

**MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR PHYSIK**

WERNER-HEISENBERG-INSTITUT

MPI-PhE / 92-13

September 1992

Die parametrisierte Simulation  
elektromagnetischer Schauer

DISSERTATION

zur Erlangung des Doktorgrades  
des Fachbereichs Physik  
der Universität Hamburg

Vorgelegt von

**Stefan Peters**

aus Hamburg

Hamburg

1992

8000 München 40 · Förhringer Ring 6

Alle Rechte vorbehalten

Max-Planck-Institut für Physik, München.

# Die parametrisierte Simulation elektromagnetischer Schauer

DISSERTATION

zur Erlangung des Doktorgrades  
des Fachbereichs Physik  
der Universität Hamburg

Vorgelegt von  
**Stefan Peters**  
aus Hamburg

Hamburg  
1992

Gutachter der Dissertation:

Prof. Dr. F.-W. Büßer  
Prof. Dr. G. Buschhorn

Gutachter der Disputation:

Prof. Dr. F.-W. Büßer  
Prof. Dr. G. Heinzelmann

Datum der Disputation:

9. September 1992

Sprecher des Fachbereichs Physik und

Vorsitzender des Promotionsausschusses: Prof. Dr. G. Mack

# Kurzfassung

Die Simulation elektromagnetischer Schauer in Kalorimetern durch eine detaillierte Verfolgung der Spuren aller Einzelteilchen erfordert einen extremen Rechenzeitaufwand. Die Verwendung von Parametrisierungen globaler Schauereigenschaften kann die Rechenzeit bei weitgehender Erhaltung der Genauigkeit um Faktoren  $10^1$  bis  $10^4$  reduzieren, abhängig von der Energie, dem Umfang der Parametrisierungen sowie der Komplexität der Materialbeschreibung und den Abschneideenergien in der detaillierten Simulation.

Um einen hohen Grad an Allgemeinheit zu erreichen, werden Parametrisierungen zur Beschreibung individueller elektromagnetischer Schauer in homogenen Medien entwickelt, die die Materialabhängigkeit der Schauerentwicklung berücksichtigen. In Sampling-Kalorimetern führt die inhomogene Materialverteilung zu zusätzlichen Effekten, die durch geometrieabhängige Terme in den Parametrisierungen der longitudinalen und radialen Energiedichteverteilungen berücksichtigt werden können. Vergleiche mit detaillierten Simulationen homogener und Sampling-Kalorimeter zeigen eine sehr gute Übereinstimmung von Fluktuationen, Korrelationen und Signalmittelwerten räumlicher Energieverteilungen.

Eine Verifizierung der Algorithmen zur Simulation des H1-Detektors wird mit Hilfe experimenteller Daten aus Kalorimetertests verschiedener Module des H1 Flüssig-Argon Kalorimeters durchgeführt. Dabei werden Untersuchungen zur Elektron-Pion Trennung, die in der Physik-Analyse eine wichtige Rolle spielt, besonders berücksichtigt.

## Abstract

The simulation of electromagnetic showers in calorimeters by detailed tracking of all secondary particles is extremely computer time consuming. Without losing considerably in precision, the use of parametrizations for global shower properties may reduce the computing time by factors of  $10^1$  to  $10^4$ , depending on the energy, the degree of parametrization, and the complexity in the material description and the cut off energies in the detailed simulation.

To arrive at a high degree of universality, parametrizations of individual electromagnetic showers in homogenous media are developed, taking the dependence of the shower development on the material into account. In sampling calorimeters, the inhomogenous material distribution leads to additional effects which can be taken into account by geometry dependent terms in the parametrization of the longitudinal and radial energy density distributions. Comparisons with detailed simulations of homogenous and sampling calorimeters show very good agreement in the fluctuations, correlations, and signal averages of spatial energy distributions.

Verifications of the algorithms for the simulation of the H1 detector are performed using calorimeter test data for different modules of the H1 liquid argon calorimeter. Special attention has been paid to electron pion separation, which is of great importance for physics analysis.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>1 ep-Physik am DESY</b>	<b>6</b>
1.1 Der Speicherring HERA . . . . .	7
1.2 Elektron-Proton Streuung . . . . .	9
1.2.1 Kinematik der tief unelastischen ep-Streuung . . . . .	10
1.2.2 Messung inklusiver Wirkungsquerschnitte . . . . .	14
1.2.3 Messung von Strukturfunktionen des Protons . . . . .	16
1.2.4 Physik-Perspektiven bei HERA . . . . .	20
1.3 Der H1-Detektor . . . . .	21
<b>2 Physikalische Grundlagen der Kalorimetrie</b>	<b>26</b>
2.1 Theorie elektromagnetischer Schauer . . . . .	27
2.1.1 Prozesse in elektromagnetischen Schauern . . . . .	27
2.1.2 Eindimensionale Schauermodelle . . . . .	30
2.1.3 Dreidimensionale Schauerentwicklung . . . . .	33
2.1.4 Schauerentwicklung in Sampling-Kalorimetern . . . . .	34
2.2 Hadronische Schauer . . . . .	38
2.2.1 Prozesse in hadronischen Schauern . . . . .	38
2.2.2 Energiemessung hadronischer Schauer . . . . .	41
<b>3 Detektorsimulation</b>	<b>44</b>
3.1 Verfahren zur Reduzierung der Rechenzeit . . . . .	45
3.2 Parametrisierte Simulation elektromagnetischer Schauer . . . . .	46
<b>4 Elektromagnetische Schauer in homogenen Medien</b>	<b>49</b>
4.1 GEANT-Simulationen . . . . .	49
4.1.1 Festlegung der GEANT Simulationsparameter . . . . .	51
4.2 Mittlere longitudinale Profile . . . . .	52
4.3 Fluktuationen longitudinaler Profile . . . . .	56
4.3.1 Simulation longitudinaler Profile . . . . .	62
4.4 Mittlere radiale Profile . . . . .	68
4.5 Fluktuationen radialer Profile . . . . .	81
4.5.1 Simulation radialer Profile . . . . .	85

4.5.2	Korrelationen zwischen longitudinaler und radialer Schauerentwicklung . . . . .	92
4.6	Simulation eines Bleiglas Kalorimeters . . . . .	94
<b>5</b>	<b>Elektromagnetische Schauer in Sampling-Kalorimetern</b>	<b>98</b>
5.1	Simulation der Sampling-Fluktuationen . . . . .	99
5.2	GEANT-Simulationen . . . . .	100
5.3	Mittlere longitudinale Profile . . . . .	102
5.4	Fluktuationen longitudinaler Profile . . . . .	110
5.5	Mittlere radiale Profile . . . . .	116
5.6	Fluktuationen radialer Profile . . . . .	122
5.7	Simulation eines realistischen Kalorimeters . . . . .	128
<b>6</b>	<b>Detektorsimulation für das H1-Kalorimeter</b>	<b>135</b>
6.1	Geometrische Bedingungen der Kalorimetersimulation . . . . .	136
6.2	Simulation signaläquivalenter Energien . . . . .	137
6.3	Simulation des kalibrierten Detektors . . . . .	140
6.4	Rechenzeitbedarf . . . . .	141
<b>7</b>	<b>Vergleiche mit Kalorimetertestdaten</b>	<b>143</b>
7.1	Der Testaufbau am CERN . . . . .	143
7.1.1	Der Teststrahl . . . . .	144
7.1.2	Die Kalorimeter . . . . .	147
7.2	Simulation der CERN-Tests . . . . .	149
7.3	Kalibration und Skalierung der Testdaten . . . . .	151
7.3.1	Definition der elektromagnetischen Skala . . . . .	151
7.4	Vergleiche zur Energiemessung . . . . .	154
7.4.1	Linearität der Energiemessung . . . . .	154
7.4.2	Energieauflösung . . . . .	156
7.4.3	Verteilungen der Gesamtenergie . . . . .	158
7.4.4	Simulation des Überganges CB2/CB3 . . . . .	160
7.5	Vergleiche topologischer Eigenschaften . . . . .	162
7.5.1	Longitudinale Profile . . . . .	165
7.5.2	Laterale und radiale Profile . . . . .	168
7.5.3	Multiplizität getroffener Kanäle . . . . .	173
7.6	Elektron-Identifikation . . . . .	176
7.6.1	Lokale Energieverteilungen . . . . .	177
7.6.2	Kombination von Schauermomenten . . . . .	181
7.6.3	Effizienz der $e/\pi$ -Trennung . . . . .	188
	<b>Zusammenfassung</b>	<b>193</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>197</b>

# Einleitung

Untersuchungen von Teilchenkollisionen in Experimenten der Hochenergiephysik dienen der Erforschung der elementaren Bestandteile der Materie und ihrer Wechselwirkungen. Im Wechselspiel zwischen Theorie und Experiment werden Modelle entwickelt, die ein physikalisches Bild von der Materiebildung entwerfen.

Die Summe der gegenwärtigen Erkenntnisse über elektromagnetische, schwache und starke Wechselwirkungen von Teilchen wird im sogenannten Standardmodell zusammengefaßt. Darin bilden strukturlose Fermionen, zu denen 6 Leptonen und 6 Quarks sowie deren Antiteilchen gehören, die Konstituenten der Materie, die durch den Austausch virtueller Bosonen miteinander wechselwirken können.

Aus dem Standardmodell lassen sich Vorhersagen ableiten, die bis heute in hervorragender Übereinstimmung mit den experimentellen Resultaten sind. Trotzdem werden viele Aspekte des Standardmodells, etwa die große Anzahl freier Parameter, zu denen u. a. die Fermionenmassen zählen, als theoretisch unbefriedigend empfunden. Zur weiteren Überprüfung der Theorie ist es deshalb notwendig, die Struktur der Materie bei immer kleineren Längenskalen zu untersuchen. Ein Weg dorthin führt über den Bau von Beschleunigern mit hohen Schwerpunktenenergien, in denen Teilchenkollisionen mit großen Impulsüberträgen stattfinden können. Mit wachsender Beschleunigerleistung steigen dabei auch die kinetischen Energien der Reaktionsprodukte, die mit Hilfe entsprechend dimensionierter Detektoren nachzuweisen sind. Zu den meßbaren Reaktionsprodukten zählen dabei vorwiegend die leichteren Leptonen (Elektronen und Myonen) sowie hochenergetische Teilchenjets aus Hadronen, die aus den fragmentierten Quarks und Gluonen, den partonischen Endprodukten der Reaktionen, entstehen. Beim Nachweis hochenergetischer Teilchenkollisionen kommt daher der Energiemessung mit elektromagnetischen und hadronischen Kalorimetern eine besondere Bedeutung zu.

Zur Entwicklung geeigneter Detektorsysteme und zur Datenanalyse sind umfangreiche Simulationsrechnungen erforderlich. In der Planungs- und Entwicklungsphase, die sich für Großexperimente über mehrere Jahre erstreckt, dienen die Simulationsrechnungen zur Optimierung der Detektorgeometrie zur bestmöglichen Messung physikalischer Parameter im Hinblick auf die zu erwartenden Ereignistopologien. Zur Vorbereitung der Datenanalyse werden Detektorsimulationen zur Entwicklung geeigneter Rekonstruktionsalgorithmen benötigt. In der Datenanalyse selbst müssen die Detektorakzeptanz und Nachweiswahrscheinlichkeiten mit Hilfe von Simulationsrechnungen bestimmt werden.

Die Simulation des Detektors kann durch eine detaillierte Verfolgung der Spu-



ren aller Einzelteilchen unter Berücksichtigung ihrer Wechselwirkungen mit dem Detektormaterial und aller Energieverlustmechanismen erfolgen, die im folgenden als detaillierte Simulation bezeichnet wird. Aufgrund des hohen Rechenzeitbedarfs, stößt dieses Verfahren mit wachsender Komplexität des Detektors auch bei steigenden Rechenkapazitäten an ökonomische Grenzen. Es ist deshalb sinnvoll, Maßnahmen in Betracht zu ziehen, die den Rechenzeitaufwand bei weitgehender Erhaltung der Genauigkeit erheblich reduzieren.

Wegen der kaskadenartigen Entwicklung von Teilchenschauern ist die Simulation von Kalorimetern durch eine detaillierte Spurverfolgung besonders zeitintensiv. Zusätzlich steigt der Rechenzeitbedarf hier etwa linear mit der Schauerenergie. Dabei erfordert die Simulation elektromagnetischer Schauer aufgrund der vergleichsweise hohen Teilchenzahlen einen größeren Rechenzeitaufwand als die Berechnung hadronischer Kaskaden. Eine Vereinfachung der Simulation elektromagnetischer Schauer kann deshalb zu einer effizienten Reduzierung der Rechenzeit ausgenutzt werden. Dies gilt umso mehr, wenn man beachtet, daß ein großer Anteil der Energie innerhalb hadronischer Schauer in Form elektromagnetischer Subschauer deponiert wird, der ebenfalls zum Rechenzeitgewinn beiträgt. Die hohe Kompaktheit elektromagnetischer Schauer und das im Vergleich zu hadronischen Schauern bessere Verständnis der für die Schauerentwicklung und Signalbildung relevanten physikalischen Mechanismen, erlaubt gleichzeitig ein hohes Präzisionsniveau, verglichen mit detaillierten Simulationen, zu gewährleisten.

Eine Möglichkeit zur Reduzierung der Rechenzeit ist die Parametrisierung globaler Schauerigenschaften, wie der longitudinalen und radialen Verteilung der Energie. Ein einfaches Verfahren zur parametrisierten Schauersimulation, das nur die mittleren Eigenschaften der Schauerentwicklung berücksichtigte [LON75], wurde zur Simulation des UA1-Kalorimeters verwendet. In späteren Arbeiten wurde dieser Ansatz auf die Simulation individueller Schauer erweitert, mit dem Ziel auch Fluktuationen und Korrelationen in der Schauerentwicklung beschreiben zu können ([HAY85], [BAD87], [GRI90]). Dies wurde vor allem in der Simulation longitudinaler Energieverteilungen erreicht, während eine parametrisierte Simulation radialer Energieverteilungen, insbesondere hinsichtlich der Fluktuationen und Korrelationen, bisher nur unzureichend untersucht wurde. Alle bisherigen Parametrisierungen elektromagnetischer Schauer wurden zudem für spezielle Materialien durchgeführt und können deshalb nicht zur Simulation anderer Kalorimeter verwendet werden.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Entwicklung von Parametrisierungen und Algorithmen zur schnellen Simulation individueller elektromagnetischer Schauer, die die Material- und Geometrieabhängigkeit von Schauerentwicklung und Signalbildung in homogenen und Sampling-Kalorimetern beinhaltet und die Nachbildung von Kalorimetersignalen mit hoher Präzision erlaubt. Dabei sollen die Fluktuationen und Korrelationen in der räumlichen Energieverteilung, die durch die Fluktuationen individueller Schauer entstehen, konsistent berücksichtigt werden.

Um die Arbeit in einen Gesamtzusammenhang zu stellen, wird im ersten Kapitel zunächst auf die Messung von Elektron-Proton Streuungen mit dem H1-

Detektor am Speicherring HERA eingegangen. Dabei soll auch noch einmal die Rolle der Detektorsimulation in der Datenanalyse, insbesondere im Hinblick auf den Nachweis und die Messung von Elektronen, hervorgehoben werden.

Nachfolgend wird das Problem einer parametrisierten Simulation elektromagnetischer Schauer sehr allgemein und ohne Bezugnahme auf die speziellen Anforderungen im H1-Detektor betrachtet. Aufbauend auf Erkenntnissen der analytischen Schauertheorie (Kapitel 2) und der Formulierung grundlegender Annahmen (Kapitel 3) werden zuerst Parametrisierungen zur Beschreibung individueller elektromagnetischer Schauer in homogenen Medien untersucht (Kapitel 4). Die resultierenden materialabhängigen Parametrisierungen dienen als Basis zur Simulation von Sampling-Kalorimetern, für die Parametrisierungen unter Berücksichtigung geometrieabhängiger Effekte entwickelt werden (Kapitel 5). Zur Überprüfung werden parametrisierte und detaillierte Simulationen gebräuchlicher homogener und Sampling-Kalorimeter miteinander verglichen.

In den folgenden Kapiteln werden die Parametrisierungen zur Simulation des H1-Kalorimeters benutzt. Nachdem zunächst die Anwendung der parametrisierten Schauersimulation im Rahmen eines Gesamtkonzeptes zur schnellen Simulation des H1-Detektors beschrieben werden (Kapitel 6), werden die Parametrisierungen mit Hilfe von Kalorimetertestdaten für unterschiedliche Module des H1 Flüssig-Argon Kalorimeters verifiziert (Kapitel 7). Neben der räumlichen Verteilung und Fluktuation der Schauerenergie werden dabei Eigenschaften die zur Physikanalyse besonders wichtig sind, etwa der Elektron-Pion Trennung im Kalorimeter, im Mittelpunkt der Betrachtungen stehen.

# Kapitel 1

## ep-Physik am DESY

Im Jahre 1964 wurde am Deutschen Elektronensynchrotron DESY in Hamburg das erste Elektronensynchrotron (DESY I) in Betrieb genommen. Bei einer Strahlenergie von  $6\text{ GeV}$  (später  $7,4\text{ GeV}$ ) wurden mit Photon-, Elektron- und Positronstrahlen wichtige Untersuchungen zur Quantenelektrodynamik, zur Mesonen-erzeugung und zur Elektron-Nukleon Streuung durchgeführt [WAL89].

Der erste Elektron-Positron-Speicherring DORIS<sup>1</sup> wurde 1974 fertiggestellt. Die verfügbare Energie von  $5,6\text{ GeV}$  pro Strahl ermöglichte wichtige Beiträge zur Untersuchung der  $J/\Psi$ -Resonanz und der  $\tau$ -Leptonen. Die Ergebnisse von Arbeiten am Speicherring DORIS, der bis heute betrieben wird, gaben wichtige Impulse zur Durchsetzung der Quark-Hypothese. Aktuelle Forschungsschwerpunkte sind die Physik der B-Mesonen (Detektor ARGUS) und die Forschung mit der Synchrotronstrahlung (HASYLAB<sup>2</sup>).

Mit PETRA<sup>3</sup> nahm bereits 4 Jahre später (1978) ein weiterer Speicherring den Betrieb auf, der mit  $2 \times 23\text{ GeV}$  die damals weltweit höchste Energie für Elektron-Positron Kollisionen zur Verfügung stellte. Eines der wichtigsten Ergebnisse der Forschungen am PETRA-Ring war der erste direkte Nachweis der Gluonen durch die Beobachtung von sogenannten 3-Jet-Ereignissen. Weitere wichtige Beiträge zum Verständnis der Struktur der Materie waren die Bestimmung der starken Kopplungskonstante  $\alpha_s$  und Messungen der Interferenz zwischen elektromagnetischen und schwachen Kräften, die das Standardmodell für die starke, elektromagnetische und schwache Wechselwirkung von Teilchen bestätigten. Mit Hilfe von Photon-Photon Reaktionen konnten die Zerfallsbreiten und Quantenzahlen vieler Mesonenresonanzen bestimmt werden und Untersuchungen der Photon-Strukturfunktion durchgeführt werden.

Mit der Inbetriebnahme des Speicherringes HERA<sup>4</sup> führt das DESY nun seine Tradition in der Untersuchung der Struktur der Materie mit Hilfe hochenergetischer Elektron-Proton Streuungen fort. HERA ist die weltweit einzige Ma-

---

<sup>1</sup>Doppel-Ring-Speicher

<sup>2</sup>Hamburger Synchrotronstrahlungslabor

<sup>3</sup>Positron-Elektron-Tandem-Ring-Anlage

<sup>4</sup>Hadron-Elektron-Ring-Anlage

schine in der Leptonen und Hadronen gegeneinander beschleunigt werden können. Während für Elektronen eine innere Struktur bisher experimentell ausgeschlossen wurde, kann für Protonen ein Radius von  $\approx 1$  Fermi ( $10^{-13}$  cm) angegeben werden. Die Konstituenten des Protons (Quarks, Gluonen) werden bisher ebenfalls als punktförmig angesehen. Mit HERA wird es möglich sein, innere Strukturen bis hinab zu  $3 \cdot 10^{-18}$  cm zu untersuchen [WOL86].

## 1.1 Der Speicherring HERA

Die Hadron-Elektron-Ring-Anlage HERA (Abbildung 1.1) besteht aus zwei unabhängigen Speicherringen für Elektronen und Protonen, die in einem unterirdischen Tunnel mit einem Umfang von 6,3 km installiert sind. Bevor die Teilchen in den HERA-Ringen gespeichert und beschleunigt werden, durchlaufen sie ein System von Vorbeschleunigern ( $e^-$ -Linearbeschleuniger, DESY II und PETRA für Elektronen und  $H^-$ -Linearbeschleuniger, DESY III und PETRA für Protonen), in dem sie ihre Einschußenergien von 14 GeV (Elektronen) bzw. 40 GeV (Protonen) erhalten. In den HERA-Ringen werden die Elektronen auf eine Energie von 30 GeV und die Protonen auf eine Energie von 820 GeV beschleunigt und dann zur Kollision gebracht. Dabei können bei Schwerpunktenenergien von 314 GeV Impulsüberträge ( $Q^2$ ) von bis zu  $\approx 10^5$  GeV<sup>2</sup> auftreten. In einem Experiment mit feststehendem Target müßte dafür eine Elektronenenergie von 52 TeV aufgebracht werden.

Die Elektronen und Protonen werden in Paketen zu  $\approx 10^{10}$  Teilchen gespeichert, von denen jeweils 210 gleichzeitig umlaufen. Der Füllvorgang dauert etwa 20 min pro Strahl. Während die Elektronen und Protonen in PETRA noch abwechselnd im gleichen Strahlrohr geführt werden können, machen es die Unterschiede in den Massen und Energien in HERA notwendig, zwei verschiedene Speicherringe zu benutzen. In den Wechselwirkungszonen werden Elektronen- und Protonenstrahl dann so zusammengeführt, daß die Kollisionen unter einem Winkel von  $0^\circ$  stattfinden können. Die Pakete durchdringen sich dort mit einer Frequenz von 10,4 MHz. Bei der angestrebten Luminosität von  $1,5 \cdot 10^{31}$  cm<sup>2</sup>/s kommt es mit einer Rate von 10,35 MHz zu elastischen Elektron-Proton Stößen, während unelastische Streuungen lediglich mit einer Frequenz von 1 kHz stattfinden. Dabei kann der größte Teil der Reaktionen nicht nachgewiesen werden, da die Reaktionsprodukte häufig nur geringe Transversalimpulse aufweisen und den Bereich des Strahlrohrs erst außerhalb des Detektors verlassen. Zur Speicherung auf einem Magnetband muß die verbleibende Rate mit Hilfe von Auslösezählern auf  $\approx 2$  Hz reduziert werden. Zusätzlich müssen Mechanismen bereitgestellt werden, die eine Auslösung der Datenaufzeichnung für solche Ereignisse verhindert, die durch Wechselwirkungen von Protonen mit den im Strahlrohr verbliebenen Resten an Gasmolekülen entstehen.

Im Elektronenring werden zur Bahnkrümmung normalleitende Dipolmagnete mit einer Feldstärke von 0.165 T verwendet. Die durch Synchrotronstrahlung

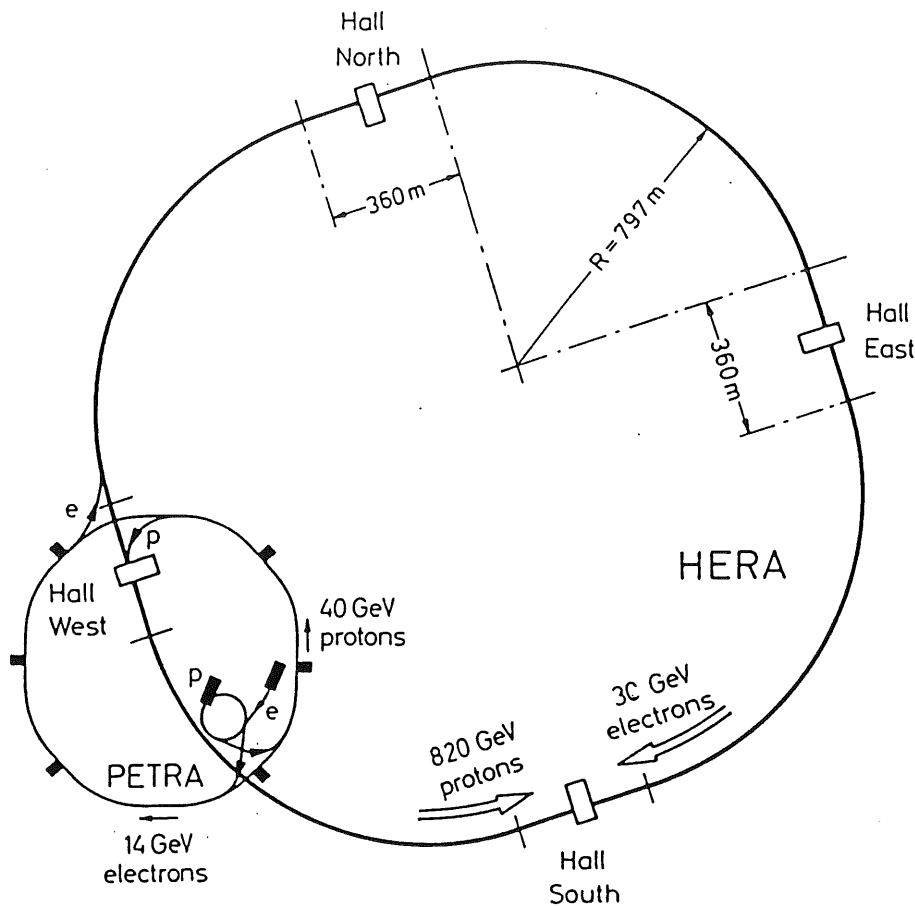


Abbildung 1.1: Der Speicherring HERA am DESY [WOL86].

auftretende Verlustleistung erreicht bei einer Energie von  $30 \text{ GeV}$  und einem Elektronenstrom von  $58 \text{ mA}$  einen Wert von  $6,5 \text{ MW}$  [WOL86] und muß durch die Hochfrequenz-Beschleunigungsstrecken kompensiert werden. Man erwartet, daß sich während des Speicherbetriebs durch die Synchrotronstrahlung eine transversale Polarisation des Elektronenstrahls,

$$P(t) = P_0 (1 - \exp(-t/\tau_p)) ,$$

mit  $P_0 = 92\%$  und  $\tau_p = 25 \text{ min}$  für  $E = 30 \text{ GeV}$  einstellt (Sokolov-Ternov-Effekt [SOK64]), wenn es gelingt, depolarisierende Effekte hinreichend zu beherrschen. Durch eine spezielle Anordnung von Magneten (sog. Spinrotator) sollen die Elektronenspins dann kurz vor dem Wechselwirkungspunkt in eine longitudinale Richtung gedreht werden, um einen Strahl mit definierter Helizität zu erhalten. Dabei wird eine longitudinale Polarisation von  $\approx 80\%$  angestrebt. Hinter der Wechselwirkungszone wird die transversale Polarisation durch eine entgegengesetzte Spinrotation wieder hergestellt. In einer späteren Ausbaustufe ist geplant, die Elektronenenergie unter Verwendung supraleitender Hohlraumresonatoren auf  $35 \text{ GeV}$  zu erhöhen. Dadurch würde sich die Zeitkonstante zum Aufbau der transversalen Polarisation, die proportional zu  $E^{-5}$  ist, auf  $\tau_p = 12 \text{ min}$  verringern.

Für den Protonenstrahl ist der Energieverlust durch Synchrotronstrahlung

( $\propto m^{-4}$ ) wegen der großen Masse der Protonen vernachlässigbar. Die höchste erreichbare Energie wird hier durch die maximale Feldstärke der Ablenkmagnete begrenzt. Deshalb werden supraleitende Magnete benutzt, die eine Feldstärke von  $4,65 T$  erzeugen können, um die Protonen im Orbit zu halten. Das System supraleitender Magnete mit seinem auf flüssigem Helium basierenden Kühlsystem stellt die komplizierteste und technologisch aufwendigste Komponente im HERA-Beschleunigungssystem dar.

## 1.2 Elektron-Proton Streuung

Das vorrangige Ziel der Experimente am Speicherring HERA ist die Messung und Analyse tief unelastischer Elektron-Proton Streueignisse. Diese Wechselwirkung, die häufig als elastische Streuung des Elektrons an einem Quark interpretiert werden kann, erfolgt durch den Austausch neutraler (NC) oder geladener Bosonen (CC)<sup>5</sup>. Die Basisdiagramme dieser Prozesse sind in Abbildung 1.2 in Anlehnung an das Quark-Parton-Modell (QPM) graphisch dargestellt. Neutrale Stromereignisse (NC) können über die elektromagnetische ( $\gamma$ ) oder die schwache Wechselwirkung ( $Z^0$ ) sowie deren Interferenz ( $\gamma/Z^0$ ) stattfinden, während geladene Stromereignisse (CC) nur durch den Austausch der geladenen intermediären Vektorbosonen  $W^+$  und  $W^-$  der schwachen Kraft ablaufen können. Diese Einschränkungen gelten jedoch nur, wenn man das derzeit akzeptierte Standardmodell zugrunde legt. Prinzipiell können alle elektromagnetisch und schwach wechselwirkenden Teilchen mit Massen bis zum kinematischen Limit von  $314 GeV/c^2$  unter Berücksichtigung erhaltener Quantenzahlen erzeugt werden.

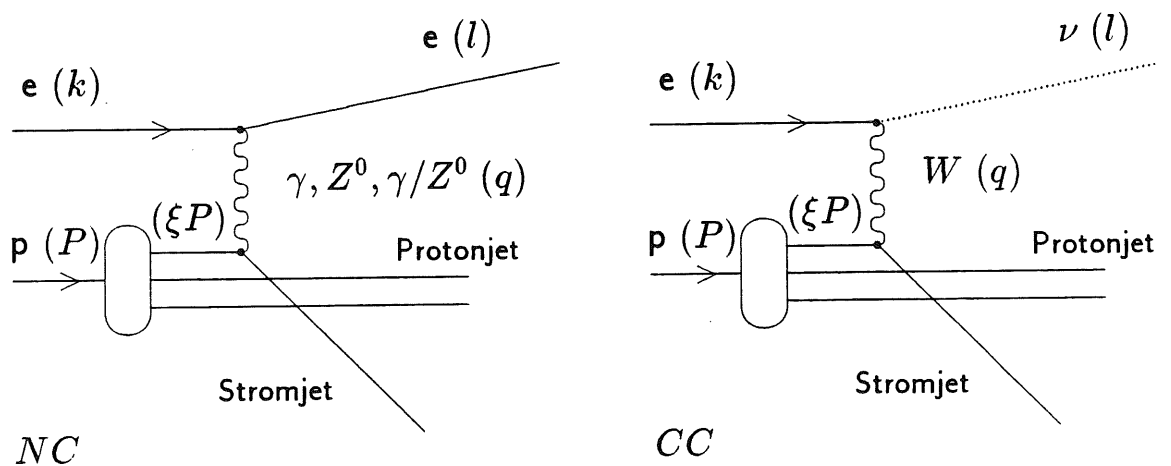


Abbildung 1.2: Basisdiagramme zur Elektron-Proton Streuung durch neutrale (links) und geladene Stromereignisse (rechts). Die Bezeichnungen für die Viererimpulse sind in Klammern angegeben.

Nach der Streuung kommt es zum Fragmentationsprozeß, in dem Quarks und

<sup>5</sup>a. d. Engl.: NC = Neutral Current, CC = Charged Current.

Gluonen erzeugt werden. In der weiteren Entwicklung entstehen daraus farbneutrale Hadronen (Hadronisierung), die häufig zu Teilchenjets gebündelt den Wechselwirkungspunkt verlassen. Im einfachsten Fall entwickelt sich ein Stromjet in Richtung des gestreuten Quarks und ein Protonjet aus den Fragmenten, die in Richtung des ursprünglichen Protons fliegen. In Abbildung 1.3 werden drei typische Ereignistopologien im H1-Detektor graphisch dargestellt, die mit Hilfe von Simulationsrechnungen erzeugt wurden.

### 1.2.1 Kinematik der tief unelastischen *ep*-Streuung

Zur Berechnung der Kinematik ([ING87], [CAM80]) sei der Viererimpuls des Protons mit  $P$  und der des einfallenden Elektrons mit  $k$  bezeichnet. Das auslaufende Lepton habe den Viererimpuls  $l$  und der Viererimpuls des ausgetauschten Vektorbosons soll mit  $q$  bezeichnet werden. Das Quadrat der Schwerpunktenenergie erhält man dann durch

$$s = (P + k)^2. \quad (1.1)$$

Da das getroffene Quark einen unbekanntem Bruchteil  $\xi$  des Protonenimpulses trägt, wird, im Gegensatz zum gewöhnlichen Zweikörperproblem, eine weitere Variable zur Festlegung der Kinematik benötigt. Dazu können die Größen

$$\begin{aligned} Q^2 &= -q^2 = -(k - l)^2, \in [0, s], \\ W^2 &= (q + P)^2, \in [m_p^2, s] \quad \text{und} \\ \nu &= \frac{Pq}{m_p} = E_e^* - E_l^*, \in [0, E_e^*] \end{aligned}$$

mit den folgenden Bedeutungen gebildet werden:

- $Q^2$  : Quadrat des Viererimpulsübertrages.
- $W^2$  : Totale invariante hadronische Masse des Endzustandes.
- $\nu$  : Absoluter Energieverlust des Leptons im Ruhesystem des Protons.
- $m_p$  : Ruhemasse des Protons.
- $E_e^*, E_l^*$  : Energie des Leptons im Protonruhesystem vor und nach dem Stoß.

Häufig ist es nützlich, anstelle der oben definierten Größen dimensionslose Variablen zu verwenden. Dazu werden die Bjorkenschen Skalenvariablen durch

$$\begin{aligned} x &= \frac{Q^2}{2Pq} = \frac{Q^2}{2m_p\nu}, \in [0, 1] \quad \text{und} \\ y &= \frac{Pq}{Pk} = \frac{2m_p\nu}{s} = \frac{\nu}{\nu_{max}}, \in [0, 1] \end{aligned}$$

mit  $\nu_{max} = E_e^*$  definiert.  $y$  gibt den relativen Energieverlust des Elektrons im Ruhesystem des Protons an. Auf die Bedeutung von  $x$  wird weiter unten eingegangen.

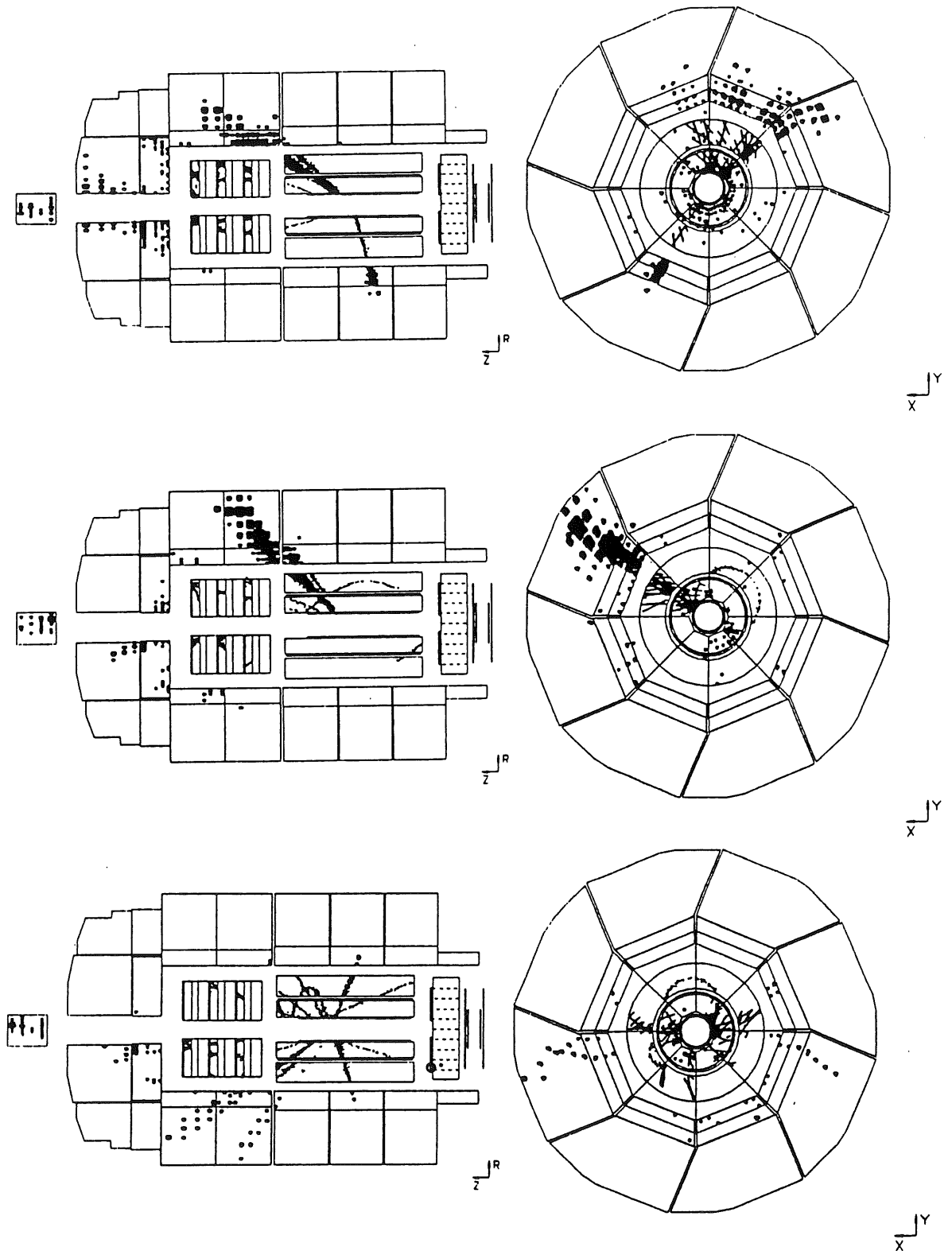


Abbildung 1.3: Typische Ereignistopologien im Spurkammer- und Kalorimeterbereich des H1-Detektors (Simulationen). Oben: NC-Ereignis (ausgewogener Transversalimpuls). Mitte: CC-Ereignis (scheinbar unausgewogener Transversalimpuls durch das Neutrino). Unten: Erzeugung eines Bottom-Antibottom Paares durch Boson-Gluon-Fusion in einem NC-Ereignis.



Während die Schwerpunktenenergie  $\sqrt{s}$  aus den Strahlenergien  $E_p$  und  $E_e$  berechnet werden kann,

$$s = 4E_p E_e \quad \text{mit } m_p = m_e = 0,$$

müssen die anderen Variablen aus den Messungen bestimmt werden. Für neutrale Stromereignisse kann dies durch die Messung der Energie des gestreuten Elektrons,  $E_l$ , und dessen Streuwinkel  $\theta_l$ , gemessen zur Richtung des einfallenden Protons, geschehen. Unter Vernachlässigung der Ruhemassen erhält man:

$$\begin{aligned} Q^2 &= 4E_e E_l \cos^2(\theta/2) \\ x &= \frac{E_e E_l \cos^2(\theta/2)}{E_p(E_e - E_l \sin^2(\theta/2))} \\ y &= 1 - \frac{E_l}{E_e} \sin^2(\theta/2) \end{aligned}$$

Da die vorgestellten Variablen nicht alle unabhängig sind, können die anderen daraus berechnet werden. Nützliche Beziehungen zwischen den Größen sind:

$$\begin{aligned} Q^2 &= xys, \\ W^2 &= (1-x)ys = \frac{1-x}{x} Q^2 \quad \text{und} \\ Q^2(1-y) &= (E_l \sin \theta)^2 = \vec{p}_\perp^2 \end{aligned}$$

Dabei bedeutet  $\vec{p}_\perp$  den Transversalimpuls des gestreuten Leptons, der den gesamten Transversalimpuls aller Hadronen<sup>6</sup> kompensiert. Das Polardiagramm in Abbildung 1.4 zeigt die Kinematik im Laborsystem eines HERA-Detektors. Der resultierende Laborimpuls von  $790 \text{ GeV}/c$  bewirkt einen Lorentzboost in Richtung des einfallenden Protons.

In geladenen Stromereignissen ist das gestreute Lepton ein Neutrino und kann deshalb nicht gemessen werden. Zur Berechnung der Kinematik sollen nachfolgend zwei Verfahren beschrieben werden.

Legt man das Quark-Parton Modell zugrunde, so trägt das einfallende Quark einen Bruchteil  $\xi$  des Viererimpulses des Protons,  $p_{ein} = \xi P$ . Der Viererimpuls des Quarks nach der Streuung sei mit  $p_{aus}$  bezeichnet. Nimmt man zusätzlich an, daß die Ruhemassen der einfallenden und auslaufenden Quarks vernachlässigbar klein sind,  $p_{ein}^2 = p_{aus}^2 = 0$ , so erhält man

$$\begin{aligned} p_{aus}^2 &= (p_{ein} + q)^2 = p_{ein}^2 + 2p_{ein}q + q^2 = 2\xi Pq - Q^2 = 0 \\ \implies \xi &= \frac{Q^2}{2Pq} = x. \end{aligned}$$

<sup>6</sup>Gemeint sind alle Teilchen, die aus dem Hadronisierungsprozeß hervorgehen. Einige der Teilchen zerfallen bereits kurz nach ihrer Erzeugung, so daß auch elektromagnetisch wechselwirkende Teilchen ( $\gamma, \mu, \dots$ ) die Nachweisgeräte des Detektors erreichen.

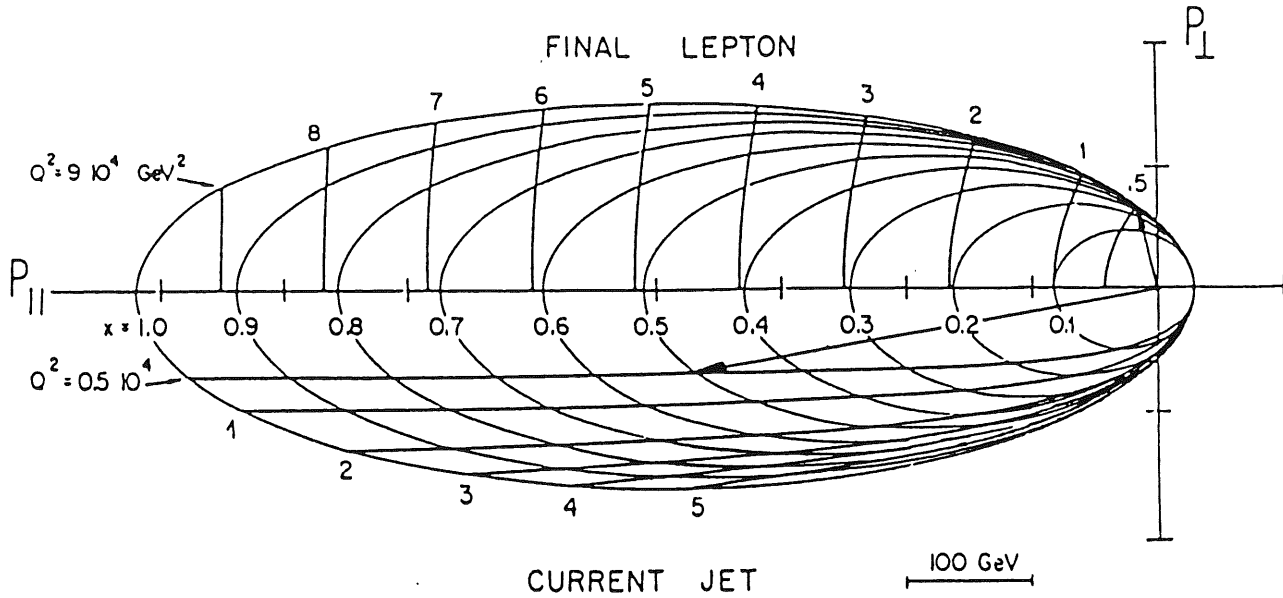


Abbildung 1.4: Polardiagramm der Kinematik im Laborsystem für das gestreute Lepton (oben) und den Stromjet (unten) mit Iso- $x$  und Iso- $Q^2$  Linien (aus [ING87]). Durch Verbindung des Ursprungs mit einem  $x/Q^2$ -Punkt erhält man die Impulsvektoren im Laborsystem (Beispiel für  $x = 0,5$  und  $Q^2 = 5000 \text{ GeV}^2$ ).

Unter diesen Annahmen kann die Bjorkensche Skalenvariable  $x$  deshalb als Bruchteil des Protonenimpulses, der vom einfallenden Quark getragen wurde, verstanden werden. Da in geladenen Stromereignissen bereits in niedrigster Ordnung (dem Basisdiagramm in Abbildung 1.2) schwere Quarks erzeugt werden können, ist die Annahme vernachlässigbarer Quarkmassen nicht immer gerechtfertigt. Legt man eine endliche Masse des auslaufenden Quarks  $m_q$  zugrunde, so erhält man [CAM80]

$$\xi = \frac{Q^2 + m_q^2}{2P_q} = x + \frac{m_q^2}{2m_p\nu}$$

Bezeichnet man nun mit  $E_j$  die Gesamtenergie der Hadronen im Stromjet, mit  $\theta_j$  dessen Winkel mit der Richtung des Protonenstrahls und mit  $P_j$  den Viererimpuls, so ergibt sich

$$x = \frac{E_j \cos^2(\theta_j/2)}{E_p(1 - E_j/E_e \sin^2(\theta_j/2))},$$

$$y = \frac{E_j}{E_e} \sin^2(\theta_j/2) \quad \text{und}$$

$$Q^2 = -(xP - P_j)^2 = sxy = \frac{E_j^2 \sin^2 \theta_j}{1 - E_j/E_e \sin^2(\theta_j/2)}.$$

Neben den Quarkmassen wurde dabei auch wieder die Proton- und Elektronmasse vernachlässigt.

Die Kinematik geladener Stromereignisse kann jedoch auch ohne Annahmen über die innere Struktur des Protons und damit, ohne die Notwendigkeit Strom- und Protonjet zu unterscheiden, berechnet werden. In der Methode von JACQUET und BLONDEL [BLO79] wird dazu nur die Energieerhaltung und die Erhaltung des Longitudinal- und Transversalimpulses zugrunde gelegt. Bezeichnet man die Energie, den Longitudinalimpuls (parallel zur Strahlachse) und den Transversalimpuls (senkrecht zur Strahlachse) des  $i$ -ten Hadrons mit  $E^i$ ,  $\vec{p}_{\parallel}^i$  und  $\vec{p}_{\perp}^i$ , so kann die Kinematik durch

$$\begin{aligned} y &= \frac{\sum_i (E^i - \vec{p}_{\parallel}^i)}{2E_e}, \\ Q^2 &= \frac{(\sum_i \vec{p}_{\perp}^i)^2}{1-y} \quad \text{und} \\ x &= \frac{Q^2}{sy} \end{aligned}$$

berechnet werden. Die Größen  $\sum_i E_i$ ,  $\sum_i \vec{p}_{\parallel}^i$  und  $\sum_i \vec{p}_{\perp}^i$  können im Experiment direkt gemessen werden. Teilchen aus den Protonfragmenten, die entlang der Strahlachse fliegen und nicht im Detektor nachgewiesen werden, tragen aufgrund ihres hohen Longitudinal- und geringen Transversalimpulses in den Summationen nur geringfügig bei.

### 1.2.2 Messung inklusiver Wirkungsquerschnitte

Für viele Analysen der HERA-Ereignisse müssen die differentiellen Wirkungsquerschnitte

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2}$$

bestimmt werden. Dazu werden die Ereignisse nach ihrer Messung endlichen Intervallen in den Variablen  $x$  und  $Q^2$  zugeordnet. Die Größe der  $x/Q^2$ -Intervalle wird dabei unter Berücksichtigung der zu erwartenden Ereignisstatistik festgelegt. Durch Meßfehler kommt es zu Fehlern in der Zuordnung der Ereignisse zu den  $x/Q^2$ -Intervallen, die die Meßgenauigkeit der differentiellen Wirkungsquerschnitte begrenzen.

Für die Berechnung der Kinematik aus dem gestreuten Elektron in neutralen Stromereignissen kann der Einfluß von Fehlern in den Meßgrößen auf die Genauigkeit in der Bestimmung von  $x$  und  $Q^2$  angegeben werden:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial Q^2}{Q^2} \right|_E &= \frac{dE_l}{E_l}, \quad \left. \frac{\partial Q^2}{Q^2} \right|_{\theta_l} = -\tan(\theta_l/2) d\theta \\ \left. \frac{\partial x}{x} \right|_E &= \frac{1}{y} \frac{dE_l}{E_l}, \quad \left. \frac{\partial x}{x} \right|_{\theta_l} = -\tan(\theta_l/2) \left( x \frac{E_p}{E_e} - 1 \right) d\theta \end{aligned}$$

Der Fehler von  $Q^2$  wird nur für kleine Streuwinkel (großes  $\theta$ ) groß. Die Bestimmung von  $x$  wird bei kleinen Werten von  $y$  durch den Faktor  $1/y$  sehr ungenau. Bei

großem  $x$  und kleinen Winkeln (kleinem  $Q^2$ ) wird auch die Winkelauflösung für die Bestimmung von  $x$  wichtig.

Zum Fehler in der Bestimmung der differentiellen Wirkungsquerschnitte tragen sowohl statistische als auch systematischen Meßfehler bei. Durch die endliche Energieauflösung der Kalorimeter kommt es zu Fluktuationen in den Besetzungszahlen benachbarter  $x/Q^2$ -Intervalle. Die Größe dieses Fehlers hängt von der Energieauflösung des Kalorimeters und der Population der Intervalle ab und kann prinzipiell mit Hilfe von Detektorsimulationen korrigiert werden. Systematische Ungenauigkeiten in der absoluten Kalibration der Kalorimeter oder der genauen Lage der Spurdetektoren bewirken systematische Verschiebungen in den Besetzungszahlen, die nur schwer zu korrigieren sind.

Die Auswirkungen von Meßfehlern bei einer Berechnung der Kinematik aus den Hadronen mit Hilfe der Methode von Jacquet und Blondel wurde von FELTESSE mit Hilfe von Monte-Carlo Simulationen untersucht [FEL87] [FEL90]. Die drei wesentlichen Fehlerquellen sind hier die Winkel- und Energiemessung der Hadronen und der unzureichende Nachweis von Teilchen in der Nähe der Strahlachse.

In Abbildung 1.5 sind die Bereiche in der  $x/Q^2$ -Ebene dargestellt, in denen die systematischen Fehler in der Bestimmung der differentiellen Wirkungsquerschnitte bei verschiedenen Methoden zur Berechnung der Kinematik kleiner als 10% bleiben. Die Bestimmung der Kinematik mit Hilfe des gestreuten Elektrons ist über nahezu den gesamten Bereich in  $x$  und  $Q^2$  sinnvoll, wird jedoch durch den Faktor  $1/y$  auf den Bereich  $y > 0,1$  begrenzt. Im Bereich großer  $x$  kann dadurch nur bei entsprechend großen Werten von  $Q^2$  eine hohe Genauigkeit erreicht werden. Es ist deshalb sinnvoll, bei der Berechnung der Kinematik neutraler Stromereignisse die Messung von Elektronen und Hadronen in ausgewählten kinematischen Bereichen zu kombinieren. Rekonstruiert man  $x$  aus der Hadronen- und  $Q^2$  aus der Elektronenmessung, so kann im Bereich  $5 \cdot 10^{-3} < x < 5 \cdot 10^{-1}$  ein systematischer Fehler unterhalb von 10% bis zu  $y$ -Werten von  $\approx 0,01$  erreicht werden (Abbildung 1.5). Andere Verfahren zur Erweiterung der Meßbereiche sind denkbar. HOEGER hat gezeigt [HOE92], daß in unterschiedlichen kinematischen Bereichen jeweils andere Verfahren zu den kleinsten Fehlern in den differentiellen Wirkungsquerschnitten für neutrale Stromereignisse führen. Die Berechnung der Kinematik geladener Stromereignisse mit Hilfe der Jacquet-Blondel Methode kann für  $10^{-2} < x < 0,5$  und  $Q^2 > 100 \text{ GeV}^2$  durchgeführt werden.

Um die Distanz der HERA-Daten zu früheren Experimenten zu überbrücken (siehe Abbildung 1.5), könnten die Strahlenergien zeitweise herabgesetzt werden. Dies ist sinnvoll weil die starke  $y$ -Abhängigkeit der Fehler bei der Elektronmessung nicht von der Schwerpunktenergie abhängt. Für feste Werte von  $x$  und  $y$  könnte durch eine Senkung der Schwerpunktenergie deshalb bei gleichbleibender Genauigkeit Messungen bei kleineren Werten von  $Q^2$  durchgeführt werden. Alternativ zur Absenkung der Strahlenergien können dazu auch Ereignisse verwendet werden, bei denen das Elektron vor der Wechselwirkung ein Photon abstrahlt, dessen Energie im Luminositäts-Zähler gemessen werden muß.

Aus den oben besprochenen Zusammenhängen ergeben sich hohe Anforderun-

gen an die Kalorimetrie. Neben einer guten Überdeckung des gesamten Raumwinkels ist eine hohe Energieauflösung für elektromagnetische Schauer anzustreben ( $\approx 10\%/\sqrt{E}$ ). Noch wichtiger ist eine absolute Energiekalibration, die so gut sein sollte, wie die verwendeten Kalorimeter es zulassen ( $\approx 1 - 2\%$  in Sampling-Kalorimetern). Die Simulation des Detektors muß ein entsprechendes Niveau in der Vorhersage der Kalorimetersignale erreichen.

