et les protons par la gauche. Autour du point d'interaction



1 Beam pipe and beam magnets
2 Central tracking device
3 Forward tracking device
4 Electromagnetic LAr calorimeter
5 Hadronic LAr calorimeter
6 Superconducting coil (1.15 T)
7 Compensating magnet
8 Helium supply for 7
9 Muon chambers
10 Instrumented iron yoke
11 Forward muon toroid
12 Backw. calorimeter (SPACAL)
13 PLUG calorimeter
14 Concrete shielding
15 Liquid argon cryostat

Figure 3.2: Le détecteur H1.

nominal situé en (x,y,z) = (0,0,0) [3] sont disposés les détecteurs de traces centraux $\boxed{2}$ et avant $\boxed{3}$ (voir section 3.2.1). Ceux-ci sont entourés par des calorimètres (voir section 3.2.2) : le calorimètre à argon liquide LAr $\boxed{4} - \boxed{5}$, le calorimètre arrière SpaCal $\boxed{12}$ et le calorimètre avant PLUG $\boxed{13}$. Une bobine supraconductrice $\boxed{6}$ ceinturant le calorimètre LAr procure un champ magnétique de 1.5 Tesla le long des détecteurs de traces. Des détecteurs à muons $\boxed{9}$ et $\boxed{11}$, situés dans la semelle de l'aimant ainsi qu'à l'avant du détecteur (voir section 3.2.3), permettent la détection des muons.

Les caractéristiques du détecteur H1 sont sa symétrie cylindrique en ϕ et sa structure asymétrique en z résultant de la différence d'énergie entre les faisceaux de protons et d'électrons. Afin de détecter efficacement le grand nombre de particules émises dans la direction du faisceau de protons, un ensemble de sous-détecteurs a été spécialement installé dans la région avant (voir section 3.2.3).

Nous développons brièvement ci-dessous les parties du détecteur importantes pour notre analyse et nous terminons ce chapitre en décrivant le système de déclenchement de l'expérience H1.

3.2.1 Les détecteurs de traces

Les détecteurs de traces [79] permettent de reconstruire les traces des particules chargées, de mesurer leur impulsion et de reconstruire la position du vertex d'interaction. Ils couvrent la zone avant (FTD), la zone centrale (CJC, CIP, COP, CIZ et COZ) et la zone arrière (BDC). Une coupe longitudinale du système de détection de traces est présentée à la figure 3.3.

Le détecteur de traces avant FTD

Le détecteur de traces avant FTD ("Forward Tracking Detector") est situé dans la partie avant du détecteur H1, entre $z = 1.5$ m et $z = 2.5$ m. Il est constitué de 3 supermodules identiques perpendiculaires à la direction des faisceaux, formés chacun de 3 chambres à dérive dont les fils sont disposés selon une orientation différente pour chaque chambre et qui servent à mesurer de façon précise l'angle θ, d'une chambre proportionnelle multifils FWPC pour le système de déclenchement rapide, d'un radiateur de transition ainsi que d'une chambre à dérive dont les fils sont disposés radialement, procurant des informations précises sur l'angle azimutal ϕ ainsi que sur le point de percée de la trace, par division de charge. Ce détecteur assure une couverture angulaire en θ allant de 5 à 30 degrés.

Le détecteur de traces central CTD

Le détecteur central de traces CTD ("Central Tracking Detector") est constitué d'un ensemble de composantes à symétrie cylindrique offrant une couverture angulaire complète en ϕ. Dans

---

[3] Il existe des périodes de prise de données pendant lesquelles la position du vertex est décalée de 70 cm vers les z positifs, ce qui donne accès aux interactions à très petites valeurs de Q^2.

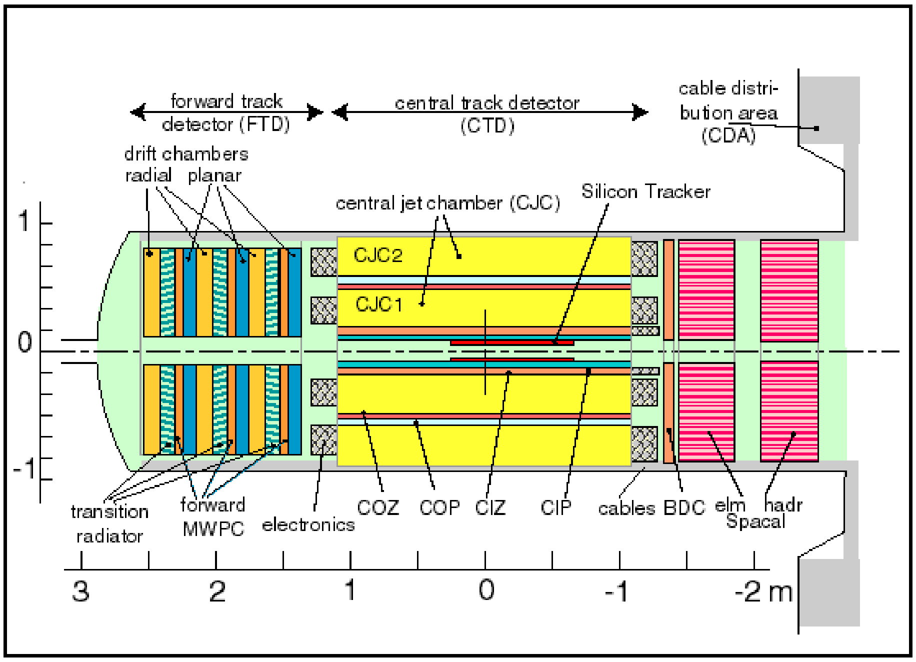


Figure 3.3: Vue longitudinale des détecteurs de traces.

la région où $|z| < 110$ cm, en s'écartant radialement du tube à vide, on rencontre d'abord à une distance de 5.7 cm de l'axe des faisceaux un détecteur au silicium CST ("Central Silicon Tracker") permettant de reconstruire le vertex. Celui-ci est directement entouré par une chambre proportionnelle multifils CIP ("Central Inner Proportional Chamber") dont le rayon est de 16.1 cm et l'ouverture angulaire en θ de 7 à 172°. Ensuite suit une chambre à dérive en z CIZ ("Central Inner Z Chamber"), puis une chambre à dérive cylindrique CJC1 ("Central Jet Chamber 1") [4] dont la couverture angulaire en θ est de $10.7 < \theta < 169.7°$. Une chambre proportionnelle COP ("Central Outer Proportional Chamber") et une chambre à dérive en z COZ ("Central Outer Z Chamber") comblent l'intervalle entre CJC1 et une seconde chambre à dérive cylindrique CJC2 ("Central Jet Chamber 2"). Cette dernière commence à un rayon de 53 cm et finit à 84.4 cm permettant une couverture angulaire en θ comprise entre 26.3 et 154.7 degrés.

Les chambres à dérive cylindriques CJC sont constituées de fils placés parallèlement à la direction des faisceaux et regroupés en plans inclinés de 30 degrés par rapport à la direction radiale. Leur résolution en $r\phi$ est de $\sigma_{r\phi} \simeq 170$ μm. Grâce au champ magnétique, elles offrent une résolution en impulsion pour les particules chargées de $\sigma_p/p^2 < 0.01$ GeV^{-1}. De plus, elles permettent une estimation grossière de la position en z par division de charge ($\sigma_z \simeq 2.2$ cm). Cette mesure est améliorée ($\sigma_z < 300$ μm) par l'utilisation des informations provenant des deux ensembles à dérive CIZ et COZ, dont les fils sont placés perpendiculairement à la direction des faisceaux. Les chambres proportionnelles multifils CIP et COP ont un temps de réponse plus court que l'intervalle de temps entre deux croisements des faisceaux ; pour cette raison, leurs signaux sont utilisés dans le système de déclenchement de H1.

---

[4] En 1997, la chambre CJC1 présentait un secteur mort en ϕ : $220 < \phi < 260°$.

Le détecteur de traces arrière BDC

Le détecteur de traces arrière BDC (“Backward Drift Chamber”) est une chambre à dérive couvrant le domaine angulaire en θ $155 < \theta < 175°$, placée juste devant le calorimètre SpaCal (voir section 3.2.2) et composée de 8 plans de fils disposés selon 4 orientations différentes, permettant une résolution angulaire de 0.5 mrad pour des particules émises au vertex d'interaction nominal. Sa résolution pour la séparation de deux traces est de 3 mm. Ce détecteur de traces est surtout utilisé en association avec les signaux du SpaCal afin de déterminer avec précision l'angle polaire de l'électron.

3.2.2 Les calorimètres

Les détecteurs de traces sont entourés par des calorimètres [79]. Les parties avant et centrale sont couvertes par le calorimètre à argon liquide LAr et la partie arrière par le calorimètre spaghetti SpaCal.

Le calorimètre à argon liquide LAr

Le calorimètre à argon liquide LAr est un calorimètre à échantillonnage où des plaques d'absorbeur alternent avec les couches de matériau actif, l'argon liquide [80]. Sa couverture angulaire est de 2π radians en ϕ et de 4 à 153 degrés en θ. Les avantages d'un tel calorimètre sont sa grande stabilité temporelle, sa fine granularité, sa facilité de calibration et une bonne homogénéité de la réponse, puisque il est placé entièrement dans un même cryostat.

Le calorimètre est composé d'une partie électromagnétique et d'une partie hadronique formées respectivement de plaques de plomb de 2.4 mm séparées par 2.4 mm d'argon liquide et de plaques d'acier inoxydable de 19 mm séparées par une double épaisseur d'argon liquide. La partie électromagnétique correspond à 20 - 30 longueurs de radiation et une longueur d'interaction hadronique tandis que le calorimètre hadronique correspond à 4.7 - 7 longueurs d'absorption, dépendant de l'angle θ.

L'énergie d'une particule incidente est reconstruite grâce à la mesure de la charge totale produite par l'ionisation de l'argon liquide par des particules secondaires provenant de l'interaction de cette particule primaire avec le plomb ou l'acier. La résolution sur l'énergie est $\sigma_E/E = 12\%/\sqrt{E(\mathrm{GeV})}\oplus 1\%$ pour le calorimètre électromagnétique et $\sigma_E/E = 50\%/\sqrt{E(\mathrm{GeV})}\oplus 2\%$ pour le calorimètre hadronique.

Le calorimètre spaghetti SpaCal

Le calorimètre SpaCal [81], situé dans la partie arrière du détecteur H1, est composé de cellules en fibres scintillantes entourées de plomb, parallèles à l'axe des faisceaux. A l'arrière de chaque cellule, les fibres sortantes sont collées et reliées à des photomultiplicateurs. Un ensemble de 16 cellules est appelé module. Dans la section électromagnétique (longue de 25 cm et correspondant à 28 longueurs de radiation et 1 longueur d'interaction hadronique), on compte 1196 cellules de 4x4 cm^2. La partie hadronique du calorimètre (située plus à l'extérieur et correspondant à 1.02 longueurs d'interaction hadronique) se compose de 136 cellules de 12x12 cm^2.

Au centre du SpaCal, un module spécial appelé "insert" (voir figure 3.4), comporte 4 cellules appelées "veto layer" dont le rayon est compris entre 5.7 et 6.5 cm et qui ont pour but d'identifier les cas où la gerbe induite par la particule incidente est partiellement perdue dans le tube à vide, ce qui induit une estimation fausse de son énergie. Le rayon extérieur de ces "veto layer" détermine une limite sur l'ouverture angulaire du SpaCal en θ de 177.5 degrés (par rapport au point d'interaction nominal). L'autre limite angulaire du SpaCal est de 153 degrés. La résolution en énergie est de $\sigma_E/E = 7.1\%/\sqrt{E(\mathrm{GeV})} \oplus 1\%$, celle en temps est inférieure à 1 ns.

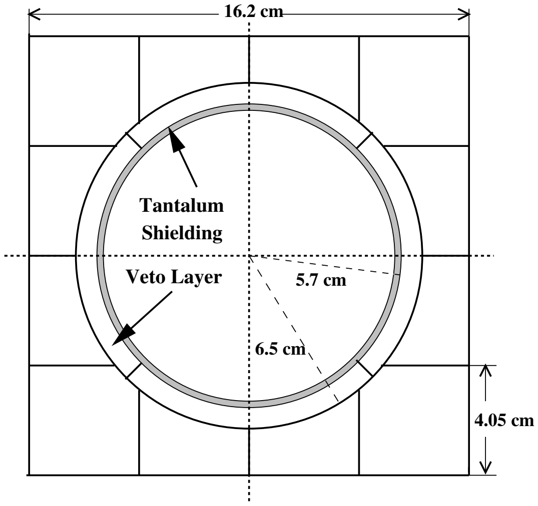


Figure 3.4: Vue transverse du module "insert".

3.2.3 Les détecteurs avant

Dans la direction avant, les particules émises à très petit angle peuvent être détectées par le détecteur de débris du proton PRT et le détecteur de muons avant FMD. Le calorimètre PLUG n'est pas utilisé dans cette thèse, de même que les stations de spectromètres à proton FPS ("Forward Proton Spectrometer") situées entre z = 63 m et z = 90 m.

Le détecteur de débris du proton PRT

Le détecteur de débris du proton PRT ("Proton Remnant Tagger") [82] est situé en $z = 24$ m. Il s'agit d'un système de scintillateurs conçu pour détecter les débris du proton diffusé dans le cas des interactions inélastiques. Les plans de scintillateurs sont perpendiculaires à l'axe des faisceaux et couvrent autour du tube à vide une surface d'environ 60x60 cm^2 divisée en différentes régions numérotées de 1 à 7 (voir figure 3.5a). La région en pseudorapidité η [5]

---

[5] La pseudorapidité η d'un objet est obtenue à partir de son angle polaire θ par la relation

$$\eta = -ln(tg(\theta/2)). \tag{3.1}$$

pour laquelle le PRT est sensible s'étend de 5 à 7 unités. En pratique, l'acceptance du PRT s'étend jusqu'à des pseudorapidités de 7.5 unités dans le cas où a eu lieu une interaction entre le proton diffusé et les parois du tube à vide ou le collimateur C3, placé sous le FMD, entraînant la détection des particules secondaires.

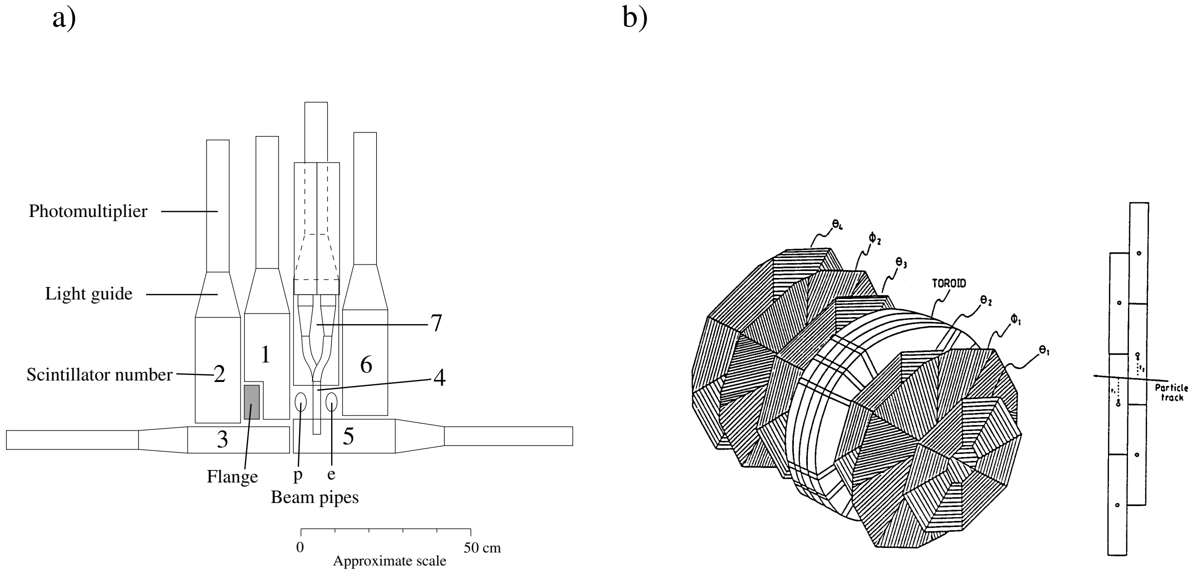


Figure 3.5: a) Vue transverse du détecteur de débris du proton PRT et b) vue du spectromètre à muons FMD à droite.

Le détecteur de muons avant FMD

Le spectromètre à muons FMD ("Forward Muon Detector") est composé de 6 paires de chambres à dérive, dont 3 sont disposées entre le point d'interaction nominal et l'aimant toroïdal de 1.2 m d'épaisseur délivrant un champ magnétique de 1.5 à 1.75 Tesla (voir figure 3.5b), et 3 au-delà de ce dernier. Les rayons des chambres sont de 4 (vers l'intérieur de H1) à 6 m (vers l'extérieur). Le but du FMD est de détecter des muons de haute énergie (entre 5 et 200 GeV) dans la zone angulaire $3 < \theta < 17°$. En pratique, il est également utilisé pour la détection des débris du proton émis à petit angle θ et connaissant une diffusion secondaire sur le collimateur C3 ou les parois du tube à vide. Dans ce cas, le FMD est sensible dans la région en pseudorapidité $3.2 < \eta < 5.5$.

3.2.4 Les compteurs de luminosité

Afin de mesurer la luminosité, H1 utilise le processus Bethe-Heitler $ep \to ep\gamma$ dont la section efficace est calculée avec une grande précision en électrodynamique quantique QED. L'électron est détecté suite aux effets spectroscopiques des aimants de guidage dans un calorimètre électromagnétique situé à $z = -33.4$ m appelé "Electron Tagger" dont l'acceptance en l'énergie va de

---

8 à 18 GeV. Le photon est, lui, détecté à $z = -102.4$ m dans un calorimètre électromagnétique Cerenkov (“Photon Detector”). Ces deux calorimètres [79] sont résistants aux fortes radiations et ont de bonnes résolutions spatiale, temporelle et en énergie. Pour la mesure de la luminosité, on demande soit une coïncidence d'un électron et d'un photon, soit seulement la détection d'un photon avec une énergie supérieure à E_{min} :

$$L = \frac{N^{ep}_{BH}(E_\gamma > E_{min})}{\sigma_{BH}(E_\gamma > E_{min})}. \tag{3.2}$$

Cette méthode fournit une précision de 1.5 $\%$ sur la mesure de la luminosité.

3.2.5 Le système de déclenchement

H1 est une expérience pour laquelle un système de déclenchement complexe [79] est indispensable en raison du croisement des faisceaux toutes les 96 ns et des problèmes de stockage des données. Ce système de déclenchement est divisé en plusieurs niveaux : les niveaux 1 (L1), 2 (L2TT et L2NN) et 4 (L4).

Le niveau 1

Le niveau de déclenchement L1 récolte les informations provenant des détecteurs à réponse rapide, afin de pouvoir prendre une décision en moins de 2.3 μs. Durant ce délai, toutes les informations concernant chaque constituant du détecteur sont enregistrées dans des mémoires tampons, ce qui permet d'éviter le temps mort. Les informations utilisées à ce niveau de déclenchement (appelées éléments de déclenchement) sont de différents types : présence d'un certain nombre de traces centrales ayant une impulsion transverse supérieure à un certain seuil, reconstruction d'un vertex d'interaction, présence d'activité dans le calorimètre à argon liquide, etc. Différents sous-systèmes de déclenchement (jusqu'à 128) sont installés et basent leur décision sur ces informations. Pour la suite de l'acquisition des données, il est nécessaire de limiter la quantité d'événements satisfaisant aux conditions du niveau 1, pour des raisons de temps mort du détecteur pendant la prise de décision ultérieure et le stockage des données. Si cette quantité est trop importante, deux solutions sont possibles. Premièrement, l'application artificielle d'un facteur de réduction permet d'obtenir un nombre d'événements raisonnable et ainsi de passer directement au niveau 4. Deuxièmement, le passage par le niveau de déclenchement L2 peut constituer une solution pour réduire le nombre d'événements à l'entrée du niveau 4.

Le niveau 2

Au niveau 2, les informations présentes sont les mêmes que celles disponibles au L1, mais le temps au bout duquel une décision doit être prise est plus long (20 μs). Deux approches sont menées en parallèle :

1. le L2TT “Topological Trigger” [83] utilise essentiellement des informations sur les traces ainsi que sur les amas d’énergie répartis dans le détecteur suivant des secteurs. Il combine ces informations entre elles afin de différencier bruit de fond et physique intéressante.
2. le L2NN “Neural Network trigger” [84] se base sur les mêmes informations que le L2TT mais utilise un réseau neuronal afin de déterminer les coupures à appliquer. Nous avons contribué, pour la prise de données de l’année 2000, à la réalisation d’un élément de déclenchement utilisant le L2NN, afin d’identifier les événements susceptibles d’être dus à la production d’un méson vecteur à grand $|t|$. Des informations sur ce travail sont données à l’annexe D.

Le niveau 4

Le niveau 4 de déclenchement permet de prendre une décision finale sur l’opportunité d’enregistrer l’événement après reconstruction complète de sa topologie et des variables cinématiques. La décision du L4 se prend après un temps de 100 ms. Afin de vérifier ultérieurement l’efficacité de ce niveau de déclenchement, 1% des événements rejetés est gardé sur bande.

Chapitre 4

Sélection des événements et simulations par Monte Carlo

A présent, nous abordons (dans la section 4.1) la sélection des événements correspondant à la production de mésons ρ, qui se désintègrent après un temps très court en une paire de pions chargés (avec un taux de branchement de 99.9 %). Des simulations par Monte Carlo (voir section 4.2) décrivant les données sélectionnées sont utilisées pour les études d'acceptance et d'efficacité, ainsi que les effets radiatifs. Nous terminons ce chapitre en comparant différentes distributions de notre ensemble de données et de nos simulations (section 4.3).

4.1 Sélection des événements

La sélection des événements comporte différentes étapes. Nous commençons par détailler les critères de sélection utilisés. Nous définissons ensuite la méthode pour reconstruire la cinématique de la réaction et fixons les bornes du domaine cinématique étudié. Nous répertorions les événements en deux classes : NOTAG et TAG, en fonction de l'absence ou de la présence d'activité dans les détecteurs avant. Nous clôturons cette section par le choix du sous-système de déclenchement utilisé ainsi que par quelques remarques sur la sélection des périodes de prise de données.

4.1.1 Critères de sélection

La sélection des événements est basée sur la topologie de la réaction

$$e + p \to e + \rho + Y, \quad \rho \to \pi^+\pi^-, \tag{4.1}$$

où Y est soit un proton resté intact (diffusion élastique) soit un système baryonique de masse M_Y bien inférieure à W (diffusion avec dissociation du proton).

Sélection de l'électron

Notre premier critère de sélection requiert la reconstruction d'un dépôt d'énergie (E_e) supérieure à 17 GeV dans le calorimètre SpaCal. Ce dépôt doit être d'origine électromagnétique, avec une énergie (E_{had}) maximum de 200 MeV dans le partie hadronique du calorimètre, et une largeur transverse (R_{amas}) inférieure à 3.2 cm. Ces conditions rejettent le bruit de fond de hadrons caractérisés par des gerbes plus longues et plus larges que celles d'un électron. Nous rejetons également les événements avec une énergie de plus de 1 GeV dans les cellules appelées "veto layer" (E_{veto}) afin que l'énergie de l'électron diffusé soit entièrement contenue dans le calorimètre SpaCal. Pour être sûr que la particule responsable du dépôt d'énergie soit bien une particule chargée et non un photon, on impose la présence d'un segment de trace associé dans la chambre BDC : le prolongement de la trace doit être situé dans une rayon (R_{BDC}) de 3 cm autour du centre de gravité de l'amas.

Sélection du méson vecteur

Nous établissons ensuite les critères se rapportant à la sélection des deux pions provenant de la désintégration du méson ρ. A cet effet, nous demandons la reconstruction dans le détecteur central de traces (regroupant les chambres à dérive CJC, CIZ et COZ) des trajectoires d'exactement deux traces de signes opposés, émanant d'un vertex d'interaction situé en z dans la région $-30 < z_{vtx} < 30$ cm. Nous demandons que leur angle polaire (θ_{tr}) soit compris entre 20 et 160 degrés et que leur impulsion transverse ($p_{t,tr}$) par rapport à la direction des faisceaux soit supérieure à 100 MeV, afin que ces traces soient correctement reconstruites. La distribution de la masse invariante $M_{\pi\pi}$ reconstruite des deux pions est présentée à la figure 4.1a. Par la suite, pour nous assurer que nous sélectionnons bien un méson ρ (caractérisé par une masse M_ρ de 770 MeV et une largeur Γ_ρ de 150 MeV), nous imposons que la masse invariante $M_{\pi\pi}$ soit comprise dans l'intervalle

$$0.6 < M_{\pi\pi} < 1.1 \text{ GeV}. \tag{4.2}$$

Réduction des bruits de fond

Afin de réduire les bruits de fond présents dans l'échantillon, différentes coupures sont appliquées.

Une première coupure concerne la masse invariante M_{KK} des deux hadrons sous l'hypothèse qu'il s'agisse de deux kaons [1]. Afin de limiter la contribution des événements avec production d'un méson ϕ à la place du méson ρ, on rejette les événements avec M_{KK} inférieure à 1.04 GeV. L'effet de cette coupure est présenté à la figure 4.1b.

Afin de diminuer la quantité de bruit de fond dû à la production diffractive de mésons se désintégrant en deux particules chargées et des particules neutres, on rejette tous les événements qui contiennent un amas d'énergie qui n'est associé ni aux candidats pions ni à l'électron, d'énergie "$encmx$" supérieure à 400 MeV (300 MeV) et reconstruit avec un angle polaire $\theta >$

---

[1] Aucune identification directe des hadrons n'est pratiquée dans cette analyse.

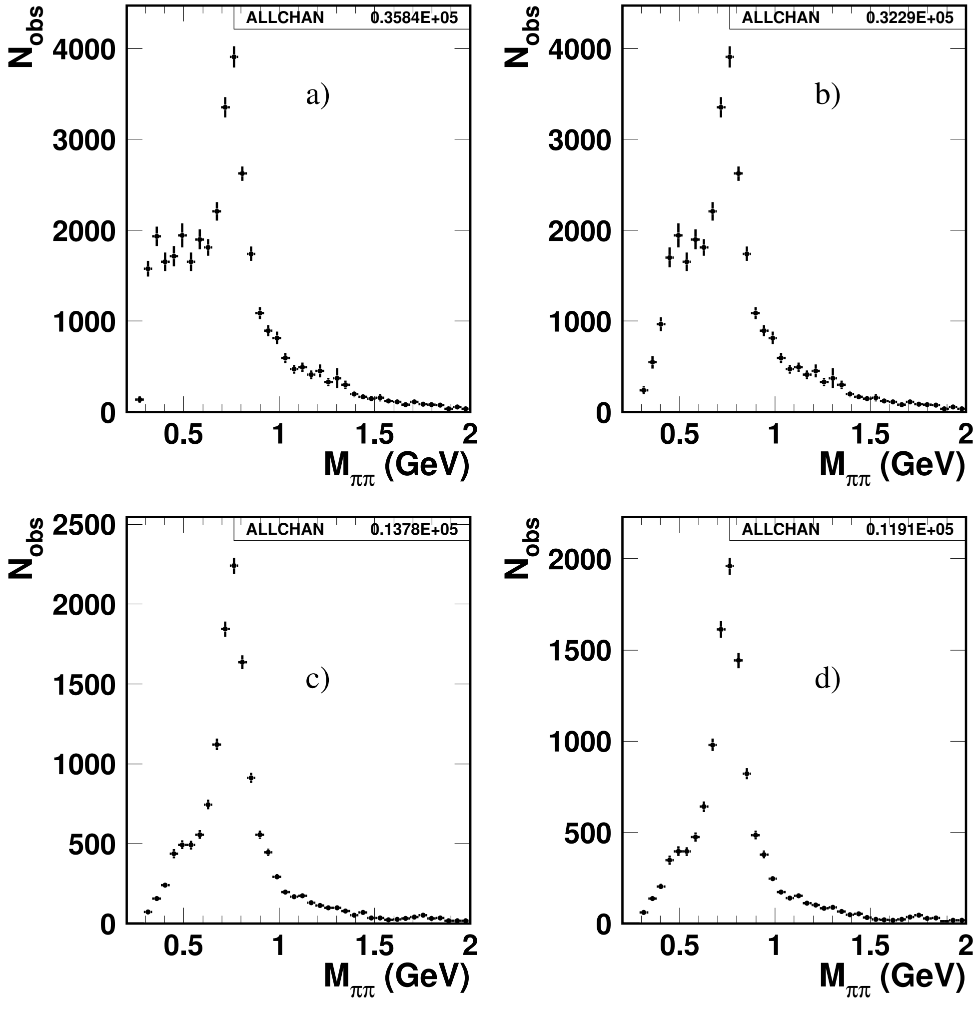


Figure 4.1: Distributions de la masse invariante $M_{\pi\pi}$ obtenues a) en n'appliquant que les critères de sélection sur l'électron et les pions ainsi que les sélections présentées à la section 4.1.4 ; b) en ajoutant également la coupure $M_{KK} > 1.04$ GeV ; c) après avoir rejeté également les événements comprenant un amas non-associé d'énergie $encmx > 0.4$ GeV (0.3 GeV) et d'angle $\theta > 20^\circ$ dans le calorimètre LAr (SpaCal) ; d) en appliquant de surcroît la coupure $E - p_z > 52$ GeV.

20° dans le calorimètre LAr (SpaCal) [2]. En effet, comme l'indiquent les simulations présentées à la figure 4.2, les distributions de l'énergie de ces amas isolés sont très différentes pour la production de mésons ρ (voir figure 4.2a pour le calorimètre LAr) et celle de mésons ρ', qui se désintègrent en deux pions chargés et deux pions neutres (voir figure 4.2b). Dans le cas du méson ρ, ces amas sont dus à des particules non corrélées à l'événement et à la présence de bruit de fond électronique dans les signaux émanant du calorimètre ; ceci empêche de rejeter complètement les événements contenant de tels amas. Dans le cas du méson ρ', l'amas détecté est associé à l'un des π^0. La figure 4.2 présente également les distributions pour le SpaCal. Les limites en énergie imposées ont été définies à l'aide des simulations par Monte Carlo, de manière à optimiser les coupures sur $encmx$. Le résultat de la réjection en $encmx$ est montré à la figure 4.1c.

Une troisième coupure porte sur la variable $E - p_z$ qui est la différence des énergies E et impulsions longitudinales p_z de l'électron diffusé (E et p_z étant mesurées dans le calorimètre SpaCal) et des deux candidats pions (E et p_z étant mesurées dans le détecteur central de traces). On s'attend à ce que cette variable soit égale à deux fois l'énergie E_0 de l'électron incident, c'est-à-dire proche de 55 GeV, si aucune autre particule n'a été produite à l'exception du système Y. Une certaine largeur est à prendre en compte (voir figure 4.3a), elle reflète la résolution du détecteur. La coupure sévère $E - p_z > 52$ GeV permet de réduire les corrections radiatives et les contributions de bruit de fond avec des particules non-détectées (voir figures 4.3b et 4.3c). La distribution en masse $M_{\pi\pi}$ des événements passant toutes ces sélections est présentée à la figure 4.1d.

4.1.2 Reconstruction de la cinématique

La réaction 4.1 est étudiée dans le domaine cinématique [3]

$$\begin{aligned} 2.5 < \; & Q^2 < 60 \,\mathrm{GeV}^2 \\ 40 < \; & W < 120 \,\mathrm{GeV} \\ 0 < \; & t' < 3 \,\mathrm{GeV}^2. \end{aligned} \tag{4.3}$$

Ces variables cinématiques, définies à la section 1.2, peuvent être reconstruites suivant différentes méthodes. La méthode de l'électron se base sur les paramètres directement mesurés de l'électron (énergie et angle polaire θ), et dépend donc fortement de la calibration en énergie du calorimètre SpaCal. La méthode dite du double-angle ("DA") [85] utilise seulement les angles polaires de l'électron et du méson pour déterminer la cinématique, tandis que la méthode de Jacquet et Blondel ("JB") [86] n'utilise que les informations venant des hadrons (énergie et direction du système hadronique, à l'exception du système Y). Ces deux méthodes (DA et JB) utilisent la conservation de l'énergie et de l'impulsion, et supposent que $t = 0$. A titre d'information, une autre méthode existe encore : la méthode Σ [87].

---

[2] Nous entendons par association à une trace d'un amas d'énergie dans le calorimètre LAr le cas où le dépôt d'énergie se trouve dans un cylindre de 25 cm de rayon dans la partie électromagnétique et de 40 cm dans le calorimètre hadronique, entourant l'extrapolation de la trace dans le calorimètre. Dans le calorimètre SpaCal, l'association est opérée dans un cylindre de 25 cm de rayon autour de l'extrapolation de la trace.

[3] Remarquons qu'aucune limite en M_Y ou en $x_{I\!P}$ n'est imposée ici.

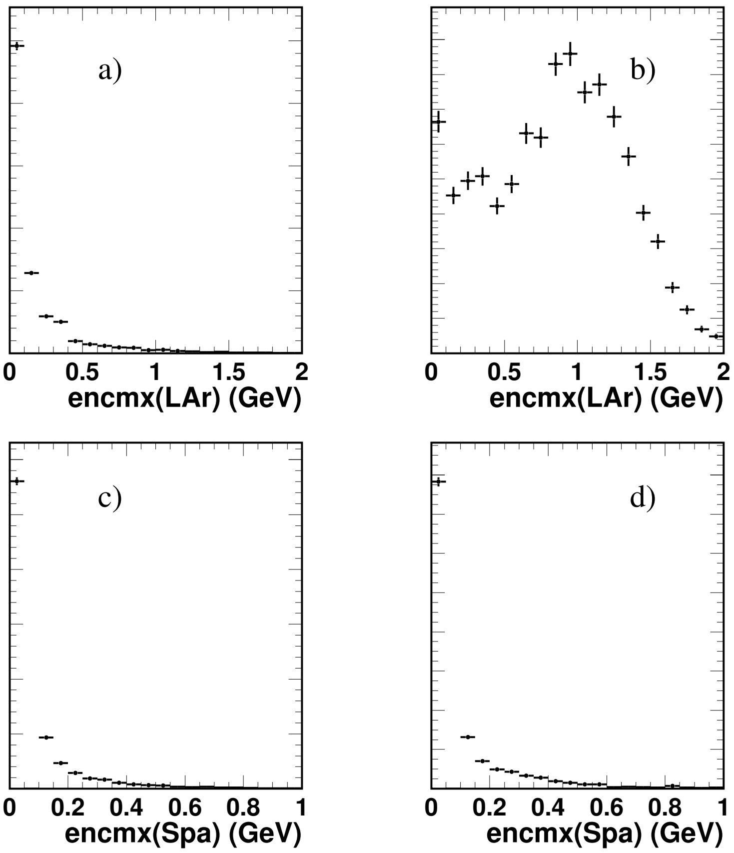


Figure 4.2: Distributions de la variable $encmx$ dans le calorimètre LAr (a et b) et dans le calorimètre SpaCal (c et d), obtenues sur base des simulations par Monte Carlo. Les figures de gauche (a et c) correspondent à la production de mésons ρ, les figures de droite (b et d) à celle de mésons ρ', qui se désintègrent en deux pions chargés et deux pions neutres.

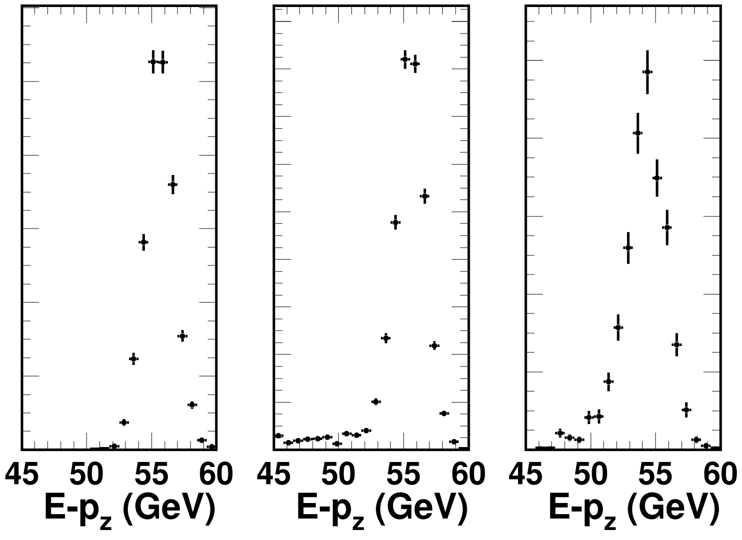


Figure 4.3: Distribution de la variable $E - p_Z$, à gauche pour la production de mésons ρ à l'approximation de Born, au milieu pour la production de mésons ρ pour laquelle les corrections radiatives QED sont incluses et à droite pour la production de mésons ρ'. Ces distributions proviennent des simulations par Monte Carlo, incluant les effets liés à la résolution du détecteur.

Le choix de la méthode de reconstruction utilisée pour la présente analyse vise à assurer la meilleure résolution sur l'estimation des différentes variables. Il est le même que pour l'analyse [4, 88].

Notons de façon générale l'énergie d'une particule n E_n, son impulsion suivant z $p_{z,n}$, son impulsion transverse $p_{t,n}$ et son angle polaire θ_n. Dans le cas du méson ρ, son impulsion est reconstruite comme la somme des impulsions des deux candidats pions et son énergie tient compte de sa masse $M_{\pi\pi}$. La variable Q^2 est reconstruite en utilisant la méthode double-angle :

$$Q^2_{DA} = \frac{4E_0^2 \, \sin\theta_\rho \, (1 + \cos\theta_e)}{\sin\theta_e + \sin\theta_\rho - \sin(\theta_e + \theta_\rho)}. \tag{4.4}$$

La variable W est calculée en utilisant la méthode de Jacquet et Blondel :

$$W^2_{JB} = y_{JB} \cdot s - \frac{{p_{t,\rho}}^2}{1-y}, \qquad y_{JB} = \frac{E_\rho - p_{z,\rho}}{2E_0} \tag{4.5}$$

et t' est déterminé à partir des composantes transverses de l'impulsion de l'électron diffusé et du méson vecteur :

$$t' \simeq (\vec{p}_{t,miss})^2 = (\vec{p}_{t,e} + \vec{p}_{t,\rho})^2, \tag{4.6}$$

où l'impulsion transverse de l'électron est prise égale à

$$p_{t,e} = \frac{2E_0 - E_\rho + p_{z,\rho}}{\tan(\theta_e/2)} \, . \tag{4.7}$$

4.1.3 Classification NOTAG et TAG

Les événements sélectionnés à la section 4.1.1 sont classés en deux catégories, correspondant à l'absence ou la présence d'activité dans la partie avant du détecteur H1.

Quantitativement, on dira qu'un signal significatif a été observé dans le détecteur à muons FMD si au moins deux paires de signaux ont été détectées dans les trois paires chambres situées entre l'aimant et le centre du détecteur H1. Pour le détecteur de débris du proton PRT, seules les régions numérotées 1 et 2 à la figure 3.5a sont utilisées dans cette analyse, les autres étant soit peu efficaces soit bruyantes. Dès que l'une de ces deux régions enregistre un signal, on parlera d'activité dans le PRT.

Un événement est classé dans l'échantillon NOTAG lorsqu'un signal significatif n'est pas détecté dans le PRT ni dans le FMD et qu'aucune trace ni aucun amas d'énergie de plus de 400 MeV (et non-associé à une trace de pion) n'est reconstruit avec un angle polaire $\theta < 20°$. Au contraire, un événement est classé dans l'échantillon TAG si un signal significatif est observé dans le PRT ou dans le FMD, ou encore si une trace ou un dépôt d'énergie supérieure à 400 MeV est détecté dans la partie avant du détecteur H1 ($\theta < 20°$). Pour ces événements classés TAG, un intervalle en pseudorapidité (voir équation 3.1) de minimum 2.2 unités est requis entre le candidat pion le plus à l'avant et la particule appartenant au système Y la plus à l'arrière (détectée à travers la présence d'une trace ou d'un dépôt d'énergie supérieure à 400 MeV et d'angle polaire inférieur à 20°). En cas d'absence d'activité liée au système Y dans le FTD ou le LAr, on prendra comme borne de l'intervalle en η le bord du calorimètre LAr.

En première approximation, les échantillons NOTAG et TAG peuvent être attribués aux processus avec un proton élastique et un proton dissocié, respectivement. Cependant, les événements élastiques peuvent être classés dans l'échantillon TAG si t' est suffisamment grand pour que le proton diffusé interagisse avec les parois du tube à vide ou du matériel adjacent, conduisant à la création de particules secondaires qui engendrent un signal dans les détecteurs avant. Cet effet dépasse 15% pour $t' > 0.75 \text{ GeV}^2$, comme l'indique la table 4.1. Au contraire, un événement avec dissociation du proton peut être classé dans l'échantillon NOTAG si sa masse M_Y est petite ($M_Y \leq 1.6$ GeV) ou dans le cas d'inefficacité des détecteurs avant. Les

Probabilité d'un signal en fonction de t'	PRT	FMD	PRT ou FMD
$0.0 < t' < 0.25 \text{ GeV}^2$	0.1%	0.%	0.1%
$0.25 < t' < 0.5 \text{ GeV}^2$	1.9%	0.%	1.9%
$0.5 < t' < 0.75 \text{ GeV}^2$	9.6%	0.%	9.6%
$0.75 < t' < 1.0 \text{ GeV}^2$	17.8%	0.%	17.8%
$1.0 < t' < 2.0 \text{ GeV}^2$	22.4%	0.%	22.4%
$2.0 < t' < 3.0 \text{ GeV}^2$	27.3%	0.%	27.3%
$3.0 < t' < 10.0 \text{ GeV}^2$	36.6%	0.%	36.6%

Table 4.1: Probabilité d'émettre un signal dans le PRT ou dans le FMD pour les événements élastiques, en fonction de t'. Ces probabilités sont obtenues à partir d'une étude des simulations par Monte Carlo.

Probabilité d'un signal en fonction de t'	PRT	FMD	PRT ou FMD
$0.0 < t' < 0.25$ GeV^2	21.4%	38.6%	51.7%
$0.25 < t' < 0.5$ GeV^2	22.5%	42.9%	55.9%
$0.5 < t' < 0.75$ GeV^2	23.4%	44.9%	58.5%
$0.75 < t' < 1.0$ GeV^2	22.5%	45.0%	58.7%
$1.0 < t' < 2.0$ GeV^2	25.0%	50.5%	64.4%
$2.0 < t' < 3.0$ GeV^2	24.3%	57.8%	69.2%
$3.0 < t' < 10.0$ GeV^2	26.0%	65.5%	76.2%

Table 4.2: Probabilité d'émettre un signal dans le PRT ou dans le FMD pour les événements avec dissociation du proton, en fonction de t'. Ces probabilités sont obtenues à partir d'une étude des simulations par Monte Carlo.

probabilités d'émettre un signal dans le PRT ou le FMD pour un événement avec dissociation du proton sont présentées à la table 4.2.

Remarquons que du bruit électronique peut également être pris à tort pour du signal dans un des détecteurs avant. Cette possibilité est très rare ($\ll 1\%$) pour le PRT mais est non négligeable pour le FMD [89]. En effet, durant la première partie de la prise de données en 1997 (période principale), la probabilité de confondre du bruit électronique avec un signal détecté dans le FMD était de 5.4%. Durant la seconde partie de 1997 appelée “Minimum Bias run”, cette probabilité s'est élevée jusqu'à 11.1%. Ces estimations ont été calculées en utilisant des données collectées aléatoirement et ne correspondant pas à un déclenchement physique.

4.1.4 Choix du système de déclenchement et sélection des runs

Choix du système de déclenchement

La prise de données de 1997 est divisée en deux parties : la première, qui fut la plus longue, et la seconde appelée “Minimum Bias run”, de courte durée et dédiée à l'étude des événements à petite valeur de Q^2. Nous devons utiliser des systèmes de déclenchement différents au niveau 1 pour ces deux périodes.

Durant la première période, le choix du système de déclenchement s'est porté sur le sous-système “s4”. Sa définition est la suivante

$$\begin{aligned}(SPCLe\_IET > 2 \;||\; SPCLe\_IET\_CEN\_3) \;\&\&\; SPCLe\_Tof\_E\_2 \\ \&\&\; zVtx\_mul \;\&\&\; (zVtx\_t0 \;||\; FwdRay\_t0) \;\&\&\; veto\end{aligned}$$

où $||$ indique un ou logique, et $\&\&$ un et. L'élément de déclenchement $SPCLe\_IET$ demande la présence d'un amas d'énergie dans la partie extérieure du Spacal (c'est-à-dire la zone externe au bloc $-16\ cm\ < x < 8\ cm$, $-8\ cm\ < y < 16\ cm$) et $SPCLe\_IET\_CEN$ porte sur la partie intérieure. Pour ces deux conditions, la limite inférieure en énergie est de 6 GeV. La condition $SPCLe\_Tof\_E\_2$ demande qu'une énergie totale de 12 GeV au moins soit détectée dans le SpaCal. L'élément $zVtx\_mul$ requiert moins de 200 traces reconstruites dans le détecteur central. La condition $(zVtx\_t0 \; || \; FwdRay\_t0)$ demande au moins une trace détectée par les chambres CIP, COP ou FTD et pointant vers la région nominale d'interaction. Les éléments repris sous la dénomination $veto$ assurent que les événements soient en temps, c'est-à-dire qu'ils correspondent à un croisement de faisceaux, et non à une interaction par exemple sur le gaz résiduel dans le tube à vide.