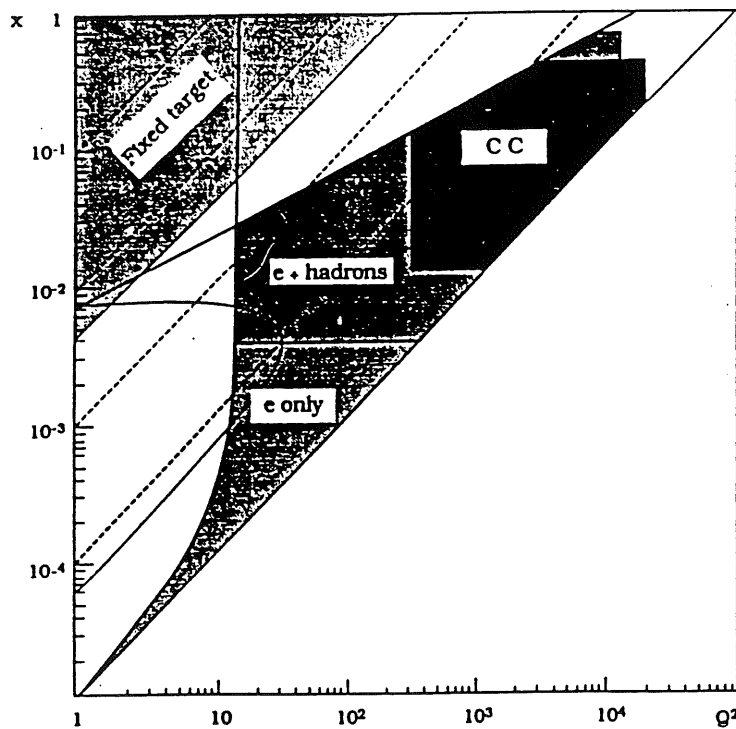


Abbildung 1.5: Bereiche in  $x$  und  $Q^2$  in denen die systematischen Fehler in den differentiellen Wirkungsquerschnitten kleiner als 10% sind (aus [FEL90]), für neutrale (e only, e + hadrons) und geladene Stromereignisse (CC) bei einer integrierten Luminosität von  $100 \text{ pb}^{-1}$ . Oben links: Messbereich bisheriger Experimente zur tief unelastischen Lepton-Hadron Streuung mit feststehendem Target (fixed target).

### 1.2.3 Messung von Strukturfunktionen des Protons

In der elastischen Elektron-Proton Streuung ([HAL84], [PER82]) kann der differentielle Wirkungsquerschnitt mit Hilfe von zwei Formfaktoren beschrieben wer-

den, die für  $Q^2 \ll m_p^2$  als Fouriertransformierte der Ladungsverteilung und des magnetischen Momentes interpretiert werden können. Beim Übergang zur unelastischen Streuung ([ING87], [SCH89]) ergeben sich daher zwei Strukturfunktionen,  $F_1$  und  $F_2$ , wenn man zunächst nur den Austausch von Photonen betrachtet:

$$\frac{d^2\sigma(ep)}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{xQ^4} \{xy^2 F_1(x, Q^2) + (1-y)F_2(x, Q^2)\} \quad (1.2)$$

Interpretiert man die unelastische  $ep$ -Streuung als elastische Streuung des Elektrons an punktförmigen Partonen (QPM) so zeigt sich, daß  $F_1$  und  $F_2$  nur von  $x$  allein abhängen können, wenn die Strukturfunktionen für  $Q^2 \rightarrow \infty$  und  $\nu \rightarrow \infty$  endlich bleiben sollen [BJO67]. Diese näherungsweise gültige, als *Skalierung* bezeichnete Eigenschaft der Strukturfunktionen konnte bereits bei relativ niedrigen Impulsüberträgen ( $Q^2 \approx$  einige  $GeV^2$ ) experimentell bestätigt werden [FRI72]. Weist man den Partonen den Spin 1/2 zu („Dirac-Teilchen“) und vergleicht Gleichung 1.2 mit dem Wirkungsquerschnitt für Dirac-Teilchen, so ergibt sich

$$2xF_1(x, Q^2) = F_2(x, Q^2).$$

Mit Hilfe dieses (ebenfalls nur näherungsweise gültigen) Zusammenhanges zwischen elektrischer und magnetischer Streuung, der als Callan-Cross-Relation bezeichnet wird, konnte der Spin der Quarks experimentell bestätigt werden.

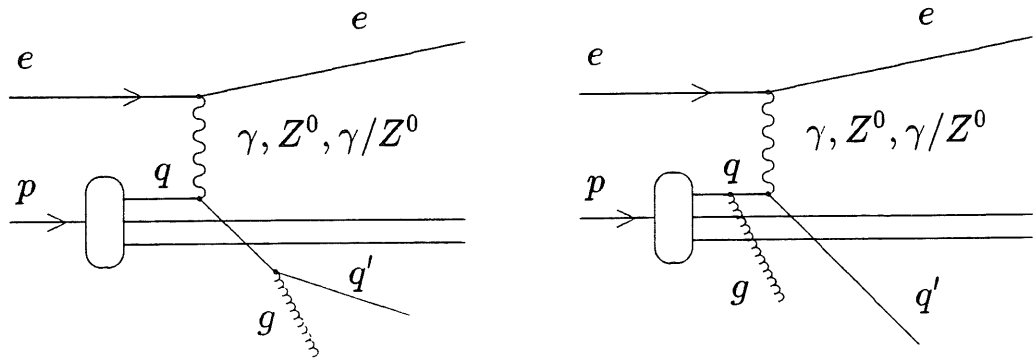


Abbildung 1.6: Diagramme zur Elektron-Proton Streuung durch neutrale Stromereignisse mit Gluonabstrahlung.

Im Quark-Parton Modell werden die dynamischen Eigenschaften der Gluonen vernachlässigt. In der Quantenchromodynamik (QCD), der Theorie, die die Wechselwirkung farbgeladener Teilchen durch den Austausch von Gluonen beschreibt, gibt das Basisdiagramm in Abbildung 1.2 nur die niedrigste Ordnung der Störungsrechnung wieder ( $\mathcal{O}(\alpha)$ ). Die Prozesse der nächsthöheren Ordnung ( $\mathcal{O}(\alpha\alpha_f)$ ) beinhalten Gluonbremsstrahlung (Abbildung 1.6) und die Produktion von Quark-Antiquark Paaren (Boson-Gluon-Fusion, Abbildung 1.7). Diese Prozesse bewirken bei steigendem  $Q^2$  eine Änderung des Skalenverhaltens der Strukturfunktion, die als Skalierungsverletzung (a. d. Engl.: scaling violation) bezeichnet

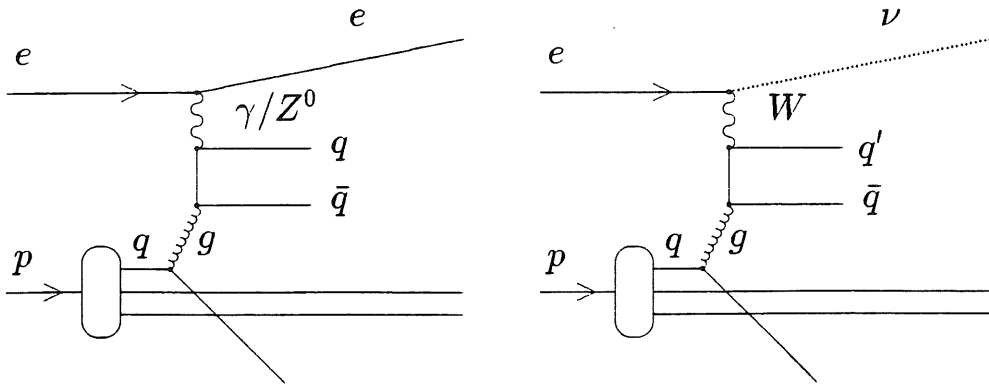


Abbildung 1.7: Diagramme zur Boson-Gluon-Fusion durch Austausch neutraler (links) und geladener (rechts) Bosonen. In den CC-Ereignissen sind unterschiedliche Flavour-Quantenzahlen für die produzierten Quarks erlaubt.

wird. Mit wachsenden Impulsüberträgen wird die innere Struktur des Protons besser aufgelöst. Im Bereich großer  $x$  steigt die Wahrscheinlichkeit, daß das Quark infolge von Gluonabstrahlung nur noch einen Bruchteil  $x' < x$  des Protonenimpulses trug (Abbildung 1.6 rechts), was zu einer Abnahme der Strukturfunktion mit wachsendem  $Q^2$  führt. Im Bereich kleiner  $x$  steigt die Anzahldichte der Gluonen und damit die Anzahl der Quark-Antiquark Paare (Abbildung 1.7). Dies führt in diesem Bereich zu einer Zunahme der Strukturfunktion mit wachsendem  $Q^2$ .

In allen bisherigen Experimenten zur tief unelastischen Elektron-Proton Streuung waren die Impulsüberträge klein im Vergleich zu den Massen der schwachen Vektorbosonen ( $Q^2 \ll m_Z^2$ ). Dies ist bei den HERA-Strahlenergien nicht mehr gegeben und führt zu einer Erweiterung der Formel für den differentiellen Wirkungsquerschnitt für neutrale Stromereignisse. Zum einen muß eine dritte Strukturfunktion,  $x F_3(x, Q^2)$ , eingeführt werden, um die paritätsverletzende  $V - A$  Interferenz der schwachen Wechselwirkung zu berücksichtigen, zum anderen wird der Ausdruck für  $F_2(x, Q^2)$  im Quark-Parton Modell komplizierter. Für linkshändige (L) bzw. rechtshändige (R) Elektronen wird der differentielle Wirkungsquerschnitt für neutrale Stromereignisse in niedrigster Ordnung durch

$$\frac{d^2 \sigma_{NC}(\epsilon_{LRP})}{dx dQ^2} = \frac{2\pi\alpha^2}{xQ^4} \left\{ (1 + (1-y)^2) F_2^{LR}(x, Q^2) + (1 - (1-y)^2) x F_3^{LR}(x, Q^2) \right\}$$

mit

$$F_2^{LR}(x, Q^2) = \sum_f \{ x q_f(x, Q^2) + x \bar{q}_f(x, Q^2) \} A_f^{LR}(Q^2) \quad \text{und}$$

$$x F_3^{LR}(x, Q^2) = \sum_f \{ x q_f(x, Q^2) - x \bar{q}_f(x, Q^2) \} B_f^{LR}(Q^2)$$

beschrieben. Dabei bedeuten  $q_f$  und  $\bar{q}_f$  die Wahrscheinlichkeitsdichten der verschiedenen Quark und Antiquark Sorten, die mit  $f$  (a. d. Engl.: flavour) indiziert werden. Sie geben die Wahrscheinlichkeit dafür an, ein Quark der Sorte  $f$  mit

einem Impulsbruchteil  $x$  im Proton zu finden, wenn bei der Streuung ein Impulsübertrag  $Q^2$  aufgetreten ist. Die Koeffizienten sind durch

$$\begin{aligned} A_f^{LR}(Q^2) &= e_f^2 - 2e_f(v_e \pm a_e)v_f P_Z + (v_e \pm a_e)^2(v_f^2 + a_f^2)P_Z^2 & \text{und} \\ B_f^{LR}(Q^2) &= \mp 2e_f(v_e \pm a_e)a_f P_Z \pm 2(v_e \pm a_e)^2 v_f a_f P_Z^2 \end{aligned}$$

gegeben. Darin bedeutet  $e_f$  die Quarkladung,  $v_e$  und  $a_e$ , bzw.  $v_f$  und  $a_f$  die Vektor- und Axialvektor Kopplungen des neutralen schwachen Stromes für Elektronen ( $e$ ) bzw. Quarks ( $f$ ),

$$\begin{aligned} v_f &= (T_{3f} - 2e_f \sin^2 \theta_W) / \sin 2\theta_W, \\ a_f &= T_{3f} / \sin 2\theta_W, \end{aligned}$$

ausgedrückt durch die dritte Komponente des schwachen Isospins  $T_{3f}$  und den Weinberg-Winkel  $\theta_W$ , und

$$P_Z = \frac{Q^2}{Q^2 + m_Z^2}$$

gibt das Verhältnis aus Photon- und Z-Propagator an. Für kleine Impulsüberträge geht  $x F_3$  gegen Null und die Beiträge vom  $Z^0$ -Austausch zu  $F_2$  verschwinden. Mit wachsendem  $Q^2$  steigt zuerst der Beitrag der  $\gamma/Z^0$ -Interferenz (linear in  $P_Z$ ), für sehr große Impulsüberträge dominiert der reine  $Z^0$ -Austausch (quadratisch in  $P_Z$ ) den Wert der Strukturfunktionen. Den entsprechenden Wirkungsquerschnitt für Positronen erhält man durch die Ersetzungen

$$F_2^{LR} \longrightarrow F_2^{RL} \quad \text{und} \quad x F_3^{LR} \longrightarrow -x F_3^{RL}.$$

Für geladene Stromereignisse ist der differentielle Wirkungsquerschnitt für linkshändige Elektronen durch

$$\frac{d^2 \sigma_{CC}(\epsilon^- p)}{dx dQ^2} = \frac{(1 - \lambda) \pi \alpha^2}{4 \sin^4 \theta_W (Q^2 + M_W^2)^2} \sum_{i,j} \{ |V_{u_i d_j}|^2 u_i(x, Q^2) + (1 - y)^2 |V_{u_j d_i}|^2 \bar{d}_i(x, Q^2) \}$$

gegeben. Dabei bedeutet  $\theta_W$  den Weinberg-Winkel,  $M_W$  die Masse der  $W$ -Bosonen und  $-\lambda$  die Polarisation der Elektronen.  $u_i$  und  $\bar{d}_i$  sind die Quarkverteilungen up- bzw. down-artiger Quarks<sup>7</sup> und  $V_{u_i d_j}$  sind die Elemente der Cabibbo-Kobayashi-Maskawa Übergangsmatrix, in der  $i$  und  $j$  die Teilchenfamilien indizieren. Die entsprechende Gleichung für rechtshändige Positronen erhält man durch die Ersetzungen

$$u_i(x, Q^2) \longrightarrow \bar{u}_i(x, Q^2), \quad \bar{d}_i(x, Q^2) \longrightarrow d_i(x, Q^2) \quad \text{und} \quad -\lambda \longrightarrow +\lambda.$$

Der Wirkungsquerschnitt für rechtshändige Elektronen und linkshändige Positronen verschwindet im Standardmodell, weil keine rechtshändigen Neutrinos bzw. linkshändigen Antineutrinos existieren.

<sup>7</sup>up-artig = Quarks mit Ladung  $+2/3$ , down-artig = Quarks mit Ladung  $-1/3$ .



### 1.2.4 Physik-Perspektiven bei HERA

Die Messung inklusiver Wirkungsquerschnitte bei HERA bietet eine Fülle von Analysemöglichkeiten. In begrenzten kinematischen Bereichen können Strukturfunktionen und Quarkverteilungen bereits näherungsweise aus einzelnen differentiellen Wirkungsquerschnitten ermittelt werden. Für eine detaillierte Entfaltung von Quarkverteilungen ist es notwendig, die verschiedenen NC und CC Wirkungsquerschnitte gemeinsam zu analysieren. Dazu wäre es auch wünschenswert, in HERA zeitweilig Deuteronen statt Protonen zu speichern, um Streuungen an einem isoskalaren Target messen zu können [BLÜ87]. Die Abhängigkeit der starken Kopplungskonstanten  $\alpha_s$  vom Impulsübertrag kann erstmalig in einem einzelnen Experiment beobachtet werden.

Bei kleinen Werten von  $x$  stößt HERA in einen bisher unbekanntem Bereich der nicht perturbativen QCD vor. Das Verhalten der Quark- und Gluondichten in diesem Bereich ist von essentiellen Interesse in gegenwärtigen und zukünftigen Beschleunigerexperimenten. Die Gluonstrukturfunktion, die bisher für  $x < 0,1$  kaum bestimmt ist, kann in diesem Bereich indirekt durch die Messung einer nicht verschwindenden longitudinalen Strukturfunktion

$$F_L(x, Q^2) = F_2(x, Q^2) - 2xF_1(x, Q^2) \neq 0$$

bestimmt werden, zu der die Gluonen dominant beitragen. Andere Methoden zur Messung der Gluonstrukturfunktion basieren auf der Analyse der Skalierungsverletzung und von Ereignissen der Boson-Gluon-Fusion, insbesondere der Produktion von Charm-Anticharm Paaren bzw. der  $J/\Psi$ -Resonanz.

Für sehr kleine  $x$  werden neue Effekte infolge einer Sättigung der Gluondichte erwartet [MUE90], die ebenfalls zum nicht störungstheoretischen Teil der QCD gehören. Im Bereich großer Werte von  $x$  und  $Q^2$  werden die Wirkungsquerschnitte durch den Austausch der schwachen Vektorbosonen dominiert. Hier besteht die Möglichkeit Parameter des Standardmodells der elektroschwachen Wechselwirkung zu bestimmen.

Neben der Messung inklusiver Wirkungsquerschnitte ist auch beabsichtigt, eine Vielzahl exklusiver Kanäle bei HERA zu untersuchen [HERA87] [HERA91]. Dazu zählen insbesondere Prozesse in denen schwere Quarks (Charm und Bottom) produziert werden. Dies geschieht vorwiegend durch die Boson-Gluon-Fusion (Abbildung 1.7), kann für geladene Stromereignisse aber auch über den Basisprozeß (Abbildung 1.2 rechts) ablaufen. Nachweis, Messung und Separation von Ereignissen mit Beteiligung schwerer Quarks erfordern dabei eine möglichst gute Identifikation und Messung der Leptonen, die aus den Quarkzerfällen hervorgehen können.

Die Suche nach neuen Phänomenen und Teilchen nimmt bei HERA ebenfalls einen breiten Raum ein [HERA87] [HERA91]. Dabei spielt die Suche nach Substrukturen der Elektronen und Quarks oder bisher unbekanntem Kräften zwischen ihnen naturgemäß eine große Rolle. Die Existenz angeregter Elektronen ( $e^*$ ) oder gebundener Elektron-Quark (Leptoquarks) bzw. Elektron-Gluon Zustände (Leplogluonen) könnten bei HERA bis zu Massen in der Nähe des kinematischen Limits nachgewiesen werden. Aber auch nach supersymmetrischen Teilchen, freien

Quarks oder möglichen rechtshändigen schwachen Vektorbosonen wird gesucht werden. Selbstverständlich besteht die Hoffnung, daß die HERA-Daten alle Spekulationen über exotische Phänomene als zu phantasielos widerlegen.

Für den überwiegenden Teil der möglichen Prozesse bei HERA fällt dem Nachweis und der Messung der Leptonen im Detektor, insbesondere der Elektronen im Kalorimeter, eine Schlüsselrolle zu. Dies gilt indirekt auch für solche Ereignisse, die durch den Austausch geladener Bosonen stattfinden: Für die physikalischen Analysen müssen die NC- und CC-Ereignisse eindeutig voneinander unterschieden werden können. Die Ausnutzung der unausgeglichenen Bilanz der Transversalimpulse in geladenen Stromereignisse führt aufgrund der endlichen Energieauflösung der Kalorimeter nur zu einer unvollständigen Abgrenzung dieser Ereignisklassen. Die Trennung kann deutlich verbessert werden, wenn der Nachweis des gestreuten Elektrons in neutralen Stromereignissen als zusätzliches Kriterium eingeführt wird [INN87].

Die hohen Anforderungen an die Kalorimetrie hinsichtlich der Qualität in der Identifikation und der Messung von Elektronen übertragen sich auch auf die Detektorsimulation, die beispielsweise zur Bestimmung der Akzeptanz oder zur Entwicklung von Verfahren zur Analyse bestimmter Ereignisklassen benötigt wird. Die Algorithmen und Parametrisierungen zur schnellen Simulation elektromagnetischer Schauer, die Gegenstand der vorliegenden Arbeit sind, dürfen deshalb bei einer starken Reduzierung der zur Simulation benötigten Rechenzeit keine größeren Abweichungen in den Kalorimetersignalen verglichen mit experimentellen Daten aufweisen. Diese hohen Anforderungen motivieren eine intensive Auseinandersetzung mit dem Problem der parametrisierten Simulation elektromagnetischer Schauer.

### 1.3 Der H1-Detektor

Aus der Vielfalt möglicher Prozesse und Ereignistopologien lassen sich generelle Anforderungen an einen Detektor für HERA ableiten. Folgende Detektoreigenschaften sind zur Messung von HERA-Ereignissen von besonderer Bedeutung:

- möglichst vollständige Überdeckung des gesamten Raumwinkels zur Messung der transversalen Energiebilanz und zur Messung der Protonenfragmente in der Nähe der Strahlachse,
- hohe Energieauflösung ( $\approx 10\%/\sqrt{E}$ ) und feine Segmentierung des elektromagnetischen Kalorimeters zum Nachweis und zur Messung von Elektronen,
- gute Energieauflösung und feine Segmentierung des hadronischen Kalorimeters zur Messung von Jet-Energien,
- gute absolute Energiekalibration im gesamten Kalorimeter ( $\approx 1 - 2\%$ ),
- gute Spur- und Impulsauflösung im Spurkammerbereich zur Messung von Jet-Strukturen,

- gute Identifikation und Impulsmessung von Myonen über den ganzen Raumwinkel zur Gewährleistung der Hermetizität bei Anwesenheit hochenergetischer Myonen.

Die Umsetzung dieser Anforderungen für den H1-Detektor ([H186], [H187]) können der Abbildung 1.8 entnommen werden. Die Asymmetrie des Detektors bezüglich des Wechselwirkungspunktes erklärt sich aus dem resultierenden Laborimpuls von  $790 \text{ GeV}/c$  in Richtung des Protonenstrahls. Nachfolgend sollen die einzelnen Komponenten erläutert werden:

Der Wechselwirkungspunkt wird im Zentralbereich (2) von Jetkammern zur Bestimmung transversaler Spurkoordinaten, zwei Driftkammern zur Messung der  $z$ -Koordinate (Protonenrichtung) und zwei Vieldrahtproportionalkammern, die vorwiegend im Triggersystem verwendet werden, umgeben. Im Vorwärtsbereich (3) befinden sich radiale und planare Driftkammern, die den Streuwinkel  $\theta$  mit der  $z$ -Achse und den Drehwinkel  $\phi$  um die  $z$ -Achse messen. Zur Unterstützung der  $e/\pi$ -Trennung sind im Vorwärtsbereich zusätzlich Übergangsstrahlungsdetektoren platziert. Eine weitere Vieldrahtproportionalkammer ergänzt das zentrale Spurkammersystem im Rückwärtsbereich, um die Messung der Streuwinkel von Elektronen in NC-Ereignissen mit geringen Impulsüberträgen zu verbessern.

Das Spurkammersystem wird im Zentral- und Vorwärtsbereich von einem Kryostaten (15) umschlossen, in dem sich das elektromagnetische Blei-Flüssig-Argon (4) und das hadronische Eisen-Flüssig-Argon Kalorimeter (5) befindet. Das Kalorimeter ist in Strahlrichtung aus 7 Ringen aufgebaut, von denen jeder aus 8 Modulen besteht (Abbildungen 1.9 und 1.10). In der  $x/y$ -Ebene weisen die hadronischen Kalorimeter eine geknickte Bauweise auf, um die Energie von Teilchen, die in Grenzbereichen zwischen benachbarten elektromagnetischen Kalorimeterstapeln Schauer auslösen, noch nachweisen zu können. In der  $r/z$ -Ebene erübrigt sich diese Maßnahme, da Teilchenbahnen aus der Richtung des Wechselwirkungspunktes immer einen endlichen Winkel mit der Ebene der Grenzbereiche bilden. Bei den elektromagnetischen Kalorimetern wurde in der  $x/y$ -Ebene bewußt auf eine geknickte Bauweise verzichtet. Hier wurde einer guten Messung von  $x$  und  $Q^2$  mit Hilfe des gestreuten Elektrons in einem möglichst großen Bereich der Vorrang gegenüber einer vollständigen Hermetizität gegeben.

Die Schichtstrukturen der Kalorimeter sind so angelegt, daß Teilchen, die vom Wechselwirkungspunkt kommen, unter einem möglichst großen Winkel auf die Absorberplatten treffen. Deshalb sind die Platten im Zentralbereich (CB1, CB2, CB3) parallel, im Vorwärts- (FB1, FB2, IFE, IFH, OF1, OF2) und Rückwärtsbereich (BBE) senkrecht zur Strahlachse angeordnet. Die wirksamen Ausmaße der elektromagnetischen Kalorimeter in Richtung der einfallenden Teilchen schwanken zwischen 20 und 30 Strahlungslängen ( $X_0$ ), die Tiefe des gesamten Kalorimeters liegt zwischen 4 und 8 nuklearen Absorptionslängen ( $\lambda$ ). Das Kalorimeter besitzt mit einer Anzahl von etwa 40000 elektronischen Kanälen eine sehr feine Granularität. Die laterale Ausdehnung der Zellen variiert zwischen  $13 \text{ cm}^2$  (elektromagnetisches Kalorimeter IFE) bis zu  $2360 \text{ cm}^2$  (hadronisches Kalorimeter CB1).

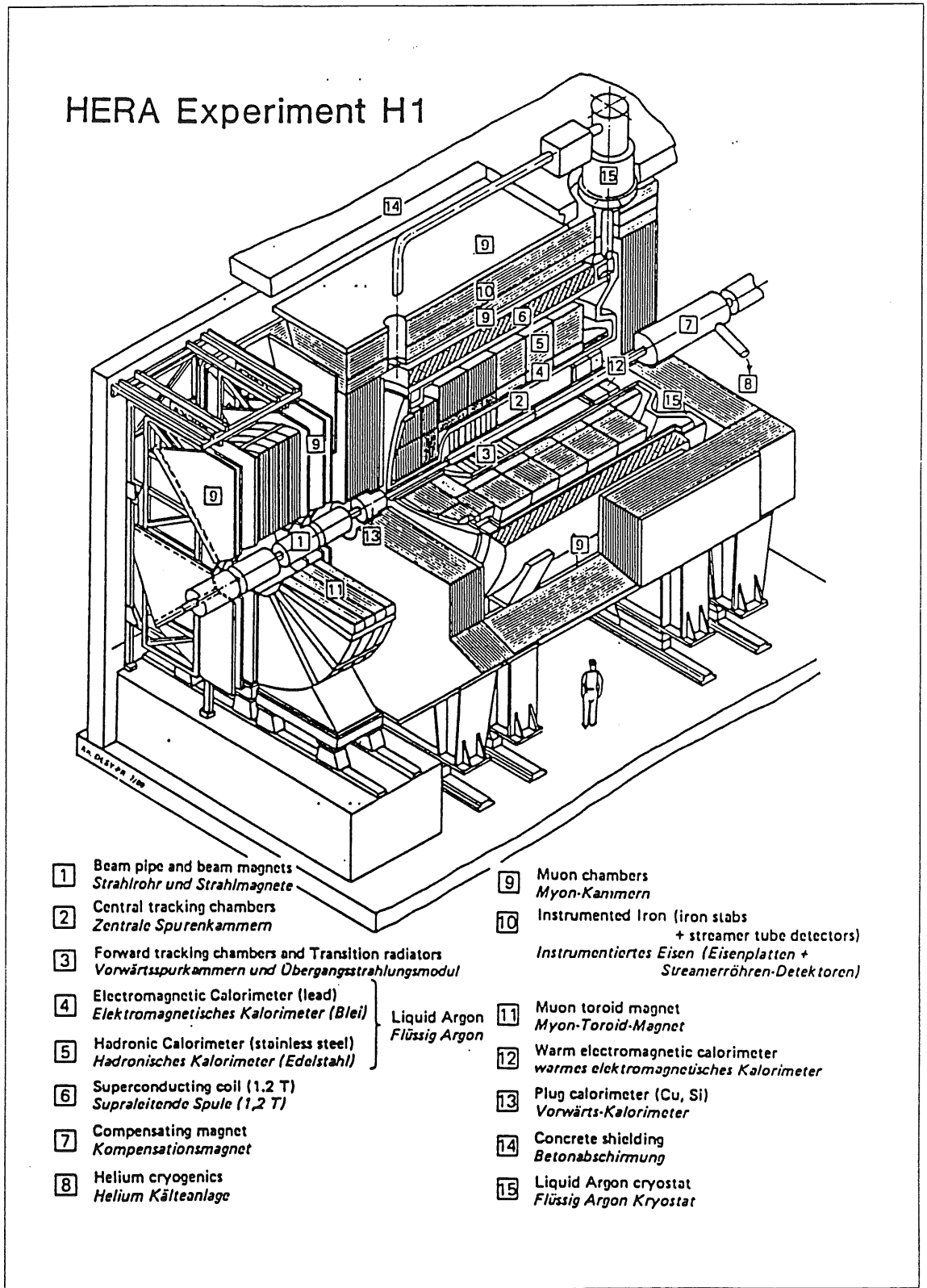


Abbildung 1.8: Der H1-Detektor am Speicherring HERA (Graphik: Knaut, DESY-PR). Einzelne Komponenten werden im Text erläutert.

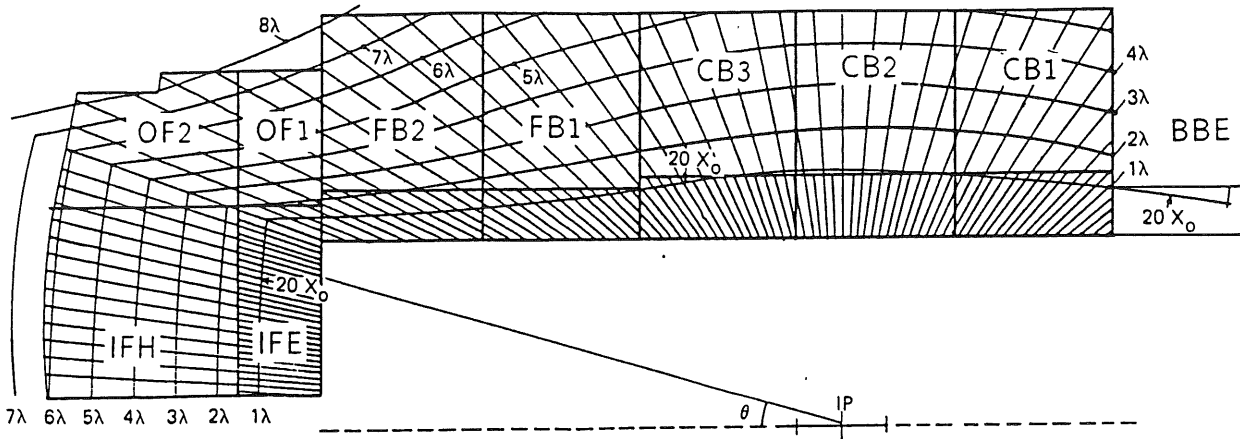


Abbildung 1.9: *rz-Projektion des Flüssig-Argon Kalorimeters mit Iso- $X_0$  und Iso- $\lambda$  Linien [H187].*

Im Vorwärtsbereich wird die Kalorimetrie durch ein kleines Kupfer-Silizium Kalorimeter (13) ergänzt, das den Detektor in Protonrichtung bis zu einem Winkel von  $\theta = 0,7^\circ$  abschließt. Im Rückwärtsbereich ( $\theta = 152^\circ - 176^\circ$ ) befindet sich ein elektromagnetisches Blei-Szintillator Kalorimeter (12) zur Messung von Elektronen mit kleinen Streuwinkeln. Zur Unterstützung des Nachweises hadronischer Schauer und zur Unterdrückung von Proton-Restgas Ereignissen, die nicht aus der Wechselwirkungszone kommen, befinden sich dahinter zwei Flugzeitähler.

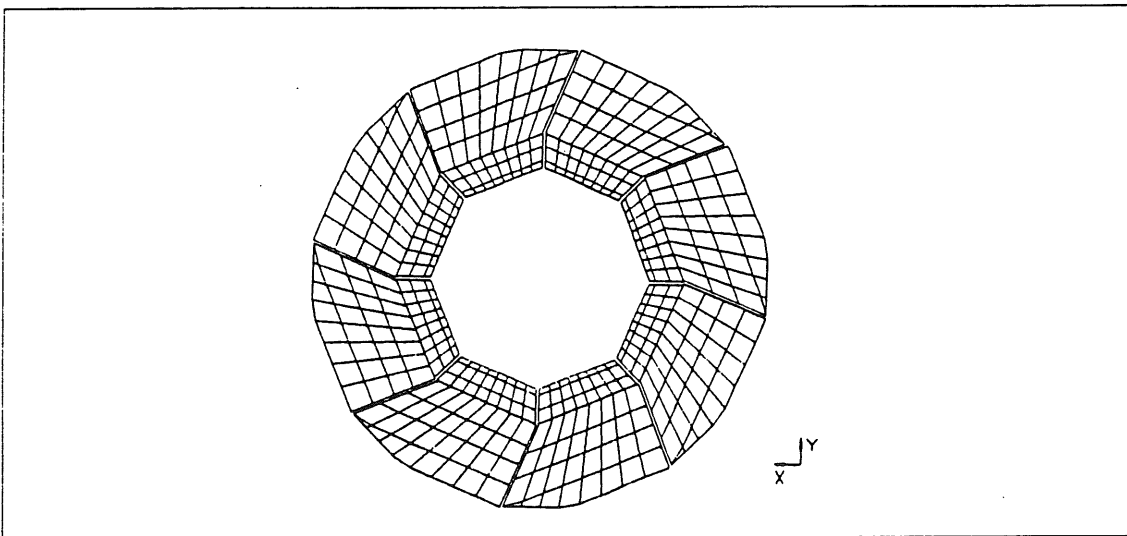


Abbildung 1.10: *xy-Projektion des CB1-Ringes des Flüssig-Argon Kalorimeters.*

Der Kryostat wird von einer supraleitenden Solenoidspule (6) umgeben, die im Spurkammerbereich ein nahezu homogenes Feld der Stärke  $1,2 \text{ Tesla}$  erzeugt.

Durch die Möglichkeit, neben den Spurkammerinformationen auch Signale aus Kalorimeterkanälen in der Analyse zu verwenden, ergibt sich ein sehr guter Hebelarm zur Impulsmessung hochenergetischer Myonen.

Zur Rückführung des magnetischen Flusses dient ein Eisenjoch (10), das mit Plastik-Streamer-Röhren instrumentiert und von Myon-Kammern (9) umgeben ist. Neben dem Nachweis von Myonen kann das instrumentierte Eisen auch als Restdetektor für die Ausläufer hadronischer Schauer verwendet werden, die nicht vollständig im Kalorimeter absorbiert wurden. Vervollständigt wird die Myonenmessung durch ein Myonspektrometer in Protonrichtung, das aus einem Toroidmagneten (11), drei Lagen von Myon-Kammern und 4 Lagen Driftkammern besteht.

## Kapitel 2

# Physikalische Grundlagen der Kalorimetrie

Kalorimeter dienen zur Messung der Energie hochenergetischer geladener und neutraler Teilchen. Das Funktionsprinzip besteht darin, die gesamte Energie des Teilchens zu absorbieren und in ein meßbares Signal umzuwandeln. Abhängig von der Teilchenart führen unterschiedliche unelastische Prozesse der Teilchen mit dem Detektormaterial zur Erzeugung von Sekundärteilchen. Diese können bei genügend hoher Energie weiter unelastisch wechselwirken, so daß sich ein Teilchenschauer im Detektor entwickelt. Handelt es sich bei den initiierenden Teilchen um Elektronen, Positronen oder Photonen, so sind Bremsstrahlung und  $e^+e^-$ -Paarbildung die für die Schauerbildung verantwortlichen Prozesse. Im Falle von Hadronen werden die Sekundärteilchen in unelastischen Hadron-Kern-Wechselwirkungen und deren Folgereaktionen erzeugt. Die niederenergetischen Sekundärteilchen geben ihre Energie vorwiegend durch atomare Streuprozesse ab. Die Signalmessung kann beispielsweise durch Ladungssammlung oder die Messung von Szintillations- oder Čerenkovlicht erfolgen.

In Sampling-Kalorimetern finden Schauerbildung (Produktion der Sekundärteilchen) und Signalauslese (z.B. Ladungssammlung) in unterschiedlichen Materialien statt. Aktive Bereiche geringerer Dichte zur Signalauslese wechseln mit passiven Absorbern hoher Kernladungszahl  $Z$  bzw. hoher Massenzahl  $A$  ab. Das gemessene Signal ist daher nur einer Stichprobe (engl.: sample) der deponierten Energie proportional.

In homogenen Kalorimetern finden Schauer- und Signalbildung im gleichen Material statt. Sie haben eine sehr gute Energieauflösung, erfordern bei hohen Teilchenenergien jedoch einen großen Platzbedarf und einen hohen Kostenaufwand.

Der Vorteil von Sampling-Kalorimetern gegenüber den homogenen Kalorimetern sind eine kompakte Bauweise und die Möglichkeit zur feinen Segmentierung der Auslezellen. Nachteilig ist die schlechtere Energieauflösung, die durch zusätzliche statistische Fluktuationen aufgrund der Schichtbauweise, die Sampling-Fluktuationen, entsteht.

## 2.1 Theorie elektromagnetischer Schauer

### 2.1.1 Prozesse in elektromagnetischen Schauern

Geladene Teilchen verlieren beim Durchqueren von Materie Energie durch Streuprozesse mit atomaren Elektronen. Diese Kollisionen können eine Herauslösung von Hüllenelektronen oder eine Anregung des Atoms bewirken und werden zusammenfassend als Ionisationsverluste bezeichnet. Die Streuung am Coulomb-Feld des Atomkerns bewirkt eine transversale Ablenkung der Teilchen, die durch die Streuformel von Rutherford beschrieben werden kann:

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = \frac{1}{4} \left( \frac{Zze^2}{pv} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$$

mit

$p, v, z$  : Impuls, Geschwindigkeit und Ladung des Teilchens,  
 $Z$  : Ladungszahl des Kerns.

Für kleine Winkel  $\theta$  ergibt sich ein großer Wirkungsquerschnitt, so daß sich für jedes endliche Stück Materie ein resultierender Ablenkwinkel durch viele unabhängige Streueignisse (Vielfachstreuung) ergibt. Durch die Ablenkung im Coulomb-Feld der Kerne kommt es zusätzlich zu Energieverlusten durch Bremsstrahlung, die für hochenergetische Teilchen geringer Masse (Elektronen, Positronen) schnell zum dominierenden Faktor wird.

In Abbildung 2.1 sind die relativen Energieverluste einzelner Prozesse für Elektronen und Positronen in Blei als Funktion der Energie dargestellt. Neben der Ionisation und der Bremsstrahlung ist in elektromagnetischen Schauern auch die Elektron-Positron-Annihilation wichtig, weil dadurch niederenergetische Photonen mit relativ großen Reichweiten erzeugt werden, die sich isotrop im Kalorimeter verteilen.

Für Energien oberhalb von etwa 1 GeV wird der Energieverlust von Elektronen vollständig durch Bremsstrahlung dominiert. Der absolute Energieverlust  $dE$  pro Weglänge  $dx$  ist hier etwa proportional zur Teilchenenergie  $E$  und kann durch

$$-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle_{\text{brems}} = \frac{E}{X_0}$$

genähert werden. Als Proportionalitätskonstante wird die Strahlungslänge  $X_0$  eingeführt, die eine näherungsweise materialunabhängige Skalierung elektromagnetischer Schauer erlaubt. Eine Strahlungslänge ist als Wegstrecke definiert, auf der ein hochenergetisches Elektron den Bruchteil  $1 - 1/e$  seiner Energie in Form von Bremsstrahlung verliert. Für Elemente mit Kernladungszahlen  $Z > 2$  und Atomzahl  $A$  kann sie mit einer Genauigkeit besser als 2,5% durch

$$X_0 = \frac{716,4 A}{Z(Z+1) \ln(287/\sqrt{Z})} \left[ \frac{g}{cm^2} \right]$$



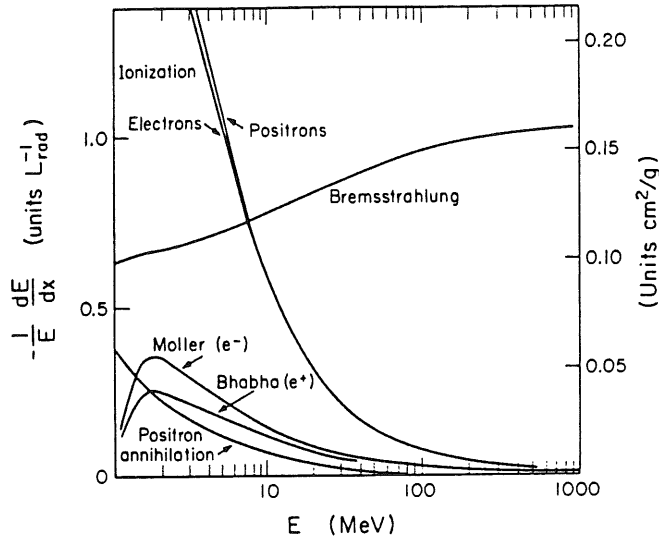


Abbildung 2.1: Anteiliger Energieverlust von Elektronen und Positronen in Blei. Linke Ordinate: Relativer Energieverlust in inversen Strahlungslängen, rechte Ordinate in  $\text{cm}^2/\text{g}$  [PDG90].

berechnet werden [PDG90].

Der Ionisationsverlust von Elektronen kann durch eine Bethe-Bloch-Formel durch

$$\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = \frac{0,154 Z}{\beta^2 A} \left( F(\beta) - 2 \ln I(Z) - 2 \frac{C_{k,L}}{Z} - \delta \right) \quad (2.1)$$

mit

$$F(\beta) = \ln \left( \frac{m_e T \beta^2 \gamma^2}{2} \right) - \left( \frac{2}{\gamma} - 1 + \beta^2 \right) \ln 2 + 1 - \beta^2 + \frac{1}{8} \left( 1 - \frac{1}{\gamma} \right)$$

und

- $\beta = v/c = p/E$  : Geschwindigkeit in Einheiten der Lichtgeschwindigkeit
- $T$  : kinetische Energie des Elektrons
- $m_e$  : Ruhemasse des Elektrons
- $\gamma = E/m_e$  : Lorentzfaktor
- $I(Z)$  : Mittleres Ionisationspotential des Mediums
- $C_{k,L}$  : Schalenkorrekturen
- $\delta$  : Dichtekorrekturen

berechnet werden [STE84]. Mit wachsender Elektronenenergie nimmt der mittlere Ionisationsverlust zunächst stark ab ( $\propto 1/v^2$ ), um nach Durchqueren eines Minimums bei  $E \approx 2mc^2$  logarithmisch mit dem Lorentzfaktor zu steigen (sogenannter relativistischer Anstieg, siehe auch Abbildung 2.2). Der relativistische Anstieg wird durch das proportional zu  $\gamma$  wachsende transversale elektrische Feld bewirkt,

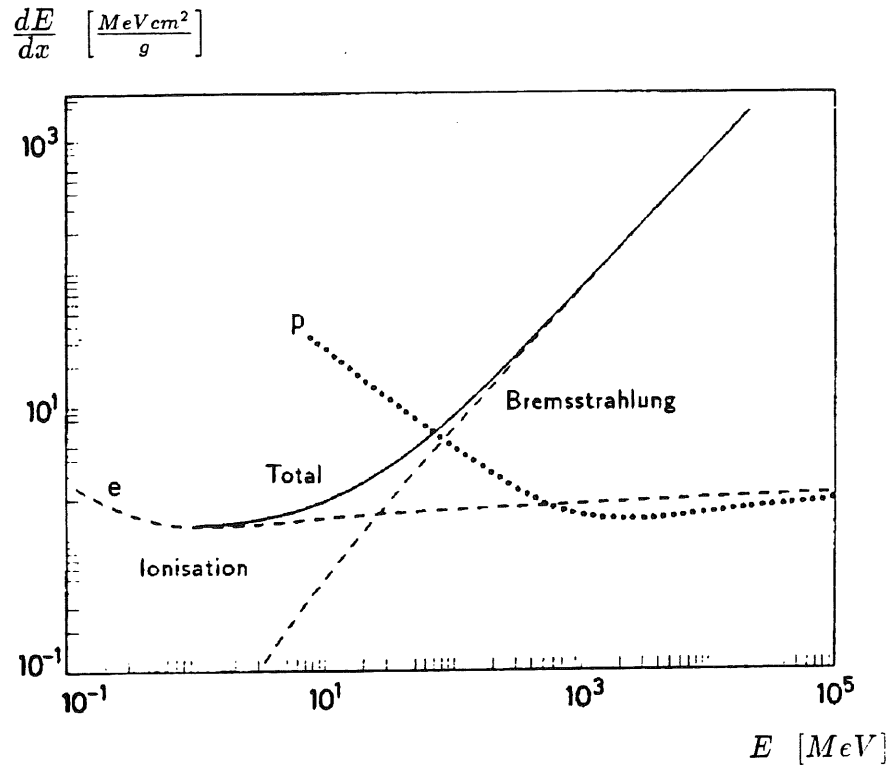


Abbildung 2.2: Energieverluste von Elektronen durch Ionisation und Bremsstrahlung in Kupfer. Die Ionisationsverluste von Protonen sind zum Vergleich ebenfalls dargestellt [LEO87].

was einer Zunahme des effektiven Stoßparameters entspricht. Erreicht das transversale Feld die Größenordnung von Atomabständen, so begrenzen Polarisations-effekte den weiteren Anstieg, was durch die Dichtekorrekturen ([STE52], [STE84]) berücksichtigt wird. Die Schalenkorrekturen berücksichtigen die Nichtteilnahme der inneren Schalen [STE61] und werden nur bei Teilchengeschwindigkeiten in der Größenordnung der Geschwindigkeiten von Hüllenelektronen ( $\beta \lesssim 0,35$ ) wichtig.

Für viele praktische Zwecke kann der absolute Energieverlust durch Ionisation pro Strahlungslänge als konstant angenommen werden:

$$-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle_{ion} = \frac{E_c}{X_0}.$$

Die kritische Energie  $E_c$  kann dabei als Energieverlust von Elektronen oder Positronen der Energie  $E = E_c$  pro Strahlungslänge in einem bestimmten Medium verstanden werden. Sie kann mit verschiedenen Methoden (siehe z.B. [ROS52], [DOV64]) aus der Bethe-Bloch-Formel berechnet werden und nimmt für dichte Medien Werte in der Größenordnung von  $\approx 10 \text{ MeV}$  an ( $E_c(\text{Pb}) = 7,4 \text{ MeV}$ ,  $E_c(\text{Fe}) = 20,7 \text{ MeV}$ ). Die Werte von  $E_c$  korrespondieren dabei in etwa mit der Teilchenenergie, bei der die Energieverluste durch Bremsstrahlung und Ionisation gleich sind und die ebenfalls als kritische Energie bezeichnet wird. Die Werte

wären praktisch gleich, wenn die Näherungsformel für den Energieverlust durch Bremsstrahlung für Teilchenenergien  $E \approx E_c$  ihre Gültigkeit behalten würde. Für ein Medium mit Kernladungszahl  $Z$  und Atomzahl  $A$  kann  $E_c$  durch

$$E_c = a \left( X_0 \frac{Z}{A} \right)^b \quad (2.2)$$

mit

$$a = 2,66$$

$$b = 1,1$$

parametrisiert werden [DOV64]. Andere Parametrisierungen für  $E_c$  werden mit  $800/(Z + 1,2) [MeV]$  [BER79] oder  $550/Z [MeV]$  [AMA81] angegeben, und ergeben Werte in der gleichen Größenordnung wie Gleichung 2.2. Im Verlaufe dieser Arbeit zeigt sich jedoch, daß die Näherung der kritischen Energie durch Gleichung 2.2, die vom Atomgewicht  $A$  abhängt und in der die Dichtekorrekturen für schwere Elemente berücksichtigt werden [DOV64], für die Parametrisierung elektromagnetischer Schauer besser geeignet ist.

Die Beiträge einzelner Prozesse zum totalen Photonenwirkungsquerschnitt in Kohlenstoff und Blei werden in Abbildung 2.3 als Funktion der Energie dargestellt. Für kleine Photonenenergie ( $E \lesssim 100 keV$ ) dominiert der atomare Photoeffekt, während im Energiebereich um  $\approx 1 MeV$  die Compton-Streuung wesentlich zum Wirkungsquerschnitt beiträgt. Ab  $E \gtrsim 1 GeV$  wird der Wirkungsquerschnitt vollständig durch Paarbildung dominiert, wobei die Paarbildung im Feld der Elektronen um 1 bis 2 Größenordnungen weniger beiträgt als die im Coulomb-Feld der Atomkerne. Rayleigh-Streuung und photonukleare Wechselwirkungen leisten keinen nennenswerten Beitrag.

Im Hochenergielimes ( $E \rightarrow \infty$ ) ist der gesamte Wirkungsquerschnitt für Elektron-Positron-Paarbildung näherungsweise durch

$$\sigma = \frac{7}{9} \left( \frac{A}{X_0 N_A} \right) [cm^2]$$

mit

$N_A$  : Avogadrozahl

gegeben [PDG90]. Daraus geht hervor, daß ein hochenergetisches Photon nach einer Wegstrecke von  $7/9$  Strahlungslängen mit einer Wahrscheinlichkeit von  $1 - 1/e$  in ein Elektron-Positron-Paar konvertiert.

### 2.1.2 Eindimensionale Schauermodelle

Einen Überblick über qualitative Eigenschaften elektromagnetischer Schauer erhält man, wenn man ein extrem einfaches Schauermodell zugrunde legt, das auf HEITLER zurückgeht [HEI44]. Darin wird angenommen, daß jedes Elektron<sup>1</sup> einer

<sup>1</sup>Im folgenden wird unter einem Elektron häufig der allgemeinere Fall daß es sich um ein Elektron oder ein Positron handelt zusammengefaßt.

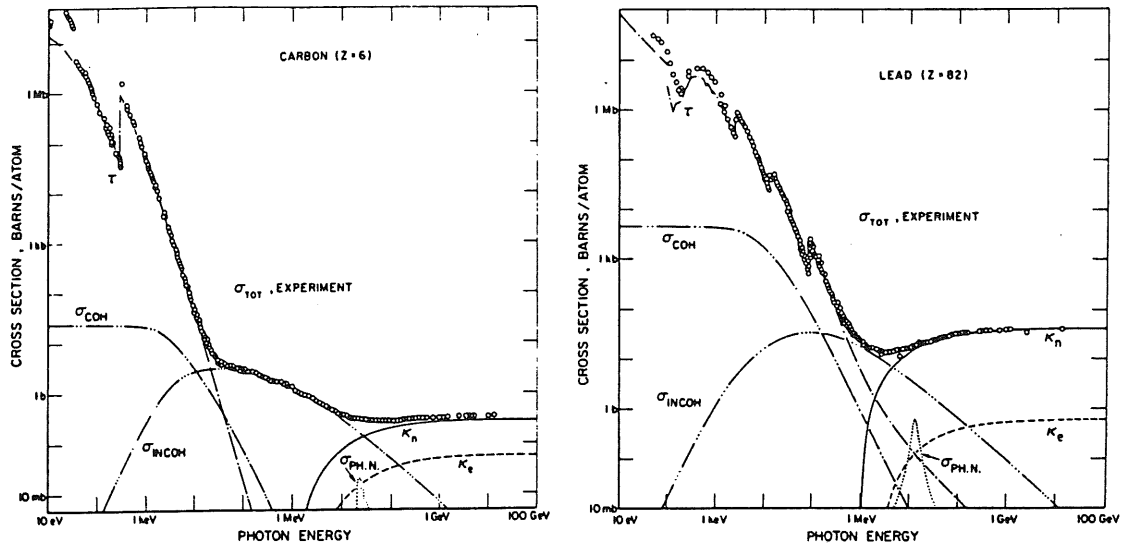


Abbildung 2.3: Photonen-Wirkungsquerschnitte in den Elementen Kupfer (links) und Blei (rechts) [PDG90].

- $\tau$  : Atomarer Photoeffekt  
 $\sigma_{COH}$  : Rayleigh-Streuung  
 $\sigma_{INCOH}$  : Compton-Streuung  
 $K_n$  : Paarbildung im Feld der Kerne  
 $K_e$  : Paarbildung im Feld der Elektronen  
 $\sigma_{PH.N}$  : Photonukleare Wechselwirkung

Energie  $E_e > E_c$  nach Durchqueren einer Wegstrecke von  $1 X_0$  ein Bremsstrahlungsquant der Energie  $E_\gamma = E_e/2$  abstrahlt. Jedes Photon konvertiert nach einer Strahlungslänge in ein  $e^+e^-$ -Paar mit  $E_{e^+} = E_{e^-} = E_\gamma/2$ . Elektronen und Photonen, deren Energien unter die kritische Energie fallen, stoppen abrupt und tragen nicht mehr zur Schauerentwicklung bei. Compton- und Vielfachstreuung werden vernachlässigt. Nach  $t$  Strahlungslängen ergibt sich eine Gesamtzahl

$$N(t) = 2^t$$

von Teilchen, die jeweils eine Energie von

$$E = E_{ein} 2^{-t}$$

besitzen, wenn die Energie des primären Elektrons  $E_{ein}$  war. Die Anzahl der Sekundärteilchen steigt in diesem Modell logarithmisch mit  $t$  und fällt nach Erreichen eines Maximums bei

$$T = t_{max} = \frac{\ln(E_{ein}/E_c)}{\ln 2}$$

abrupt auf Null ab. Zur Signalbildung im Kalorimeter ist die gesamte Spurlänge  $\langle S \rangle [X_0]$  der geladenen Teilchen (2/3) wichtig, die sich aus

$$\langle S \rangle = \frac{2}{3} \int_0^\infty N(t) dt = \frac{2}{3} \int_0^T N(t) dt \propto \frac{E_{ein}}{E_c}$$

ergibt.

Aus diesem einfachen Modell lassen sich bereits wichtige Eigenschaften elektromagnetischer Schauer für die Kalorimetrie ableiten:

- Die Dimensionen elektromagnetischer Schauer wachsen nur logarithmisch mit steigender Teilchenenergie.
- Die totale Spurlänge der geladenen Teilchen (das Kalorimetersignal) ist der Teilchenenergie proportional (Prinzip der Kalorimetrie).

Vernachlässigt man außer Effekten der Compton- und Vielfachstreuung auch die Ionisationsverluste und berücksichtigt die Wirkungsquerschnitte für Bremsstrahlung und Paarbildung in ihrem Hochenergielimes (Rossis Approximation A [ROS52]), so lassen sich für Sekundärteilchenenergien  $E \gg E_c$  Diffusionsgleichungen aufstellen, die exakt lösbar sind. Für Elektronen und Photonen lassen sich dann auch Momente ihrer Verteilungen im Schauer berechnen. Für elektroninduzierte Schauer erhält man aus der Verteilung von Sekundärelektronen mit Energien  $E$  größer als ein vorgegebener Schwellenwert  $E_\gt \gg E_c$  für die Lage des Maximums  $T[X_0]$ , den Erwartungswert  $\langle t \rangle [X_0]$ , die Varianz  $\sigma^2(t)[X_0^2]$  und die totale Spurlänge  $\langle S \rangle [X_0]$  die folgenden Beziehungen:

$$\begin{aligned} T &= 1,01 (\ln(E_{ein}/E_\gt) - 1) \\ \langle t \rangle &= 1,01 \ln(E_{ein}/E_\gt) + 0,03 \\ \sigma^2(t) &= 1,61 \ln(E_{ein}/E_\gt) - 0,6 \\ \langle S \rangle &= 0,437 E_{ein}/E_\gt \end{aligned}$$

In der analytischen Schauertheorie in Approximation A verschwindet die Diskontinuität des einfachen Modells. Sie sagt eine asymmetrische Gestalt der Schauer-Verteilungen voraus, die hinter dem Maximum flacher als zu Beginn des Schauers ist ( $\langle t \rangle > T$ ). Die zur Kalorimetrie wichtigen Vorhersagen des einfachen Modells ( $\langle S \rangle \propto E_{ein}$ ,  $T \propto \ln E_{ein}$ ) werden bestätigt. Die Ergebnisse sind unabhängig vom Medium, wenn die Entfernungen in Einheiten von Strahlungslängen gemessen werden.

Eine Erweiterung des Schauermodells in Approximation A durch Hinzufügen der Annahme, daß jedes Elektron den konstanten Energiebetrag  $E_c$  pro Strahlungslänge durch Ionisation verliert (Rossis Approximation B), ergibt nach umfangreichen Rechnungen die nützlichen Vorhersagen:

$$\begin{aligned} T &= 1,01 (\ln y - 1) \\ \langle t \rangle &= 1,01 \ln y + 0,4 \\ \sigma^2(t) &= 1,61 \ln y - 0,2 \\ \langle S \rangle &= y \end{aligned}$$

mit

$$y = \frac{E_{ein}}{E_c}$$

Die Schauertheorie in Approximation B sagt also eine Materialabhängigkeit der in Strahlungslängen gemessenen Schauerprofile voraus, die aufgehoben werden kann, wenn man die Energien in Einheiten der kritischen Energie mißt.

Das Ergebnis für die totale Spurlänge  $\langle S \rangle = E_{ein}/E_c$  ist eine Konsequenz der Annahme eines konstanten Ionisationsverlustes  $E_c$  pro Strahlungslänge in Approximation B. Diese Beziehung kann verbessert werden, wenn man berücksichtigt, daß die nachweisbare Spurlänge  $\langle S_d \rangle$  in einem realen Detektor von einer minimalen Ansprechenergie  $E_A$  abhängt und daß die Verwendung der Wirkungsquerschnitte für Bremsstrahlung und Paarbildung im Hochenergielimes für Materialien mit hohen Kernladungszahlen weniger gerechtfertigt ist als für leichte Medien. Die nachweisbare Spurlänge in homogenen Medien kann dann durch

$$\langle S_d \rangle \approx F(z) \frac{E_{ein}}{E_c} \quad (2.3)$$

mit

$$F(z) = e^{-z}(1 + z \ln(Z/1,53))$$

und

$$z = 4,58 \frac{Z E_A}{A E_c}$$

beschrieben werden [AMA81].

### 2.1.3 Dreidimensionale Schauerentwicklung

Die laterale Ausbreitung elektromagnetischer Schauer wird durch unterschiedliche Effekte wie dem Öffnungswinkel von Elektron-Positron-Paaren, dem Abstrahlwinkel von Bremsstrahlungsquanten und dem Ablenkwinkel durch Vielfachstreuung bewirkt. Der mittlere Ablenkwinkel eines Elektrons der Energie  $E$  nach Durchqueren einer Wegstrecke  $t$  durch Vielfachstreuung kann durch

$$\theta_s \approx \frac{E_s \sqrt{t}}{E}$$

mit

$$E_s = 21,2 \text{ MeV}$$

abgeschätzt werden [NIS67]. Der mittlere Öffnungswinkel eines  $e^+e^-$ -Paares bzw. der Abstrahlwinkel von Bremsstrahlungsquanten ist näherungsweise durch

$$\theta \approx \frac{mc^2}{E}$$

gegeben. Dabei bedeutet  $m$  die Elektronenmasse. Für das Verhältnis ergibt sich

$$\frac{\theta}{\theta_s} \approx \frac{mc^2}{E_s \sqrt{t}} \approx \frac{2,5 \cdot 10^{-2}}{\sqrt{t}}$$

Für Schauertiefen in moderater Entfernung vom Schauerstartpunkt ( $t \gtrsim 1 X_0$ ) wird die radiale Ausbreitung elektromagnetischer Schauer deshalb durch Effekte der Vielfachstreuung dominiert. Als natürliche Einheit zur Skalierung radialer Schauerprofile wird deshalb der Molière-Radius durch

$$R_M \equiv \frac{E_s}{E_c} X_0$$

definiert, der die radiale Streuung eines Elektronenstrahls der Energie  $E_c$  nach Durchqueren einer Strahlungslänge angibt. Eine materialunabhängige Skalierung kann dadurch nur näherungsweise erreicht werden, weil neben den o. a. Annahmen auch die unterschiedlichen Abschwächungseigenschaften von Photonen in unterschiedlichen Medien, die keine einfache Abhängigkeit von  $Z$  und  $A$  hat, nicht berücksichtigt werden.

In Abbildung 2.4 werden longitudinale Energieverteilungen und die 90%-Quantile radialer Energieverteilungen von Elektronenschauern einer Primärenergie von 6 GeV in unterschiedlichen Medien als Funktion der Schauertiefe dargestellt. Die Tiefe der Schauermaxima der longitudinalen Profile nimmt mit wachsender Kernladungszahl des Mediums leicht zu. Dies ist eine Konsequenz der kleineren kritischen Energie in schweren Elementen, die eine Produktion von Sekundärteilchen bis zu kleineren Energien (d. h. bis zu größeren mittleren Schauertiefen in Einheiten von Strahlungslängen) bewirkt und von der Schauertheorie in Approximation B vorhergesagt wird. Die radialen Energieverteilungen skalieren erwartungsgemäß ebenfalls nur näherungsweise in Einheiten von Molière-Radien.

Der Vollständigkeit wegen soll hier erwähnt werden, daß auch dreidimensionale Schauermodelle entwickelt wurden, die Effekte der Vielfachstreuung berücksichtigen. Eine Übersicht findet man bei NISHIMURA [NIS67]. Unterschieden werden im wesentlichen zwei Modelle, die auf unterschiedlichen Behandlungen der Vielfachstreuung beruhen (Fokker-Planck-Näherung mit einer näherungsweise gaußschen Winkelverteilung bzw. Molière-Theorie). Der Gültigkeitsbereich der dreidimensionalen Modelle ist jeweils auf Bereiche in der Nähe der Schauerachse eingeschränkt. Ein konkretes Resultat der Modelle sagt voraus, daß die Anzahl geladener Teilchen innerhalb eines Radius  $r$  in der Nähe der Schauerachse nur von der Variablen  $r E_{ein}/E_s$  (und  $t$ ) allein und nicht von den einzelnen Größen  $E_{ein}$  und  $r$  abhängt. Diese, als „similarity relation“ bezeichnete Eigenschaft konnte in Experimenten mit Photoemulsionen für  $r < 100 \mu\text{m}$  bestätigt werden ([HOT80], [HOT82]).

### 2.1.4 Schauerentwicklung in Sampling-Kalorimetern

Alle bisher besprochenen Modelle gehen von einer Schauerentwicklung in homogenen Medien aus und sind nicht ohne weiteres auf die Energieflußmessung in Sampling-Kalorimetern übertragbar ([PIN65], [YUD69]). Die wesentlichen Besonderheiten bei der Signalbildung in Sampling-Kalorimetern sollen nachfolgend besprochen werden.

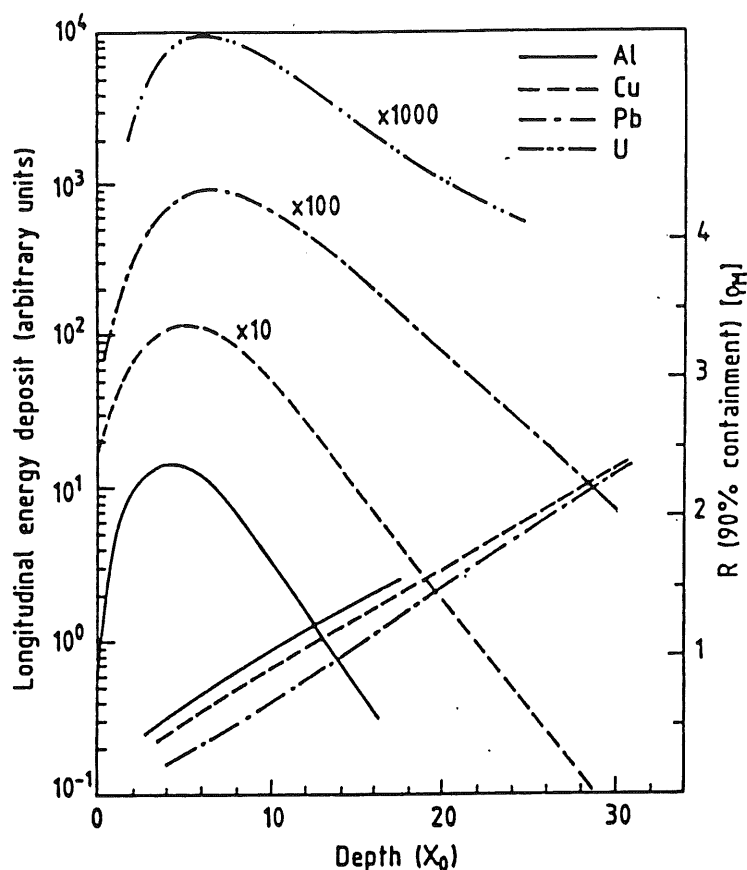


Abbildung 2.4: Graphiken zur Energieverteilung in elektromagnetischen Schauern einer Energie von 6 GeV in unterschiedlichen Medien [FAB85]. Linke Ordinate: Longitudinale Energieverteilungen. Rechte Ordinate: 90%-Quantile der radialen Energieverteilungen in Einheiten von Molière-Radien.

### Meßbarer Energieanteil

In Sampling-Kalorimetern ist nur der Anteil

$$\bar{\epsilon} = \frac{E_a}{E_a + E_p}$$

der Gesamtenergie meßbar, der in den aktiven Schichten deponiert wird. Die Indizes  $a$  und  $p$  bezeichnen hier und im folgenden stets Größen, die sich auf die aktiven bzw. passiven Schichten beziehen. Zur Beschreibung der meßbaren Signale in Sampling-Kalorimetern ist es üblich, den meßbaren Energieanteil  $\bar{\epsilon}$  eines minimal ionisierenden Teilchens anzugeben. Ein minimal ionisierendes Teilchen ist ein idealisiertes Teilchen, das definitionsgemäß pro Strahlungslänge einen Energiebetrag durch Ionisation verliert, der dem minimalen Energieverlust eines schweren Teilchens (z. B. eines Protons, siehe auch Abbildung 2.2) nach der Bethe-Bloch-Formel entspricht (siehe Abschnitt 2.2). Aus den tabellierten Werten für den



Energieverlust minimal ionisierender Teilchen [PDG90] läßt sich der meßbare Anteil in einem Kalorimeter mit den aktiven und passiven Schichtdicken  $d_a$  und  $d_p$  durch

$$\widetilde{mip} = \frac{d_a \left. \frac{dE}{dx} \right|_a^{mip}}{d_a \left. \frac{dE}{dx} \right|_a^{mip} + d_p \left. \frac{dE}{dx} \right|_p^{mip}}$$

berechnen.

Das Signalverhältnis von Elektronen zu minimal ionisierenden Teilchen,

$$\bar{\epsilon}/\widetilde{mip} \equiv \epsilon/mip,$$

ist aus zwei Gründen in Sampling-Kalorimetern mit  $Z_a < Z_p$  kleiner als 1. Zum einen ist die Zunahme der mittleren Spurlängen durch Vielfachstreuung im Absorber größer als in den aktiven Schichten. Zum anderen muß der Einfluß niederenergetischer Photonen auf das Signal beachtet werden: Der Wirkungsquerschnitt für den atomaren Photoeffekt niederenergetischer Photonen ( $E_\gamma < 1 \text{ MeV}$ ) ist proportional zu  $Z^5$ , während der Wirkungsquerschnitt geladener Teilchen für Ionisation etwa proportional zu  $Z$  ist. In Kalorimetern, in denen die Kernladungszahl des passiven Absorbers  $Z_p$  größer als die des aktiven Materials  $Z_a$  ist, werden niederenergetische Photonen daher vorwiegend mit Atomen im Absorber wechselwirken. Da die mittlere Reichweite der Photoelektronen in dichten Medien sehr gering ist ( $\lesssim 1 \text{ mm}$ ), werden diese Elektronen nur dann zum Signal beitragen können, wenn sie in der Nähe zur Grenze zwischen Absorber und Ausleseschicht erzeugt werden. Die historisch bedingte Bezeichnung „transition effect“ geht auf eine Fehlinterpretation des experimentell beobachteten Signalverhältnisses  $\epsilon/mip < 1$  zurück. BRÜCKMANN et al. haben die treffendere Bezeichnung „Migrationseffekt der Photonenenergie“ vorgeschlagen [BRÜ87], die auch im folgenden benutzt werden soll.

Der große Einfluß niederenergetischer Teilchen auf Details in der Signalbildung in Sampling-Kalorimetern kann aus der Tatsache abgelesen werden, daß etwa 60% der Primärenergie von Teilchen mit kinetischen Energien unterhalb von  $4 \text{ MeV}$  deponiert wird [WIG86].

### Schauerprofile

Berechnungen mit dem Simulationsprogramm EGS<sup>2</sup> [NEL66] haben ergeben, daß der Migrationseffekt von der Schauertiefe abhängt ([WIG86], [FLA85]): Das Signalverhältnis  $\epsilon/mip$  sinkt mit fortlaufender Schauerentwicklung. Darin spiegelt sich die Änderung des Teilchen- und Energiespektrums im Schauer wieder, der im frühen Stadium durch die Produktion von Sekundärteilchen gekennzeichnet ist, während nach Durchlaufen des Schauermaximums die niederenergetischen Photonen eine wichtige Rolle spielen. Verglichen mit homogenen Medien werden die longitudinalen Schauerprofile in Sampling-Kalorimetern in Richtung des Schauerstartpunktes verschoben erscheinen, weil die Effizienz der Energiemessung mit fortlaufender Schauerentwicklung abnimmt.

<sup>2</sup>Electron-Gamma-Shower

Simulationsrechnungen zeigen allerdings auch [PES90], daß das über den gesamten Schauer gemittelte Signalverhältnis  $\langle e/mip \rangle$  für Primärenergien oberhalb von 1 GeV für ein gegebenes Kalorimeter nicht energieabhängig ist. Dies ist ein wichtiges Ergebnis, weil dadurch die Proportionalität zwischen der nachweisbaren totalen Spurlänge und der Energie gewahrt bleibt.

### Sampling-Fluktuationen

Der Beitrag der Sampling-Fluktuationen zur Energieauflösung in Sampling-Kalorimetern kann mit Hilfe von Approximation B abgeschätzt werden. Zur nachweisbaren totalen Spurlänge tragen in Sampling-Kalorimetern nur die Spuren geladener Teilchen in den aktiven Schichten bei. Die mittlere Anzahl  $\langle N_d \rangle$  von Durchgängen geladener Teilchen durch eine Sampling-Schicht (eine aktive und eine passive Lage) der Dicke  $d[X_0] = d_a + d_p$  ergibt sich unter Verwendung von Gleichung 2.3 zu

$$\langle N_d \rangle = \frac{\langle S_d \rangle}{d} = \frac{F(z) E_{ein}}{d E_c}.$$

Unter der Annahme, daß die einzelnen Kreuzungen der Lagen voneinander unabhängig und  $N_d$  normalverteilt ist, die für Sampling-Kalorimeter mit dichten Auslesemedien (z.B. flüssiges Argon) gut erfüllt ist, können die Fluktuationen durch

$$\frac{\sigma(N_d)}{\langle N_d \rangle} = \frac{1}{\sqrt{\langle N_d \rangle}}$$

beschrieben werden. Für die Energieauflösung erhält man dann

$$\frac{\sigma(E)}{\langle E \rangle} = \sqrt{\frac{E_c}{F(z)} \frac{d}{E}}.$$

Berücksichtigt man noch Effekte der Vielfachstreuung, so ergibt sich nach [AMA81]

$$\frac{\sigma(E)}{\langle E \rangle} = \sqrt{\frac{E_c}{F(z) \langle \cos \theta \rangle} \frac{d}{E}}$$

mit

$$\langle \cos \theta \rangle \approx \cos \left( \frac{R_M}{\pi} \right).$$

Die Energieauflösung elektromagnetischer Schauer verbessert sich also mit wachsender Energie entsprechend der Beziehung

$$\frac{\sigma(E)}{\langle E \rangle} \propto \frac{1}{\sqrt{\langle E \rangle}},$$

wenn man voraussetzt, daß die Sampling-Fluktuationen gegenüber anderen Streuungen dominieren.

In Kalorimetern mit sehr dünnen oder gasförmigen Ausleseschichten können Landau- und Weglängenfluktuationen zur Energieauflösung beitragen. Die Energiedeposition ionisierender Teilchen verteilt sich nicht symmetrisch um den mittleren Wert, sondern zeigt hochenergetische Ausläufer, die von seltenen Stoßprozessen mit relativ hohen Ionisationsverlusten herrühren (Landauverteilung). Dadurch ist der Beitrag von  $N$  Kreuzungen nicht mehr proportional zu  $1/\sqrt{N}$ . Für Schichtdicken in der Größenordnung von  $1\text{ g/cm}^2$  erhöhen sich die Sampling-Fluktuationen dadurch jedoch nur um weniger als 3% [AMA81].

Weglängenfluktuationen treten auf, wenn niederenergetische Elektronen durch Vielfachstreuung in einer Ausleseschicht Wege zurücklegen, die groß sind im Vergleich zur Schichtdicke. Für das H1 Flüssig-Argon Kalorimeter können diese Fluktuationen vernachlässigt werden, da die mittlere freie Weglänge niederenergetischer Elektronen hier in der Größenordnung der Argon Schichtdicke (einige  $mm$ ) liegt.

## 2.2 Hadronische Schauer

Wie in elektromagnetischen Schauern kann in hadronischen Schauern zwischen Prozessen unterschieden werden, die für die Produktion von Sekundärteilchen einerseits und für die Signalbildung andererseits verantwortlich sind. Die Vielfalt und Komplexität möglicher Prozesse, die über die starke, elektromagnetische und schwache Wechselwirkung ablaufen können, verhindert hier jedoch die Entwicklung analytischer Modelle hinreichender Präzision.

### 2.2.1 Prozesse in hadronischen Schauern

Die Teilchenproduktion in hadronischen Schauern läßt sich qualitativ in zwei Schritte einteilen ([BRÜ87], [WIG86]). Im ersten Schritt kommt es zu hochenergetischen Hadron-Hadron-Wechselwirkungen zwischen dem einfallenden Projektil und Nukleonen in den Atomkernen des Absorbers. Dabei werden vorwiegend Pionen erzeugt, die noch innerhalb des Kernvolumens mit weiteren Nukleonen wechselwirken können und so eine innernukleare Kaskade auslösen. In diesen Prozessen wird etwa die Hälfte der verfügbaren Energie zur Produktion von Sekundärteilchen aufgewendet. Die andere Hälfte wird von einem einzelnen Teilchen mit den Quantenzahlen des Projektils fortgetragen (sogenannter „leading particle effect“). Die Sekundärteilchen mit den höchsten Energien können den Kern verlassen und in anderen Atomkernen weitere innernukleare Kaskaden auslösen. Die anderen Teilchen verteilen ihre Bewegungsenergien auf den Restkern.

Von den Pionen, die den Kern verlassen, werden aufgrund der Gleichberechtigung der Isospinstellungen im Mittel  $1/3$  elektrisch neutral sein. Der nachfolgende Zerfall der  $\pi^0$ -Mesonen, der nach einer mittleren Lebensdauer von  $\approx 10^{-17}\text{ s}$  fast ausschließlich in zwei Photonen erfolgt, führt zur Auslösung elektromagnetischer Subschauer. Das Verhältnis freigesetzter Protonen und Neutronen entspricht ihrem relativen Anteil  $Z/(A - Z)$  an Nukleonen in Kern.

Für die radiale Ausbreitung hadronischer Schauer ist vorwiegend der Transversalimpuls der freigesetzten Teilchen verantwortlich, der im Mittel etwa  $0,4 \text{ GeV}/c$  beträgt und nahezu energieunabhängig ist.

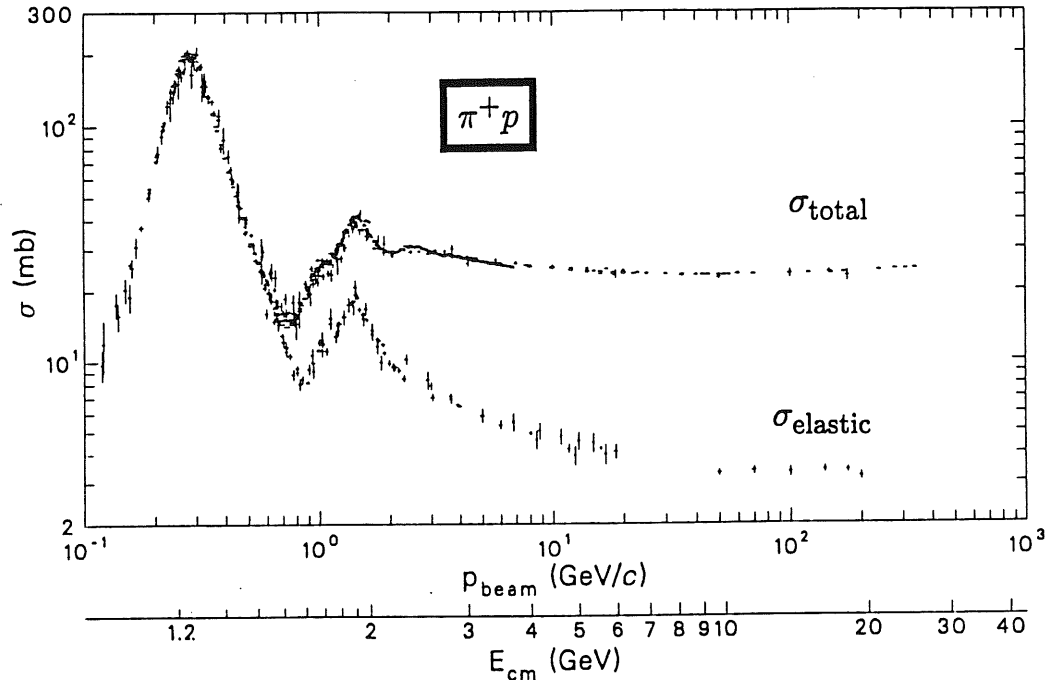


Abbildung 2.5: Totaler und elastischer Wirkungsquerschnitt in der Pion-Proton Streuung [PDG90].

Die hochenergetischen Hadron-Nukleon-Stöße, die die longitudinale Entwicklung hadronischer Schauer bestimmen, können näherungsweise als Wechselwirkungen zwischen freien Hadronen aufgefaßt werden. Der totale Wirkungsquerschnitt für freie Hadron-Hadron-Streuungen hängt für Impulse  $p \gtrsim 10 \text{ GeV}$  in guter Näherung nicht mehr von der Energie ab (siehe Abbildung 2.5). Zur näherungsweise materialunabhängigen Skalierung hadronischer Schauer wird deshalb die nukleare Absorptionslänge  $\lambda_0$  durch

$$\lambda_0 = \frac{A}{N_A \sigma_i} \left[ \frac{g}{\text{cm}^2} \right] \quad (2.4)$$

mit

$A$  = Massenzahl in  $[g]$

$N_A$  = Avogadrozahl

$\sigma_i$  = unelastischer np-Wirkungsquerschnitt  
im Bereich  $60 - 375 \text{ GeV}$  in  $[\text{cm}^2]$  [PDG90]

eingeführt.

Im zweiten Schritt setzt sich die in der innernuklearen Kaskade begonnene Zertrümmerung (Spallation) des Kerns durch Verdampfung (Evaporation) von Kernfragmenten und Nukleonen fort, die sich isotrop im Kalorimeter verteilen. Für schwere Elemente besteht zusätzlich die Möglichkeit zur Kernspaltung. Verbleibende Anregungen des Restkerns (typischerweise einige  $MeV$ ) werden durch die Emission nuklearer Photonen abgebaut.

Zur Signalbildung durch Ionisation tragen in hadronischen Schauern neben den elektromagnetischen Subschauern vorwiegend niederenergetische Protonen und, in geringerem Umfang, geladene Pionen bei [WIG86]. Der mittlere Energieverlust schwerer geladener Teilchen ( $m \gg m_e$ ) durch Ionisation wird durch eine Bethe-Bloch-Formel beschrieben, die sich unter Vernachlässigung der Schalenkorrekturen wie folgt formulieren läßt [LOH85]:

$$\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = \frac{b}{\beta^2} \frac{Z}{A} \left( \ln \frac{2m_e \beta^2 \gamma^2 E_m}{I^2(Z)} - 2\beta^2 - \delta + \frac{1}{4} \frac{E_m^2}{E^2} \right) \quad (2.5)$$

mit

$$\begin{aligned} b &= \alpha^2 2\pi N_A \lambda_e^2 m_e [MeV cm^2] \\ \beta &= v/c = |p|/E \\ \gamma &= 1/\sqrt{1-\beta^2} = E/m \\ E_m &= 2m_e p^2 / (m_e^2 + m^2 + 2m_e \sqrt{p^2 + m^2}) \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} \alpha &: \text{Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante} \\ N_A &: \text{Avogadrozahl} \\ \lambda_e &: \text{Comptonwellenlänge des Elektrons in [cm]} \\ m_e &: \text{Ruhemasse des Elektrons in [MeV/c}^2\text{]} \\ m &: \text{Ruhemasse des Teilchens in [MeV/c}^2\text{]} \\ Z &: \text{Kernladungszahl des Mediums} \\ A &: \text{Massenzahl des Mediums in [g]} \\ E_m &: \text{Maximale auf das Elektron übertragbare Energie} \\ I(Z) &: \text{Mittleres Ionisationspotential des Mediums} \\ \delta &: \text{Dichtekorrektur [STE84]} \end{aligned}$$

Für Elektronen ergab sich aus mehreren Gründen eine modifizierte Formel (Gleichung 2.1) [STE61]: Die Formeln für den Wirkungsquerschnitt unterscheiden sich für Elektronen im Bereich kleiner Stoßparameter verglichen mit schweren Teilchen. Die reduzierte Masse des Systems kann nicht mehr durch die Ruhemasse des Projektils genähert werden. Nach dem Stoß kann nicht zwischen Projektilelektron und Hüllenelektron unterschieden werden. Dies begrenzt die maximal übertragbare Energie auf die Hälfte der kinetischen Energie des einfallenden Elektrons, wenn man das energiereichste Elektron nach dem Stoß als Projektil akzeptiert.

### 2.2.2 Energiemessung hadronischer Schauer

Im Gegensatz zu den elektromagnetischen Kaskaden trägt in hadronischen Schauern ein wesentlicher Teil der Gesamtenergie  $E_{ein}$  nicht zum Kalorimetersignal bei. Dieser unsichtbare Energieanteil  $E_{inV}$  (intrinsische Verluste) erklärt sich im wesentlichen aus den Energieverlusten zur Überwindung der Bindungsenergie im Spallationsprozeß ( $\approx 8 \text{ MeV}$  pro Nukleon). Von den freigesetzten niederenergetischen Neutronen kann zudem ein Großteil den Detektor ohne weitere Wechselwirkung verlassen. Zusätzlich tragen Neutrinos aus  $\pi^-$ - und  $K^-$ -Zerfällen, sowie die auf den Restkern übertragene Rückstoßenergie, die aufgrund der kurzen Reichweite des Rückstoßkernes nicht nachgewiesen wird, zur unsichtbaren Energie bei.

Als hadronisch deponierte Energie  $E_{had}$  soll die Energie gelten, die sich aus den Energiebeträgen  $E_{ion}$ ,  $E_n$  und  $E_\gamma$  zusammensetzt, wobei  $E_{ion}$  die durch Ionisation schwerer geladener Teilchen deponierten Energiebeträge,  $E_n$  die durch Neutronen indirekt durch Kernstreuung deponierten Energiebeträge und  $E_\gamma$  die durch nukleare Photonen deponierten Energiebeträge bezeichnen. Der Energiebetrag, der vorwiegend durch den Zerfall neutraler  $\pi^-$ -Mesonen ( $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ ) in Form elektromagnetischer Subschauer deponiert wird, soll als  $E_{em}$  bezeichnet werden. Als Energiebilanz ergibt sich:

$$E_{ein} = E_{had} + E_{em} + E_{inV}$$

mit

$$E_{had} = E_{ion} + E_n + E_\gamma,$$

oder, bezogen auf die Gesamtenergie,

$$1 = f_{had} + f_{em} + f_{inV}$$

mit

$$f_{had} = f_{ion} + f_n + f_\gamma.$$

#### Meßbarer Energieanteil und das $e/h$ -Verhältnis

Zum Signal in Sampling-Kalorimetern tragen die Komponenten mit ihren charakteristischen Signalverhältnissen  $\epsilon/mip$  und

$$\frac{had}{mip} = \frac{f_{ion} \frac{ion}{mip} + f_n \frac{n}{mip} + f_\gamma \frac{\gamma}{mip}}{f_{had}}$$

bei.

Das Verhältnis  $ion/mip$  wird durch die Eigenschaften niederenergetischer Protonen bestimmt und kann aus mehreren Gründen von 1 abweichen. Vielfachstreuung, Sättigungs- und Rekombinationseffekte und die geringe Reichweite niederenergetischer Protonen können die meßbaren Energieanteile gegenüber minimal ionisierenden Teilchen verringern. Demgegenüber steht die Materialabhängigkeit

der Ionisationsverluste, die das Verhältnis  $(dE/dx)_a/(dE/dx)_p$  für Protonen gegenüber minimal ionisierenden Teilchen mit sinkender Energie stark anhebt.

Der nachweisbare Energieanteil niederenergetischer Neutronen  $n/mip$  hängt stark von den im Kalorimeter verwendeten Materialien ab. Wasserstoffhaltige Auslesem Medien können die Nachweiseffizienz für Neutronen durch vermehrte elastische Neutron-Proton-Streuungen erheblich vergrößern. Das Signalverhältnis nuklearer Photonen  $\gamma/mip$  wird stark durch den Migrationseffekt beeinflusst, so daß sich  $\gamma/mip < e/mip < 1$  ergibt.

Aufgrund der intrinsischen Verluste und der unterschiedlichen Signalverhältnisse der Komponenten hadronischer Schauer werden für elektron- und hadroninduzierte Schauer in einem gegebenen Kalorimeter im allgemeinen verschiedene Signalthöhen gemessen. Der Quotient der gemessenen Signalmittelwerte

$$\frac{e}{h}|_m(E) = \frac{\frac{e}{mip}}{\langle f_{em}(E) \rangle \frac{e}{mip} + \langle f_{had}(E) \rangle \frac{had}{mip}}$$

wird als  $e/h$ -Verhältnis bezeichnet ( $m$  steht für „meßbar“). Durch die Energieabhängigkeit von  $f_{em}$  und  $f_{had}$  ist das Kalorimetersignal hadronischer Schauer nicht mehr proportional zur Energie des einfallenden Teilchens. Im Energiebereich von 10 bis zu einigen 100 GeV läßt sich  $f_{em}$  durch

$$\langle f_{em} \rangle = \frac{\langle E_{em} \rangle}{E_{ein}} \approx 0.1 \ln(E_{ein}[\text{GeV}])$$

parametrisieren [FAB85].

Zum besseren Verständnis von Maßnahmen, die geeignet sind, die intrinsischen Verluste zu kompensieren, wird ein intrinsisches  $e/h$ -Verhältnis definiert [WIG87],

$$\frac{e}{h}|_{intr}(E) \equiv \frac{\frac{e}{mip}}{\frac{\langle f_{had} \rangle}{1 - \langle f_{em} \rangle} \frac{had}{mip}} = \frac{\frac{e}{mip}}{\frac{\langle f_{had} \rangle}{\langle f_{had} + f_{inv} \rangle} \frac{had}{mip}},$$

das den meßbaren elektromagnetischen Anteil zum meßbaren Anteil der rein hadronischen Komponente ins Verhältnis setzt und mit dem meßbaren  $e/h$ -Verhältnis durch

$$\frac{e}{h}|_m(E) = \frac{e/h|_{intr}}{1 - \langle f_{em}(E) \rangle (1 - e/h|_{intr})}$$

verknüpft ist. Kompensation läßt sich also durch eine bessere Signalausbeute des hadronischen Anteils, durch einen kleinen Wert für  $e/mip$  oder durch beides erreichen. Neben der Wahl des Absorbermaterials hängt  $e/h|_{intr}$  zusätzlich vom Auslesem Medium und von der Geometrie (den Schichtdicken) ab. Für den Fall vollständiger Kompensation gilt mit  $(e/h)|_{intr} = 1$  auch  $(e/h)|_m = 1$ , wodurch die Linearität in der Energiemessung wieder hergestellt wäre.

Das H1 Flüssig-Argon Kalorimeter weist diese Eigenschaften nicht auf. Die feine Granularität erlaubt hier jedoch eine nachträgliche Kompensation durch Algorithmen, mit denen die hadronische Komponente lokal mit Wichtungsfaktoren skaliert wird.

### Energieauflösung

Zur Energieauflösung für hadronische Schauer tragen zum Teil Prozesse bei, deren Anzahl nicht proportional zur Teilchenenergie ist, wie es bei den Sampling-Fluktuationen für elektromagnetische Schauer der Fall war. Nach [FAB89] läßt sich die Energieauflösung näherungsweise durch

$$\frac{\sigma(E)}{\langle E \rangle} = \sqrt{\frac{c_{intr}^2 + c_{samp}^2}{\langle E \rangle}} + a \left( \frac{e}{h} \Big|_{intr} - 1 \right) \quad (2.6)$$

beschreiben. Dabei bestimmt  $c_{intr}$  den Anteil der Fluktuationen in den intrinsischen Verlusten ( $E_{inv}$ ) und  $c_{samp}$  den Anteil der Sampling-Fluktuationen an der Energieauflösung. Der konstante Term  $a$  berücksichtigt den Beitrag, der in nicht-kompensierenden Kalorimetern durch eine Abweichung des  $e/h$ -Verhältnisses vom Wert 1 entsteht. Neben einer Abnahme der Energieauflösung bewirkt ein  $e/h$ -Verhältnis ungleich 1, daß die Energieverteilungen von der Form einer Gaußfunktion abweichen.

Für das H1 Flüssig-Argon Kalorimeter dominieren die intrinsischen Fluktuationen die Energieauflösung. Mit Kalorimetertestdaten wurde ein Wert von

$$\frac{\sigma(E)}{\langle E \rangle} \approx \frac{50\%}{\sqrt{\langle E \rangle}}$$

nach der Anwendung von Wichtungsmethoden gemessen [LOC92].



# Kapitel 3

## Detektorsimulation

Die Entwicklung eines elektromagnetischen Schauers in einem Kalorimeter kann mit Hilfe eines Monte-Carlo Programmes sehr genau simuliert werden, indem die Spuren aller Sekundärteilchen explizit durch den Detektor verfolgt werden. Dazu wurde in der vorliegenden Arbeit das Programmpaket GEANT [BRU86] verwendet, das die elektromagnetischen Prozesse in enger Anlehnung an das Programm EGS [NEL85] berechnet und eine einfache Eingabe der Detektorgeometrie erlaubt.

Während der Spurverfolgung wird zunächst die kürzeste freie Weglänge bis zum Eintritt eines diskreten Ereignisses (z.B. Bremsstrahlung oder Paarbildung) oder bis zur nächsten Volumengrenze berechnet. Bei der Verfolgung des Teilchens zum berechneten Ort werden dann quasikontinuierliche Prozesse wie Vielfachstreuung und Ionisationsverluste oder die Krümmung durch ein eventuell vorhandenes Magnetfeld berücksichtigt. Durch Auswertung der differentiellen Wirkungsquerschnitte wird der Endzustand des betrachteten diskreten Ereignisses ermittelt. Die Verfolgung der Teilchen wird abgebrochen, wenn ihre kinetische Energie unter eine vorgegebene Schwelle, die Abschneideenergie, fällt.

Zur Simulation elektromagnetischer Schauer werden in GEANT für Photonen die Prozesse

- Paarerzeugung,
- Comptoneffekt,
- Photoeffekt und
- die photoninduzierte Spaltung schwerer Elemente

und für Elektronen

- Vielfachstreuung,
- Ionisation und Erzeugung von  $\delta$ -Elektronen,
- Bremsstrahlung und
- Elektron-Positron Annihilation

berücksichtigt. Für Myonen werden zusätzlich die direkte Paarerzeugung, nukleare Wechselwirkungen und der freie Zerfall simuliert.

Neben den Abschneideenergien für Elektronen und Photonen, unterhalb derer keine weitere Spurverfolgung stattfindet, existieren zwei weitere wichtige einstellbare Simulationsparameter, die die Größe der Verfolgungsschritte regeln: der maximale prozentuale Energieverlust pro Verfolgungsschritt, DEEMAX, und die minimale Schrittweite, STMIN. Der Wert von DEEMAX beschränkt die Schrittweite für die quasikontinuierlichen Prozesse nach oben, während STMIN die Schrittweite im Bereich kleiner Teilchenenergien und kurzer Reichweiten nach unten limitiert. Die Wahl dieser Parameter muß gewährleisten, daß innerhalb einer Materialschicht mehrere ( $\gtrsim 5$ ) Verfolgungsschritte erfolgen. In der verwendeten Version von GEANT (3.14/16) besteht die Möglichkeit einer automatischen Berechnung dieser beiden Simulationsparameter aus den Materialeigenschaften des Detektors.

Die Rechenzeit zur Simulation des Detektors durch eine detaillierte Spurverfolgung aller Einzelteilchen ist etwa proportional zur totalen Spurlänge  $\langle S \rangle$ . Sie wächst daher linear mit der Energie des Primärteilchens und kann für einen IBM Großrechner der Serie 3090 mit etwa einer Sekunde pro  $GeV$  abgeschätzt werden. Neben den Abschneideenergien hängt der genaue Zeitbedarf zusätzlich von der Komplexität der Geometriebeschreibung im Simulationsprogramm ab. Für sehr detailliert nachgebildete Materialverteilungen in Sampling-Kalorimetern wird die Rechenzeit zur Simulation eines Schauers gegebener Energie deshalb deutlich höher ausfallen als in homogenen Kalorimetern.

### 3.1 Verfahren zur Reduzierung der Rechenzeit

Bei der Produktion von Monte-Carlo Ereignissen hoher Statistik für Speicherringexperimente kann die Rechenzeit, neben dem Speicherplatzbedarf, schnell zum limitierenden Faktor werden. Es lohnt sich deshalb, Maßnahmen in Betracht zu ziehen, die die Rechenzeit bei weitgehender Erhaltung der Genauigkeit erheblich reduzieren. Neben einer Vereinfachung der Geometriebeschreibung und der Optimierung des zugehörigen Suchbaumes in der Simulation von Sampling-Kalorimetern zielen nahezu alle Verfahren zur Reduzierung der Rechenzeit darauf ab, die totale Spurlänge im Schauer zu verringern.

Die einfachste Möglichkeit zur Verringerung der Spurlänge ist die Festlegung hoher Abschneideenergien. In der Simulation von Sampling-Kalorimetern ist dieses Verfahren jedoch nur begrenzt anwendbar, weil der Migrationseffekt nur bei der Verwendung sehr niedriger Abschneideenergien präzise simuliert werden kann. Ein Beispiel für die Anwendbarkeit hoher Abschneideenergien ist die Simulation des instrumentierten Eisens im H1-Detektor. Hier können wegen der dicken Eisenplatten ( $7.5\text{ cm}$ ) nur Teilchen hinreichend großer Energie zum Signal in den Streamer-Röhren beitragen.

Eine Verfeinerung zur Verwendung hoher Abschneideenergien stellt der Einsatz sogenannter „Terminatoren“ dar. In der schnellen Option des Programmes

zur Simulation des H1-Detektors wird der Abbruch der Spurverfolgung bestimmter Teilchen von geometrischen Randbedingungen abhängig gemacht. So werden beispielsweise niederenergetische Protonen gestoppt, wenn ihre wahrscheinliche Reichweite kleiner als die Entfernung bis zur nächsten Auslesezone ist. Im Simulationsprogramm für den ZEUS-Detektor wird die Redundanz in den Berechnungen während der Schauerentwicklung zur „Terminierung“ ausgenutzt [SCH91]. Es werden nur ausgewählte Zweige der Entwicklung bis zu niedrigen Abschneideenergien verfolgt und der verbleibende Teil der Schauerenergie wird in Analogie zum berechneten Teil im Detektor deponiert.

Eine weitere Möglichkeit zur Beschleunigung ist die Verwendung vorgefertigter Schauer in der Simulation [LON85]. Dazu werden die Signale großer Mengen detailliert berechneter Schauer auf permanenten Speichermedien abgelegt, um sie während der Simulation wiederholt zu benutzen. Die Schwierigkeit dieser Methode besteht in der hohen Anzahl vorgefertigter Schauer, die zur Abdeckung aller möglichen geometrischen Bedingungen im Detektor und des gesamten Energiebereichs benötigt werden.

Die in dieser Arbeit gewählte Methode zur Reduzierung der Spurlänge ist die Parametrisierung globaler Schauereigenschaften wie die räumliche Verteilung der Energie oder die Sampling-Fluktuationen. Die parametrisierte Simulation erfolgt dabei auf einer geeignet gemittelten Detektorgeometrie mit effektiven Materialeigenschaften, so daß neben dem Wegfall der Spurverfolgung einzelner Teilchen auch die zeitaufwendige Suche von Volumengrenzen minimiert wird. Im Simulationsprogramm für den H1-Detektor wird diese Methode im Zusammenspiel mit den oben erwähnten Terminatoren und einer detaillierten Simulation von besonders komplizierten Kalorimeterregionen zur Produktion von Monte-Carlo Ereignissen mit großer Statistik verwendet (siehe auch Kapitel 6).

## 3.2 Parametrisierte Simulation elektromagnetischer Schauer

Die grundlegenden Annahmen und Verfahren zur parametrisierten Simulation elektromagnetischer Schauer sollen nachfolgend skizziert werden. Ziel ist eine Formulierung des Problems, die eine weitgehende Trennung der Parametrisierung in möglichst viele unabhängige Teilaspekte erlaubt.

Die angestrebten Algorithmen zur parametrisierten Schauersimulation basieren zum großen Teil auf der Erzeugung von Zufallszahlen. Die räumliche Verteilung der Schauerenergie wird deshalb mit Hilfe einer Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung  $f(x, y, z)$  beschrieben. In homogenen Medien ergibt sich die Energie in einem beliebig dimensionierten Teilvolumen (etwa einer Auslesezone,  $AZ$ ) dann durch

$$E_{AZ} = E_{ein} \int_{AZ} f(x, y, z) dV \propto S_{AZ}. \quad (3.1)$$

$E_{AZ}$  ist dabei dem auf instrumentelle Effekte korrigierten Kalorimetersignal  $S$  proportional.

In Sampling-Kalorimetern muß der Migrationseffekt berücksichtigt werden, um das  $e/h$ -Verhältnis in nichtkompensierenden Kalorimetern korrekt reproduzieren zu können. Soll die Trennung der Skalierung der simulierten Zellenergien von der Simulation der räumlichen Energieverteilung aufrecht erhalten werden, so muß  $E_{AZ}$  durch

$$E_{AZ} = E_{ein} \left\langle \frac{e}{mip} \right\rangle \int_{AZ} f(x, y, z) dV \propto S_{AZ}. \quad (3.2)$$

berechnet werden. Die Tiefenabhängigkeit des Migrationseffektes muß bei dieser Formulierung deshalb implizit in der Parametrisierung von  $f(x, y, z)$  berücksichtigt werden. Ein Verfahren, das es erlaubt die Sampling-Fluktuationen unabhängig von anderen Aspekten der Schauerentwicklung zu simulieren, wird in Abschnitt 5.1 vorgestellt werden.

Zur Formulierung der räumlichen Energiedichteverteilung ist der Übergang zu Zylinderkoordinaten angebracht. Die räumliche Verteilung der Energiedichte läßt sich dann in drei unabhängige Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen faktorisieren,

$$f(t, r, \phi) dV = f_{lon}(t) dt f_{rad}(r) dr f_{\phi}(\phi) d\phi, \quad (3.3)$$

die die longitudinale, radiale und azimuthale Energiedichteverteilungen beschreiben.<sup>1</sup> Während die Verteilung im Azimuthwinkel  $\phi$  in guter Näherung als gleichverteilt und unabhängig von der übrigen Schauerentwicklung angenommen werden kann, ist die Annahme einer Unabhängigkeit von longitudinaler und radialer Schauerentwicklung nur zum Teil gerechtfertigt. In Abschnitt 4.5 wird gezeigt werden, daß es in der Nähe der Schauerachse starke Korrelationen zwischen der longitudinalen und radialen Entwicklung gibt, die durch einen *ad hoc* einzuführenden Mechanismus befriedigend berücksichtigt werden können.

Der aufwendigste Aspekt in der Entwicklung von Algorithmen zur schnellen Schauersimulation ist die Parametrisierung der longitudinalen und radialen Energiedichteverteilungen  $f_{lon}(t)$  und  $f_{rad}(r)$ . Diese Parametrisierungen sollen mit einer weitgehenden Allgemeingültigkeit formuliert werden. Dies ist nicht nur für die schnelle Simulation der verschiedenen Kalorimeter im H1-Detektor sinnvoll, sondern auch im Hinblick auf Detektoren an zukünftigen Beschleunigern (LHC<sup>2</sup>, SSC<sup>3</sup>), bei denen ebenfalls die Messung und der Nachweis von Leptonen eine zentrale Rolle spielen wird.

Ziel der folgenden Betrachtungen ist es deshalb, Parametrisierungen elektromagnetischer Schauer zu entwickeln, die die Material- und Geometrieabhängigkeit der räumlichen Verteilung der Energie berücksichtigen. Dazu wird zunächst der einfachere Fall elektromagnetischer Schauer in homogenen Medien untersucht, um die Materialabhängigkeit der Schauerentwicklung unabhängig von Einflüssen der Detektorgeometrie untersuchen zu können (Kapitel 4). Ausgehend von den dort gewonnenen Parametrisierungen wird dann durch die Entwicklung geometrieabhängiger

<sup>1</sup>Die Notation wurde so gewählt, daß ein zusätzlicher Faktor  $r$  aus dem Volumenelement  $dV = dt dr r d\phi$  bereits in  $f_{rad}(r)$  absorbiert wurde.

<sup>2</sup>Large Hadron Collider

<sup>3</sup>Superconducting Super Collider.

Korrekturterme und die Berücksichtigung der Sampling-Fluktuationen auf den Fall der Sampling-Kalorimeter verallgemeinert (Kapitel 5).

Die Implementierung der Algorithmen im Rahmen eines Gesamtkonzeptes zur Simulation des H1-Detektors wird in Kapitel 6 beschrieben. Um eine aussagefähige Verifizierung der Parametrisierungen mit Hilfe von Kalorimetertestdaten des H1 Flüssig-Argon Kalorimeters zu garantieren, werden die Parametrisierungen zu keiner Zeit an die speziellen Schichtstrukturen des H1-Kalorimeters angepaßt. Die Übereinstimmung im Vergleich mit den Testdaten (Kapitel 7) muß sich vielmehr aus der allgemeinen Formulierung der Parametrisierungen ergeben.

## Kapitel 4

# Elektromagnetische Schauer in homogenen Medien

Die räumliche Entwicklung elektromagnetischer Schauer resultiert aus dem komplexen Zusammenspiel aller beteiligten Elementarprozesse. Die differentiellen Wirkungsquerschnitte einiger dieser Prozesse, wie z.B. des Comptoneffektes, hängen dabei in komplizierter Weise gleichzeitig von der Energie des Teilchens und der Kernladungszahl des Mediums ab. Bereits unter den rigorosen Annahmen der eindimensionalen Schauertheorie in Approximation B zeigte sich, daß eine Skalierung der longitudinalen und radialen Energiedichteverteilungen in Einheiten von Strahlungslängen, bzw. Molière-Radien nicht zu einer materialunabhängigen Beschreibung der Schauerausbreitung führt. Dies gilt um so mehr, wenn man berücksichtigt, daß der überwiegende Anteil des gemessenen Signals von Teilchen niedriger Energie (MeV) stammt, für die die im Hochenergielimes definierte Strahlungslänge ihre Bedeutung verliert. Die Berücksichtigung der fundamentalen Bedeutung der kritischen Energie in der Schauerentwicklung kann jedoch, wie im folgenden noch gezeigt werden wird, zu einer erheblichen Vereinfachung in der Formulierung einer materialabhängigen Parametrisierung elektromagnetischer Schauer beitragen.

Die Parametrisierung der longitudinalen und radialen Energiedichteverteilungen in homogenen Medien werden nachfolgend jeweils in zwei Schritten abgeleitet. Zuerst werden Formeln zur Beschreibung der mittleren Profile untersucht. Die ermittelten funktionalen Zusammenhänge dienen dann als Basis zur Parametrisierung fluktuierender Energiedichteverteilungen.

### 4.1 GEANT-Simulationen

Zur Herleitung der Parametrisierungen wurden mit Hilfe des Detektorsimulationsprogrammes GEANT elektromagnetische Schauer detailliert simuliert. Informationen über die verwendeten Materialien, den simulierten Energiebereich und die Ereignisstatistik sind in Tabelle 4.1 zusammengestellt. Die durch GEANT berechnete räumliche Energieverteilung wurde für jedes Ereignis, der Annahme

einer Gleichverteilung in  $\phi$  folgend, auf eine Ebene projiziert, deren Nullpunkt durch den Schauerstartpunkt definiert wurde. Als Schauerstartpunkt wurde der Ort des ersten Bremsstrahlungsereignisses festgelegt. Die Achsen der Ebene geben die longitudinale Entfernung vom Schauerstartpunkt in Einheiten von Strahlungslängen sowie die radiale Entfernung von der Schauerachse in Einheiten von Molière-Radien an. Die Schauerachse ist durch die Richtung des einfallenden Elektrons gegeben.

$E [GeV]$	Homogene Medien				
	Eisen	Kupfer	Wolfram	Blei	Uran
1	750	750	750	750	750
4	750	750	750	750	750
10	750	750	750	750	750
40	333	350	344	328	323
100	264	278	272	260	256

Tabelle 4.1: Anzahl der Ereignisse, die mit *GEANT* in verschiedenen homogenen Medien detailliert simuliert wurden.