Durant la seconde partie de 1997, le système de déclenchement choisi est le "s0" :

$$(SPCLe\_IET > 1 \; || \; SPCLe\_IET\_CEN\_2) \; \&\& \; veto \oplus \; L2(R > 10cm)$$

Les limites en énergie pour les éléments $SPCLe\_IET$ et $SPCLe\_IET\_CEN$ sont plus basses dans ce cas (un minimum de 2 GeV). Ce système de déclenchement est associé à un élément de déclenchement au niveau 2 (L2TT). Ainsi, la condition $L2(R > 10cm)$ demande qu'au niveau 2, on détecte un amas d'énergie situé à une distance radiale de plus de 10 cm du centre du tube à vide.

L'efficacité du système de déclenchement "s0" est proche de 100% [90] si l'on se place dans une région où les distances entre la position de l'amas et le centre du tube à vide suivant les axes x et y sont supérieures à 10.5 cm : $|x| > 10.5$ cm et $|y| > 10.5$ cm.

L'efficacité du système de déclenchement "s4", est étudiée à partir du système de déclenchement "s0" lors de la seconde période de prise de données. Pour cela, on sélectionne les événements, satisfaisant à la condition de déclenchement "s0", qui correspondent à la production de mésons ρ avec un amas d'énergie détecté dans le calorimètre SpaCal à une distance du tube à vide (R_{Spa}) supérieure à 8 cm, et on détermine quel pourcentage de ceux-ci satisfont également la condition de déclenchement "s4". L'efficacité obtenue est présentée à la figure 4.4 à gauche en fonction de la distance R_{Spa} et à droite en fonction de de l'angle azimutal du méson vecteur ϕ_ρ. L'efficacité moyenne de "s4" est de 84% et dépend de l'angle ϕ_ρ à cause d'une inefficacité de l'élément $zVtx\_t0$ en ϕ_ρ entre 250 et 290°.

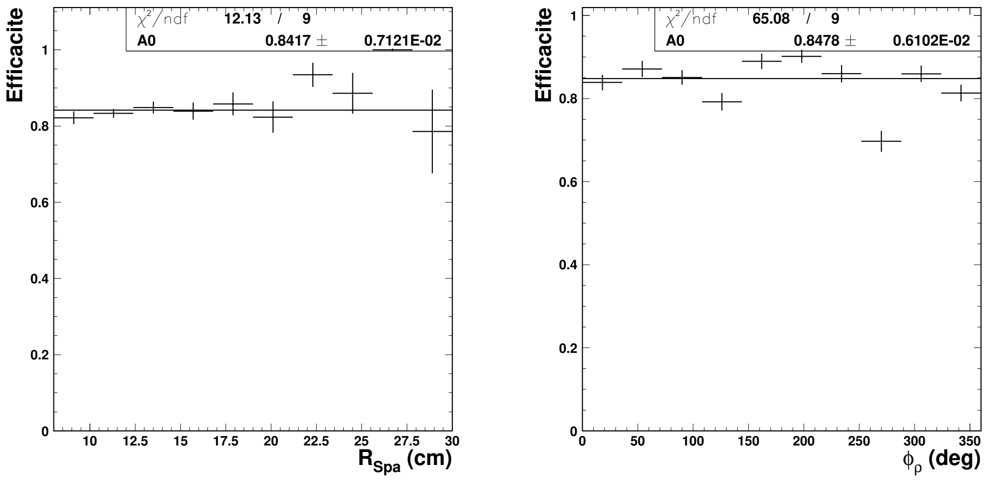


Figure 4.4: Efficacité du système de déclenchement "s4" en fonction de la position radiale R_{Spa} de l'électron (à gauche) et de l'angle azimutal du méson vecteur ϕ_ρ (à droite).

Au niveau 4, différents algorithmes de reconstruction et de sélection des événements sont installés. Leur efficacité pour notre sélection est de 100%. En effet, aucun des événements rejetés par le niveau 4, mais enregistrés par sécurité à raison de 1%, n'entre dans notre échantillon.

Sélection des périodes de prise de données

La période de prise de données en 1997 a été examinée en détail. Pour certains secteurs des chambres CJC et certaines périodes de prise de données ("runs"), une partie des événements contenait des informations provenant d'événements décalés en temps par rapport au reste des détecteurs. Cela pose évidemment un énorme problème pour la sélection d'événements à deux traces. Les runs présentant ces problèmes ont été écartés de la sélection finale. Nous avons également rejeté les runs avec des problèmes de lecture des détecteurs FMD et PRT. Enfin, nous n'avons gardé dans notre échantillon que les événements appartenant à des runs pour lesquels les détecteurs de traces CJC, BDC et FTD, les calorimètres LAr et SpaCal, les compteurs de luminosité et les détecteurs avant FMD et PRT étaient complètement opérationnels.

La sélection finale, dont les critères sont résumés à la table 4.3, correspond à une luminosité de 6 pb^{-1}.

4.2 Simulations par Monte Carlo

Des simulations par Monte Carlo basées sur le programme DIFFVM [36] et incluant les radiations QED [91, 92] sont utilisées pour décrire la production et la désintégration de mésons ρ dans des interactions élastiques et avec dissociation du proton. Ces simulations permettent de corriger les données pour les effets d'acceptance et de résolution du détecteur, pour le choix des systèmes de déclenchement utilisés et pour les effets radiatifs.

Le programme DIFFVM est basé sur le modèle de la dominance vectorielle (VDM) et sur la théorie de Regge [1]. Le photon virtuel émis par l'électron incident fluctue en un méson vecteur qui interagit ensuite avec le proton par échange d'un pomeron. Si on se limite au domaine des grandes énergies et des petites masses du système dissocié M_Y, on peut se contenter de l'échange d'un pomeron, l'échange d'autres trajectoires de Regge étant alors négligeable. Le programme génère les quadri-impulsions des particules de l'état final, en incluant la désintégration des mésons vecteurs. On peut choisir de simuler des interactions élastiques ou avec dissociation du proton, ainsi que le type du méson vecteur produit.

Les dépendances en Q^2, W, t et M_Y de la section efficace sont paramétrisées de la manière suivante. La dépendance en Q^2 de la section efficace $\sigma_{\gamma^* p}$ est donnée par

$$\frac{d\sigma_{\gamma^* p}}{dQ^2} \propto \left(\frac{1}{Q^2 + M_{VM}^2}\right)^n. \tag{4.8}$$

Les dépendances en t et W sont générées suivant

$$\frac{d\sigma_{\gamma^* p}}{dt} = \frac{d\sigma_{\gamma^* p}}{dt}\Big|_{t=0, W=W_0} e^{-b|t|} \left(\frac{W}{W_0}\right)^{4\epsilon} \tag{4.9}$$

Electron	$E_e > 17$ GeV $E_{had} < 0.2$ GeV $R_{amas} < 3.2$ cm $E_{veto} < 1$ GeV $R_{BDC} < 3$ cm
Deux pions	2 traces de signes opposés $-30 < z_{vtx} < 30$ cm $20 < \theta_{tr} < 160°$ $p_{t,tr} > 0.1$ GeV $0.6 < M_{\pi\pi} < 1.1$ GeV
Réduction du bruit de fond	$M_{KK} > 1.04$ GeV encmx(LAr) < 0.4 GeV encmx(Spa) < 0.3 GeV $E - p_z > 52$ GeV
Cinématique	$2.5 < Q^2_{DA} < 60$ GeV^2 $40 < W_{JB} < 120$ GeV $0 < t' < 3$ GeV^2
Classification NOTAG	$\sum_{0,1} PRT = 0$ $\sum_{1,2,3} FMD \leq 1$ pas de trace $\theta < 20°$ pas de dépôt $E > 0.4$ GeV, $\theta < 20°$
Classification TAG	$\{ \sum_{0,1} PRT > 0$ ou $\sum_{1,2,3} FMD > 1$ ou une trace $\theta < 20°$ ou un dépôt $E > 0.4$ GeV, $\theta < 20° \}$ et $\Delta\eta > 2.2$ unités
Système de déclenchement	s4 (1ère période) $\rightarrow R_{Spa} > 8$ cm s0 (2ème période) $\rightarrow |x|, |y| > 10.5$ cm

Table 4.3: Résumé des critères de sélection des événements.

$$\text{avec } b(W) = b(W_0) + 4\alpha' \ln(\frac{W}{W_0}), \tag{4.10}$$

où $\frac{d\sigma_{\gamma^* p}}{dt}|_{t=0,W=W_0}$, la pente $b(W_0)$, et l'échelle W_0, ainsi que les paramètres $\epsilon = \alpha_{I\!P}(0) - 1$ et α' qui décrivent la trajectoire de Regge du pomeron, sont laissés au choix de l'utilisateur.

Dans le cas de la production avec dissociation de proton, la dépendance en M_Y est donnée par :

$$\frac{d\sigma_{\gamma^* p}}{dM_Y^2} \propto \frac{f(M_Y^2)}{M_Y^{2(1+\epsilon)}} \tag{4.11}$$

où $f(M_Y^2)$ est une fonction de la masse diffractive du système Y tenant compte du comportement à petite masse. Ainsi, dans la région des résonances ($M_Y^2 \leq 3.6$ GeV^2), $f(M_Y^2)$ est le résultat d'un ajustement de la section efficace différentielle d'interaction diffractive $pD \to YD$ avec dissociation du proton, mesurée à $|t|$ fixé [93]. A grandes masses ($M_Y^2 \geq 3.6$ GeV^2), $f(M_Y^2) = 1$ et la section efficace différentielle est proportionnelle à $1/M_Y^{2(1+\epsilon)}$. La pente en t dépend aussi de M_Y :

$$b(W, M_Y) = b(W_0, M_0) + 4\alpha'(\ln(\frac{W}{W_0}) - \ln(\frac{M_Y}{M_0})). \tag{4.12}$$

Notons que, techniquement, il est possible de choisir des valeurs de ϵ différentes pour contrôler les dépendances en W et M_Y. Par contre, une seule valeur de α' est permise.

La distribution en masse M_{VM} est générée suivant une fonction de Breit-Wigner non-relativiste. Le rapport R des sections efficaces de production longitudinale et transverse est simulé dépendant de Q^2 de la manière suivante :

$$R(Q^2) = \frac{\xi \frac{Q^2}{M_{VM}^2}}{1 + \chi\xi \frac{Q^2}{M_{VM}^2}}, \tag{4.13}$$

engendrant aux petites valeurs de Q^2 un comportement linéaire en Q^2/M_{VM}^2 dont la pente est donnée par ξ et s'approchant aux grandes valeurs de Q^2 d'un plateau à $1/\chi$. En complément à ces dépendances, les distributions angulaires de désintégration des mésons vecteurs sont également simulées par le programme DIFFVM.

Après génération avec ce programme, les événements sont traités par les chaînes de simulation du détecteur et de reconstruction de la réponse des différents sous-détecteurs, de manière identique aux données. Pour décrire correctement les données, il a été nécessaire de corriger après simulation l'efficacité de reconstruction des traces émises dans un angle azimutal compris entre 220 et $260°$. La réponse du détecteur de débris du proton PRT a également été corrigée, tenant compte des corrélations entre les signaux dans le FMD et les signaux dans le PRT. Le bruit présent dans le FMD a été introduit dans la simulation. Enfin, l'efficacité du système de déclenchement s4 a également été simulée.

A présent, nous discutons séparément les simulations relatives à la production de mésons ρ (section 4.2.1) et celles relatives aux bruits de fond dus à la production des mésons ω, ϕ et ρ' (section 4.2.2).

4.2.1 Production de mésons ρ

Les paramètres des simulations du méson ρ, produits par interactions élastiques ou avec dissociation du proton, sont choisis en se référant aux mesures expérimentales préexistantes [4, 6, 13]. Le paramètre n est pris égal à 2.2 et le paramètre ϵ décrivant la dépendance en W est pris égal à 0.10. Afin de bien décrire les données, la pente en t est prise égale à $7\ \mathrm{GeV}^{-2}$ pour les événements élastiques et à $1.7\ \mathrm{GeV}^{-2}$ pour les événements avec dissociation du proton. Ces pentes ne dépendent pas de W, α' étant choisi égal à zéro. La distribution en M_Y est paramétrisée comme $d\sigma/M_Y^2 \propto 1/M_Y^{2.15}$. Le rapport des sections efficaces avec dissociation du proton et élastique, intégrées sur t, est choisi comme $\sigma_{pd}/\sigma_{el} = 0.75$. Les paramètres ξ et χ permettant de décrire le rapport R sont choisis comme $\xi = 0.6$, $\chi = 0.24$.

Les simulations incluent les distributions angulaires correspondant aux mesures de cette thèse (voir chapitre 6) sur l'élément de matrice r_{00}^{04} (associé à la distribution en $\cos\theta^*$, eq. 1.27) et les combinaisons $r_{00}^5 + 2r_{11}^5$ et $r_{00}^1 + 2r_{11}^1$(associées à la distribution en Φ, eq. 1.26). Les autres distributions angulaires et leurs corrélations sont prises dans l'approximation de SCHC et le paramètre $\cos\delta$ qui décrit l'interférence entre les amplitudes longitudinale et transverse (voir eq. 1.24) est égal à 0.9 [4].

Pour l'étude des effets systématiques (section 6.1.2), on a fait varier tous les paramètres introduits dans les simulations.

4.2.2 Production de mésons ω, ϕ et ρ'

Des simulations utilisant le programme DIFFVM ont également été utilisées pour l'étude des bruits de fond de mésons ω, ϕ et ρ' (voir chapitre 5). Les masses et largeurs des mésons ω et ϕ viennent de la référence [34]. L'incertitude quant à la nature du méson ρ', correspondant à une ou deux résonances, n'est pas importante ici. Nous avons choisi de simuler des mésons ρ' avec une masse $M_{\rho'}$ de 1.450 GeV et une largeur $\Gamma_{\rho'}$ de 0.300 GeV. Ces dernières valeurs ont été modifiées lors de l'étude des effets systématiques pour couvrir le domaine en masse 1.300-1.700 GeV. Pour chaque méson vecteur, les paramètres fixant les dépendances en Q^2, W, et M_Y ont été choisis de la manière suivante [8, 18, 49, 94] : $n = 2.2$, $\epsilon = 0.10$ pour la dépendance en W et $\epsilon = 0.08$ pour la dépendance en M_Y. Dans chaque cas, les pentes en t sont choisies b_{el} = 6 GeV^{-2} pour les événements élastiques et b_{pd} = 2.5 GeV^{-2} pour les événements avec dissociation du proton, avec α' pris égal à zéro. Les paramètres ξ et χ sont pris les mêmes que dans le cas du méson ρ. Le rapport des sections efficaces avec dissociation du proton et élastique, intégré sur t, est pris égal à 0.75. En l'absence de mesure en électroproduction, les distributions angulaires pour les mésons ω, ϕ (excepté pour le canal $\phi \to K^+K^-$ [8]) et ρ' sont considérées comme uniformes.

Le résultat du calcul des distributions angulaires pour le méson ρ', présenté à l'annexe A et où seuls deux paramètres sont à ajuster, a été implémenté dans une nouvelle version du programme DIFFVM, ainsi que la forme exacte de la désintégration angulaire des mésons ω et ϕ. Cette nouvelle version n'a pas été utilisée dans cette thèse mais permettra à l'avenir d'étudier avec une meilleure précision les effets d'acceptance liés aux distributions angulaires de désintégration et de réduire les incertitudes concernant la forme des contributions de bruit de fond.

4.3 Comparaison des simulations par Monte Carlo avec les données

Dans cette section, nous présentons plusieurs distributions permettant, par comparaison avec les données, d'apprécier la qualité des simulations. A titre d'exemple, ces comparaisons sont présentées à la figure 4.5 pour les événements aux petites valeurs de t' (0-0.5 GeV^2) de la catégorie NOTAG et à la figure 4.6 pour les événements TAG à grand t' (0.5-3.0 GeV^2). On découvre, de gauche à droite, sur la première ligne les variables Q^2, W et t', sur la seconde les énergies de l'électron E_e, du méson ρ E_ρ et du dépôt le plus énergétique dans le calorimètre LAr avec un angle polaire $\theta > 20^\circ$ non associé aux traces ni à l'électron, et sur la dernière ligne l'impulsion transverse $p_{t,tr}$, l'angle polaire θ_{tr} et l'angle azimutal ϕ_{tr} des deux traces. Les croix représentent les données. L'histogramme superposé décrit la somme des contributions des différentes simulations (ρ, ω, ϕ et ρ', élastique et avec dissociation du proton) ; les détails du mélange sont présentés au chapitre suivant. Comme nous pouvons le constater, ces simulations décrivent bien les données de nos échantillons NOTAG et TAG. Ceci permet d'utiliser les simulations pour corriger le signal pour les différents effets expérimentaux.

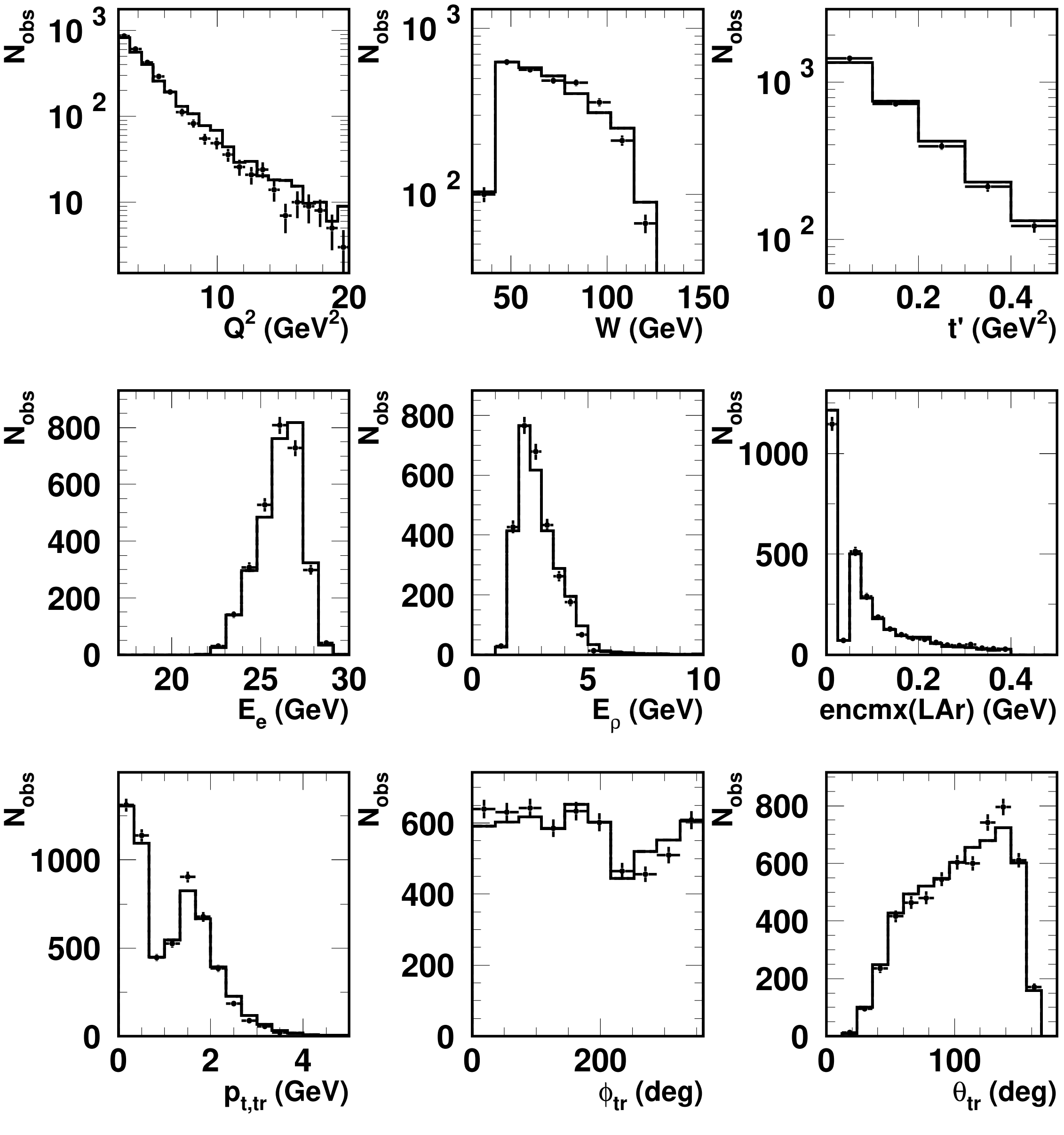


Figure 4.5: Comparaison des données (croix) et de la somme des contributions des différentes simulations (histogramme) pour les événements de la catégorie NOTAG avec $0 < t' < 0.5$ GeV^2, du haut à gauche au bas à droite : Q^2, W, t', E_e, E_ρ, $encmx(LAr)$, $p_{t,tr}$, θ_{tr} et ϕ_{tr}.

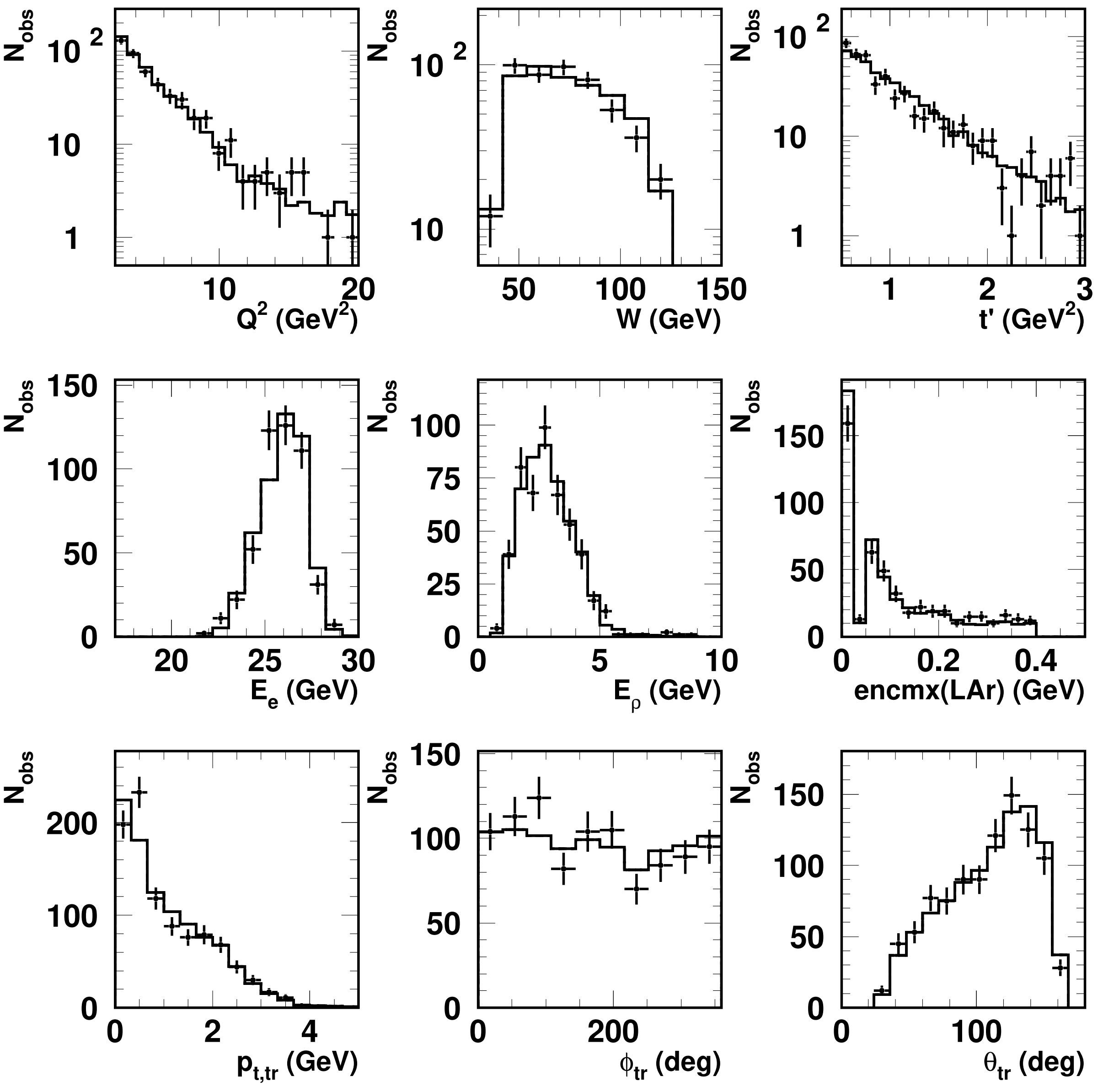


Figure 4.6: Comparaison des données (croix) et de la somme des contributions des différentes simulations (histogramme) pour les événements de la catégorie TAG avec $0.5 < t' < 3.0$ GeV^2, du haut à gauche au bas à droite : Q^2, W, t', E_e, E_ρ, $encmx(LAr)$, $p_{t,tr}$, θ_{tr} et ϕ_{tr}.

Chapitre 5

Estimation des bruits de fond

Dans ce chapitre, nous discutons les différents de bruits de fond présents dans nos échantillons de données [1], nous estimons quantitativement leurs contributions et nous terminons par une confirmation de ces estimations.

Cette étape de l'analyse est extrêmement importante car la présence de bruit de fond est non-négligeable : à grande valeur de t', elle est relativement élevée. De plus, certaines distributions sont fort différentes pour la production de mésons ρ et pour les contributions de bruit de fond, en particulier la variable Φ que nous étudions au chapitre suivant. Pour la mesure des éléments de la matrice densité de spin, il est donc crucial d'estimer convenablement les différentes contaminations.

5.1 Présentation des différents types de bruits de fond

L'observation des distributions de masse présentées à la figure 5.1 indique que les événements sélectionnés et classés dans les différents échantillons sont contaminés par la présence de bruits de fond. Le cas le plus évident est celui des événements classés dans la catégorie NOTAG pour des valeurs de t' comprises entre 0.5 et 3.0 GeV^2 : cette distribution s'écarte clairement d'une pure distribution de Breit-Wigner relativiste piquée en 0.77 GeV, à la masse du méson ρ.

Un premier type de bruit de fond provient de la production diffractive de mésons vecteurs se désintégrant en deux particules chargées :

$$\omega \to \pi^+\pi^- \;\; (BR = 2.2\%), \tag{5.1}$$

$$\phi \to K^+K^- \;\; (BR = 49.1\%). \tag{5.2}$$

Le canal 5.1 donne une contribution dans la fenêtre de masse étudiée autour de la masse du méson ρ ; cette contribution est petite, en raison du rapport des sections efficaces ω/ρ proche

---

[1] Le bruit de fond dû à la production d'une paire non-résonante de deux pions n'est pas considéré dans cette analyse. La mesure effectuée au chapitre suivant porte donc sur la production d'une paire de pions chargés dans le domaine en masse $m_{\pi^+\pi^-}$ compris entre 0.6 et 1.1 GeV.

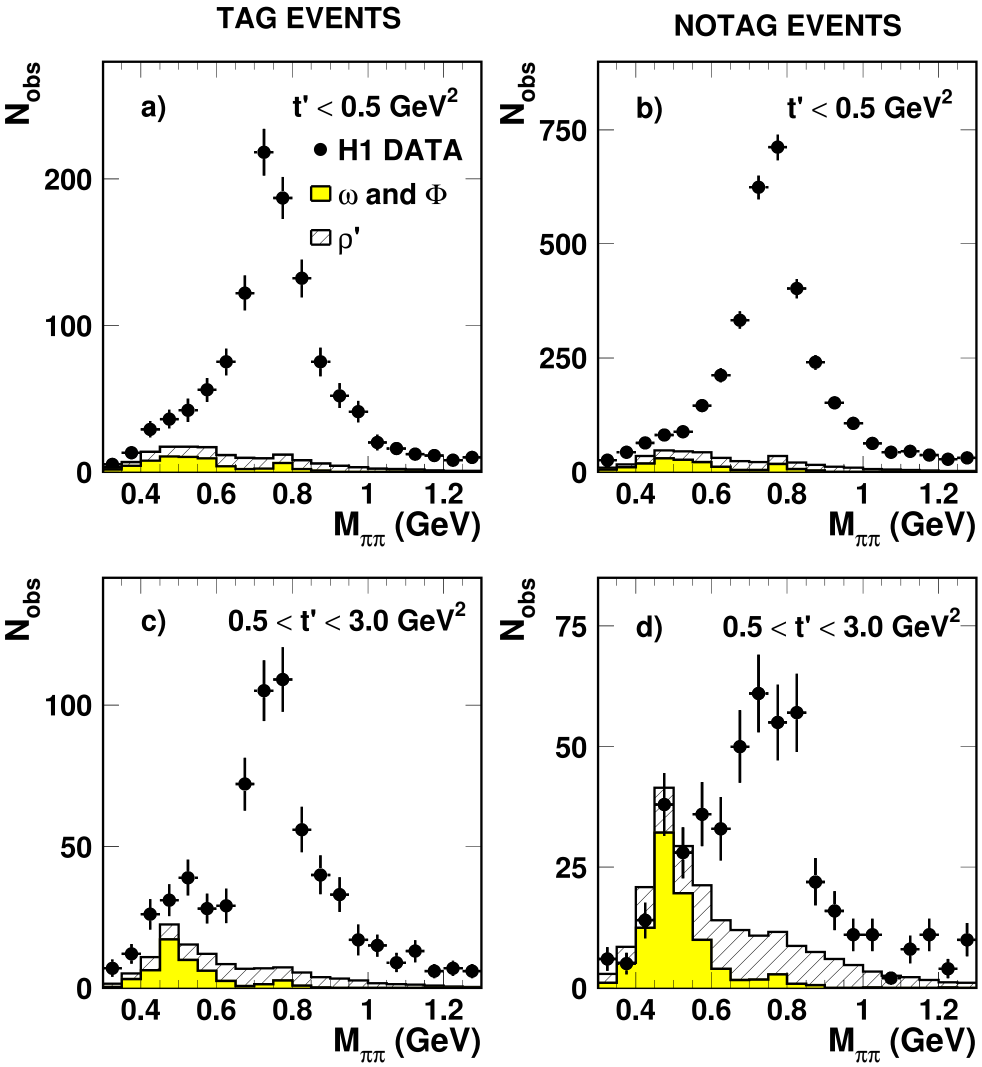


Figure 5.1: Distribution de la masse invariante $M_{\pi\pi}$, pour les événements sélectionnés avec $0.3 < M_{\pi\pi} < 1.3$ GeV. Les zones ombrées décrivent les bruits de fond dus à la production diffractive de mésons ω et ϕ et la zone hachurée celui dû à la production de mésons ρ'. Les figures a) et c) correspondent aux événements TAG avec $t' < 0.5\,\mathrm{GeV}^2$ et $0.5 < t' < 3.0\,\mathrm{GeV}^2$, respectivement ; b) et d) aux événements NOTAG.

de 1/9 et du faible rapport de branchement du méson ω vers ce canal ($BR = 2.2\%$). La contribution du canal 5.2 a lieu essentiellement à petite masse ($M_{\pi\pi} < 0.6$ GeV), la coupure $M_{KK} > 1.04$ GeV permet de rejeter la plus grande partie de ce bruit de fond.

Un second type de bruit de fond provient de la production diffractive de mésons se désintégrant en deux particules chargées et des particules neutres.

La production diffractive de mésons ω et ϕ peut imiter la production de mésons ρ par les canaux de désintégration suivants :

$$\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0 \;\; (BR = 88.8\%), \tag{5.3}$$

$$\phi \rightarrow K_L^0 K_S^0 \;\; (BR = 34.1\%)\;, \quad \text{avec}\; K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^- \;\; (BR = 68.6\%), \tag{5.4}$$

$$\phi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0 \;\; (BR = 15.5\%), \tag{5.5}$$

à condition que les photons provenant de la désintégration du π^0 ($\pi^0 \rightarrow 2\gamma, BR = 98.8\%$) ou le méson K_L^0 ne soient pas détectés [2]. Cela se produit si l'énergie déposée par ces particules dans les calorimètres est associée à la trace d'un pion chargé ou si elle ne dépasse pas le seuil de détection fixé à 0.4 GeV dans le calorimètre LAr et à 0.3 GeV dans le calorimètre SpaCal (voir la discussion de la coupure sur la variable $encmx$ à la section 4.1.1). La perte d'information sur ces particules non détectées a des conséquences sur la reconstruction de la variable t'. En effet, dans notre région en Q^2, le déséquilibre en p_t dû à cette perte peut être interprété comme une valeur de t' faussement élevée (voir eq. 4.6). Malgré la faible probabilité que les photons ne soient pas détectés, les canaux de désintégration 5.3-5.5 donnent un bruit de fond non négligeable pour la production de mésons ρ à grand t'. Ces contributions sont toutefois concentrées dans une région en masse décalée vers les petites valeurs de $M_{\pi\pi}$ par comparaison au domaine étudié pour le méson ρ ($0.6 < M_{\pi\pi} < 1.1$ GeV).

La production diffractive de mésons ρ' constitue une source de bruit de fond particulièrement importante à grand t' dans le domaine en masse étudié, via le canal de désintégration [3] :

$$\rho' \rightarrow \rho^\pm\pi^\mp\pi^0\;, \quad \text{avec}\; \rho^\pm \rightarrow \pi^\pm\pi^0. \tag{5.6}$$

A nouveau, la non-détection des deux pions neutres provoque un déséquilibre en p_t qui imite une grande valeur de t'. Notons qu'il a été mesuré expérimentalement que le rapport des sections efficaces $(\rho' \rightarrow \rho^0\pi^0\pi^0)/(\rho' \rightarrow \rho^\pm\pi^\mp\pi^0)$ est inférieur à 0.15 [95]. La contribution provenant de la désintégration $\rho' \rightarrow \rho^0\pi^+\pi^-$, $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$, est également négligeable car il est extrêmement improbable que deux pions chargés échappent à la détection. Une étude par Monte Carlo nous apprend que cette contribution représente un facteur 1/20 par rapport à celle du canal 5.6, pour un rapport des facteurs de branchement $(\rho' \rightarrow \rho^0\pi^+\pi^-)/(\rho' \rightarrow \rho^\pm\pi^\mp\pi^0)$ choisi égal à 0.5.

Il est important de reconnaître que la présence de bruit de fond à grand t' affecte différemment les échantillons NOTAG et TAG. En effet, la production de mésons ρ à grand t' par diffusion élastique ou avec dissociation du proton donne souvent un signal dans les détecteurs

---

[2] Le cas de la désintégration du méson ϕ en $\rho^\pm\pi^\mp$ est inclus dans le canal 5.5.

[3] Nous ne faisons pas ici la distinction entre les différents états possibles du méson ρ' : $\rho'(1.450)$ et $\rho'(1.700)$. Par la suite, nous considérons également comme dû à la production de mésons ρ', l'ensemble des bruits de fond dus à la production des autres mésons vecteurs (excepté celle de mésons ω et ϕ) se désintégrant en deux particules chargées et des particules neutres supplémentaires.

avant (voir tables 4.1, 4.2) et contribue majoritairement à l'échantillon TAG. Au contraire, les événements de bruit de fond dus à la production de mésons ω, ϕ et ρ' sont essentiellement produits à petite valeur de t', selon la loi exponentielle qui gouverne leur distribution, mais imitent la production de mésons ρ à grand t' suite à la non-détection de particules neutres. Ils contribuent dès lors soit à l'échantillon TAG, soit à l'échantillon NOTAG, en fonction du fait que le proton se dissocie ou non, et de la réponse du détecteur. Le rapport du bruit de fond sur le signal ρ à grand t' est donc significativement plus important dans la catégorie NOTAG que dans celle des TAG, comme le suggère la figure 5.1.

5.2 Estimation des différentes contributions

5.2.1 Mésons ω et ϕ

Les rapports des sections efficaces de production ω/ρ et ϕ/ρ sont pris égaux à 0.09 [18] et à 0.20 [8], respectivement, pour le domaine en Q^2 étudié. Le pourcentage de bruit de fond provenant de la production de mésons ω et ϕ est indiqué à la table 5.1.

Intervalle en	$(\omega+\phi)/\rho$			ρ'/ρ		
t' (GeV^2)	TAG	NOTAG	TAG+NOTAG	TAG	NOTAG	TAG+NOTAG
0.0 - 0.5	1.9%	1.7%	1.7%	5.7%	4.8%	5.0%
0.5 - 1.0	2.2%	4.9%	3.3%	4.8%	14.7%	8.8%
1.0 - 3.0	1.6%	4.8%	2.4%	15.8%	76.1%	31.1%

Table 5.1: Pourcentages des contributions de bruit de fond de mésons $\omega+\phi$ et ρ' par rapport au signal de production de mésons ρ dans différents intervalles en t' pour la classe TAG, la classe NOTAG et les deux prises ensemble. Les erreurs relatives sur ces estimations sont de 50% (voir la description des erreurs systématiques à la section 6.1.2).

5.2.2 Mésons ρ'

Aucune mesure de la section efficace $\rho' \to \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ n'a été réalisée dans le domaine en Q^2 étudié. Le bruit de fond dû à la production du méson ρ' doit donc être déterminé à partir des données elles-mêmes.

La méthode habituelle pour estimer le bruit de fond présent sous le pic du méson ρ consiste à ajuster une fonction décrivant le signal du méson ρ et la contribution du bruit de fond dû au méson ρ' à la distribution de masse $M_{\pi\pi}$ d'un échantillon de données, après soustraction des contributions des mésons ω et ϕ et correction pour les effets d'acceptance, de résolution du détecteur, d'efficacité du système de déclenchement et radiatifs. Pour décrire la production de mésons ρ de masse M_ρ et de largeur Γ_ρ, on utilise une distribution de Breit-Wigner relativiste

$$BW_\rho(M_{\pi\pi}) = \frac{M_{\pi\pi}\ M_\rho\ \Gamma(M_{\pi\pi})}{(M_\rho^2 - M_{\pi\pi}^2)^2 +\ M_\rho^2\ \Gamma^2(M_{\pi\pi})} \tag{5.7}$$

où la largeur $\Gamma(M_{\pi\pi})$ dépend de l'impulsion des deux pions de désintégration:

$$\Gamma(M_{\pi\pi}) = \Gamma_\rho(\frac{q^*}{q_0^*})^3 \frac{2}{1+(q^*/q_0^*)^2}, \tag{5.8}$$

où q^* est l'impulsion des pions dans le système du centre de masse $(\pi^+\pi^-)$ et q_0^* est cette même impulsion quand $M_{\pi\pi} = M_\rho$. Notons que deux autres paramétrisations de $\Gamma(M_{\pi\pi})$ existent [88].

Afin de décrire le surplus d'événements présent à petite masse ($M_{\pi\pi} \leq 0.77$ GeV) et le manque observé à grande masse ($M_{\pi\pi} \geq 0.77$ GeV) dans les distributions en masse $M_{\pi\pi}$, on introduit un paramètre dit de skewing. Ross et Stodolsky [97] ont proposé la forme suivante :

$$BW_\rho(M_{\pi\pi}) \cdot (\frac{M_\rho}{M_{\pi\pi}})^n \tag{5.9}$$

où n est un paramètre à ajuster. Cette paramétrisation n'a pas de fondement théorique mais elle est plus simple et décrit les données de manière aussi satisfaisante que celle qui est basée sur le modèle de Söding [98], expliquant la déformation de la distribution en masse par l'interférence entre l'amplitude de production de mésons ρ et l'amplitude de production non-résonante de deux pions chargés.

Pour décrire la contribution de bruit de fond due à la production diffractive de mésons ρ', on utilise un polynôme de la forme

$$A(M_{\pi\pi} - 2M_\pi)^\alpha e^{-\beta M_{\pi\pi}} \tag{5.10}$$

où M_π est la masse du pion, A est un facteur de normalisation et les paramètres α et β peuvent être laissés libres ou extraits d'une simulation par Monte Carlo de la production diffractive et de la désintégration du méson ρ' [4].

En pratique, cette méthode basée sur l'ajustement de la distribution en masse mène à de très grandes erreurs sur les contributions de mésons ρ' et de mésons ρ, dues aux instabilités des résultats lorsqu'on modifie les limites de l'ajustement et la largeur des intervalles dans l'histogramme.

Nous n'avons donc pas pu utiliser cette méthode ici. Nous avons mis au point une nouvelle méthode qui est présentée ci-dessous, après avoir introduit la variable ζ.

Introduction de la variable ζ

Nous définissons la variable ζ comme

$$\zeta = \frac{\vec{p}_{t,miss} \cdot \vec{p}_{t,\rho}}{|\vec{p}_{t,miss}|\ |\vec{p}_{t,\rho}|}, \tag{5.11}$$

où $\vec{p}_{t,miss}$ est l'impulsion transverse manquante et $\vec{p}_{t,\rho}$ est l'impulsion transverse du méson ρ. La variable ζ a la particularité d'avoir des comportements très différents pour les événements de bruit de fond et ceux de signal de mésons ρ.

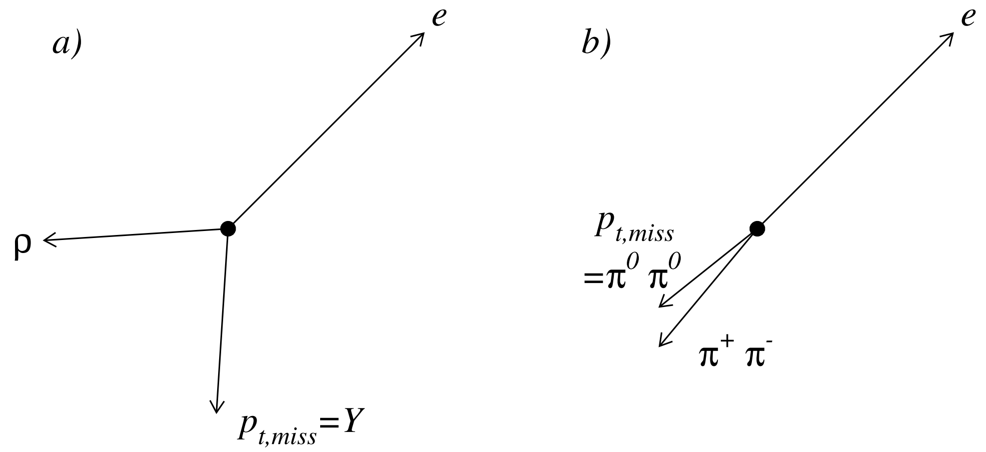


Figure 5.2: Schéma dans le plan transverse à l'axe des faisceaux : a) cas du méson ρ à grand t' et b) cas du méson ρ' (pour $t' = 0$) imitant la production de mésons ρ à grand t' lorsque les deux π^0 ne sont pas détectés.

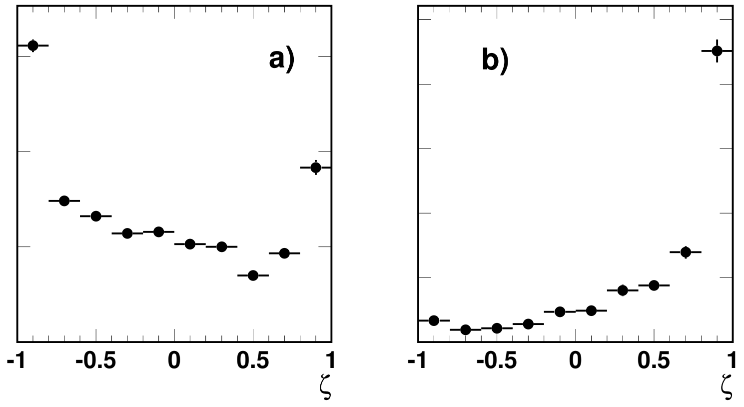


Figure 5.3: Distribution de la variable ζ pour des événements simulés, sélectionnés dans la classe TAG et dans l'intervalle $0.5 < t' < 3.0$ GeV^2. La figure a) correspond aux mésons ρ, la figure b) à la contribution du bruit de fond de mésons ρ'.

Pour la production de mésons ρ à grand t' dans le domaine cinématique de ce travail, $\vec{p}_{t,miss}$ est l'impulsion transverse du proton (ou système Y) diffusé, comme indiqué sur la figure 5.2a. La distribution en ζ présente des maxima en -1 et +1 (voir figure 5.3a).

Au contraire, pour les événements associés à la production de mésons ρ' produits à petit t' et imitant la production de mésons ρ à grand t', $\vec{p}_{t,miss}$ est dû à la perte des deux pions neutres. Dans le domaine cinématique étudié dans cette analyse, $\vec{p}_{t,miss}$ est généralement aligné le long de la direction du système $\pi^+\pi^-$, comme schématisé à la figure 5.2b, correspondant à une valeur de ζ proche de +1. La distribution en ζ du bruit de fond ρ' est présentée à la figure 5.3b ; elle est similaire à celle pour les mésons ω et ϕ (voir figure 5.4).

Au vu de la différence considérable entre les distributions en ζ pour les contributions de mésons ρ et ρ' (voir figure 5.3), cette variable paraît donc utile pour séparer ces deux types de mésons et extraire les contributions de bruit de fond de mésons ρ'. Cependant, il existe une forte corrélation entre les distributions de la variable ζ et de l'angle Φ entre le plan de production du méson vecteur ρ et le plan de diffusion de l'électron défini dans le référentiel γ^*p (voir figure 5.5). Des valeurs positives de ζ correspondent à des angles Φ proches de 0 et 360° alors que, pour des valeurs négatives de ζ, les valeurs de Φ sont proches de 180°. La figure 5.4 confirme cette observation lorsque nous comparons les événements de bruit de fond (pour lesquels ζ est principalement positive) aux événements de signal ρ (pour lesquels les valeurs négatives de ζ dominent).