Auf die Ebene wurde ein Gitter der Maschenweite  $1X_0 \times 0.2R_M$  projiziert, und der Energieinhalt jeder Gitterzelle wurde zur weiteren Verwendung gespeichert. Eine derart definierte Gitterzelle soll im folgenden als Auslesezone bezeichnet werden. Die Energie in einer Auslesezone der Größe  $\Delta t \Delta r = (t_i - t_{i-1})(r_j - r_{j-1})$  soll im folgenden durch

$$dE(t_i, r_j) = \int_{t_{i-1}}^{t_i} \int_{r_{j-1}}^{r_j} E(t, r) dr dt$$

bezeichnet werden. Die Energie in einem longitudinalen Segment ergibt sich dann durch

$$dE(t_i) = \int_{t_{i-1}}^{t_i} \int_0^\infty E(t, r) dr dt = \sum_{j=1}^\infty dE(t_i, r_j)$$

und für die Energie in einem Hohlzylinder mit äußerem Radius  $r_j$  und innerem Radius  $r_{j-1}$  erhält man

$$dE(r_j) = \int_0^\infty \int_{r_{j-1}}^{r_j} E(t, r) dr dt = \sum_{i=1}^\infty dE(t_i, r_j).$$

Die oberen Grenzen in den Summen können dabei durch die Anzahl der longitudinalen und radialen Segmente,  $n_t$  bzw.  $n_r$ , ersetzt werden, wenn das Volumen groß genug ist. Die Gesamtenergie berechnet sich schließlich zu

$$E = \int_0^\infty \int_0^\infty E(t, r) dr dt = \sum_{i=1}^\infty \sum_{j=1}^\infty dE(t_i, r_j).$$

### 4.1.1 Festlegung der GEANT Simulationsparameter

Die Simulationsparameter müssen so eingestellt werden, daß ihr Einfluß auf die Simulationsergebnisse vernachlässigbar klein ist. Sie sollen jedoch auch so gewählt werden, daß die benötigte Rechenzeit nicht unnötig hoch ausfällt. Besondere Bedeutung kommt dabei den Abschneideenergien für Elektronen ( $E_{e,cut}$ ) und Photonen ( $E_{\gamma,cut}$ ) zu.

In Abbildung 4.1 ist die mittlere freie Weglänge  $\lambda$  von Photonen in Abhängigkeit von der Energie für verschiedene Materialien dargestellt. Die Intensität nach Durchqueren einer Strecke  $t$  ist durch

$$I = I_0 \exp\left(-\frac{t\rho}{\lambda}\right) \quad (4.1)$$

gegeben, wobei  $I_0$  die Anfangsintensität der Photonen und  $\rho$  die Dichte des Mediums sind.

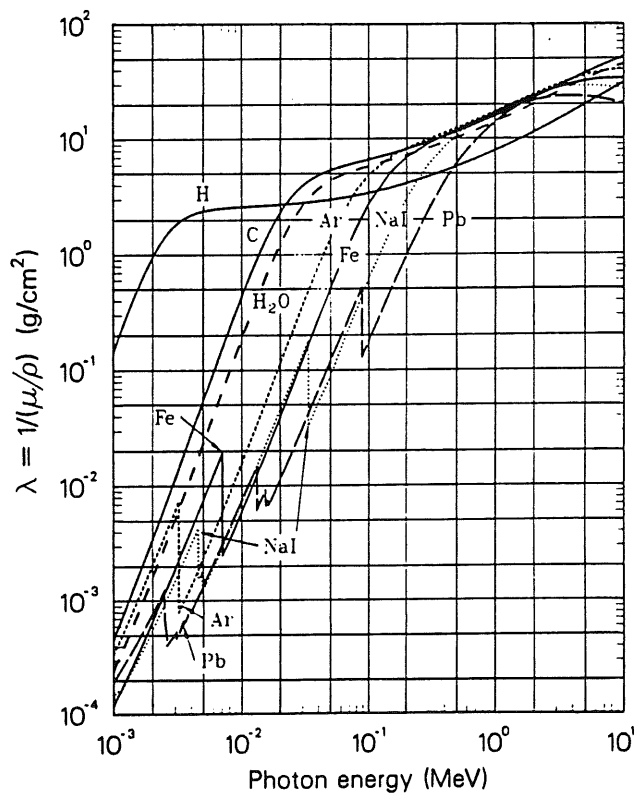


Abbildung 4.1: Mittlere freie Weglänge von Photonen ([PDG90]).

Zur Bestimmung der Abschneideenergie für Photonen wurde nun gefordert, daß die Intensität innerhalb einer Auslesezelle auf mindestens 1% der Anfangsintensität



abfallen soll ( $I/I_0 < 0,01$ ). Für die mittlere freie Weglänge von Photonen der Energie  $E = E_{\gamma, cut}$  soll daher die Beziehung

$$\lambda(E_{\gamma, cut}) < -\frac{t\rho}{\ln 0,01} \quad \text{für } t = \text{Min}(1X_0, 0,2R_M) \quad (4.2)$$

gelten. Unter Verwendung von Tabellen, die der Abbildung 4.1 zugrunde liegen [HUB80], kann dann die Abschneideenergie für verschiedene Materialien ermittelt werden. So ergibt sich z.B. für Blei  $E_{\gamma, cut} \approx 150 \text{ keV}$  und für Argon  $E_{\gamma, cut} \approx 40 \text{ keV}$ . Die Abschneideenergie wurde einheitlich durch

$$E_{\gamma, cut} = 10 \text{ keV} \quad (4.3)$$

festgelegt, so daß die Bedingung 4.2 für alle betrachteten Materialien gut erfüllt wird.

Eine analoge Betrachtung für die Abschneideenergie für Elektronen ist aufgrund ihrer geringen Reichweite nicht sinnvoll. Vielmehr gilt es hier zu berücksichtigen, daß Elektronen nicht gestoppt werden dürfen, solange sie noch kinetische Energien besitzen, bei der die Bremsstrahlung einen nicht vernachlässigbaren Beitrag zum totalen Wirkungsquerschnitt liefert. Es muß daher  $E_{e, cut} \ll E_c$  gelten. Für die Abschneideenergie für Elektronen wurde daher

$$E_{e, cut} = 200 \text{ keV} \quad (4.4)$$

gewählt.

Eine Kontrolle der automatisch berechneten Größen DEEMAX und STMIN ergab für alle betrachteten Materialien Werte, durch die eine hinreichend große Anzahl von Verfolgungsschritten pro Auslesezone gewährleistet wurde.

## 4.2 Mittlere longitudinale Profile

In Abbildung 4.2 sind die mittleren longitudinalen Energiedichteverteilungen bei einer Schauerenergie von  $10 \text{ GeV}$  in Eisen und Uran dargestellt. Als Fehlerbalken wurden die Standardabweichungen der Mittelwerte  $\sigma(\bar{x}) = \sigma(x)/\sqrt{N}$  eingetragen. Auch in den folgenden Abbildungen sollen die Fehlerbalken immer die statistischen Fehler angeben, wenn nicht ausdrücklich auf ihre Bedeutung eingegangen wird. Es ist deutlich zu erkennen, daß die Profile in Abbildung 4.2 nur sehr schlecht mit der Strahlungslänge skalieren. Vielmehr dringt der Schauer im Uran deutlich tiefer in das Medium ein (in Einheiten von  $X_0$ ), weil aufgrund der kleineren kritischen Energie die Teilchenproduktion durch Bremsstrahlung bis zu kleineren Sekundärteilchenenergien und damit bis zu größeren Schauertiefen anhält.

Die Energiedichteverteilungen können durch eine Gammaverteilung

$$\left\langle \frac{1}{E} \frac{dE(t)}{dt} \right\rangle = f_{lon}(t) = \frac{(\beta t)^{\alpha-1} \beta \exp(-\beta t)}{\Gamma(\alpha)} \quad (4.5)$$

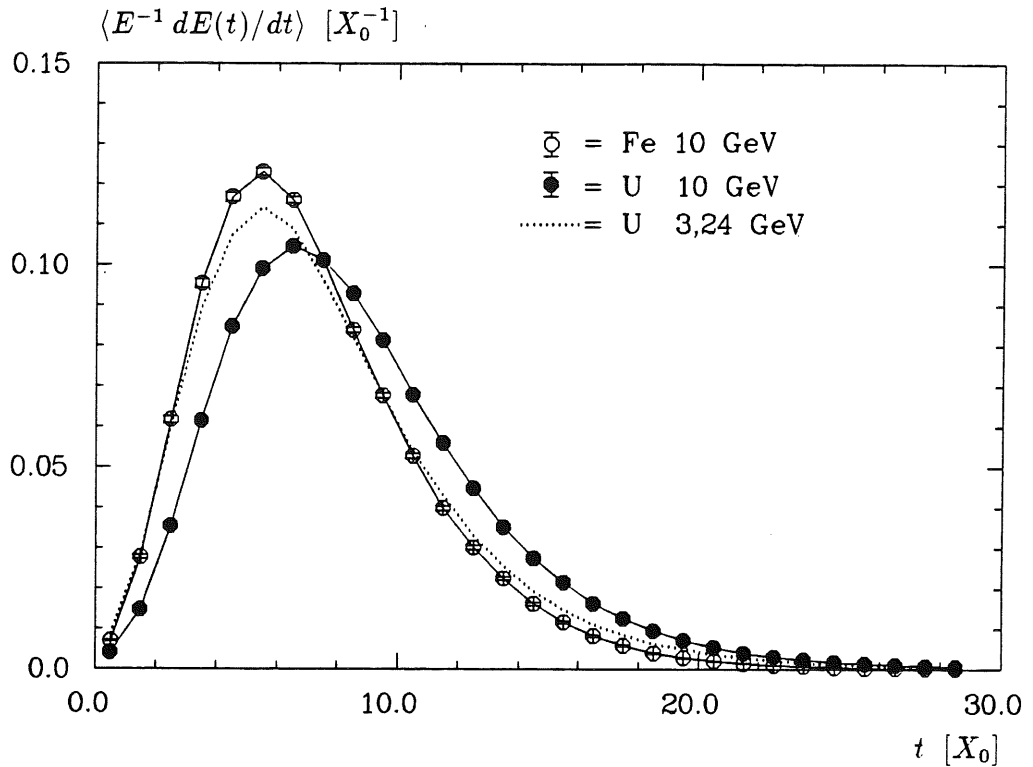


Abbildung 4.2: Mittlere longitudinale Schauerprofile in Eisen und Uran für verschiedene Werte von  $y$  (GEANT). Die Datenpunkte für 10 GeV sind zur besseren Übersicht mit Linien verbunden.

beschrieben werden [LON75]. Dabei bestimmt  $\alpha$  die Gestalt der Verteilung und  $\beta$  dient zur Skalierung. Der Erwartungswert  $\langle t \rangle$ , die Varianz  $\sigma^2(t)$  und die Lage des Maximums  $T$  einer Gammaverteilung lassen sich durch die beiden Parameter  $\alpha$  und  $\beta$  ausdrücken:

$$\langle t \rangle = \frac{\alpha}{\beta} \quad (4.6)$$

$$\sigma^2(t) = \frac{\alpha}{\beta^2} \quad (4.7)$$

$$T = \frac{\alpha - 1}{\beta}. \quad (4.8)$$

An die mit den GEANT-Simulationen gewonnenen longitudinalen Dichteverteilungen wurden nun unter Verwendung des Programmes MINUIT [JAM89] Gammaverteilungen angepaßt. Dabei wurde die Methode der kleinsten Quadrate verwendet, bei der der Ausdruck

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(\bar{x}_i - f_i(\vec{a}))^2}{\sigma^2(\bar{x}_i)} \quad (4.9)$$

minimiert wird, in dem  $\bar{x}_i$  die Meßwerte,  $\sigma(\bar{x}_i)$  die Fehler der Meßwerte und  $f_i(\vec{a})$  die Werte der anzupassenden Funktion bedeuten, die von den freien Parametern

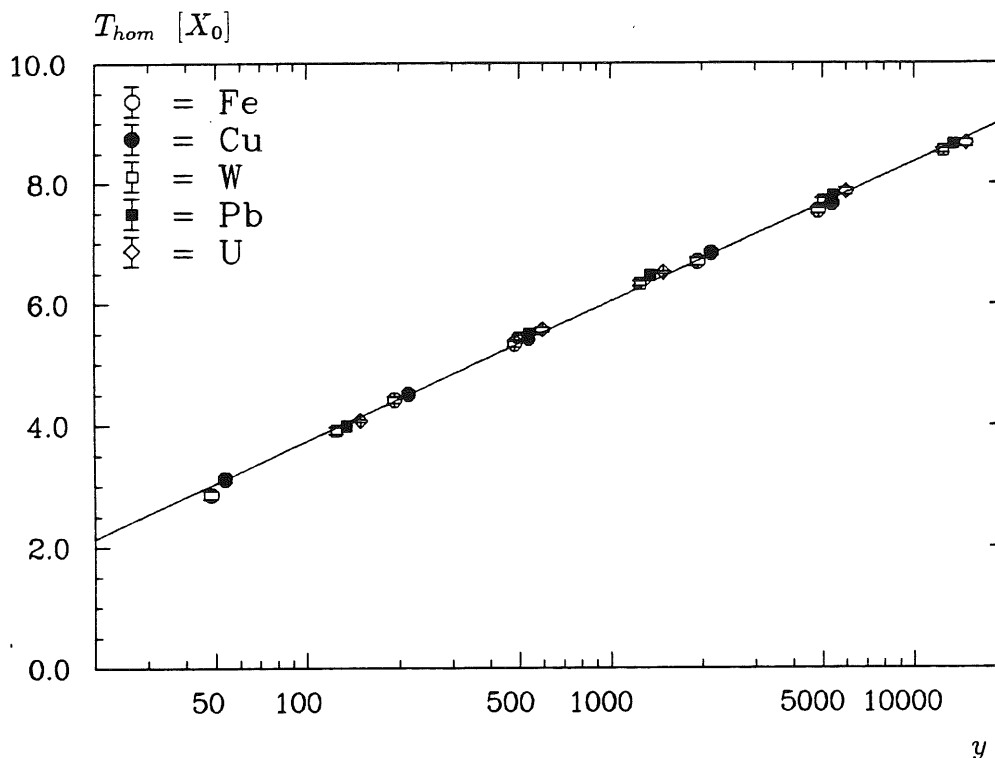


Abbildung 4.3: Die Lagen der Schauermaxima mittlerer longitudinaler Profile in homogenen Medien. Die Fehlerbalken geben die durch das Anpassungsprogramm berechnete Genauigkeit wieder (siehe Text).

$\bar{a} = (a_1 \cdots a_N)$  abhängt. Als Fehler wurden die Standardabweichungen der Mittelwerte der GEANT-Simulationen benutzt. Die Werte von  $\chi^2/N_f$ , worin  $N_f$  die Anzahl der Freiheitsgrade bezeichnet, werden im folgenden häufig als Maß für die beste Parametrisierung verwendet, wenn unterschiedliche Formeln zur Beschreibung der Zusammenhänge untersucht werden.

Ein wichtiges Ergebnis der analytischen Schauertheorie war, daß die Lagen der Schauermaxima nicht explizit vom verwendeten Absorbiermaterial abhängen, wenn man die Energien in Einheiten von kritischen Energien mißt.

$$y = \frac{E}{E_c}$$

Die Gültigkeit dieser Überlegungen wird in Abbildung 4.3 demonstriert, wo die Lagen der Schauermaxima für alle in den GEANT-Simulationen verwendeten Materialien und Energien gegen  $y$  aufgetragen sind. Eine Anpassung der Funktion

$$T_{hom} = \ln y + t_1 \quad (4.10)$$

ergab

$$t_1 = -0,858 \pm 0,008$$

(durchgezogene Linie in Abbildung 4.3). Der Index „hom“ soll darauf hinweisen, daß es sich um eine Größe handelt, die für die Beschreibung homogener Medien gilt. Auch im folgenden werden alle Größen, die sich auf homogene Medien beziehen, diesen Index erhalten, um sie später von entsprechenden Größen bei Sampling-Kalorimetern zu unterscheiden. Die Fehlerangabe gibt die durch das Anpassungsprogramm unter ausschließlicher Berücksichtigung der statistischen Fehler ermittelte Genauigkeit an. Dazu wird in MINUIT die Matrix der zweiten Ableitungen von  $\chi^2$  nach den freien Parametern

$$\left\{ \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial a_i \partial a_j} \right\} = V^{-1}$$

am Ort des Minimums berechnet und invertiert [JAM78]. Die Parameterfehler ergeben sich dann aus den Diagonalelementen der Kovarianzmatrix  $V$ . Durch die Invertierung gehen für den Fall mehrerer freier Parameter die Korrelationen zwischen den unterschiedlichen Parametern in die Berechnung des Fehlers ein.

In Abbildung 4.2 ist neben den Profilen im Eisen und Uran bei einer Energie von  $10 \text{ GeV}$  auch eine mittlere Energiedichteverteilung in Uran bei einer Schauerenergie von  $3,24 \text{ GeV}$  dargestellt, so daß der Wert von  $y = 3,24/0,0067 \approx 483$  mit dem  $y$ -Wert des Profils im Eisen,  $y = 10/0,0207 \approx 483$ , übereinstimmt. Die Schauermaxima befinden sich dann erwartungsgemäß in gleicher Schauertiefe. Die unterschiedliche Breite der Verteilungen zeigt jedoch, daß der Gestaltparameter  $\alpha$  explizit vom Material abhängen muß.

Die Varianz einer Gammaverteilung läßt sich unter Verwendung der Lagen der Maxima durch

$$\sigma^2(t) = \frac{\alpha}{\beta^2} = T^2 \frac{\alpha}{(\alpha - 1)^2} \quad (4.11)$$

beschreiben. Da die Verteilung im Uran in Abbildung 4.3 breiter ist als die im Eisen, muß also bei festem  $T$ , bzw. festem  $y$ , der Wert von  $\alpha$  umso größer sein, je leichter das Medium ist.

Die aus der Anpassung an die GEANT-Daten gewonnenen Werte für  $\alpha$  sind in Abbildung 4.4 gegen  $y$  aufgetragen. Die durchgezogenen Linien sind das Ergebnis einer Anpassung der Funktion

$$\alpha_{hom} = a_1 + (a_2 + a_3/Z) \ln y \quad (4.12)$$

mit

$$\begin{aligned} a_1 &= 0,21 \pm 0,01 \\ a_2 &= 0,492 \pm 0,002 \\ a_3 &= 2,38 \pm 0,04 \end{aligned}$$

Dabei bedeutet  $Z$  die Kernladungszahl des Mediums.

Ein Vergleich aller Simulationsdaten mit Gammaverteilungen, die mit Hilfe der Parametrisierungen der Gleichungen 4.10 und 4.12 erzeugt wurden, ist in Abbildung 4.5 dargestellt. Der Vergleich zeigt eine gute Übereinstimmung zwischen den GEANT-Simulationen und den Parametrisierungen für alle verwendeten Medien und Energien.

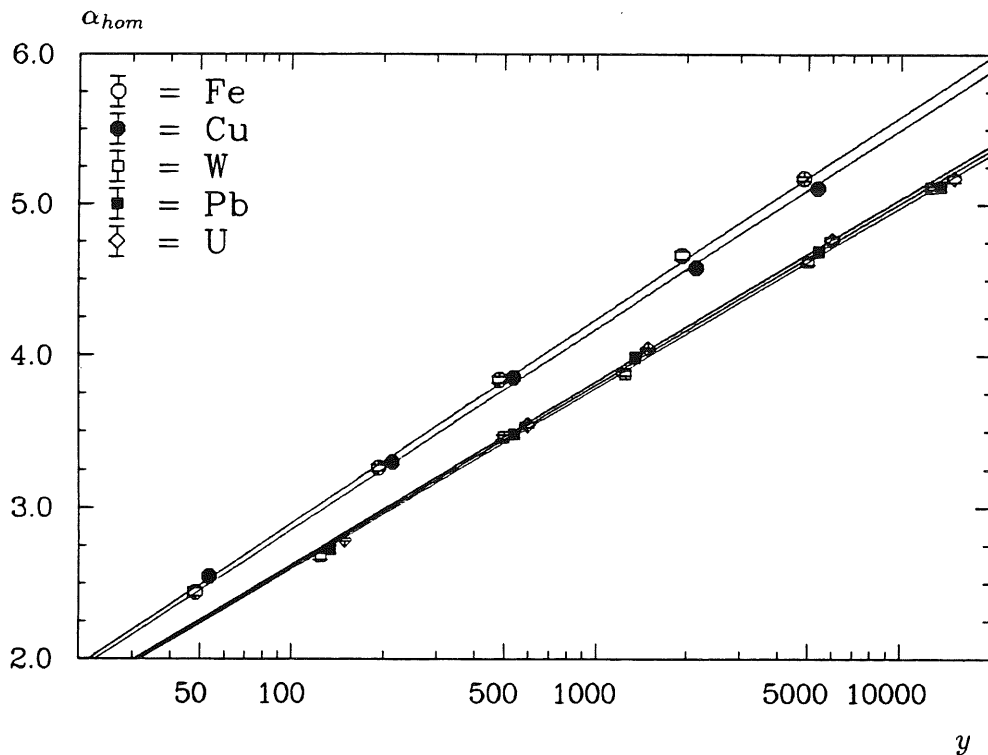


Abbildung 4.4: Die Schauerparameter  $\alpha$  mittlerer longitudinaler Profile in homogenen Medien (Fehlerbalken = MINUIT).

### 4.3 Fluktuationen longitudinaler Profile

Die grundlegende Idee zur Berücksichtigung der Fluktuationen in den longitudinalen Energiedichteverteilungen ist die Annahme, daß auch einzelne elektromagnetische Schauer durch eine Gammaverteilung beschrieben werden können. An jeden individuellen Schauer kann dann eine Gammaverteilung angepaßt und geeignete Parameter (z.B.  $T$  und  $\alpha$ ) in ein Histogramm eingetragen werden. Die Erwartungswerte und die Fluktuationen der Parameter werden dann energieabhängig parametrisiert. Dabei ist zu berücksichtigen, daß die Parameter miteinander korreliert sein können. Zur parametrisierten Simulation einzelner Schauer werden die Parameter einer individuellen Gammaverteilung dann aus den Parametrisierungen der Erwartungswerte und der Fluktuationen korreliert erzeugt. Bereits früher konnte gezeigt werden, daß dieser Ansatz für den Spezialfall des elektromagnetischen Kalorimeters im H1-Detektor eine gute Beschreibung einiger Eigenschaften elektromagnetischer Schauer zu leisten vermag [GRI90].

Alternativ zur Anpassung von Gammaverteilungen mit Hilfe eines Minimierungsalgorithmus können individuelle Schauerparameter auch durch die Berechnung des ersten algebraischen und zweiten zentralen Momentes der simulierten Energieverteilungen ermittelt werden [RUD89]. Dazu werden die Erwartungswerte und Varianzen der einzelnen simulierten Verteilungen mit den Parametern einer

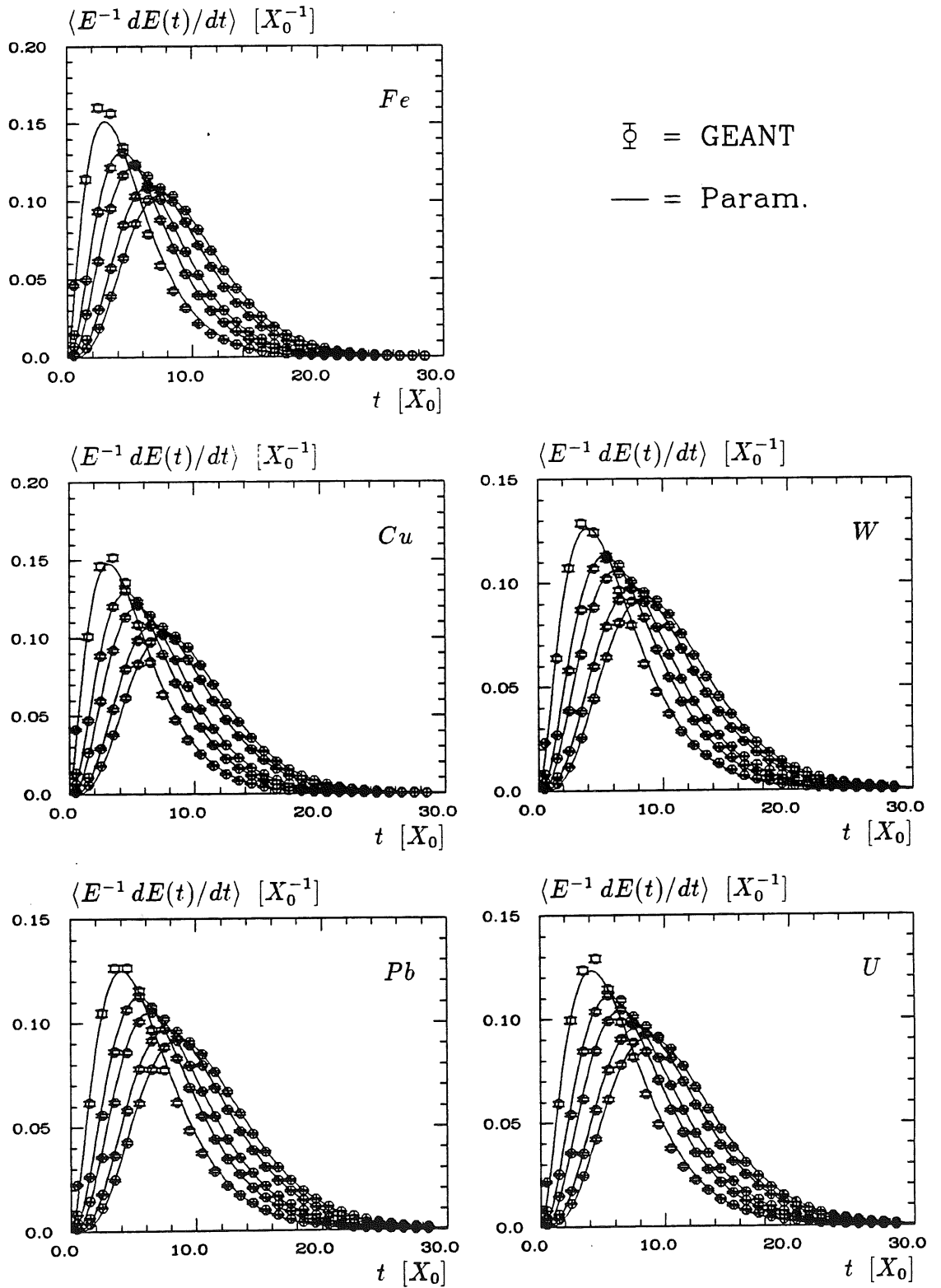


Abbildung 4.5: Vergleich mittlerer longitudinalaler Profile in homogenen Medien für 1, 4, 10, 40 und 100 GeV.

Gammaverteilung  $\alpha_i/\beta_i$  und  $\alpha_i/\beta_i^2$  gleichgesetzt. Mit diesem Verfahren gewonnene Parametrisierungen zeigten jedoch eine schlechtere Übereinstimmung mit den GEANT-Simulationen, so daß hier auf das Minimierungsverfahren zurückgegriffen wurde.

In Abbildung 4.6 (links oben) sind drei zufällig ausgewählte einzelne, longitudinale Energiedichteverteilungen von 10 GeV Schauern in Kupfer abgebildet. Die durch gestrichelte Linien verbundenen Kreise sind die Dichteverteilungen der GEANT-Simulationen und die durchgezogenen Linien die angepaßten Gammaverteilungen. Neben den Fluktuationen der Gammaverteilungen, die hier als *global* bezeichnet werden sollen, treten zusätzliche *lokale* Fluktuationen um die Linien der Gammaverteilungen herum auf. Diese lokalen Fluktuationen, die vorwiegend im Bereich der Energiedissipation ab dem Schauermaximum auftreten, sind ihrer Natur nach Sampling-Fluktuationen, die dadurch entstehen, daß die Anzahl der Sekundärteilchen, die eine Auslezelle durchqueren, statistischen Schwankungen unterworfen ist (siehe Kapitel 2). Die statistische Natur der lokalen Fluktuationen wird auch in Abbildung 4.6 rechts oben demonstriert, wo drei zufällig ausgewählte individuelle Schauer unterschiedlicher Energie dargestellt sind. Mit steigender Energie wächst die Anzahl der Sekundärteilchen, so daß die lokalen Fluktuationen kleiner werden. Die Abbildungen zeigen auch, daß die Beschreibung individueller Schauer durch Gammaverteilungen für hohe Energien besser gerechtfertigt ist als für niedrige.

Eine Parametrisierung der lokalen Fluktuationen in homogenen Medien wurde nicht durchgeführt, da das primäre Ziel die Ableitung von Parametrisierungen war, die als Basis für den komplizierteren Fall der Sampling-Kalorimeter dienen sollen. In Sampling-Kalorimetern können die lokalen Fluktuationen aber konsistent berücksichtigt werden, indem die Sampling-Fluktuationen für jedes longitudinale Integrationsintervall ausgewertet werden<sup>1</sup>.

Die Anpassungsprozedur ist noch einmal in Abbildung 4.6 für 40 GeV Schauer in Blei grafisch dargestellt. Das Bild in der Mitte links zeigt eine Überlagerung von 300 einzelnen, mit GEANT generierten longitudinalen Dichteverteilungen. Als Parameter der daran angepaßten Gammaverteilungen wurden nicht  $T$  und  $\alpha$  selbst, sondern deren Logarithmen histogrammiert (Bilder mitte rechts und unten links), da sie näherungsweise normalverteilt sind. Die Erwartungswerte  $\langle \ln T \rangle$  und  $\langle \ln \alpha \rangle$  und die Fluktuationen  $\sigma(\ln T)$  und  $\sigma(\ln \alpha)$  wurden durch Anpassung von Gaußverteilungen gewonnen (durchgezogene Linien). Im Bild unten rechts, in dem die individuellen Werte von  $\ln T$  und  $\ln \alpha$  gegeneinander aufgetragen sind, ist eine Korrelation der beiden Parameter zu erkennen. Deshalb wurden zusätzlich die Korrelationskoeffizienten

$$\rho(\ln T, \ln \alpha) = \frac{\langle (\ln T - \langle \ln T \rangle)(\ln \alpha - \langle \ln \alpha \rangle) \rangle}{\sqrt{(\langle \ln^2 T \rangle - \langle \ln T \rangle^2)(\langle \ln^2 \alpha \rangle - \langle \ln \alpha \rangle^2)}}$$

<sup>1</sup>Da auch homogene Kalorimeter eine endliche Energieauflösung haben, können auf diese Weise auch hier lokale Fluktuationen eingeführt werden.

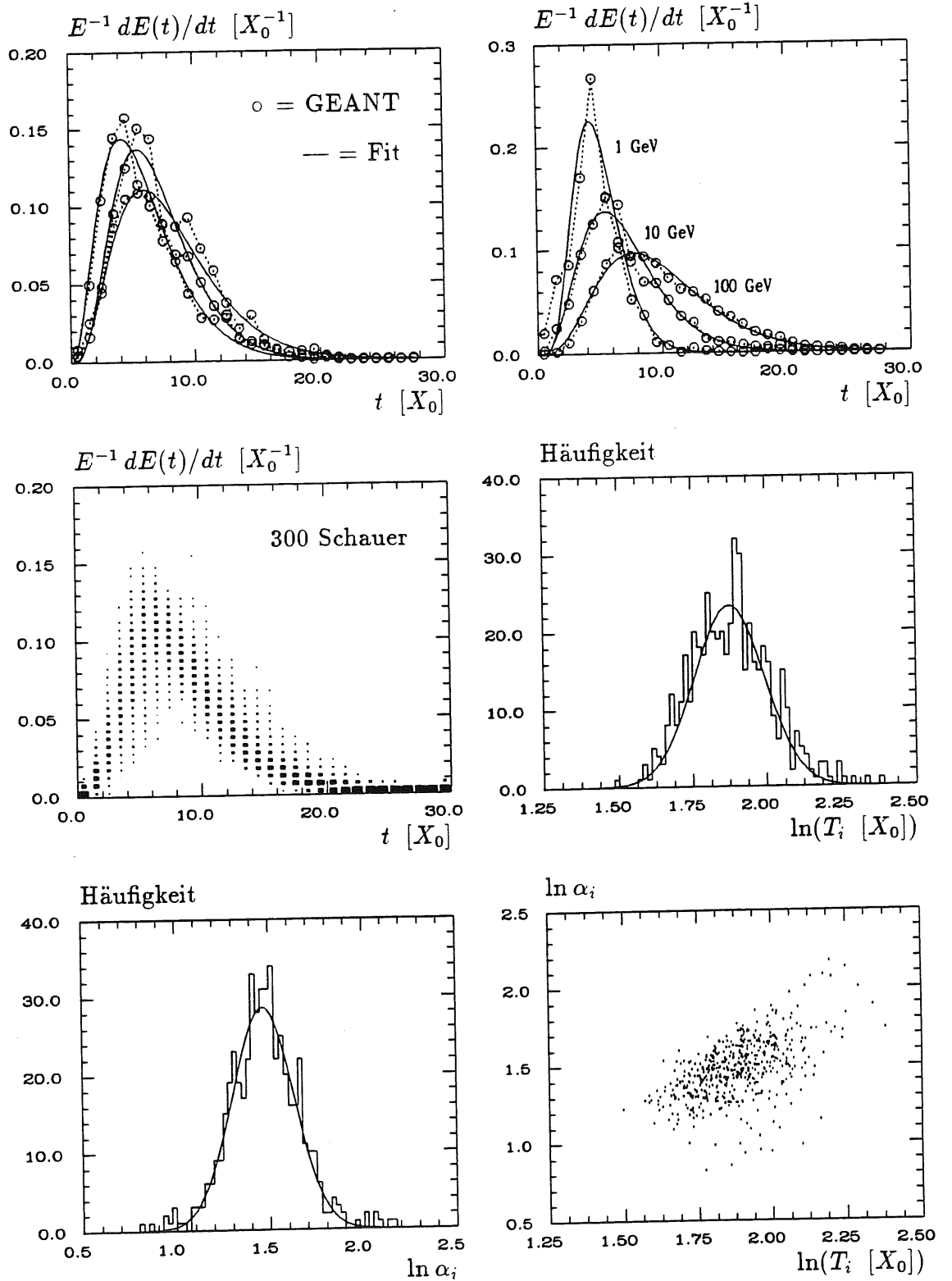


Abbildung 4.6: Grafiken zur Anpassungsprozedur der Parametrisierung fluktuierender longitudinaler Profile. Weitere Erläuterungen im Text.



$$= \frac{\langle \ln T \ln \alpha \rangle - \langle \ln T \rangle \langle \ln \alpha \rangle}{\sigma(\ln T) \sigma(\ln \alpha)}$$

berechnet.

Die durch die oben beschriebene Prozedur gewonnenen Größen sind in Abbildung 4.7 für die betrachteten Materialien und Energien als Funktion von  $y$  dargestellt. Die Erwartungswerte  $\langle \ln T \rangle$  (Bild oben links) und  $\langle \ln \alpha \rangle$  (Bild oben rechts) zeigen ähnliche Charakteristika, wie die bereits in Abschnitt 4.2 betrachteten Größen  $T_{hom}$  und  $\alpha_{hom}$ . Die Erwartungswerte der Logarithmen der Lagen der Schauermaxima sind als Funktion von  $y$  materialunabhängig, während  $\langle \ln \alpha \rangle$  explizit von  $Z$  abhängt.

Zur Parametrisierung konnten deshalb die Logarithmen der Formeln 4.10 und 4.12 benutzt werden. Die Anpassungen, die in Abbildung 4.7 wieder als durchgezogene Linien dargestellt sind, ergaben für die Schauermaxima

$$\langle \ln T_{hom} \rangle = \ln(\ln y + t_1) \quad (4.13)$$

mit

$$t_1 = -0,812 \pm 0,007$$

und für die Gestaltparameter

$$\langle \ln \alpha_{hom} \rangle = \ln(a_1 + (a_2 + a_3/Z) \ln y) \quad (4.14)$$

mit

$$\begin{aligned} a_1 &= 0,81 \pm 0,03 \\ a_2 &= 0,458 \pm 0,004 \\ a_3 &= 2,26 \pm 0,09 \end{aligned}$$

Die Fluktuationen (Bild mitte links und rechts) fallen mit steigendem  $y$ , wobei keine eindeutige Materialabhängigkeit besteht. Zur Parametrisierung wurde jeweils die Funktion

$$\sigma = (s_1 + s_2 \ln y)^{-1} \quad (4.15)$$

gewählt. Die Anpassung an die Datenpunkte ergab für  $\sigma(\ln T_{hom})$

$$\begin{aligned} s_1 &= -1,4 \pm 0,1 \\ s_2 &= 1,26 \pm 0,03 \end{aligned}$$

und für  $\sigma(\ln \alpha_{hom})$

$$\begin{aligned} s_1 &= -0,58 \pm 0,09 \\ s_2 &= 0,86 \pm 0,02 \end{aligned}$$

Die Korrelationskoeffizienten (Bild unten links) schwanken zwischen 0,5 und 0,7, wobei ebenfalls keine eindeutige Materialabhängigkeit festzustellen ist. Mit

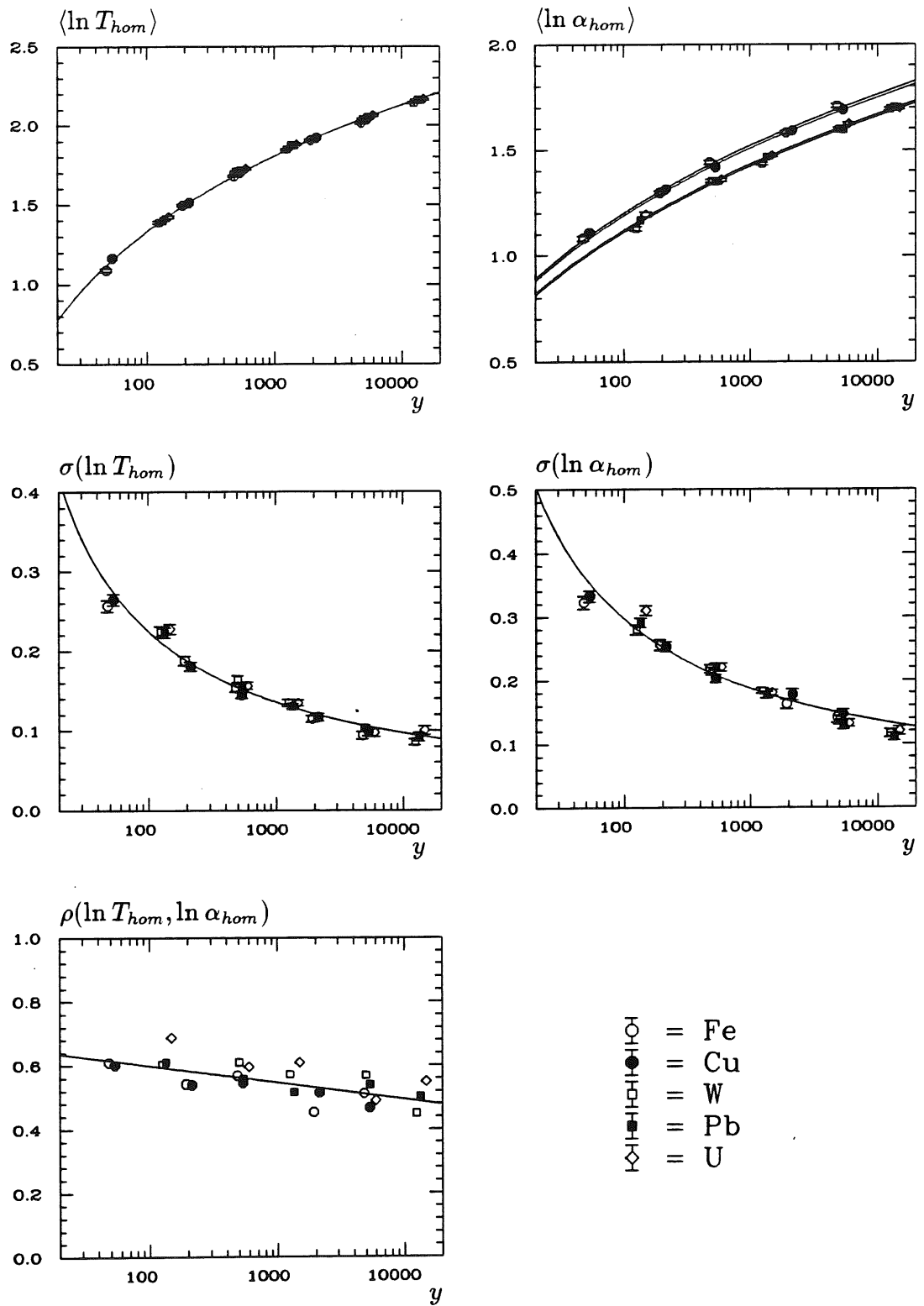


Abbildung 4.7: Parameter fluktuierender longitudinaler Profile in homogenen Medien. Die Fehlerbalken ( $\Delta$ ) der Erwartungswerte und Fluktuationen ergeben sich aus den angepassten Gaußverteilungen durch  $\Delta(\langle x \rangle) = \sigma(x)/\sqrt{N}$  und  $\Delta(\sigma(x)) = \sqrt{2}\sigma^2(x)/\sqrt{N}$ .

wachsenden  $y$  nimmt der Wert jedoch langsam ab, so daß eine  $y$ -abhängige Parametrisierung angebracht erschien. Es wurde die Funktion

$$\rho(\ln T_{hom}, \ln \alpha_{hom}) = r_1 + r_2 \ln y \quad (4.16)$$

angepaßt, die

$$r_1 = 0,705 \pm 0,08 \text{ und}$$

$$r_2 = -0,023 \pm 0,002$$

ergab.

### 4.3.1 Simulation longitudinaler Profile

Zur parametrisierten Simulation der longitudinalen Energiedichteverteilungen in elektromagnetischen Schauern muß ein korreliertes Paar individueller Schauerparameter aus den Parametrisierungen erzeugt werden. Die Technik zur Erzeugung korrelierter normalverteilter Zufallszahlen soll hier deshalb beschrieben werden.

Sei  $f(\vec{x})$  die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung einer  $n$ -dimensionalen Normalverteilung,

$$f(\vec{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} |V|^{1/2}} \exp \left\{ -1/2 (\vec{x} - \vec{\mu})^T V^{-1} (\vec{x} - \vec{\mu}) \right\},$$

mit den Zeilenvektoren  $\vec{x} = (x_1, \dots, x_n)$  und  $\vec{\mu} = (\mu_1, \dots, \mu_n)$  und der Kovarianzmatrix  $V = \{V_{ij}\}$  und den Beziehungen

$$\langle x_i \rangle = \int x_i f(\vec{x}) d\vec{x} = \mu_i \text{ und}$$

$$V_{ij} = \sigma_i \rho_{ij} \sigma_j = \int (x_i - \mu_i)(x_j - \mu_j) f(\vec{x}) d\vec{x}.$$

Dann läßt sich mit Hilfe des Zufallsvektors  $\vec{z} = (z_1, \dots, z_n)$  standardnormalverteilter Zufallszahlen eine Zufallsvariable  $\vec{x}$  der Dichtefunktion  $f(\vec{x})$  durch

$$\vec{x} = \vec{\mu} + C\vec{z} \quad \text{mit } V = CC^T$$

erzeugen.

Zur Simulation des longitudinalen Profils eines Schauers der Energie  $E_{ein}$  werden zunächst die Werte  $\langle \ln T \rangle$ ,  $\langle \ln \alpha \rangle$ ,  $\sigma(\ln T)$ ,  $\sigma(\ln \alpha)$  und  $\rho(\ln T, \ln \alpha) \equiv \rho$  für das gegebene Detektormaterial berechnet. Zur korrelierten Erzeugung eines Paares  $(\ln T_i, \ln \alpha_i)$ , eines individuellen Schauers mit Hilfe der oben beschriebenen Methode, kann die Zerlegung der Kovarianzmatrix  $V$  auf die Zerlegung der Korrelationsmatrix  $\vec{\rho}$  zurückgeführt werden:

$$V = \vec{\sigma} \vec{\rho} \vec{\sigma}^T = \vec{\sigma} R R^T \vec{\sigma}^T = C C^T$$

mit

$$\vec{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma(\ln T) & 0 \\ 0 & \sigma(\ln \alpha) \end{pmatrix}, \quad \vec{\rho} = \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix}$$

und

$$C = \bar{\sigma}R = \begin{pmatrix} \sigma(\ln T) & 0 \\ 0 & \sigma(\ln \alpha) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{1+\rho}{2}} & \sqrt{\frac{1-\rho}{2}} \\ \sqrt{\frac{1+\rho}{2}} & -\sqrt{\frac{1-\rho}{2}} \end{pmatrix}.$$

Die Werte für  $\ln T_i$  und  $\ln \alpha_i$  können dann durch

$$\begin{pmatrix} \ln T_i \\ \ln \alpha_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle \ln T \rangle \\ \langle \ln \alpha \rangle \end{pmatrix} + C \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix}$$

berechnet werden, und durch Exponentieren und mit Hilfe von  $\beta_i = (T_i - 1)/\alpha_i$  erhält man die Parameter einer individuellen Gammaverteilung. Zur Berechnung der Energie in einem longitudinalen Intervall,  $dE(t)$ , wird die Gammaverteilung in Schritten von  $\Delta t = t_j - t_{j-1} = 1X_0$  integriert:

$$dE(t) = E_{ein} \int_{t_{j-1}}^{t_j} \frac{(\beta_i t)^{\alpha_i-1} \beta_i \exp(-\beta_i t)}{\Gamma(\alpha_i)} dt.$$

Die numerische Integration kann dabei mit Hilfe von Standardprogrammen erfolgen.<sup>2</sup>

Zur Verifikation der Parametrisierungen wurden individuelle parametrisierte Schauer entsprechend dem beschriebenen Algorithmus simuliert. Dabei wurden jeweils so viele Schauer erzeugt, wie auch detailliert simulierte Ereignisse entsprechend Tabelle 4.1 zur Verfügung standen.

Zum Vergleich sind in Abbildung 4.8 die longitudinalen Energiedichteverteilungen der GEANT-Daten denen der parametrisierten Simulationen in Wolfram für fünf Energien gegenübergestellt. Die Mittelwerte,  $\langle E^{-1} dE(t)/dt \rangle$ , sind für die GEANT-Simulationen als Kreise mit Fehlerbalken, für die parametrisierten Simulationen als durchgezogene Linien dargestellt<sup>3</sup>. Zur Beurteilung der Fluktuationen wurde für jedes longitudinale Segment die mittlere quadratische Abweichung

$$\sigma_{RMS}^2 = \left\langle \left( \frac{1}{E} \frac{dE(t)}{dt} \right)^2 \right\rangle - \left\langle \frac{1}{E} \frac{dE(t)}{dt} \right\rangle^2 \quad (4.17)$$

berechnet und zum Vergleich die Größe

$$\left\langle \frac{1}{E} \frac{dE(t)}{dt} \right\rangle + \sigma_{RMS} \quad (4.18)$$

den Darstellungen der Mittelwerte in Abbildung 4.8 hinzugefügt.

Der Vergleich der Mittelwerte zeigt eine gute Übereinstimmung über den gesamten Energiebereich. Die Fluktuationen werden in den parametrisierten Simulationen als Folge der ignorierten lokalen Fluktuationen bei den niedrigen Energien etwas unterschätzt. Bei den höheren Energien (40 und 100 GeV) ist die

<sup>2</sup>Im vorliegenden Fall wurde die Funktion GAMDIS aus der CERN-Computerbibliothek verwendet [CER89].

<sup>3</sup>Die Fehlerbalken der parametrisierten Simulation sind von der gleichen Größenordnung wie die der GEANT-Simulationen.

Übereinstimmung besser, da hier die lokalen Fluktuationen gegenüber den Globalen vernachlässigbar sind. Zur Beurteilung der Materialabhängigkeit sind in den Abbildungen 4.9 und 4.10 entsprechende Vergleiche für jeweils drei Strahlenergien (1, 10 und 100 GeV) für Eisen, Kupfer, Blei und Uran Absorber dargestellt.

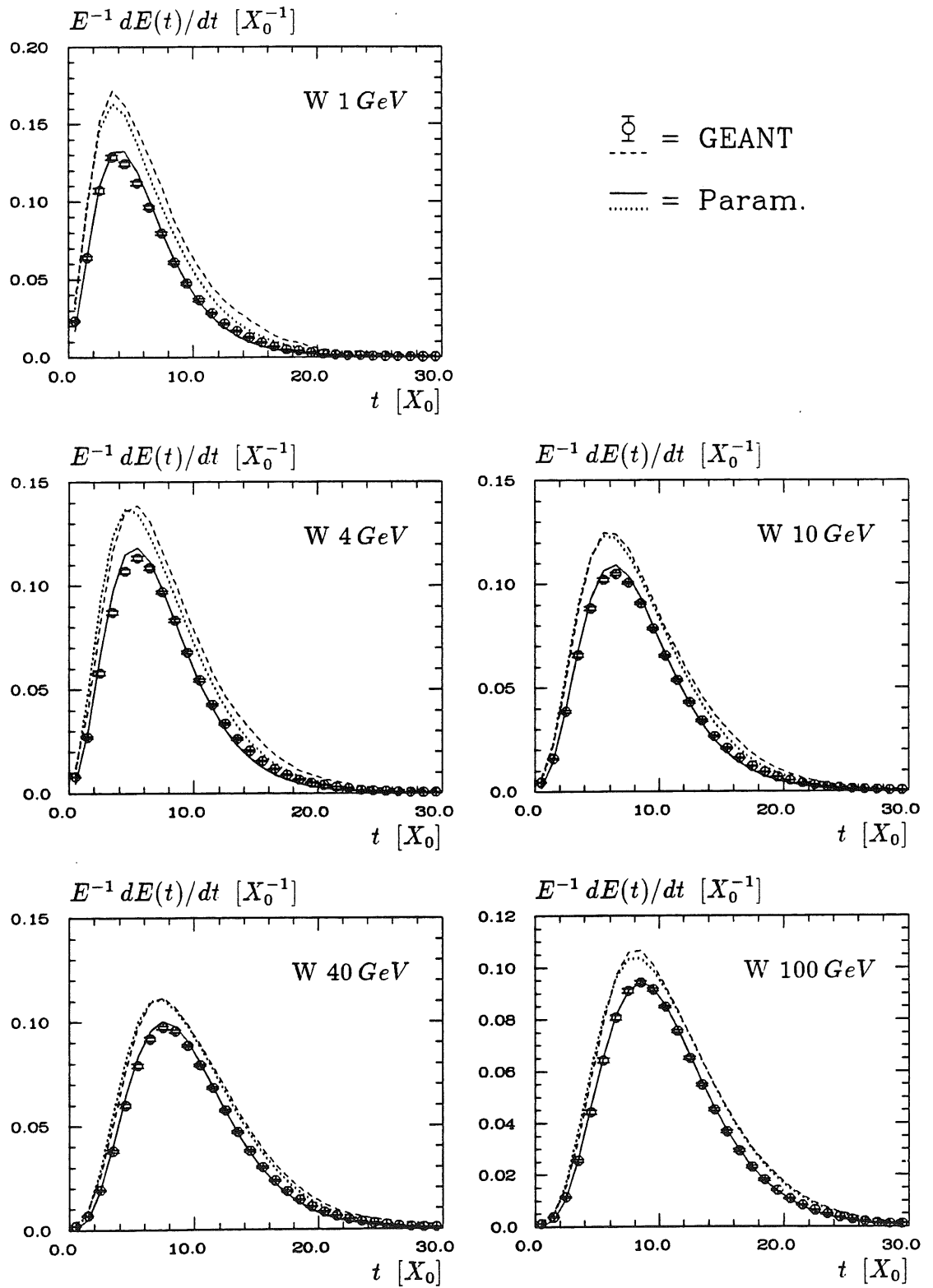


Abbildung 4.8: Vergleich parametrisierter und GEANT-generierter longitudinaler Profile in Wolfram. Die Fluktuationen gehen aus den gestrichelten Linien hervor (- - -,  $\dots$  = Mittelwert +  $\sigma_{RMS}$ ).

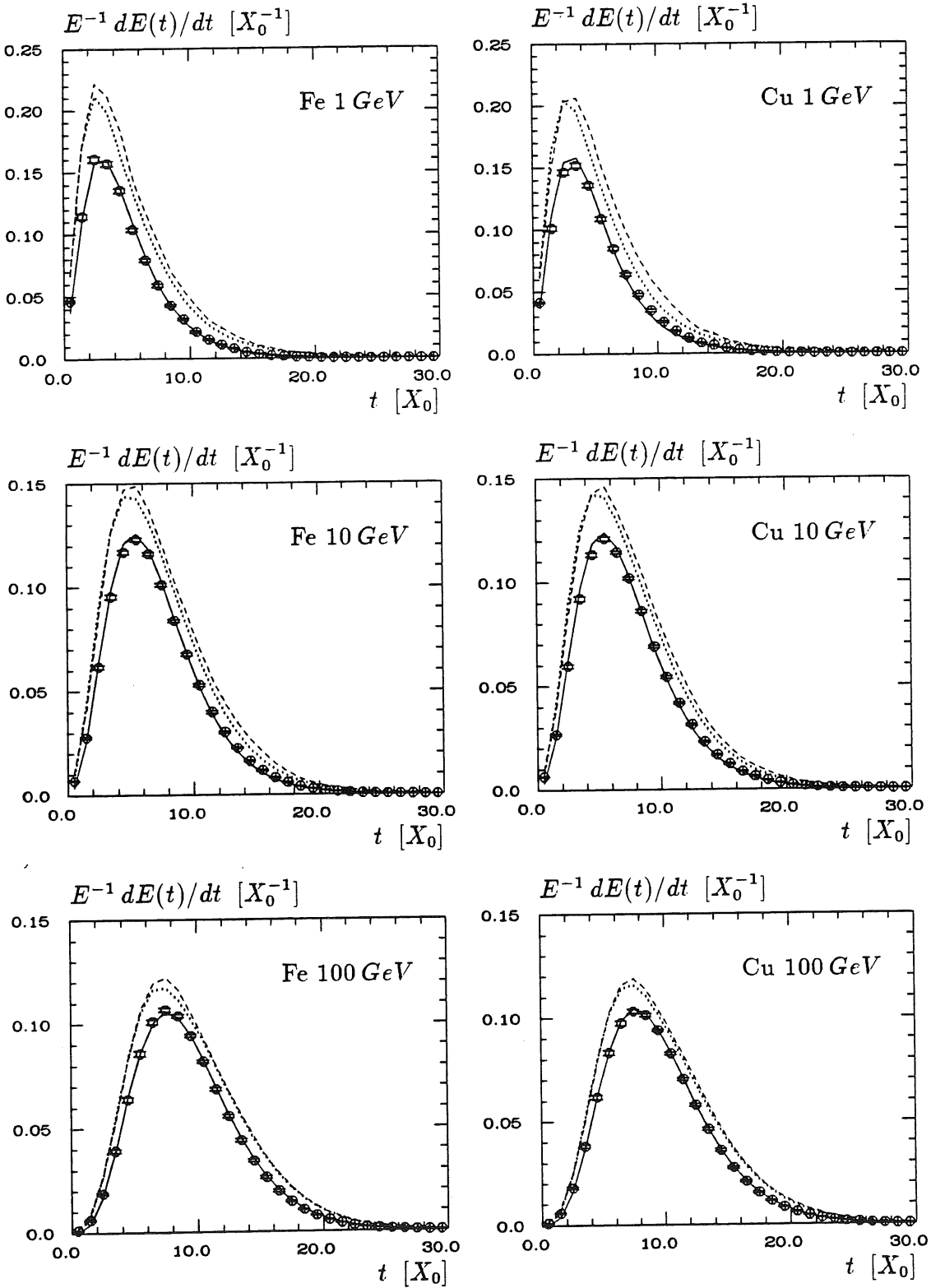


Abbildung 4.9: Vergleich parametrisierter und GEANT-generierter longitudinaler Profile in Eisen (links) und Kupfer (rechts). Es gilt die gleiche Legende wie in Abbildung 4.8.

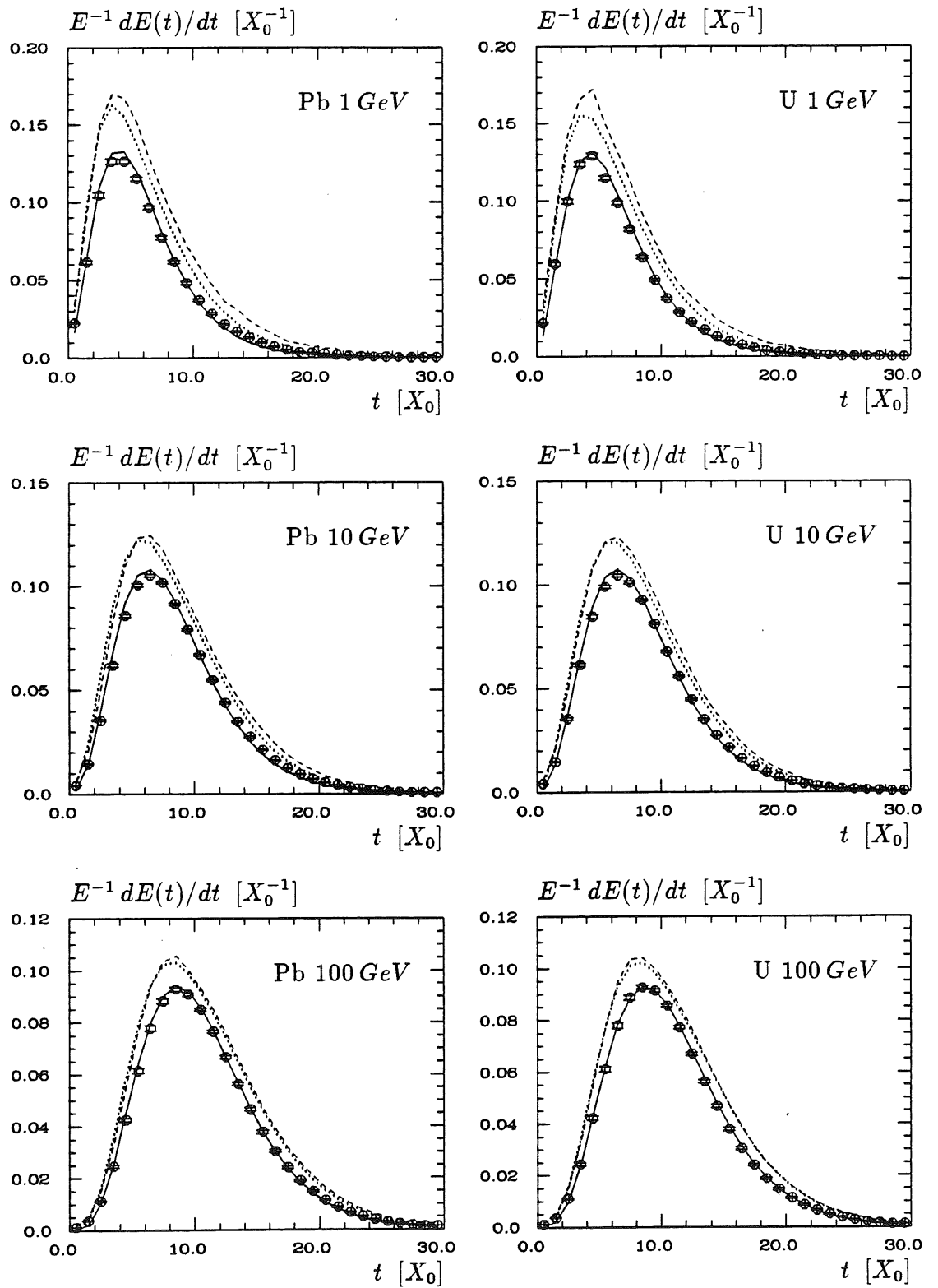


Abbildung 4.10: Vergleich parametrisierter und GEANT-generierter longitudinaler Profile in Blei (links) und Uran (rechts). Es gilt die gleiche Legende wie in Abbildung 4.8.



## 4.4 Mittlere radiale Profile

Im Gegensatz zur longitudinalen Entwicklung elektromagnetischer Schauer muß das theoretische Verständnis der radialen Schauerausbreitung als weitgehend rudimentär bezeichnet werden. Es existiert deshalb auch keine allgemein anerkannte analytische Funktion für die Beschreibung radialer Schauerprofile, wie sie etwa im Falle der longitudinalen Profile durch die Gammaverteilung gegeben ist. Um einen Eindruck von der radialen Entwicklung elektromagnetischer Schauer zu gewinnen, sind in Abbildung 4.11 radiale Energiedichteverteilungen

$$f_{rad}(r) = \frac{1}{dE(t)} \frac{dE(t,r)}{dr} \quad (4.19)$$

in unterschiedlichen longitudinalen Schauertiefen miteinander verglichen. Die Nor-

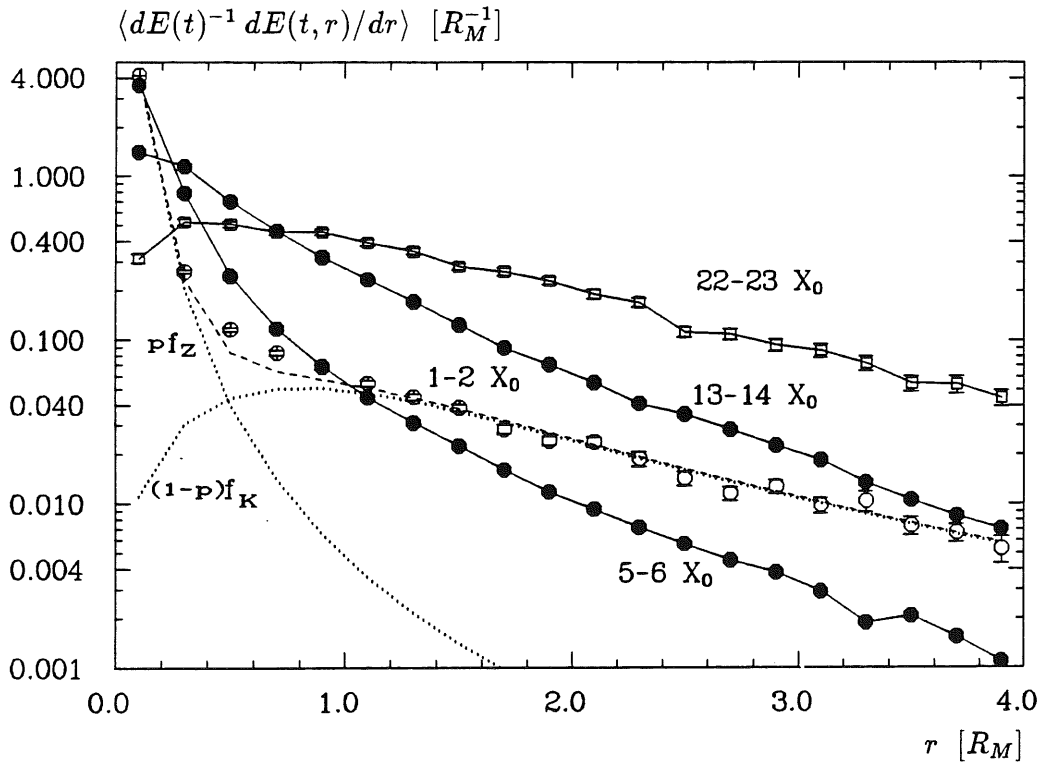


Abbildung 4.11: Mittlere radiale Profile in Uran bei einer Energie von 10 GeV in verschiedenen Schauertiefen. Die Datenpunkte der GEANT-Simulationen sind zur besseren Übersicht mit Linien verbunden. Die Parametrisierungen der Zentral- und Koronarkomponente,  $pf_Z$  und  $(1-p)f_K$  ( $\cdots$ ), sowie deren Summe ( $- -$ ), sind für eine Schauertiefe von  $1-2X_0$  mit eingetragen.

mierung ist dabei so gewählt, daß die Verteilungen in jedem longitudinalen Intervall für sich normiert sind:

$$\int_0^\infty f_{rad}(r) dr = 1. \quad (4.20)$$

Die absolute Normierung der radialen Profile in Abbildung 4.11 kann der Darstellung der zugehörigen longitudinalen Energiedichteverteilungen in Abbildung 4.10 (mitte rechts) entnommen werden.

Die Dichteverteilungen lassen sich grob in zwei Bereiche einteilen, deren Übergang bei etwa einem Molière-Radius liegt. Der in der Nähe der Schauerachse gelegene *Zentralbereich* besteht in der ersten Phase der Schauerentwicklung aus einem energiereichen Maximum, das sich mit zunehmender Schauertiefe verbreitert. In der weiteren Entwicklung flacht sich das zentrale Maximum immer weiter ab ( $t \approx 2T \approx 13 X_0$ ) und bricht schließlich zur Schauerachse hin ein ( $t > 3T, 22 X_0$ ). Im von der Schauerachse entfernteren *Koronarbereich* zeigen die Dichteverteilungen keine monotone Abhängigkeit von der Schauertiefe. Ausgehend von einem nahezu flachen Verlauf ( $1-2 X_0$ ), erreicht der Betrag der Steigung in der Nähe des Schauermaximums ( $t \approx 5-6 X_0$ ) den größten Wert, um später wieder zu verflachen ( $13-14 X_0, 22-23 X_0$ ).

### Experimentelle radiale Verteilungen

Im folgenden soll eine Auswahl von Funktionen vorgestellt werden, die verschiedene Gruppen zur Beschreibung experimentell gewonnener Profile verwendet haben. Dabei sollen Verteilungen, die nur von einer Koordinate ( $x$  oder  $y$ ) abhängen, als *laterale* Profile bezeichnet werden.

AKOPDJANOV et al. [AKO77] benutzten für das integrierte, d.h. über alle Schauertiefen summierte, laterale Profil in einem Bleiglas Kalorimeter die Summe zweier doppelt exponentieller Verteilungen,<sup>4</sup>

$$f(x - x_0) = A_1 \exp(-|x - x_0|/a_1) + A_2 \exp(-|x - x_0|/a_2), \quad (4.21)$$

in der  $x_0$  die Einschußkoordinate des Strahls bezeichnet.

BUGGE paßte neben Gleichung 4.21 auch eine einfache doppelt exponentielle Verteilung,

$$f(x - x_0) = A_0 \exp(-|x - x_0|/a_0), \quad (4.22)$$

an die Daten eines Blei-Szintillator Kalorimeters an [BUG86]. Die Anpassung ergab für Gleichung 4.21  $\chi^2/N_f = 2,5$ , während er für den einfachen Ansatz  $\chi^2/N_f = 124$  erhielt, so daß der einfache Ansatz eindeutig ausgeschlossen werden konnte.

Ebenfalls in einem Blei-Szintillator Kalorimeter untersuchten ABSHIRE et al. laterale Profile in verschiedenen Schauertiefen [ABS79]. Sie wählten die Summe zweier Gaußfunktionen, um mit Hilfe der Beziehung  $r^2 = x^2 + y^2$  die Ergebnisse auf den Fall radialer Verteilungen verallgemeinern zu können. In den Anpassungen der Funktion

$$f(r) = A \left( \exp(-ar^2) + p \exp(-br^2) \right) \quad (4.23)$$

<sup>4</sup>Die Funktion  $a/2 \exp(-|x - x_0|/a)$  heißt doppelt exponentiell weil sie zu beiden Seiten von  $x_0$  exponentiell abfällt. Sie ist in der Statistik auch unter dem Namen *Laplace-Verteilung* bekannt.

zeigte der Parameter  $b$ , der die Abschwächung im Koronabereich beschrieb, eine nicht monotone Abhängigkeit von der Schauertiefe.

FERRI et al. ermittelten radiale Verteilungen in Wolfram-Szintillator und in Uran-Szintillator Kalorimetern, indem sie die experimentell zugänglichen lateralen Profile mit eindimensionalen Projektionen von Monte-Carlo Simulationen verglichen, die mit der radialen Verteilungsdichtefunktion

$$f(r) = A/r \left( \exp(-\sqrt{r/a}) + p \exp(-r/b) \right) \quad (4.24)$$

erzeugt worden waren [FER88]. Die Anpassung der freien Parameter  $a$ ,  $p$  und  $b$  ergab eine lineare Abhängigkeit für  $a$  von  $t$ , während  $p$  und  $b$  (die Abschwächungslänge des Koronabereichs) keine monotonen Funktionen der Schauertiefe waren.

Unter der Annahme, daß die radiale Verteilung  $dE/dr$  durch eine Exponentialverteilung zu beschreiben ist, folgt die laterale Verteilung  $dE/dx$ , wie BORCHI et al. zeigten [BOR91], einer Besselfunktion.

$$\frac{dE}{dx} = \int_{-\infty}^{+\infty} dy \frac{dE}{dx dy} = \int_{-\infty}^{+\infty} dy \frac{1}{r} \exp(-r/r_0) \quad (4.25)$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} dy \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \exp\left(-\sqrt{x^2 + y^2}/r_0\right) = K_0\left(\frac{x}{r_0}\right) \quad (4.26)$$

Die Anpassung dieser Funktion an laterale Verteilungen eines Wolfram-Silizium Kalorimeters [BOR91], konnte die Daten jedoch nur für Schauertiefen  $t > T$  beschreiben. Die ebenfalls angepaßte Summe zweier Besselfunktionen

$$f(x - x_0) = AK_0\{a(x - x_0)\} + BK_0\{b(x - x_0)\} \quad (4.27)$$

zeigte dagegen in den betrachteten Schauertiefen,  $2X_0 \leq t \leq 12X_0$  eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Profilen.

Zur Beschreibung radialer Dichteverteilungen, die mit Hilfe von Monte-Carlo Simulationen gewonnen wurden, verwendeten RUDOWICZ et al. [RUD89] [GRI90] die einfache analytische Funktion

$$f(r) = \frac{2rR_{50}^2}{(r^2 + R_{50}^2)^2}, \quad (4.28)$$

in der  $R_{50}$  das 50%-Quantil der Verteilungsfunktion  $\int_0^r f(r')dr'$  angibt. DEL PESO et al. wählten

$$f(r) = \frac{1}{2\beta} \left(\frac{r}{\beta}\right)^{\frac{\alpha}{2}-1} \frac{\exp\left(\sqrt{r/\beta}\right)}{\beta\Gamma(\alpha)} \quad (4.29)$$

mit  $\alpha = 1 + \alpha't$  und  $\beta = \text{const}$  [PES88]. Diese beiden Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen zeichnen sich gegenüber den anderen oben besprochenen dadurch aus, daß sie für  $r \rightarrow 0$  verschwinden und deshalb das „Einbrechen“ des Zentralbereichs (siehe Abbildung 4.11) in großen Schauertiefen berücksichtigen können.

### Anpassung

Die oben besprochenen experimentellen Ergebnisse zur Parametrisierung radialer Profile haben gezeigt, daß nur die Ansätze mit zweikomponentigen Funktionen zur Beschreibung des Zentral- und Koronarbereichs zu befriedigenden Übereinstimmungen mit experimentellen Daten führten. Der Nachteil solcher Funktionen gegenüber einfacheren Ansätzen besteht in der Schwierigkeit einer physikalischen Interpretation der freien Parameter. Auch in der vorliegenden Arbeit wurde eine Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung mit zwei Komponenten gewählt. Hier soll nun zunächst die Anpassungsprozedur und deren Ergebnisse vorgestellt werden. Im nächsten Abschnitt sollen die Ergebnisse dann hinsichtlich ihrer physikalischen Bedeutung diskutiert werden.

Zunächst wurden verschiedene Abwandlungen der oben diskutierten Funktionen an einzelne radiale Profile der in Tabelle 4.1 beschriebenen Simulationsdaten angepaßt, um sie auf ihre Eignung zu untersuchen. Als Maß für die Eignung wurde das arithmetische Mittel des in jedem longitudinalen Segment  $t_i$  berechneten Wertes von  $\chi^2/N_f$  definiert:

$$\left\langle \frac{\chi^2}{N_f} \right\rangle = \frac{1}{n_t} \sum_{t_i} \frac{\chi^2}{N_f}. \quad (4.30)$$

Die beste Übereinstimmung, d. h. die kleinsten Werte für  $\langle \chi^2/N_f \rangle$ , ergab in allen Materialien die Anpassung der Summe zweier „ $R_{50}$ “-Verteilungen (Gleichung 4.28). In Blei wurden beispielsweise die Werte 1,6 (1 GeV), 3,8 (10 GeV) und 8,2 (100 GeV) für Gleichung 4.30 berechnet. Die Energieabhängigkeit dieser Werte spiegelt die mit steigender Teilchenmultiplizität abnehmenden statistischen Streuungen in den radialen Energiedichteverteilungen wieder. Die zweitbeste Übereinstimmung wurde mit einer Summe zweier Exponentialverteilungen erreicht. Die Werte für  $\langle \chi^2/N_f \rangle$  lagen in diesem Fall um etwa einen Faktor 2,5 höher als für die „ $R_{50}$ “-Verteilungen (4,8 (1 GeV), 13,8 (10 GeV) und 19,4 (100 GeV)). Eine Anpassung einzelner „ $R_{50}$ “- bzw. Exponentialverteilungen ergab Werte von 161 bzw. 218 bei einer Teilchenenergie von 10 GeV.

Zur Parametrisierung wurde deshalb die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung

$$\begin{aligned} f_{rad}(r) &= pf_Z(r) + (1-p)f_K(r) \\ &= p \frac{2rR_Z^2}{(r^2 + R_Z^2)^2} + (1-p) \frac{2rR_K^2}{(r^2 + R_K^2)^2} \end{aligned} \quad (4.31)$$

mit

$$0 \leq p \leq 1$$

gewählt. Dabei beschreiben  $f_Z(r)$  und  $f_K(r)$  den Zentral- bzw. Koronarbereich der Profile und  $p$  gibt das relative Gewicht der Zentralkomponente an. Als Beispiel sind die Funktionen  $f_{rad}(r)$ ,  $pf_Z(r)$  und  $(1-p)f_K(r)$ , wie sie aus den unten beschriebenen Parametrisierungen folgen, den Darstellungen in Abbildung 4.11 für eine Schauertiefe von  $t = 1-2X_0$  hinzugefügt.

Die Parametrisierung wurde nun in drei Schritten vorgenommen. Zunächst wurde mit Hilfe der Anpassungen von Gleichung 4.31 an einzelne radiale Profile die Abhängigkeit der Parameter  $R_Z$ ,  $R_K$  und  $p$  von der Schauertiefe  $t$  untersucht. Dabei ergab sich für den Abschwächungsparameter  $R_Z$  des Zentralbereichs ein linearer Zusammenhang mit  $t$ , während  $R_K$  und  $p$ , in Übereinstimmung mit den oben besprochenen experimentellen Ergebnissen, keine monotone Abhängigkeit von der Schauertiefe zeigten (Abbildung 4.12). Der koronare Abschwächungsparameter

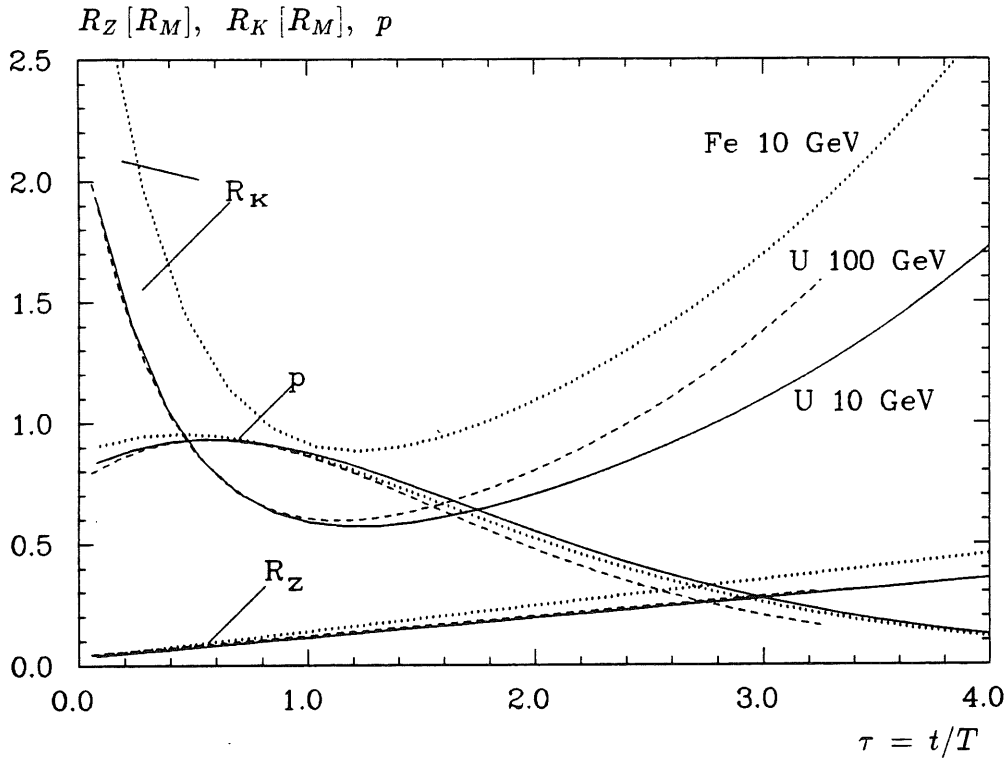


Abbildung 4.12: Parameter der mittleren radialen Profile in Eisen (10 GeV, ...) und Uran (10 (—) und 100 GeV (- - -)).

parameter  $R_K$  fällt zunächst stark ab, um nach Durchlaufen eines Minimums in der Nähe des Schauermaximums  $T$  wieder anzusteigen. Die Lage des Minimums korrespondiert in etwa mit dem Maximum der Anzahldichte der Photonen im Schauer, das im Vergleich zum Energiemaximum  $T$  zu etwas größeren Schauertiefen verschoben erscheint (siehe z.B. [PDG90]). Das Gewicht  $p$  der Zentralkomponente steigt erst leicht an, um nach einem Maximalwert bei  $t \approx T/2$  langsam abzunehmen. Die  $t$ -Abhängigkeit von  $R_Z$ ,  $R_K$ , und  $p$  konnte durch die Funktionen

$$R_{Z,hom}(\tau) = z_1 + z_2\tau \quad (4.32)$$

$$R_{K,hom}(\tau) = k_1 \{ \exp(k_3(\tau - k_2)) + \exp(k_4(\tau - k_2)) \} \quad (4.33)$$

$$p_{hom}(\tau) = p_1 \exp \left\{ \frac{p_2 - \tau}{p_3} - \exp \left( \frac{p_2 - \tau}{p_3} \right) \right\} \quad (4.34)$$

beschrieben werden, in denen

$$\tau = \frac{t}{T}$$

die Schauertiefe in Einheiten der Lagen der Schauermaxima angibt.

Der Grund für die Einführung von  $\tau$  in den Gleichungen 4.32, 4.33 und 4.34 findet sich im zweiten Schritt der Parametrisierung, in dem die Energie- und Materialabhängigkeit ( $Z$ ) der Parameter  $z_i$ ,  $k_i$  und  $p_i$  untersucht wurde. Dabei zeigte sich, daß zunächst alle Parameter sowohl von  $Z$  als auch von  $E$  abhängen. Die Generalisierung der Profile durch eine Skalierung in Einheiten von  $T$  führte jedoch zu einer vollständigen Separierung der Abhängigkeiten, so daß die Parameter nur noch von  $E$  oder  $Z$  allein abhängen. Zwei der Parameter konnten sogar als konstant angenommen werden. Die Material- und Energieabhängigkeit der  $z_i$ ,  $k_i$  und  $p_i$  konnte schließlich durch folgende Funktionen beschrieben werden:

$$\begin{aligned} z_1 &= z_{11} + z_{12} \ln E \\ z_2 &= z_{21} + z_{22} Z \\ k_1 &= k_{11} + k_{12} Z \\ k_2 &= \text{const} = k_{21} \\ k_3 &= \text{const} = k_{31} \\ k_4 &= k_{41} + k_{42} \ln E \\ p_1 &= p_{11} + p_{12} Z \\ p_2 &= p_{21} + p_{22} Z \\ p_3 &= p_{31} + p_{32} \ln E. \end{aligned}$$

Im letzten Schritt wurden nun die Formeln für  $z_1$  bis  $p_3$  in die Parametrisierungen für  $R_{Z,hom}$ ,  $R_{K,hom}$  und  $p_{hom}$  (Gleichung 4.32 – 4.34) eingesetzt und das über die radiale Ausdehnung einer Auslesezone ( $\Delta r = r_j - r_i = 0,2 R_M$ ) gemittelte Integral

$$\frac{1}{\Delta r} \int_{r_i}^{r_j} f_{rad}(r) dr$$

in einem einzigen Anpassungsschritt an die vorhandenen Simulationsdaten angepaßt. Dieser Schritt wurde nötig, um Ungenauigkeiten zu bereinigen, die im ersten Parametrisierungsschritt durch Oszillationen in den Bedeutungen von  $R_Z$  und  $R_K$  für  $p \approx 0,5$  auftraten. Die Ergebnisse dieser Anpassung sind in Tabelle 4.2 zusammengefaßt.

## Diskussion

In den Parametrisierungen (Gleichungen 4.32 – 4.34) gibt die Gewichtsfunktion  $p$  an, wie sich die Energie in jedem longitudinalen Segment zwischen Zentral- und Koronarbereich aufteilt. In Abbildung 4.13 wird deshalb das Verhältnis der Energie im Zentralbereich  $E_Z$  zur Gesamtenergie im Segment  $E_t = dE(t)$  (Bild mitte links) für 10 GeV Schauer in Eisen und Wolfram den Parametrisierungen für

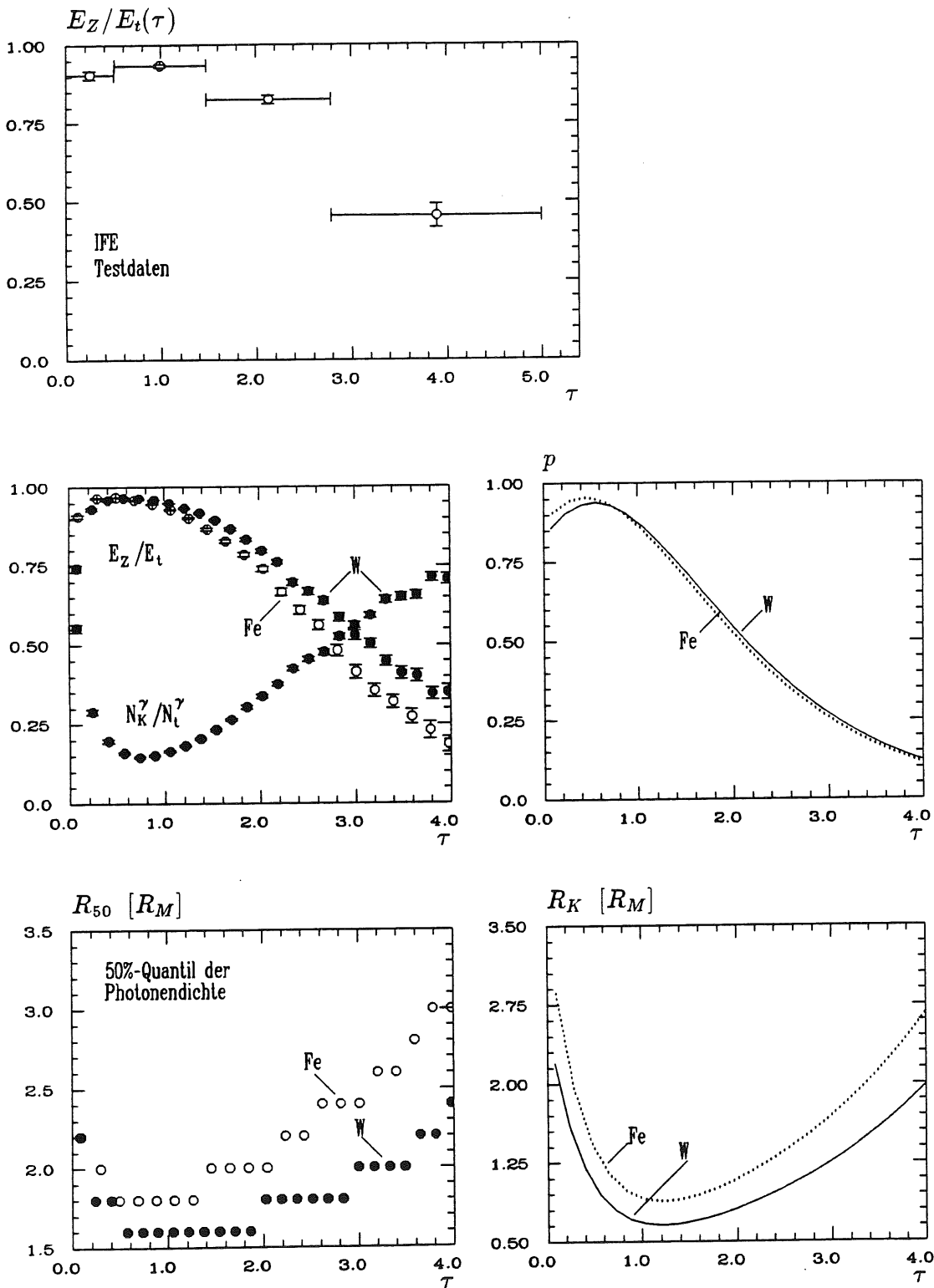


Abbildung 4.13: Grafiken zur Diskussion der Parameter mittlerer radialer Profile. Weitere Erläuterungen im Text.

	$l = 1$	$l = 2$
$z_{1l}$	$0,0251 \pm 0,0001$	$0,00319 \pm 0,00002$
$z_{2l}$	$0,1162 \pm 0,0002$	$-0,000381 \pm 0,000002$
$k_{1l}$	$0,659 \pm 0,001$	$-0,00309 \pm 0,00002$
$k_{2l}$	$0,645 \pm 0,001$	
$k_{3l}$	$-2,59 \pm 0,01$	
$k_{4l}$	$0,3585 \pm 0,0005$	$0,0421 \pm 0,0002$
$p_{1l}$	$2,632 \pm 0,0004$	$-0,00094 \pm 0,00001$
$p_{2l}$	$0,401 \pm 0,0009$	$0,00187 \pm 0,00001$
$p_{3l}$	$1,313 \pm 0,001$	$-0,0686 \pm 0,0002$

Tabelle 4.2: Parameter zur Beschreibung radialer Profile.

$p$  (Bild mitte rechts) gegenübergestellt. Als Zentralbereich wurden dabei radiale Abstände  $r \leq 1 R_M$  von der Schauerachse definiert. Trotz der Willkür in der Definition des Zentralbereichs zeigt der Vergleich eine starke Ähnlichkeit zwischen  $E_Z/E_t$  und  $p$ . Man beachte, daß durch die  $Z$ -Abhängigkeit von  $p_1$  und  $p_2$  auch Details wie der Schnittpunkt der Funktionen für Eisen und Wolfram, sowie deren unterschiedlich starke Krümmung in kleinen Schauertiefen wiedergegeben werden.

In realen Kalorimetern ist die Größe  $E_Z/E_t$  in der Regel nur schwer zugänglich. Das elektromagnetische Vorwärtskalorimeter im H1-Detektor (IFE) besitzt jedoch eine ausreichend feine longitudinale und laterale Segmentierung, um die Entwicklung von  $E_Z/E_t$  mit der Schauertiefe darstellen zu können. In Abbildung 4.13 links oben ist dieses Verhältnis für Kalorimetertestdaten dargestellt, die am CERN an einem Prototyp des IFE-Kalorimeters bei einer Strahlenergie von  $10 \text{ GeV}$  gewonnen wurden. Zum Zentralbereich wurden hier die Auslesezellen gezählt, die den Einschußpunkt umgaben ( $\approx 1 R_M$ ).<sup>5</sup> Obwohl die Länge der longitudinalen Segmente, die durch die horizontalen Balken angedeutet wird, eine Mittelung im interessierenden Bereich des Maximums bewirkt, deutet sich doch eine ähnliche Entwicklung von  $E_Z/E_t$  mit der Schauertiefe wie in den GEANT-Simulationen an.

Zur Klärung der Mechanismen, die der radialen Signalbildung zugrunde liegen und das Verhalten von  $E_Z/E_t$  erklären, kann die Verteilung der Photonen im Schauer beitragen. Dazu wurde die Anzahl der Photonen, die eine Auslesezelle durchqueren, mit Hilfe von GEANT-Simulationen ausgewertet. Das Verhältnis von Photonenzahlen im Koronarbereich zur Gesamtmenge an Photonen im longitudinalen Segment,  $N_K^\gamma/N_t^\gamma$  (Abbildung 4.13 mitte links), zeigt, daß auf den ersten zwei bis drei Strahlungslängen verhältnismäßig viel Energie nach außen transportiert wird. Dabei handelt es sich vorwiegend um Annihilationsphotonen, die durch  $e^+e^-$ -Vernichtung abgebremster Positronen entstehen und sich deshalb isotrop im Detektor verteilen. Im weiteren Verlauf der Schauerentwicklung wird die Signalbildung dann zunehmend durch die fortschreitende Teilchenproduktion

<sup>5</sup>Für eine detaillierte Beschreibung der Kalorimetertests am CERN wird auf Kapitel 7 verwiesen.



im Zentralbereich dominiert.

Aus der mittleren radialen Verteilung der Photonenzahldichte wurde nun der Wert von  $R_{50}$  aus dem 50%-igen Dichteinhalt jedes longitudinalen Segmentes bestimmt (Abbildung 4.13 unten links) und den Parametrisierungen für  $R_K$  gegenübergestellt (unten rechts). Der Vergleich verdeutlicht, daß die Parametrisierungen für den Koronarbereich im wesentlichen die Photonendichte im Schauer beschreiben. Die  $Z$ -Abhängigkeit der Verteilungen, die mit sinkender Kernladungszahl breiter werden, wird in den Parametrisierungen durch die  $Z$ -Abhängigkeit des Parameters  $k_1$  berücksichtigt. Die Erklärung für die breiteren koronaren Verteilungen in leichteren Materialien findet sich wieder in der Eigenschaft der niederenergetischen Photonen, deren mittlere freie Weglänge umso größer ist, je kleiner die Kernladungszahl ausfällt, wenn man sie in Einheiten von Molière-Radien mißt. Als Beispiel sind in Tabelle 4.3 die mittleren freien Weglängen für Photonen einer Energie von 1 MeV in verschiedenen Materialien angegeben.

Das 50%-Quantil  $R_Z$  der zentralen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion ist wegen des linearen Zusammenhangs mit der Schauertiefe  $\tau$  weit weniger erklärungsbedürftig und sollte einfach als radiale Abschwächungslänge verstanden werden. Die  $Z$ -Abhängigkeit des Parameters  $z_2$  bewirkt wieder eine breitere Verteilung in leichten Medien, so daß man schließen kann, daß auch hier die Eigenschaften niederenergetischer Photonen eine wichtige Rolle in der Signalbildung spielen.

	Eisen	Kupfer	Wolfram	Blei	Uran
$\lambda \left[ \frac{g}{cm^2} \right]$	0,0590	0,0599	0,0662	0,0710	0,0789
$\lambda [R_M]$	1,18	1,16	0,84	0,77	0,67

Tabelle 4.3: Mittlere freie Weglänge von Photonen einer Energie von 1 MeV.

Abschließend sei noch die Energieabhängigkeit der Parameter  $z_1$ ,  $k_4$  und  $p_3$  erwähnt. Sie bewirken bei wachsender Energie eine geringe Verbreiterung der Dichteverteilungen im Zentralbereich sowie bei großen Schauertiefen auch im Koronarbereich. Das Maximum der Gewichtsfunktion  $p$  wird mit steigender Energie etwas ausgeprägter. Wie aus den Zahlen in Tabelle 4.2 und den Parametrisierungen von  $z_1$ ,  $k_4$  und  $p_3$ , in denen die Energie jeweils nur im Logarithmus vorkommt, zu sehen ist, ist die Energieabhängigkeit relativ gering. Im Verlauf der Anpassungsprozedur erwies sie sich jedoch als signifikant, da Versuche, auf die Energieabhängigkeit ganz oder teilweise zu verzichten, jeweils zu wesentlich größeren Werten für  $\chi^2/N_f$  führten.

## Vergleich

Die aus den GEANT-Simulationen gewonnenen radialen Profile werden in den Abbildungen 4.14, 4.15 und 4.16 für die verwendeten Medien bei verschiedenen Energien und Schauertiefen mit den Parametrisierungen verglichen. Für die Pa-

rametrisierungen ist dabei die relevante Größe

$$\frac{1}{\Delta r} \int_{r_i}^{r_j} f_{rad}(r) dr$$

aufgetragen. Der sich teilweise über drei bis vier Größenordnungen erstreckende Vergleich zeigt eine gute Übereinstimmung für die betrachteten  $E$ -,  $Z$ - und  $t$ -Bereiche. Insbesondere kann die Entwicklung des zentralen Maximums sowie dessen „Einbrechen“ in großen Schautiefen und die nichtmonotone Steigung im Koronabereich wiedergegeben werden.

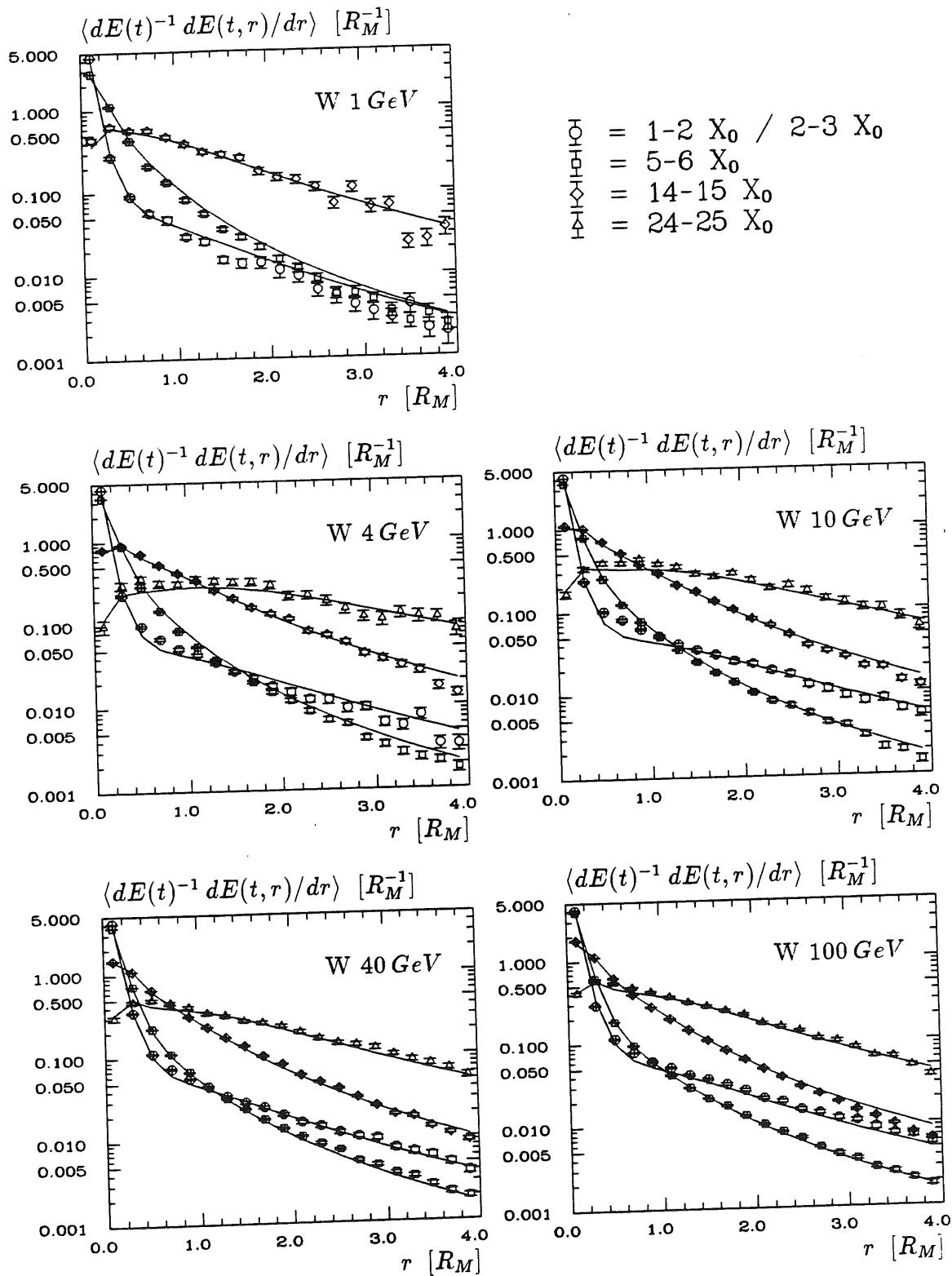


Abbildung 4.14: Vergleich mittlerer radialer Profile in Wolfram. Die Parametrisierungen sind durch durchgezogene Linien (—) dargestellt. Für die GEANT-Simulationen beziehen sich die offenen Kreise ( $\circ$ ) bei den Schauerenergien 1, 4, und 10 GeV auf Schauertiefen von 1-2 $X_0$ , bei Energien von 40 und 100 GeV auf 2-3 $X_0$ .

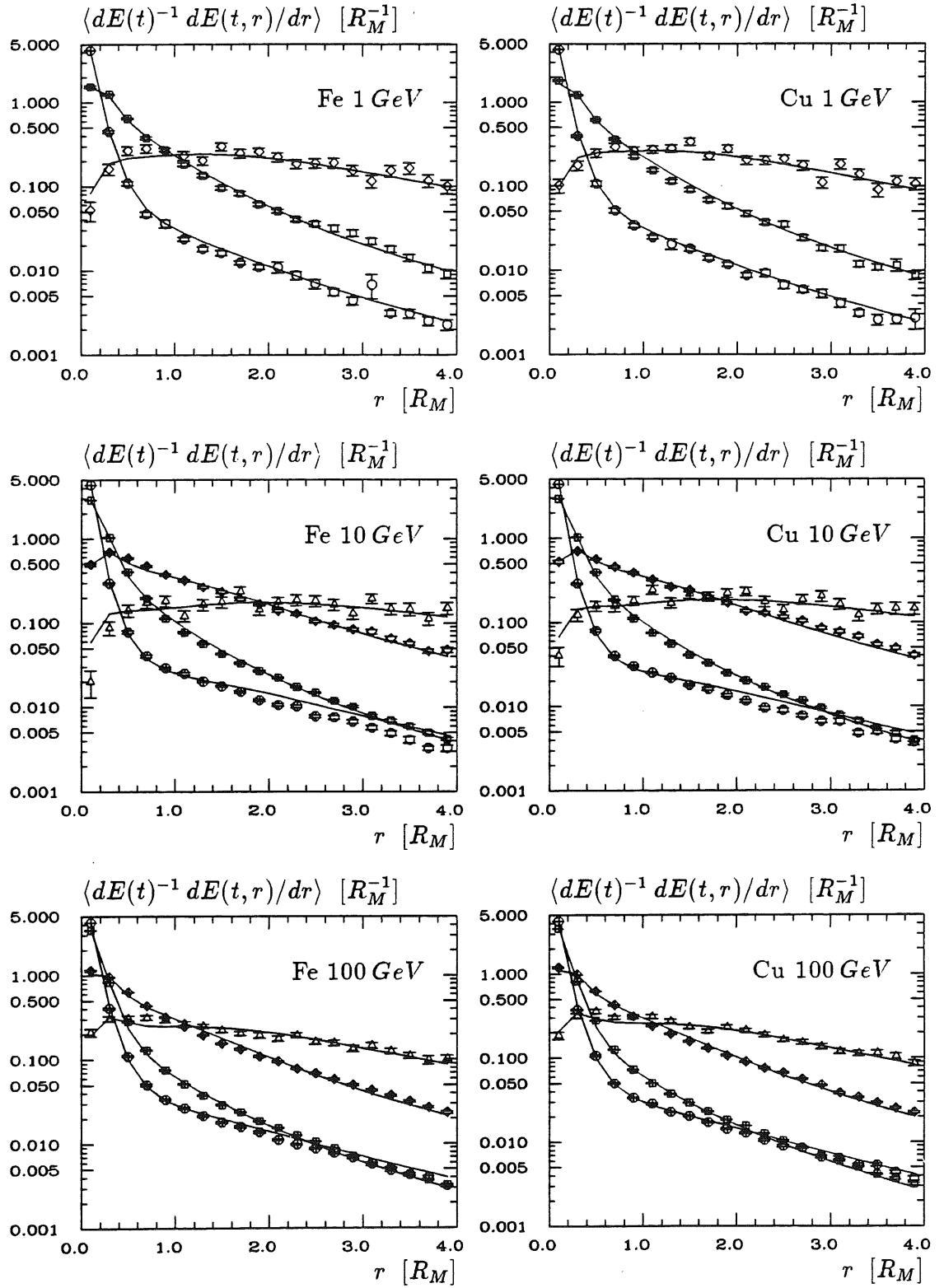


Abbildung 4.15: Vergleich mittlerer radialer Profile in Eisen (links) und Kupfer (rechts). Es gilt die gleiche Legende wie in Abbildung 4.14.

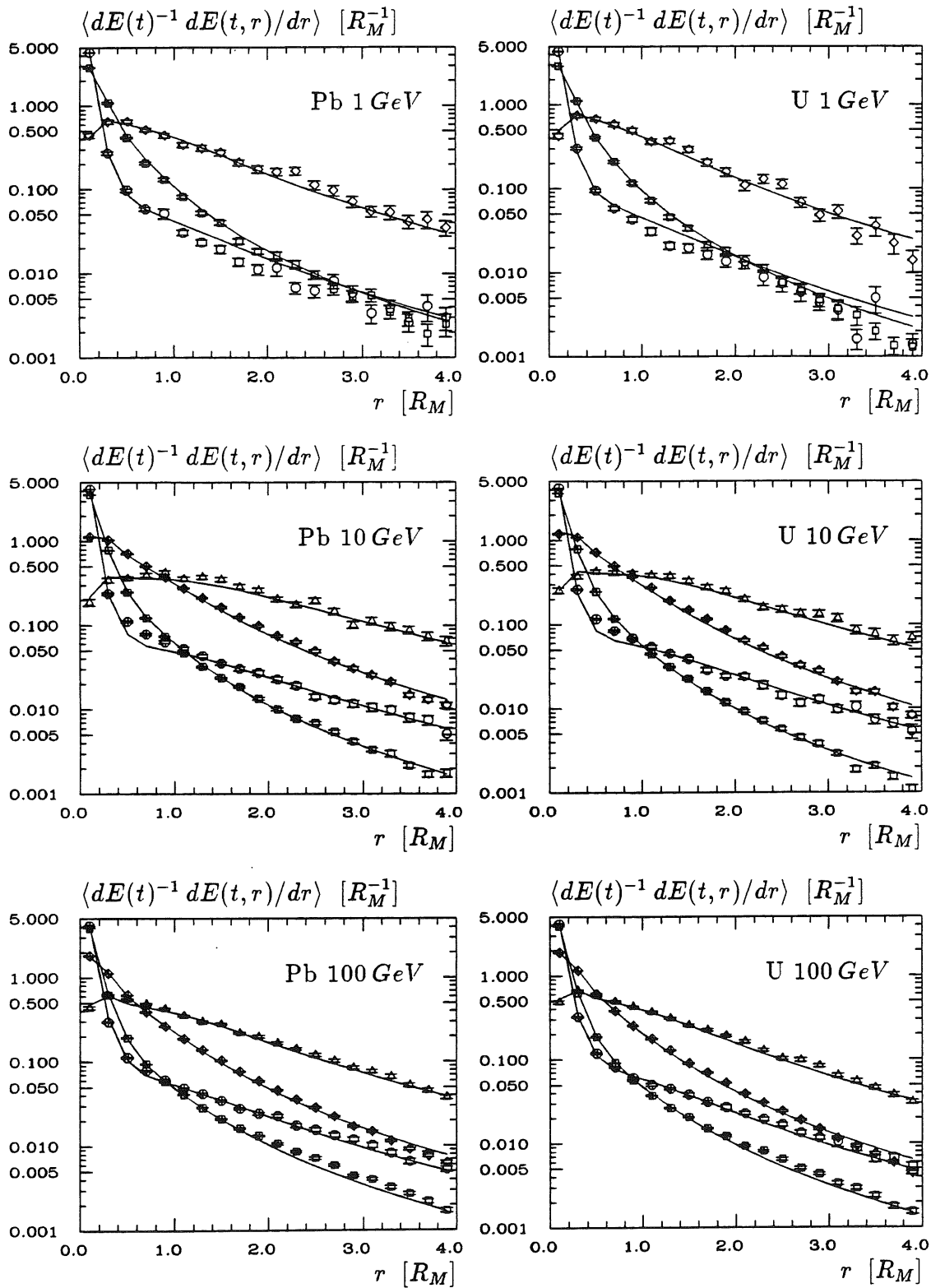


Abbildung 4.16: Vergleich mittlerer radialer Profile in Blei (links) und Uran (rechts). Es gilt die gleiche Legende wie in Abbildung 4.14.

## 4.5 Fluktuationen radialer Profile

Die Methode zur Simulation der Fluktuationen in den radialen Verteilungen unterscheidet sich grundsätzlich von der, die für die longitudinalen Profile benutzt wurde. Sie steht in enger Beziehung zum Algorithmus, der zur parametrisierten Simulation elektromagnetischer Schauer benutzt werden soll. Dieser Algorithmus sieht vor, daß zunächst der Energieinhalt eines longitudinalen Intervalls  $dE(t)$  der Länge  $1X_0$ , wie in Abschnitt 4.3.1 beschrieben, durch die Integration einer individuellen Gammaverteilung ermittelt wird. Zur radialen Verteilung wird  $dE(t)$  in eine feste Anzahl  $N_S(t)$  diskreter Energiepakete, im folgenden als „Spots“ bezeichnet, der Energie  $E_{Spot} = dE(t)/N_S(t)$  zerlegt. Den Spots werden dann Zufallsradialen zugewiesen, die mit Hilfe der Monte-Carlo Methode aus der Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung  $f_{rad}(r)$  erzeugt werden.

Durch die Verwendung einer Monte-Carlo Integration zur Simulation der radialen Profile entstehen statistische Fluktuationen, die von der Höhe der verwendeten Spotzahlen abhängen und unter bestimmten Bedingungen zur Simulation radialer Profilverfluktuationen benutzt werden können. Dabei ist zu berücksichtigen, daß sich in den Streuungen des Energieinhalts einer Auslesezone  $dE(t, r)$  Beiträge aus longitudinalen und radialen Profilverfluktuationen kumulieren, die miteinander korreliert sein können.