Notons cependant que la variable Φ est justement l'objet de notre étude. Une certaine ignorance entoure cette distribution pour les mésons ρ car elle dépend des éléments de matrice $r^5_{00} + 2r^5_{11}$ et $r^1_{00} + 2r^1_{11}$ que précisément nous voulons mesurer. En effet, pour des valeurs de $r^5_{00} + 2r^5_{11}$ et $r^1_{00} + 2r^1_{11}$ nulles (c'est-à-dire sous l'approximation $SCHC$), la distribution en Φ est uniforme mais, tenant compte des effets d'acceptance et de résolution du détecteur, cette distribution en Φ est affectée aux valeurs de Φ proche de 0 et 360°, elle est présentée à la figure 5.6a. La distribution en Φ se creuse lorsque la combinaison $r^5_{00} + 2r^5_{11}$ augmente (s'approchant d'une forme en $\cos\Phi$), la combinaison $r^1_{00} + 2r^1_{11}$ apportant une déformation en $\cos 2\Phi$ (voir figure 5.6b). Il existe donc une incertitude sur la distribution de la variable ζ pour les mésons ρ.

Méthode d'extraction du bruit de fond à grand t'

Nous présentons maintenant la méthode permettant d'estimer le nombre d'événements associés à la production diffractive de mésons ρ'. Celle-ci utilise seulement les événements sélectionnés pour $t' > 0.5$ GeV^2 car la variable ζ n'est bien définie que pour les grandes valeurs de t'. Nous expliquons plus loin comment nous traitons les événements sélectionnés avec $t' < 0.5$ GeV^2.

Une procédure itérative d'ajustement est réalisée à grand t' afin d'estimer la contribution de bruit de fond ρ', tenant compte de la corrélation $\zeta - \Phi$. Pour ce faire, nous divisons nos données à grand t' en deux intervalles en t' : $0.5 < t' < 1.0$ GeV^2 et $1.0 < t' < 3.0$ GeV^2, qui sont traités séparément par la procédure d'ajustement.

---

[4] Pour les simulations que nous avons utilisées (voir section 4.2.2), nous obtenons les valeurs $\alpha = 2.16$ et $\beta = 7.12\,\mathrm{GeV}^{-1}$.

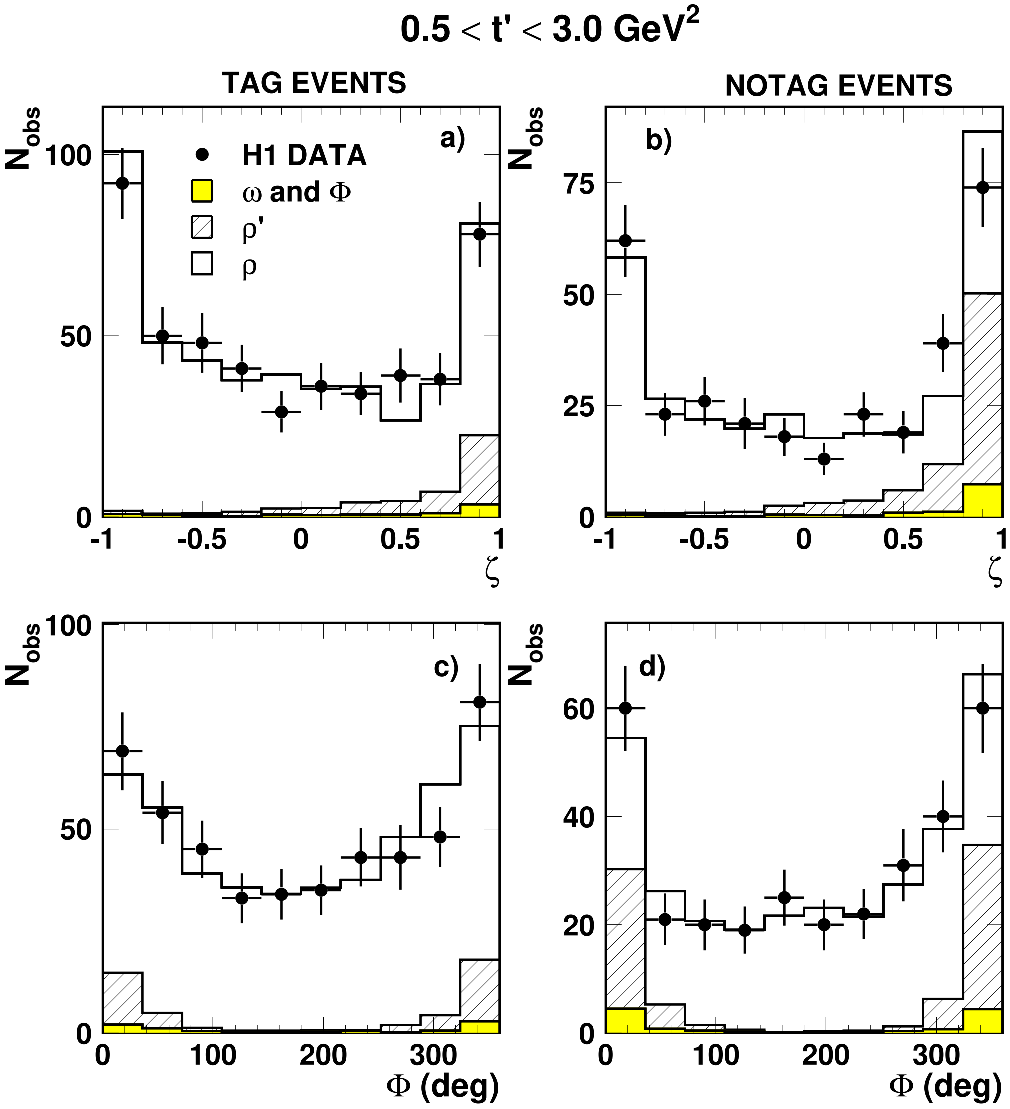


Figure 5.4: Distribution a-b) de la variable ζ et c-d) de la variable Φ des événements sélectionnés dans la région en masse $0.6 < M_{\pi\pi} < 1.1$ GeV, dans l'intervalle $0.5 < t' < 3.0\ \mathrm{GeV}^2$, dans les catégories TAG (a et c) et NOTAG (b et d). La zone ombrée décrit les contributions de bruit de fond de mésons ω et ϕ (avec le rapport des sections efficaces ω/ρ et ϕ/ρ décrits à la section 5.2.1). La zone hachurée correspond au bruit de fond de mésons ρ' et la zone restante à la contribution du méson ρ, les contributions respectives de mésons ρ et ρ' étant déterminées par la procédure d'ajustement itérative décrite à la section 5.2.2.

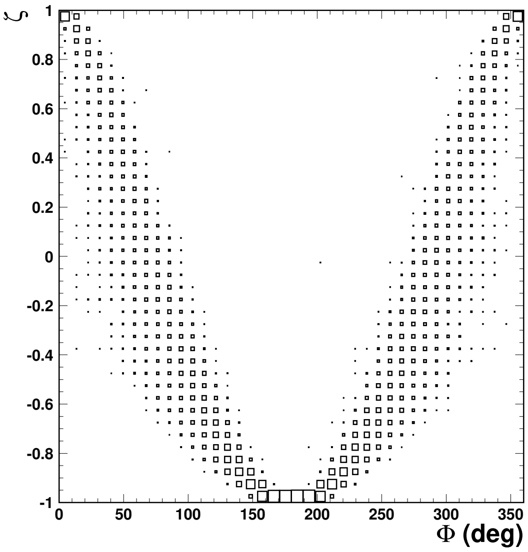


Figure 5.5: Corrélation entre les variables ζ et Φ.

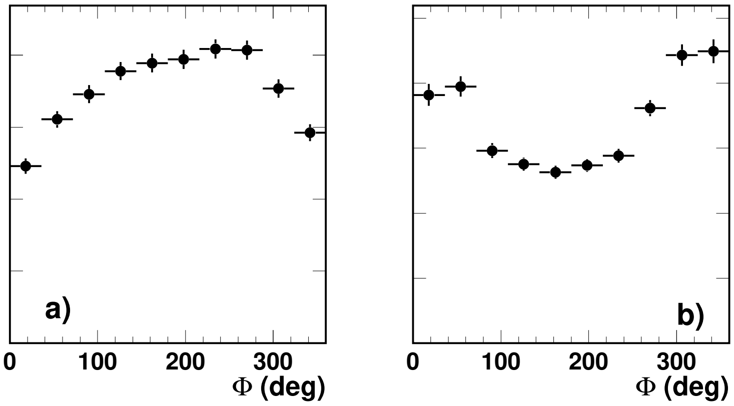


Figure 5.6: Distribution de la variable Φ pour des événements de mésons ρ simulés et reconstruits, sélectionnés dans la classe TAG et dans l'intervalle $0.5 < t' < 3.0$ GeV^2, en a) sous l'approximation $SCHC$ et en b) pour les valeurs des combinaisons $r^5_{00} + 2r^5_{11}$ et $r^1_{00} + 2r^1_{11}$ données à la table 6.2.

Afin d'estimer la quantité d'événements provenant de la désintégration d'un méson ρ' dans un intervalle en t' donné, nous commençons par soustraire les contributions de bruits de fond de mésons ω et ϕ grâce aux mesures des rapports des sections efficaces $\omega/\rho = 0.09$ [18] et $\phi/\rho = 0.20$ [8] (voir table 5.1). Les événements restants, sélectionnés dans le domaine en masse $0.6 < M_{\pi\pi} < 1.1$ GeV, sont répertoriés dans les 4 sous-ensembles définis à la table 5.2. Chacun de ces 4 sous-ensembles contient 2 contributions, l'une provenant de la production du signal de mésons ρ et l'autre attribuée au bruit de fond de mésons ρ', comme indiqué à la table 5.3. Ces 8 contributions, ou 8 inconnues (S1 à S4 et B1 à B4), sont déterminées par un ajustement sur les données en utilisant le programme MINUIT [96]. Nous disposons de 4 mesures (nombres d'événements observés dans les 4 sous-ensembles : M1 à M4, voir table 5.2) et imposons 6 contraintes obtenues grâce aux simulations par Monte Carlo :

- les contraintes C1 et C2 définissent l'asymétrie de la distribution de la variable ζ des mésons ρ, séparément pour la classe TAG et la classe NOTAG ;
- similairement, les contraintes C3 et C4 décrivent l'asymétrie de la distribution de la variable ζ pour les mésons ρ', séparément pour les événements TAG et NOTAG ;
- les contraintes C5 et C6 sont définies séparément pour les événements avec $\zeta < 0$ et ceux avec $\zeta > 0$; elles nous informent sur la probabilité qu'un méson ρ' soit classé dans la catégorie TAG, par rapport à celle qu'il soit classé chez les événements NOTAG.

Les valeurs de ces 6 contraintes sont données à la table 5.4, pour des paramètres des simulations par Monte Carlo décrits à la section 4.2.

Sous-ensembles	$0.5 < t' < 1.0$ GeV^2	$1.0 < t' < 3.0$ GeV^2
M1 : TAG $\zeta < 0.$	154.21 ± 13.86	103.40 ± 10.58
M2 : NOTAG $\zeta < 0.$	111.32 ± 11.54	36.91 ± 6.08
M3 : TAG $\zeta > 0.$	130.89 ± 12.78	88.03 ± 10.10
M4 : NOTAG $\zeta > 0.$	96.79 ± 10.70	61.40 ± 8.38

Table 5.2: Nombres d'événements sélectionnés dans les 4 sous-ensembles (M1 à M4), après soustraction des bruits de fond dus aux mésons ω et ϕ, dans les deux intervalles en t' : $0.5 < t' < 1.0$ GeV^2 et $1.0 < t' < 3.0$ GeV^2. Les erreurs prennent en compte la pondération affectée aux événements ainsi que l'erreur sur la soustraction des bruits de fond dus à la production de mésons ω et ϕ.

Le programme MINUIT permet de déterminer les valeurs des inconnues S1 à S4 et B1 à B4 en résolvant le système d'équations présenté à la table 5.5.

Une fois que les contributions de bruit de fond de mésons ρ' (B1 à B4) sont estimées, nous étudions la distribution en Φ du signal TAG. Après soustraction du bruit de fond et correction pour des effets d'acceptance, de résolution du détecteur, d'efficacité du système de déclenchement et radiatifs, la distribution en Φ ainsi complètement corrigée sert de base à l'ajustement de la relation 1.26, donnant accès aux combinaisons des éléments de matrice $r^5_{00} + 2r^5_{11}$ et $r^1_{00} + 2r^1_{11}$. Ces valeurs sont alors réintroduites dans les simulations de mésons

S1 :	ρ TAG	$\zeta < 0.$	S2 :	ρ NOTAG	$\zeta < 0.$
B1 :	ρ' TAG	$\zeta < 0.$	B2 :	ρ' NOTAG	$\zeta < 0.$
S3 :	ρ TAG	$\zeta > 0.$	S4 :	ρ NOTAG	$\zeta > 0.$
B3 :	ρ' TAG	$\zeta > 0.$	B4 :	ρ' NOTAG	$\zeta > 0.$

Table 5.3: Représentation des 8 inconnues du problème. Les inconnues S1 à S4 correspondent aux contributions de production diffractive du signal de mésons ρ dans l'intervalle en t' considéré et les inconnues B1 à B4 à celles associées à la production de bruit de fond de mésons ρ'.

Contraintes	$0.5 < t' < 1.0$ GeV^2	$1.0 < t' < 3.0$ GeV^2
C1	1.353 ± 0.048	1.653 ± 0.061
C2	1.464 ± 0.069	1.670 ± 0.131
C3	0.234 ± 0.024	0.093 ± 0.013
C4	0.096 ± 0.010	0.037 ± 0.007
C5	1.068 ± 0.146	1.456 ± 0.323
C6	0.438 ± 0.023	0.577 ± 0.031

Table 5.4: Valeurs des 6 contraintes (C1 à C6) utilisées dans la procédure itérative d'ajustement. Elles sont estimées à partir des simulations par Monte Carlo décrites à la section 4.2. Les erreurs sont estimées à partir des erreurs statistiques des simulations par Monte Carlo.

MESURES	CONTRAINTES	
S1+B1=M1	S1/S3=C1	S2/S4=C2
S2+B2=M2	B1/B3=C3	B2/B4=C4
S3+B3=M3	B1/B2=C5	B3/B4=C6
S4+B4=M4		

Table 5.5: Système d'équations à résoudre afin de déterminer les valeurs des 8 contributions (S1 à S4 et B1 à B4). Les 4 mesures sont représentées sous les symboles M1 à M4, leurs valeurs sont données à la table 5.2. Les 6 contraintes (C1 à C6) sont, elles, citées à la table 5.4.

ρ, conduisant à une modification de la distribution en Φ, et, par corrélation, de la distribution en ζ. Ceci fournit donc de nouvelles valeurs pour les contraintes C1 et C2.

La procédure est itérée. Elle converge après un nombre d'itérations limité, à savoir après 2 ou 3 itérations lorsqu'on se limite à des résultats avec 2 chiffres significatifs pour les combinaisons $r^5_{00} + 2r^5_{11}$ et $r^1_{00} + 2r^1_{11}$ et après une dizaine d'itérations pour des résultats avec 3 chiffres significatifs. Les estimations du bruit de fond dû à la production diffractives de mésons ρ' obtenues par cette méthode sont stables et indépendantes des valeurs de éléments de matrice introduits initialement dans les simulations par Monte Carlo. Pour la catégorie TAG, on trouve une contamination (ρ'/ρ) d'événements dus à la production de mésons ρ' de 4.8% et de 15.8%, respectivement dans les intervalles $0.5 < t' < 1.0$ GeV^2 et $1.0 < t' < 3.0$ GeV^2. Ces pourcentages sont beaucoup plus importants pour la catégorie NOTAG, comme on peut le voir à la table 5.1, valant 14.7% lorsque t' est compris entre 0.5 et 1.0 GeV^2 et 76.1% pour des valeurs de t' supérieures à 1.0 GeV^2. L'erreur relative estimée sur ces pourcentages est de 50%.

On observe pour les distributions en ζ et en Φ (voir figure 5.3) un bon accord entre les données et la somme des simulations (signal de mésons ρ + bruits de fond de mésons ω, ϕ et ρ') dans l'intervalle en t' compris entre 0.5 et 3.0 GeV^2 pour les classes TAG et NOTAG séparément. Le bruit de fond dominant provient de la production de mésons ρ'. Et comme prévu, la catégorie NOTAG est la plus contaminée par le bruit de fond, principalement dans la région $\zeta > 0$.

Notons qu'il est nécessaire de contraindre l'ajustement fortement. En effet, un système de 4 mesures et seulement 4 contraintes ne permet pas une convergence vers des résultats stables. Remarquons également qu'on n'utilise pas de contraintes sur le méson ρ relatives à la probabilité d'appartenir à la classe TAG, et ce en raison de la grande incertitude liée à celle-ci. En effet, les probabilités à grand t' sont très sensibles aux choix du rapport σ_{pd}/σ_{el} et des pentes en t.

Extrapolation des résultats aux petites valeurs de t'

Le rapport des sections efficaces de production ρ'/ρ pour l'intervalle $0.5 < t' < 3.0$ GeV^2 extrait par la procédure itérative est étendu à la région des petites valeurs de t' ($t' < 0.5$ GeV^2) en utilisant les hypothèses exposées à la section 4.2.2 sur les pentes en t et le rapport des sections efficaces avec dissociation du proton et avec diffusion élastique. Intégré sur t, le rapport vaut :

$$\frac{\rho' \to \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0}{\rho \to \pi^+\pi^-} = 1.05 \pm 0.50 \qquad (5.12)$$

où l'erreur est estimée de façon conservative en utilisant l'écart maximum des contributions de bruit de fond obtenues lors de l'étude des effets systématiques (section 6.1.2).

Le pourcentage d'événements de bruit de fond de mésons ρ' estimé dans la région $t' < 0.5$ GeV^2 pour les différents échantillons est donné à la table 5.1. Il vaut 5.7% pour la catégorie TAG et 4.8% pour la catégorie NOTAG, avec une erreur relative estimée à 50% sur ces valeurs. Notons que pour l'analyse [4, 88], le pourcentage d'événements dus à la production de mésons ρ' présents dans l'échantillon NOTAG est beaucoup plus petit : $1 \pm 1\%$; il a été estimé par une méthode d'ajustement de la distribution en masse $m_{\pi^+\pi^-}$.

5.3 Confirmation des estimations

Afin de se convaincre de la justesse des estimations, on peut, premièrement, comparer le rapport des sections efficaces $(\rho' \to \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0)/(\rho \to \pi^+\pi^-)$ obtenu en (5.12) à une mesure préliminaire du rapport des sections efficaces $(\rho' \to \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-)/(\rho \to \pi^+\pi^-)$, présenté (mais non-publié) par la collaboration H1 à la conférence ICHEP96 [94] :

$$\frac{\rho' \to \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-}{\rho \to \pi^+\pi^-} = 0.36 \pm 0.07 \pm 0.11 \tag{5.13}$$

dans le domaine cinématique $4 < Q^2 < 50\ \mathrm{GeV}^2$, $40 < W < 140$ GeV et $|t| < 0.6\ \mathrm{GeV}^2$, la première erreur étant d'origine statistique, la seconde systématique. D'autres mesures préliminaires du rapport des sections efficaces $(\rho' \to \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-)/(\rho \to \pi^+\pi^-)$ sont en accord avec ce résultat et montrent une évolution en Q^2 allant de 0.3 pour Q^2=2.5 GeV^2 à 0.8 pour Q^2=18 GeV^2 [99]. En supposant naïvement que les rapports de branchement donnent :

$$\frac{(\rho' \to \rho^+\pi^-\pi^0) + (\rho' \to \rho^-\pi^+\pi^0)}{(\rho' \to \rho^0\pi^+\pi^-)} = 2, \tag{5.14}$$

le résultat obtenu en (5.12) devient

$$\frac{\rho' \to \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0}{\rho \to \pi^+\pi^-} \cdot \frac{\rho' \to \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-}{\rho' \to \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0} = 0.52 \pm 0.25, \tag{5.15}$$

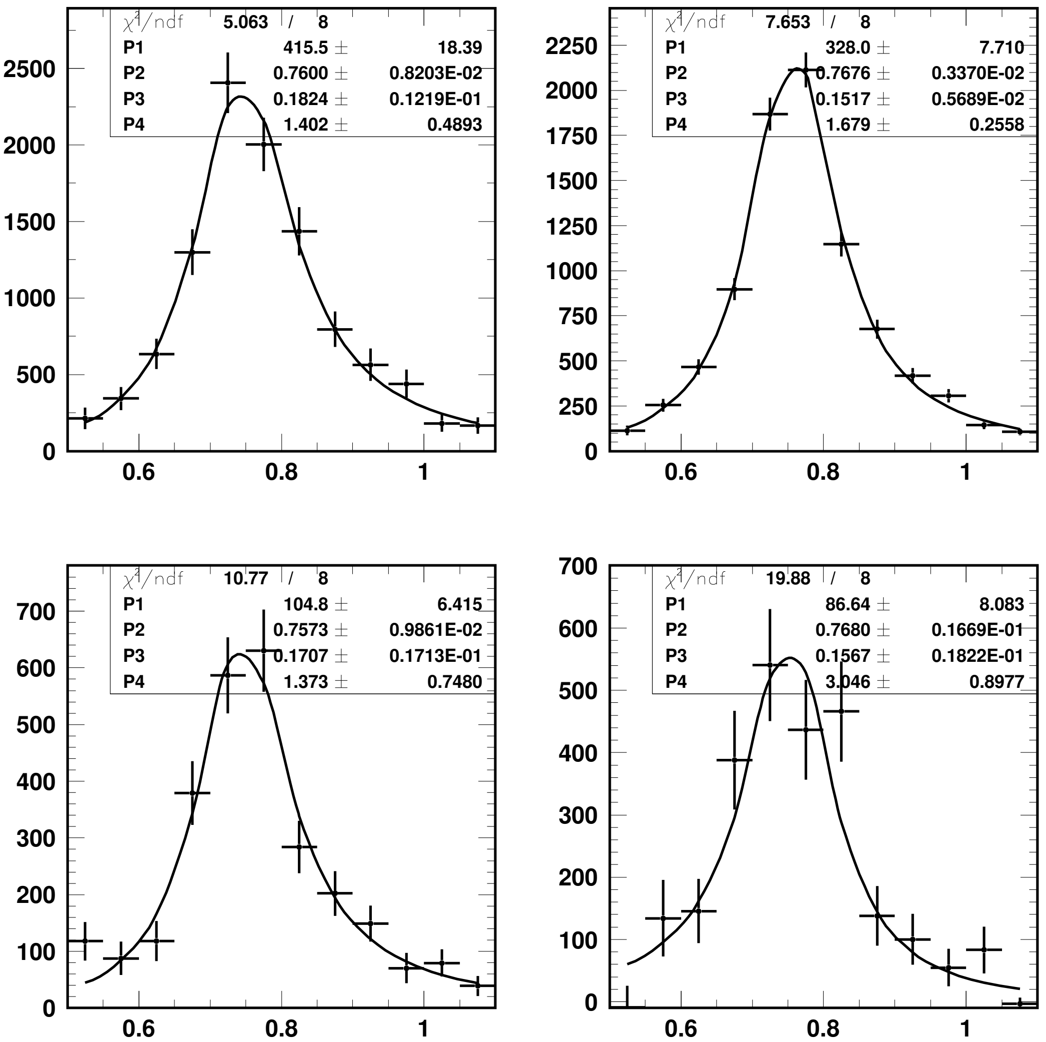
en accord avec le résultat cité en (5.13).

Deuxièmement, nous avons étudié les distributions en masse présentées à la figure 5.1. Après soustraction des bruits de fond de mésons ω, ϕ et ρ', les distributions en masse, présentées à la figure 5.7 (où elles sont complètement corrigées pour les effets d'acceptance et de résolution du détecteur, pour le choix du système de déclenchement et pour les effets radiatifs), servent de base à un ajustement par une fonction de Breit-Wigner relativiste avec un paramètre de skewing à la Ross-Stodolsky laissé libre (eq. 5.9). Les paramètres de masse et de largeur obtenus sont compatibles avec les valeurs 0.77 GeV et 0.15 GeV [34]. De plus, la valeur du χ^2 par degré de liberté est acceptable (voir table 5.6).

		M_ρ (GeV)	Γ_ρ (GeV)	Skewing	χ^2/ndl
TAG	$0. < t' < 0.5\ \mathrm{GeV}^2$	0.760 ± 0.008	0.182 ± 0.012	1.4 ± 0.5	0.6
NOTAG	$0. < t' < 0.5\ \mathrm{GeV}^2$	0.767 ± 0.003	0.152 ± 0.006	1.7 ± 0.3	1.0
TAG	$0.5 < t' < 3.0\ \mathrm{GeV}^2$	0.757 ± 0.010	0.171 ± 0.017	1.4 ± 0.7	1.3
NOTAG	$0.5 < t' < 3.0\ \mathrm{GeV}^2$	0.768 ± 0.017	0.157 ± 0.018	3.0 ± 0.9	2.5

Table 5.6: Résultats de l'ajustement d'une Breit-Wigner relativiste avec un paramètre de skewing à la Ross-Stodolsky, sur les données qui ont été complètement corrigées après soustraction des bruits de fond et qui sont présentées à la figure 5.7. Le χ^2 par degré de liberté est également indiqué.

Troisièmement, nous avons extrait la section efficace de production élastique de mésons ρ à partir de nos données. Pour ce faire, nous avons sélectionné l'échantillon NOTAG avec



a) b)

c) d)

Figure 5.7: Distribution de la masse invariante $M_{\pi\pi}$ complètement corrigée, après soustraction des bruits de fond dus aux mésons ω, ϕ et ρ', pour les effets d'acceptance et de résolution du détecteur, pour le choix du système de déclenchement et pour les effets radiatifs. Les figures a) et c) correspondent aux événements TAG avec $t' < 0.5$ GeV^2 et $0.5 < t' < 3.0$ GeV^2, respectivement ; b) et c) aux événements NOTAG. La courbe superposée est le résultat de l'ajustement d'une fonction de Breit-Wigner relativiste avec un paramètre de skewing. Les différents paramètres de l'ajustement sont indiqués sur la figure, à savoir la normalisation (P1), la masse du méson ρ (P2), sa largeur (P3) et le paramètre de skewing (P4). Les valeurs des paramètres P2 à P4 sont reprises à la table 5.6.

$t' < 0.5$ GeV^2 et $0.6 < m_{\pi^+\pi^-} < 1.1$ GeV, dans le domaine cinématique $2.5 < Q^2 < 60.$ GeV^2 et $40 < W < 120$ GeV. Nous avons calculé la section efficace à partir de la formule

$$\sigma(\gamma^* p \rightarrow \rho p) = \frac{N_{obs}(1 - Bg_{\omega,\phi,\rho'})}{Lumi} \cdot Corr_{MC} \cdot C_{flux} \cdot C_{masse} \cdot C_t \tag{5.16}$$

où $N_{obs} = 2885 \pm 52.8$ est le nombre d'événements observés et $Bg_{\omega,\phi,\rho'} = 7\%$ est le pourcentage d'événements associés à la production diffractive de mésons ω, ϕ et ρ'. La luminosité intégrée ($Lumi$) de l'échantillon vaut 5.968 pb^{-1}. La correction $Corr_{MC}$ permet de tenir compte des effets d'acceptance, de résolution du détecteur, de choix du système de déclenchement, des effets radiatifs QED, de la contamination d'événements avec dissociation du proton dans l'échantillon et de la présence de bruit électronique dans le détecteur FMD, elle est égale à 2.19. Le facteur C_{flux} assure le passage de la section efficace σ_{ep} dans un domaine en Q^2 et W à la section efficace $\sigma_{\gamma^* p}$ en une valeur donnée de Q^2 et W [88] et vaut dans notre cas 109.99. Le facteur C_{masse} permet de corriger pour le domaine en $m_{\pi^+\pi^-}$ de l'échantillon [88]. Tenant compte des valeurs de masse, largeur et du paramètre de skewing obtenu à la table 5.6, on obtient une valeur de $C_{masse} = 1.18$. Enfin, la correction sur tout le domaine en t donne un facteur 1.03 supplémentaire, la décroissance exponentielle étant décrite par le paramètre $b_{el} = 7\text{GeV}^{-2}$. La valeur obtenue pour la section efficace $\sigma_{\gamma^* p \rightarrow \rho p}$ de production diffractive de mésons ρ en $Q^2 = 5$ GeV^2 et $W = 75$ GeV est présentée à la figure 5.8 avec son erreur statistique. Elle est en accord avec les résultats publiés de la collaboration H1 [4] également présentées sur cette figure.

Quatrièmement, on peut constater sur les figures 4.5 et 4.6 que les données sont bien décrites par la production de mésons ρ avec des contributions additionnelles venant des productions diffractives de mésons ω, ϕ et ρ'.

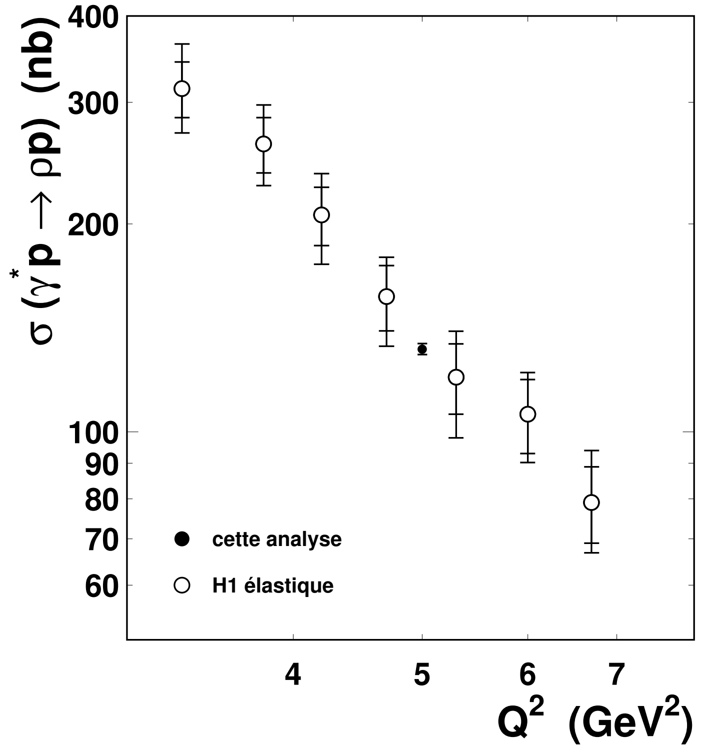


Figure 5.8: Section efficace $\gamma^* p \to \rho p$ en fonction de Q^2 pour $W = 75$ GeV. Le point noir est le résultat de notre analyse, l'erreur est d'origine statistique. Les points blancs proviennent de la référence [4], les barres intérieures correspondent aux erreurs statistiques, les barres totales aux erreurs combinées quadratiquement.

Chapitre 6

Mesure de la structure en hélicité

Nous présentons dans ce chapitre les mesures des éléments de la matrice densité de spin du méson ρ extraites à partir d'ajustements sur les distributions angulaires en Φ, φ et $\cos\theta^*$ des événements sélectionnés, en 5 intervalles en t', et nous détaillons la discussion des erreurs systématiques. Enfin, nous discutons ces résultats dans le cadre de la théorie QCD, et en particulier du modèle de Ivanov et Kirschner [31].

6.1 Etude des distributions angulaires

Nous commençons cette section par la présentation des distributions angulaires en Φ, φ et $\cos\theta^*$ qui sont à la base de l'étude de la structure en hélicité de la réaction $ep \to e\rho Y$. La distribution angulaire en $\Psi = \Phi - \varphi$ n'a pas été étudiée dans cette thèse car une telle étude n'a de sens que si on travaille sous l'approximation $SCHC$. Or, comme nous allons le constater, cette hypothèse est largement violée. Nous détaillons ensuite les différentes incertitudes liées à l'analyse et dont la prise en compte permet d'estimer l'erreur systématique sur la mesure.

6.1.1 Distributions angulaires en Φ, φ et $\cos\theta^*$

Les distributions angulaires en Φ, φ et $\cos\theta^*$ [1] sont étudiées dans cinq intervalles en t' : $0. < t' < 0.08$ GeV^2, $0.08 < t' < 0.2$ GeV^2, $0.2 < t' < 0.5$ GeV^2, $0.5 < t' < 1.0$ GeV^2 et $1.0 < t' < 3.0$ GeV^2. Le choix des intervalles s'explique, d'une part, par la nécessité de sélectionner une statistique suffisamment grande pour extraire des résultats significatifs et, d'autre part, par la résolution en t' indiquée à la table 6.1.

Pour les petites valeurs de t' ($t' < 0.5$ GeV^2), ainsi que nous l'avons discuté ci-dessus, les catégories NOTAG et TAG présentent des contributions de bruits de fond similaires ($\omega + \phi +$

---

[1] Rappelons (voir section 1.3) que l'angle Φ est défini comme l'angle entre le plan de production du méson ρ et le plan de diffusion de l'électron dans le référentiel du centre de masse γ^*p, l'angle φ est l'angle entre les plans de production et de désintégration du méson ρ dans le référentiel du centre de masse γ^*p et l'angle θ^* est l'angle polaire du pion chargé positivement dans le référentiel au repos du méson ρ.

Intervalle en t' (GeV^2)	Résolution en t' (GeV^2)
$0. < t' < 3.0$	0.069
$0. < t' < 0.2$	0.037
$0.2 < t' < 0.5$	0.074
$0.5 < t' < 3.0$	0.127

Table 6.1: Résolution de la variable t'.

$\rho')/\rho = 6.5\%$ et 7.6%, respectivement. Nous utilisons donc ces deux catégories confondues afin d'augmenter la précision statistique de la mesure. Par contre, pour les grandes valeurs de t' ($0.5 < t' < 3.0\ \mathrm{GeV}^2$), nous choisissons de travailler uniquement avec la classe TAG en raison de la quantité importante de bruit de fond présent parmi les événements NOTAG (voir table 5.1 et figure 5.1).

Nous utilisons donc un mélange d'événements élastiques et d'événements avec dissociation du proton. Ceci ne devrait pas engendrer de complications. En effet, aucune mesure expérimentale précédente n'a mis en évidence de différence entre ces deux types d'événements (voir section 1.5). De plus, il n'y a pas d'argument théorique qui expliquerait une différence de comportement.

Les contributions des bruits de fond sont soustraites des distributions brutes pour chaque intervalle en t' sur base des estimations présentées au chapitre 5. Les formes utilisées sont soit tirées des simulations par Monte Carlo, soit estimées de façon indépendante quand c'est possible.

La forme de la distribution en Φ des contributions des bruits de fond provient des simulations par Monte Carlo ; elle est présentée à la figure 6.1 pour trois intervalles en t'. On observe que la distribution de la variable Φ évolue avec t' : plus t' augmente, plus la distribution est piquée pour 0° et 360°. Ceci est lié à la corrélation entre l'angle Φ et la variable ζ et au fait que la valeur moyenne de ζ se rapproche de 1 quand t' augmente.

La forme de la distribution en φ des contributions des bruits de fond provient également des simulations par Monte Carlo ; elle est présentée à la figure 6.2 pour les petites et les grandes valeurs de t'. Les distributions relatives à la production de mésons ρ' et celles associées à la production de mésons ω et ϕ sont montrées séparément.

Pour la distribution en $\cos\theta^*$ des bruits de fond, la forme est déterminée à partir des données en comparant les distributions pour les événements avec $\zeta < 0$ et $\zeta > 0$. En effet, les simulations par Monte Carlo montrent que le signal de mésons ρ donne des contributions similaires dans ces deux sous-ensembles (voir figures 6.3a et 6.3b). Or, dans les données, ces deux distributions diffèrent (voir figures 6.3c et 6.3d). La différence entre elles est donc liée à la présence des bruits de fond différents. La figure 6.3e présente la forme en $\cos\theta^*$ du bruit de fond obtenue par soustraction des figures 6.3c et 6.3d compte tenu des contributions respectives, obtenues par Monte Carlo, des événements de signal de mésons ρ avec $\zeta < 0$ et $\zeta > 0$ comme :

$$(Data\ \zeta > 0) - (Data\ \zeta < 0) \cdot \frac{\rho_{MC}\ \zeta > 0}{\rho_{MC}\ \zeta < 0} \tag{6.1}$$

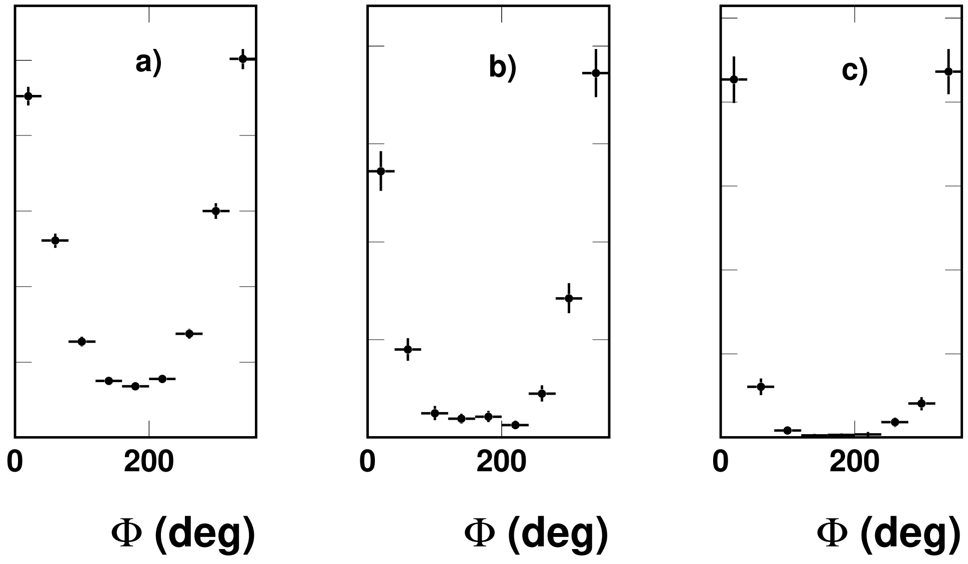


Figure 6.1: Distribution de la variable Φ pour le bruit de fond associé à la production de mésons ρ' en fonction de t' : a) pour $t' < 0.5$ GeV^2, b) pour $0.5 < t' < 1.0$ GeV^2 et c) pour $1.0 < t' < 3.0$ GeV^2.

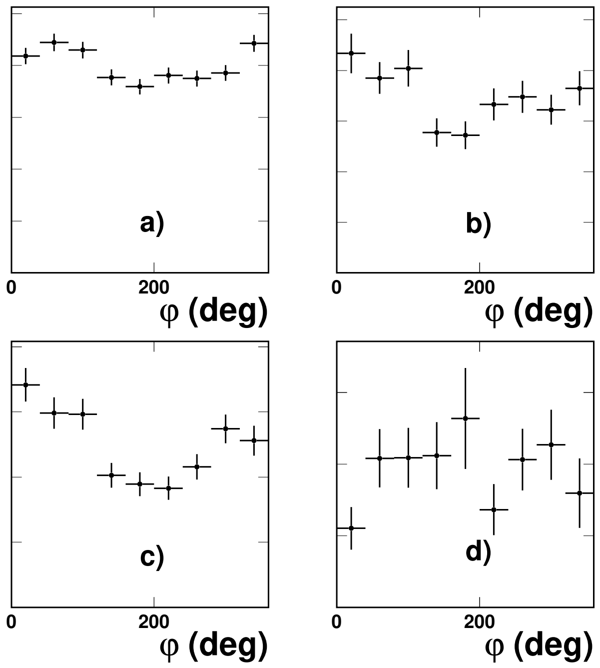


Figure 6.2: Distribution de la variable φ pour le bruit de fond associé à la production de mésons ρ' (a et c) et pour celui associé à la production de mésons ω et ϕ (b et d), en fonction de t' : pour $t' < 0.5$ GeV^2 (a et b) et pour $0.5 < t' < 3.0$ GeV^2 (c et d).

où le facteur de pondération $(\rho_{MC}\ \zeta > 0)/(\rho_{MC}\ \zeta < 0)$ estimé à l'aide des simulations de mésons ρ vaut 0.675 dans l'intervalle $0.5 < t' < 3.0$ GeV^2. Le résultat apparaît indépendant de $\cos\theta^*$.

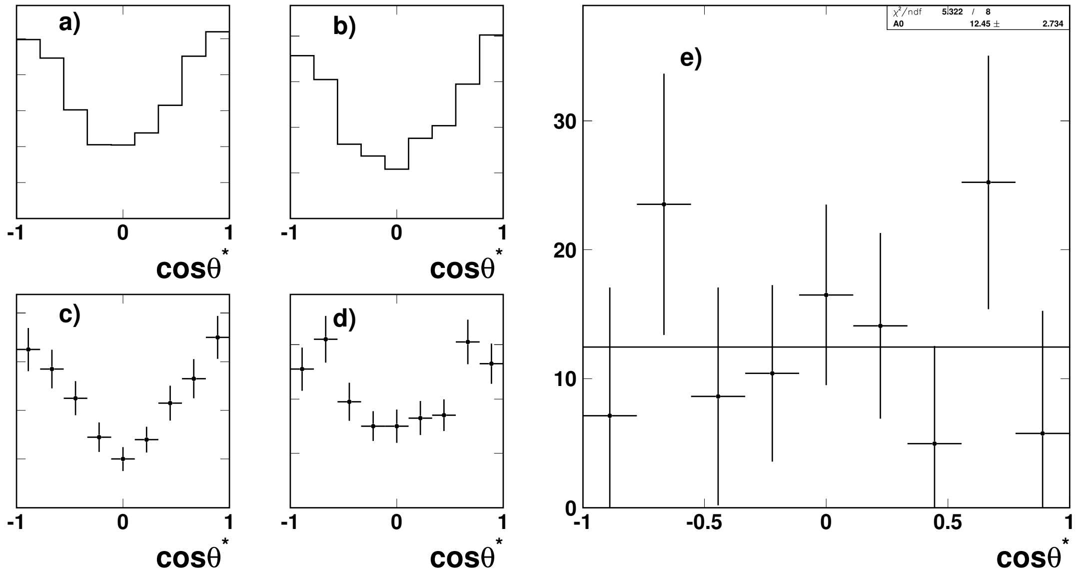


Figure 6.3: Distribution en $\cos\theta^*$ dans l'intervalle en t' compris entre 0.5 et 3.0 GeV^2 a-b) pour les événements ρ simulés par Monte Carlo (a) avec $\zeta < 0$ et b) avec $\zeta > 0$), c-d) pour les événements sélectionnés dans notre échantillon de données (c) avec $\zeta < 0$ et d) avec $\zeta > 0$) et e) pour les événements de bruit de fond. La figure e) est obtenue en soustrayant l'histogramme c) pondéré par le facteur 0.675 (voir texte) à l'histogramme d).

Après soustraction du bruit de fond, les données sont encore complètement corrigées pour les effets d'acceptance et de résolution du détecteur, les effets liés au choix du système de déclenchement et les effets radiatifs en QED. Les corrections sont déterminées à partir des simulations par Monte Carlo, sous la forme :

$$Corr = \frac{N_{gen}}{N_{rec}} \tag{6.2}$$

où N_{gen} est le nombre d'événements générés, à l'approximation de Born, dans le domaine cinématique considéré, et N_{rec} est le nombre d'événements reconstruits pour la simulation incluant les corrections radiatives, qui satisfont tous les critères de sélection (table 4.3). Ces corrections sont présentées à la figure 6.4 en fonction des angles Φ et φ et de la variable $\cos\theta^*$ pour les cinq intervalles en t' considérés.

Les corrections présentées à la figure 6.4a sont essentiellement dépendantes de la coupure en pseudorapidité $\Delta\eta$ et de celle sur la variable $E - p_z$. Ces deux variables sont reliées à la variable cinématique W. En effet, une forte coupure en $\Delta\eta$ repousse les traces vers l'arrière, cela conduit à de plus grandes valeurs de W. Dans le cas des corrections radiatives, la variable $E - p_z$ est inférieure à la valeur attendue (55 GeV), la variable W est alors mal reconstruite par la méthode de Jacquet et Blondel, entraînant des valeurs plus grandes de W. La forme des corrections peut s'expliquer par la corrélation existant entre la variable W et l'angle Φ : la distribution en Φ est proche de 0 et 360° pour des petites valeurs de W ($W < 70$ GeV) ; par contre, pour des grandes valeurs de W ($W > 100$ GeV), les valeurs de Φ sont proches de 180°.

A la figure 6.4c, les corrections sont plus fortes pour $|\cos\theta^*| \simeq 1$ à cause de la coupure sur l'impulsion transverse des traces qui affecte le pion le plus lent dans le référentiel du laboratoire, aligné sur la direction du méson ρ.