Zunächst soll der Beitrag aus der Monte-Carlo Integration zu den Fluktuationen bestimmt werden. Die Monte-Carlo Methode läßt sich mit Hilfe des *Gesetzes der großen Zahlen* und der Definition des Erwartungswertes als Schätzung eines Integrals auffassen: Sei  $r_i$  eine auf dem Intervall  $\Omega$  definierte Zufallszahl der Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung  $f(r)$  und  $g(r)$  eine integrierbare Funktion, die stückweise stetig und überall endlich ist, dann gilt für große  $N$

$$\hat{q} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(r_i) \longrightarrow \langle g \rangle = \int_{\Omega} g(r) f(r) dr = q. \quad (4.35)$$

Im konkreten Fall der Simulation der radialen Profile interessiert die Wahrscheinlichkeit  $q$  dafür, daß ein Spot in ein gegebenes radiales Intervall  $\Delta r = r_2 - r_1$  fällt. In Gleichung 4.35 ist  $g(r)$  deshalb als Treppenfunktion aufzufassen, die nur die Werte 0 oder 1 annehmen kann,

$$g(r) = \begin{cases} 1, & \text{für } r_1 \leq r \leq r_2 \\ 0, & \text{sonst,} \end{cases}$$

und für  $f(r)$  ist die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung der radialen Profile einzusetzen. Sei nun  $N_T$  die Anzahl der „Treffer“, so reduziert sich die Gleichung 4.35 auf

$$\hat{q} = \frac{N_T}{N} \longrightarrow \int_{r_1}^{r_2} f_{rad}(r) dr. \quad (4.36)$$

Die durch diese Gleichung beschriebene Integration wird als sogenanntes *hit-or-miss* Monte-Carlo<sup>6</sup> bezeichnet und kann für jeden Spot als *Bernoulli-Experiment*

<sup>6</sup>Bei der Verwendung der Monte-Carlo Methode zur Berechnung eines Integrals wird man in

verstanden werden. Die Werte von  $N_T$  folgen deshalb einer Binomialverteilung, so daß sich für die Varianz von  $\hat{q}$

$$\sigma^2(\hat{q}) = \sigma^2\left(\frac{N_T}{N}\right) = \frac{1}{N^2}\sigma^2(N_T) = \frac{Nq(1-q)}{N^2} = \frac{q(1-q)}{N}$$

ergibt. Wegen

$$q = \int_{r_1}^{r_2} f_{rad}(r)dr = \frac{dE(t, r)}{dE(t)} \equiv \langle \epsilon \rangle$$

kann der Beitrag zu den Fluktuationen durch die Monte-Carlo Integration deshalb durch

$$\frac{\sigma^2(\epsilon)}{\langle \epsilon \rangle(1 - \langle \epsilon \rangle)} = const = N^{-1}. \quad (4.37)$$

beschrieben werden.

Der Beitrag der longitudinalen Profilverfluktuationen zu den Schwankungen von  $dE(t, r)$  kann mit Hilfe der bisher abgeleiteten Parametrisierungen ermittelt werden. Dazu wird die Größe  $\sigma^2(\epsilon)/(\langle \epsilon \rangle(1 - \langle \epsilon \rangle))$  in allen Schauertiefen aus den GEANT-Daten bestimmt und mit den Werten aus parametrisierten Simulationen verglichen, deren longitudinale Profile nach dem Algorithmus aus Abschnitt 4.3.1 erzeugt wurden. Die Simulation der radialen Profile erfolgt dabei durch eine stückweise, analytische Integration der mittleren radialen Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen, d.h. ohne zu den Fluktuationen in  $dE(t, r)$  beizutragen. Die resultierenden Fluktuationen sind in Abbildung 4.17 beispielhaft für zwei Schauertiefen für 40 GeV Schauer in Wolfram dargestellt. Der Beitrag zu den Streuungen in  $dE(t, r)$ , der in der parametrisierten Simulation durch radiale Profilverfluktuationen aufzubringen ist, ergibt sich aus der Differenz der mit GEANT und den oben beschriebenen Simulationen erhaltenen Werte für  $\sigma^2(\epsilon)/(\langle \epsilon \rangle(1 - \langle \epsilon \rangle))$ . Dieser Beitrag hängt vom longitudinalen Intervall ab, kann innerhalb eines Intervalls jedoch als näherungsweise konstant betrachtet werden (Abbildung 4.17), so daß die Fluktuationen der Monte-Carlo Integration durch eine geeignete Wahl von  $N_S(t)$  zur Simulation der Beiträge radialer Profilverfluktuationen zur räumlichen Energiestreuung verwendet werden können.

Für die parametrisierten Simulationen muß eine Parametrisierung von  $N_S(t)$  bereitgestellt werden, die für einen Schauer gegebener Energie in einem bestimmten Detektormaterial die zur Monte-Carlo Integration der radialen Energiedichteverteilungen benötigte Spitzzahl für jedes longitudinale Intervall angibt. Dazu wurden zunächst die für jedes longitudinale Intervall erforderliche Spitzzahl  $N_S(t)$  durch Berechnung des arithmetischen Mittels der durch die Monte-Carlo Integration aufzubringenden Beiträge für die verwendeten Materialien und Energien

---

der Regel ein anderes Verfahren benutzen, um eine möglichst schnelle Konvergenz zu erreichen. Dazu werden die Funktionen  $g$  und  $f$  dem Problem besser angepaßt und sogenannte Varianz reduzierende Techniken verwendet [RUB81]. Von allen Funktionen auf dem Intervall  $[0, 1]$  mit gleichem Erwartungswert hat die Treppenfunktion die größte Varianz, so daß das *hit-or-miss* Monte-Carlo die geringste Effizienz zur Schätzung eines Integrals aufweist.

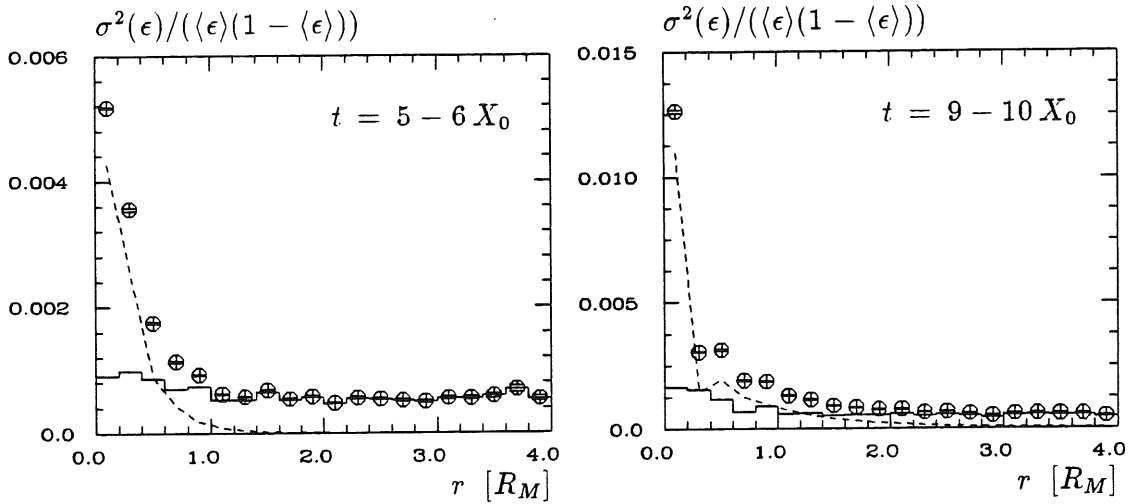


Abbildung 4.17: Grafiken zur Parametrisierung der radialen Profilverfluktuationen am Beispiel von 40 GeV Schauern in Wolfram. Die Fluktuationen, die durch die Monte-Carlo Integration aufzubringen sind (Histogramm), ergeben sich aus der Differenz der GEANT-Simulationen (o) und den ohne radiale Profilverfluktuationen parametrisierten Simulationen (- - -).

bestimmt. Der Kehrwert  $1/N_S(t)$  ist zusammen mit den Gesamtfuktuationen für einige Beispiele in Abbildung 4.18 dargestellt.

Zur Parametrisierung von  $N_S(t)$  ist es sinnvoll, die  $t$ -Abhängigkeit von der Gesamtzahl benötigter Spots getrennt zu betrachten. Die  $t$ -Abhängigkeit der Spotzahl läßt sich in Analogie zur Parametrisierung der mittleren longitudinalen Profile beschreiben. In Abbildung 4.18 wird die Dichteverteilung der Spots

$$\frac{1}{N} \frac{dN}{dt} = \frac{1}{N_{Spot}} \frac{N_S(t)}{\Delta t}$$

mit

$$N_{Spot} = \sum_t N_S(t)$$

mit dem longitudinalen Energieprofil für 10 GeV Schauer in Uran verglichen. Die Dichteverteilung der Spots folgt einer Gammaverteilung, die zum Energieprofil in Richtung des Schauerstartpunktes verschoben erscheint. Die radialen Profilverfluktuationen werden demnach kurz vor dem Schauermaximum minimal. Eine genauere Untersuchung zeigte, daß die Spottedichteverteilungen für ein gegebenes Medium mit Hilfe der Gammaverteilungen der mittleren longitudinalen Energiedichteverteilungen beschrieben werden können, wenn  $T_{hom}$  und  $\alpha_{hom}$  mit konstanten Faktoren multipliziert werden. Die Unterschiede für verschiedene Medien konnte durch eine lineare Funktion der Kernladungszahl berücksichtigt werden. Die Gammaverteilung der Spotzahlen konnte deshalb durch

$$T_{Spot} = T_{hom}(t_1 + t_2 Z) \quad \text{und} \quad (4.38)$$



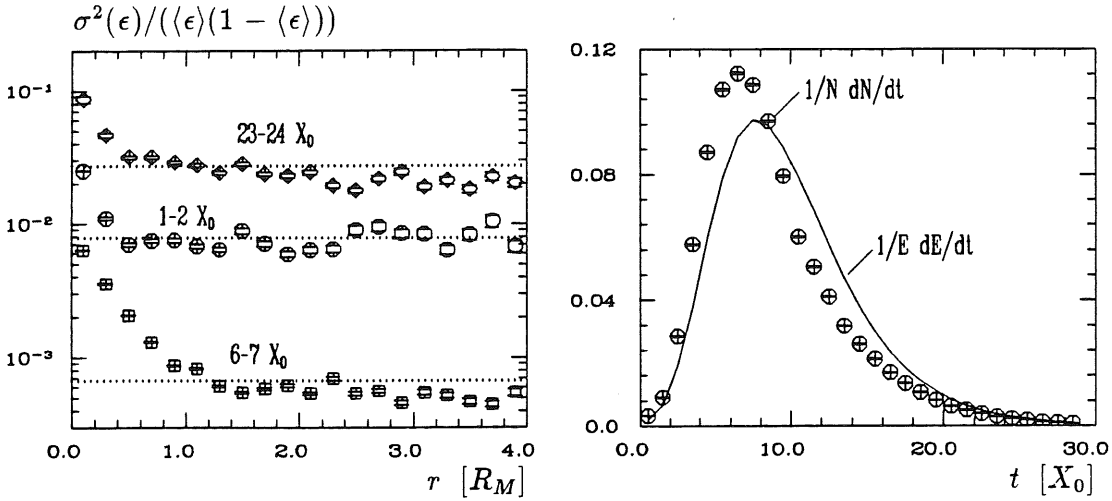


Abbildung 4.18: Links: Fluktuationen in den GEANT-Simulationen (Symbole) und die Beiträge, die nach Berücksichtigung der longitudinalen Profilfluktuationen für die Monte-Carlo Integration berechnet wurden ( $\dots$ ), in drei verschiedenen Schauertiefen für 40 GeV Schauer in Wolfram. Rechts: Vergleich der zur selben Energie gehörigen Verteilungsdichten der Spotzahlen und der Energie.

$$\alpha_{Spot} = \alpha_{hom}(a_1 + a_2 Z) \quad (4.39)$$

mit

$$\begin{aligned} t_1 &= 0,698 \pm 0,001 \\ t_2 &= 0,00212 \pm 0,00002 \\ a_1 &= 0,639 \pm 0,001 \\ a_2 &= 0,00334 \pm 0,00002 \end{aligned}$$

parametrisiert werden.

Die Gesamtzahl der für einen Schauer benötigten Spots,  $N_{Spot}$ , ist in Abbildung 4.19 für die verschiedenen Medien in Abhängigkeit von der Energie dargestellt. Sie kann durch die Funktion

$$N_{Spot} = n_1 \ln(Z) E^{n_2} \quad (4.40)$$

mit

$$\begin{aligned} n_1 &= 93 \pm 1 \\ n_2 &= 0,876 \pm 0,003 \end{aligned}$$

parametrisiert werden. Für große  $Z$  ist die kritische Energie klein, so daß aufgrund der größeren Anzahl von Sekundärteilchen kleinere Fluktuation zu erwarten sind, was zu einer größeren Spotzahl führt. Die Fluktuationen der radialen Verteilungen hängen deshalb auch stark von der longitudinalen Tiefe des Schauers ab.

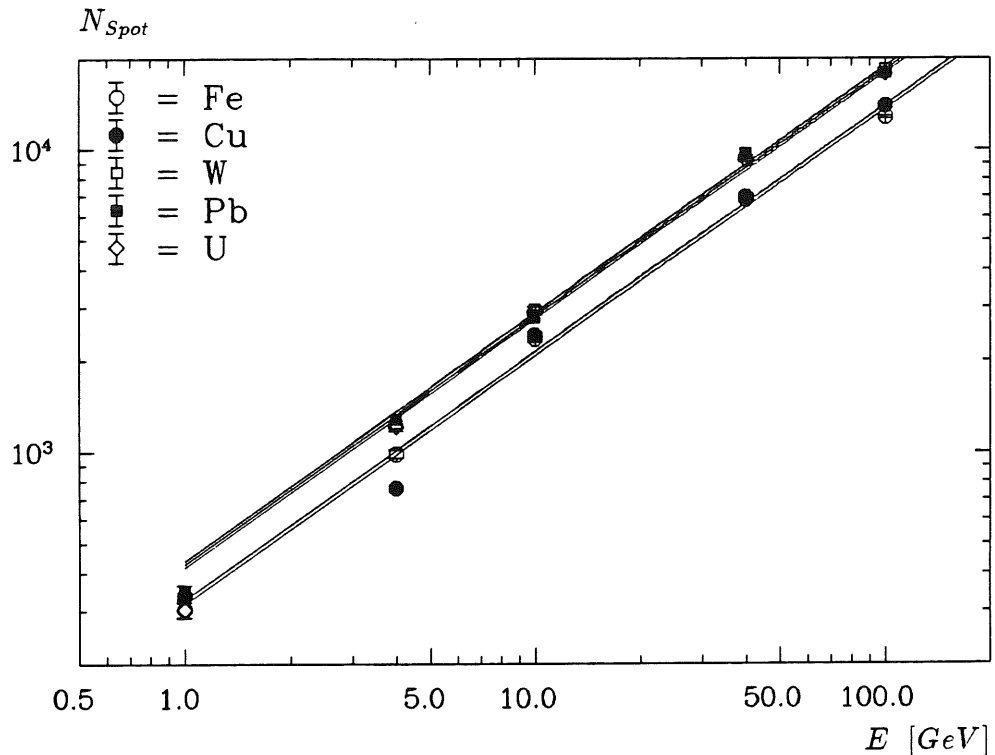


Abbildung 4.19: Die Gesamtanzahl benötigter Spots zur Beschreibung der radialen Gestaltsfluktuationen. Die Parametrisierung ist in Form durchgezogener Linien dargestellt.

#### 4.5.1 Simulation radialer Profile

Bei der Simulation der radialen Energieverteilungen mit Hilfe einer Monte-Carlo Integration kommen zwei Techniken zur Erzeugung von Zufallszahlen zum Einsatz, die Invertierungsmethode und die Methode der zusammengesetzten Dichtefunktionen, die zunächst besprochen werden sollen.

##### Die Methode der Invertierung

Sei  $f(x)$  eine Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung, deren zugehörige Verteilungsfunktion

$$F(x) = \int_0^x f(x') dx'$$

invertierbar ist. Dann ist die Umkehrfunktion  $F^{-1}$  auf dem Intervall  $[0, 1]$  definiert und es läßt sich ein Wert  $x_i$  von  $f(x)$  durch

$$x_i = F^{-1}(u)$$

erzeugen. Dabei ist  $u$  eine auf dem Intervall  $[0, 1]$  gleichverteilte Zufallszahl der Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung

$$f_U(u) = \begin{cases} 1, & \text{für } 0 \leq u \leq 1 \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

### Die Methode der zusammengesetzten Dichtefunktionen

Seien  $V$  und  $W$  Zufallszahlen der Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen  $f_V(v)$  und  $f_W(w)$  und  $u$  eine auf dem Intervall  $[0, 1]$  gleichverteilte Zufallszahl. Sei weiterhin  $f(x)$  eine Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung, die als wahrscheinlichkeitsgewichtete Summe von  $f_V$  und  $f_W$  durch

$$f(x) = pf_V(x) + (1 - p)f_W(x)$$

mit

$$0 \leq p \leq 1$$

definiert ist. Dann ist

$$x_i = \begin{cases} V, & \text{für } p < u \\ W, & \text{sonst} \end{cases}$$

eine Zufallsvariable von  $f(x)$ .

### Simulation der radialen Energieverteilung

Die Berechnung der in jedem longitudinalen Integrationsintervall benötigten Spots  $N_S(t)$  zur Simulation der radialen Fluktuationen kann parallel zur Integration der longitudinalen Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung durchgeführt werden. Dazu werden die benötigten Größen  $\alpha_{Spot}$  und  $\beta_{Spot}$  wie oben beschrieben aus den Parametrisierungen der mittleren longitudinalen Profile und unter Verwendung von  $\beta_{Spot} = (T_{Spot} - 1)/\alpha_{Spot}$  bestimmt und durch

$$N_S(t) = N_{Spot} \int_{t_i}^{t_j} \frac{(\beta_{Spot} t)^{\alpha_{Spot}-1} \beta_{Spot} \exp(-\beta_{Spot} t)}{\Gamma(\alpha_{Spot})} dt.$$

die Anzahl der Spots berechnet. Zur Simulation der radialen Verteilung wird die Energie im aktuellen longitudinalen Intervall,  $dE(t)$ , nun in  $N_S(t)$  Spots der Energie  $E_{Spot} = dE(t)/N_S(t)$  aufgeteilt und jedem Spot wird eine Zufallsordinate  $r_i$  der Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung

$$\begin{aligned} f_{rad}(r) &= pf_Z(r) + (1 - p)f_K(r) \\ &= p \frac{2rR_Z^2}{(r^2 + R_Z^2)^2} + (1 - p) \frac{2rR_K^2}{(r^2 + R_K^2)^2} \end{aligned}$$

zugewiesen Die Dichteverteilungen der Zentral- und Koronarkomponenten können mit Hilfe der Invertierungsmethode erzeugt werden:

$$F(r) = \int_0^r \frac{2r'R^2}{(r'^2 + R^2)^2} dr' = \frac{r^2}{r^2 + R^2} \quad (4.41)$$

$$F^{-1}(u) = R\sqrt{\frac{u}{1-u}}. \quad (4.42)$$

Aufgrund der Definition von  $p$  als Wahrscheinlichkeit können die Koordinaten dann mit Hilfe zweier auf  $[0, 1]$  gleichverteilter Zufallszahlen  $v_i$  und  $w_i$  durch

$$r_i = \begin{cases} R_Z \sqrt{\frac{v_i}{1-v_i}}, & \text{für } p < w_i \\ R_K \sqrt{\frac{v_i}{1-v_i}}, & \text{sonst} \end{cases}$$

generiert werden. Da die Grenzen benachbarter Auslesezellen in realen Kalorimetern im allgemeinen nicht bei ganzzahligen Vielfachen einer Strahlungslänge liegen, ist es notwendig, die Spots gleichmäßig innerhalb des betrachteten longitudinalen Intervalls zu verteilen. Dies kann durch eine geeignete Inkrementierung der Koordinate  $t_i$  oder die Erzeugung einer im Intervall gleichverteilten Zufallsordinate geschehen.

### Simulation der Verteilung in $\phi$

Der Annahme einer Gleichverteilung in  $\phi$  folgend, wird schließlich jedem Spot eine Zufallsordinate der Dichteverteilung

$$f(\phi) = \frac{1}{2\pi}$$

durch

$$\phi_i = 2\pi u_i$$

zugeteilt. Mit Hilfe einer geeigneten Rotationsmatrix lassen sich die Spot-Koordinaten  $(t_i[X_0], r_i[R_M], \phi_i)$  schließlich auf die Detektorgeometrie  $(x, y, z)$  abbilden.

### Vergleich mit den detaillierten Simulationen

In den Abbildungen 4.20, 4.21 und 4.22 werden radiale Profile aus parametrisierten Simulationen für ausgewählte Energien und Schauertiefen mit den GEANT-Simulationen der homogenen Medien verglichen. Dazu ist den Darstellungen der Mittelwerte wieder die Größe

$$\left\langle \frac{1}{dE(t)} \frac{dE(t, r)}{dt} \right\rangle + \sigma_{RMS}$$

mit

$$\sigma_{RMS}^2 = \left\langle \left( \frac{1}{dE(t)} \frac{dE(t, r)}{dr} \right)^2 \right\rangle - \left\langle \frac{1}{dE(t)} \frac{dE(t, r)}{dr} \right\rangle^2$$

hinzugefügt worden.

Bei insgesamt guter Übereinstimmung, insbesondere im Bereich der Schauermaxima, ergeben sich in einigen Bereichen kleinere Abweichungen, die im wesentlichen durch zwei Effekte erklärt werden können. Weicht der Beitrag zu  $\sigma^2(\epsilon)/(\langle\epsilon\rangle(1 - \langle\epsilon\rangle))$ , der durch die Fluktuationen der Monte-Carlo Integration aufzubringen ist, in einem Intervall von einem konstanten Wert ab, so kann es zu Fehlern in der Reproduktion der Profilverfluktuationen kommen, die vom Radius abhängen. In Abbildung 4.21 mitte rechts (Cu, 4 GeV, 5–6  $X_0$ ) ist beispielsweise eine leichte Unterschätzung der Fluktuationen im Zentralbereich, bei gleichzeitiger Überschätzung im Koronarbereich, als Folge dieses Effektes zu erkennen.

Die Parametrisierung der  $t$ -Abhängigkeit der Spotzahlen durch eine Gamma-verteilung ist in großen Schauertiefen weniger gut gerechtfertigt als in den anderen Bereichen. Dadurch kann es in großen Schauertiefen zu einer  $r$ -unabhängigen Überschätzung der Fluktuationen kommen (z.B. Abb. 4.20: W, 10 GeV, 19–20  $X_0$ ). Beide Effekte addieren sich, und bewirken für große Schauertiefen und hohe Primärenergien eine leichte Überschätzung der Fluktuationen in großen Radien bei gleichzeitiger guter Übereinstimmung im Zentralbereich (Abb. 4.22 unten: Pb, 40 GeV und U, 100 GeV bei 19–20  $X_0$ ).

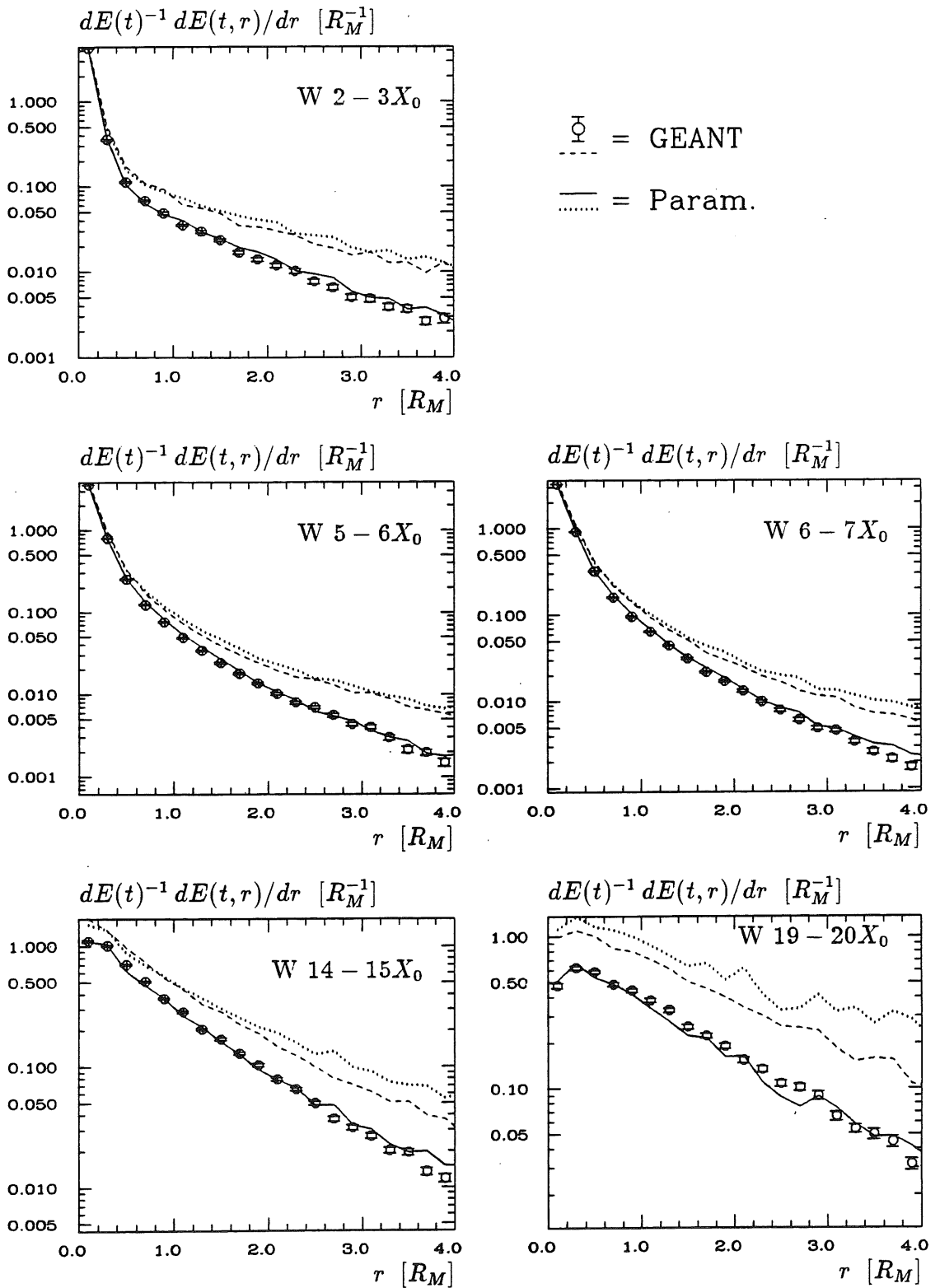


Abbildung 4.20: Vergleich parametrisierter und GEANT-generierter radialer Profile in Wolfram bei einer Energie von 10 GeV in ausgewählten Schauertiefen. Die Fluktuationen gehen aus den gestrichelten Linien hervor (- - -, ... = Mittelwert +  $\sigma_{RMS}$ ).

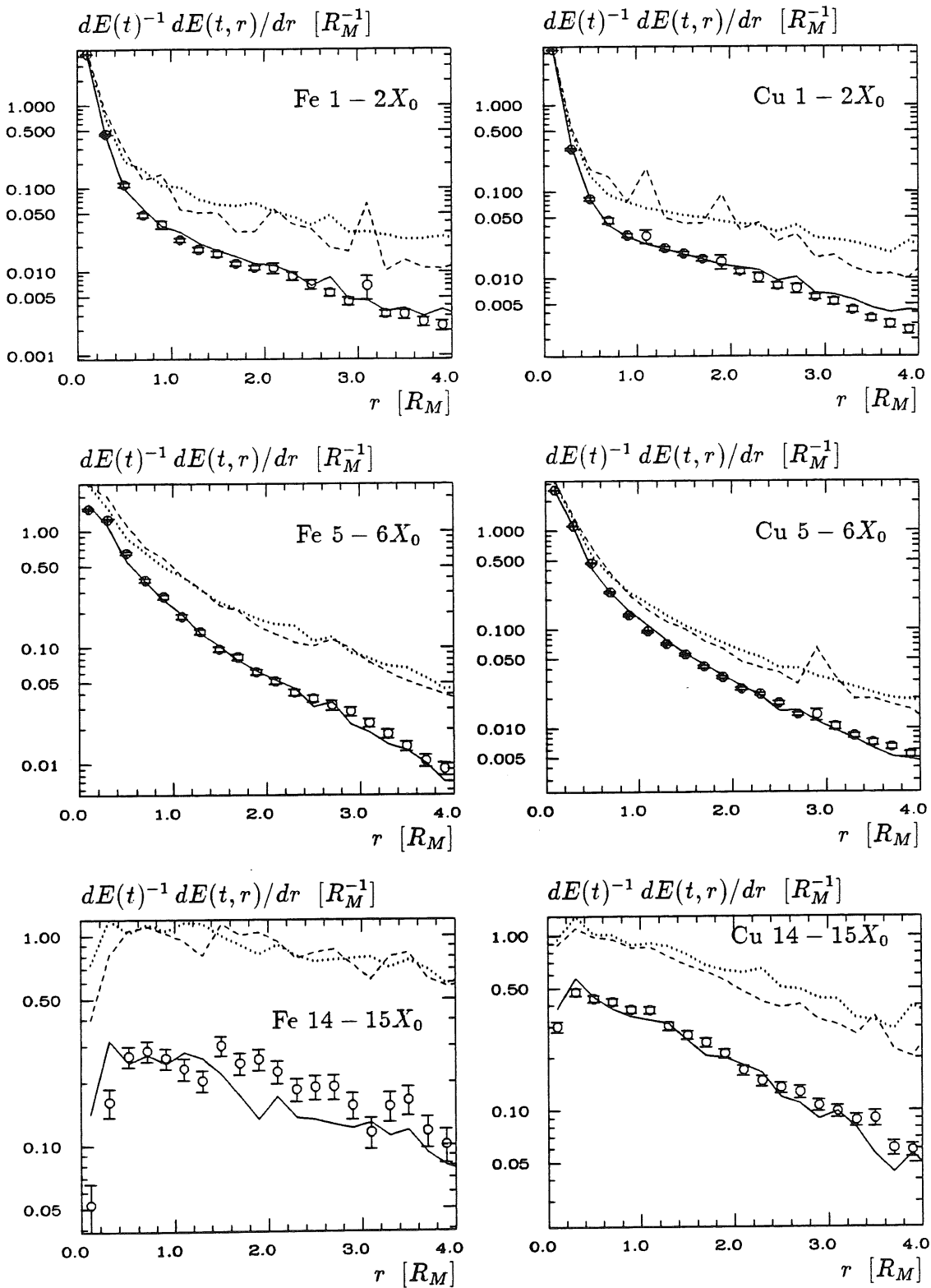


Abbildung 4.21: Vergleich parametrisierter und GEANT-generierter radialer Profile in Eisen bei einer Energie von 1 GeV (links) und in Kupfer bei einer Energie von 4 GeV (rechts) in ausgewählten Schauertiefen. Es gilt die gleiche Legende wie in Abbildung 4.20.

## 4.5. Fluktuationen radialer Profile

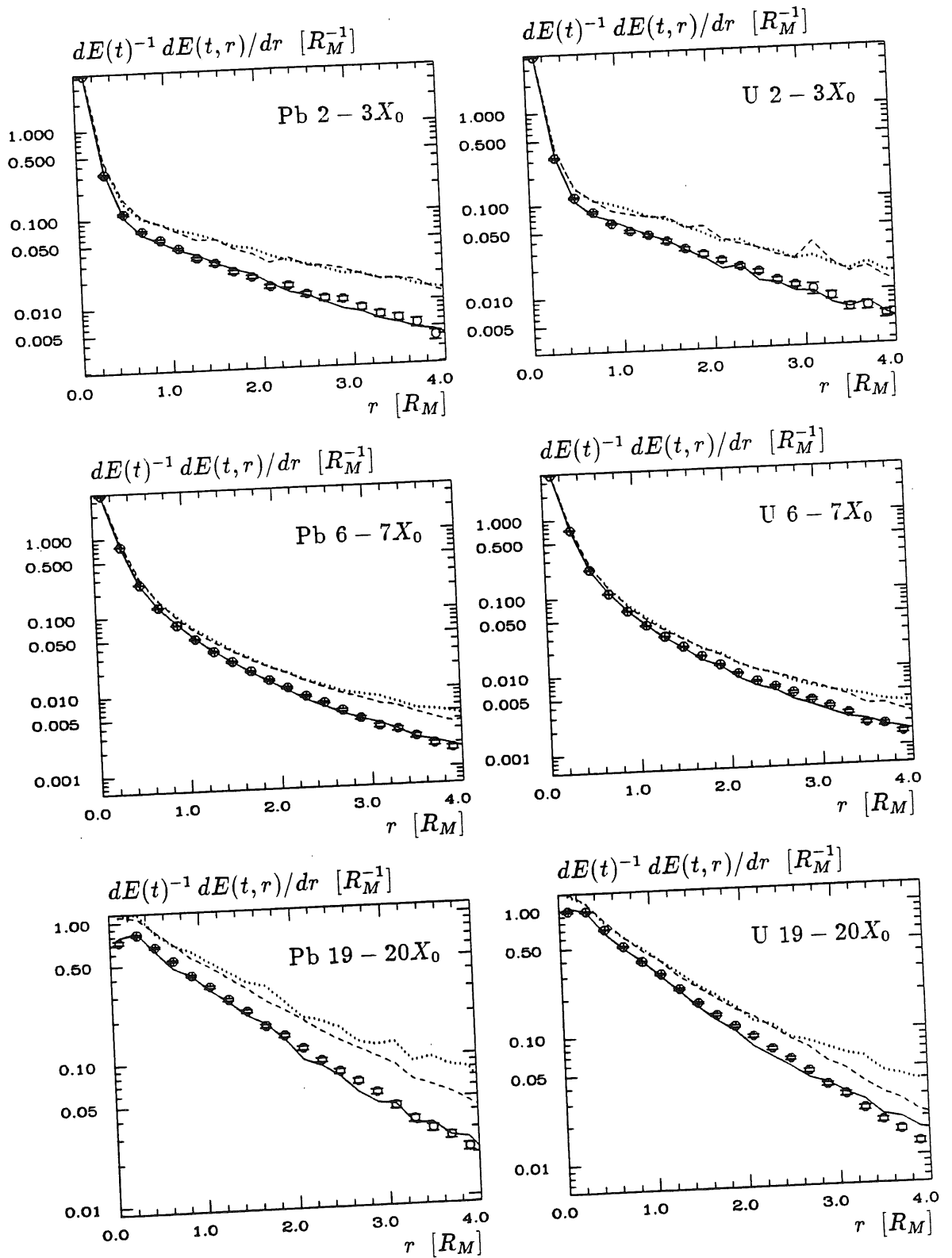


Abbildung 4.22: Vergleich parametrisierter und GEANT-generierter radialer Profile in Blei bei einer Energie von 40 GeV (links) und in Uran bei einer Energie von 100 GeV (rechts) in ausgewählten Schauertiefen. Es gilt die gleiche Legende wie in Abbildung 4.20.



### 4.5.2 Korrelationen zwischen longitudinaler und radialer Schauerentwicklung

Eine richtige Vorhersage von durch Profilverfluktuationen hervorgerufenen Streuungen des Energieinhalts in beliebig dimensionierten Teilvolumina kann unter den bisher gemachten Annahmen nur erwartet werden, wenn die Beiträge aus der longitudinalen und radialen Schauerentwicklung unabhängig voneinander variieren. Dies ist für longitudinal benachbarte Bereiche in der Nähe der Schauerachse nicht der Fall.

Dazu sei das über alle Schauertiefen summierte radiale Profil,

$$dE(r) = \sum_{i=1}^{n_t} dE(t_i, r),$$

betrachtet. Mit den symbolischen Abkürzungen

$$\begin{aligned} V(\Sigma) &= \sigma^2(dE(r)) = \sigma^2\left(\sum_{i=1}^{n_t} dE(t_i, r)\right), \\ \Sigma(V) &= \sum_{i=1}^{n_t} \sigma^2(dE(t_i, r)) \quad \text{und} \\ \Sigma(KOV) &= 2 \sum_{i=1}^{n_t} \sum_{j=i+1}^{n_t} KOV(dE(t_i, r), dE(t_j, r)), \end{aligned}$$

in der der Ausdruck  $KOV(\dots)$  die Kovarianzen der Energiedepositionen in verschiedenen longitudinalen Segmenten bei gegebener radialer Koordinate  $r$  bedeutet, gilt für die Varianz in jedem radialen Intervall die Formel

$$V(\Sigma) = \Sigma(V) + \Sigma(KOV). \quad (4.43)$$

Die bisherige Formulierung des Algorithmus geht davon aus, daß die Doppelsumme über die Kovarianzen vernachlässigbar ist und sich die Varianz des über alle Schauertiefen summierten radialen Profils  $V(\Sigma)$  aus der Summe der Varianzen in den einzelnen longitudinalen Lagen ( $\Sigma(V)$ ) ergibt. Der grafische Vergleich der drei Terme aus Gleichung 4.43 (Abbildung 4.23 links) zeigt jedoch, daß durch starke negative Korrelationen in der Nähe der Schauerachse die Varianz des aufsummierten Profils deutlich geringer ausfällt, als die Summe der Varianzen der einzelnen Profile in unterschiedlichen Schauertiefen. Für größere Radien ( $r \gtrsim 0,5R_M$ ) spielen die Korrelationen dagegen keine Rolle mehr.

Um in der parametrisierten Simulation die Fluktuationen in beliebig dimensionierten Auslesezellen korrekt reproduzieren zu können, ist es daher notwendig, geeignete Korrelationen zwischen der longitudinalen und radialen Schauerentwicklung einzuführen. In der Parametrisierung der radialen Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung hängen die Funktionen  $R_Z$ ,  $R_K$  und  $p$  von der Schauertiefe in Einheiten der mittleren Lagen der Schauermaxima,  $\tau = t/T$ , ab. Die Korrelation zwischen longitudinalen und radialen Profilverfluktuationen können reproduziert werden, wenn

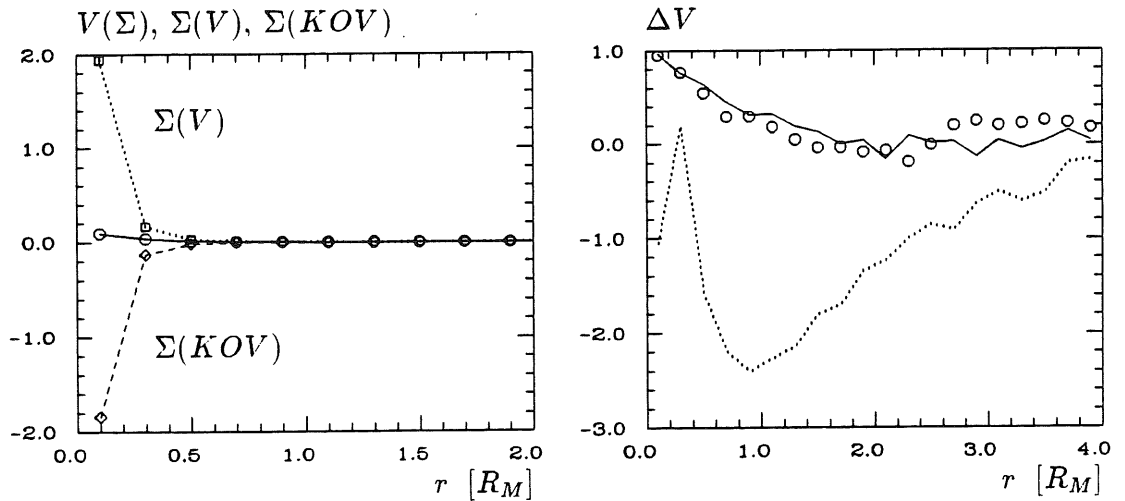


Abbildung 4.23: Abbildungen zur Rolle der Korrelationen zwischen longitudinaler und radialer Schauerentwicklung am Beispiel von 40 GeV Schauern in Blei. Links: Grafische Darstellung der drei Terme aus Gleichung 4.43:  $V(\Sigma) = \circ$ ,  $\Sigma(V) = \square$ , und  $\Sigma(KOV) = \diamond$ . Rechts: Das relative Verhältnis  $\Delta V$  der ersten beiden Terme in Gleichung 4.43 für die GEANT-Daten ( $\circ$ ) und parametrisierte Simulationen mit ( $-$ ) und ohne Berücksichtigung der Korrelationen ( $\cdots$ ).

man  $R_Z$ ,  $R_K$  und  $p$  statt dessen als Funktion der Lage des individuellen Schauer-schwerpunktes

$$\langle t \rangle_i = \frac{\alpha_i}{\beta_i} = T_i \frac{\alpha_i}{\alpha_i - 1}$$

formuliert. Um die richtigen mittleren Profile zu erhalten, muß dann noch mit dem Mittelwert von  $\alpha$  korrigiert werden:

$$\tau = \frac{t}{T} \longrightarrow \tau_i = \frac{t}{\langle t \rangle_i} \frac{\exp(\langle \ln \alpha \rangle)}{\exp(\langle \ln \alpha \rangle) - 1}. \quad (4.44)$$

Die Wirkung der durch die Verwendung von  $\tau_i$  eingeführten Korrelationen wird in Abbildung 4.23 (rechts) demonstriert, wo die relative Differenz der Summe der Varianzen und der Varianz der Summe

$$\Delta V = \frac{\sum_{i=1}^{n_t} \sigma^2(dE(t_i, r)) - \sigma^2(\sum_{i=1}^{n_t} dE(t_i, r))}{\sum_{i=1}^{n_t} \sigma^2(dE(t_i, r))} = \frac{\Sigma(V) - V(\Sigma)}{\Sigma(V)}$$

für die GEANT-Daten und für parametrisierte Simulationen unter Verwendung von  $\tau_i$  einerseits und  $\tau$  andererseits am Beispiel von 40 GeV Schauern in Blei verglichen wird. Die Fluktuationen können offensichtlich nur bei Berücksichtigung der Korrelationen zwischen longitudinaler und radialer Schauerentwicklung richtig wiedergegeben werden.

Auch wenn die Formulierung der Parametrisierungen der radiale Energiedichteverteilungen das beschriebene Vorgehen nahelegt, so muß doch betont werden,

daß der beschriebene Mechanismus zur Berücksichtigung von Korrelationen zwischen longitudinalen und radialen Profilverfluktuationen *ad hoc* eingeführt wird und seine Berechtigung nur in der guten Reproduktion der detaillierten Simulationen findet.

## 4.6 Simulation eines Bleiglas Kalorimeters

Während der Einfluß der Korrelationen zwischen longitudinalen und radialen Profilverfluktuationen auf die Energiestreuungen in Sampling-Kalorimetern zum Teil durch die Anwesenheit der Sampling-Fluktuationen relativiert wird, spielen sie in homogenen Kalorimetern eine erhebliche Rolle. Dies gilt umso mehr, wenn man beachtet, daß realistische homogene Kalorimeter in der Regel keine longitudinale Zelleinteilung aufweisen, so daß radiale Profile praktisch immer über die gesamte Schauertiefe summiert gemessen werden. Hier sollen deshalb noch detaillierte und parametrisierte Simulation eines Bleiglas Kalorimeters verglichen werden. Die Gewichtsanteile der Elemente Blei, Sauerstoff und Silizium (55%  $PbO$ , 45%  $SiO_2$ ) des simulierten Kalorimeters entsprechen in etwa einem der gebräuchlichen Typen (SF5). Sie sind zusammen mit den zur parametrisierten Simulation notwendigen effektiven Materialparametern<sup>7</sup> in Tabelle 4.4 aufgeführt.

	Pb	O	Si
Gewichtsanteil [%]	51	28	21
$Z_{eff}$	$X_{0,eff}$ [cm]	$R_{M,eff}$ [cm]	$E_{c,eff}$ [MeV]
47	2,51	3,61	14,7

Tabelle 4.4: Prozentuale Gewichtsanteile und effektive Materialparameter des simulierten Bleiglas Kalorimeters vom Typ SF5.

Die über alle Schauertiefen summierten radialen Energiedichteverteilungen,

$$\left\langle \frac{1}{E} \frac{dE(r)}{dr} \right\rangle,$$

zeigen für alle Energien (1 bis 100 GeV) eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den parametrisierten und detaillierten Simulationen (Abbildung 4.24 oben). Diese Darstellung zeigt zugleich, daß die mittleren, summierten radialen Energiedichteverteilungen nicht von der Energie abhängen. Über diese Eigenschaft wurde bereits in frühen Arbeiten über elektromagnetische Schauer berichtet, in denen sowohl experimentelle Daten wie Monte-Carlo Techniken verwendet wurden [NEL66].

Die zugehörigen Fluktuationen

$$\hat{\sigma}(r) \equiv \frac{\sigma_{RMS}}{\left\langle \frac{1}{E} \frac{dE(r)}{dr} \right\rangle}$$

<sup>7</sup>Zur Berechnung der effektiven Materialparameter wird auf Kapitel 5 verwiesen

mit

$$\sigma_{RMS}^2 = \left\langle \left( \frac{1}{E} \frac{dE(r)}{dr} \right)^2 \right\rangle - \left\langle \frac{1}{E} \frac{dE(r)}{dr} \right\rangle^2$$

werden in Abbildung 4.24 (unten) verglichen. Für die parametrisierten Simulationen sind die Ergebnisse aus Rechnungen mit und ohne Berücksichtigung der Korrelationen zwischen den longitudinalen und radialen Profilfluktuationen dargestellt, die in der Nähe der Schauerachse die erwarteten erheblichen Unterschiede aufweisen. Bei Berücksichtigung der Korrelationen können die Fluktuationen in der Nähe der Schauerachse gut reproduziert werden. Bei den höheren Energien werden die Gesamtfuktuationen in peripheren Schauerbereichen etwas überschätzt.

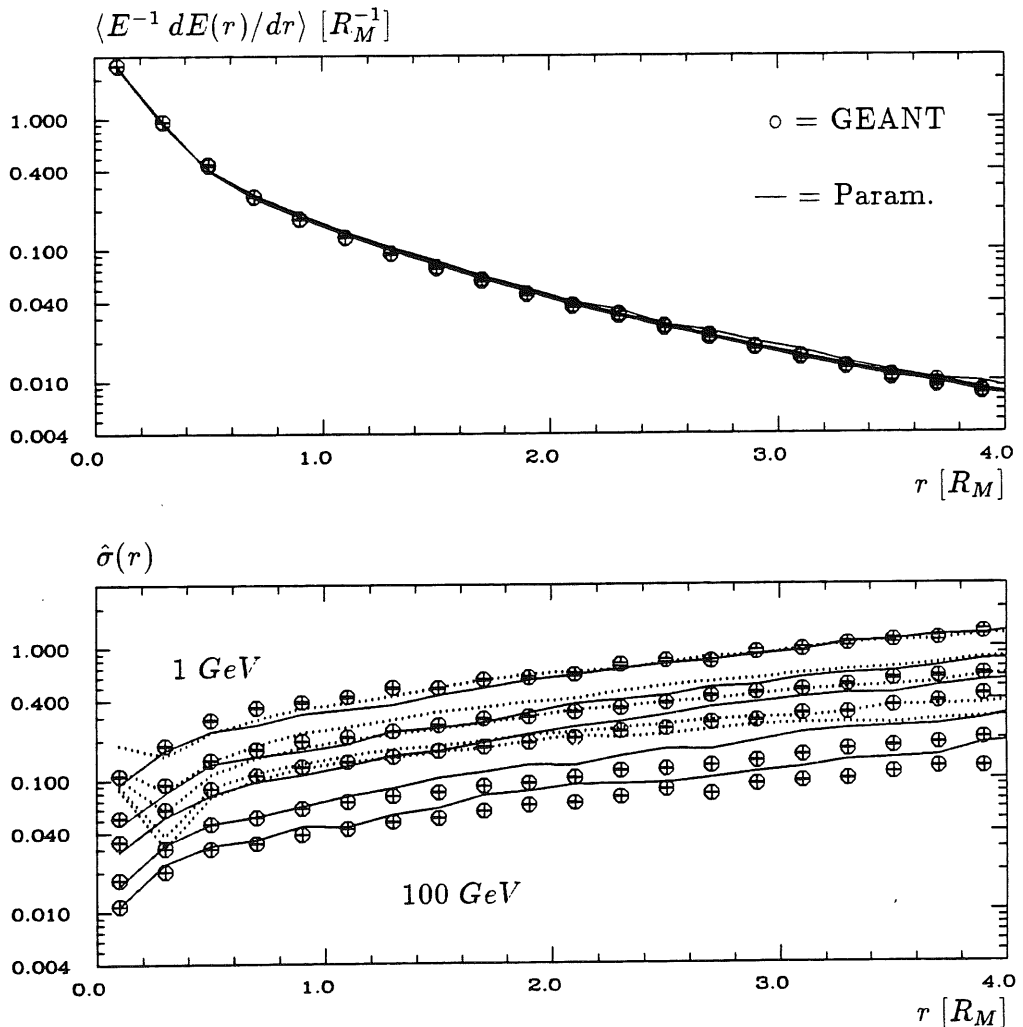


Abbildung 4.24: Oben: Mittlere, über alle Schauertiefen summierte radiale Energiedichteverteilungen in einem Bleiglas Kalorimeter (GEANT =  $\oplus$ , parametrisierte Simulationen = —) für 1, 4, 10, 40 und 100 GeV. Unten: Die zugehörigen relativen Fluktuationen ( $\dots$  = ohne Korrelationen). Weitere Erläuterungen im Text.

Schließlich werden in Abbildung 4.25 noch die mittleren Eigenschaften und die Fluktuationen longitudinaler Energiedichteverteilungen verglichen. Die mittleren Schauerprofile werden durch die parametrisierten Simulationen sehr gut reproduziert. Die Fluktuationen zeigen wegen der Vernachlässigung der lokalen Fluktuationen die gleichen Charakteristika wie bei den Vergleichen mit den Profilen in homogenen Medien in Abschnitt 4.3.

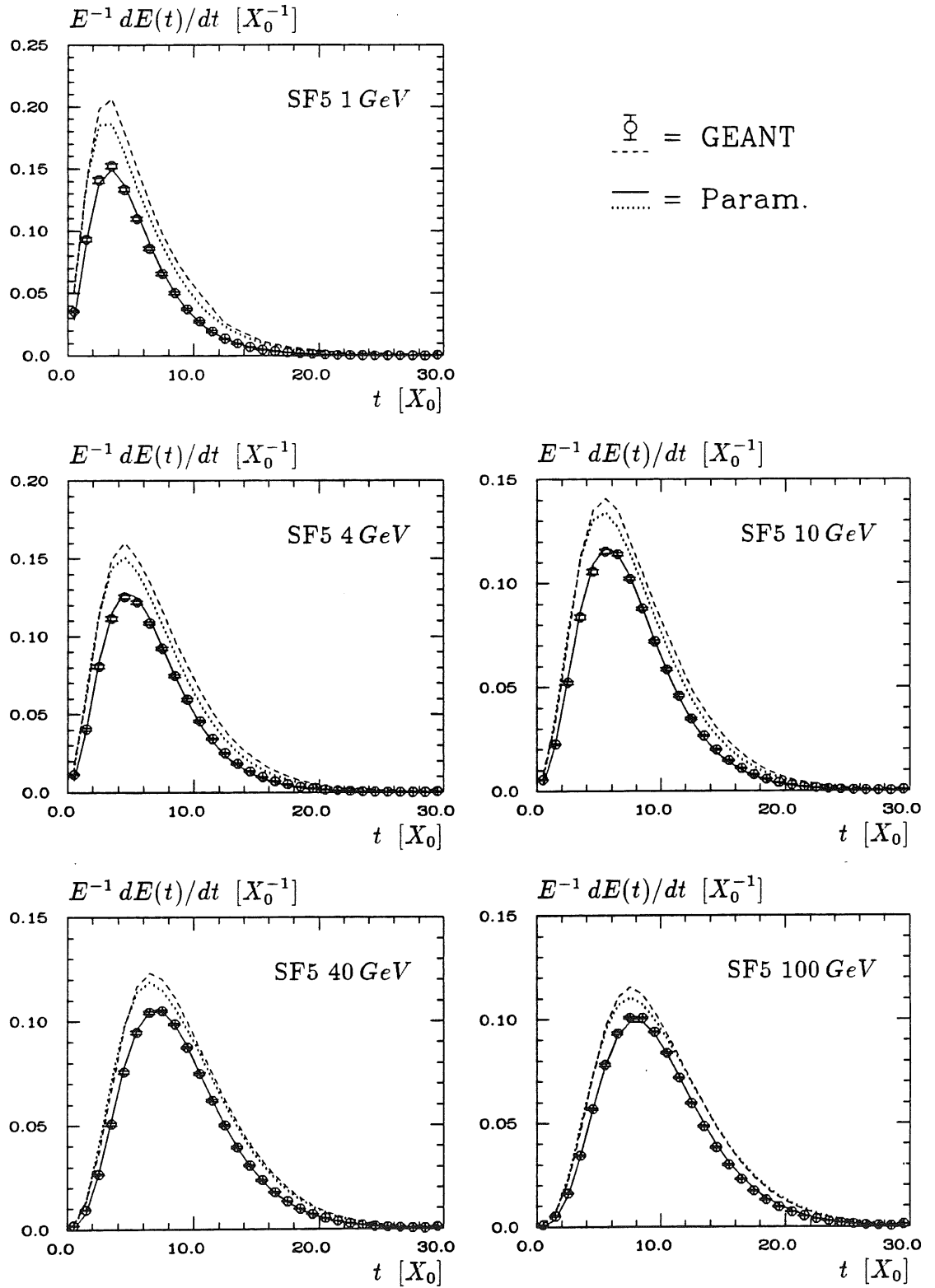


Abbildung 4.25: Vergleich parametrisierter und GEANT-generierter longitudinaler Profile in einem Bleiglas Kalorimeter. Die Fluktuationen gehen aus den gestrichelten Linien hervor (---,  $\cdots$  = Mittelwert +  $\sigma_{RMS}$ ).

## Kapitel 5

# Elektromagnetische Schauer in Sampling-Kalorimetern

Die Parametrisierung elektromagnetischer Schauer in Sampling-Kalorimetern wird in weitgehender Analogie zum Vorgehen bei den homogenen Medien hergeleitet werden. Dabei dienen die bisher entwickelten Zusammenhänge als Basis, für die geeignete geometrieabhängige Korrekturterme zu entwickeln sind.

Zur Beschreibung des Detektors in der parametrisierten Simulation ist das Kalorimeter durch ein homogenes Medium mit effektiven Materialeigenschaften zu beschreiben. Dabei gehen die einzelnen Materialien in der Mittelung mit ihren Gewichtsprozenten ein. Für ein Sampling-Kalorimeter mit Schichtdicken  $z_i$  ergibt sich als Gewichtungsfaktor für das  $i$ -te Element

$$w_i = \frac{\rho_i z_i}{\sum_j \rho_j z_j}$$

Dabei indizieren  $i$  und  $j$  die verwendeten Materialien und  $\rho$  ist die Dichte. Effektive Kernladungs- und Atomzahlen erhält man durch

$$Z_{eff} = \sum_i w_i Z_i \quad \text{und}$$

$$A_{eff} = \sum_i w_i A_i.$$

Die Strahlungslängen und Molière-Radien müssen reziprok gemittelt werden,

$$\frac{1}{X_{0,eff}} = \sum_i \frac{w_i}{X_{0,i}} \quad \text{und}$$

$$\frac{1}{R_{M,eff}} = \frac{1}{E_s} \sum_i \frac{w_i E_{c,i}}{X_{0,i}},$$

weil die Strahlungslänge umgekehrt proportional zum Wirkungsquerschnitt für Bremsstrahlung definiert ist. Für die kritische Energie ergibt sich ([DOV64])

$$E_{c,eff} = X_{0,eff} \sum_i \frac{w_i E_{c,i}}{X_{0,i}}$$

und die effektive Dichte läßt sich durch

$$\rho_{eff} = \frac{\sum_i \rho_i z_i}{\sum_i z_i}$$

berechnen. Im folgenden wird der Index „eff“ häufig vernachlässigt, wenn keine Gefahr der Verwechslung besteht.

## 5.1 Simulation der Sampling-Fluktuationen

Die lokalen Fluktuationen in den longitudinalen Profilen können in Sampling-Kalorimetern angemessen berücksichtigt werden, indem die Sampling-Fluktuationen für jedes longitudinale Integrationsintervall ausgewertet werden. Da auch die fluktuierenden Energiebeträge  $\widetilde{dE}(t)$  immer positiv sein müssen, kann zur Fluktuierung von  $dE(t)$  keine Gaußverteilung benutzt werden. Statt dessen kann eine Gammaverteilung

$$G(a, b) = \frac{x^{a-1} b e^{-bx}}{\Gamma(a)}$$

mit

$$\langle x \rangle = \frac{a}{b}, \quad \sigma^2(x) = \frac{a}{b^2}$$

verwendet werden, deren Parameter  $a$  und  $b$  so eingestellt werden, daß sich für die Energieauflösung gerade

$$\frac{\sigma}{E_{ein}} = \frac{c}{\sqrt{E_{ein}}} \implies \sigma^2 = c^2 E_{ein}$$

ergibt.

Sei nun  $\widetilde{dE}(t)$  eine Zufallsvariable von  $G(a, b)$  und wählt man

$$a = \frac{dE(t)}{c^2} \quad \text{und} \quad b = \frac{1}{c^2},$$

so ergibt sich in jedem longitudinalen Intervall

$$\langle \widetilde{dE}(t) \rangle = dE(t) \quad \text{und} \quad \sigma^2(\widetilde{dE}(t)) = c^2 dE(t).$$

Für die Gesamtenergie erhält man wegen der Linearität des Erwartungswertes

$$\left\langle \sum_{i=1}^{n_t} \widetilde{dE}(t_i) \right\rangle = \sum_{i=1}^{n_t} \langle \widetilde{dE}(t_i) \rangle = \sum_{i=1}^{n_t} dE(t_i) = E_{ein} \quad (5.1)$$

und aufgrund der unkorrelierten Erzeugung der Zufallszahlen berechnet sich die Varianz zu

$$\sigma^2 \left( \sum_{i=1}^{n_t} \widetilde{dE}(t_i) \right) = \sum_{i=1}^{n_t} \sigma^2(\widetilde{dE}(t_i)) = \sum_{i=1}^{n_t} c^2 dE(t_i) = c^2 E_{ein}. \quad (5.2)$$



Durch die Summation über viele Integrationsintervalle gewährleistet der *zentrale Grenzwertsatz* automatisch eine Gaußsche Verteilung der fluktuierten Gesamtenergie.

Weitere Vorteile dieses Verfahrens liegen darin, daß neben den parametrisierten Schauern auch die Energiedepositionen realer Teilchen damit fluktuiert werden können, wenn sie vom detaillierten Simulationsprogramm durch eine gemittelte Detektorgeometrie verfolgt werden. So können beliebige Anteile eines elektromagnetischen Schauers wahlweise parametrisiert oder detailliert simuliert werden, wie es im Simulationsprogramm H1FAST für den H1-Detektor häufig der Fall ist, wenn aufgrund geometrischer Randbedingungen nur Teile eines Schauers parametrisiert werden.

Die Simulation der Sampling-Fluktuationen kann auch ganz aus dem Simulationsschritt entfernt werden, um sie später im Rekonstruktionsprogramm auf der Ebene von Auslesezellen anzuwenden. Von dieser Möglichkeit wird im Konzept zur schnellen Simulation des H1-Detektors ebenfalls Gebrauch gemacht (siehe dazu Kapitel 6).

Die Gammaverteilung ist im vorgestellten Verfahren nicht die einzig mögliche Wahl zur Fluktuiierung der Energiebeträge. Vielmehr kann jede Verteilung deren Erwartungswert gleich der Varianz ist mit Hilfe eines Skalierungsparameters  $b$  die Gleichungen 5.1 und 5.2 erfüllen.

## 5.2 GEANT-Simulationen

Mit Hilfe von GEANT wurde 5 verschiedene Sampling-Kalorimeter mit den Materialzusammensetzungen

- Eisen-Flüssig-Argon (Fe-LAr),
- Kupfer-Szintillator (Cu-Sz),
- Wolfram-Flüssig-Argon (W-LAr),
- Blei-Flüssig-Argon (Pb-LAr) und
- Uran-Szintillator (U-Sz)

bei Strahlenergien von 1–100 GeV simuliert. Die Geometrieparameter und die effektiven Materialeigenschaften sind in Tabelle 5.2 zusammengefaßt und die Anzahl der simulierten Schauer geht aus Tabelle 5.1 hervor.

An der Einstellung der Simulationsparameter wurden keine Änderungen im Vergleich zu den homogenen Medien vorgenommen. Die Abschneideenergie für Photonen hat mit 10 keV bereits den kleinsten von GEANT akzeptierten Wert, und eine Überprüfung der automatisch berechneten Werte von DEEMAX und STMIN ergab eine ausreichende Anzahl von Verfolgungsschritten in den Kalorimeterschichten.

Sampling-Kalorimeter					
$E$ [GeV]	Fe-LAr	Cu-Sz	W-LAr	Pb-LAr	U-Sz
1	750	750	750	750	750
4	750	750	750	750	721
10	703	732	472	750	540
40	350	361	234	328	266
100	207	215	313	260	159

Tabelle 5.1: Anzahl der Ereignisse, die mit GEANT in verschiedenen Sampling-Kalorimetern detailliert simuliert wurden.

	Fe-LAr	Cu-Sz	W-LAr	Pb-LAr	U-Sz
$Z_p$	26	29	74	82	92
$Z_a$	18	6	18	18	6
$d_p$ [cm]	1,5	1,3	0,34	0,24	0,30
$d_a$ [cm]	2,0	0,5	0,4	0,5055	0,6
$Z_{eff}$	24,5	28,1	69,6	68,8	83,8
$\rho_{eff}$	4,17	6,75	9,62	4,60	6,93
$X_{0,eff}$ [g/cm <sup>2</sup> ]	14,6	13,2	7,13	7,40	6,53
$R_{M,eff}$ [g/cm <sup>2</sup> ]	14,2	14,5	17,6	17,3	17,9
$E_{c,eff}$ [MeV]	21,9	19,3	8,6	9,1	7,7
$\hat{e}$	0,947	0,861	0,718	0,691	0,624
$1/F_S$	0,996	0,918	1,0	0,464	0,962
$c = \sigma/\sqrt{E}$	0,109	0,151	0,133	0,077	0,125

Tabelle 5.2: Material- und Geometrieparameter der Sampling-Kalorimeter.

Eine endliche Abschneideenergie führt in Sampling-Kalorimetern zu dem prinzipiellen Problem, daß niederenergetische Teilchen, die an der Grenze der Absorberschicht entstehen, nicht weiter verfolgt werden, obwohl sie in den aktiven Schichten noch zum Signal beitragen könnten. Der damit verbundene Fehler ist umso geringer, je kleiner die Reichweite dieser Teilchen im Vergleich zur Absorberdicke ist. Für niederenergetische Elektronen kann diese Verhältnis abgeschätzt werden. Dabei ist zu berücksichtigen, daß bei kleinen Energien die Vielfachstreuung eine große Rolle spielt. WEBER gibt deshalb eine Parametrisierung der *praktischen* Reichweite  $R_p$  von Elektronen der kinetischen Energie  $E_k$  in Aluminium an [WEB64]:

$$R_p = AE_k \left\{ 1 - \frac{B}{1 + CE_k} \right\} \quad (5.3)$$

mit

$$\begin{aligned} A &= 0.55 \text{ mg}/(\text{cm}^2 \text{ keV}), \\ B &= 0.9841 \text{ und} \\ C &= 0.003 \text{ keV}^{-1}. \end{aligned}$$

Für Elemente mit höheren Kernladungszahlen gilt dabei

$$0,6 < R_p < 1.$$

Setzt man die Abschneideenergie für Elektronen ( $200 \text{ keV}$ ) in Gleichung 5.3 ein, so erhält man als praktische Reichweite  $R_p \approx 0,04 \text{ g/cm}^2$ . Für alle verwendeten Kalorimeterkonfigurationen ergibt sich deshalb bei konservativer Rechnung  $R_p/d_p < 0,01$ , so daß in der Simulation nur ein geringer Fehler in der Signalbildung zu erwarten ist.

### 5.3 Mittlere longitudinale Profile

Um den Einfluß der Schichtstruktur von Sampling-Kalorimetern auf die longitudinale Entwicklung elektromagnetischer Schauer zu veranschaulichen, wird in Abbildung 5.1 die mittlere longitudinale Energiedichteverteilung von  $10 \text{ GeV}$  Schauern im W-Lar Kalorimeter mit dem Profil in einem homogenen Kalorimeter verglichen. Die Energiedichteverteilung des homogenen Kalorimeters wurde mit Hilfe von GEANT-Simulationen auf einer Geometrie gewonnen, die durch eine perfekte Durchmischung von Wolfram und flüssigem Argon mit den gleichen Gewichtsanteilen wie im Sampling-Kalorimeter definiert wurde. Dies garantiert, daß alle für die Schauerentwicklung relevanten effektiven Materialparameter ( $Z$ ,  $A$ ,  $X_0$ ,  $R_M$ ,  $E_c$ ) gleich sind, so daß die beobachtbaren Unterschiede in den longitudinalen Profilen nur dadurch bewirkt werden können, daß im Falle des Sampling-Kalorimeters die verwendeten Elemente in Schichten angeordnet sind.

Der Grund für die beobachteten Unterschiede im Sampling-Kalorimeter, dessen Profil im Vergleich zum homogenen Kalorimeter in Richtung des Schauerstartpunktes verschoben erscheint, findet sich im Migrationseffekt der Photonenenergie. Die starke  $Z$ -Abhängigkeit von Photo- und Comptoneffekt bewirkt, daß niederenergetische Photonen bevorzugt im passiven Material absorbiert werden. Als Folge wird das über den gesamten Schauer gemittelte Signalverhältnis von Elektronen zu minimal ionisierenden Teilchen kleiner als 1, ( $\langle e/mip \rangle < 1$ ).

Eine genauere Betrachtung zeigt, daß der Migrationseffekt von der Schauertiefe abhängen muß. Während der Schauerentwicklung unterliegt das Teilchen- und Energiespektrum starken Veränderungen. In der ersten Phase der Schauerentwicklung, die durch die Produktion von Sekundärteilchen gekennzeichnet ist und deren Ende durch die Lage des Schauermaximums gegeben ist, wird das Signal stark von den Elektronen geprägt. Hier wird deshalb

$$\frac{e}{mip}(t < T) > \left\langle \frac{e}{mip} \right\rangle \quad (5.4)$$

gelten. In der anschließenden Phase der Energiedissipation, in der die Wirkungsquerschnitte für Photoeffekt, Comptoneffekt und Ionisation die für Bremsstrahlung und Paarbildung überwiegen, wird die Signalbildung durch die Eigenschaften der

## 5.3. Mittlere longitudinale Profile

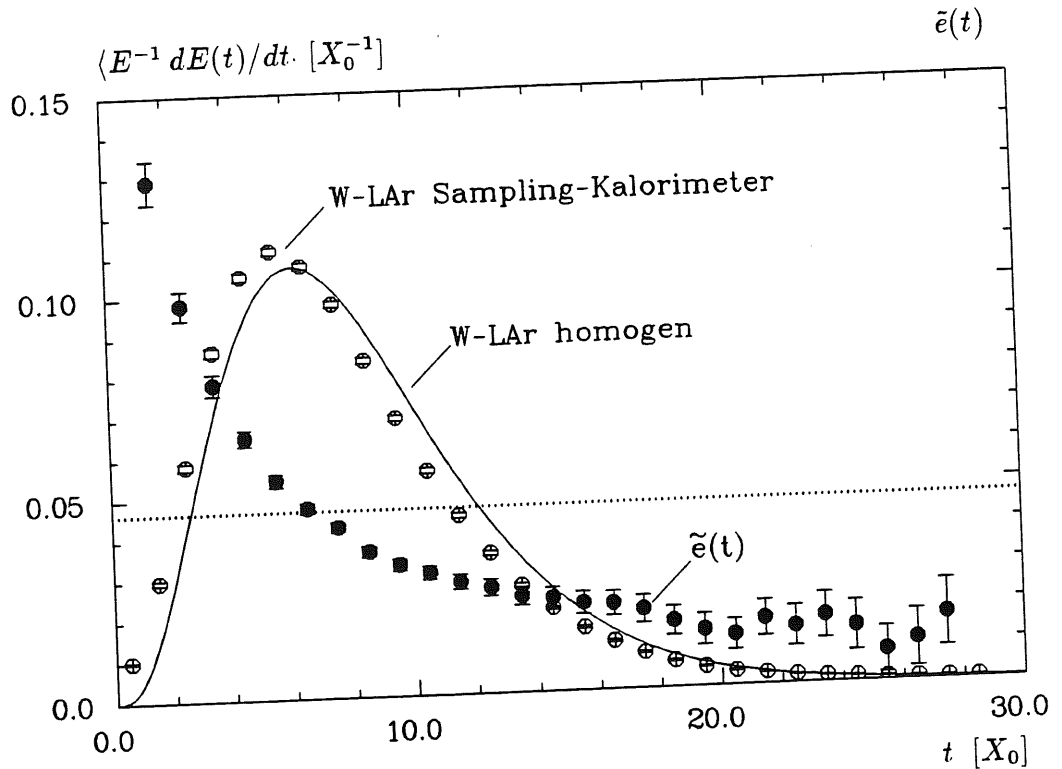


Abbildung 5.1: Mittlere longitudinale Profile im W-LAr Sampling-Kalorimeter und einem homogenen Kalorimeter. Der sichtbare Energieanteil  $\tilde{e}(t)$  und der über den Schauer gemittelte Wert  $\langle \bar{e} \rangle$  ( $\dots$ ) ist in willkürlichen Einheiten überlagert.

langreichweitigen Photonen dominiert, so daß hier

$$\frac{e}{mip}(t > T) < \left\langle \frac{e}{mip} \right\rangle \quad (5.5)$$

zu erwarten ist. Diese Zusammenhänge werden ebenfalls in Abbildung 5.1 demonstriert, wo der sichtbare Anteil der Schauerenergie

$$\bar{e} = \frac{E_a}{E_a + E_p} \quad (5.6)$$

für jede Schicht (eine passive und eine aktive Lage) als Funktion der Schauertiefe  $t$  dargestellt ist.  $\tilde{e}(t)$  beschreibt dabei näherungsweise die Differenz der beiden Profile. Die über den Schauer gemittelte Größe  $\langle \bar{e} \rangle$  ist ebenfalls abgebildet.

Die Abhängigkeit des Migrationseffektes von der Schauertiefe bewirkt also eine Verschiebung der longitudinalen Energiedichte in Sampling-Kalorimetern. Um eine geometrieabhängige Parametrisierung der Schauerprofile zu finden, soll daher im folgenden untersucht werden, in welcher Weise  $\tilde{e}(t)$  von kalorimeterspezifischen Größen abhängt.

Die Tiefenabhängigkeit des Migrationseffektes kann prinzipiell nur von zwei Eigenschaften des Sampling-Kalorimeters abhängen: den verwendeten Materialien und der geometrischen Anordnung der Schichten. Um dem Einfluß dieser

	W-LAr	W-LAr	W-LAr	W-LAr	Fe-LAr	W-LAr	Pb-LAr	U-LAr
$d_p$ [cm]	0,11	0,165	0,33	0,66	1,672	0,3325	0,532	0,304
$d_p$ [ $X_0$ ]	0,31	0,47	0,94	1,89	0,95	0,95	0,95	0,95
$d_a$ [cm]	0,2	0,3	0,6	1,2	0,7	0,7	0,7	0,7
$d_a$ [ $X_0$ ]	0,014	0,021	0,043	0,086	0,05	0,05	0,05	0,05
$\hat{\epsilon}$	0,718	0,718	0,718	0,718	0,947	0,718	0,691	0,659
$1/F_S$	0,328	0,493	0,985	1,97	1,0	1,0	1,0	1,0

Tabelle 5.3: Material- und Geometrieparameter spezieller Sampling-Kalorimeter.

Eigenschaften auf die Signalentwicklung zu untersuchen, wurden mit GEANT 8 Sampling-Kalorimeter bei einer Strahlenergie von 10 GeV simuliert, deren Material- und Geometrieparameter in Tabelle 5.3 zusammengefaßt sind. Bei den ersten 4 handelt es sich um Wolfram-LAr Kalorimeter, die sich in der Dicke der Schichten unterscheiden. Die übrigen unterscheiden sich in der Wahl des Absorbermaterials, weisen jedoch (elektromagnetisch) äquivalente Schichtdicken auf. In Abbildung 5.2 links sind die tiefenabhängigen sichtbaren Energieanteile für die simulierten W-LAr Kalorimeter dargestellt. Es zeigt sich eine deutliche Abhängigkeit von den Schichtdicken. Dabei ist der Effekt umso geringer, je dünner die Schichten ausfallen. Dies erklärt sich durch eine abnehmende Störung der Schauerentwicklung. So können im Falle sehr dünner Schichten mehr niederenergetische Photonen und Elektronen die Absorberschichten verlassen und zum Signal beitragen. Im Grenzfall unendlich dünner Schichten muß der Migrationseffekt verschwinden und sich das Verhalten eines homogenen Kalorimeters einstellen.

Die Abhängigkeit von  $\bar{\epsilon}(t)$  vom verwendeten Material (Abbildung 5.2 rechts) fällt wesentlich geringer aus als von der Schichtdicke. Allerdings ist der Effekt für das Eisen-LAr Kalorimeter weniger ausgeprägt als für die Kalorimeter mit Absorbern höherer Kernladungszahl. Natürlich muß der Migrationseffekt im Falle gleicher Kernladungszahlen in den aktiven und passiven Schichten ebenfalls verschwinden ( $\epsilon/mip = 1$ ).

Zur Parametrisierung longitudinaler Profile in Sampling-Kalorimetern müssen nun geeignete kalorimeterabhängige Größen gefunden werden, die die Material- und Geometrieabhängigkeit der Parameter  $T$  und  $\alpha$  beschreiben und in den oben besprochenen Grenzfällen in die Parametrisierungen für homogene Kalorimeter übergehen. Zusätzlich sollten sie aus dem Kalorimeterdesign berechenbar sein, damit parametrisierte Simulationen bereits in einem frühen Stadium der Kalorimeterentwicklung durchgeführt werden können, ohne auf detaillierte Simulationen zurückgreifen zu müssen.

Zur Beschreibung der Geometrieabhängigkeit kann die Anzahl der Sampling-Schichten pro effektiver Strahlungslänge,

$$F_S = \frac{X_{0,eff}}{d_a + d_p}, \quad (5.7)$$

dienen, die im folgenden als Sampling-Frequenz ( $F_S$ ) bezeichnet werden soll. Der

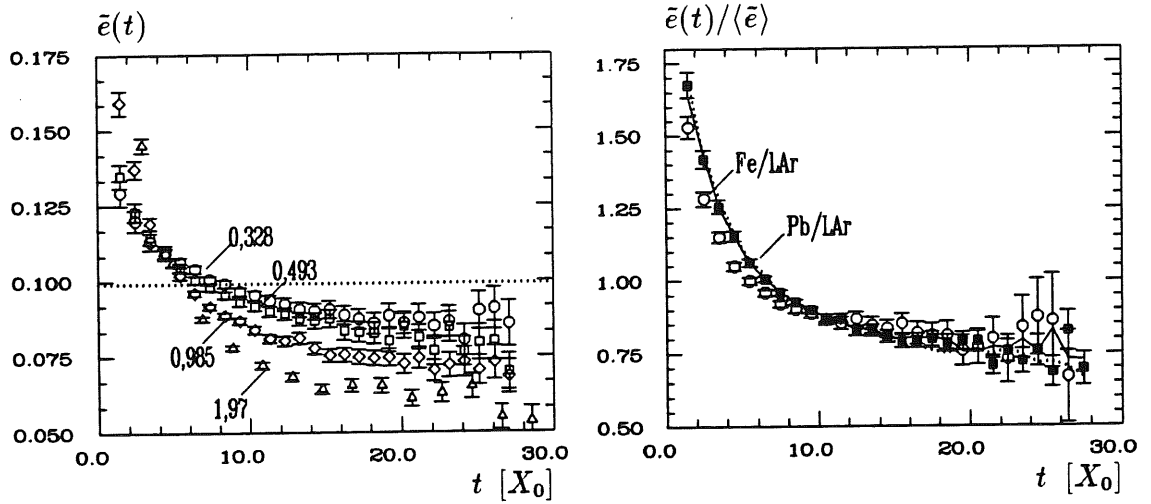


Abbildung 5.2: Tiefenabhängigkeit der sichtbaren Energieanteile für Kalorimeter unterschiedlicher Sampling-Frequenz (links) und unterschiedlicher Materialien (rechts). Die Werte der inversen Sampling-Frequenz sind im linken Bild angedeutet.

Kehrwert  $F_S^{-1}$ , der als „Sampling-Länge“ bezeichnet werden könnte, genügt dabei dem geforderten asymptotischen Verhalten,  $F_S^{-1} \rightarrow 0$  für  $d \rightarrow 0$ . Für die Materialabhängigkeit wurde die Größe

$$1 - \hat{e} = 1 - \frac{1}{1 + B(Z_p - Z_a)} \quad (5.8)$$

mit

$$B = 0,007$$

gewählt. Die Formel für  $\hat{e}$  stellt eine Parametrisierung des tatsächlichen Signalverhältnisses  $e/mip$  dar und wurde von DEL PESO et al. vorgeschlagen [PES90], die den Migrationseffekt in verschiedenen Kalorimetern untersucht haben. Der Wert  $B = 0,007$  gibt dabei eine gute Näherung für  $e/mip$  in Kalorimetern mit Schichtdicken  $0,2X_0 \lesssim d \lesssim 2X_0$  an. Zur Simulation von Kalorimetern mit kleineren oder größeren Schichtdicken muß statt  $\hat{e}$  das tatsächliche Signalverhältnis  $e/mip$ , das aus detaillierten Simulationen oder Daten zu bestimmen ist, in die Parametrisierungen eingesetzt werden. Die Werte für  $\hat{e}$  und  $F_S^{-1}$  sind in den Tabellen 5.2 und 5.3 ebenfalls aufgeführt.

In Abbildung 5.3 sind die Differenzen  $\Delta T = T - T_{hom}$  und  $\Delta \alpha = \alpha - \alpha_{hom}$ , die aus den Werten für  $T$  und  $\alpha$  der Sampling-Kalorimeter und den Parametrisierungen für homogene Medien gebildet wurden, als Funktionen der Sampling-Länge und von  $(1 - \hat{e})$  dargestellt. Im Bild oben links ist ein deutlicher linearer Zusammenhang zwischen  $\Delta T$  und der Sampling-Länge erkennbar, während die Abhängigkeit von  $(1 - \hat{e})$  (Bild oben rechts) weniger prägnant ausfällt. Ebenfalls näherungsweise linear hängt  $\Delta \alpha$  von der Geometrie ab (Bild unten links),

während eine Materialabhängigkeit praktisch ausgeschlossen werden kann, was an

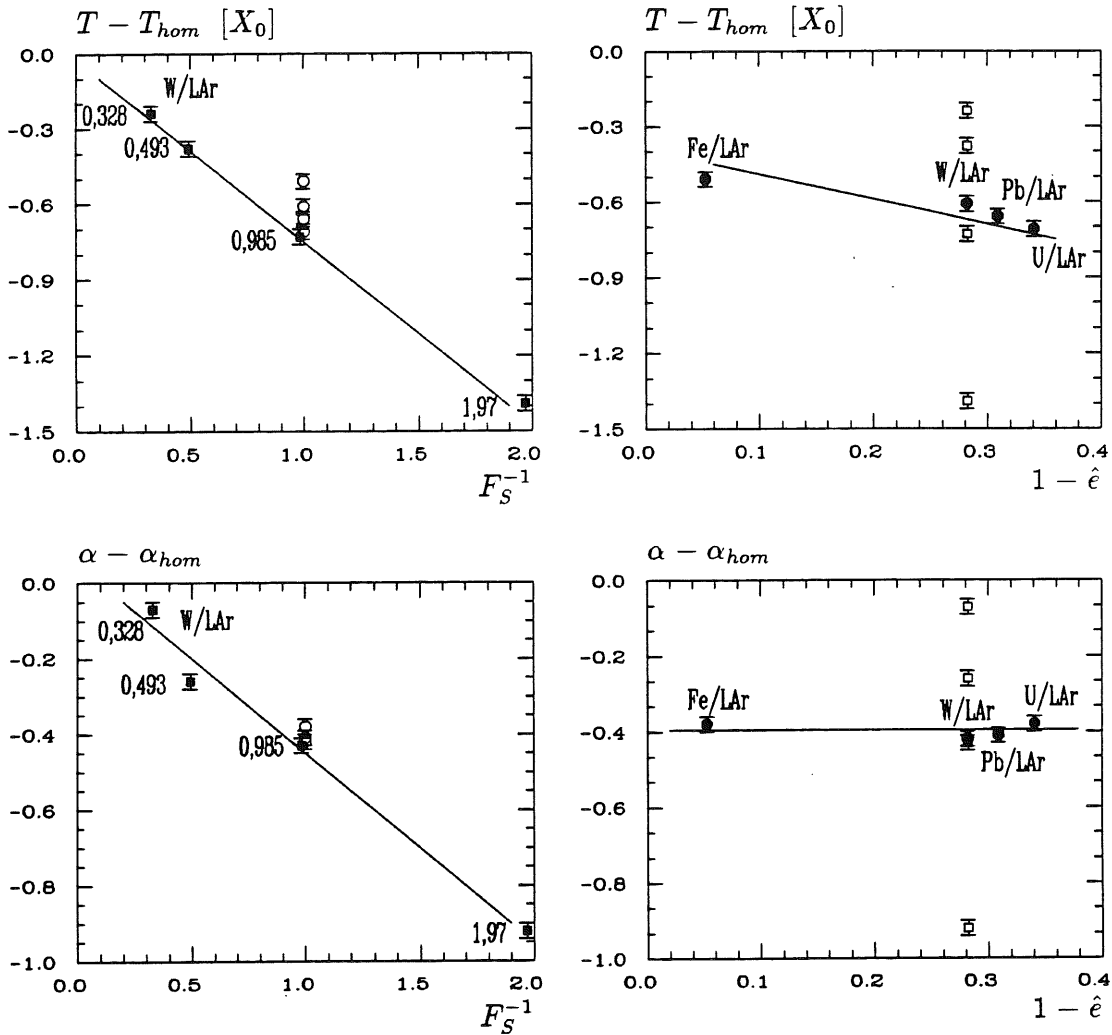


Abbildung 5.3: Korrekturterme der Parameter longitudinaler Schauerprofile als Funktion der Sampling-Länge (links) und von  $(1 - \hat{\epsilon})$  (rechts) (Fehler = MINUIT). Die Datenpunkte der Kalorimeter unterschiedlicher Sampling-Frequenz ( $\square$ ) und unterschiedlicher Materialien ( $\circ$ ) sind teilweise angedeutet. Die Linien sollen die prinzipiellen Abhängigkeiten von  $F_S^{-1}$  und  $1 - \hat{\epsilon}$  andeuten.

der Häufung der Datenpunkte im Bild unten links und deutlicher im Bild unten rechts zu sehen ist. Eine signifikante Energieabhängigkeit von  $\Delta T$  und  $\Delta \alpha$  wurde nicht festgestellt.

Zur Parametrisierung der Lagen der Schauermaxima der in Tabelle 5.2 beschriebenen Kalorimeter wurde die Funktion

$$T_{sam} = T_{hom} + t_1 F_S^{-1} + t_2 (1 - \hat{\epsilon}) \quad (5.9)$$

gewählt, in der der Index „sam“ auf die Gültigkeit in Sampling-Kalorimetern hinweist. Die Anpassung an die Datenpunkte, die in Abbildung 5.4 zusammen

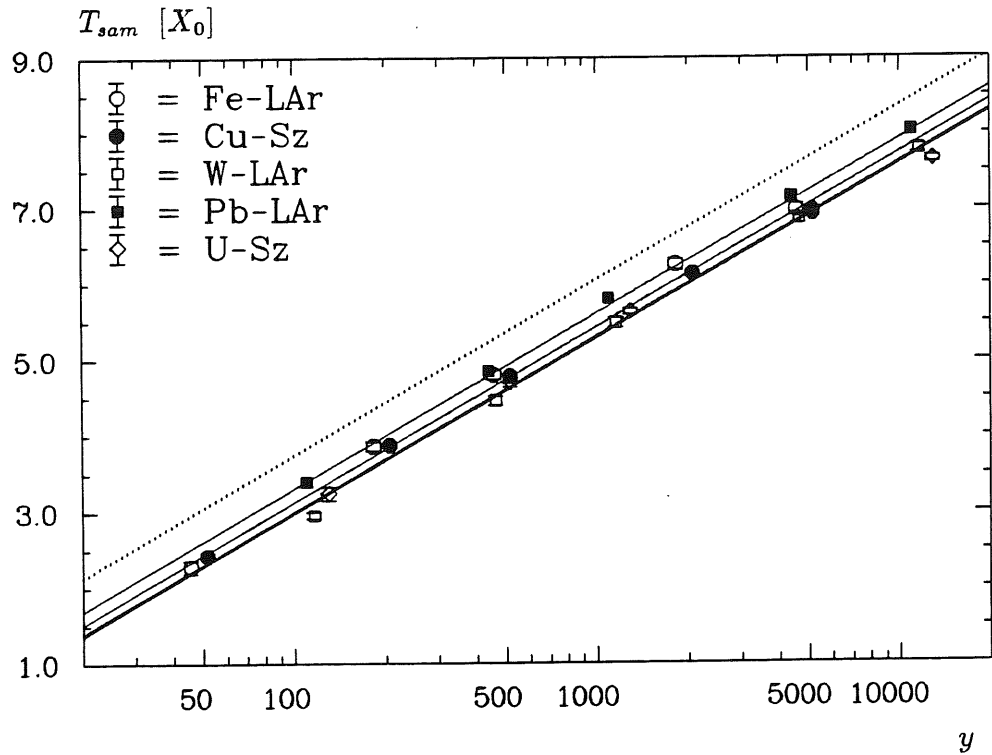


Abbildung 5.4: Die Lagen der Schauermaxima mittlerer longitudinaler Profile in Sampling-Kalorimetern. Die Fehlerbalken geben die durch das Anpassungsprogramm berechnete Genauigkeit wieder. Die Parametrisierung für homogene Medien ist als gepunktete Linie ( $\dots$ ) mit abgebildet.

mit den Parametrisierungen dargestellt ist, ergab

$$\begin{aligned} t_1 &= -0,59 \pm 0,02 \text{ und} \\ t_2 &= -0,53 \pm 0,07. \end{aligned}$$

Ein Vergleich mit der Parametrisierung für homogene Medien, die als gepunktete Linie ebenfalls abgebildet ist, zeigt die erwartete geometrieabhängige Verschiebung in Richtung des Schauerstartpunktes. Eine Anpassung der Funktion

$$\alpha_{sam} = \alpha_{hom} + a_1 F_S^{-1} \quad (5.10)$$

an die in Abbildung 5.5 dargestellten Werte für  $\alpha$  ergab

$$a_1 = -0,444 \pm 0,004 .$$

Abhängig von der jeweiligen Sampling-Frequenz (Tabelle 5.3) ergeben sich für  $\alpha$  niedrigere Werte, verglichen mit einem äquivalenten homogenen Kalorimeter.

Ein Vergleich der mit GEANT simulierten longitudinalen Energiedichteverteilungen mit den unter Verwendung von Gleichung 5.9 und 5.10 erzeugten Gamma-verteilungen (Abbildung 5.6) zeigt eine gute Übereinstimmung für alle betrachteten Kalorimeter und Energien.



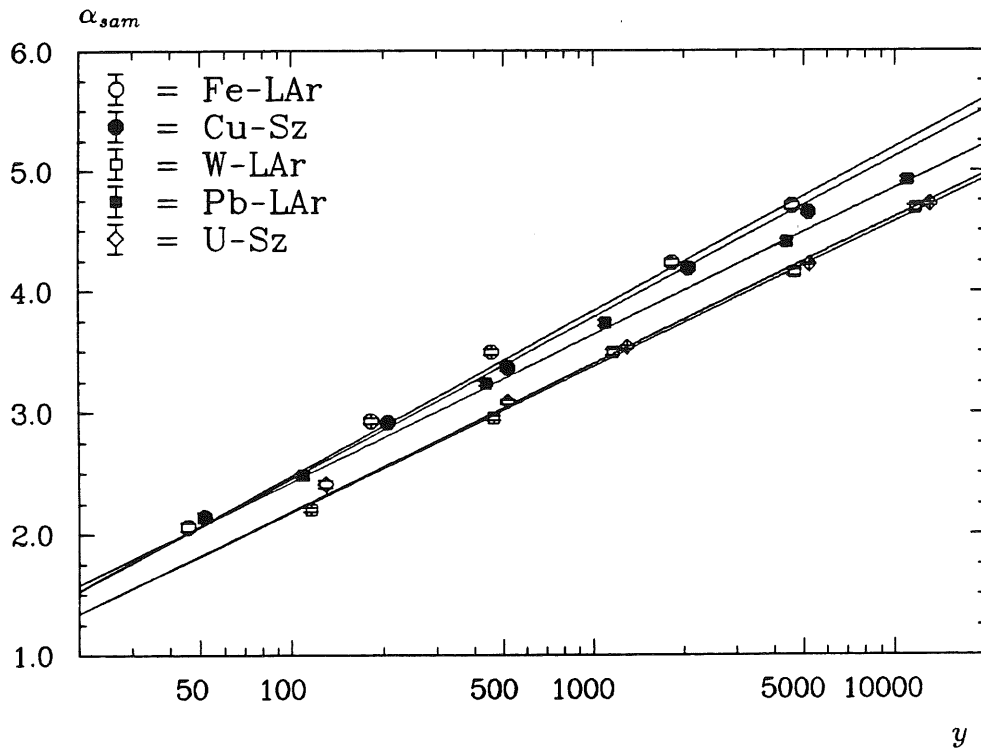


Abbildung 5.5: Die Schauerparameter  $\alpha$  in Sampling-Kalorimetern (Fehler = MINUIT).

Die Parametrisierungen für  $T_{sam}$  und  $\alpha_{sam}$  genügen nicht vollständig den oben aufgestellten Forderungen, weil sich die Parameter für homogene Medien nur einstellen, wenn  $F_S^{-1}$  und  $(1 - \hat{\epsilon})$  gemeinsam gegen Null streben. Extreme (und unrealistische) Kalorimeteranordnungen mit  $Z_p \approx Z_a$  und  $F_S^{-1} \approx 0$  werden deshalb von den Gleichungen 5.9 und 5.10 nicht erfaßt. Formulierungen, die die Forderungen vollständig erfüllten, führten in der Anpassung jedoch immer zu schlechteren Werten für  $\chi^2/N_f$ . Es wurde deshalb einer guten Beschreibung realistischer Kalorimeter der Vorzug gegenüber einer theoretisch vollständig befriedigenden Lösung gegeben. Die Gültigkeit der Parametrisierungen wird dadurch auf Sampling-Kalorimeter mit  $Z_p > Z_a$  und, bei Verwendung von  $\hat{\epsilon}$  aus Gleichung 5.8, auf Schichtdicken  $0,2X_0 \lesssim d \lesssim 2X_0$  eingeschränkt. Auf die Verwendung der Parametrisierungen in realistischen Kalorimetern, die durch die Gleichungen 5.9 und 5.10 nicht beschrieben werden können, wird noch einmal im Abschnitt 5.4 eingegangen.

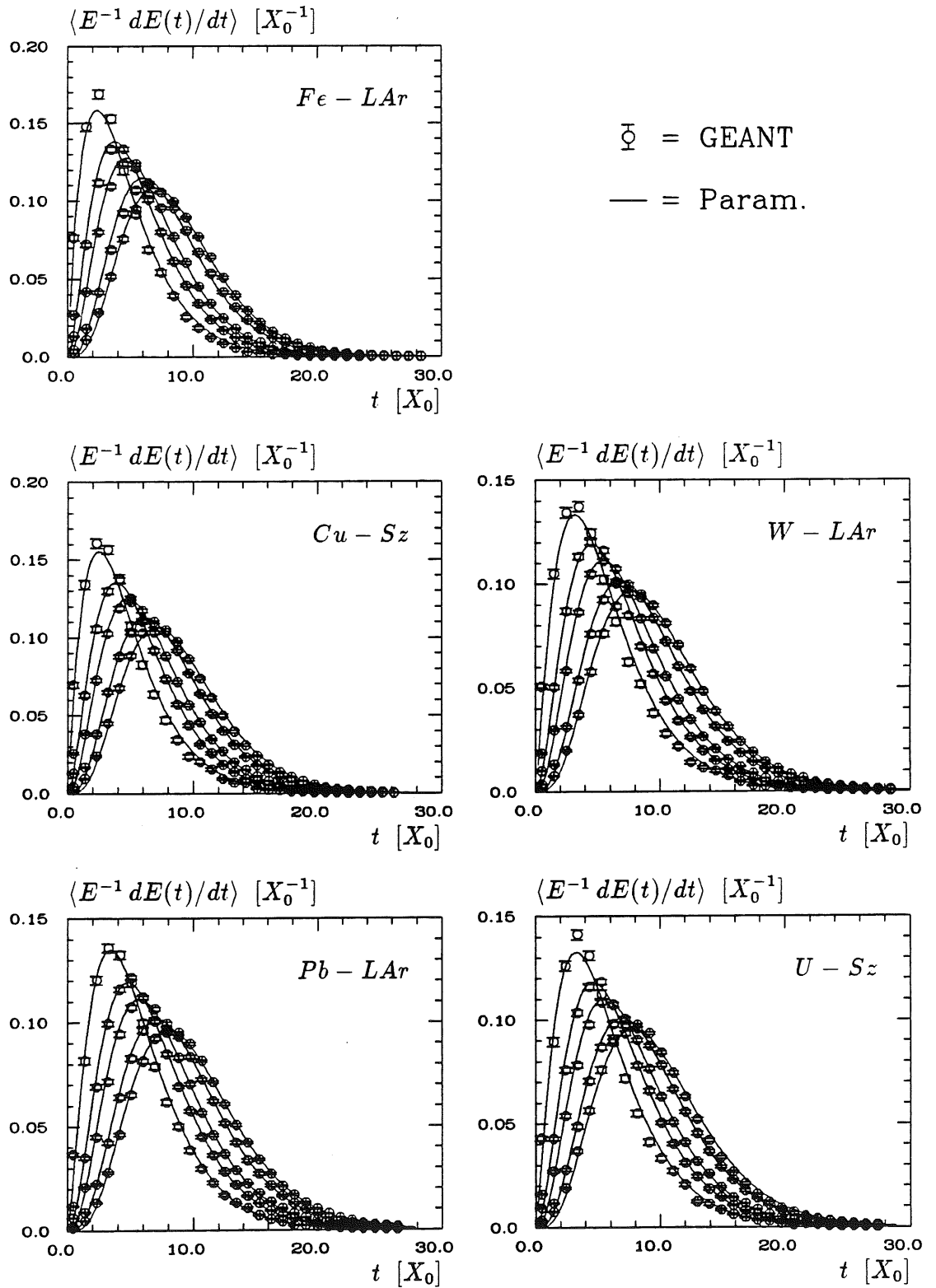


Abbildung 5.6: Vergleich mittlerer longitudinaler Profile in Sampling-Kalorimetern für 1, 4, 10, 40 und 100 GeV.

## 5.4 Fluktuationen longitudinaler Profile

Die Parametrisierung der Profilverfluktuationen in den longitudinalen Energiedichteverteilungen in Sampling-Kalorimetern läßt sich in weitgehender Analogie zum bisherigen Vorgehen durchführen. Zuerst wurden, wie im Falle der homogenen Medien, die Verteilungen von  $\ln T$  und  $\ln \alpha$  durch Anpassung von Gammaverteilungen an einzelne Schauer aufgenommen und die Erwartungswerte, Fluktuationen und Korrelationen der Parameter ermittelt. Zur Parametrisierung der Erwartungswerte der Logarithmen von  $T$  und  $\alpha$  wurden die Logarithmen der Gleichungen 5.9 und 5.10 unter Verwendung der Parametrisierungen für homogene Medien aus den Gleichungen 4.13 und 4.14 verwendet:

$$\langle \ln T_{sam} \rangle = \ln \left( \exp(\langle \ln T_{hom} \rangle) + t_1 F_S^{-1} + t_2(1 - \hat{e}) \right) \quad (5.11)$$

$$\langle \ln \alpha_{sam} \rangle = \ln \left( \exp(\langle \ln \alpha_{hom} \rangle) + a_1 F_S^{-1} \right) \quad (5.12)$$

mit

$$\begin{aligned} \exp(\langle \ln T_{hom} \rangle) &= \ln(\ln y - 0.812) \\ \exp(\langle \ln \alpha_{hom} \rangle) &= \ln(0.81 + (0.458 + 2.26/Z_{eff}) \ln y) . \end{aligned}$$

Die Anpassung ergab

$$\begin{aligned} t_1 &= -0,55 \pm 0,01 \\ t_2 &= -0,69 \pm 0,05 \\ a_1 &= -0.476 \pm 0,009 \end{aligned}$$

und ist in Abbildung 5.7 graphisch dargestellt.

Die Fluktuationen und Korrelationen der Parameter wiesen keine eindeutige Abhängigkeit vom Kalorimeterdesign auf und konnten durch die gleichen Formel wie sie auch für homogene Medien benutzt wurden beschrieben werden:

$$\sigma(\ln T_{sam}) = (s_1 + s_2 \ln y)^{-1} \quad (5.13)$$

$$\sigma(\ln \alpha_{sam}) = (s_3 + s_4 \ln y)^{-1} \quad (5.14)$$

$$\rho(\ln T_{sam}, \ln \alpha_{sam}) = r_1 + r_2 \ln y \quad (5.15)$$

mit

$$\begin{aligned} s_1 &= -2,5 \pm 0,1 \\ s_2 &= 1,25 \pm 0,02 \\ s_3 &= -0,82 \pm 0,09 \\ s_4 &= 0,79 \pm 0,02 \\ r_1 &= 0,784 \pm 0,009 \\ r_2 &= -0.023 \pm 0,002 \end{aligned}$$

Der graphische Vergleich (Abbildung 5.7) zeigt eine etwas stärkere Korrelation der Parameter als bei den homogenen Medien. Die Fluktuationen sind bei niedrigen

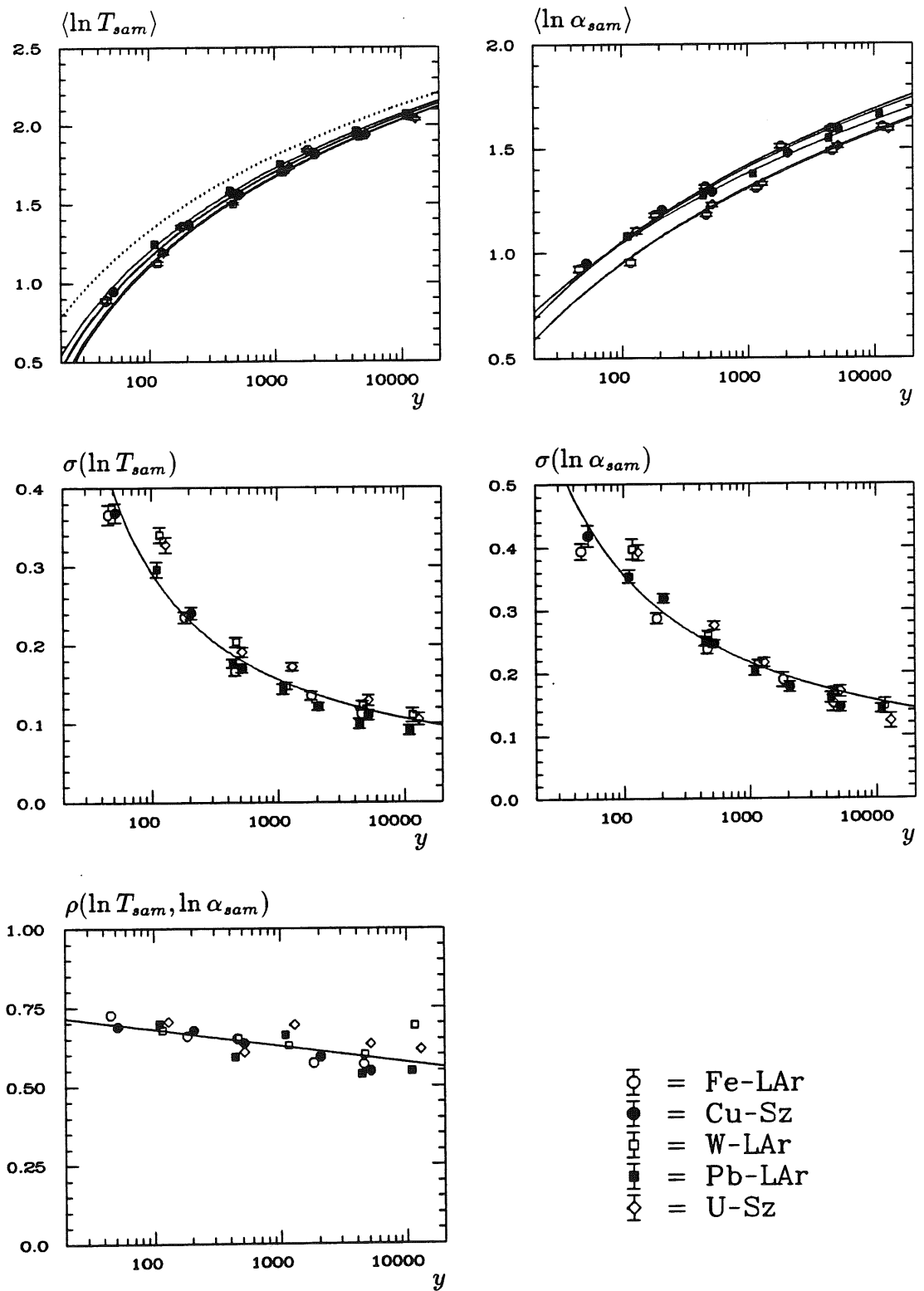


Abbildung 5.7: Parameter fluktuierender longitudinaler Profile in Sampling-Kalorimetern. Die Fehlerbalken der Erwartungswerte und Fluktuationen ergeben sich aus den angepassten Gaußverteilungen. Im Bild oben links ist die Parametrisierung für homogene Medien mit abgebildet (...).

Energien in Sampling-Kalorimetern größer. Mit wachsender Energie nähern sie sich an die Werte für homogene Kalorimeter an.

In den Abbildungen 5.8, 5.9 und 5.10 werden die Mittelwerte und die Fluktuationen der GEANT-Simulationen mit parametrisierten Simulation verglichen. Die parametrisierten longitudinalen Profile wurden dabei mit Hilfe des im vorhergehenden Kapitel beschriebenen Algorithmus unter Hinzunahme der Simulation der Sampling-Fluktuationen erzeugt. Die Wiedergabe der Fluktuationen gelingt hier wesentlich besser als in den homogenen Kalorimetern, weil die lokalen Fluktuationen durch die beschriebene Behandlung der Sampling-Fluktuationen konsistent berücksichtigt werden können. In Abbildung 5.8 (links oben) ist beispielhaft der Beitrag der globalen Fluktuationen zu den Gesamtfluktuationen mit abgebildet.

Für die Verwendung der Parametrisierungen gelten die gleichen Einschränkungen wie sie bereits im vorigen Abschnitt besprochen wurden. Die Unabhängigkeit der Fluktuationen und Korrelationen von den Material- und Geometrieigenschaften erlaubt jedoch eine Ausdehnung der Algorithmen auf einige spezielle, realistische Kalorimeter. In Kalorimetern mit sehr dicken Absorberschichten und sehr dünnen Auslesebereichen, wie es z.B. bei der Verwendung von Silizium als Auslesematerial der Fall ist (z.B. H1 PLUG-Kalorimeter:  $d_p = 6,5 \text{ cm}$ ,  $d_a = 400 \mu\text{m}$ ), verläuft die Signalbildung praktisch ungestört im Absorber, so daß der Migrationseffekt verschwindet ( $e/mip \approx 1$ ). In diesen Fällen müssen die Mittelwerte für  $\ln T$  und  $\ln \alpha$  durch die Parametrisierungen für homogene Medien ersetzt werden.

Zwei weitere Beispiele für Kalorimeteranordnungen, die zukünftig in Experimenten der Hochenergiephysik eine Rolle spielen könnten, sind Kalorimeter in denen die Sampling-Struktur parallel zur Einfallsrichtung der Teilchen angeordnet ist (sogenannte Spaghetti Kalorimeter) und Silizium Kalorimeter, in denen spezielle Maßnahmen ergriffen werden, um das Signalverhältnis  $e/mip$  zu verringern und dadurch Kompensation zu erreichen. Im letzteren Fall werden Materialien unterschiedlicher Kernladungszahlen als Absorber verwendet und die Siliziumschichten werden durch Schichten niedriger Kernladungszahl (z.B. G10) flankiert. Eine typische Anordnung könnte durch die Abfolge  $\dots \text{Pb-Fe-G10-Si-G10-Pb-Fe} \dots$  beschrieben werden. Der Effekt dieser Anordnung besteht darin, daß die mittlere kinetische Energie der im Blei erzeugten niederenergetischen Elektronen kleiner ist als die kritische Energie im Eisen, so daß sie dort ohne weitere Teilchenproduktion absorbiert werden (sogenannter *energy filtering effect* [BOR89]). Niederenergetische Elektronen, die vom Blei zurückgestreut werden, werden in den G10-Schichten absorbiert (sogenannter *local hardening effect* [LEM89]).

Für diese beiden Kalorimetertypen können die Parametrisierungen nicht ohne weiteres benutzt werden, da im ersten Fall die Sampling-Frequenz keine Bedeutung hat und im zweiten Fall der Migrationseffekt manipuliert wird. Es kann in diesen Fällen jedoch ausreichen, unter Beibehaltung des Algorithmus nur die Erwartungswerte von  $\ln T$  und  $\ln \alpha$  neu zu bestimmen. Dies kann zum Beispiel durch eine Anpassung der Gleichungen 5.9 und 5.10 an detaillierte Simulationen erfolgen, in der die Sampling-Frequenz oder  $\hat{e}$  als freie Parameter zugelassen werden, wurde hier jedoch nicht näher untersucht.