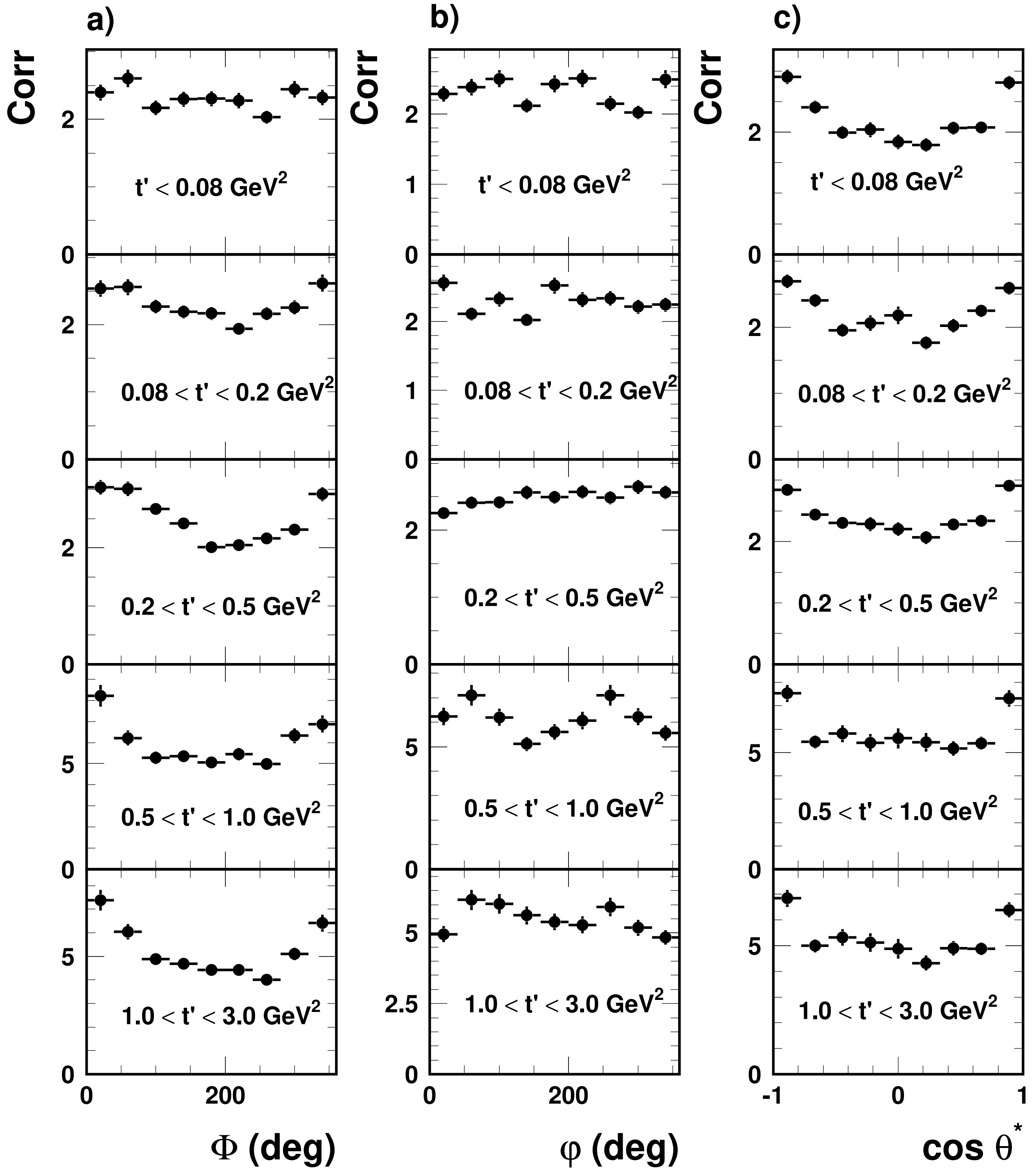


Figure 6.4: Corrections à appliquer aux données en fonction de a) Φ, b) φ et c) $\cos\theta^*$ pour les cinq intervalles en t'.

Les distributions corrigées, en Φ, φ et $\cos\theta^*$, sont présentées à la figure 6.5 sous la forme

$$\frac{1}{\sigma}\frac{d\sigma}{d\Phi} \propto \frac{N_{obs} - N_{\omega,\phi,\rho'}}{\Delta\Phi} \cdot Corr, \tag{6.3}$$

$$\frac{1}{\sigma}\frac{d\sigma}{d\varphi} \propto \frac{N_{obs} - N_{\omega,\phi,\rho'}}{\Delta\varphi} \cdot Corr, \tag{6.4}$$

$$\frac{1}{\sigma}\frac{d\sigma}{d\cos\theta^*} \propto \frac{N_{obs} - N_{\omega,\phi,\rho'}}{\Delta\cos\theta^*} \cdot Corr, \tag{6.5}$$

où $(N_{obs} - N_{\omega,\phi,\rho'})$ représente le nombre d'événements dus à la production de mésons ρ dans l'intervalle $\Delta\Phi$, $\Delta\varphi$ ou $\Delta\cos\theta^*$.

Il est important de noter que, dans cette analyse, aucune coupure sur M_Y n'a été opérée. Habituellement, quand on étudie la production diffractive de mésons vecteurs avec dissociation du proton [6], la coupure

$$(\frac{M_Y}{W})^2 < 0.05 \tag{6.6}$$

est appliquée afin de rester dans une région où l'échange du pomeron domine. Dans cette analyse, nous imposons la condition sur le saut en pseudorapidité, $\Delta\eta > 2$ unités, sur les données ainsi que sur les événements reconstruits de la simulation. Celle-ci permet de sélectionner des événements diffractifs, avec échange d'un pomeron. Cependant, puisqu'aucune coupure (6.6) n'est appliquée au niveau généré de la simulation de production diffractive de mésons ρ, les données sont corrigées sur tout le domaine en M_Y. Opérer la coupure (6.6) n'a toutefois pas d'effet sur nos résultats. En effet, elle affecte seulement la normalisation de la section efficace mais pas la forme des distributions différentielles en Φ, φ et $\cos\theta^*$. On peut le constater à la figure 6.6 qui présente, pour les angles Φ et $\cos\theta^*$, le rapport des corrections

$$\mathrm{Rapport} = \frac{\mathrm{Corr}_{\mathrm{\ TAG,\ pd}}\ (\text{sans coupure sur } M_Y)}{\mathrm{Corr}_{\mathrm{\ TAG,\ pd}}\ (\text{avec coupure sur } M_Y)} = \frac{\frac{N_{gen}(pd)}{N_{rec}(TAG,pd)}\ (\text{sans coupure sur } M_Y)}{\frac{N_{gen}(pd)}{N_{rec}(TAG,pd)}\ (\text{avec coupure sur } M_Y)}, \tag{6.7}$$

associées aux événements produits avec dissociation du proton et sélectionnés dans la catégorie TAG, lorsque la coupure (6.6) n'est pas appliquée et lorsqu'elle l'est.

6.1.2 Erreurs systématiques

Les erreurs systématiques sur les mesures des éléments de matrice ont été estimées en modifiant, en plus du nombre d'intervalles dans l'histogramme de la distribution étudiée, une série de paramètres que l'on peut regrouper en trois classes :

- **Les incertitudes liées aux bruits de fond**

  1. La quantité : Les contributions des bruits de fond de mésons ω et ϕ ont été modifiées par $\pm 50\%$. En ce qui concerne le bruit de fond associé à la production de mésons ρ', l'incertitude est traitée différemment à petit t' et à grand t'. Pour $t' > 0.5$ GeV^2, on a fait varier dans la procédure itérative d'ajustement la limite en ζ séparant les

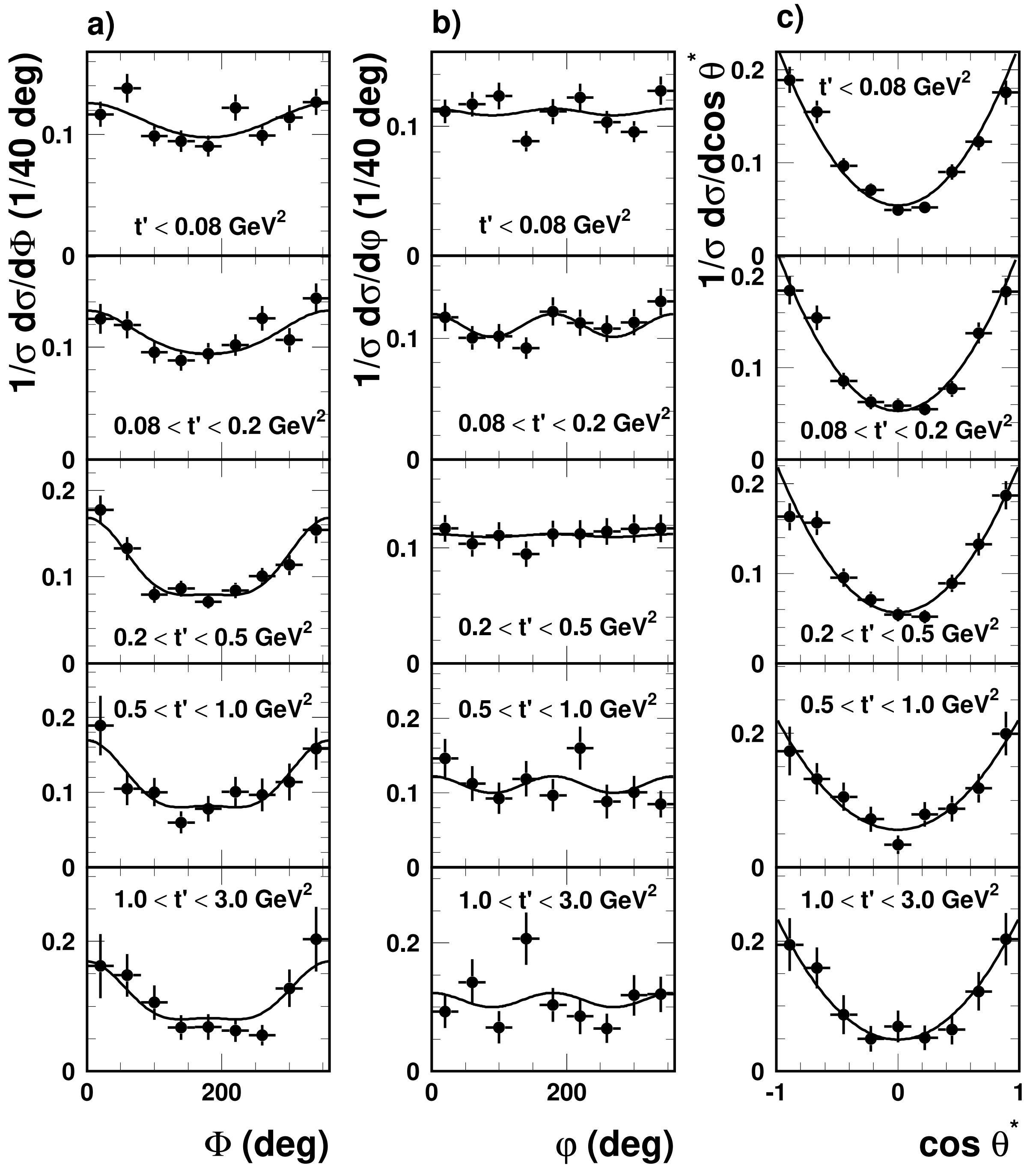


Figure 6.5: Distributions différentielles a) en Φ, b) φ et c) en $\cos\theta^*$ de la section efficace normalisée pour cinq intervalles en t' : $0. < t' < 0.08$ GeV^2, $0.08 < t' < 0.2$ GeV^2, $0.2 < t' < 0.5$ GeV^2, $0.5 < t' < 1.0$ GeV^2 et $1.0 < t' < 3.0$ GeV^2. Les courbes superposées sur ces figures sont le résultat d'un ajustement de la forme 6.8 pour la colonne de gauche, de la forme 6.14 pour la colonne du milieu et de la forme 6.17 pour la colonne de droite.

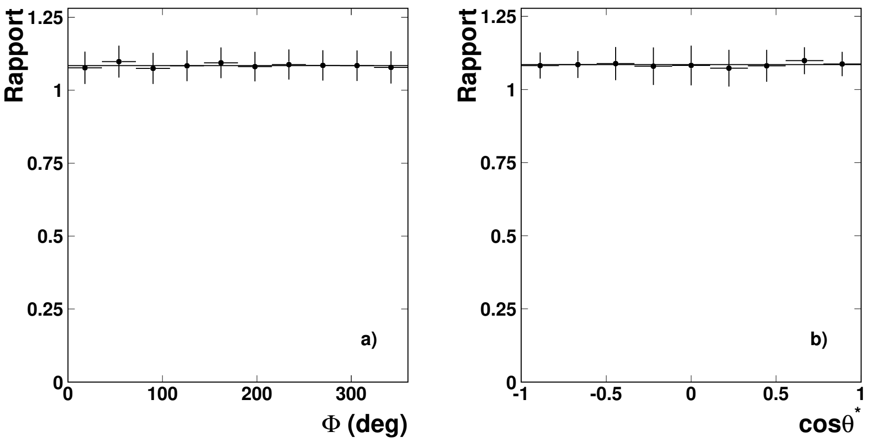


Figure 6.6: Rapport des corrections, défini à l'équation 6.7, en fonction de a) Φ et b) $\cos\theta^*$.

différents sous-ensembles (en la fixant à -0.4, -0.2, 0.2 ou 0.4 à la place de 0.). Les fractions d'événements de bruit de fond avec $\zeta < 0$ (c'est-à-dire les contraintes C3 et C4) ont également été multipliées par un facteur 2 et 0.5. Pour $t' < 0.5 \text{ GeV}^2$, l'incertitude sur la quantité de bruit de fond de mésons ρ' a été posée à $\pm 50\%$, ce qui correspond à l'erreur sur le rapport des sections efficaces ρ'/ρ (eq. 5.12).

2. La forme : La forme de la distribution en Φ des bruits de fond a été modifiée en changeant par $\pm 50\%$ le nombre d'événements appartenant aux intervalles extrêmes en Φ puis en renormalisant la nouvelle distribution pour garder le nombre total d'événements inchangé (voir figure 6.7a). La variation de la forme de la distribution en φ des bruits de fond est présentée à la figure 6.7b. Pour la distribution en $\cos\theta^*$, on a fait varier la forme du bruit de fond d'une distribution uniforme à une distribution similaire à celle du méson ρ (voir figure 6.7c).
3. Autres paramètres : Les incertitudes suivantes, liées aux simulations par Monte Carlo des mésons ω, ϕ et ρ', sont également incluses : les pentes en t ($b_{el} = 6 \pm 1 \text{ GeV}^{-2}$, $b_{pd} = 2.5 \pm 1 \text{ GeV}^{-2}$), le rapport des sections efficaces avec dissociation du proton et élastique ($\sigma_{pd}/\sigma_{el} = 0.75 \pm 0.25$), et la masse et la largeur du méson ρ' ($M_{\rho'} = 1.450 \pm 0.150$ GeV, $\Gamma_{\rho'} = 0.300 \pm 0.150$ GeV).

- **Les incertitudes liées à la production de mésons ρ**
  Pour les simulations de production de mésons ρ, nous avons fait varier les pentes en t ($b_{el} = 7 \pm 1 \text{ GeV}^{-2}$, $b_{pd} = 1.7^{+0.8}_{-0.7} \text{ GeV}^{-2}$), le rapport des sections efficaces σ_{pd}/σ_{el} (± 0.25), les paramètres liés aux dépendances en Q^2 ($n = 2.2 \pm 0.4$) et W ($\epsilon = 0.10 \pm 0.02$) ainsi que la dépendance en M_Y pour la production avec dissociation du proton (par un facteur $(1/M_Y)^{\pm 0.3}$).

- **Les incertitudes liées à la réponse du détecteur**
  On a fait varier entre 0.3 et 0.5 GeV le seuil de détection des amas dans le calorimètre LAr qui ne sont associés ni aux traces des candidats pions ni à l'électron. L'efficacité du détecteur à débris du proton PRT a été modifiée dans les erreurs expérimentales ($\pm 25\%$)

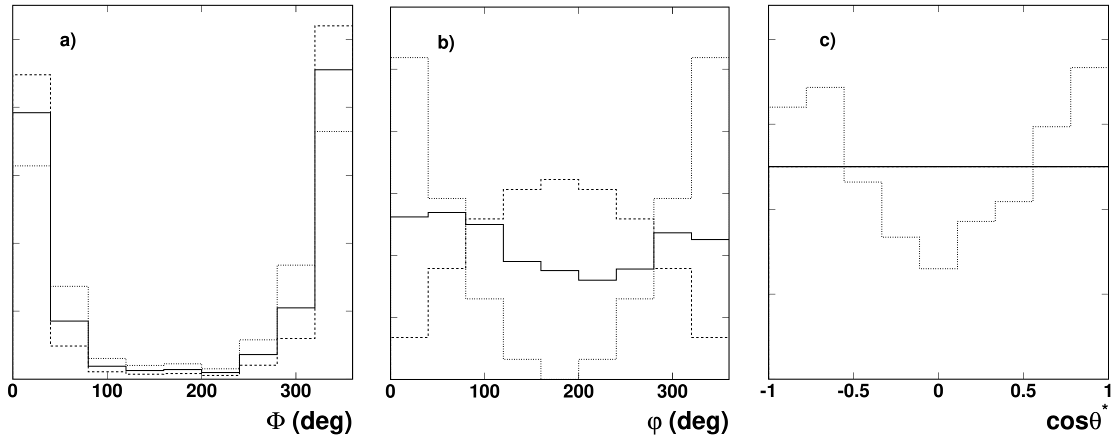


Figure 6.7: Variation des formes de bruit de fond a) en Φ, b) en φ et c) en $\cos\theta^*$. Les histogrammes en traits continus représentent les formes utilisées pour décrire le bruit de fond dans l'intervalle $0.5 < t' < 3.0$ GeV^2. Les autres distributions représentent la variation de la forme étudiée, le nombre d'événements sous les courbes étant gardés constants.

ainsi que l'estimation du bruit de fond électronique dans le détecteur de muons avant FMD ($\pm 10\%$). La mesure de l'angle polaire θ_e de l'électron diffusé a été changée de ± 0.5 mrad [2]. L'incertitude sur l'efficacité du sous-système de déclenchement $s4$ a été modifiée en simulant une fonction uniforme en l'angle azimutal ϕ_ρ du méson vecteur, valant 84%. L'efficacité du détecteur central de traces a été contrôlée en refaisant l'analyse, une première fois, en excluant des échantillons de données et de simulations les événements avec au moins une trace comprise dans la région de l'angle mort de la chambre CJC1 ($220 < \phi < 260°$) et, une seconde fois, en ne repondérant pas dans la simulation la zone de l'angle mort.

Notons que, lorsqu'il s'agit des intervalles en t' compris entre 0.5 et 3.0 GeV^2, la procédure itérative d'ajustement est complètement recommencée pour estimer l'effet de chaque incertitude.

Les erreurs systématiques dominantes pour les mesures des éléments de matrice sont dues en premier lieu à l'incertitude sur la forme du bruit de fond, ensuite aux incertitudes sur la mesure de l'angle polaire de l'électron et sur l'angle mort de la chambre CJC1, et finalement au nombre d'intervalles utilisés.

---

[2] Un effet statistique semble affecter l'erreur systématique de la mesure de la combinaison $r^5_{00} + 2r^5_{11}$ dans le deuxième intervalle en t' ($0.08 < t' < 0.2$ GeV^2), liée à l'incertitude sur la mesure de l'angle θ_e. Cette erreur est beaucoup plus petite que celles obtenues dans le premier et le troisième intervalle en t'. L'effet se reproduit si on fait varier la mesure de l'angle θ_e par ± 0.3 mrad. Si on modifie la décomposition en intervalles en t', choisissant deux intervalles ($t' < 0.15$ GeV^2 et $0.15 < t' < 0.5$ GeV^2) au lieu des 3 intervalles utilisés pour $t' < 0.5$ GeV^2 dans cette analyse, l'erreur s'uniformise. Afin d'être conservatifs, nous avons attribué comme erreur systématique de la mesure de $r^5_{00} + 2r^5_{11}$ dans l'intervalle $0.08 < t' < 0.2$ GeV^2, qui est associée à l'incertitude sur θ_e, la moyenne des erreurs systématiques obtenues dans les deux intervalles $t' < 0.15$ GeV^2 et $0.15 < t' < 0.5$ GeV^2.

6.2 Mesures des éléments de matrice en fonction de t'

Nous présentons dans cette section les mesures des éléments de la matrice densité de spin et nous les discutons dans le cadre de la théorie QCD.

6.2.1 Eléments de matrice densité de spin associés à la distribution en Φ

La relation

$$\frac{1}{\sigma}\frac{d\sigma}{d\Phi} \propto 1 + \sqrt{2\varepsilon(1+\varepsilon)}\ \cos\Phi\ (r^5_{00} + 2r^5_{11}) - \varepsilon\ \cos 2\Phi\ (r^1_{00} + 2r^1_{11}) \qquad (6.8)$$

est ajustée à la distribution en Φ qui, après soustraction des bruits de fond, a été complètement corrigée pour les effets d'acceptance et de résolution du détecteur ainsi que pour l'efficacité des systèmes de déclenchement utilisés et les effets radiatifs QED [3]. L'ajustement permet d'extraire les combinaisons des éléments de la matrice densité de spin $r^5_{00} + 2r^5_{11}$ et $r^1_{00} + 2r^1_{11}$. Ces mesures sont présentées à la table 6.2 pour les intervalles en t', avec les erreurs statistiques provenant de l'ajustement et les erreurs systématiques estimées lors de l'étude présentée à la section 6.1.2. Les valeurs des combinaisons $r^5_{00} + 2r^5_{11}$ et $r^1_{00} + 2r^1_{11}$ sont également présentées aux figures 6.8 et 6.9, respectivement, avec des mesures issues d'analyses précédentes [4, 14] dans les domaines cinématiques très semblables à celui étudié ici pour Q^2 et W :

$$2.5 < Q^2 < 60\ \mathrm{GeV}^2,\ 30 < W < 140\ \mathrm{GeV},\ |t| < 0.5\ \mathrm{GeV}^2\ [4]$$
$$\text{et } 3.0 < Q^2 < 30\ \mathrm{GeV}^2,\ 40 < W < 120\ \mathrm{GeV},\ |t| < 0.6\ \mathrm{GeV}^2\ [14].$$

Une violation significative de la conservation de l'hélicité dans le canal s ($SCHC$) est observée à la figure 6.8 pour la combinaison $r^5_{00} + 2r^5_{11}$. Dans les modèles dérivés de la théorie QCD [31–33], on s'attend à ce que ce soit l'élément de matrice r^5_{00} qui soit le plus sensible à la violation de la conservation de l'hélicité. En effet, il est proportionnel au produit des amplitudes T_{00} et T_{01} :

$$r^5_{00} = \frac{\sqrt{2}}{N}\ \mathrm{Re}\ (T_{00}\ T^{\dagger}_{01}), \qquad (6.9)$$

qui dans ces modèles sont respectivement l'amplitude dominante sans changement d'hélicité et l'amplitude dominante avec simple changement d'hélicité (voir eq. 2.75). Au contraire, l'élément r^5_{11} est formé d'une contribution venant du produit de l'amplitude non-dominante sans changement d'hélicité T_{11} et de l'amplitude non-dominante avec simple changement T_{10}, ainsi que d'une seconde partie où intervient l'amplitude avec double changement d'hélicité T_{1-1} :

$$r^5_{11} = \frac{1}{\sqrt{2}\ N}\ \left[\mathrm{Re}\ (T_{10}T^{\dagger}_{11}) - \mathrm{Re}\ (T_{10}T^{\dagger}_{1-1})\right]. \qquad (6.10)$$

Les valeurs de la combinaison $r^1_{00} + 2r^1_{11}$ sont significativement différentes de zéro et négatives (voir figure 6.9), et en cela elles impliquent également une violation de $SCHC$. C'est la

---

[3] Les valeurs du χ^2 par degré de liberté pour les cinq intervalles en t' valent respectivement : 1.86, 1.35, 1.18, 0.81 et 0.69.

Elément	t' (GeV^2)	$\langle t' \rangle$ (GeV^2)	Mesure		
$r^5_{00} + 2r^5_{11}$	$t' < 0.08$	0.037	0.064	± 0.012	± 0.040
	$0.08 < t' < 0.2$	0.132	0.087	± 0.014	± 0.033
	$0.2 < t' < 0.5$	0.320	0.201	± 0.014	± 0.037
	$0.5 < t' < 1.0$	0.700	0.198	± 0.017	± 0.032
	$1.0 < t' < 3.0$	1.620	0.290	± 0.023	± 0.049
$r^1_{00} + 2r^1_{11}$	$t' < 0.08$	0.037	-0.006	± 0.025	± 0.020
	$0.08 < t' < 0.2$	0.132	-0.022	± 0.027	± 0.034
	$0.2 < t' < 0.5$	0.320	-0.119	± 0.028	± 0.052
	$0.5 < t' < 1.0$	0.700	-0.134	± 0.034	± 0.066
	$1.0 < t' < 3.0$	1.620	-0.176	± 0.046	± 0.076
r^{04}_{1-1}	$t' < 0.08$	0.037	-0.011	± 0.012	± 0.013
	$0.08 < t' < 0.2$	0.132	-0.043	± 0.014	± 0.018
	$0.2 < t' < 0.5$	0.320	-0.006	± 0.014	± 0.020
	$0.5 < t' < 1.0$	0.700	-0.050	± 0.018	± 0.036
	$1.0 < t' < 3.0$	1.620	-0.074	± 0.026	± 0.056
r^{04}_{00}	$t' < 0.08$	0.037	0.678	± 0.013	± 0.015
	$0.08 < t' < 0.2$	0.132	0.683	± 0.014	± 0.014
	$0.2 < t' < 0.5$	0.320	0.662	± 0.015	± 0.025
	$0.5 < t' < 1.0$	0.700	0.665	± 0.019	± 0.026
	$1.0 < t' < 3.0$	1.620	0.708	± 0.023	± 0.035

Table 6.2: Mesure des combinaisons des éléments de la matrice densité de spin $r^5_{00} + 2r^5_{11}$ et $r^1_{00} + 2r^1_{11}$, et des éléments r^{04}_{1-1} et r^{04}_{00} dans cinq intervalles en t'. La première erreur est d'origine statistique et la seconde systématique.

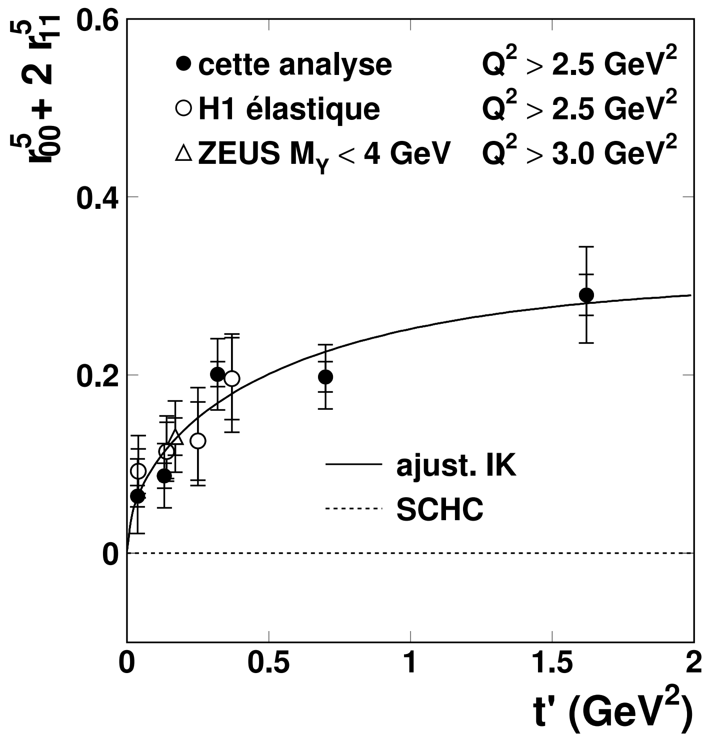


Figure 6.8: Mesure de la combinaison des éléments de la matrice densité de spin $r^5_{00} + 2r^5_{11}$ en fonction de t', pour cette analyse et pour les références [4] (nommée "H1 élastique") et [14] (nommée "ZEUS $M_Y < 4$ GeV"). Les barres d'erreurs intérieures représentent les erreurs statistiques et les barres totales comprennent les erreurs systématiques ajoutées en quadrature. La courbe en trait continu correspond aux prédictions du modèle de Ivanov et Kirschner [31], pour les valeurs des paramètres γ et $\langle M \rangle$ extraites à partir de l'ajustement détaillé à la section 6.3.1. La ligne en pointillés correspond à la conservation de l'hélicité dans le canal s ($SCHC$).

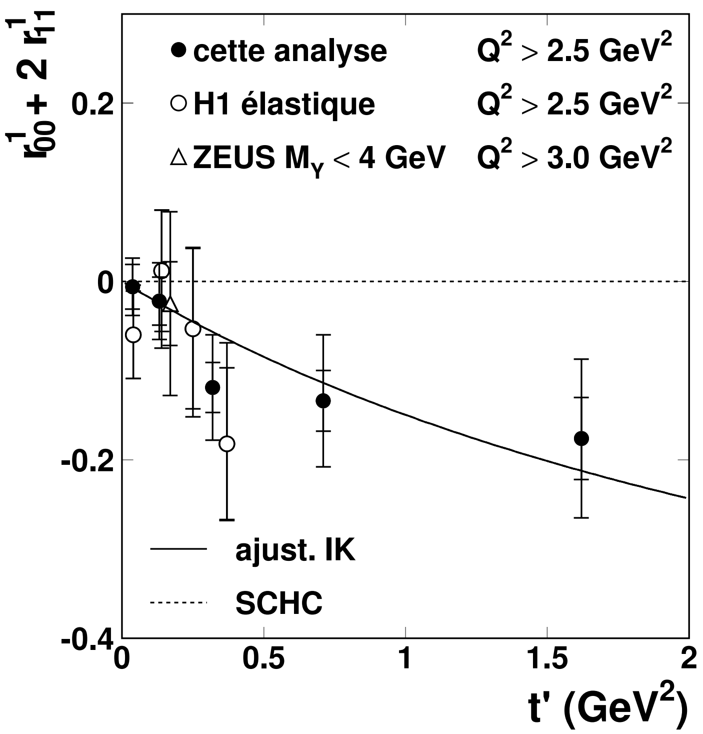


Figure 6.9: Mesure de la combinaison des éléments de matrice densité de spin $r^1_{00} + 2r^1_{11}$ en fonction de t', pour cette analyse et pour les références [4] (nommée "H1 élastique") et [14] (nommée "ZEUS $M_Y < 4$ GeV"). Les barres d'erreurs intérieures représentent les erreurs statistiques et les barres totales comprennent les erreurs systématiques ajoutées en quadrature. La courbe en trait continu correspond aux prédictions du modèle de Ivanov et Kirschner [31], pour les valeurs des paramètres γ et $\langle M \rangle$ extraites à partir de l'ajustement détaillé à la section 6.3.1. La ligne en pointillés correspond à la conservation de l'hélicité dans le canal s ($SCHC$).

première fois que la mesure de cette combinaison est significativement négative. A nouveau, on peut étudier les produits des amplitudes d'hélicité caractérisant ces deux éléments de matrice. L'élément r^1_{00} est proportionnel au carré de l'amplitude T_{01} prise avec un signe moins :

$$r^1_{00} = \frac{-1}{N}\,|T_{01}|^2, \tag{6.11}$$

tandis que l'élément r^1_{11} est proportionnel au produit des amplitudes T_{11} et T_{1-1} :

$$r^1_{11} = \frac{1}{2N}\,(T_{1-1}T^\dagger_{11} + T_{11}T^\dagger_{1-1}). \tag{6.12}$$

Le signe de la combinaison nous informe donc sur la force relative des produits $T_{01}T^\dagger_{01}$ et $T_{11}T^\dagger_{1-1}$: $|T_{01}|^2 > |T_{11}T^\dagger_{1-1}|$. Dans un modèle où les amplitudes sans changement d'hélicité dominent, $|T_{11}| > |T_{01}|$, cela confirme que la norme $|T_{01}|$ est plus importante la norme $|T_{1-1}|$ dans le domaine cinématique étudié ici [4].

De plus, cette déviation par rapport à $SCHC$ s'accentue avec l'augmentation de t'. La dépendance en t' observée à la figure 6.8 est attribuée à la dépendance proportionnelle à $\sqrt{t'}$ des rapports T_{01}/T_{00} et T_{10}/T_{00} (voir les prédictions des modèles de Ivanov et Kirschner [31], Kuraev, Nikolaev et Zakharov [32] et Royen et Cudell [33] regroupées aux équations 2.99, 2.111 et 2.114, respectivement), avec une faible dépendance en t' du dénominateur N. Cette dernière est liée à la présence, en plus des amplitudes sans changement d'hélicité, de celles avec simple et double changements d'hélicité :

$$N = \varepsilon\,|T_{00}|^2\; + \;|T_{11}|^2\; + \;|T_{01}|^2\; + \;2\,\varepsilon\,|T_{10}|^2\; + \;|T_{1-1}|^2. \tag{6.13}$$

La dépendance en t' de la combinaison $r^1_{00} + 2r^1_{11}$ observée à la figure 6.9 est, en première approximation, linéaire à cause de la dépendance en $(\sqrt{t'})^2$ pour le rapport $(T_{01}/T_{00})^2$ et celle proportionnelle à t' pour le rapport T_{1-1}/T_{00} ; des effets additionnels en t' sont liés au dénominateur N (eq. 6.13).

6.2.2 Elément de matrice densité de spin associé à la distribution en φ

Les distributions angulaires en φ présentées à la figure 6.5b servent de base à l'ajustement de la relation

$$\frac{1}{\sigma}\frac{d\sigma}{d\varphi} \propto 1 - 2\,r^{04}_{1-1}\cos 2\varphi, \tag{6.14}$$

permettant d'extraire une mesure de l'élément de matrice r^{04}_{1-1} [5]. La table 6.2 reprend, pour les différents intervalles en t' étudié, les valeurs de cet élément, également présentées à la figure 6.10 avec d'autres mesures issues d'analyses précédentes dans des domaines cinématiques similaires en Q^2 et W [4, 14].

---

[4] Rappelons que les amplitudes sont généralement considérées comme prises principalement imaginaires et sans déphasage.

[5] Les valeurs du χ^2 par degré de liberté pour les cinq intervalles en t' valent respectivement : 2.44, 1.05, 0.49, 1.37 et 1.76.

L'élément de matrice r^{04}_{1-1} est lié aux amplitudes d'hélicité par

$$r^{04}_{1-1} = \frac{1}{N}\left[\frac{1}{2}(T_{11}T^{\dagger}_{1-1} + T_{1-1}T^{\dagger}_{11}) - \varepsilon\,|T_{10}|^2\right]. \tag{6.15}$$

Sous l'approximation de $SCHC$, il devrait donc être nul. Une faible déviation, de signe négatif, par rapport à zéro est observée à la figure 6.10. Elle peut être attribuée à l'amplitude T_{10} si on considère des amplitudes imaginaires et en phase. C'est la première indication d'une telle observation.

Le signe de cet élément permet de tirer des conclusions sur la force relative du produit $|T_{10}T^{\dagger}_{10}|$ par rapport à $|T_{11}T^{\dagger}_{1-1}|$. Dans un modèle où les amplitudes sans changement d'hélicité dominent, $|T_{11}| > |T_{10}|$, on trouve donc que $|T_{10}| > |T_{1-1}|$.

L'évolution en t' de l'élément r^{04}_{1-1} peut être décrite en première approximation par une dépendance linéaire en t' due aux dépendances en $(\sqrt{t'})^2$ du rapport $(T_{10}/T_{00})^2$ et en t' du rapport T_{1-1}/T_{00} (voir eq. 2.99 et 2.111). Des effets supplémentaires en t' sont associés à la dépendance du dénominateur N (voir eq. 6.13).

De plus, en combinant les mesures de l'élément r^{04}_{1-1} et de la combinaison $r^1_{00} + 2r^1_{11}$, tel que

$$2r^{04}_{1-1} - r^1_{00} - 2r^1_{11} = \frac{1}{N}\,(|T_{01}|^2 - 2\varepsilon\,|T_{10}|^2), \tag{6.16}$$

on peut comparer les deux amplitudes avec simple changement d'hélicité et déterminer celle qui est dominante dans le domaine étudié ici. Les mesures de la combinaison $2r^{04}_{1-1} - r^1_{00} - 2r^1_{11}$ sont présentées à la table 6.3 et à la figure 6.11 pour les intervalles en t'. L'erreur systématique est donnée à titre indicatif, elle a été calculée en considérant les erreurs sur r^{04}_{1-1} et $r^1_{00} + 2r^1_{11}$ comme indépendantes. La mesure de la combinaison $2r^{04}_{1-1} - r^1_{00} - 2r^1_{11}$ nous indique que $|T_{01}|^2 > |T_{10}|^2$.

Elément	t' (GeV^2)	$\langle t' \rangle$ (GeV^2)	Mesure		
$2r^{04}_{1-1} - r^1_{00} - 2r^1_{11}$	$t' < 0.08$	0.037	-0.016	± 0.035	± 0.033
	$0.08 < t' < 0.2$	0.132	-0.064	± 0.039	± 0.050
	$0.2 < t' < 0.5$	0.320	0.107	± 0.040	± 0.066
	$0.5 < t' < 1.0$	0.700	0.034	± 0.050	± 0.098
	$1.0 < t' < 3.0$	1.620	0.028	± 0.069	± 0.135

Table 6.3: Mesure de la combinaison des éléments de la matrice $2r^{04}_{1-1} - r^1_{00} - 2r^1_{11}$ dans cinq intervalles en t'. La première erreur est d'origine statistique et la seconde systématique. Cette dernière est donnée à titre indicatif, elle a été calculée en traitant les erreurs sur r^{04}_{1-1} et $r^1_{00} + 2r^1_{11}$ de façon indépendante.

6.2.3 Elément de matrice densité de spin associé à la distribution en $\cos\theta^*$

La distribution en $\cos\theta^*$, complètement corrigée après soustraction des bruits de fond (figure 6.5c), donne accès à l'élément de la matrice densité de spin r^{04}_{00} suite à l'ajustement de la

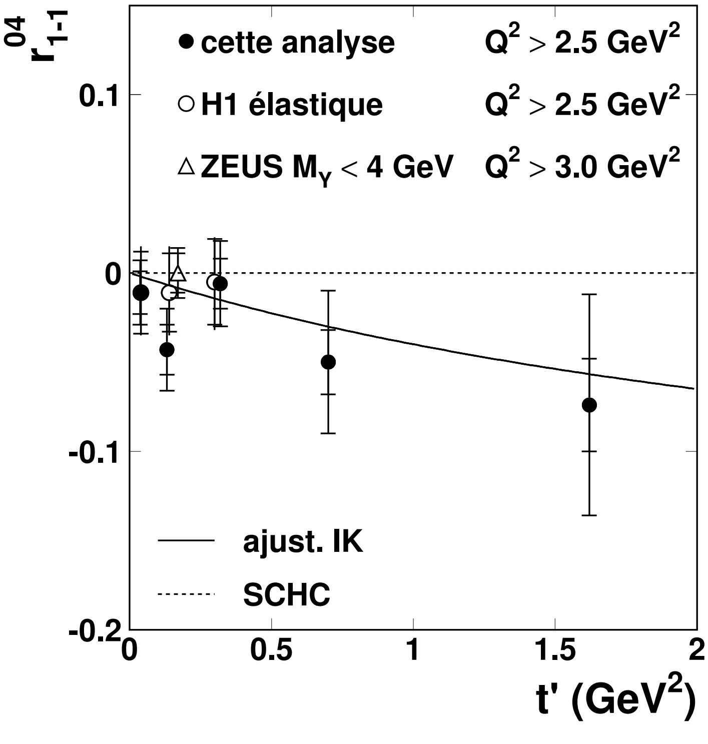


Figure 6.10: Mesure de la combinaison des éléments de matrice densité de spin r^{04}_{1-1} en fonction de t', pour cette analyse et pour les références [4] (nommée “H1 élastique”) et [14] (nommée “ZEUS $M_Y < 4$ GeV”). Les barres d’erreurs intérieures représentent les erreurs statistiques et les barres totales comprennent les erreurs systématiques ajoutées en quadrature. La courbe en trait continu correspond aux prédictions du modèle de Ivanov et Kirschner [31], pour les valeurs des paramètres γ et $\langle M \rangle$ extraites à partir de l’ajustement détaillé à la section 6.3.1. La ligne en pointillés correspond à la conservation de l’hélicité dans le canal s ($SCHC$).

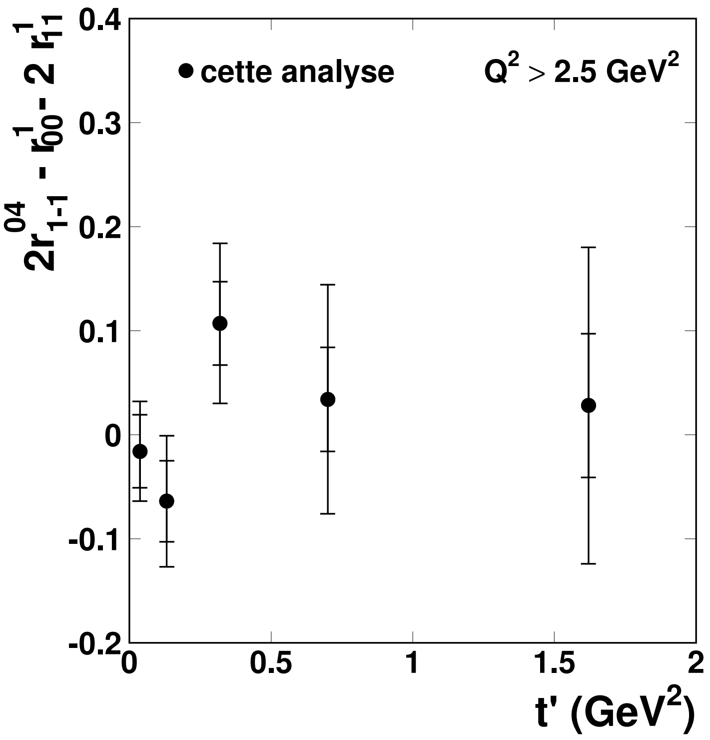


Figure 6.11: Mesure de la combinaison des éléments de matrice densité de spin $2r^{04}_{1-1} - r^{1}_{00} - 2r^{1}_{11}$ en fonction de t'. Les barres d'erreurs intérieures représentent les erreurs statistiques et les barres totales comprennent les erreurs systématiques ajoutées en quadrature. Notons que l'erreur systématique est donnée à titre indicatif, elle a été calculée en traitant les erreurs sur r^{04}_{1-1} et $r^{1}_{00} + 2r^{1}_{11}$ de façon indépendante.

relation [6]

$$\frac{1}{\sigma}\frac{d\sigma}{d\cos\theta^*} \propto 1 - r^{04}_{00} \; + (3\, r^{04}_{00} - 1)\cos^2\theta^*. \tag{6.17}$$

Les mesures de l'élément de matrice r^{04}_{00} sont présentées à la table 6.2 et à la figure 6.12, à nouveau complétées par les résultats des analyses précédentes [4, 14] dans des domaines similaires en Q^2 et W. L'élément de matrice r^{04}_{00}

$$r^{04}_{00} = \frac{1}{N}\,(\varepsilon\,|T_{00}|^2 + |T_{01}|^2) \tag{6.18}$$

représente la probabilité d'obtenir un méson ρ polarisé longitudinalement dans l'état final. Puisqu'il est supérieur à 0.5, la production de mésons polarisés longitudinalement domine. Cela confirme que $|T_{00}| > |T_{11}|$ dans le domaine étudié.

Aucune variation significative en t' n'est observée pour l'élément r^{04}_{00}. Cette absence de dépendance est prédite par la relation 6.18 tenant compte de l'évolution du rapport T_{11}/T_{00} (eq. 2.99 [31], 2.111 [32]), avec de petites corrections pour les autres amplitudes. Cette observation est importante car elle implique que les pentes des distributions en t pour les amplitudes transverse et longitudinale sans changement d'hélicité, T_{11} et T_{00}, sont du même ordre. Supposant que les amplitudes sans changement d'hélicité dominent et suivant les arguments de Martin, Ryskin et Teubner [48] (section 2.2.4), cela permet de conclure que la section efficace transverse σ_T n'est pas dominée par des effets non-perturbatifs.

6.3 Interprétation dans le cadre du modèle de Ivanov et Kirschner

Dans cette section, nous interprétons les résultats sur les éléments de la matrice densité de spin dans le cadre du modèle de Ivanov et Kirschner [31]. Nous commençons par présenter à la section 6.3.1 un ajustement global de ce modèle aux données. Nous discutons ensuite les résultats obtenus, à savoir les valeurs des paramètres γ (section 6.3.2) et $\langle M \rangle$ (section 6.3.3). La section 6.3.4 porte sur la condition de validité du modèle de Ivanov et Kirschner : $|t| < Q^2\gamma$. L'extrapolation du rapport R est présentée à la section 6.3.5. Nous présentons pour finir les prédictions du modèles de Ivanov et Kirschner pour l'évolution en Q^2 des combinaisons $r^5_{00} + 2r^5_{11}$ et $r^1_{00} + 2r^1_{11}$ et des éléments r^{04}_{1-1} et r^{04}_{00} (section 6.3.6).

6.3.1 Ajustement au modèle de Ivanov et Kirschner

Les résultats obtenus sur les éléments de matrice sont étudiés dans cette section dans le cadre du modèle de Ivanov et Kirschner [31]. Celui-ci prédit les valeurs absolues ainsi que les dépendances en $|t|$ et Q^2 des 4 rapports indépendants des amplitudes $T_{\lambda_\rho\lambda_\gamma}$, sous l'hypothèse d'échange de parité naturelle (eq. 1.19) et à condition que les amplitudes soient purement imaginaires. Pour cela, le modèle de Ivanov et Kirschner fait appel à seulement deux paramètres indépendants :

---

[6] Les valeurs du χ^2 par degré de liberté pour les cinq intervalles en t' valent respectivement : 1.78, 1.05, 1.48, 0.68 et 0.40.

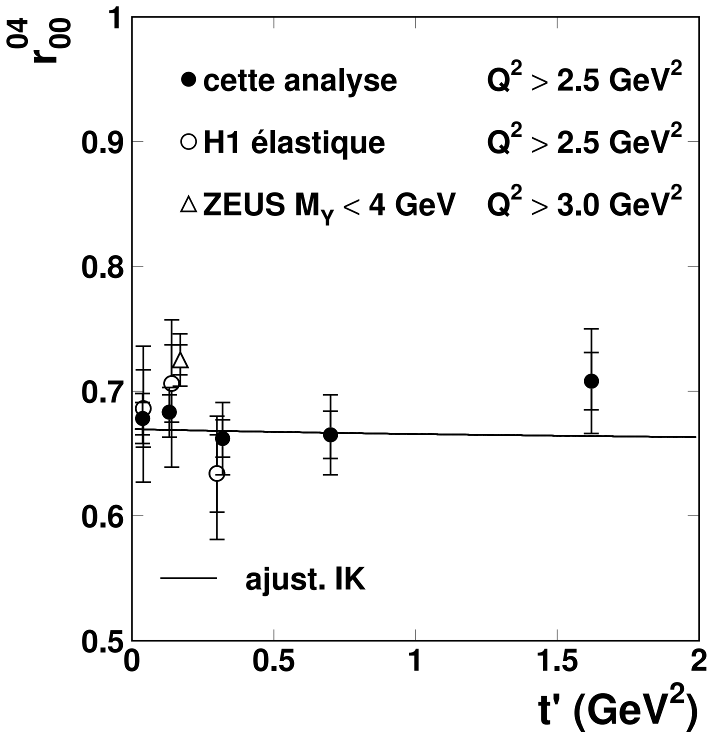


Figure 6.12: Mesure de l'élément de la matrice densité de spin r_{00}^{04} en fonction de t', pour cette analyse et pour les références [4] (nommée "H1 élastique") et [14] (nommée "ZEUS $M_Y < 4$ GeV"). Les barres d'erreurs intérieures représentent les erreurs statistiques et les barres totales comprennent les erreurs systématiques ajoutées en quadrature. La courbe en trait continu correspond aux prédictions du modèle de Ivanov et Kirschner [31], pour les valeurs des paramètres γ et $\langle M\rangle$ extraites à partir de l'ajustement détaillé à la section 6.3.1.

- γ, la dimension anomale du gluon (eq. 2.76) ;
- $\langle M \rangle$, la masse effective du dipôle $q\bar{q}$ (eq. 2.95).

Ces deux paramètres sont estimés à partir d'un ajustement des dépendances en t' des 20 mesures des éléments de matrice dans cette analyse. Pour ce faire, nous utilisons les éléments de la matrice densité de spin sous la forme [31]:

$$\begin{aligned}
r^{04}_{00} &= B(\varepsilon + \beta^2) \\
r^{04}_{1-1} &= B(\alpha\eta - \varepsilon\delta^2) \\
r^{5}_{00} &= \sqrt{2}B\beta \\
r^{5}_{11} &= \frac{B}{\sqrt{2}}\delta(\alpha - \eta) \\
r^{1}_{00} &= -B\beta^2 \\
r^{1}_{11} &= B\alpha\eta
\end{aligned} \tag{6.19}$$

où les différents paramètres introduits sont définis comme :

$$\begin{aligned}
\alpha &= \frac{T_{11}}{T_{00}} = \frac{\langle M \rangle}{Q}\frac{1+\gamma}{\gamma} \\
\beta &= \frac{T_{01}}{T_{00}} = \frac{\sqrt{t'}}{Q}\frac{1}{\sqrt{2}\gamma} \\
\delta &= \frac{T_{10}}{T_{00}} = -\frac{\langle M \rangle\sqrt{t'}}{Q^2}\frac{\sqrt{2}}{\gamma} \\
\eta &= \frac{T_{1-1}}{T_{00}} \\
B &= 1/(\alpha^2 + \beta^2 + \eta^2 + \varepsilon + 2\varepsilon\delta^2)
\end{aligned} \tag{6.20}$$

Les valeurs de $\langle t' \rangle$ pour chaque intervalle ont été présentées à la table 6.2, et $\langle Q^2 \rangle = 5.0\ \mathrm{GeV}^2$ pour le domaine étudié. Nous avons vérifié que t' et Q^2 ne sont pas des variables corrélées (voir figure 6.13). Les paramètres γ et $\langle M \rangle$ sont laissés libres. Le rapport $\eta = T_{1-1}/T_{00}$ est fixé égal à zéro.

L'ajustement avec le programme MINUIT [96] donne une excellente description des données. Si on utilise uniquement l'erreur statistique des mesures, on trouve un χ^2 par degré de liberté égal à 26.5/18 ; si on utilise pour les mesures l'erreur totale combinée quadratiquement ($\sqrt{\mathrm{stat.}^2 + \mathrm{syst.}^2}$), la valeur de χ^2/ndl obtenue est 8/32. Notons que l'ajustement n'a pas pu être opéré en utilisant seulement les erreurs statistiques et les erreurs systématiques *non-corrélées*. Déterminer quelles sont les erreurs systématiques corrélées et non corrélées n'est pas chose évidente dans cette analyse, puisque la procédure itérative permettant d'estimer la quantité de bruit de fond de mésons ρ' est recommencée à chaque étude d'une incertitude.

Les valeurs des paramètres extraits sont:

$$\begin{aligned}
\gamma &= 0.59 \pm 0.10 \\
\langle M \rangle &= 0.58 \pm 0.05\ \mathrm{GeV}.
\end{aligned} \tag{6.21}$$

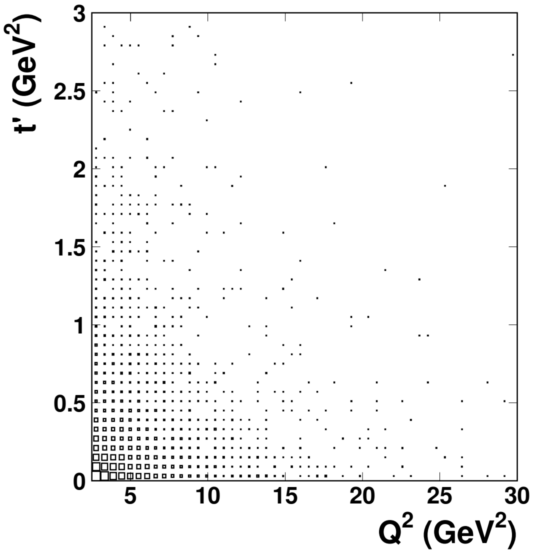


Figure 6.13: Distribution de t' en fonction de Q^2.

Les erreurs relatives à ces deux paramètres sont des combinaisons quadratiques de l'erreur statistique issue de l'ajustement et de l'erreur systématique. Cette dernière est obtenue en répétant l'ajustement avec les valeurs des éléments de matrice modifiées par leurs erreurs systématiques pour chaque incertitude envisagée et présentée à la section 6.1.2. Notons que l'erreur systématique dominante provient de l'incertitude sur la forme et la quantité du bruit de fond présent.

Ce même ajustement peut également être fait sur un ensemble de résultats plus vaste, incluant les 14 mesures à petite valeur de t' de l'analyse [4] [7]. Les résultats obtenus sont $\gamma = 0.59 \pm 0.10$ et $\langle M \rangle = 0.57 \pm 0.04$ GeV, compatibles avec les précédents.

Les résultats de l'ajustement sont représentés par des courbes continues sur les figures 6.8, 6.9,6.10 et 6.12. Comme l'information sur χ^2/ndl nous l'indique, les données sont bien décrites par ces courbes. Pour avoir une idée de l'impact de l'erreur sur les deux paramètres, on représente pour chaque élément de matrice (ou combinaison) la bande d'incertitude de la prédiction, associée à chaque paramètre (voir figure 6.14), indépendamment de l'autre. Toutefois, il faut noter que ces deux paramètres sont corrélés, le coefficient de corrélation obtenu lors de l'ajustement vaut 0.33.

6.3.2 Discussion du paramètre γ

La valeur du paramètre γ est également approchée par une étude des distributions de densité de partons, utilisant la librairie PDFLIB [73]. En effet, puisque γ est défini par la relation (2.76),

---

[7] On n'utilise pas les mesures de la référence [14] dans cet ajustement car ces dernières sont réalisées dans un domaine en Q^2 légèrement différent ($Q^2 > 3$ GeV^2) pouvant correspondre à une valeur de $\gamma(Q^2)$ différente.

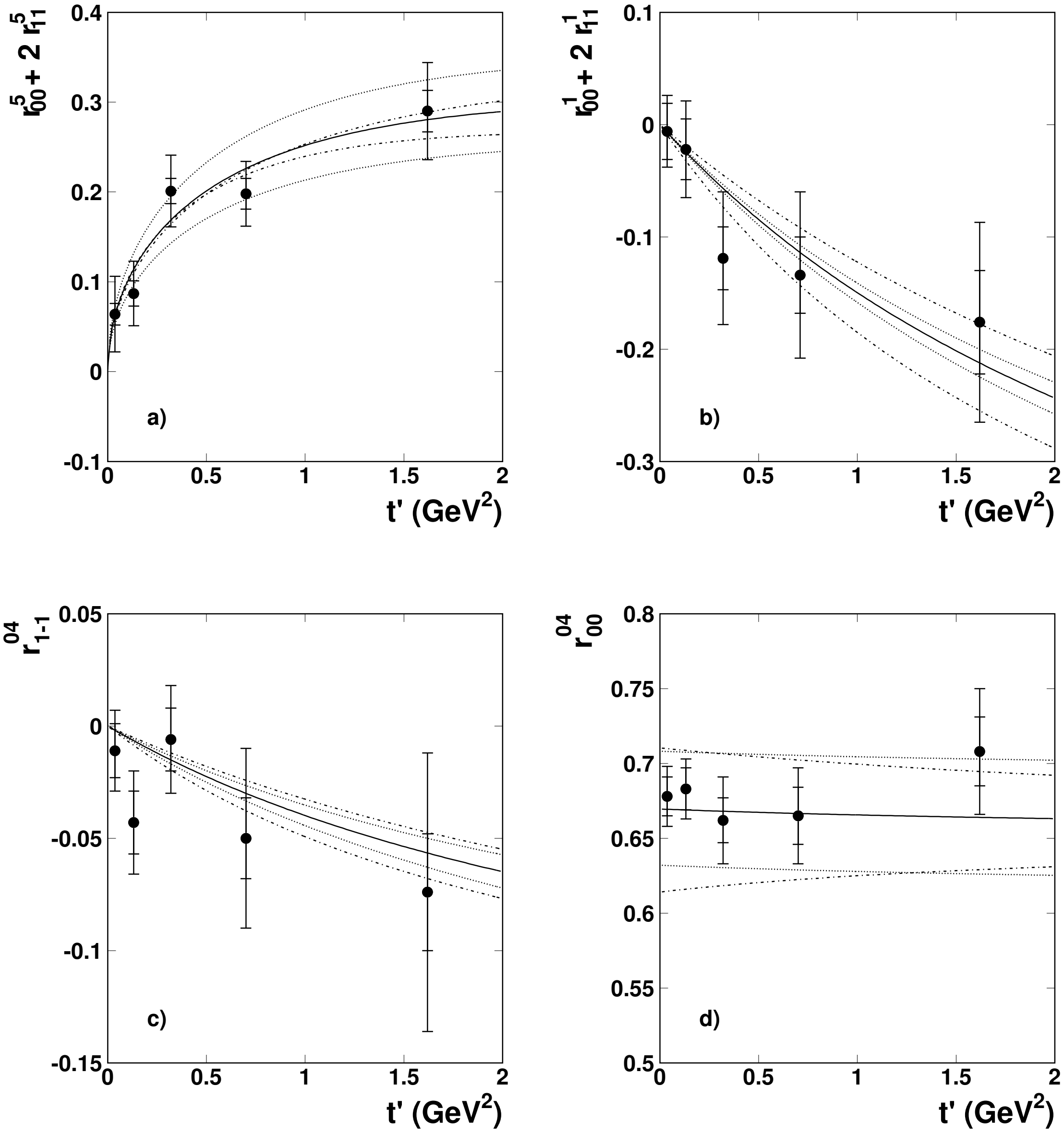


Figure 6.14: Représentation de l'impact de l'erreur en chaque paramètre sur les prédictions du modèle de Ivanov et Kirschner [31] en a) pour la combinaison $r^5_{00} + 2r^5_{11}$, en b) pour la combinaison $r^1_{00} + 2r^1_{11}$, en c) pour l'élément r^{04}_{1-1} et en d) pour l'élément r^{04}_{00}. La courbe centrale (en traits continus) représente la prédiction avec les valeurs des paramètres données en (6.21). Les deux courbes en pointillés indiquent la zone d'incertitude liée au paramètre $\langle M \rangle$ et les deux autres (représentées par une alternance de traits discontinus et de points) l'incertitude sur γ.

il peut être obtenu comme

$$\gamma = \frac{\partial \ln G(x, K^2)}{\partial \ln(K^2)} = \frac{\ln G(x, K^2 + \Delta K^2) - \ln G(x, K^2 - \Delta K^2)}{\ln(K^2 + \Delta K^2) - \ln(K^2 - \Delta K^2)}. \tag{6.22}$$

La figure 2.8 présente des valeurs de γ en fonction de x pour différentes valeurs de K^2, obtenues à partir de la paramétrisation MRS [74]. Une certaine variabilité affecte la valeur de γ si on utilise d'autres densités de partons (voir table 6.4, pour une valeur fixée de $x = 10^{-3}$ correspondant à la valeur moyenne de notre échantillon).

Paramétrisation	$\gamma(K^2 = 5 \text{ GeV}^2)$	$\gamma(K^2 = 1.3 \text{ GeV}^2)$
MRS (1,3,44) [100]	0.50	1.9
MRS (1,3,54) [74]	0.72	3.2
MRST (1,3,77) [101]	0.70	3.5
MRST (1,3,87) [101]	0.66	3.9
CTEQ4 (1,4,41) [102]	0.46	1.8
CTEQ4 (1,4,43) [103]	0.54	2.7
CTEQ5 (1,4,48) [104]	0.52	2.9
GRV94 (1,5,6) [105]	0.45	1.45
GRV98 (1,5,13) [106]	0.50	1.7

Table 6.4: Valeurs de γ extraites à partir de différents choix de densités de partons en $x = 10^{-3}$ et $K^2 = 5 \text{ GeV}^2$ ou $K^2 = 1.3 \text{ GeV}^2$ (avec $\Delta K^2 = 0.05 \text{ GeV}^2$). Les chiffres associés aux noms des paramétrisations caractérisent leurs type, groupe et ensemble dans la librairie PDFLIB [73].

La valeur de γ extraite par un ajustement du modèle de Ivanov et Kirschner [31] aux mesures des éléments de matrice correspond approximativement à un paramètre pour l'évolution en Q^2 des gluons pris en $K^2 = 5 \text{ GeV}^2$. Or, dans le modèle de Ivanov et Kirschner [31] (voir section 2.3.1), l'échelle est donnée par $Q^2 z(1 - z)$. Considérant le domaine cinématique étudié dans cette analyse, K^2 devrait donc être pris $\leq \langle Q^2/4 \rangle \simeq 1.3 \text{ GeV}^2$. Les valeurs de γ associées au choix de l'échelle $K^2 = 1.3 \text{ GeV}^2$ varient entre 1.45 et 3.9 (voir table 6.4), elles sont donc beaucoup plus grandes que la valeur extraite en (6.21) : $\gamma = 0.60 \pm 0.09$. Rappelons cependant que, dans le modèle de Ivanov et Kirschner, le paramètre γ est introduit pour représenter l'effet des ordres supérieurs, en particulier pour combattre les divergences apparaissant au premier ordre lorsque z est proche des limites 0 et 1, et restaurer la factorisation du processus. L'interprétation de ce paramètre et son identification à la dimension anomale du gluon extraite de la mesure des fonctions de structure ne doivent donc pas être prises trop strictement [76]. Dans leur article [31], Ivanov et Kirschner utilisent des valeurs de γ comprises entre 0.5 et 0.7 afin de décrire les données de l'analyse [4].

Ce désaccord entre la valeur de γ extraite par l'ajustement du modèle de Ivanov et Kirschner à nos mesures et celle obtenue à partir d'une étude des densités de partons pose la question importante du choix de l'échelle à laquelle la densité de gluons est sondée. L'échelle $K^2 = Q^2$ semble bien décrire les données mais ne correspond pas à l'échelle utilisée par Ivanov et Kirschner. Il n'est toutefois pas possible à ce stade de déterminer entre Q^2 et $Q^2/4$ quelle est la bonne échelle. Rappelons qu'il n'y a pas de définition claire et univoque de l'échelle à l'approximation donnée [69].

Si l'échelle à prendre est réellement $Q^2z(1-z)$, les petites valeurs de $Q^2 \simeq 2.5$ GeV^2 correspondent alors à une échelle $K^2 = Q^2/4 \simeq 0.6$ GeV^2, c'est-à-dire hors du domaine d'applicabilité, ceci peut expliquer également l'apparent désaccord. Afin de s'assurer qu'on est bien dans une région où l'approche perturbative de la théorie QCD est d'application, il serait bon d'étudier la structure en hélicité dans une région cinématique où $Q^2 > 5$ GeV^2. Malheureusement,les données étudiées dans cette analyse présentent une statistique trop limitée dans ce domaine pour pouvoir faire une telle étude.

6.3.3 Discussion du paramètre $\langle M \rangle$

Le paramètre $\langle M \rangle$ extrait par l'ajustement du modèle de Ivanov et Kirschner [31] caractérise la masse effective de la paire $q\bar{q}$. Il est du même ordre de grandeur que la masse M_ρ du méson ρ, sa valeur est trouvée légèrement inférieure à celle-ci. Cette différence n'est toutefois pas un problème. Suivant les arguments développés par Martin, Ryskin et Teubner [48] sur la dualité hadron-parton (voir section 2.2.4), la paire de quarks n'a d'autre choix que de se recombiner en un méson ρ [8], puisqu'il est le seul à avoir une masse proche de 0.6 GeV. Si on avait trouvé pour la paire $q\bar{q}$ une masse effective beaucoup plus grande, alors le problème des autres mésons se serait posé.

Rappelons également que, dans le modèle de Kuraev, Nikolaev et Zakharov [32], la masse constituante m_q de quarks est approximée comme $\sqrt{z(1-z)}M_{VM}$ (voir eq. 2.110). Prenant deux fois la masse constituante, on trouve donc un facteur du même ordre que la valeur du paramètre $\langle M \rangle$.

6.3.4 Condition de validité du modèle $|t| < Q^2\gamma$

Le modèle de Ivanov et Kirschner [31] (voir section 2.3.1) n'est valable que si $|t| < Q^2\gamma$. Cette coupure n'a pas été appliquée pour la présente analyse, mais dans notre échantillon de données, seuls 29 événements violent cette condition dans l'intervalle $1.0 < t' < 3$ GeV^2. De tels événements existent également dans les simulations par Monte Carlo et reproduisent grosso modo les données.

6.3.5 Extrapolation du rapport R

Le rapport $R = \sigma_L/\sigma_T$ des sections efficaces de production de mésons ρ par des photons polarisés longitudinalement et transversalement est égal à

$$R = \frac{|T_{00}|^2 + 2|T_{10}|^2}{|T_{11}|^2 + |T_{01}|^2 + |T_{1-1}|^2}. \tag{6.23}$$

Sous l'approximation de $SCHC$, il peut être extrait directement à partir des mesures de l'élément de matrice densité de spin r^{04}_{00} par la relation

$$R = \frac{1}{\varepsilon}\frac{r^{04}_{00}}{1 - r^{04}_{00}}. \tag{6.24}$$

---

[8] Notons que dans 1/9 des cas, le méson formé sera un méson ω.

Cette méthode a été utilisée pour les analyses à petites valeurs de t' par les collaborations H1 [4] et ZEUS [14]. Au contraire, dans la présente analyse, les mesures des combinaisons des éléments de matrice $r^5_{00} + 2r^5_{11}$ et $r^1_{00} + 2r^1_{11}$ indiquent l'importance de la violation de $SCHC$ et son évolution avec t' (voir figures 6.8 et 6.9). A partir des résultats de l'ajustement aux éléments de matrice du modèle de Ivanov et Kirschner [31], nous évaluons quantitativement la violation de $SCHC$ en fonction de t' par la formule

$$\frac{|T_{01}|}{\sqrt{|T_{00}|^2 + |T_{11}|^2}} \tag{6.25}$$

et la présentons à la figure 6.15a.

Utilisant la formule 6.23, nous extrapolons la valeur du rapport R à partir de l'évolution en t' des amplitudes d'hélicité. Ce rapport est présenté en fonction de t' à la figure 6.15b. Remarquons que si on décrit cette décroissance en t' par une exponentielle, $R \propto e^{-(B_L - B_T)t'}$, on trouve que $\Delta B = B_L - B_T \simeq 0.2\ \mathrm{GeV}^{-2}$. Cela correspond à des pentes en t de σ_L et σ_T fort similaires ($d\sigma_{L,T}/dt \propto e^{-B_{L,T}|t|}$).

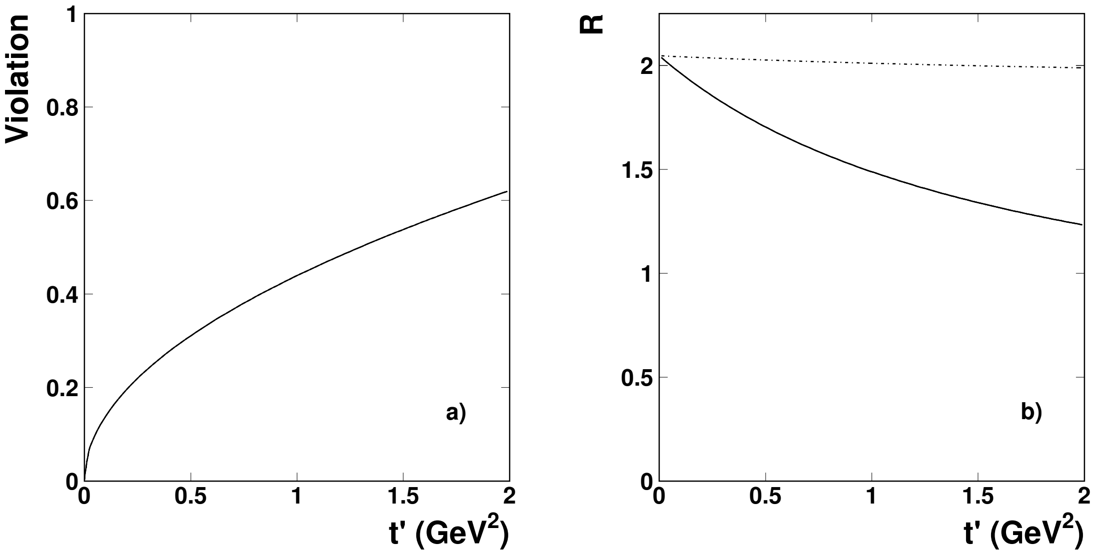


Figure 6.15: a) Violation de $SCHC$ en fonction de t' (eq. 6.25) ; b) Extrapolation du rapport R en fonction de t' ; la courbe en trait continu représente la forme exacte de R (eq. 6.23), celle en traits discontinus la valeur de R extraite à partir de l'élément r^{04}_{00} (eq. 6.24).

6.3.6 Evolution en Q^2 des éléments de matrice

L'évolution en Q^2 des éléments de matrice est également bien décrite par le modèle de Ivanov et Kirschner. Pour le constater, nous présentons à la figure 6.16 les valeurs des éléments $r^5_{00} + 2r^5_{11}$, $r^1_{00} + 2r^1_{11}$, r^{04}_{1-1} et r^{04}_{00} pour trois intervalles en Q^2 (2.5-3.5 GeV^2, 3.5-6.0 GeV^2 et 6.0-60. GeV^2) et un seul intervalle en t' ($t' < 3.0\ \mathrm{GeV}^2$, $\langle t' \rangle = 0.30\ \mathrm{GeV}^2$).

L'étude systématique n'a pas été réalisée ici, le but étant seulement de confirmer la tendance en Q^2. Notons également que le paramètre γ est pris constant en Q^2 pour représenter les prédictions de Ivanov et Kirschner. Dans une étude future, il peut être intéressant d'extraire la valeur de γ pour chaque intervalle en Q^2 séparement. Un double ajustement sur les dépendances en t' et Q^2 simultanément n'a pas été réalisé dans cette étude par manque de statistique.

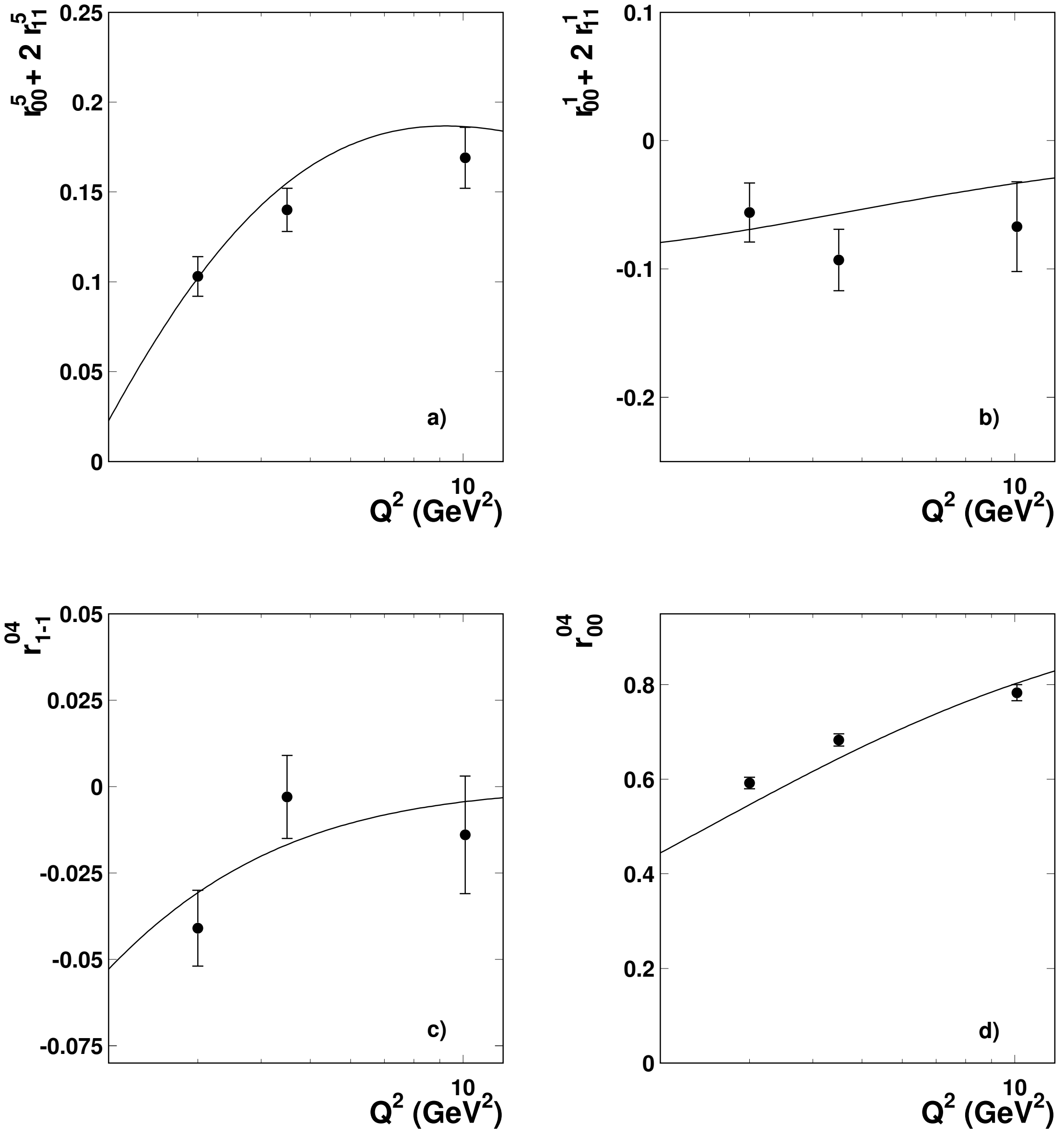


Figure 6.16: Eléments de matrice $r^5_{00} + 2r^5_{11}$, $r^1_{00} + 2r^1_{11}$, r^{04}_{1-1} et r^{04}_{00} en fonction de Q^2 ; les erreurs présentées sont uniquement d'origine statistique. La courbe superposée représente la prédiction du modèle de Ivanov et Kirschner [31], pour les valeurs des paramètres γ et $\langle M \rangle$ extraites à partir de l'ajustement sur la dépendance en t' des éléments de matrice et données en (6.21). Notons que γ est pris constant en Q^2.

Chapitre 7

Conclusions

Dans cette thèse, nous avons présenté les résultats d'une analyse sur la structure en hélicité de la réaction $e + p \rightarrow e + \rho + Y$, où le méson ρ est produit suite à l'interaction diffractive entre le photon intermédiaire virtuel émis par l'électron et le proton, qui peut soit rester intact après l'interaction soit se dissocier en un système hadronique de petite masse M_Y. Cette analyse porte sur les événements accumulés pendant les périodes de prise de données effectuées durant l'année 1997 par le détecteur H1 à HERA, correspondant à une luminosité intégrée de 6 pb^{-1}. Le domaine cinématique choisi limite la virtualité Q^2 du photon, l'énergie disponible W dans le centre de masse photon-proton ainsi que le carré t' de l'impulsion transverse transférée au vertex du proton, aux valeurs suivantes : $2.5 < Q^2 < 60$ GeV^2, $40 < W < 120$ GeV et $t' < 3$ GeV^2.

L'étude des polarisations du méson ρ et du photon permet de mieux comprendre le mécanisme de la diffraction dans le cadre de la théorie de la chromodynamique quantique (QCD). Dans les modèles basés sur une approche perturbative, le photon intermédiaire fluctue en une paire quark-antiquark, formant un dipôle de couleur qui interagit alors diffractivement avec le proton. Cette interaction est décrite par l'échange d'un pomeron, modélisé à l'ordre le plus bas du calcul perturbatif par deux gluons. Bien longtemps après l'interaction, le dipôle se recombine pour former le méson vecteur. Ces modèles théoriques ont été décrits en détail au chapitre 2. Si l'hélicité du méson ρ change par rapport à celle du photon, l'hypothèse de conservation d'hélicité dans le canal s ($SCHC$) est violée. Un tel changement peut s'expliquer par une modification de moment angulaire de la paire $q\bar{q}$, due à un apport de moment cinétique provenant des deux gluons. Dans ce contexte, une étude détaillée des hélicités du méson et du photon représente une étape importante dans l'étude de la structure en hélicité de la diffraction.

Après avoir présenté au chapitre 3 le dispositif expérimental de l'expérience H1, nous avons décrit au chapitre 4 la sélection des événements, les répertoriant en deux classes, TAG et NO-TAG, basées sur la présence ou l'absence d'activité dans les détecteurs situés dans la direction du proton diffusé. Nous avons également détaillé les simulations par Monte Carlo que nous utilisons pour corriger les données pour les effets d'acceptance, de résolution du détecteur, de choix du système de déclenchement et les effets radiatifs QED.

L'une des grandes difficultés de l'analyse réside dans l'importante contribution des événements de bruit de fond présents dans nos échantillons de données. Ils sont associés à la production diffractive de mésons ω, ϕ et ρ'. L'estimation quantitative de la contamination des deux premiers types de bruit de fond est basée sur des mesures antérieures de rapport de sections efficaces. Par contre, dans le cas du méson ρ', en l'absence de mesure expérimentale de sa section efficace, nous avons développé une nouvelle méthode décrite au chapitre 5.

Nous avons étudié en détail au chapitre 6 les distributions angulaires en Φ, φ et $\cos\theta^*$, qui caractérisent la production et la désintégration du méson ρ, dans le système d'hélicité. Nous avons extrait, pour cinq intervalles en t', les mesures des éléments $r^5_{00} + 2r^5_{11}$, $r^1_{00} + 2r^1_{11}$, r^{04}_{1-1} et r^{04}_{00} de la matrice densité de spin du méson ρ, à partir d'ajustement sur ces distributions angulaires. Nous avons observé une violation significative de $SCHC$ augmentant avec t' via les combinaisons non-nulles $r^5_{00} + 2r^5_{11}$ et $r^1_{00} + 2r^1_{11}$. Nous avons mesuré pour la première fois une légère déviation par rapport à zéro de l'élément r^{04}_{1-1}. De plus, nous avons mis en évidence une indépendance en t' de l'élément r^{04}_{00}, c'est-à-dire de la probabilité que le méson ρ soit polarisé longitudinalement dans l'état final.

Ces observations peuvent être interprétées dans le cadre de la théorie QCD. La violation de $SCHC$ est associée, pour les combinaisons $r^5_{00} + 2r^5_{11}$ et $r^1_{00} + 2r^1_{11}$, à la non-nullité de l'amplitude T_{01} où le photon est polarisé transversalement et le méson ρ longitudinalement. Dans les différents modèles théoriques permettant une telle violation, on s'attend à ce que cette amplitude soit l'amplitude avec changement d'hélicité dominante dans le domaine étudié ici et son rapport aux amplitudes sans changement d'hélicité (T_{00} et T_{11}) est prédit proportionnel à $\sqrt{t}$. Une telle dépendance en t' permet de décrire l'évolution des combinaisons $r^5_{00} + 2r^5_{11}$ et $r^1_{00} + 2r^1_{11}$. En effet, en première approximation, la combinaison $r^5_{00} + 2r^5_{11}$ ($\propto T_{01}/T_{00}$) suit une dépendance en $\sqrt{t'}$ et $r^1_{00} + 2r^1_{11}$ ($\propto [T_{01}/T_{00}]^2$) est linéaire en t'. Considérant des amplitudes imaginaires et sans déphasage, la valeur légèrement négative de l'élément de matrice r^{04}_{1-1} est la première indication d'une valeur non nulle de l'amplitude T_{10}, où le photon est, cette fois, longitudinalement polarisé et le méson ρ transversalement. De plus, la comparaison de cet élément de matrice à la combinaison $r^1_{00} + 2r^1_{11}$ confirme la dominance de l'amplitude T_{01} par rapport à l'amplitude T_{10}. La dépendance en t' de l'élément r^{04}_{1-1} est bien décrite, en première approximation, par une une décroissance linéaire, motivée par celle du rapport $[T_{10}/T_{00}]^2$. L'indépendance de l'élément r^{04}_{00} en t' nous permet de conclure que les amplitudes T_{00} et T_{11} ont des dépendances en t' similaires. Les sections efficaces de production de mésons vecteurs par des photons polarisés longitudinalement (σ_L) ou transversalement (σ_T) ont donc également des comportements similaires. Ceci contredit l'idée selon laquelle la section efficace σ_T subirait d'importants effets non-perturbatifs modifiant fortement son comportement par rapport aux prédictions basées sur une approche perturbative de la théorie QCD.

L'étude des résultats sur les éléments de matrice a également été entreprise dans le cadre particulier du modèle de Ivanov et Kirschner. Nous avons pratiqué un ajustement global de ce modèle avec deux paramètres indépendants : la dimension anomale γ des gluons et la masse effective $\langle M \rangle$ de la paire $q\bar{q}$.

La valeur du paramètre γ obtenue est $\gamma = 0.59 \pm 0.10$. Elle correspond bien au paramètre décrivant la dépendance en Q^2 de la densité de gluons estimé à l'échelle $K^2 = 5\ \mathrm{GeV}^2$. Par contre, elle est trop basse par rapport aux valeurs obtenues pour un choix d'échelle de $K^2 = 1.3\ \mathrm{GeV}^2$, motivé par l'échelle $Q^2z(1-z)$ du modèle de Ivanov et Kirschner. Essayer de déterminer quelle est l'échelle véritable à laquelle il faut sonder la densité de gluons n'a pas réellement de sens, la précision actuelle des calculs ne le permettant pas. Toutefois, si $Q^2z(1-z)$

est l'échelle du processus, on peut craindre qu'aux petites valeurs de Q^2 le calcul perturbatif ne soit pas complètement d'application.

Le paramètre $\langle M \rangle$ a également été estimé : $\langle M \rangle = 0.58 \pm 0.05$ GeV. Il correspond à la masse effective de la paire $q\bar{q}$. Sa valeur est légèrement inférieure à celle de la masse du méson ρ. Compte tenu des arguments sur la dualité hadron-parton, cette différence ne constitue pas un problème. En effet, la paire $q\bar{q}$ n'a pas d'autres choix que de se combiner en un méson ρ.

Diverses remarques ont ensuite été faites au chapitre 6 suite à cette étude particulière, notamment sur l'extrapolation du rapport $R = \sigma_L/\sigma_T$ et sur l'évolution en Q^2 des éléments de matrice.

A l'avenir, il serait intéressant d'entreprendre la même étude dans un domaine cinématique où $Q^2 > 5 \text{ GeV}^2$, qui se prête à un traitement complètement perturbatif. Afin de prolonger cette étude, on pourrait étudier les éléments de matrice à la fois en fonction de t' et de Q^2, cela permettrait d'entreprendre un double ajustement au modèle de Ivanov et Kirschner et ainsi de déterminer la dépendance du paramètre γ en fonction de Q^2. Un gain en statistique est nécessaire pour entreprendre ces études approfondies. Les nouvelles simulations par Monte Carlo de production et de désintégration du méson ρ' que nous avons développées apporteront également un surcroît de précision pour de futures analyses.

Annexe A

Désintégration du méson ρ'

Dans cette annexe, nous explicitons la distribution angulaire de désintégration du méson ρ', sous l'approximation $SCHC$.

Repartons de la formule 1.9 [38] :

$$W(\cos\theta^*,\varphi) = \frac{2s_a+1}{4\pi} \sum_{\lambda_\alpha\ \lambda_\beta\ m\ m'} |M_a(\lambda_\alpha\lambda_\beta)|^2\ e^{i(m-m')\varphi}\ d^{s_a}_{m\Lambda}(\theta^*)\ d^{s_a}_{m'\Lambda}(\theta^*)\ \rho_{mm'}.$$

Dans le cas de la désintégration du méson ρ' en $\rho' \to \rho^\pm\pi^\mp\pi^0$, on a affaire à une désintégration d'une particule de spin 1 en une particule de spin 1 et deux particules de spin 0. On peut supposer que ces deux particules de spin 0 ($\pi^\mp$ et π^0) sont dans un état de spin 0. En aucun cas, elles ne peuvent former une résonance de spin 1 sinon on aurait affaire à un méson $\rho^\mp$. Expérimentalement, il a été observé que le méson ρ' ne se désintégrait pas en deux mésons ρ [107].

Cela nous mène au cas où $s_a = 1$, $m = m' = -1, 0, 1$, $\lambda_\alpha = -1, 0, 1$ et $\lambda_\beta = 0$. La matrice de rotation $d^1_{ij}(\theta^*)$ est la suivante :

$$d^1_{ij}(\theta^*) = \begin{pmatrix} d^1_{11} & d^1_{10} & d^1_{1-1} \\ d^1_{01} & d^1_{00} & d^1_{0-1} \\ d^1_{-11} & d^1_{-10} & d^1_{-1-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1+\cos\theta^*}{2} & -\frac{\sin\theta^*}{\sqrt{2}} & \frac{1-\cos\theta^*}{2} \\ \frac{\sin\theta^*}{\sqrt{2}} & \cos\theta^* & -\frac{\sin\theta^*}{\sqrt{2}} \\ \frac{1-\cos\theta^*}{2} & \frac{\sin\theta^*}{\sqrt{2}} & \frac{1+\cos\theta^*}{2} \end{pmatrix} \tag{A.2}$$

A l'approximation $SCHC$, la matrice densité de spin $\rho_{mm'}$ peut se réduire à la forme [40, 41] :

$$\rho^{SCHC} = \frac{1}{1+(\varepsilon+\delta)R} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{8}}Ke^{i\delta}e^{-i\Phi} & -\frac{1}{2}\varepsilon e^{-2i\Phi} \\ \frac{1}{\sqrt{8}}Ke^{-i\delta}e^{i\Phi} & (\varepsilon+\delta)R & -\frac{1}{\sqrt{8}}Ke^{-i\delta}e^{-i\Phi} \\ -\frac{1}{2}\varepsilon e^{2i\Phi} & -\frac{1}{\sqrt{8}}Ke^{i\delta}e^{i\Phi} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \tag{A.3}$$

où le paramètre de polarisation ε est défini à l'équation 1.17, δ est la phase entre les amplitudes d'hélicité T_{00} et T_{11} (voir eq. 1.24), R est le rapport σ_L/σ_T et K est défini par :

$$K = \sqrt{2\varepsilon R(1+\varepsilon+2\delta)} \tag{A.4}$$

De plus, la relation suivante relie $M_1(10)$ et $M_1(-10)$ [38] :

$$M_a(\lambda_\alpha \lambda_\beta) = \eta_\alpha \eta_\beta \eta_d (-1)^{s_a - s_\alpha - s_\beta} M_a(-\lambda_\alpha - \lambda_\beta) \tag{A.5}$$

où η_n représente la parité de la particule n. Ainsi, on a que $|M_1(10)|^2 = |M_1(-10)|^2$. Malheureusement, aucune relation ne lie $M_1(10)$ et $M_1(00)$. La formule finale nous laisse donc avec deux paramètres caractérisant la désintégration : $|M_1(00)|^2$ est la probabilité d'avoir un méson ρ polarisé longitudinalement et $|M_1(10)|^2$ est la probabilité d'avoir un méson ρ transverse.

En développant tout le calcul de $W(\cos\theta^*, \varphi, \Phi)$ où la dépendance en Φ apparaît dans la matrice $\rho_{mm'}$, et en posant $\Psi = \Phi - \varphi$, on obtient la formule suivante :

$$\begin{aligned} W(\theta^*, \Psi) &= \frac{3}{4\pi} \frac{1}{1 + (\varepsilon + \delta) R} \\ &\quad \{ \; |M_1(00)|^2 \; [\; \frac{1}{2} \sin^2\theta^* + (\varepsilon + \delta) R \cos^2\theta^* \\ &\quad - \frac{K}{2} \sin 2\theta^* \cos\Psi \cos\delta + \varepsilon \frac{\sin^2\theta^*}{2} \cos 2\Psi \;] \\ &\quad + |M_1(10)|^2 \; [\; \frac{1}{2}(1 + \cos^2\theta^*) + (\varepsilon + \delta) R \sin^2\theta^* \\ &\quad + \frac{K}{2} \sin 2\theta^* \cos\Psi \cos\delta - \varepsilon \frac{\sin^2\theta^*}{2} \cos 2\Psi \;] \; \} \end{aligned} \tag{A.6}$$

Notons que si on avait eu une particule de spin 1 se désintégrant en deux particules de spin 0, seul $|M_1(00)|^2$ aurait été non nul. On se rapporte alors bien à la formule trouvée dans le cas de la désintégration du méson ρ à l'approximation $SCHC$ (voir eq. 1.25) [41].

Nous avons implémenté la formule (A.6) dans le code du générateur DIFFVM [36,92], modifiant la routine associée à la désintégration du méson ρ'. En plus des modes de désintégration $\rho' \to \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ et $\rho' \to \rho^0\pi^+\pi^-$ déjà présents, nous avons introduit le mode $\rho' \to \rho^\pm\pi^\mp\pi^0$. Comme précédemment, les impulsions des particules sont générées de façon aléatoire dans l'espace des phases disponible après avoir déterminé les masses des particules issues de la désintégration. Dans le cas du méson ρ, sa masse est à présent générée suivant une Breit-Wigner non-relativiste. A partir de boosts et de rotations de toutes les impulsions, nous définissons les angles θ^* (angle polaire du méson ρ dans le référentiel au repos du méson ρ') et Ψ (angle entre les plans de désintégration du méson ρ' et de diffusion de l'électron, dans le référentiel du centre de masse $\gamma^* p$). On génère alors par une méthode de réjection des événements suivant la formule A.6, où $M_1(00)$, $M_1(10)$ et $\cos\delta$ sont des paramètres choisis par l'utilisateur.

On peut ensuite étudier la désintégration angulaire du méson ρ. Pour cela, on définit deux nouveaux angles : θ' et φ' qui sont les angles polaire et azimutal du méson π chargé dans le référentiel au repos du méson ρ. On tire aléatoirement un nombre entre 0 et 1. Si celui-ci est inférieur à $M_1(00)$, le méson ρ est polarisé longitudinalement et dans ce cas, le méson π chargé est produit suivant une distribution en $\cos^2\theta'$. Dans le cas contraire, le méson ρ est polarisé transversalement et le méson π chargé suit une distribution en $\sin^2\theta'$. Dans tous les cas, la production est uniforme en φ'.

Annexe B

Expression des éléments de matrice en fonction des amplitudes d'hélicité

Dans cette annexe, nous complètons l'équation 1.20 en donnant l'expression des 9 éléments de matrice restant, en fonction des amplitudes d'hélicité $T_{\lambda_\rho \lambda_\gamma}$.

$$\mathrm{Re}\, r^{04}_{10} = \frac{1}{N}\,\mathrm{Re}\,\left[\frac{1}{2}\left(T_{11}T^{\dagger}_{01} - T_{1-1}T^{\dagger}_{01}\right) + \epsilon\, T_{10}T^{\dagger}_{00}\right] \qquad \text{(B.1)}$$

$$\mathrm{Re}\, r^{1}_{10} = \frac{1}{2N}\,\mathrm{Re}\,\left(T_{1-1}T^{\dagger}_{01} - T_{11}T^{\dagger}_{01}\right) \qquad \text{(B.2)}$$

$$r^{1}_{1-1} = \frac{1}{2N}\left(|T_{11}|^2 + |T_{1-1}|^2\right) \qquad \text{(B.3)}$$

$$\mathrm{Im}\, r^{2}_{10} = \frac{1}{2N}\,\mathrm{Im}\,\left[i\left(T_{1-1}T^{\dagger}_{01} + T_{11}T^{\dagger}_{01}\right)\right] \qquad \text{(B.4)}$$

$$\mathrm{Im}\, r^{2}_{1-1} = \frac{1}{2N}\,\mathrm{Im}\,\left[i\left(|T_{1-1}|^2 - |T_{11}|^2\right)\right] \qquad \text{(B.5)}$$

$$\mathrm{Re}\, r^{5}_{10} = \frac{1}{2\sqrt{2}N}\mathrm{Re}\,\left(2T_{10}T^{\dagger}_{01} + T_{11}T^{\dagger}_{00} - T_{1-1}T^{\dagger}_{00}\right) \qquad \text{(B.6)}$$

$$r^{5}_{1-1} = \frac{1}{2\sqrt{2}N}\left(T_{10}T^{\dagger}_{1-1} - T_{11}T^{\dagger}_{10} - T_{10}T^{\dagger}_{11} + T_{1-1}T^{\dagger}_{10}\right) \qquad \text{(B.7)}$$

$$\mathrm{Im}\, r^{6}_{10} = \frac{-1}{2\sqrt{2}N}\mathrm{Re}\,\left(T_{11}T^{\dagger}_{00} + T_{1-1}T^{\dagger}_{00}\right) \qquad \text{(B.8)}$$

$$\mathrm{Im}\, r^{6}_{1-1} = \frac{1}{2\sqrt{2}N}\mathrm{Re}\,\left(T_{10}T^{\dagger}_{1-1} + T_{11}T^{\dagger}_{10} + T_{10}T^{\dagger}_{11} + T_{1-1}T^{\dagger}_{10}\right) \qquad \text{(B.9)}$$

Annexe C

Les fonctions de Bessel

Dans cette annexe, nous reprenons les caractéristiques générales des fonctions de Bessel [108–112].

C.1 Equation de Bessel

Les solutions générales de l'équation de Bessel [108–112]

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2}+x\frac{dy}{dx}+(x^2-\nu^2)y=0 \tag{C.1}$$

s'écrivent sous la forme

$$y(x)=a_0J_\nu(x)+a_1Y_\nu(x) \tag{C.2}$$

où a_0 et a_1 sont des constantes.

La fonction J_ν est nommée fonction de Bessel de première espèce d'ordre ν :

$$J_\nu(x)=\sum_{r=0}^{\infty}\frac{(-1)^r}{r!\,\Gamma(\nu+r+1)}(\frac{x}{2})^{\nu+2r} \tag{C.3}$$

où la fonction Γ de Euler est définie par

$$\Gamma(s)=\int_0^{\infty}t^{s-1}e^{-t}dt \tag{C.4}$$

et a comme propriété : $s\Gamma(s)=\Gamma(s+1)$. La série C.3 converge absolument et uniformément pour toutes les valeurs de la variable x et de l'indice ν [109]. Pour des valeurs de ν entières positives et non nulles, $n=\nu$, elle se ramène à la forme :

$$J_n(x)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\cos(nt-x\sin(t))dt \tag{C.5}$$

qui est la représentation intégrale de la forme de Bessel et Schaefli [109]. De plus, lorsque n est un nombre entier [108],

$$J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x). \tag{C.6}$$

La fonction Y_ν est nommée fonction de Bessel de seconde espèce d'ordre ν (ou fonction de Neumann). Elle est reliée aux fonctions J_n et J_{-n} par la relation :

$$Y_\nu(x) = \frac{\cos(\nu\pi) J_\nu(x) - J_{-\nu}(x)}{sin(\nu\pi)}. \tag{C.7}$$

Les combinaisons $H_\nu^{(1)} = J_\nu + iY_\nu$ et $H_\nu^{(2)} = J_\nu - iY_\nu$ sont appelées les fonctions de Bessel de troisième espèce ou fonctions de Hankel. Les fonctions Y_ν, $H_\nu^{(1)}$ et $H_\nu^{(2)}$ gardent leur signification à la limite où ν tend vers une valeur entière [109].

Remarquons que les solutions de l'équation C.1 satisfont les formules de récurrence [108, 109] :

$$y_{\nu-1}(x) + y_{\nu+1}(x) = \frac{2\nu}{x} y_\nu(x) \tag{C.8}$$

$$y_{\nu-1}(x) - y_{\nu+1}(x) = 2\frac{dy_\nu(x)}{dx}. \tag{C.9}$$

C.2 Equation de Bessel modifiée

L'équation de Bessel modifiée [108–112]

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - (x^2 + \nu^2) y = 0 \tag{C.10}$$

a comme solution

$$y(x) = a_0 I_\nu(x) + a_1 K_\nu(x) \tag{C.11}$$

où a_0 et a_1 sont des constantes.

La fonction I_ν est la fonction de Bessel modifiée de première espèce d'ordre ν [109]

$$I_\nu(x) = i^{-\pi\nu i/2} J_\nu(ix) \tag{C.12}$$

et K_ν est la fonction de Bessel modifiée de seconde espèce d'ordre ν ou fonction de Hankel modifiée :

$$K_\nu(x) = \frac{i\pi}{2} e^{\pi\nu i/2} H_\nu^{(1)}(ix) \tag{C.13}$$

avec $K_{-\nu} = K_\nu$. Elle est parfois également référencée sous le nom de fonction de MacDonald [109] et définie par

$$K_\nu(x) = \frac{\pi}{2} \frac{I_{-\nu}(x) - I_\nu(x)}{\sin(\nu\pi)} \tag{C.14}$$

Ces deux fonctions satisfont aux formules de récurrence suivantes [108] :

$$I_{\nu-1}(x) - I_{\nu+1}(x) = \frac{2\nu}{x} I_\nu(x) \quad (C.15)$$

$$I_{\nu-1}(x) + I_{\nu+1}(x) = 2\frac{dI_\nu(x)}{dx} \quad (C.16)$$

$$K_{\nu-1}(x) - K_{\nu+1}(x) = -\frac{2\nu}{x} K_\nu(x) \quad (C.17)$$

$$K_{\nu-1}(x) + K_{\nu+1}(x) = -2\frac{dK_\nu(x)}{dx}. \quad (C.18)$$

C.3 Quelques propriétés

Sous la forme de Poisson [109], on a

$$J_\nu(x) = \frac{x^\nu}{A_\nu}\int_{-1}^{1} e^{\pm ixt}(1-t^2)^{\nu-\frac{1}{2}}dt \quad (C.19)$$

$$\text{avec } A_\nu = 2^\nu \Gamma(\nu+\frac{1}{2})\Gamma(\frac{1}{2}) \quad (C.20)$$

valable pour $Re(\nu + 1/2) > 0$. On a également que

$$K_\nu(x) = \frac{A_\nu x^\nu}{\pi}\int_{1}^{\infty} e^{-xt}(t^2-1)^{\nu-\frac{1}{2}}dt \quad (C.21)$$

pour $Re(x) > 0$ et $Re(\nu + 1/2) > 0$. La fonction K_ν est également reliée à la fonction de Bessel J_ν par [63] :

$$\epsilon K_\nu(x\epsilon) = \int_0^\infty dt\; t^{\nu+1}\frac{J_\nu(xt)}{t^2+\epsilon^2} \quad (C.22)$$

Les développements asymptotiques de ces fonctions sont les suivants [108, 112]

$$J_\nu(x) \simeq \sqrt{\frac{2}{\pi x}}\{[1 - \frac{(4\nu^2-1^2)(4\nu^2-3^2)}{2!\,(8x)^2} + ...]\cos(x - \frac{\pi}{4} - \nu\frac{\pi}{2}) - [\frac{(4\nu^2-1^2)}{1!\,8x} - ...]\sin(x - \frac{\pi}{4} - \nu\frac{\pi}{2})\} \quad (C.23)$$

$$Y_\nu(x) \simeq \sqrt{\frac{2}{\pi x}}\{[1 - \frac{(4\nu^2-1^2)(4\nu^2-3^2)}{2!\,(8x)^2} + ...]\sin(x - \frac{\pi}{4} - \nu\frac{\pi}{2}) - [\frac{(4\nu^2-1^2)}{1!\,8x} - ...]\cos(x - \frac{\pi}{4} - \nu\frac{\pi}{2})\} \quad (C.24)$$

$$I_\nu \simeq \frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}}[1 - \frac{(4\nu^2-1^2)}{1!\,8x} + \frac{(4\nu^2-1^2)(4\nu^2-3^2)}{2!\,(8x)^2} - ...] \quad (C.25)$$

$$K_\nu \simeq \frac{e^{-x}}{\sqrt{2\pi x}}[1 + \frac{(4\nu^2-1^2)}{1!\,8x} + \frac{(4\nu^2-1^2)(4\nu^2-3^2)}{2!\,(8x)^2} + ...]. \quad (C.26)$$

Pour les grandes valeurs de x [111], on a donc que

$$J_\nu(x) \simeq \sqrt{\frac{2}{\pi x}}\{\cos(x - \frac{\pi}{4} - \nu\frac{\pi}{2}) - \frac{(4\nu^2 - 1^2)}{8x}\sin(x - \frac{\pi}{4} - \nu\frac{\pi}{2})\}. \tag{C.27}$$

La fonction K_ν se comporte, elle, comme [110]

$$\frac{e^{-x}}{\sqrt{2\pi x}}. \tag{C.28}$$

Aux petites valeurs de x, utilisant la forme C.3, les fonctions de Bessel se comportent comme

$$\begin{aligned} J_0(x) &\simeq 1 - \frac{x^2}{4} && \text{(C.29)} \\ J_1(x) &\simeq \frac{x}{2} - \frac{x^3}{2^4} && \text{(C.30)} \\ J_2(x) &\simeq \frac{x^2}{8} - \frac{x^4}{8 \cdot 12} && \text{(C.31)} \end{aligned}$$

et les fonctions K_ν sont approximées par [109]

$$\begin{aligned} K_0(r) &\simeq -\ln(r) && \text{(C.32)} \\ K_\nu(r) &\simeq \frac{\Gamma(\nu)}{2}(\frac{2}{r})^\nu \quad \text{pour } \nu > 0. && \text{(C.33)} \end{aligned}$$

Notons également les valeurs des intégrales de K_0 et K_1 [31]

$$\begin{aligned} \int_0^\infty K_0(x)\,x^3 dx &= 4 && \text{(C.34)} \\ \int_0^\infty K_1(x)\,x^4 dx &= 16 && \text{(C.35)} \\ \int_0^\infty K_0(x)\,x^5 dx &= 64 && \text{(C.36)} \\ \int_0^\infty K_1(x)\,x^6 dx &= 384. && \text{(C.37)} \end{aligned}$$

Annexe D

La chaîne d'entraînement du déclencheur L2NN

Le déclencheur L2NN, agissant au second niveau du système de déclenchement de H1 [84,113], a été étudié afin d'implémenter un sous-système de déclenchement spécifique à la production de mésons ρ à grandes valeurs de t', processus rare étant donné la décroissance exponentielle en $|t|$ de la section efficace.

Basé sur le principe de réseau neuronal, le déclencheur L2NN utilise une fonction des variables d'entrée capable de séparer bruit de fond et événements physiques, le bruit de fond étant caractérisé par la valeur 0 de cette fonction et le signal physique par la valeur 1. Afin de déterminer quelle fonction le déclencheur L2NN doit utiliser, il est nécessaire de le faire passer par une chaîne d'entraînement [114]. Les grandes étapes de cette chaîne sont baptisées : "selnetsim" [115], "mixer" [116], "trainer" [117] et "tester" [118].

D.1 Selnetsim et mixer

La première étape (selnetsim [115]) consiste à calculer pour chaque événement les différentes variables utilisées par le L2NN [119]. La deuxième étape (mixer [116]) permet de mélanger deux ensembles d'événements, l'un contenant uniquement des événements de bruit de fond, l'autre constitué d'événements physiques, et de créer ainsi deux nouveaux ensembles mixtes de données : le premier pour l'entraînement du réseau, le second pour tester le réseau obtenu. A la sortie du mixer, les distributions des variables disponibles au L2NN peuvent être accédées. La comparaison des distributions de ces variables pour le bruit de fond et le signal physique permet de déterminer les variables significatives intervenant dans le réseau afin de différencier ces deux types d'événements. Le principal problème de cette étape résulte dans la construction de l'ensemble de bruit de fond. Il n'est pas possible de mettre en place un réseau neuronal si nous ignorons la nature du bruit de fond présent.

D.2 Trainer

La troisième étape de la chaîne d'entraînement [117] consiste à entraîner le réseau afin qu'il puisse construire au mieux une fonction permettant de séparer, uniquement à partir de la valeur prise pour cette fonction, les événements physiques et le bruit de fond. Le comportement du réseau dépend d'un ensemble de paramètres. Les plus importants sont les suivants :

1. le nombre d'epochs, c'est-à-dire le nombre de fois que le réseau passe sur l'ensemble des données d'entraînement,
2. le nombre de neurones intervenant,
3. la vitesse d'apprentissage (learning rate),
4. le nombre et le type des variables d'entrée.

Le principe de l'algorithme utilisé est de minimiser l'erreur carrée moyenne (MSE) de la différence entre la valeur de la fonction sortant du réseau et la valeur théorique (physique/bruit de fond). Un bon réseau est construit lorsque la MSE décroît avec le nombre d'epochs pour les données d'entraînement et atteint un minimum autour duquel elle se stabilise ensuite pour les données servant à tester le réseau. Une fois le minimum atteint, l'entraînement peut être arrêté. Si en faisant varier les différents paramètres, nous obtenons plusieurs bons réseaux, le meilleur sera choisi pour sa MSE la plus basse sur les données de test, ainsi que pour son efficacité physique la plus grande.

Un problème de sur-entraînement peut toutefois apparaître. Il se traduit en général par une distribution de MSE en fonction du nombre d'epochs pour les données test qui présente une croissance importante après être passée par un minimum. Ce problème peut également être découvert à partir d'un autre signe : un réseau qui donne de bons résultats sur les données d'entraînement mais des résultats très médiocres sur les données test est un réseau sur-entraîné. Afin d'éviter ce problème, une loi empirique reliant différents paramètres doit être satisfaite :

$$\text{(nombre de variables d'entrées +1) * nombre de neurones}$$
$$< \tfrac{1}{10} \text{ * nombre d'événements contenus dans le set des données d'entraînement.}$$

D.3 Tester

Le tester [118] sert à réaliser un test précis sur le réseau élaboré. A la sortie du tester, différentes distributions peuvent être étudiées. La distribution de la valeur de la fonction de sortie du réseau est représentée à la figure D.1a, on peut y observer le bruit de fond aux valeurs proches de zéro et les événements physiques aux valeurs proches de 1. En n'acceptant que les événements avec une valeur de la fonction de sortie supérieure à une certaine coupure, on réduit le nombre d'événements acceptés par le niveau 2. Pour une coupure de 0, l'efficacité physique est évidemment de 100% et l'efficacité de rejet du bruit de fond de 0%. La figure D.1b représente ces efficacités physique et de rejet en fonction de la coupure choisie pour notre réseau. La troisième distribution (figure D.1c) exprime l'efficacité physique en fonction de l'efficacité de rejet du bruit de fond.

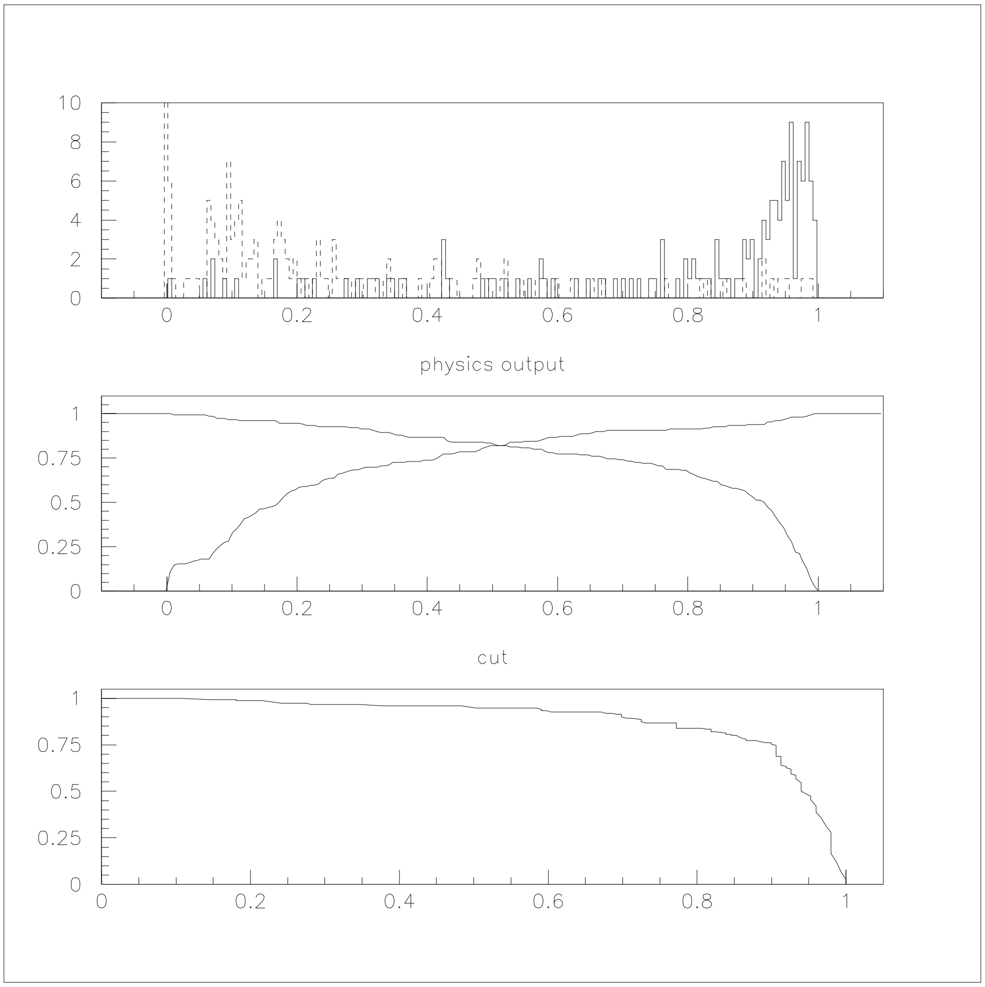


Figure D.1: a) Distribution de la valeur de la fonction de sortie pour les événements physiques (en traits pleins) et de bruit de fond (en traits discontinus), b) efficacité physique (maximale pour une coupure de 0) et efficacité de rejet du bruit de fond (minimale pour une coupure de 0) en fonction de la coupure choisie, c) efficacité physique en fonction de l'efficacité de rejet du bruit de fond.

D.4 Résultats

Cette étude du niveau 2 du système de déclenchement, basé sur un réseau neuronal, a débouché sur l'installation en octobre 1999 (à partir du run 257983) d'un sous-système de déclenchement adapté à la détection de mésons ρ et ϕ aux grandes valeurs de t' [120]. Ce sous-système a été conçu spécialement pour le cas où l'électron est détecté dans le calorimètre VLQ ("Very Low Q^2 calorimeter") [121].

Nous avons utilisé comme échantillon "physique" de départ 330 événements accumulés pendant l'année 1999, satisfaisant aux conditions de l'élément "$s111$" pour le niveau 1 du système de déclenchement :

$$VLQ\_high\_Or \ \ \&\& \ \ zVtx\_t0 \tag{D.1}$$

(c'est-à-dire la détection d'un amas d'énergie supérieure à 10 GeV dans le calorimètre VLQ et d'au moins une trace dans les chambres CIP et COP) et aux critères de sélection présentés à la table D.1.

$15 < E_{e(VLQ)} < 35$ GeV
2 traces de signe opposé
$20 < \theta_{tr} < 160°$
$\Delta\eta > 2.2$ unités
encmx(LAr) < 0.4 GeV
$0 < t' < 3\ \mathrm{GeV}^2$
$0.5 < M_{\pi\pi} < 1.2$ GeV ou $M_{KK} < 1.04$ GeV

Table D.1: Résumé de la sélection des événements de "physique".

Pour l'échantillon de bruit de fond, nous avons utilisé une période spéciale de prise de données en 1998 gardant tous les événements satisfaisant les conditions du niveau 1, quelles que soient les décisions prises aux autres niveaux du système de déclenchement. 330 événements satisfaisant aux conditions de l'élément "$s111$" (eq. D.1) ont ainsi été regroupés.

Les variables d'entrée que nous avons utilisées sont citées à la table D.2. Nous avons choisi d'accepter les événements avec une valeur de la fonction de ces variables supérieure à 0.7 de façon à réduire le taux d'événements acceptés par le niveau 2 à 0.4 Hz. L'efficacité de rejet du bruit de fond pour une telle coupure est de 80%, l'efficacité physique est, elle, de 70% (voir figure D.1). Ces caractéristiques sont données à la table D.3.

Nom de la variable	Définition
cpvsum	somme des entrées dans l'histogramme zvtx
cpvmax	maximum d'entrées dans l'histogramme zvtx
cpvpos	position du maximum d'entrées dans l'histogramme zvtx
trhineg	nombre de traces "DCrϕ" de charge négative et d'impulsion supérieure à 800 MeV
trhipos	nombre de traces "DCrϕ" de charge positive et d'impulsion supérieure à 800 MeV
trloneg	nombre de traces "DCrϕ" de charge négative et d'impulsion comprise entre 420 et 800 MeV
trlopos	nombre de traces "DCrϕ" de charge positive et d'impulsion comprise entre 420 et 800 MeV
trtot	nombre total de traces "DCrϕ"
laretot	énergie totale dans le calorimètre LAr
eifq0, eifq1, eifq2, eifq3	énergie dans les 4 quadrants de la partie avant (IF) du calorimètre LAr
nbigfwd,nbigfce, nbigbce,nbigbwd	nombre de BIG RAY (association trace-amas) dans 4 segments en θ du détecteur

Table D.2: Liste des variables d'entrée utilisées dans le réseau.

Eff. physique	70%
Eff. rejet du bruit de fond	80%
Coupure	0.7
déclenchement L1	s111
taux estimé	0.4 Hz

Table D.3: Caractéristiques du réseau neuronal installé.

Annexe E

Translation of chapter 2: Models of diffractive ρ meson production in Quantum Chromodynamics

In this chapter, we begin by presenting in section E.1 the basic ideas needed for the determination of the vector meson production cross section, $\gamma^{(*)} + p \rightarrow VM + p$, where VM is the produced vector meson. This cross section is directly related to that of the reaction $e + p \rightarrow e + VM + p$ through a flux factor. We then present several theoretical models, following more or less the chronological order of their appearance. The study of vector meson production by two gluon exchange is treated in section E.2. The more recent models presented in section E.3 consider the violation of s channel helicity conservation (SCHC), where the helicity of a particle is its spin projection onto its momentum direction: in the case of SCHC violation, the vector meson does not conserve the photon helicity, and these models provide predictions for helicity flip amplitudes.

E.1 Basic ideas

Different ideas are introduced in this section in order to prepare the presentation of theoretical models in the following sections. We begin by introducing the factorisation of the vector meson production cross section (section E.1.1), the light cone formalism and the Sudakov variables (section E.1.2). We then give an outline of possible definitions of the photon and meson wave functions (section E.1.3). We add some comments on the dipole-proton cross section (section E.1.4) and finish with the definition of some notations (section E.1.5).

E.1.1 Factorisation

Perturbative calculations in Quantum Chromodynamics require the presence of a “hard” scale. For vector meson production, this scale can be provided by large photon virtualities (large Q^2 values), large constituent quark masses, or large $|t|$ values.

However, the $\gamma^{(*)} + p \rightarrow VM + p$ interaction implies hadrons in the initial and final states: the incident and scattered protons and the vector meson. The description of such quark and gluon bound states is not perturbative, and they must thus be separated from the perturbative calculation. This is possible thanks to the factorisation theorem proven by Collins, Frankfurt and Strikman [59].

The factorisation theorem applies to vector meson production by longitudinally polarised virtual photons [1] in the kinematical region: $Q^2 \gg \Lambda^2_{QCD}$, $|t| \sim \Lambda^2_{QCD}$ and $M^2_{VM} \ll W^2$. It states that the vector meson production amplitude is given by the matrix element

$$\mathcal{M} = \sum_{i,j} \int_0^1 dz \int dx' \; f_{i/p}(x', x'-x, t, \mu) \; H_{ij}(\frac{x'Q^2}{x}, z, \mu) \; \Phi^V_j(z, \mu) \; + ... \tag{E.1}$$

The $f_{i/p}$ functions are the non-diagonal or generalised parton density functions. They account for the fact that the two partons in the hard interaction do not carry the same longitudinal momentum (x' and $x'-x$), x being the Bjorken variable. These distribution functions reduce to the usual $f_{i/p}(x, \mu)$ parton density functions for $t = 0$ and when the momentum fractions carried by the two partons become equal. The H_{ij} factor is the hard scattering function and Φ^V_j is the wave function of the vector meson VM in the light cone formalism (see section E.1.3). The z variable is the longitudinal momentum fraction of the vector meson carried by the quark j entering the vector meson. The sum applies to the parton types i, j connecting H_{ij} to the parton density $f_{i/p}$ and to the meson wave function Φ^V_j. The μ parameter in equation E.1 is the renormalisation and factorisation scale and it should be of the order Q for H_{ij} to be calculable. The "..." indicate that additional corrections are suppressed by power arguments. The factorisation theorem, illustrated by figure E.1, is valid to all orders, as demonstrated by Collins, Frankfurt and Strikman in the Breit frame, where the photon is purely space-like: (E,p_x,p_y,p_z)=(0,0,0,$-Q$= $-2x\ p^{Breit}$), p^{Breit} being the proton 4-momentum in this frame.

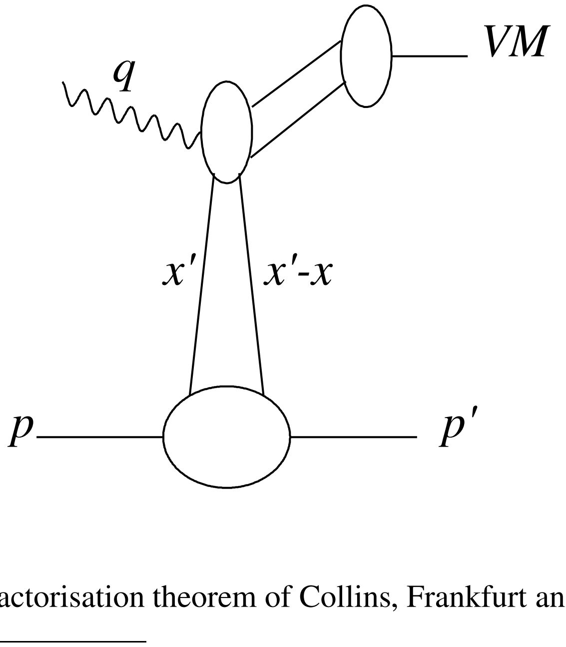


Figure E.1: Factorisation theorem of Collins, Frankfurt and Strikman.

---

[1] There is no factorisation for resolved photons.

Vector meson production can also be conveniently discussed in the proton rest frame. At high energy, the process factorises into the convolution illustrated by figure E.2:

1. the photon fluctuates into a quark-antiquark ($q\bar{q}$) pair of wave function $\Psi^{\gamma}_{q\bar{q}}$, forming a color dipole;
2. the $q\bar{q}$ dipole interacts with the proton color field ($H_{q\bar{q}+p}$);
3. the $q\bar{q}$ pair recombines into vector meson of wave function $\Psi^{V}_{q\bar{q}}$:

$$\mathcal{M}(\gamma + p \to VM + p) \;=\; \Psi^{\gamma}_{q\bar{q}} \otimes H_{q\bar{q}+p} \otimes \Psi^{V}_{q\bar{q}}. \tag{E.2}$$

The short ($H_{q\bar{q}+p}$) and large distance ($\Psi^{\gamma}_{q\bar{q}}$ and $\Psi^{V}_{q\bar{q}}$) processes are thus separated, as implied by the different time scales: the typical $\gamma \to q\bar{q}$ fluctuation time and the vector meson formation time are much longer than the hard interaction time with the proton.

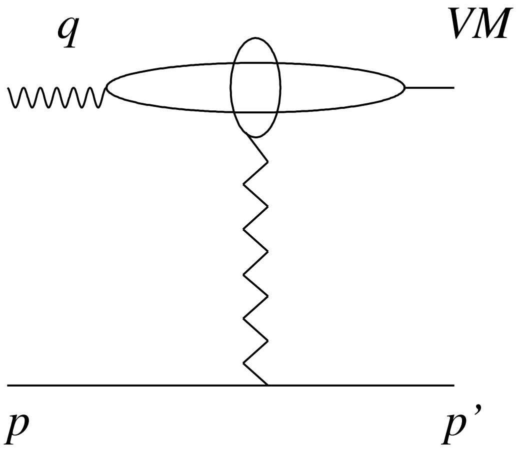


Figure E.2: Vector meson production.

E.1.2 Light cone formalism and Sudakov variables

Light cone formalism

In the light cone formalism [60], the particle 4-momentum is expressed as a “large” longitudinal component p^+, a “small” longitudinal component p^- and a transverse two-dimensional component $\vec{p_t}$, defined in the chosen frame (Breit frame or proton rest frame):

$$p^{\pm} = p^0 \pm p^3, \tag{E.3}$$

and

$$\begin{aligned} p^\mu &= (p^+, p^-, \vec{p_t}) = (p^+, \frac{p_t^2 + m^2}{p^+}, \vec{p_t}) && \text{(E.4)} \\ p^2 &= p^+p^- - p_t^2 = m^2 && \text{(E.5)} \end{aligned}$$

where m is the particle mass, and 4-momentum product is given by:

$$p \cdot k = \frac{1}{2}(p^+k^- + p^-k^+) - \vec{p_t} \cdot \vec{k_t}. \qquad \text{(E.6)}$$

In the light cone perturbative approach, time ordered graph calculation is based on 10 rules:

1. Each line carries a momentum k^μ, such that a) k^+ and k_t are conserved at each vertex, b) $k^2 = m^2$, i.e. particles on mass shell.

2. A factor $\theta(k^+)$ is attached to each line.

3. A factor $d_{\mu\nu}/k^+$ is attached to each gluon or vector boson line, where $d_{\mu\nu}$ implies the sum over polarisations.

4. Vertices coupling to gluons and fermions are given by

   $$\begin{array}{cc} e_0 \frac{\bar{u}(k)}{\sqrt{k^+}} \gamma^\mu \frac{u(l)}{\sqrt{l^+}}, & e_0 \frac{\bar{u}(k)}{\sqrt{k^+}} \gamma^\mu \frac{v(l)}{\sqrt{l^+}}, \\ -e_0 \frac{\bar{v}(k)}{\sqrt{k^+}} \gamma^\mu \frac{u(l)}{\sqrt{l^+}}, & -e_0 \frac{\bar{v}(k)}{\sqrt{k^+}} \gamma^\mu \frac{v(l)}{\sqrt{l^+}}, \end{array} \qquad \text{(E.7)}$$

   where e_0 is the charge, and u ($\bar{u}$) is an incoming (outgoing) fermion and v ($\bar{v}$) an antifermion.

5. A specific rule concerns vertices coupling to three and four gluons (see [60]).

6. Each intermediated state gets a factor

   $$\frac{1}{\sum_{inc} k^- - \sum_{interm} k^- + i\epsilon}, \qquad \text{(E.8)}$$

   where the first sum is over k^- light cone "energies" for incident states ("inc"), and the second for intermediated particles ("$interm$").

7. In the light cone gauge defined by $\eta \cdot A = A^+ = 0$, no ghosts appear, which is not the case in the Feynman gauge.

8. Fermion propagators get an instantaneous part ($\gamma^+/2k^+$), similar to gluon propagators. This leads to the usual Feynmam perturbation theory propagator ($\not{k} + m$).

9. Integrations are performed over each independent momentum ($\int_0^\infty dk^+ \int k_t^2/16\pi^3$) and summation is performed over each intermediate particle spin and polarisation.

10. Color factors are computed as for covariant diagrams.

Sudakov variables

In the Sudakov decomposition, the momentum l of a particle is written as:

$$l_i = \alpha_i q' + \beta_i p' + \vec{l}_{i,t} \tag{E.9}$$

where p' and q' are the light cone momenta of the proton and the photon, respectively:

$$p'^2 = q'^2 = 0 \quad , \quad W^2 = 2p' \cdot q', \tag{E.10}$$
$$p = p' + \alpha_p q' \quad , \quad q = q' + \beta_\gamma p', \tag{E.11}$$
$$\alpha_p = m_p^2/W^2 \quad , \quad \beta_\gamma = -Q^2/W^2. \tag{E.12}$$

E.1.3 Wave functions

Photon wave function

With the kinematics illustrated in figure E.3, where q^μ, k^μ and $(q-k)^\mu$ stand, respectively,

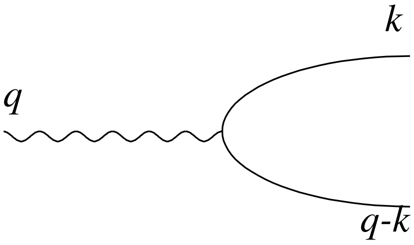


Figure E.3: Photon wave function.

for the photon, quark and antiquark momenta in the moving photon frame, the photon wave function in the light cone formalism is:

$$\Psi^\gamma = e\, e_f \,\frac{\bar{u}(k)}{\sqrt{k^+}}\; \frac{\gamma \cdot \epsilon^\gamma}{q^- \,-\, (k^- \,+\, (q-k)^-)}\; \frac{v(q-k)}{\sqrt{(q-k)^+}}. \tag{E.13}$$

Here, e and e_f are, respectively, the charges of the proton and of the quark of flavour f and mass m, and ϵ^γ is the photon polarisation vector. Using the definition $q = (q^+, q^-, \vec{q}_t) = (q^+, -Q^2/q^+, \vec{0})$ with $Q^2 = -q^2 = -q^+q^-$ and putting $k^+/q^+ = z$, we get:

$$\begin{aligned} q^- \,-\, (k^- \,+\, (q-k)^-) &= q^- \,-\, \frac{k_t^2 \,+\, m^2}{k^+} - \frac{k_t^2 \,+\, m^2}{(q-k)^+} \\ &= -\frac{1}{q^+}\{Q^2 \,+\, \frac{k_t^2 \,+\, m^2}{z(1-z)}\}. \end{aligned} \tag{E.14}$$

The photon wave function thus becomes

$$\Psi^\gamma = -e\, e_f \,\frac{\bar{u}(k)\;\gamma \cdot \epsilon^\gamma\; v(q-k)}{\sqrt{z(1-z)}\{Q^2 \,+\, \frac{k_t^2 \,+\, m^2}{z(1-z)}\}}. \tag{E.15}$$

The polarisation vector ϵ^γ has a longitudinal and a transverse part:

$$\begin{aligned} \epsilon^\gamma(L) &= (\frac{q^+}{Q}, \frac{Q}{q^+}, \vec{0}_t), \\ \epsilon^\gamma(T) &= (0, 0, \vec{\epsilon}_t^{\,\gamma}). \end{aligned} \tag{E.16}$$

For a purely longitudinal photon, using the normalisation [60]

$$\bar{u_\lambda}(k)\gamma^+ v_{\lambda'}(q-k) = 2\sqrt{k^+(q-k)^+}\delta_{\lambda,-\lambda'} \tag{E.17}$$

and current conservation [61]

$$q_\mu \bar{u_\lambda}\gamma^\mu v_{\lambda'} = 0, \tag{E.18}$$

one gets the wave function

$$\Psi_L^\gamma(z, k_t) = -2\, e\, e_f\, Q \frac{\delta_{\lambda,-\lambda'}}{Q^2 + \frac{k_t^2 + m^2}{z(1-z)}}. \tag{E.19}$$

This form is used by Brodsky *et al.* [29] and by Ivanov and Kirschner [31].

Frankfurt *et al.* [30, 62] use the longitudinal photon wave function in the impact parameter space:

$$\Psi_L^\gamma(z, r) = -2ee_f\, Q\, z(1-z)\, K_0(\epsilon r), \tag{E.20}$$

where

$$\epsilon^2 = Q^2 z(1-z) + m^2 \tag{E.21}$$

and r is the transverse distance between the quark and the antiquark, i.e. the difference between the impact parameters of the quark and the antiquark. K_0 is a modified Bessel function, i.e. a Hankel function with imaginary argument (see appendix C).

Using the normalisation [31]:

$$\sqrt{z(1-z)}\bar{u_\lambda}\epsilon_t^\gamma v_{\lambda'} = \delta_{\lambda,-\lambda'}\{(1-2z) \mp \lambda\}(\vec{\epsilon_t}^{\gamma} \cdot \vec{k_t}), \tag{E.22}$$

one gets for a purely transverse photon:

$$\Psi_T^\gamma(z, r) = \mp i e e_f Q \sqrt{z(1-z)}\, \delta_{\lambda,-\lambda'}\{(1-2z) \mp \lambda\}(\vec{\epsilon_t}^{\gamma} \cdot \frac{\vec{r}}{r})\, K_1(\epsilon r), \tag{E.23}$$

where K_1 is also a modified Bessel function.

These photon wave functions (eq. E.20 and E.23) were introduced by Nikolaev and Zakharov [63] for discussing the $\sigma_{\gamma N}$ cross section. In [63], they appear in a square form:

$$|\Psi_L^\gamma(z, r)|^2 = \frac{6\alpha_{em}}{(2\pi)^2} \sum_{quarks} e_f^2\, 4\, Q^2\, z^2(1-z)^2 [K_0(\epsilon\, r)]^2, \tag{E.24}$$

$$|\Psi_T^\gamma(z, r)|^2 = \frac{6\alpha_{em}}{(2\pi)^2} \sum_{quarks} e_f^2\, \{[z^2 + (1-z)^2]\epsilon^2 [K_1(\epsilon\, r)]^2 + m^2 [K_0(\epsilon\, r)]^2\}. \tag{E.25}$$

Note that some models [30, 31] put the quark current mass m to zero.

Meson wave function

For heavy vector mesons (J/Ψ, Υ), non-relativistic wave functions are used [28]. The quark and antiquark share equally the vector meson momentum and the wave function is:

$$\Psi^V(z, k_t) = \delta^{(2)}(k_t)\delta(z - 1/2) \tag{E.26}$$

where z is the photon longitudinal momentum fraction carried by the quark, $(1 - z)$ that carried by the antiquark, and k_t their transverse momentum. In other words, the quark and antiquark have no Fermi momentum (internal momentum) in the vector meson. The VM coupling to the $q\bar{q}$ pair is given by

$$g(\not{k} + m)\gamma_\mu, \quad \not{k} = k_\alpha \gamma^\alpha \tag{E.27}$$

where

$$g^2 = \frac{3\,\Gamma_{ee}^{VM}\,M_{VM}}{64\,\pi\,\alpha_{em}^2} \tag{E.28}$$

and Γ_{ee}^{VM} is the $VM \to ee$ decay width.

This non-relativistic wave function does not apply to the light quark case. Several groups have introduced a Fermi momentum [29,30,62,64,65]. For example, Frankfurt *et al.* [30] write the wave function as;

$$\Psi^V(z, r) = z(1 - z)\;\mu\;r\;K_1(\mu r), \tag{E.29}$$

where $\mu/\sqrt{2} = \sqrt{\langle k_t^2 \rangle}$ represents the mean transverse momentum of the quark and r is the transverse distance between the quarks of the dipole. Ivanov and Kirschner [31] derive the meson wave function from that of the photon, with a faster mass decrease (see eq. E.82 and E.83).

The choice of the meson wave function is a major difference between models.

Remark on the ratio σ_L/σ_T

The amplitude E.2 is proportional to the products $\gamma \cdot \epsilon^\gamma$ and $\gamma \cdot \epsilon^V$. The photon polarisation vector ϵ^γ is given by equation E.16. The meson polarisation vector ϵ^V is given by:

$$\begin{aligned} \epsilon^V(L) &= \left(\frac{q^+ + \Delta^+}{M_{VM}}, -\frac{M_{VM}}{q^+ + \Delta^+}, \vec{0}_t\right), \\ \epsilon^V(T) &= (0, 0, \vec{\epsilon}_t^{\,V}), \end{aligned} \tag{E.30}$$

where Δ^μ is the momentum transfer at the proton vertex. Using current conservation valid for the sum over all diagrams and supposing for the vector meson a spin structure behaviour similar to the photon [2], one gets for the longitudinal contribution:

$$L\;:\;\gamma^\mu \epsilon_\mu^\gamma\;\gamma^\nu \epsilon_\nu^V = \frac{Q}{M_{VM}}(\gamma^+\gamma^-)\frac{q^+ + \Delta^+}{q^+}. \tag{E.31}$$

---

[2] This is the case in the Brodsky *et al.* model [29] or in the non-relativistic approximation.

To obtain this results, one also neglects the vector meson transverse momentum. The amplitude $\mathcal{M}_L$ for longitudinal meson production by longitudinal photons thus brings a factor Q/M_{VM} relative to the amplitude $\mathcal{M}_T$ for transversely polarised meson production by transverse photons. For the ratio R of the cross sections for meson production by longitudinal and transverse photons, we thus get

$$R = \sigma_L/\sigma_T = \mathcal{M}_L^2/\mathcal{M}_T^2 \propto \frac{Q^2}{M_{VM}^2}. \tag{E.32}$$

E.1.4 The dipole-proton cross section $H_{q\bar{q}+p}$

The zig-zag line on figure E.2 can be described at leading order in QCD by two gluon exchange [3]. The coupling of the two gluons to the proton may be identified, at the leading $\log(Q^2)$ approximation, to the usual (diagonal) gluon distribution in the proton [28, 29] (see sections E.2.1 and E.2.2).

The dipole-proton cross section is indeed given by [63, 66]

$$H_{q\bar{q}+p}(r) = \frac{16}{3}\alpha_S(r)\int d^2l_t \frac{V(l_t)[1-e^{il_t\cdot r}]}{(l_t^2+\mu_G^2)^2}\alpha_S(l_t^2), \tag{E.33}$$

where r is the transverse distance between the two quarks and l_t is the transverse momentum of the exchanged gluons. The parameter $\mu_G = 1/R_c$ is the effective gluon mass which ensures that color forces do not propagate outside the confinement radius R_c. The gluon-gluon-nucleus vertex function is given by $V(l_t) = 1 - \mathcal{F}_{ch}(3l_t^2)$ where $\mathcal{F}_{ch}$ is the charge proton form factor. The main contribution $G(x, Q^2)$ to the gluon density perturbatively generated from the nucleon, with $x \ll 1$ and $0 < l_t^2 < Q^2$, is given by

$$G(x, Q^2) = \frac{4}{\pi\, x}\int_0^{Q^2} \frac{dl_t^2 l_t^2}{(l_t^2+\mu_G^2)^2}\alpha_S(l_t^2)V(l_t), \tag{E.34}$$

and thus

$$H_{q\bar{q}+p}(x, r) = \frac{4\pi}{3}\alpha_S(r)\int \frac{dl_t^2}{l_t^4}(1-e^{il_t\cdot r})\frac{d(xG(x, l_t^2))}{d\log l_t^2}. \tag{E.35}$$

In [64], Nemchik *et al.* write the dipole-proton cross section as:

$$H_{q\bar{q}+p}(x, r) = \frac{\pi^2 r^2}{3}\int \alpha_S(l_t^2)\,\frac{dl_t^2}{l_t^2}\,\frac{4(1-J_0(l_t r))}{(l_t r)^2}\,\frac{d(xG(x, l_t^2))}{d\log l_t^2}. \tag{E.36}$$

Since the function $f(y) = 4[1-J_0(y)]/y^2$ can be qualitatively approximated as $f(y) \simeq \theta(\sqrt{A}-y)$ with $A \simeq 10$ [67], we find for small distances $r \ll R_c$ that [68]

$$H_{q\bar{q}+p}(x, r) = \frac{\pi^2}{3}\, r^2\, \alpha_S(Q_{eff}^2)\, xG(x, Q_{eff}^2) \tag{E.37}$$

where $x = (Q^2+M_{VM}^2)/W^2$ and $Q_{eff}^2 \sim A/r^2$. Note that Frankfurt *et al.* [30] have determined the value of A from a numerical analysis of the σ_L cross section, requesting $G(x, Q^2)$ to be

---

[3] This can be extended to a Lipatov gluon scale.

the usual gluon density computed at the leading logarithm approximation in $\alpha_S \ln(Q^2/\Lambda^2_{QCD})$. They find the value $A = 9.2$ [30], of the same order as the value 10 in [67].

For large dipoles, $r \geq R_c$, $J_0(kr)$ can be neglected in the integrand, the dipole cross section saturates, and it is equivalent to

$$H_{q\bar{q}+p}(\nu, r) = \frac{4\pi^2}{3} \int \alpha_S(l_t^2) \frac{dl_t^2}{l_t^4} \frac{d(xG(x, l_t^2))}{d \log l_t^2}. \tag{E.38}$$

Using equation E.37, since $\mathcal{M}$ is given by formula E.2 with the normalisation

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{16\pi W^4} |\mathcal{M}|^2, \tag{E.39}$$

one thus finds that the $\gamma^{(*)}p \to VM + p$ cross section is proportional to $|xG(x, Q^2_{eff})|^2$.

All models presented in this chapter lead to a cross section proportional to the square of the gluon density, but they differ by the choice of the scale at which this density is taken. Ryskin [28] uses the scale $(Q^2 + M^2_{VM})/4$ for the J/Ψ meson. Brodsky *et al* [29] use the scale Q^2 for light vector mesons. After them, Frankfurt, Koepf et Strikman [30] modify this scale in order to take into account the rescaling of the hard process (see section E.2.3). Martin, Ryskin and Teubner [48] take into account for ρ meson production the longitudinal momentum sharing by the quarks in the dipole and their transverse momentum: $z(1 - z)Q^2 + k_t^2$. Ivanov and Kirschner [31] choose $z(1 - z)Q^2$ for light mesons, neglecting k_t^2. The scale used by Kuraev, Nikolaev and Zakharov [32] is of the order of $(0.10 - 0.25)(Q^2 + M^2_{VM})$ after integration of $z(1-z)Q^2+m_q^2$ on z, m_q being the quark constituent mass. All these choices are not necessarily contradicting, since they depend on the relevant approximations. It is however not possible to determine, with the present precision of the calculations, the actual scale of the process [69].

E.1.5 Notations

Let us now fix some notations which will often be used in this chapter. The photon with 4-momentum q fluctuates into a quark and antiquark pair, of momenta k and $q - k$, of transverse momentum k_t, and carrying fractions z and $1 - z$ of the photon longitudinal momentum. The incident proton carries 4-momentum p and the scattered proton $p' = p - \Delta$, where Δ is the 4-momentum transfer ($\Delta^2 = t$). The exchanged gluons have 4-momenta l and l' and the vector meson of mass M_{VM} and width Γ_{VM} carries 4-momentum $q^V = q + \Delta$. The kinematics is given by the photon virtuality Q^2, the square t of the 4-momentum transfer to the proton vertex and the $\gamma^* p$ centre of mass energy W.

Other notations are also used. N_c is the color number, equal to 3. C_{VM} is the vector meson charge factor [4] [64], $C_{VM} = 1/\sqrt{2}, 1/(3\sqrt{2}), 1/3, 2/3$ for ρ, ω, Φ and J/Ψ mesons, respectively. C_F is the Casimir factor $(N_c^2 - 1)/(2N_c)$. α_{em} and α_S are the fine structure constant and the strong coupling constant.

---

[4] C_{VM} comes from the quark counting rules.

E.2 QCD models of vector meson production

In this section, we present the discussion of vector meson production through two gluon exchange, a process for which the first calculation is due to Donnachie and Landshoff [70]. Section E.2.1 presents the model of Ryskin [28] for J/Ψ production and subsequent modifications [65]. Section E.2.2 deals with the model of Brodsky and collaborators [29], for light vector meson production, and section E.2.3 with its extension by Frankfurt *et al.* [30]. We present in section E.2.4 the ideas of Martin, Ryskin and Teubner [48]. The work of Nemchik *et al.* [64] is treated in section E.3.2.

E.2.1 Ryskin's model

Ryskin presents in paper [28] the results of the calculation for J/Ψ production in the DIS regime at the LLA approximation (leading logarithm in Q^2), in the high energy limit where $W^2 \gg M_{VM}^2$. A non-relativistic wave function (see eq. E.26, E.27) is used for the J/Ψ meson.

The Feynman diagrams for J/Ψ production at the Born approximation are shown in figure E.4; the two diagrams with the quark and the antiquark roles interchanged have also to be included.

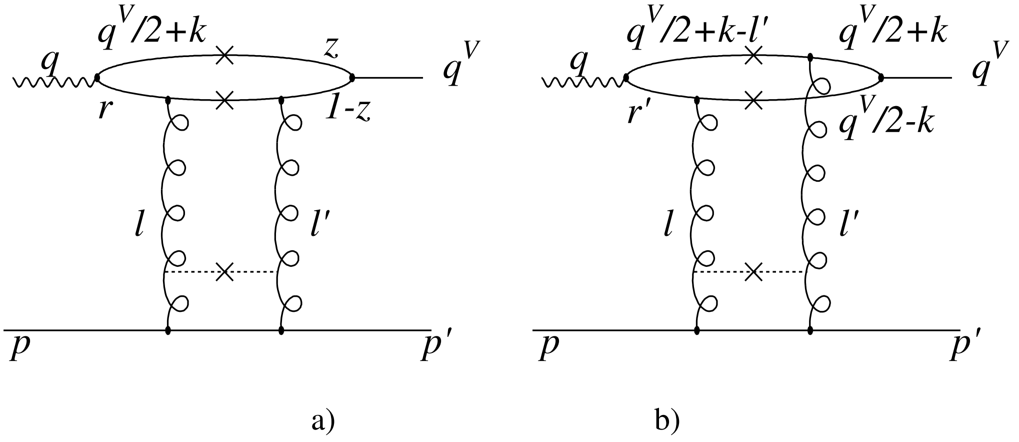


Figure E.4: Feynman diagrams for J/Ψ vector meson production at the Born approximation. Two additional diagrams have to be included, where the quark and the antiquark roles are interchanged. The particle 4-momenta are indicated. The dotted line represents a possible gluon ladder.

The different 4-momenta of the quarks in the dipole are specified, the other 4-momenta being defined in section E.1.5. In graph E.4a, the quark carries momentum $\frac{1}{2}q^V + k$ and the antiquark, at the photon fluctuation vertex, momentum r; k represents the internal momentum of the quarks. In graph E.4b, the quark and the antiquark coupling to the photon carry respectively the momenta $\frac{1}{2}q^V + k - l'$ and r'; at the vector meson vertex, the quark carries momentum $\frac{1}{2}q^V + k$ and the antiquark $\frac{1}{2}q^V - k$.

Cutkovsky's rules [71] are used. In graph E.4a, the quark carrying the longitudinal photon momentum fraction z is on shell (as indicated by a cross). The antiquark with momentum fraction $1 - z$ is nearly on shell because of the non-relativistic approximation at which we are working. Only the antiquark with momentum r is off shell and gives a propagator $(r^2 - m_c^2)^{-1}$ which plays a role in the integration over the gluon transverse momentum l_t. Similarly in graph E.4b, the only quark propagator is given by $(r'^2 - m_c^2)^{-1}$. Expressing the propagator $(r^2 - m_c^2)^{-1}$ in terms of Sudakov variables and neglecting k_t with respect to m_c, we find at the non-relativistic approximation ($z = 1/2$) that

$$\begin{aligned} r = q - h,\ \text{with}\ h = \frac{1}{2}q^V + k, \\ \text{hence}\ r^2 = (q-h)^2 = q^2 - 2q.h + m_c^2, \\ \text{with}\ h = \alpha_h q' + \beta_h p',\ \text{where}\ \alpha_h = z, \\ 2q.h = (\beta_\gamma \alpha_h + \beta_h)W^2 = -zQ^2 + m_c^2/z, \\ \text{and thus}\ r^2 - m_c^2 = -2\bar{Q}^2 \end{aligned} \tag{E.40}$$

where

$$\bar{Q}^2 = (Q^2 + M_\Psi^2)/4 \tag{E.41}$$

with $M_\Psi^2 \simeq 4m_c^2$. Similarly, we find for graph E.4b

$$r'^2 - m_c^2 = -2\bar{Q}^2 - 2l_t^2. \tag{E.42}$$

The amplitude at $t = 0$ for diffractive J/Ψ production by transverse photons is given by

$$\mathcal{M}_T = i4\pi^2 M_\Psi \alpha_S \int \frac{dl_t^2}{l_t^4} \{\frac{1}{2\bar{Q}^2} - \frac{1}{2\bar{Q}^2 + 2l_t^2}\} f(x, l_t^2) e_c g_V. \tag{E.43}$$

The color factor gives opposite contributions to both graphs of figure E.4. g_V specifies the coupling of the quark pair to the meson (see eq. E.28) and e_c is the charm charge ($e_c^2 = 16\pi\alpha_{em}/9$). The function $f(x, l_t^2)$ is the non-integrated gluon density, with

$$xG(x, Q^2) = \int^{Q^2} \frac{dl_t^2}{l_t^2} f(x, l_t^2). \tag{E.44}$$

Integrating equation E.43 over $l < \bar{Q}^2$ and using equation E.39 (without the factor W^4 due to a normalisation convention), we finally get the cross section for vector meson production by transverse photons:

$$\frac{d\sigma}{dt}(\gamma_T^* p \to \Psi p)|_{t=0} = \frac{\Gamma_{ee}^{VM}\ M_\Psi^3\ \pi^3}{48\ \alpha_{em}}\ \frac{\alpha_S^2(\bar{Q}^2)}{\bar{Q}^8}[xG(x, \bar{Q}^2)]^2. \tag{E.45}$$

The total cross section is obtained by multiplying the result by $1 + Q^2/M_\Psi^2$ (see eq. E.32).

Ryskin and collaborators have improved this result in several ways [65]. The first correction concerns the integral E.44: the transverse momentum l_t of the gluons is now integrated until infinity. Since in addition the gluon density is not known for $l_t^2 \to 0$, they separate the integral in two parts. The amplitude thus becomes:

$$\mathcal{M}_T \simeq i2\,\pi^2 M_\Psi\, e_c\, g_V\, \alpha_S\, [\frac{xG(x, Q_0^2)}{\bar{Q}^4} + \int_{Q_0^2}^{\infty} \frac{dl_t^2}{\bar{Q}^2(\bar{Q}^2\ +\ l_t^2)}\ \frac{\partial xG(x, l_t^2)}{\partial \log l_t^2}]. \tag{E.46}$$

Other effects are included in [65]: $|t|_{min}$, the use of a relativistic wave function for the J/Ψ meson, the rescattering or reabsorption of the $c\bar{c}$ pair, higher order corrections (NLO) and the implementation of the real part of the amplitude. Some of these corrections modify significantly the cross section normalisation but do not affect much the energy dependence.

E.2.2 The model of Brodsky *et al.*

Brodsky and collaborators [29] study in a more general way vector meson production, for ρ, ω, ϕ, J/Ψ and Υ mesons. They perform the cross section calculation in the kinematical region $W^2/M_{VM}^2 \gg 1$, $W^2/Q^2 \gg 1$, $-t \equiv -\Delta^2 \ll Q^2$, $Q^2 \gg \Lambda_{QCD}^2$ and $Q^2 \gg M_{VM}^2$ (figure E.5).

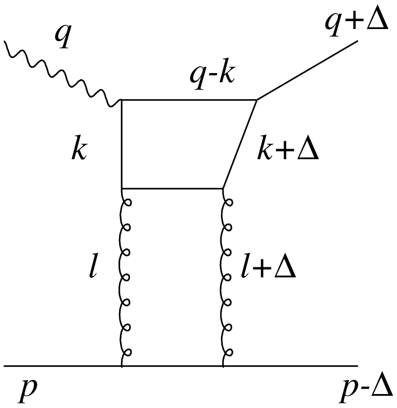


Figure E.5: Typical diagram of two gluon exchange contributing to the amplitude. Three other diagrams must be taken into account during the amplitude calculation: the one where the two gluons couple to the antiquark and the two where one of the gluon couples to the quark and the other to the antiquark.

In view of factorisation, as introduced in section E.1.1, the amplitude can be written in the frame where the proton is nearly at rest ($p^+ \ll q^+$):

$$\mathcal{M} = \sqrt{N_c} \sum_{\lambda_1,\lambda_2} \int \frac{d^2k_t\, d^2k_t'}{(16\pi^3)^2} \int_0^1 dz \int_0^1 dz'\; \Psi^{V*}_{\lambda_1\lambda_2}(k_t', z') H_{\lambda_1\lambda_2}(k_t', z'; k_t, z) \Psi^{\gamma}_{\lambda_1\lambda_2}(k_t, z), \tag{E.47}$$

where the quark (antiquark) carries transverse momentum k_t ($-k_t$) and longitudinal momentum fraction z ($1-z$) at the photon vertex and k_t' and z' at the vector meson vertex. The indices λ_1 and λ_2 refer to the quark-antiquark pair helicities; they are conserved during the pair interaction with the proton. Ψ^V and Ψ^γ are the vector meson and photon wave functions in the light cone formalism (see eq. E.19). In order to evaluate $H_{\lambda_1\lambda_2}$, the three graphs presented in figure E.6 have to be included in addition to graph E.5. In all 4 cases, the quark longitudinal momentum is conserved ($z' = z$). The graphs where the gluons couple to the same quark or antiquark imply the conservation of the transverse momentum of the other quark or antiquark ($k_t' = k_t$). In the other two cases, at the limit where $\Delta_t \ll l_t$, the transverse momentum of the outgoing quark is equal to $k_t' = k_t \pm l_t$. This leads to the simple result

$$\begin{aligned} H_{\lambda_1\lambda_2}(k_t', z'; k_t, z) = 16\pi^3 \int \{\, & 2\delta(k_t' - k_t) \;-\; \delta(k_t' - k_t + l_t) \\ & - \delta(k_t' - k_t - l_t) \,\}\, \delta(z' - z)\, \mathcal{J}(l) \frac{d^2l_t\, dl_+}{16\pi^3}. \end{aligned} \tag{E.48}$$

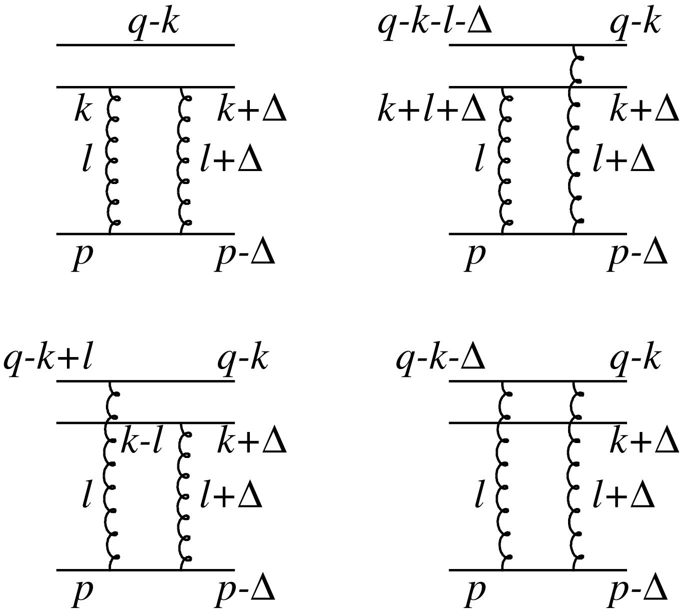


Figure E.6: Diagrams in light cone perturbative theory contributing to the scattering amplitude of a $q\bar{q}$ pair on a colorless target.

The impact factor $\mathcal{J}(l)$ includes the gluon propagators and the gluon-nucleus scattering amplitude (it corresponds to the notation $V(l_t)/l_t^4$ in equation E.33). At the double leading logarithm (DLLA) approximation in $\ln(Q^2)$ and $\ln(1/x)$, $\mathcal{J}(l)$ is purely imaginary and

$$\int^{Q^2} \frac{d^2l_t\, dl_+}{16\pi^3}\, l_t^2\, \mathcal{J} = i\frac{2\pi^2\,\alpha_S}{N_c}(W^2+Q^2)xG(x,Q^2), \tag{E.49}$$

where $x = Q^2/W^2$; the scale Q^2 at which the gluon density is taken is fixed by the integration limit chosen in the present approximation: $l_t^2 \ll Q^2$, which is the very definition of the approximation $LL(Q^2)$.

The integration over $d^2k_t dz'$ (eq. E.47) of the δ factors in equation E.48 provides a combination $\Delta\Psi^{\gamma}_{\lambda_1\lambda_2}$ of the Ψ^{γ} wave functions. Using equation E.19, one gets for the combination:

$$\begin{aligned} \Delta\Psi^{\gamma}_{\lambda_1\lambda_2} &= 2\Psi^{\gamma}_{\lambda_1\lambda_2}(k'_t,z) - \Psi^{\gamma}_{\lambda_1\lambda_2}(k'_t+l_t,z) - \Psi^{\gamma}_{\lambda_1\lambda_2}(k'_t-l_t,z) \\ &= \frac{-4e\, e_f\, \delta_{\lambda_1,-\lambda_2}\, Q\, l_t^2}{\{Q^2\ +\ [(k_t'^2\ +\ m^2)/z(1-z)]\}^2 z(1-z)}. \end{aligned} \tag{E.50}$$

The amplitude thus becomes (with neglected Q^2 compared to W^2 and for asymptotically large values of Q^2 for which $(k_t'^2\ +\ m^2)/z(1-z)$ can be neglected with respect to Q^2):

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= \sqrt{N_c}\sum_{\lambda_1,\lambda_2}\int\frac{d^2k'_t}{16\pi^3}\int_0^1 dz\, \Psi^{V*}_{\lambda_1\lambda_2}(k'_t,z)\, \mathcal{J}(l)\, \frac{d^2l_t\, dl_+}{16\pi^3}\, \Delta\Psi^{\gamma}_{\lambda_1\lambda_2} \\ &= \frac{-8iW^2\,\pi^2\, e\, e_f\, \alpha_S}{Q^3\sqrt{N_c}} xG(x,Q^2)\int\frac{d^2k'_t}{16\pi^3}\int_0^1\frac{dz}{z(1-z)}\sum_{\lambda}\Psi^{V}_{\lambda,-\lambda}(k'_t,z). \end{aligned} \tag{E.51}$$

The wave function $\Psi^V_{\lambda,-\lambda}$ is given in the light cone formalism (cfr eq. E.15 and eq. E.19 for the photon case) by

$$\Psi^V_{\lambda,-\lambda}(k'_t, z) = N_V \frac{\bar{v}_{-\lambda}(q-k)}{\sqrt{1-z}} \gamma \cdot \epsilon^V \frac{u_\lambda(k)}{\sqrt{z}} \Psi^V(k'_t, z) \frac{1}{M_{VM}}, \tag{E.52}$$

where $\Psi^V(k'_t, z)$ is the light cone wave function [60]. N_V is a normalisation factor and ϵ^V is the vector meson polarisation vector (see eq. E.30). The dominant contribution comes from the production of longitudinally polarised vector mesons by longitudinal photons, the cross sections ratio σ_L/σ_T evolving with Q^2 as Q^2/M^2_{VM} (eq. E.32). In the longitudinal case,

$$\Psi^V_{\lambda,-\lambda}(k'_t, z) = -N_V \Psi^V(k'_t, z). \tag{E.53}$$

With the definition

$$\Phi^V(Q, z) = \int^{Q^2} \frac{d^2 k'_t}{16\pi^3} \Psi^V(k'_t, z), \tag{E.54}$$

the longitudinal part of the amplitude is

$$\mathcal{M}_L = \frac{16 i W^2\, \pi^2\, e\, e_f\, \alpha_S}{Q^3\, \sqrt{N_c}} xG(x, Q^2) N_V \int_0^1 \frac{dz}{z(1-z)}\, \Phi^V(Q, z). \tag{E.55}$$

The value of $\mathcal{M}_L$ is calculable using the link between Φ^V and the decay width Γ^{VM}_{ee} of the vector meson into an e^+e^- pair, and the effective inverse moment η_{VM} of the vector meson distribution amplitude, which controls the leading twist behaviour of the electroproduction amplitude.

$$\begin{aligned} \eta_{VM} &\equiv \frac{1}{2} \frac{\int [dz/z(1-z)]\ \Phi^V(z)}{\int dz\ \Phi^V(z)}, \\ \int dz\ \Phi^V(z) &= \frac{f_V}{2\sqrt{2N_c}\, N_V\, e_f}, \\ \Gamma^{VM}_{ee} &= \frac{8\, \pi\, \alpha^2_{em}\, f^2_V}{3\, M_{VM}}, \end{aligned} \tag{E.56}$$

where f_V is the coupling to the vector meson.

The cross section for longitudinal vector meson production is finally given by

$$\frac{d\sigma}{dt}(\gamma^*_L p \to VMp)|_{t=0} = \frac{12\, \pi^3\, \Gamma^{VM}_{ee}\, M_{VM}\, {\alpha_S}^2(Q^2)\, \eta^2_{VM}\, [xG(x, Q^2)]^2}{\alpha_{em}\, Q^6\, N^2_c}. \tag{E.57}$$

This result [5], applicable to longitudinal photons, is in agreement with Ryskin's [28] as presented in the previous section.

The cross section for transverse vector meson production by transverse photons was not computed by Brodsky *et al.* [29]. They indeed argue that non-perturbative effects prevent the calculation (see discussion of this allegation in section E.2.4), in the region of "end-points" or

---

[5] In the original paper of Brodsky *et al.* [29], a factor 4 has been omitted in the numerator of the corresponding formula [65]; it is restored here.

integration limits (z, $1 - z = 0$). When z approaches 0 or 1, the denominator in $z(1-z)$ in equation E.51 has a pole, which prevents the use of perturbative series. In the longitudinal cross section case, a negligible contribution is expected from the end-points because the wave function Φ_L^γ is proportional to z or $(1-z)$ when z or $1-z$ tends to zero. But in the transverse case, the end-points contribution could be important because of the non-zero value of the transverse photon wave function at $z \sim 0, 1$.

The real part of the amplitude, which is non negligible for x values sufficiently small and for large Q^2, should also be taken into account. It can be estimated through dispersion relations, and the total cross section for longitudinal photons is thus:

$$\begin{aligned}&\frac{d\sigma}{dt}(\gamma_L^* p \to VMp)|_{t=0} = \\ &\frac{12\,\pi^3\,\Gamma_{ee}^{VM}\,M_{VM}\,\alpha_S{}^2(Q^2)\,\eta_{VM}^2\,|\,[1\,+\,i(\pi/2)(\partial/\partial\ln x)]\,xG(x,Q^2)|^2}{\alpha_{em}\,Q^6\,N_c^2}.\end{aligned} \tag{E.58}$$

E.2.3 The work of Frankfurt *et al.*

Frankfurt *et al.* [30] have extended the work of Brodsky *et al.* [29], by using the leading logarithm approximation in Q^2 ($\alpha_S \log(Q^2/\Lambda_{QCD}^2)$), which is less restrictive than the double leading logarithm DLLA approximation. They work in the impact parameter space and introduce in formula E.58 factor $T(Q^2)$ to take into account sub-asymptotic effects ($T(Q^2 \to \infty) = 1$). Formula E.58 is indeed valid only for very large values of Q^2, i.e. when the quark and antiquark transverse momentum can be neglected. To study the sub-asymptotic region, they consider the effect of quark transverse Fermi momentum inside the vector meson, which implies a significant decrease of the cross section for moderately large values of Q^2.

In this approach, the scale at which α_S and the gluon density are probed is no longer Q^2 as previously, but $Q_{eff}^2 \simeq Q^2 |r_{\sigma_L(Q^2)}/r_{\sigma_{VM}(Q^2)}|^2$, because of the "rescaling" of the hard process. The vector meson production cross section σ_{VM} and the longitudinal structure function F_L (or σ_L) are indeed characterised by different transverse distances between the quark and the antiquark ($r_{\sigma_{VM}} \neq r_{\sigma_L}$), which depend on the process [62]. Since the scale for F_L is Q^2 ($Q^2 = \lambda/r_{\sigma_L}^2$), the scale for meson production at transverse distance $r_{\sigma_{VM}}$ is Q_{eff}^2 ($Q_{eff}^2 = \lambda/r_{\sigma_{VM}}^2$). The difference between Q^2 and Q_{eff}^2 reflects higher order corrections. In the J/Ψ and Υ case, Q_{eff}^2 is significantly larger than the scale $\bar{Q}^2 = (Q^2 + M_{VM}^2)/4$ used in Ryskin's model [28,65]. This new formula is only valid for longitudinally polarised photons, the transverse distance between the quark and the antiquark of the $q\bar{q}$ pair being then sufficiently small; for transverse photons, this distance is intermediate between the typical distance in photoproduction and the small distance in the longitudinal case, because of non-perturbative effects.

Frankfurt, Koepf and Strikman also estimate the contribution of the hard loop ($\gamma^* \to \rho$) to the t dependence of the cross section for vector meson production. This contribution is weak, and they find

$$\int d^2r\,dz\,\Psi_{\gamma_L}(z,r)\,\sigma(r^2)\,\Psi_V(z,r)\,e^{-iz\,p_t\cdot r} \propto e^{B_V t/2}|_{t=-p_t^2} \tag{E.59}$$

with $B_V \leq 0.7$ GeV^{-2}, which is well below the experimental slopes (see e.g. [4]). The t dependence of the vector meson production cross section comes thus nearly completely from the form factor of the two gluons in the target $G_{2g}(t)$, and is thus universal for all vector mesons.

Frankfurt and collaborators also studied the production of transversally polarised heavy vector mesons [62] at the leading logarithm approximation in Q^2, in photoproduction and in electroproduction. The applicability of QCD factorisation to transversally polarised vector meson production is valid only when the quark mass is sufficiently large, since the transverse size of the $q\bar{q}$ pair decreases with increasing quark mass.

The total cross section for heavy vector meson production is finally:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dt}(\gamma^* p \to VMp)|_{t=0} &= \frac{4\,\pi^3\,\Gamma_{VM}\,M_{VM}^3}{3\,\alpha_{em}\,(Q^2\,+\,4\,m^2)^4}\,\eta_{VM}^2\,T(Q^2) \\ |\,\alpha_S{}^2(Q^2_{eff})\,[1\,+\,i(\pi/2)(\partial/\partial\ln x)]\,xG(x,Q^2_{eff})&|^2 R(Q^2)(1+\varepsilon R). \end{aligned} \tag{E.60}$$

where the parameter ε defined by equation 1.17 is related to the virtual photon polarisation, with the value $\varepsilon = 0$ corresponding to purely transverse polarisation and $\varepsilon = 1$ to an equal mix of longitudinal and transverse polarisations. $R(Q^2)$ was introduced to describe the ratio σ_L/σ_T such that

$$R = \frac{\sigma_L}{\sigma_T} = \frac{1}{R(Q^2)}\frac{Q^2}{M_{VM}^2}; \tag{E.61}$$

here, the quark current mass m is taken different from zero.

Note also that the momentum fractions carried by the two gluons, β_i and β_j, are different in the case of heavy vector mesons:

$$\begin{aligned} \beta_i &= \frac{M_X^2\,+\,\langle l_t^2\rangle\,+\,Q^2}{Q^2+M_{VM}^2}x, \\ \beta_j &= \frac{M_X^2\,+\,\langle l_t^2\rangle\,-\,M_{VM}^2}{Q^2+M_{VM}^2}x, \\ \text{where }\,M_X^2 &= \frac{k_t^2\,+\,m^2}{z(1-z)} \end{aligned} \tag{E.62}$$

is the square of the $q\bar{q}$ pair invariant mass. Non-diagonal gluon densities have to be used in equation E.60; in the leading logarithm in Q^2 approximation, the non-diagonal gluon densities are however not far from the usual distributions [72].

E.2.4 The model of Martin, Ryskin and Teubner

Martin, Ryskin and Teubner study diffractive ρ meson production in perturbative QCD at large values of Q^2 ($Q^2 > 5$ GeV^2) [48]. They claim that a perturbative approach is applicable for the transverse cross section as well as for the longitudinal cross section. In this, they differ significantly from what was frequently written in previous papers [29]. The argument lies on experimental observations at HERA. They argue that, if the transverse cross section σ_T was dominated by non-perturbative effects, it should show behaviours similar to those observed in photoproduction: soft energy dependence ($\propto W^{0.2}$) and a large slope characterising the t exponential dependence of the cross section, $b \propto 9 - 10\ \mathrm{GeV}^{-2}$. This should lead to a W dependence of the ratio R which should vary for different Q^2 values, and also a dependence of R with t. In addition, one should expect a dependence in Q^2 at least as fast as $1/Q^8$, when the integration over z of the transverse part of the amplitude is limited to the regions $z \leq \mu^2/Q^2$ and $1 - z \leq \mu^2/Q^2$, where μ^2 represents a small virtuality. They insist that such effects were not observed experimentally.

In a perturbative QCD approach, using the leading-twist components of the light cone wave function of the ρ meson, they find that the cross section ratio $R = \sigma_L/\sigma_T$ is proportional to Q^2/m^2, where m is the quark current mass. This extremely fast increase of R with Q^2 is not observed in the data. Taking into account higher twist effects in the ρ wave function, they suggest to replace m by a factor of the order of M_ρ. The ratio R becomes then $R = cQ^2/M_\rho^2$, where the constant c is of the order of 0.5. The disagreement between such a prediction and experimental measurements of the Q^2 evolution of R is reduced but survives. It is related, according to them, to the use in the calculations of the ρ meson wave function. They solve the problem by using the hypothesis of hadron-parton duality [48], which relates the total hadron production $e^+e^- \to hadrons$, in the mass window ΔM, to parton production:

$$\langle \sum_h \sigma(e^+e^- \to \gamma^* \to h) \rangle_{\Delta M^2} \simeq \langle \sum_q \sigma(e^+e^- \to \gamma^* \to q\bar{q}) \rangle_{\Delta M^2}. \tag{E.63}$$

Applying the hadron-parton duality to the case of ρ vector meson production, one has:

$$\sigma(\gamma^* p \to \rho p) \simeq 0.9 \sum_{q=u,d} \int_{M_a^2}^{M_b^2} \frac{d\sigma[\gamma^* p \to (q\bar{q})p]}{dM^2} dM^2, \tag{E.64}$$

since at low M masses, the only open channel is two pion production: $\gamma \to (q\bar{q}) \to 2\pi$ (the factor 0.9 takes into account ω production), with $\Delta M^2 = M_b^2 - M_a^2 \simeq 1\ \mathrm{GeV}^2$. It is thus sufficient to study open $q\bar{q}$ pair production (see figure E.7): long after the interaction with the proton, confinement forces the pair to form a ρ meson, because there is practically no other choice.

The work of Martin, Ryskin and Teubner on diffractive production of open $u\bar{u}$ and $d\bar{d}$ pairs is close to that of Levin *et al.* on open $c\bar{c}$ pairs [61], with, in the case of light quarks, the quark current mass m being set to zero. The scale at which the gluon density is probed is

$$K^2 = z(1-z)Q^2 + k_t^2 = k_t^2 \frac{Q^2 + M^2}{M^2}, \tag{E.65}$$

where M is the $q\bar{q}$ pair invariant mass (see eq. E.62). The scale K^2 fixes the typical transverse distances of the process $b_T \sim 1/K$.

The cross section is:

$$\frac{d^2\sigma}{dM^2\, dt}\Big|_{t=0} = \sum_{\lambda,\lambda'} \int \frac{d^2k_t\, dz}{16\pi^3}\, \delta(M^2 - \frac{k_t^2}{z(1-z)})\, \frac{|\mathcal{M}_{\lambda,\lambda'}|^2}{16\pi^2}. \tag{E.66}$$

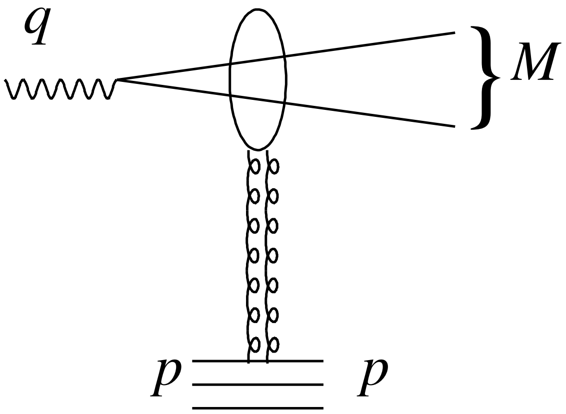


Figure E.7: Production of an open $q\bar{q}$ pair.

The δ function states that the $q\bar{q}$ pair is of mass M. The amplitude $\mathcal{M}$ factorises as in the model of Brodsky *et al.* [29]. However, here, no meson wave function is included:

$$\mathcal{M}_{\lambda,\lambda'}(z,k_t) = \sqrt{N_c}\int d^2k'_t \int_0^1 dz'\Psi_{\lambda,\lambda'}(k'_t,z')H_{\lambda,\lambda'}(k'_t,z';k_t,z). \tag{E.67}$$

Following the model of Brodsky *et al.* [29] (see eq. E.48 and E.50), considering also the case of the transverse production, and transforming the integral over k_t^2 into an integral over K^2, we finally find:

$$\frac{d^2\sigma_L}{dM^2\,dt} = \frac{4\pi^2 e_q^2\alpha_{em}}{3}\frac{Q^2}{(Q^2+M^2)^4}\int_{K_0^2}^{(1/4)(Q^2+M^2)} \frac{dK^2K^2}{\sqrt{1-4K^2/(Q^2+M^2)}}[I_L(K^2)]^2, \tag{E.68}$$

$$\begin{aligned}\frac{d^2\sigma_T}{dM^2\,dt} = & \frac{4\pi^2 e_q^2\alpha_{em}}{3}\frac{M^2}{(Q^2+M^2)^3} \\ & \int_{K_0^2}^{(1/4)(Q^2+M^2)} \frac{dK^2(1-2K^2/(Q^2+M^2))}{\sqrt{1-4K^2/(Q^2+M^2)}}[I_T(K^2)]^2,\end{aligned} \tag{E.69}$$

where K_0 is a cut off value and $I_{L,T}$ result from the integrations over the transverse momentum l_t of the exchanged gluons. In the leading logarithm in K^2 approximation, they are given by:

$$I_L^{LLA} = I_T^{LLA} = \frac{\alpha_S(K^2)}{K^2}\int^{K^2}\frac{dl_t^2}{l_t^2}f(x,l_t^2) = \frac{\alpha_S(K^2)}{K^2}xG(x,K^2); \tag{E.70}$$

they are thus proportional to

$$I_{L,T} \propto x^{-\lambda}\frac{(K^2)^\gamma}{K^2} \tag{E.71}$$

since the gluon density can be parametrised as

$$xG(x,K^2) \propto x^{-\lambda}\,(K^2)^\gamma. \tag{E.72}$$

The x dependence of the gluon density is described by the parameter λ and the K^2 dependence by the parameter γ, called the gluon "anomalous dimension". This last parameter depends on K^2 and x; experimental results indicate that γ increases when x and K^2 decrease, as illustrated in figure E.8, which presents γ as a function of x for different values of K^2.

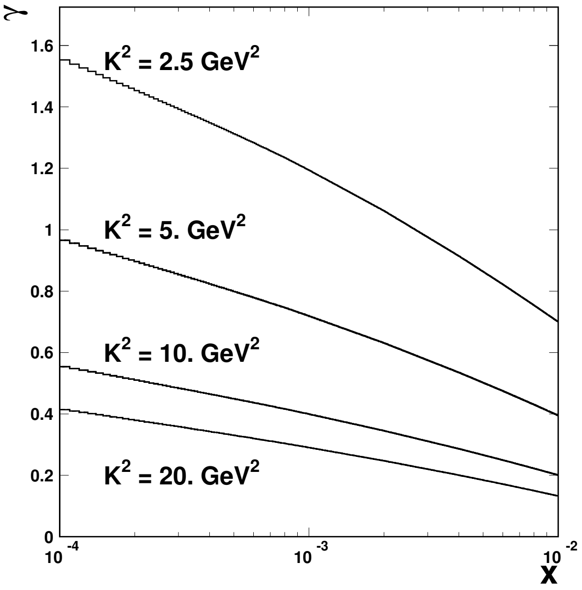


Figure E.8: Distribution of γ as a function of x for different values of K^2 (2.5, 5., 10. and 20 GeV^2 from top to bottom), as obtained from the PDFLIB library [73] for the MRS(R2) parametrisation [74] of parton densities.

Using the polar angle θ of the quark relative to the proton direction, in the $q\bar{q}$ pair rest frame, we define $k_t = (1/2)M \sin\theta$. Equations E.68 and E.69 are then expressed using the rotation matrices $d^J_{\lambda,\mu}$:

$$\begin{aligned}
\frac{d^2\sigma_L}{dM^2\,dt} &= \frac{4\pi^2 e_q^2 \alpha_{em}}{3} \frac{Q^2}{(Q^2+M^2)^2} \frac{1}{8} \int_{-1}^{1} d\cos\theta \; |d^1_{10}(\theta)|^2 \; |I_L|^2, \\
\frac{d^2\sigma_T}{dM^2\,dt} &= \frac{4\pi^2 e_q^2 \alpha_{em}}{3} \frac{M^2}{(Q^2+M^2)^2} \frac{1}{4} \int_{-1}^{1} d\cos\theta \; [\; |d^1_{11}(\theta)|^2 + |d^1_{1-11}(\theta)|^2 \;] \; |I_T|^2 . \qquad \text{(E.73)}
\end{aligned}$$

Since $I^{LLA}_{L,T}$ are proportional to $(\sin\theta)^{\gamma-1}$, and supposing that γ is constant on the integration region in $\cos\theta$, we find that:

$$R = \frac{\sigma_L}{\sigma_T} = \frac{Q^2}{M^2} (\frac{\gamma}{1+\gamma})^2. \qquad \text{(E.74)}$$

The γ contribution softens the rise of R with Q^2. The longitudinal σ_L and transverse σ_T cross sections receive their dominant contribution from the integration over K^2 in the region $K^2 \leq Q^2/4$. Consequently, to estimate the value of R averaged over a given domain in Q^2, γ must be evaluated at a scale $K^2 \leq Q^2/4$. Some ambiguity affects the choice of the mass window

ΔM^2, and thus the normalisation of the cross sections, but their ratio R is less sensitive to this uncertainty.

In a subsequent analysis [75], Martin, Ryskin and Teubner have used the non-diagonal gluon densities instead of the standard densities, which implies an increase of the diffractive ρ meson production cross section at high Q^2. Other effects, such as next order correction (NLO) and the Q^2 evolution of the b parameter, characterising the t slope, are found to be less important than the use of non-diagonal gluon densities.

E.3 Extension to the study of $SCHC$ violation

In this section, we present three calculations of diffractive vector meson production based on two gluon exchange in perturbative QCD which includes the discussion of the violation of $SCHC$ ($NSCHC$): the models of Ivanov and Kirschner [31] (section E.3.1), of Kuraev, Nikolaev and Zakharov [32] (section E.3.2), and of Royen and Cudell [33] (section E.3.3).

For massless quarks the helicity of the $q\bar{q}$ pair - defined as the sum of the helicities of the quark and the antiquark - is equal to zero. By conservation of the total angular momentum, the photon helicity is thus entirely taken over by the projection of the pair orbital momentum onto the photon axis. The vector meson helicity is given by the projection of the pair orbital momentum onto the meson direction. A change of helicity ("helicity flip") from the photon to the vector meson thus comes from a change of the projection of the pair angular momentum during the interaction with the gluons, although the total $q\bar{q}$ pair helicity as well as its impact parameter remain unchanged. A modification of the angular momentum is due to the transfer to the pair of transverse momentum coming from the gluons, of the order of $\sqrt{|t|}$. We thus expect that amplitudes with single helicity flip are proportional to $\sqrt{|t|}$.

We will also see that calculations indicate that helicity flip is possible only if the quark and the antiquark share the photon longitudinal momentum in an asymmetric way (i.e. z, the photon longitudinal momentum fraction carried by the quark, is different from 1/2). A non-relativistic description of heavy mesons, neglecting longitudinal Fermi movement, would not predict helicity flip from the photon to the meson.

From now on, we change notation and use $T_{\lambda_\rho \lambda_\gamma}$ to define the helicity amplitudes $\mathcal{M}_{\lambda,\lambda'}$.

The three models presented here make predictions in the dependence with Q^2 and t of the $T_{\lambda_\rho \lambda_\gamma}$ amplitudes usually through amplitude ratios. They also predict the following hierarchy:

$$T_{00} > T_{11} > T_{01} > T_{10} > T_{1-1} \tag{E.75}$$

provided that Q^2 is larger than a few GeV^2 and $|t| < Q^2$.

E.3.1 The model of Ivanov and Kirschner

In the pQCD model of Ivanov and Kirschner [31] transition amplitudes are computed for light vector mesons, with neglected light quark masses ($m_q = 0$). All amplitudes, except that with double helicity flip, are proportional to the gluon density $xG(x, \tilde{Q}^2)$ where $\tilde{Q}^2 = z(1-z)Q^2 < Q^2/4$. Following the approach of Martin, Ryskin and Teubner [48], the specificity of the model of Ivanov and Kirschner comes, at the $LL(Q^2)$ approximation, from the scale dependence of the gluon density

$$G(x, \tilde{Q}^2) = G(x, {Q_0}^2)[(\tilde{Q}^2)/{Q_0}^2]^\gamma. \tag{E.76}$$

Thanks to the introduction of the gluon anomalous dimension γ, the singularities at the end-points for $z \to 0, 1$ are suppressed and the factorisation is restored for transverse amplitudes [76].

Following factorisation as introduced in section E.1.1 and using the notations specified in section E.1.5, one gets:

$$\mathcal{M} = iW^2 \int \frac{d^2 l_t}{l_t^2\,(l-\Delta)_t^2} I_{\gamma\to\rho} J_p, \tag{E.77}$$

where J_p is the proton impact factor (noted $\mathcal{J}(l)$ in eq. E.48) and $I_{\gamma\to\rho}$ the photon impact factor, which can be written as the convolution

$$I_{\gamma\to\rho}(l, \Delta) = \int \frac{d^2\vec{k}_1 dz_1}{16\pi^3} \frac{d^2\vec{k}_2 dz_2}{16\pi^3} \Psi_{\gamma^*}(\vec{k}_1, z_1) H^{dipole}(\vec{k}_1, \vec{k}_2, z_1, z_2, \vec{l}_t, \vec{\Delta}_t) \Psi_\rho^*(\vec{k}_2, z_2). \tag{E.78}$$

The wave functions used for the photon Ψ_γ are given by equations E.19-E.20 for the longitudinal photon and E.23 in the transverse case. Let us write again the longitudinal photon wave function as:

$$\Psi_\gamma^L(\vec{k}, z) \sim z(1-z)\frac{\Phi(M)}{z(1-z)}, \tag{E.79}$$

$$\Phi(M) = \frac{1}{Q^2 + M^2}, \tag{E.80}$$

$$\text{with } M^2 = \frac{k^2}{z(1-z)}, \tag{E.81}$$

M being the invariant mass of the $q\bar{q}$ pair (cfr eq. E.62). Supposing that $\Phi(M)$ decreases faster at high mass M for the ρ meson than for the photon, we choose the longitudinal ρ vector meson wave function Ψ_ρ^L in analogy with the photon as [6]:

$$\Psi_\rho^L(\vec{k}, z) = -\frac{3}{2}\delta_{\lambda,-\lambda'} f_\rho z(1-z)\frac{\Phi(M^2)}{z(1-z)}, \tag{E.82}$$

where f_ρ is related to the decay width of the ρ into e^+e^-. In a similar way,

$$\Psi_\rho^T(\vec{k}, z) = \pm\frac{3}{4}\delta_{\lambda,-\lambda'} f_\rho \sqrt{z(1-z)}\{(1-2z) \mp \lambda\}(\vec{\epsilon}_t^{\,V}\frac{\vec{k}}{k})\frac{\Phi(M^2)}{z(1-z)}. \tag{E.83}$$

---

[6] Choosing a wave function which decreases quickly with M has implications for the accessible domain in z: since equation E.62 relates M and $1/(z(1-z))$, the damping of high values of M implies the damping of the wave function for values of z and $1-z$ close to 0. We thus understand that the wave function chosen by Ivanov and Kirschner helps avoiding the integration problems at the end-points.

The dipole function H^{dipole} is a sum of δ functions which take into account the different possibilities for the gluon to couple to the $q\bar{q}$ pair (similar to the δ functions of eq. E.48):

$$H^{dipole}(\vec{k}_1, \vec{k}_2, z_1, z_2, \vec{l}_t, \vec{\Delta}_t) = 16\pi^3 \, \frac{\alpha_S \sqrt{N_C^2 - 1}}{N} \, \delta(z_1 - z_2) \, [\, \delta(\vec{k}_1 - \vec{k}_2 - \vec{\Delta}_t z_1) \; + \\ \delta(\vec{k}_1 - \vec{k}_2 + \vec{\Delta}_t(1 - z_1)) \; - \; \delta(\vec{k}_1 - \vec{k}_2 + \vec{l}_t - \vec{\Delta}_t z_1) \; - \; \delta(\vec{k}_1 - \vec{k}_2 - \vec{l}_t + \vec{\Delta}_t(1 - z_1))] \tag{E.84}$$

Moving to the impact parameter space through a Fourier transform [7]

$$\begin{aligned} &H^{dipole}(\vec{r}_1, \vec{r}, z_1, z_2, \vec{l}_t, \vec{\Delta}_t) \\ &= \int \frac{d^2k_1}{2\pi} \frac{d^2k_2}{2\pi} H^{dipole}(\vec{k}_1, \vec{k}_2, z_1, z_2, \vec{l}_t, \vec{\Delta}_t) \cdot e^{-i\vec{k}_1\vec{r}_1} e^{i\vec{k}_2\vec{r}} \\ &= 16\pi^3 \frac{\alpha_S \sqrt{N_C^2 - 1}}{N_C} \delta(\vec{r} - \vec{r}_1) \delta(z_1 - z_2) f(\vec{l}_t, \vec{\Delta}_t, \vec{r}, z_1), \end{aligned} \tag{E.87}$$

where $\vec{r}$ is the difference between the impact parameters of the quark and the antiquark. The impact factor of the dipole is proportional to $\delta(\vec{r} - \vec{r}_1)$ which reflects the property that, at the order where the calculation is performed, the interaction does not modify the difference between the impact parameters of the pair, i.e. the dipole dimension. The factor

$$f(\vec{l}_t, \vec{\Delta}_t, \vec{r}, z_1) = e^{i\vec{\Delta}\vec{r}z}(1 - e^{-i\vec{l}_t\vec{r}})(1 - e^{-i(\vec{\Delta}_t - \vec{l}_t)\vec{r}}) \tag{E.88}$$

tends to zero if one of the gluons carries a null momentum (in this case, it can not resolve the $q\bar{q}$ pair) or if $\vec{r}$ tends to zero (color transparency). One finally gets

$$I_{\gamma\to\rho}(\vec{l}, \vec{\Delta}) = \frac{\alpha_S \sqrt{N_c^2 - 1}}{N_c} \int \frac{d^2\vec{r}dz}{16\pi^3} \Psi_{\gamma^*}(\vec{r}, z) f(\vec{l}, \vec{\Delta}, \vec{r}, z) \Psi_\rho^*(\vec{r}, z). \tag{E.89}$$

The wave functions and the factor $f(\vec{l}, \vec{\Delta}, \vec{r}, z)$ can be developed in the form of Taylor series at small values of r, which allows to study the different helicities. Small distances, i.e. large values of l_t, dominate since, as we have seen, the proton being a color "white" state, its impact factor cancels if the transverse momentum of one of the gluons in the t channel tends to zero.

One finds for the SCHC terms

$$\langle f \rangle \simeq r^2 l_t^2 / 2 \tag{E.90}$$

and for the terms with a single helicity flip

$$\langle \frac{\vec{r}}{r} f \rangle \simeq -i\vec{\Delta} r^3 l_t^2 (2z - 1)/2^3. \tag{E.91}$$

---

[7] Remind that

$$\int \frac{d^2k}{2\pi} \delta(\vec{k} - \vec{l}) e^{-i\vec{k}\vec{r}} = e^{-i\vec{l}\vec{r}} \tag{E.85}$$

and that the representation of the distribution function δ is written

$$\int \frac{d^2k}{2\pi} e^{i\vec{k}(\vec{r} - \vec{r}_1)} = \delta(\vec{r} - \vec{r}_1). \tag{E.86}$$

After these values are put into equation E.77, the corresponding amplitudes are seen to be proportional to the gluon density

$$xG(x,\tilde{Q}^2) = \frac{\sqrt{N_c^2-1}}{2\pi}\int^{\tilde{Q}^2} J_p \frac{dl_t^2}{l_t^2}. \tag{E.92}$$

Using the properties of integrals over r of the K_0 or K_1 functions, one finds for the non-flip amplitude for longitudinal meson production

$$T_{00} = is_{\gamma p}\int dz \frac{8\cdot 3\pi^2 e\alpha_S f_\rho}{\sqrt{2}N_c Q^3} xG(x,Q^2z(1-z)), \tag{E.93}$$

where the integral over z is convergent.

For the non-flip amplitude for transverse meson production, the situation is more complicated:

$$T_{11} = is_{\gamma p}\int dz \frac{4\cdot 3\pi^2 e\alpha_S f_\rho \langle M\rangle}{\sqrt{2}N_c Q^4 z(1-z)}(z^2+(1-z)^2)xG(x,Q^2z(1-z)), \tag{E.94}$$

where $\langle M\rangle$ is the average of the $q\bar{q}$ pair invariant mass:

$$\langle M\rangle = \int \frac{d^2k}{16\pi^3 z(1-z)}\frac{k}{\sqrt{z(1-z)}}\Phi(\frac{k^2}{z(1-z)}). \tag{E.95}$$

Since $G(x,Q^2z(1-z)) = G(x,{Q_0}^2)[(Q^2z(1-z))/{Q_0}^2]^\gamma$, the integral over z converges and we find the result of Martin, Ryskin and Teubner (see eq. E.74).

For amplitudes with single helicity flip, one gets

$$T_{01} = is_{\gamma p}\int dz \frac{2\cdot 3\pi^2 e\alpha_S f_\rho\sqrt{|t|}}{N_c Q^4 z(1-z)}(2z-1)^2 xG(x,Q^2z(1-z)), \tag{E.96}$$

$$T_{10} = -is_{\gamma p}\int dz \frac{4\cdot 3\pi^2 e\alpha_S f_\rho\sqrt{|t|}\langle M\rangle}{N_c Q^5 z(1-z)}(2z-1)^2 xG(x,Q^2z(1-z)). \tag{E.97}$$

The double helicity flip includes in two contributions:

$$T_{1-1} = T^0_{1-1} + T^1_{1-1}, \tag{E.98}$$

with different integrals over l_t and z. Although it is suppressed by a factor M/Q^2 compared to T^0_{1-1}, the perturbative contribution T^1_{1-1} can be dominant at high energy, in view of a stronger energy dependence of xG than for the “soft” part T^0_{1-1}.

The model of Ivanov and Kirschner predicts the following dependences with Q^2 and t for the transition amplitude ratios:

$$\begin{aligned}
\frac{T_{11}}{T_{00}} &= \frac{\langle M\rangle}{Q}\frac{1+\gamma}{\gamma} \\
\frac{T_{01}}{T_{00}} &= \frac{\sqrt{|t|}}{Q}\frac{1}{\sqrt{2}\gamma} \\
\frac{T_{10}}{T_{00}} &= -\frac{\langle M\rangle\sqrt{|t|}}{Q^2}\frac{\sqrt{2}}{\gamma} \\
\frac{T_{1-1}}{T_{00}} &= \frac{T^1_{1-1}}{T_{00}} + \frac{T^0_{1-1}}{T_{00}} \\
&= \frac{|t|\langle M\rangle}{Q^3}\frac{2(\gamma+2)}{\gamma} - \frac{\bar{\alpha}_S^2|t|\langle M\rangle}{\pi\alpha_S Q {M_\rho}^2}\frac{1}{[4^\gamma\frac{\Gamma^2(\gamma+1)}{\Gamma(2\gamma+2)}xG(x,Q^2/4)]}
\end{aligned} \tag{E.99}$$

where $\bar{\alpha}_S$ is the non-perturbative coupling strength and Γ Euler's function.

Note that the $\sqrt{|t|}$ and $|t|$ dependences arise from the Taylor development of the transition impact parameters $\gamma \to \rho$ (see eq. E.90 and E.91 [8]). In the non-relativistic case, $\delta(z-1/2)$, helicity is conserved (the helicity flip amplitudes vanish). Ivanov and Kirschner stress that it is a consequence of pQCD that for light vector meson the pair of current quarks is described by a wave function extending in z, whereas for non-perturbative models considering the meson as a bound state of two constituent quarks with a mass equal to half the meson mass, the wave function is proportional to $\delta(z-1/2)$.

It should be noted that the equation which relates the proton impact factor J_p to the gluon density, as well as equations E.93, E.94, E.96 and E.97 are valid only for very small momentum transfer t. The model can not describe the t evolution from basic principles. It is however natural to suppose a universal dependence in t for all transition amplitudes, due to the coupling of the t channel gluons to the proton. This hypothesis is supported by the observation that, in all cases, the transverse size of the $q\bar{q}$ pair is smaller than the proton size. The t dependence thus cancels in ratios, the results E.99 are expected to be valid up to $|t| < Q^2\gamma$.

E.3.2 The model of Kuraev, Nikolaev and Zakharov

Nikolaev and several collaborators [64] have studied vector meson production in a pQCD approach based on color dipole and two gluon exchange, according to general lines close to those presented in section E.2. They apply this approach to the study of the helicity structure of the interaction.

Working at high energy, at the leading logarithm approximation in $1/x$ ($LL(1/x)$), Kuraev, Nikolaev and Zakharov compute the imaginary part of the T_{ij} transition amplitudes for the production of light or heavy vector mesons [32]. The real part, which amounts to a small correction, can be reconstructed by analyticity using dispersion relations. All transition amplitudes

---

[8] The equation corresponding to the Taylor series for the double helicity flip term is not given in this thesis.

are computed in perturbative QCD, except for the double helicity flip amplitude T_{1-1} which includes a non-perturbative contribution.

The four pQCD diagrams in the leading order in $\ln(1/x)$ are similar to those presented previously (see figures E.5 and E.6), the momenta being defined as indicated in section E.1.5. The upper loop $g_\mu \gamma_\sigma^* \to q\bar{q} \ \to g'_\nu V_\rho$ is noted $I(\gamma^* \to VM)$. The wave function used for the $q\bar{q}$ Fock state in the vector meson is [64]

$$\Psi_V(z, \vec{k_t}) = \frac{\Gamma_{VM}(z, \vec{k_t})}{\vec{k_t}^2 + m_q^2 - z(1-z)M_{VM}^2}, \tag{E.100}$$

where m_q is the quark constituent mass. For the photon, it is sufficient to replace M_{VM}^2 by $-Q^2$ in formula E.100 and to set the vertex function Γ_{VM} =1. The lower loop is related to the non-integrated gluon density $\mathcal{F}(x, \vec{l_t}, \vec{\Delta}_t)$

$$\mathcal{F}(x, \vec{l_t}, \vec{\Delta}_t) = \frac{\partial G(x, l_t^2)}{\partial \ln l_t^2} e^{\frac{-1}{2} B_{3I\!P} \vec{\Delta}^2} \tag{E.101}$$

where $B_{3I\!P} \sim 6$ GeV^{-2} [64] is the slope of the diffractive cone and $\vec{\Delta}^2 = |t|$.

As for equation E.77 in the model of Ivanov and Kirschner, the imaginary part of the amplitude is

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(x, Q^2, \vec{\Delta}_t) = iW^2 \frac{C_F N_c C_{VM} \sqrt{4\pi\alpha_{em}}}{2\pi^2} \int_0^1 dz \int d^2\vec{k}_t \int \frac{d^2\vec{l}_t}{l_t^4} \\ \alpha_S(\max\{l_t^2, \vec{k}_t^2 + M_{VM}^2\}) \ \mathcal{F}(x, \vec{l_t}, \vec{\Delta}_t) \ I(\gamma^* \to VM). \end{aligned} \tag{E.102}$$

The transition factors $I(\gamma^* \to VM)$ are

$$\begin{aligned} I(\gamma_L^* \to VM_L) &= -\frac{Q}{M_{VM}} \cdot \frac{4z(1-z)[m_q^2 + \vec{k}_t^2 + z(1-z)M_{VM}^2]}{\bar{Q}^4} \\ &\quad \cdot \Psi_V(z, \vec{k}_t)\vec{l}_t^2, \qquad \text{(E.103)} \\ I(\gamma_T^* \to VM_T, NF) &= 2(\vec{\epsilon}^V * \vec{\epsilon}^\gamma) \cdot \frac{m_q^2 + 2[z^2 + (1-z)^2]\vec{k}_t^2}{\bar{Q}^4} \cdot \Psi_V(z, \vec{k}_t)\vec{l}_t^2, \text{(E.104)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I(\gamma_L^* \to VM_T) &= -8\frac{(\vec{\epsilon}^V * \vec{\Delta}_t)Q}{\bar{Q}^2} \cdot \frac{z(1-z)(1-2z)^2}{\bar{Q}^4} \cdot \vec{k}_t^2 \Psi_V(z, \vec{k}_t)\vec{l}_t^2, \text{(E.105)} \\ I(\gamma_T^* \to VM_L) &= -2\frac{(\vec{\epsilon}^\gamma * \vec{\Delta}_t)}{M_{VM}} \cdot \frac{[m_q^2 + \vec{k}_t^2 + z(1-z)M_{VM}^2](1-2z)^2}{\bar{Q}^4} \\ &\quad \cdot \Psi_V(z, \vec{k}_t)\vec{l}_t^2, \qquad \text{(E.106)} \\ I(\gamma_T^* \to VM_T, DF) &= 2(\vec{\epsilon}^V * \vec{\Delta}_t)(\vec{\epsilon}^\gamma * \vec{\Delta}_t)\frac{z(1-z)}{\bar{Q}^4} \cdot [6(1-2z)^2\frac{\vec{l}_t^2}{\bar{Q}^2} + 1] \\ &\quad \cdot \vec{k}_t^2 \Psi_V(z, \vec{k}_t). \qquad \text{(E.107)} \end{aligned}$$

Here, NF states for no helicity flip while DF is for double flip. $\vec{\epsilon}^{\,\gamma}$ and $\vec{\epsilon}^{\,V}$ are the polarisation vectors of the virtual photon and the vector meson, respectively, and

$$\bar{Q}^2 = m_q^2 + z(1-z)Q^2. \tag{E.108}$$

From the form of integrands $I(\gamma^* \to VM)$, it is evident that longitudinal Fermi momentum is required for single helicity flip. Double helicity flip requires quark transverse Fermi momentum ($\vec{k}_t$).

It is immediately seen that single helicity flip amplitudes are proportional to Δ_t ($= \sqrt{|t|}$) and that double flip amplitude is proportional to Δ_t^2 ($= |t|$).

In all cases where $I(\gamma \to VM) \propto l_t^2$, the integral over l_t in equation E.102 gives rise to the gluon density $G(x, \bar{Q}^2)$ at the leading logarithm in Q^2 approximation:

$$\int^{\bar{Q}^2} \frac{dl_t^2}{l_t^2} \frac{\partial G(x, l^2)}{\partial \ln(l^2)} = G(x, \bar{Q}^2) \tag{E.109}$$

with $\bar{Q}^2$ given by equation E.108. After integration over the photon momentum fraction z carried by the quark, all T_{ij} amplitudes are thus directly proportional to the gluon density in the proton, except for T_{1-1}. The hard scale typical of the process is $Q_V^2 \simeq (0.10{-}0.25)(Q^2+M_{VM}^2)$. This can be understood if we suppose $M_{VM}^2 \gg k_t^2$ and Δ^2: the constituent mass m_q is then given by

$$m_q^2 \simeq z(1-z)M_{VM}^2, \tag{E.110}$$

and $\bar{Q}^2 \simeq z(1-z)(Q^2+M_{VM}^2)$. The numerical factor in Q_V^2 depends on the helicity amplitude under study, different amplitudes receiving different contributions from the end-points ($z \to 0, 1$) during the z integration.

In detail, the Q^2 and t dependences are given by the relations [9]

$$\begin{aligned}
T_{00} &\propto \frac{Q}{M_{VM}} . \frac{\alpha_S(Q_V^2)}{(Q^2+M_{VM}^2)^2} . G(x, Q_V^2), \\
T_{11} &\propto \frac{\alpha_S(Q_V^2)}{(Q^2+M_{VM}^2)^2} . G(x, Q_V^2), \\
T_{01} &\propto \frac{\sqrt{|t|}}{M_{VM}} . \frac{\alpha_S(Q_V^2)}{(Q^2+M_{VM}^2)^2} . G(x, Q_V^2), \\
T_{10} &\propto \frac{Q}{M_{VM}} . \frac{M_{VM}\sqrt{|t|}}{Q^2+M_{VM}^2} . \frac{\alpha_S(Q_V^2)}{(Q^2+M_{VM}^2)^2} . G(x, Q_V^2), \\
T_{1-1} &\propto |t| \frac{\alpha_S(Q_V^2)}{(Q^2+M_{VM}^2)^2} . [\frac{6G(x, Q_V^2)}{Q^2+M_{VM}^2} . \frac{\langle {k_z}^2 \rangle}{4M_{VM}^2} + \frac{G(x, {\mu_G}^2)}{{\mu_G}^2}]
\end{aligned} \tag{E.111}$$

where μ_G is the “soft” scale $\sim$ 0.7-1 GeV and k_z is the quark longitudinal Fermi momentum ($k_z \propto 1/2\ M_{VM}\ (2z-1)$).

The pQCD model presented here predicts violation of SCHC but, according to the authors [32], the non-nullity of the amplitudes with single and double helicity flip does not result

---

[9] T_{01} and T_{10} were interchanged in [32]. This is corrected here.

from perturbative QCD and is also expected in photoproduction for light vector mesons or for very small values of $Q^2 < M_{VM}^2$.

The calculations presented here imply that $R = \sigma_L/\sigma_T \propto Q^2/M_{VM}^2$. In agreement with Brodsky *et al.* [29], Kuraev, Nikolaev and Zakharov [32] argue that the Q^2 dependence of R is damped by non-perturbative contributions to σ_T.

However, in [77], Nikolaev *et al.* show that the linear dependence of R with Q^2 could be modified by a mixing of vector meson S and D waves, providing a better description of experimental data. Theoretical models using the factor $\Gamma_\mu = \gamma_\mu$ in the vertex function $VM - q\bar{q}$ imply a given mixing of S and D states. Separating the S and D states, Nikolaev and collaborators find that the results for S waves do not differ much from previous results, but that a very important breaking of $SCHC$ is preducted for D wave production, and that the ratio R_D is $\ll R_S$. The different Q^2 dependences of $R_{S,D}$ thus affect the predictions for the effective ratio R resulting from the mixing of the two wave types.

E.3.3 The model of Royen and Cudell

The model of Royen and Cudell [33] attemps at describing through two gluon exchange all characteristics of diffractive ρ meson production (cross section dependences in Q^2, t, ...), at high energy and for Q^2 larger than a few GeV^2. The cross sections are computed up to a normalisation factor expected to depend only on W and t. In order to predict SCHC violation and the $R = \sigma_L/\sigma_T$ behaviour observed in the data, Royen and Cudell introduce in their model both quark Fermi movement and quark off-shellness.

Figure E.9 presents two of the 4 relevant diagrams. The photon fluctuates into a pair of quarks carrying internal momentum f, which adds to half of the vector meson momentum; $f = \frac{\alpha}{2W}p + \frac{\beta}{2}q + \frac{f_t}{2}$, where f_t is the transverse part, and α and β are the Sudakov coefficients. The transition $q\bar{q} \to VM$ is described by vector meson vertex function Φ_V:

$$\Phi_V(k) = Ne^{\frac{-K^2}{2p_F^2}}, \tag{E.112}$$

where N is a normalisation factor fixed by the decay rate $VM \to e^+e^-$, K is the 3-momentum carried by the quark in the vector meson rest frame and p_F is the Fermi momentum scale of the quarks forming the vector meson. This scale depends on the vector meson mass: $p_F = 0.3$ GeV for ρ and ϕ mesons, and $p_F = 0.6$ GeV for J/ψ mesons, with $m_{u,d} = 0.3$ GeV, $m_s = 0.45$ GeV and $m_c = 1.5$ GeV.

The amplitudes are computed using Cutkovsky's rules [71]: the quarks cut by the dashed line in figure E.9 are put on shell. One of the quarks connected to the photon carrying momentum r on figure E.9a and a r' on figure E.9b, is off shell. In general, for current conservation, the second quark connected to the vector meson (carrying the momentum $f + q^V/2$) is put on shell. In the model of Royen and Cudell, this quark can be off shell. A gauge dependence then affects the propagators, but this dependence vanishes at high energy.

As for the other calculations, integrations are performed over the two loops in figure E.9: the first is over the gluon momentum l_t, the second over the quark Fermi momentum f. The latter

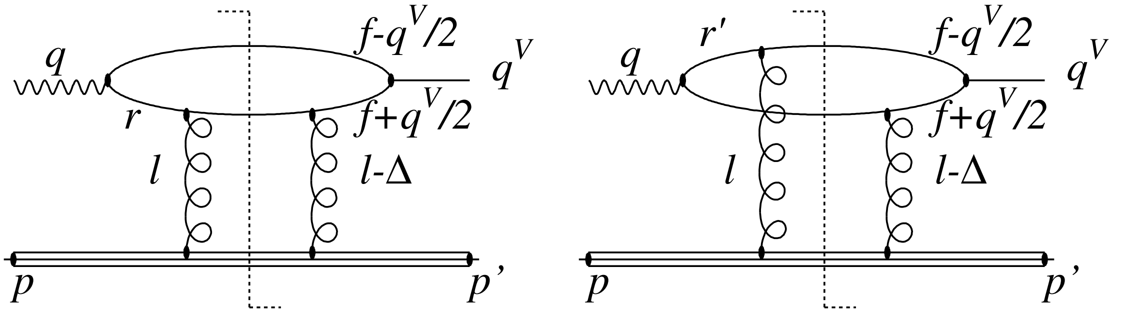


Figure E.9: Diagrams for the Royen and Cudell calculations.

reduces to an integration over f_t and β when the mass-shell conditions are taken into account. The positivity of f_t^2 constrains the possible values of β between the bounds:

$$\beta_{\pm} = \frac{\pm 2\sqrt{\lambda^2 + \mu_q M_{VM}}\lambda - 2\lambda^2 - \mu_q M_{VM} + M_{VM}^2}{M_{VM}^2} \tag{E.113}$$

where $\mu_q = 2m_q$ and λ is obtained from $f^2 = (M_{VM} - \mu_q)^2/4 - \lambda$. The lower bound is always smaller than 1 for non zero values of μ_q and for finite values of λ.

At high energy, the model describes several properties of the T_{ij} amplitudes [10]:

1. The amplitudes T_{00} and T_{10} decrease to zero for Q^2 going to zero because they are proportional to Q.

2. At high Q^2, the integration over f^2 and β introduces an additional Q^2 dependence for T_{11}, T_{01} and T_{10}, due to the quark off-shellness (quark of momentum $f + q^V/2$). A plateau is predicted for σ_L/σ_T at high Q^2, due to the mixing of contributions with on- and off-shell quarks, which have different asymptotic behaviours.

3. At the limit where the Fermi momentum f goes to zero, i.e $\beta \to 0$ and $z \to 1/2$, the T_{01} and T_{10} helicity flip amplitudes vanish since they are proportional to β.

4. At $|t| = |t|_{min} = 0$, the T_{01} and T_{10} single helicity flip amplitudes vanish, they increase to a maximum at $|t| < 0.1$ GeV^2, and decrease at higher values of $|t|$. At high Q^2 and for $|t|$ near 0, one gets

$$T_{01}/T_{00} = \frac{\beta\,\sqrt{|t|}}{\sqrt{2}\,(1+\beta)\,Q}. \tag{E.114}$$

E.4 In summary

Different models have been presented in this chapter.

---

[10] The amplitude T_{1-1} is expected to be very small and is neglected.

The first thing to note is that the models discussed in section E.2 make predictions for vector meson production at $|t| = 0$. As helicity flip requires angular momentum transfer ($\propto \sqrt{|t|}$), these models do not imply SCHC and are not in contradiction with the models studying $NSCHC$ (section E.3).

Secondly, the models predicting $NSCHC$ using perturbative QCD appraoches based on two gluon exchange reach very similar conclusions, which we summarise briefly (see eq. E.99, E.111 and E.114):

- no $|t|$ dependence of the ratio of the helicity conserving amplitudes T_{11}/T_{00};
- a $\sqrt{|t|}$ dependence of the ratio of the single helicity flip to helicity conserving amplitudes T_{01}/T_{00} and T_{10}/T_{00};
- a $|t|$ dependence of the ratio of the double helicity flip to helicity conserving amplitudes T_{1-1}/T_{00};
- the amplitude hierarchy $T_{00} > T_{11} > T_{01} > T_{10} > T_{1-1}$ for values of Q^2, W and $|t|$ typical for HERA.

However, questions remain open:

1. What is the real scale at which the gluon density is probed and the coupling constant α_S is acting? This question has no "exact" answer, and depends on the order of the calculations, since the scale is related to the non-computed terms, which are neglected. Levin *et al.* [61] choose the scale $Q^2 z(1-z)+m_q^2+k_t^2$. Other models simplify this general form depending on the approximations used. Ryskin [28] uses the scale $(Q^2 + M_{VM}^2)/4$ where $z = 1/2$, $m_q = M_{VM}/4$. Brodsky *et al.* [29] use Q^2; this choice is modified in the model of Frankfurt *et al.* [30] when the rescaling of the hard process is taken into account. For light vector mesons, Martin, Ryskin and Teubner [48] set $m_q = 0$ and get $Q^2 z(1-z) + k_t^2$, as do Ivanov and Kirschner [31] who neglect in addition k_t. Kuraev, Nikolaev and Zakharov [32] find the scale $(0.1 - 0.25)(Q^2 + M_{VM}^2)$.
2. From an experimental point of view, is the perturbative regime really be reached in the published analyses, or are there still large non-perturbative contributions? And what is the real role of the end-points contributions?
3. What is the evolution of the ratio R as a function of Q^2? Is it linear with Q^2/M_{VM}^2? Do we have to include perturbative effects to damp this evolution? What is the role of the γ parameter?
4. Which wave function do we have to choose for the vector meson? In particular, do we need to distinguish between S and D waves, as proposed by Nikolaev *et al.* [77]? The wave function choice constitutes in practice an important difference between models.
5. For heavy vector mesons and at large Q^2, what is the importance of using non-diagonal gluon density functions?
6. It is hoped that calculations including higher order effects should help resolving some of these uncertainties.

Bibliographie

[1] P.D.B. Collins, “An Introduction to Regge Theory and High Energy Physics” (Cambridge U.P.,Cambridge, 1977).

[2] M. Derrick *et al.* [ZEUS Collaboration], *Phys. Lett.* **B315** (1993) 481;
T. Ahmed *et al.* [H1 Collaboration], *Nucl. Phys.* **B429** (1994) 477.

[3] A. Donnachie et P.V. Landshoff, *Phys. Lett.* **B296** (1992) 227.

[4] C. Adloff *et al.* [H1 Collaboration], *Eur. Phys. J.* **C13** (2000) 371 [hep-ex/9902019].

[5] S. Aid *et al.* [H1 Collaboration], *Nucl. Phys.* **B468** (1996) 3 [hep-ex/9602007].

[6] C. Adloff *et al.* [H1 Collaboration], Z. Phys. **C75** (1997) 607 [hep-ex/9705014].

[7] S. Aid *et al.* [H1 Collaboration], *Nucl. Phys.* **B463** (1996) 3 [hep-ex/9601004].

[8] C. Adloff *et al.* [H1 Collaboration], Phys. Lett. **B483** (2000) 360 [hep-ex/0005010].

[9] C. Adloff *et al.* [H1 Collaboration], *Eur. Phys. J.* **C10** (1999) 373 [hep-ex/9903008].

[10] C. Adloff *et al.* [H1 Collaboration], *Phys. Lett.* **B483** (2000) 23 [hep-ex/0003020] ;
S. Aid *et al.* [H1 Collaboration], *Nucl. Phys.* **B472** (1996) 3 [hep-ex/9603005] ;
T. Ahmed *et al.* [H1 Collaboration], *Phys. Lett.* **b338** (1994) 507.

[11] C. Adloff *et al.* [H1 Collaboration], accepté par *Phys. Lett.*, DESY preprint DESY-02-075 [hep-ex/0205107] ;
C. Adloff *et al.* [H1 Collaboration], *Phys. Lett.* **B421** (1998) 385 [hep-ex/9711012].

[12] C. Adloff *et al.* [H1 Collaboration], *Phys. Lett.* **B517** (2001) 47 [hep-ex/0107005].

[13] J. Breitweg *et al.* [ZEUS Collaboration], *Eur. Phys. J.* **C6** (1999) 603 [hep-ex/9808020].

[14] J. Breitweg *et al.* [ZEUS Collaboration], *Eur. Phys. J.* **C12** (2000) 393 [hep-ex/9908026].

[15] J. Breitweg *et al.* [ZEUS Collaboration], *Eur. Phys. J.* **C2** (1998) 247 [hep-ex/9712020].

[16] M. Derrick *et al.* [ZEUS Collaboration], *Phys. Lett.* **B356** (1995) 601 [hep-ex/9507001].

[17] M. Derrick *et al.* [ZEUS Collaboration], *Zeit. Phys.* **C73** (1997) 253 [hep-ex/9609003] ;
M. Derrick *et al.* [ZEUS Collaboration], *Zeit. Phys.* **C69** (1995) 39 [hep-ex/9507011].

[18] J. Breitweg *et al.* [ZEUS Collaboration], *Phys. Lett.* **B487** (2000) 273 [hep-ex/0006013].

[19] M. Derrick *et al.* [ZEUS Collaboration], *Zeit. Phys.* **C73** (1996) 73 [hep-ex/9608010].

[20] M. Derrick *et al.* [ZEUS Collaboration], *Phys. Lett.* **B380** (1996) 220 [hep-ex/9604008].

[21] M. Derrick *et al.* [ZEUS Collaboration], *Phys. Lett.* **B377** (1996) 259 [hep-ex/9601009].

[22] J. Breitweg *et al.* [ZEUS Collaboration], *Zeit. Phys.* **C75** (1997) 215 [hep-ex/9704013].

[23] M. Derrick *et al.* [ZEUS Collaboration], *Phys. Lett.* **B350** (1995) 120 [hep-ex/9503015].

[24] J. Breitweg *et al.* [ZEUS Collaboration], *Phys. Lett.* **B437** (1998) 432 [hep-ex/9807020].

[25] J. Breitweg *et al.* [ZEUS Collaboration], *Eur. Phys. J.* **C14** (2000) 213 [hep-ex/9910038].

[26] J. Breitweg *et al.* [ZEUS Collaboration], article soumis à *Eur. Phys. J.*, preprint DESY-02-072 [arXiv:hep-ex/0205081].

[27] C. Adloff *et al.* [H1 Collaboration], *Phys. Lett.* **B539** (2002) 25 [hep-ex/0203022].

[28] M.G. Ryskin, *Zeit. Phys.* **C57** (1993) 89.

[29] S.J. Brodsky, L. Frankfurt, J.F. Gunion, A.H. Mueller et M. Strikman, *Phys. Rev.* **50** (1994) 3134 [hep-ex/9402283].

[30] L. Frankfurt, W. Koepf et M. Strikman, *Phys. Rev.* **54** (1996) 3194 [hep-ph/9509311].

[31] D.Yu. Ivanov et R. Kirschner, *Phys. Rev.* **D58** (1998) 114026 [hep-ph/9807324].

[32] E.V. Kuraev, N.N. Nikolaev et B.G. Zakharov, *JETP Lett.* **68** (1998) 696 [hep-ph/9809539].

[33] I. Royen et J.R. Cudell, *Nucl. Phys.* **B545** (1999) 505 [hep-ph/9807294] ;
I. Royen, *Phys. Lett.* **B513** (2001) 348 [hep-ph/0006044].

[34] K. Hagiwara *et al.* [Particle Data Group], *Phys. Rev.* **D66** (2002) 010001, http://pdg.lbl.gov

[35] C. Adloff *et al.* [H1 Collaboration], *Zeit. Phys.* **C76** (613) 1997 [hep-ex/9708016] ;
C. Adloff *et al.* [H1 Collaboration], article (♯ 980) soumis à la conférence ICHEP2002, Amsterdam, Pays-Bas.

[36] B. List et A. Mastroberardino, Proc. du workshop “Monte Carlo Generators for HERA Physics”, A.T. Doyle and al. ed., DESY-PROC-1999-02 (1999) 396.

[37] T.H. Bauer *et al.*, *Rev. Mod. Phys.* **50** (1978) 261.

[38] K. Gottfried et J.D. Jackson, *Il Nuovo Cimento* **33** (1964) 309.

[39] M.E. Rose, “Elementary theory of angular momentum” (J. Wiley, New York, 1957).

[40] K. Schilling, P. Seyboth et G. Wolf, *Nucl. Phys.* **B15** (1970) 397.

[41] K. Schilling et G. Wolf, *Nucl. Phys.* **B61** (1973) 381.

[42] B. Humpert et A.D.C. Wright, *Phys. Lett.* **B65** (1976) 463.

[43] Communication privée avec Nelly Goguitidze.

[44] N. N. Nikolaev, Proc. de la conférence ISMD99, Providence, Rhode Island. [hep-ph/9908477].

[45] I. Royen, Proc. de la conférence DIS99, Zeuthen, Allemagne, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **79** (1999) 346.

[46] C. Adloff *et al.* [H1 Collaboration], article (♯ 989) soumis à la conférence ICHEP2002, Amsterdam, Pays-Bas.

[47] J. Breitweg *et al.* [ZEUS Collaboration], article (♯ 880) soumis à la conférence ICHEP2000, Osaka, Japon.

[48] A.D. Martin, M.G. Ryskin et T. Teubner, *Phys. Rev.* **D55** (1997) 4329 [hep-ph/9609448].

[49] J. Breitweg *et al.* [ZEUS Collaboration], article (♯ 793) soumis à la conférence ICHEP98, Vancouvert, Canada.

[50] R. Enberg, L. Motyka et G. Poludniowski, Proc. de la conférence DIS2002, Cracovie, Pologne, [hep-ph/0207034].

[51] D.Y. Ivanov, R. Kirschner, A. Schafer et L. Szymanowski, *Phys. Lett.* **B478** (2000) 101 [Erratum-ibid. **B498** (2001) 295] [hep-ph/0001255].

[52] J.R. Forshaw et G. Poludniowski [hep-ph/0107068].

[53] K. Ackerstaff *et al.* [HERMES Collaboration], *Eur. Phys. J.* **C18** (2000) 303 [hep-ex/0002016].

[54] M.R. Adams *et al.* [E665 Collaboration], *Zeit. Phys.* **C74** (1997) 237.

[55] M. Arneodo *et al.* [NMC Collaboration], *Nucl. Phys.* **B429** (1994) 503.

[56] J.J. Aubert *et al.* [EMC Collaboration], *Phys. Lett.* **B161** (1985) 203.

[57] W.D. Shambroom *et al.* [CHIO Collaboration], *Phys. Rev.* **D26** (1982) 1.

[58] P. Joos *et al.*, *Nucl. Phys.* **B113** (1976) 53.

[59] J.C. Collins, L. Frankfurt et M. Strikman, *Phys. Rev.* **D56** (1997) 2982 [hep-ph/9611433].

[60] G.P Lepage, S.J. Brodsky, *Phys. Rev.* **22** (1980) 2157.

[61] E.M. Levin, A.D. Martin, M.G. Ryskin et T. Teubner, *Zeit. Phys.* **C74** (1997) 671[hep-ph/9606443].

[62] L. Frankfurt, W. Koepf et M. Strikman, *Phys. Rev.* **57** (1998) 512 [hep-ph/9702216].

[63] N.N. Nikolaev et B.G. Zakharov, *Zeit. Phys.* **C49** (1991) 607 ;
N.N. Nikolaev et B.G. Zakharov, *Zeit. Phys.* **C53** (1992) 331.

[64] J. Nemchik, N.N. Nikolaev, E. Predazzi et B.G. Zakharov, *Zeit. Phys.* **C75** (1997) 71 [hep-ph/9605231] ;
J. Nemchik, N.N. Nikolaev, E. Predazzi, B.G. Zakharov et V.R. Zoller, *J. Exp. Theor. Phys.* **86** (1998) 1054 [Zh. Eksp. Teor. Fiz. **113** (1998) 1930] [hep-ph/9712469].

[65] M.G. Ryskin, R.G. Roberts, A.D. Martin et E.M. Levin, *Zeit. Phys.* **C76** (1997) 231 [hep-ph/9511228].

[66] V. Barone, M. Genovese, N.N. Nikolaev, E. Predazzi et B.G. Zakharov, *Phys. Lett.* **B326** (1994) 161 [hep-ph/9307248].

[67] N.N. Nikolaev et B.G. Zakharov, *Phys. Lett.* **B332** (1994) 184 [hep-ph/9403243].

[68] B. Blättel *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **70** (1993) 896 ;
L. Franfurt, G.A. Miller et M. Strikman, *Phys. Lett.* **B304** (1993) 1 [hep-ph/9305228].

[69] M. Diehl, *J. Phys. G* **28** (2002) 1127 [hep-ph/0109040].

[70] A. Donnachie et P. V. Landshoff, *Nucl. Phys.* **B311** (1989) 509 ;
A. Donnachie et P. V. Landshoff, *Phys. Lett.* **B348** (1995) 213 [hep-ph/9411368].

[71] M. E. Peskin et D. V. Schroeder, “An Introduction to Quantum Field Theory” (Addison-Wesley Pub. Comp., 1997).

[72] L. Frankfurt, A. Freund, V. Guzey et M. Strikman, *Phys. Lett.* **B418** (1998) 345 [hep-ph/9703449].

[73] H. Plothow-Besch, W5051 PDFLIB, User’s Manual, version 8.04.

[74] A.D. Martin, R.G. Roberts et W.J. Stirling, *Phys. Lett.* **B387** (1996) 419 [hep-ph/9606345].

[75] A.D. Martin, M.G. Ryskin et T. Teubner, *Phys. Rev.* **D62** (2000) 014022 [hep-ph/9912551].

[76] Communication privée avec R. Kirschner.

[77] I.P. Ivanov et N.N. Nikolaev, *JETP Lett.* **69** (1999) 294 [hep-ph/9901267].

[78] https://www-h1.desy.de/general/home/home.html

[79] I. Abt *et al.* [H1 Collaboration], *Nucl. Instr. Meth.* **A 386** (1997) 310 ;
I. Abt *et al.* [H1 Collaboration], *Nucl. Instr. Meth.* **A 386** (1997) 348.

[80] B. Andrieu *et al.*, [H1 LAr Group], *Nucl. Instr. Meth.* **A 336** (1993) 460.

[81] T. Nicholls *et al.*, [H1 SpaCal Group], *Nucl. Instr. Meth.* **A 374** (1996) 149 ;
R.D. Appuhn *et al.*, [H1 SpaCal Group], *Nucl. Instr. Meth.* **A 386** (1997) 397.

[82] P. Van Esch *et al.*, *Nucl. Instr. Meth.* **A 446** (2000) 409.

[83] J.C. Bizot et D. Hoffmann, “Strategy Studies for the H1 Topological L2-Trigger (L2TT)”, note interne, H1-01/97-508.

[84] J. Fent *et al.*, “A Neural Network Second Level Trigger for the H1-Experiment at HERA”, note interne, H1-10/95-457 ;
J. Koehne *et al.*, “Realization of a second level neural network trigger for the H1 experiment at HERA”, note interne, H1-01/97-509.

[85] S. Bentvelsen, J. Engelen et P. Kooijman, Proc. du workshop “Physics at HERA”, W. Buchmüller and G. Ingelman ed., Hamburg (1992) 23 ;
K.C. Hoeger, ibid, p 43.

[86] F. Jacquet et A. Blondel, DESY 79-048 (1979) 377.

[87] U. Bassler et G. Bernardi, *Nucl. Instr. Meth.* **A361** (1995) 197.

[88] B. Clerbaux, “Electroproduction élastique de mésons ρ à HERA”, Université Libre de Bruxelles, Bruxelles, décembre 1998, DESY-THESIS-1999-001,
https://www-h1.desy.de/psfiles/theses/h1th-142.ps

[89] R. Stamen, “Measurement of Deeply Virtual Compton Scattering at HERA”, Université de Dortmund, Université Libre de Bruxelles, Dortmund, novembre 2001, DESY-THESIS-2001-057,
https://www-h1.desy.de/psfiles/theses/h1th-249.ps

[90] F.P. Schilling, “Diffractive Jet Production in Deep-Inelastic $e + p$ Collisions at HERA”, Université de Heidelberg, Heidelberg, février 2001, Dissertation,
https://www-h1.desy.de/psfiles/theses/h1th-216.ps

[91] A. Kwiatkowski, H.-J. Möhring et H. Spiesberger, Comput. Phys. Commun. 69 (1992), 155 et Proc. du workshop “Physics at HERA”, W. Buchmüller and G. Ingelman ed., Hamburg (1992) 1294.

[92] X. Janssen, Thèse en préparation, Université Libre de Bruxelles, Bruxelles.

[93] K. Goulianos, *Phys. Rep.* **101** (1983) 169.

[94] S. Aid *et al.* [H1 Collaboration], article ($\sharp$ 01-088) soumis à la conférence ICHEP96.

[95] M. Atkinson *et al.* [Omega Collaboration], *Phys. Lett.* **B108** (1982) 55.

[96] F. James, MINUIT, Cern Program Library Long Writeup D506.

[97] M. Ross et L. Stodolsky, *Phys. Rev.* **149** (1966) 1173.

[98] P. Söding, *Phys. Lett.* **19** (1966) 702.

[99] Communication privée avec Othmane Bouhali dont le sujet de la thèse annexe défendue en décembre 1999 portait sur la production diffractive élastique de mésons vecteurs ρ'.

[100] A.D. Martin, R.G. Roberts et W.J. Stirling, *Phys. Rev.* **D51** (1995) 4756 [hep-ph/9409410].

[101] A.D. Martin, R.G. Roberts, W.J. Stirling et R.S. Thorne. *Eur. Phys. J.* **C4** (1998) 463, [hep-ph/09803445].

[102] H.L. Lai *et al.*, *Phys. Rev.* **D55** (1997) 1280 [hep-ph/9606399].

[103] H.L. Lai et W.K. Tung, [hep-ph/9701256].

[104] H.L. Lai *et al.*, [hep-ph/9903282].

[105] M. Glück, E. Reya et A. Vogt, *Zeit. Phys.* **C67** (1995) 433.

[106] M. Glück, E. Reya et A. Vogt, *Eur. Phys. J.* **C5** (1998) 461 [hep-ph/9806404].

[107] H.H. Bingham *et al.*, *Phys. Lett.* **B41** (1972) 635,
M. Atkinson *et al.* [Omega Collaboration], *Zeit. Phys.* **C26** (1985) 499,
D.E. Groom *et al.*, *Eur. Phys. J.* **C15** (2000) 1.

[108] W. Magnus et F. Oberhettinger, "Formulas and Theorems for the Functions of Mathematical Physics" (Chelsea Pub. Compagy, New York, 1949).

[109] M.M. Agrest et M.S. Maksimov, "Theory of Incomplete Cylindrical Functions and their applications" (Springer-Verslag Berlin, Heidelberg, 1971).

[110] G. Prasad, "A treatise on spherical Harmonics and the Functions of Bessel and Lamé", $2^{ème}$ partie (Benares mathematical society Pub., 1932).

[111] N.W. McLachlan, "Bessel functions for engineers" (Oxford Univ. Press, 1934).

[112] C. Saint-Blanquet et B. Fourcher, http: //www.sciences.univ-nantes.fr/physique/perso/blanquet/conducti/a1besleg/a1besleg.htm

[113] http://wwwh1.mppmu.mpg.de/projects/neuro/neuro.html

[114] J. Dichtl *et al.*, "Training and Testing Neural Networks for the L2 Neural Network Trigger", mai 1999, non publié.

[115] "Netsim User Manual", Institut Max Planck, Institut Werner-Heisenberg, Munich, novembre 1997, http://wwwh1.mppmu.mpg.de/projects/neuro/doc/nsi_user/nsi_user.ps.gz

[116] T. Zobel, "Mixer Documentation", Institut Max Planck, Institut Werner-Heisenberg, Munich, mars 1995, http://wwwh1.mppmu.mpg.de/projects/neuro/doc/mixdoc/mixdoc.ps.gz

[117] A. Kruis, "Using the trainer", Institut Max Planck, Institut Werner-Heisenberg, Munich, juillet 1995, http://wwwh1.mppmu.mpg.de/projects/neuro/doc/trainer/docu.ps.gz

[118] D. Westner, "Tester Documentation", Institut Max Planck, Munich, juin 1996, http://wwwh1.mppmu.mpg.de/projects/neuro/doc/Tester/Tester.ps.gz

[119] A. Gruber *et al.*, "NETSIM, The Simulator of the Level 2/3 Neural Network Trigger", note interne, H1-10/94-393.

[120] https://www-h1.desy.de/h1/iww/itrigger/Requests/99/99.10.25/
https://www-h1.desy.de/h1/iww/itrigger/Requests/99/99.10.25/proposal_trigger_21.10.99

[121] http://www-h1.desy.de/h1/www/h1det/calo/vlq/TPVLQ.ps.Z

Remerciements

J'aimerais tout d'abord remercier mon directeur de thèse pour ses conseils, sa patience et surtout son énorme disponibilité. Tout au long de ces 4 ans, Pierre Marage m'a encouragée et aidée à parvenir jusqu'au bout, et m'a accordé sa confiance. Merci.

Je remercie Jean Sacton qui m'a aimablement accueillie dans le service de physique des hautes énergies (IIHE) qu'il dirigeait au début de ma thèse, ainsi que Daniel Bertrand qui lui a succédé.

Un merci tout particulier va à mon "président de comité d'accompagnement", Laurent Favart, pour son humour incroyable et son amitié. Je suis ravie d'avoir pu partager le même bureau que ce fan de Shadoks et de G. Manset.

Je suis reconnaissante à Xavier Janssen pour sa collaboration, ses discussions au sujet du méson ρ et son aide informatique indéniable. Je dois également une fière chandelle à Barbara Clerbaux dont la thèse a constitué pour moi un ouvrage de référence sur les mésons vecteurs.

Merci également à tous les jeunes du laboratoire de l'IIHE pour leur chaleur et l'ambiance qu'ils ont créée. Merci à Gilles Delentdecker, Olivier Devroede, Pascal Vanlaer, Steven Lowette, Roel Heremans, Sophie Leonard, Philippe Olbrechts, Rainer Stamen, Jorgen D'Hondt, Peter Niessen, Othmane Bouhali, ... Merci aussi aux moins jeunes mais tous aussi sympathiques physiciens du laboratoire pour leur accueil.

J'aimerais ensuite remercier quelques membres de la collaboration H1. Paul Newman, Eckhart Elsen et Peter Schleper m'ont apporté leur soutien durant mon analyse. Hans-Christian Schultz-Coulon, l'équipe de Munich dirigée par Christian Kiesling et Sergey Levonian m'ont fortement aidée pendant mes études sur le système de déclenchement du détecteur H1, respectivement pour le niveau 1, le niveau 2 (L2NN) et le niveau 4. Enfin, qu'aurait été ma vie sans l'opiniâtreté et la rigueur de Beate Naroska et Jan Olsson, les deux rapporteurs de mon article ? Ils se sont peut-être arraché les cheveux mais m'ont largement fait souffrir en échange.

Je souhaiterais dire merci aussi à Nathalie Vaeck pour le temps qu'elle m'a consacré et les discussions que nous avons eues au sujet du formalisme de la désintégration d'une particule. Je suis également reconnaissante à Markus Diehl qui m'a beaucoup aidée pour la compréhension de certains concepts théoriques. Merci à Igor Ivanov, Roland Kirschner et Dmitri Ivanov pour avoir eu la gentillesse de répondre à mes questions concernant leurs modèles.

Je remercie également Monique Garnier, Danielle Peymans et Josée Liesen pour leur aide précieuse et leurs sourires.

Je tiens ensuite à remercier les membres de mon jury de thèse pour leurs remarques et conseils qui m'ont permis d'améliorer ce manuscrit.

J'aimerais terminer cette longue liste où j'ai très probablement oublié quelqu'un, en remerciant ma famille : ma maman et mon papa qui ont toujours été présents pour moi (merci pour vos pensées et vos coups de téléphone), Magali, Patsy, ... Enfin, je n'oublierai pas Arnaud Lefevre, qui a toujours su me remonter le moral même à 1300 km d'ici et qui a apporté beaucoup de soleil dans ma vie.