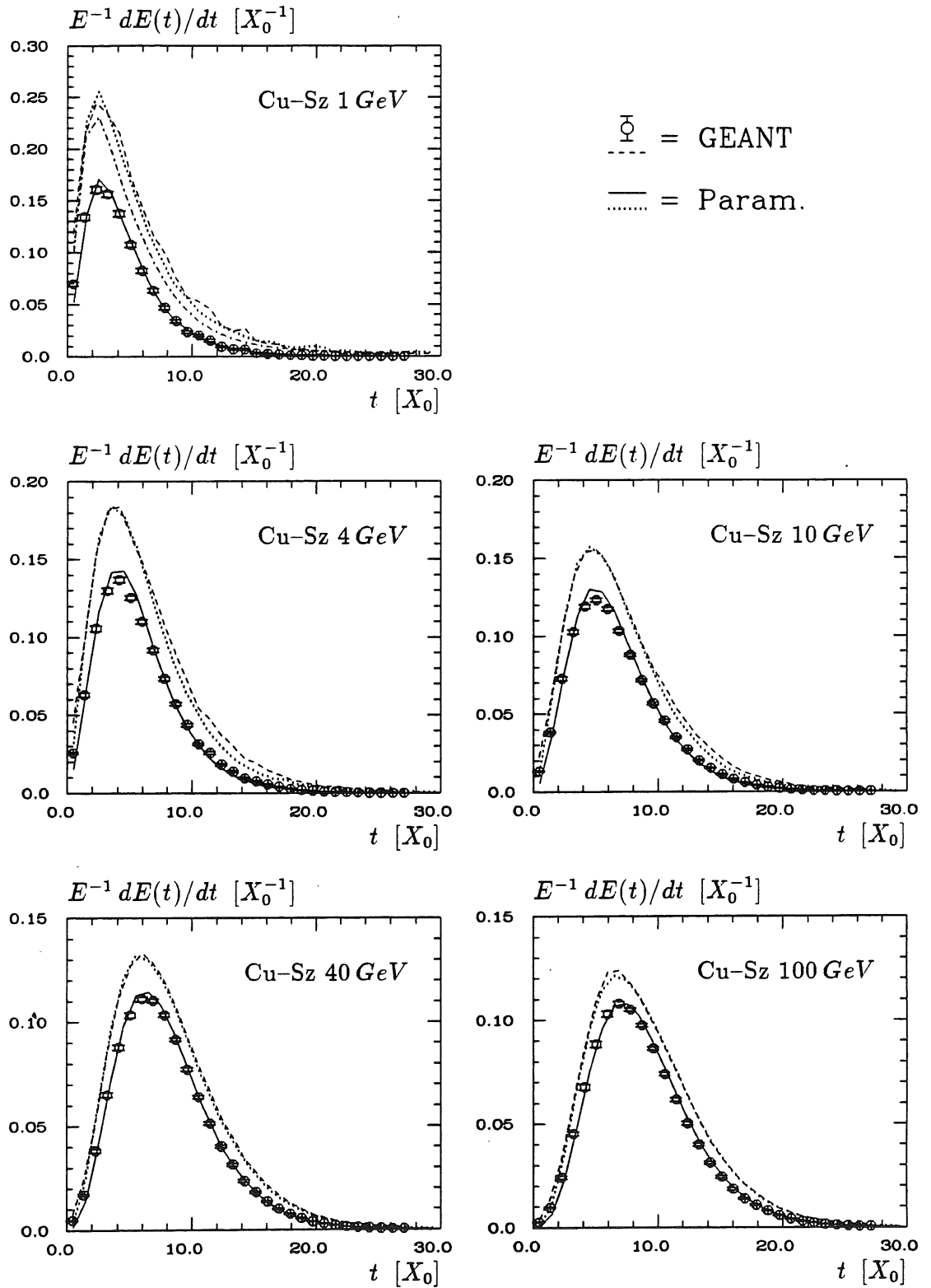


Abbildung 5.8: Vergleich parametrisierter und GEANT-generierter longitudinaler Profile im Cu-Sz Kalorimeter. Die Fluktuationen gehen aus den gestrichelten Linien hervor (- - -,  $\dots$  = Mittelwert +  $\sigma_{RMS}$ ). Für eine Energie von 1 GeV sind Beiträge der globalen Fluktuationen mit eingetragen (dash-dot).

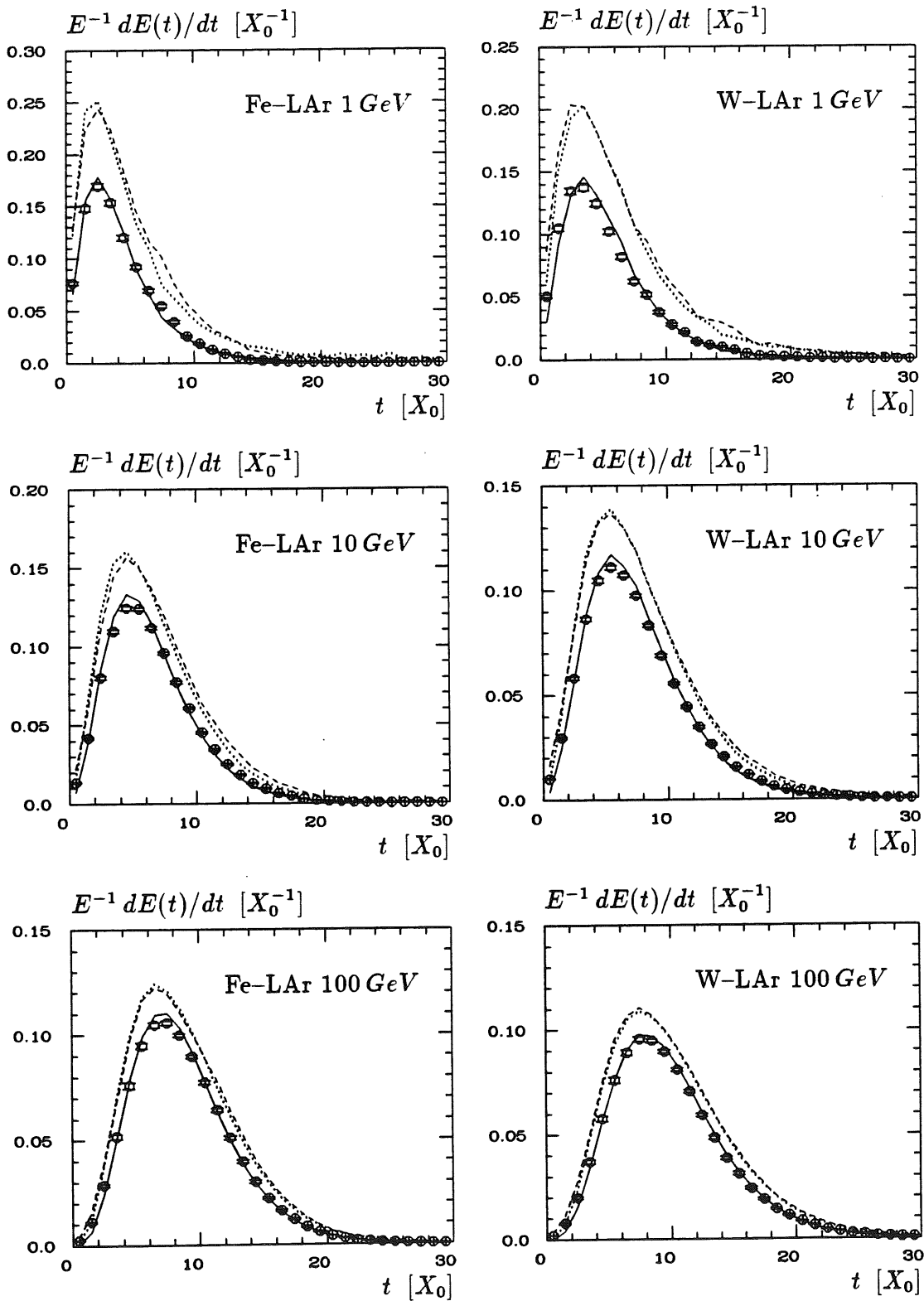


Abbildung 5.9: Vergleich parametrisierter und GEANT-generierter longitudinaler Profile im Fe-LAr Kalorimeter (links) und im W-LAr Kalorimeter (rechts). Es gilt die gleiche Legende wie in Abbildung 5.8.

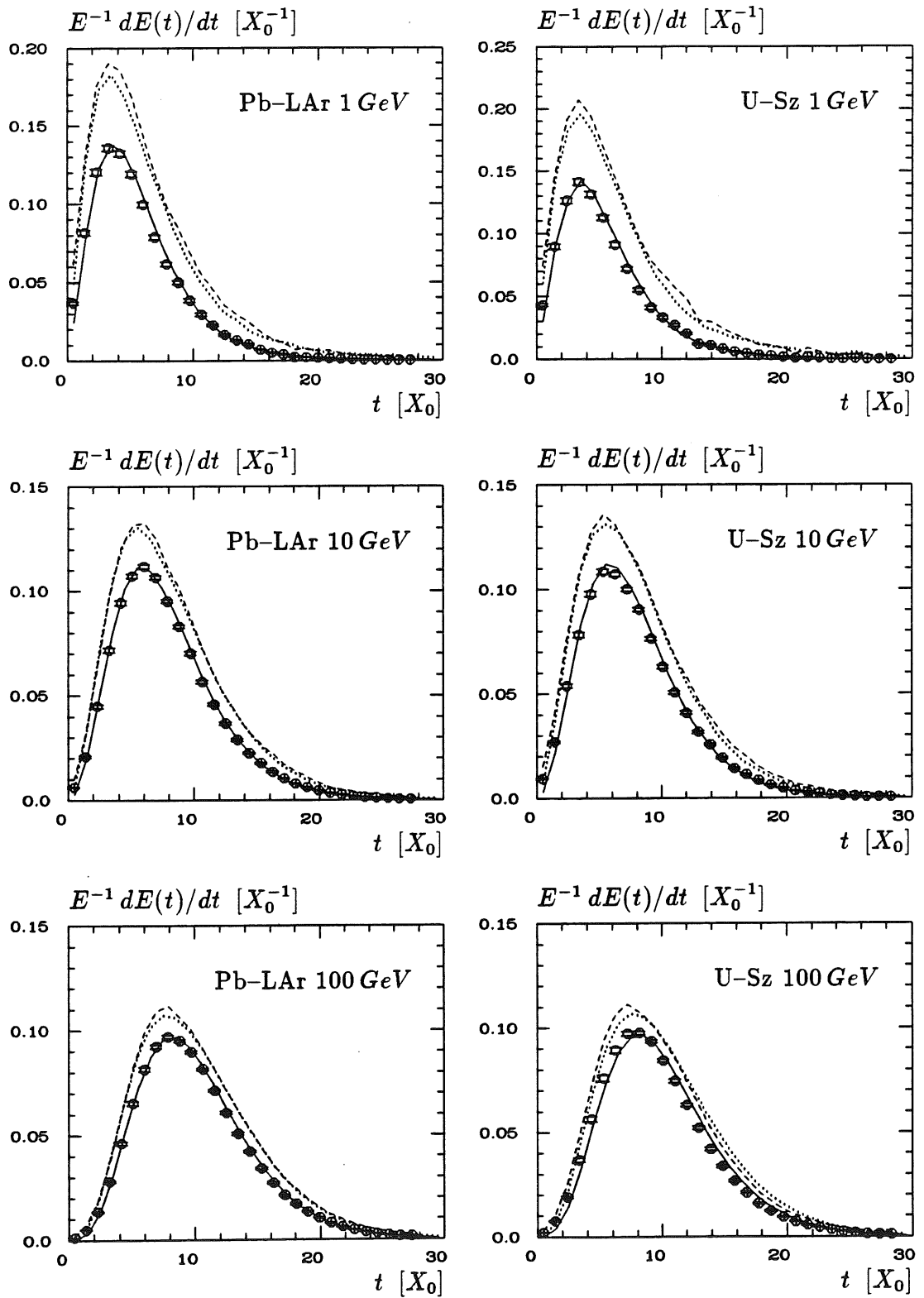


Abbildung 5.10: Vergleich parametrisierter und GEANT-generierter longitudinaler Profile im Pb-LAr Kalorimeter (links) und im U-Sz Kalorimeter (rechts). Es gilt die gleiche Legende wie in Abbildung 5.8.



## 5.5 Mittlere radiale Profile

Zum Einfluß der Sampling-Struktur auf die radiale Signalentwicklung elektromagnetischer Schauer seien zunächst wieder einzelne radiale Profile in einem Sampling-Kalorimeter und einem homogenen Kalorimeter verglichen (Abbildung 5.11 links). Das homogene Kalorimeter bestand dabei wieder aus einer Durchmischung der Materialien mit den gleichen Gewichtsanteilen wie im Sampling-Kalorimeter. Der Unterschied in den Profilen läßt sich durch eine Verschiebung von Energie in den Übergangsbereich von Zentral- und Koronarbereich (0.5–1.5 Molière-Radien) im Sampling-Kalorimeter charakterisieren: Die Energiedichte wächst im Übergangsbereich, während sie in den angrenzenden Bereichen niedriger ausfällt als im homogenen Kalorimeter. Dabei wird der Unterschied umso geringer, je weiter der Schauer in das Kalorimeter eindringt.

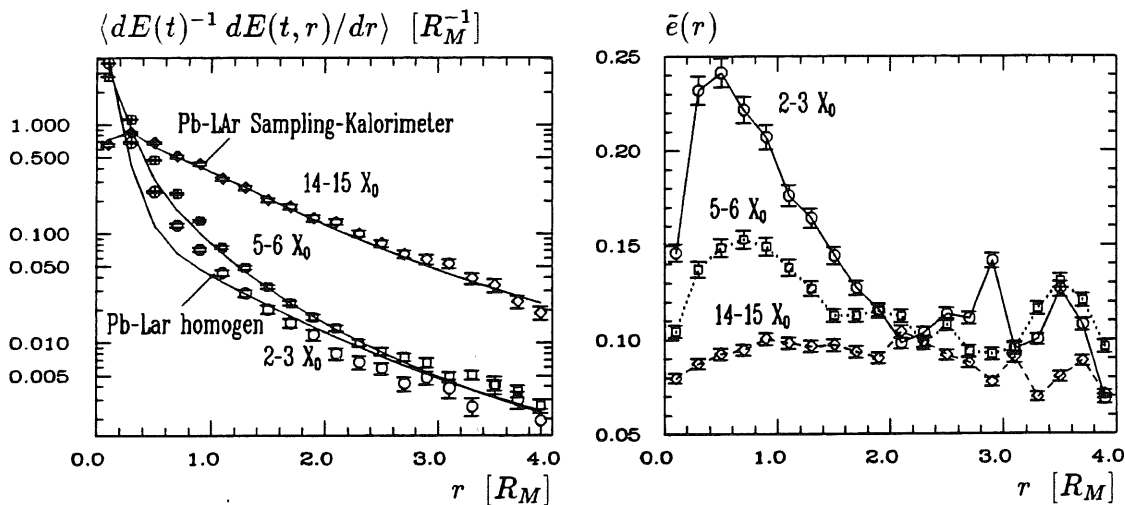


Abbildung 5.11: Mittlere radiale Profile in einem Pb-LAr Kalorimeter und einem homogenen Kalorimeter (links) und die sichtbaren Energieanteile als Funktion des Radius in verschiedenen Schauertiefen (rechts).

### Der radiale Migrationseffekt

Die Verzerrung der radialen Profile in Sampling-Kalorimetern läßt sich wieder durch den Migrationseffekt der Photonenenergie erklären. Neben der in Abschnitt 5.3 besprochenen Tiefenabhängigkeit des Migrationseffektes ist natürlich auch eine radiale Abhängigkeit zu erwarten. In Abbildung 5.11 ist der sichtbare Energieanteil

$$\bar{e}(r) = \frac{\langle E_a \rangle}{\langle E_a + E_p \rangle}$$

für jede radiale Auslesezone für die drei in Abb. 5.11 betrachteten Schauertiefen dargestellt. Sie deutet einen effizienteren Nachweis der Schauerenergie im

Übergangsbereich an, der mit zunehmenden Schauertiefe verschwindet.<sup>1</sup> Diese Abhängigkeit des Migrationseffektes vom Radius erklärt somit das beobachtete Verhalten der radialen Profile in Sampling-Kalorimetern.

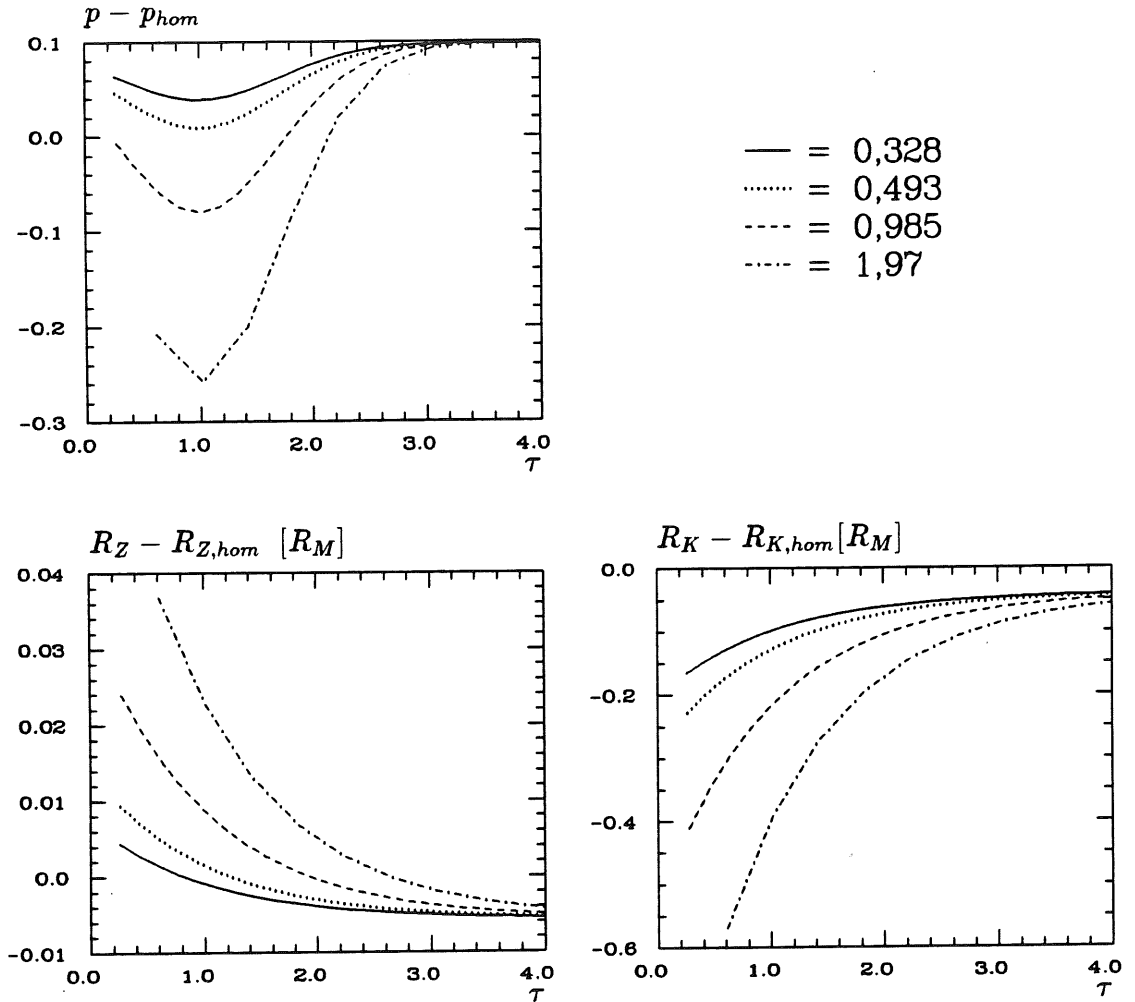


Abbildung 5.12: Korrektur der Parameter radialer Profile für Kalorimeter unterschiedlicher Sampling-Frequenz. Die Legende oben rechts gibt die Werte der Sampling-Länge  $F_S^{-1}$  an.

Die Parametrisierung der radialen Profile sollen nun wie bei den longitudinalen Profilen durch Ableitung von Korrekturtermen für die Parametrisierungen homogener Medien vorgenommen werden. Im Gegensatz zu den longitudinalen Profilen müssen die Korrekturen hier jedoch neben einer Material- und Geometrieabhängigkeit, die wieder durch die Sampling-Frequenz und  $\hat{e}$  berücksichtigt werden können, zusätzlich von der Schauertiefe  $\tau$  abhängen.

<sup>1</sup>Die über  $\tau$  gemittelte Höhe von  $\hat{e}$  in Abbildung 5.11 für verschiedene Schauertiefen  $t$  ist eine Konsequenz des longitudinalen Migrationseffektes.

Zur Ableitung geeigneter funktionaler Zusammenhänge wurde der Einfluß der Sampling-Frequenz und der Materialien auf den radialen Migrationseffekt mit Hilfe der bereits in Abschnitt 5.3 verwendeten acht Kalorimeter untersucht. Die benötigten Korrekturen  $\Delta R_Z = R_Z - R_{Z,hom}$ ,  $\Delta R_K = R_K - R_{K,hom}$  und  $\Delta p = p - p_{hom}$  sind in Abbildung 5.12 als Funktion der Schauertiefe  $\tau$  für die Wolfram-LAr Kalorimeter miteinander verglichen. Dabei zeigt sich das erwartete Verhalten einer abnehmender Korrektur mit steigender Schauertiefe, die jedoch nicht gegen Null geht. Für kleine  $\tau$  sind die Korrekturen zunächst umso größer, je größer die Sampling-Länge ist, um sich in großen Schauertiefen anzugleichen. Die unterschiedlichen Vorzeichen von  $\Delta R_Z$  und  $\Delta R_K$  bewirken eine breitere Verteilung im Zentralbereich und eine schmalere Verteilung im Koronarbereich, was zur beobachteten Verlagerung der Energiedichte in den Übergangsbereich führt. Für die Gewichtsfunktion  $p$  ergab sich eine Korrektur, die der Koronarkomponente im Übergangsbereich ein größeres Gewicht zuwies. Die Höhe der Korrektur hing dabei ebenfalls eindeutig von der Sampling-Frequenz ab.

Für die Kalorimeter mit unterschiedlichen Materialien zeigte sich eine zusätzliche Abhängigkeit der Korrekturen, die umso kleiner ausfielen, je weiter sich  $\hat{\epsilon}$  dem Wert 1 näherte.

### Anpassung und Vergleich

Zu einer guten Übereinstimmung mit den GEANT-Daten führten schließlich die folgenden Parametrisierungen für  $R_Z$ ,  $R_K$  und  $p$ :

$$R_{Z,sam} = R_{Z,hom} + z_1(1 - \hat{\epsilon}) + z_2 F_S^{-1} \exp(-\tau) \quad (5.16)$$

$$R_{K,sam} = R_{K,hom} + k_1(1 - \hat{\epsilon}) + k_2 F_S^{-1} \exp(-\tau) \quad (5.17)$$

$$p_{sam} = p_{hom} + (1 - \hat{\epsilon})(p_1 + p_2 F_S^{-1} \exp(-(\tau - 1)^2)) \quad (5.18)$$

mit

$$z_1 = -0,0203 \pm 0,0004$$

$$z_2 = 0,0397 \pm 0,0002$$

$$k_1 = -0,140 \pm 0,003$$

$$k_2 = -0,495 \pm 0,004$$

$$p_1 = 0,348 \pm 0,001$$

$$p_2 = -0,642 \pm 0,003.$$

Der Zusammenhang der Dichteverteilungen mit  $F_S$  und  $\hat{\epsilon}$  ist weit weniger zwingend als bei den longitudinalen Profilen. Auf den Versuch einer physikalischen Interpretation soll hier deshalb verzichtet werden. Statt dessen sollten die Korrekturfunktionen als phänomenologische Berücksichtigung des radialen Migrationseffektes verstanden werden.

Ein Vergleich der Parametrisierungen mit den GEANT-Daten ist den Abbildungen 5.13, 5.14 und 5.15 dargestellt.

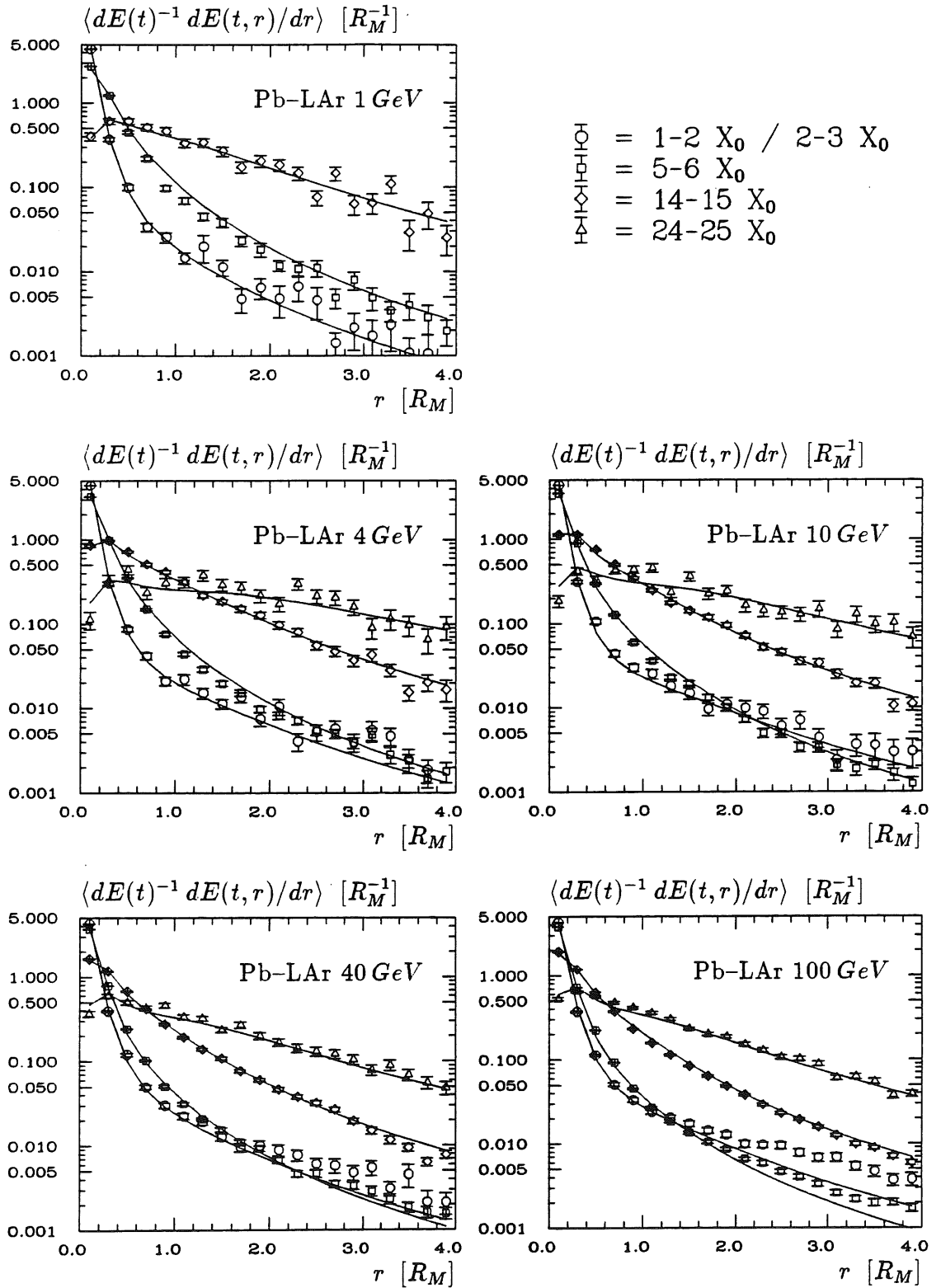


Abbildung 5.13: Vergleich mittlerer radialer Profile im Pb-LAr Kalorimeter. Die Parametrisierungen sind durch durchgezogene Linien (—) dargestellt. Für die GEANT-Simulationen beziehen sich die offenen Kreise ( $\circ$ ) bei den Schauerenergien 1, 4, und 10 GeV auf Schauertiefen von 1-2 $X_0$ , bei Energien von 40 und 100 GeV auf 2-3 $X_0$ .

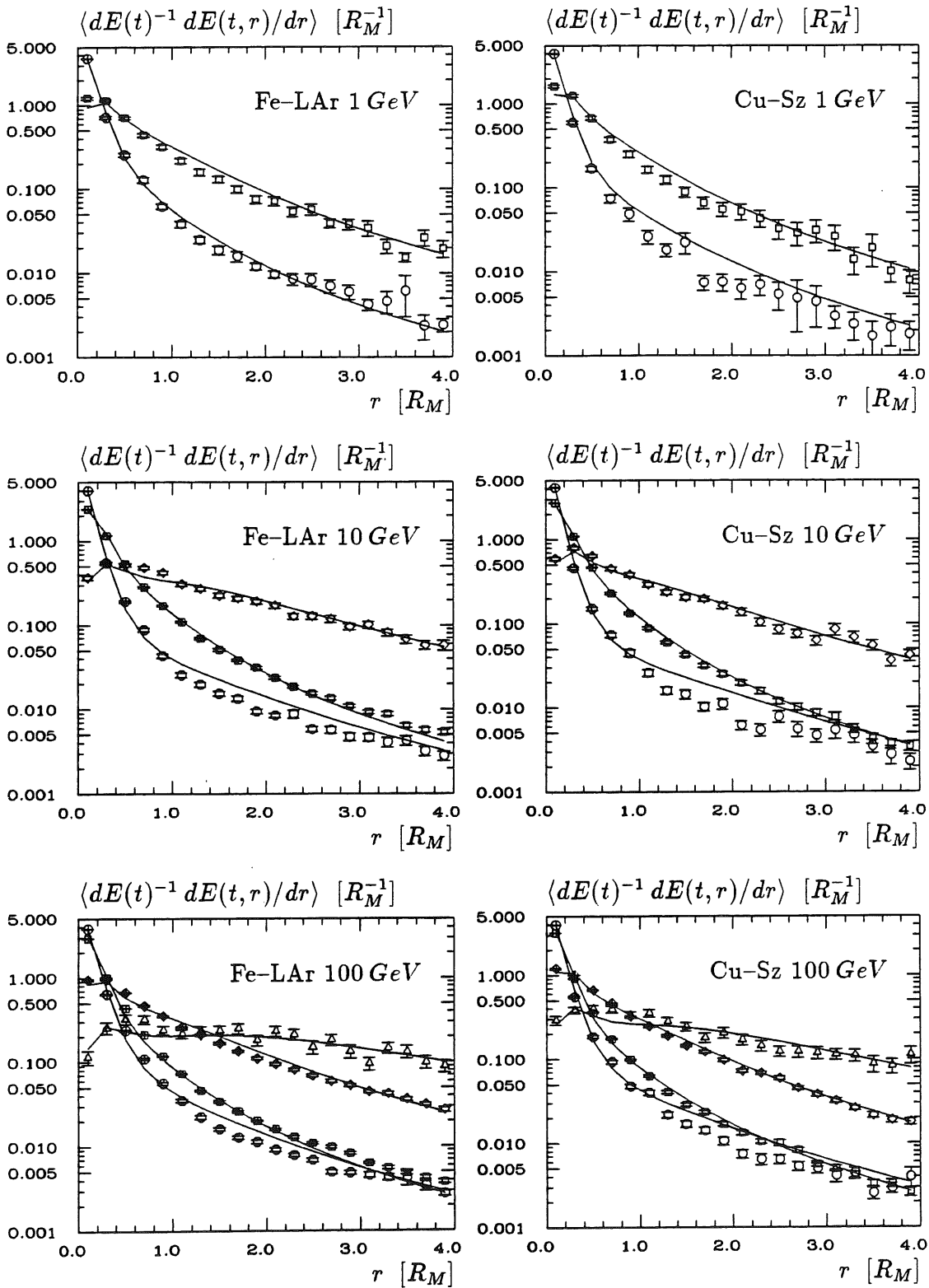


Abbildung 5.14: Vergleich mittlerer radialer Profile im Fe-LAr Kalorimeter (links) und im Cu-Sz Kalorimeter (rechts). Es gilt die gleiche Legende wie in Abbildung 5.13.

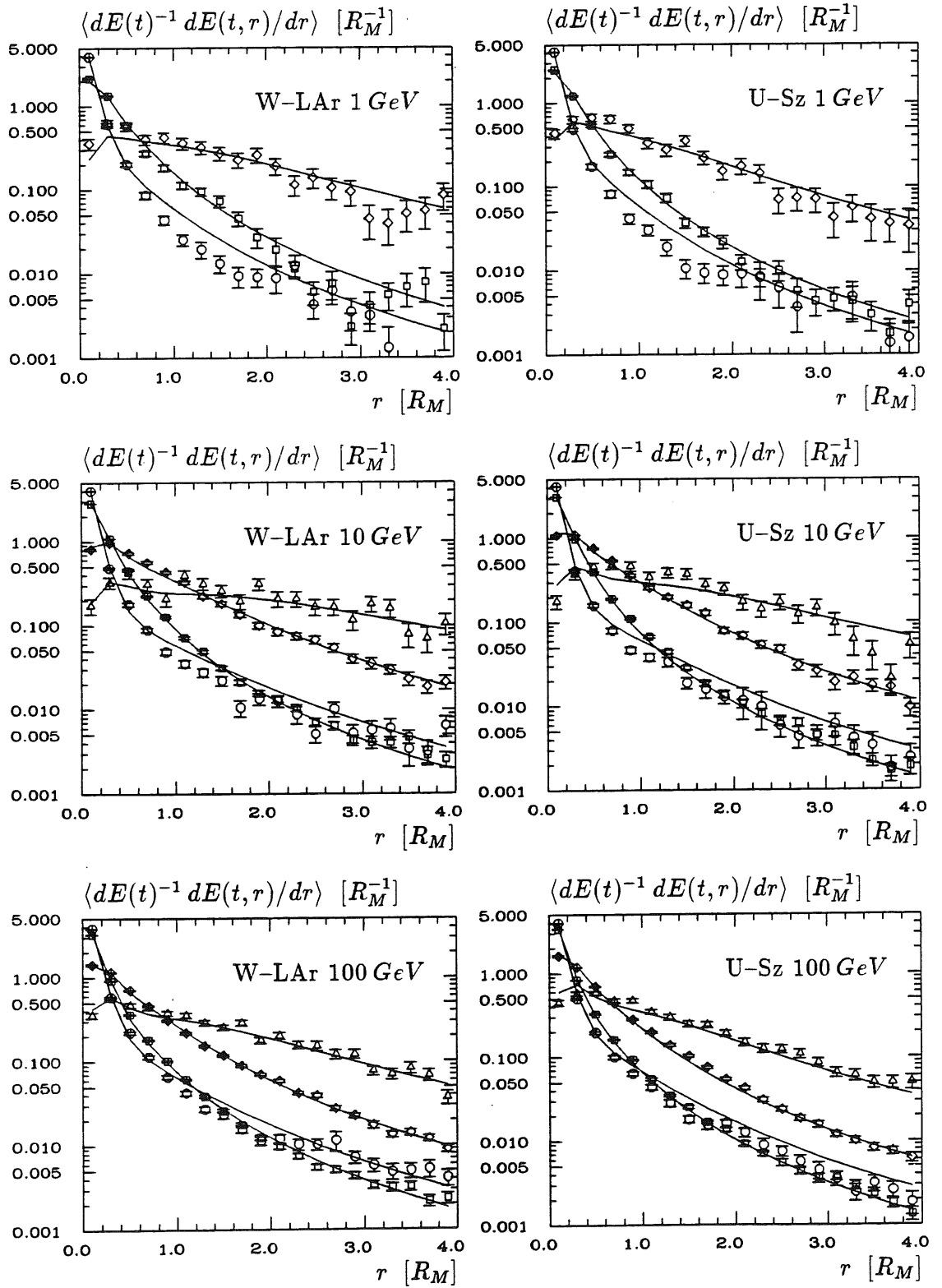


Abbildung 5.15: Vergleich mittlerer radialer Profile im W-LAr Kalorimeter (links) und im U-Sz Kalorimeter (rechts). Es gilt die gleiche Legende wie in Abbildung 5.13.

## 5.6 Fluktuationen radialer Profile

Zur Parametrisierung der radialen Profilverfluktuationen in Sampling-Kalorimetern wurde ebenfalls in Analogie zum Fall der homogenen Kalorimeter vorgegangen. Zunächst wurden wieder die zur Monte-Carlo Integration benötigten Spotzahlen  $N_S(t)$  aus der Größe  $\sigma^2(\epsilon)/(\langle\epsilon\rangle(1-\langle\epsilon\rangle))$  ermittelt (Abbildung 5.16), um daraus die Gesamtzahl der für einen Schauer benötigten Spots  $N_{Spot}$  und deren longitudinale Dichteverteilung zu berechnen.

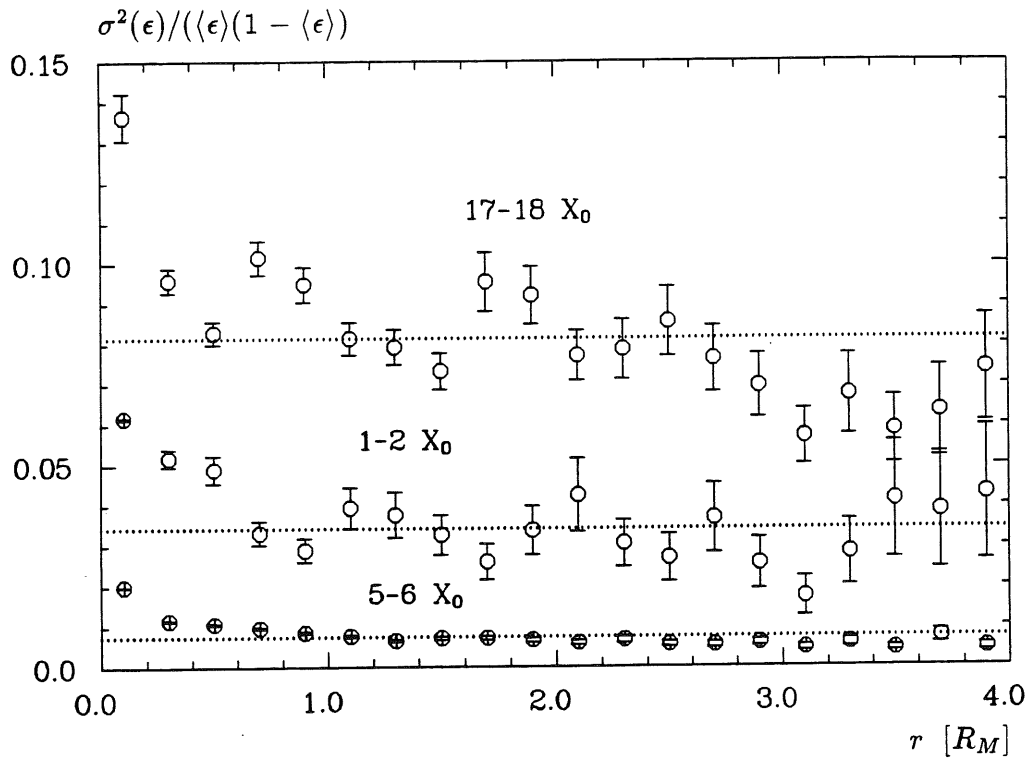


Abbildung 5.16: Grafik zur Bestimmung der Spotzahlen in Sampling-Kalorimetern am Beispiel von 10 GeV Schauern im Pb-LAr Kalorimeter in drei verschiedenen Schauertiefen. Die gepunkteten Linien stellen die, unter Berücksichtigung der longitudinalen Profilverfluktuationen, für die Monte-Carlo Integration berechneten Werte von  $1/N_S(t)$  dar.

Die Dichteverteilungen der Spots konnten wieder durch die Formeln

$$T_{Spot} = T_{sam}(t_1 + t_2 Z) \quad \text{und} \quad (5.19)$$

$$\alpha_{Spot} = \alpha_{sam}(a_1 + a_2 Z) \quad (5.20)$$

mit

$$t_1 = 0,813 \pm 0,003$$

$$t_2 = 0,0019 \pm 0,0001$$

$$a_1 = 0,844 \pm 0,001$$

$$a_2 = 0,0026 \pm 0,0001$$

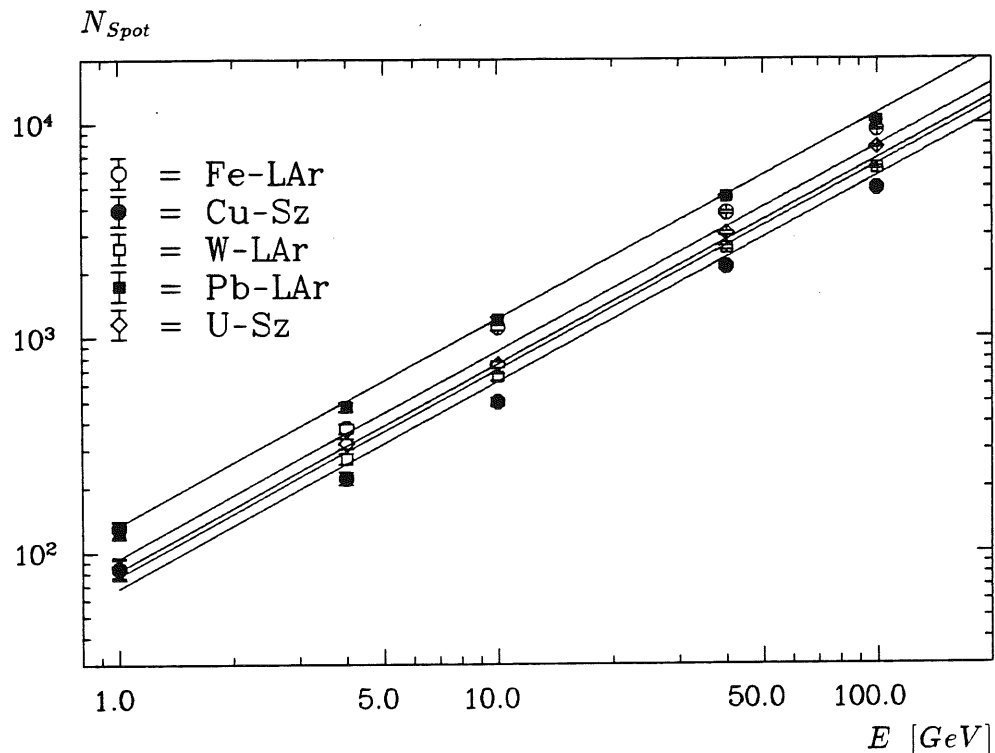


Abbildung 5.17: Die Gesamtzahl benötigter Spots zur Beschreibung der radialen Gestaltsfluktuationen. Die Parametrisierung ist als durchgezogene Linien dargestellt.

beschrieben werden.

Im Gegensatz zu den homogenen Kalorimetern haben die verwendeten Materialien in Sampling-Kalorimetern keinen nennenswerten Einfluß auf die Gesamtzahl der erforderlichen Spots. Statt dessen läßt sich eine eindeutige Beziehung zur Höhe der Sampling-Fluktuationen im betrachteten Kalorimeter feststellen. Die Gesamtzahl der Spots ist umso größer und damit die radialen Fluktuationen umso geringer, je kleiner die Sampling-Fluktuationen im betrachteten Kalorimeter ausfallen. Zur Parametrisierung wurde deshalb die Funktion

$$N_{Spot} = \frac{n_1}{c} E^{n_2} \quad (5.21)$$

gewählt, in der  $c$  die Konstante der Energieauflösung entsprechend

$$\frac{\sigma}{E} = \frac{c}{\sqrt{E}}$$

ist. Die Anpassung an die Datenpunkte in Abbildung 5.17 ergab:

$$\begin{aligned} n_1 &= 10,3 \pm 0,2 \text{ und} \\ n_2 &= 0,959 \pm 0,005. \end{aligned}$$



Zum Vergleich sind in Abbildung 5.18 die relativen Fluktuationen

$$\hat{\sigma}(t, r) = \frac{\sigma_{RMS}}{\left\langle \frac{1}{dE(t)} \frac{dE(t, r)}{dr} \right\rangle} \quad (5.22)$$

der parametrisierten Simulation in drei verschiedenen Schauertiefen und bei 5 verschiedenen Energien den GEANT-Simulationen für das W-LAr Kalorimeter gegenübergestellt. Die Abbildungen 5.19 und 5.20 zeigen entsprechende Vergleiche für die anderen Kalorimeter bei Strahlenergien von 1, 10 und 100 GeV. Die Übereinstimmung von detaillierten und parametrisierten Simulationen ist für die Kalorimeter mit Absorbern hoher Kernladungszahlen (W, Pb, U) etwa vergleichbar mit den für homogene Medien erzielten Resultaten. Für große Radien und Absorber kleinerer Kernladungszahl (Fe, Cu) wird diese Qualität jedoch nicht vollständig erreicht.

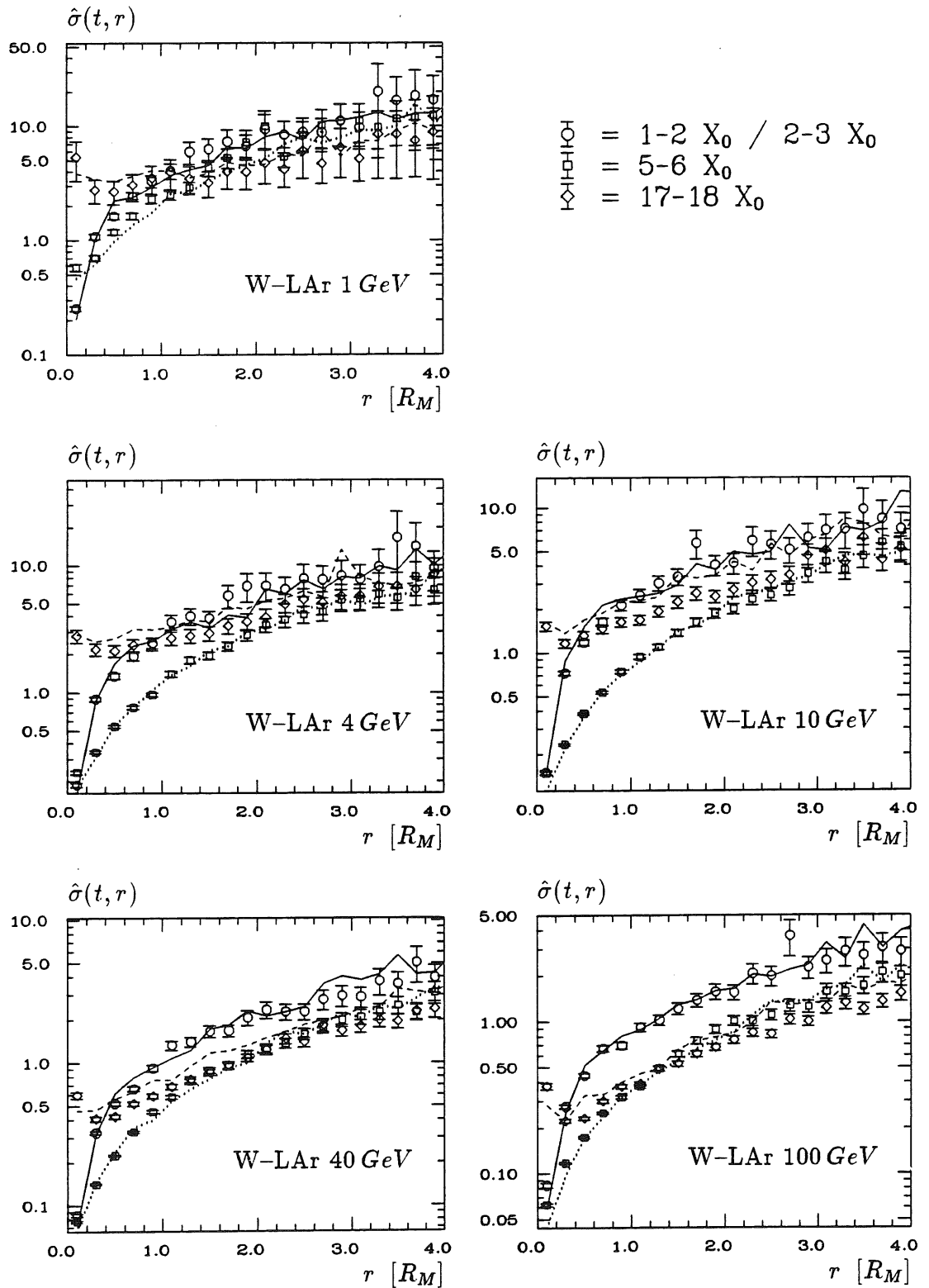


Abbildung 5.18: Vergleich der Fluktuationen parametrisierter (—, - - -, ...) und GEANT-generierter radialer Profile im W-LAr Kalorimeter in ausgewählten Schauertiefen. Für die GEANT-Simulationen beziehen sich die offenen Kreise ( $\circ$ ) bei den Schauerenergien 1, 4, und 10 GeV auf Schauertiefen von 1-2 $X_0$ , bei Energien von 40 und 100 GeV auf 2-3 $X_0$ .

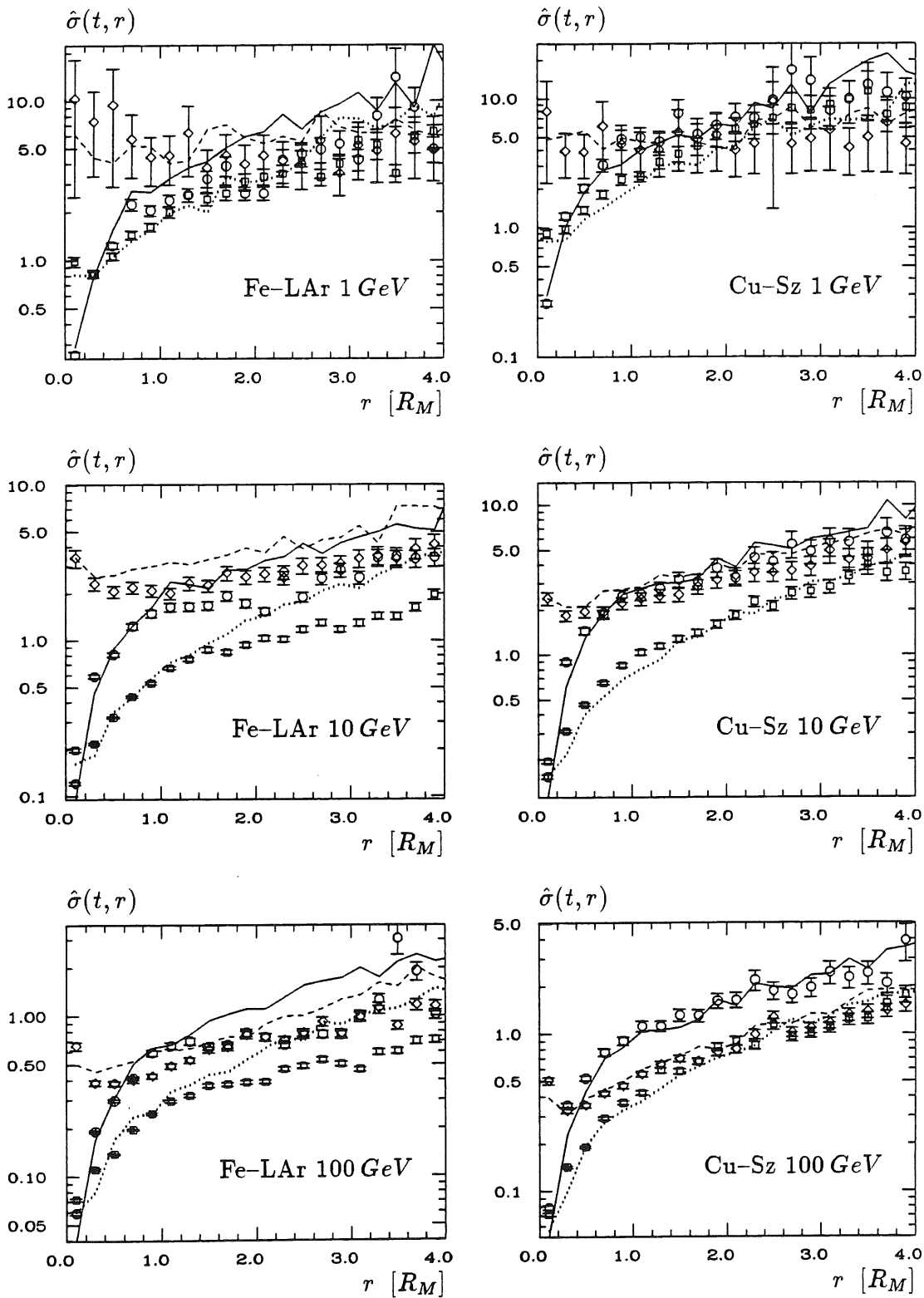


Abbildung 5.19: Vergleich der Fluktuationen parametrisierter und GEANT-generierter radialer Profile im Fe-LAr Kalorimeter und im Cu-Sz Kalorimeter in ausgewählten Schauertiefen. Es gilt die gleiche Legende wie in Abbildung 5.18.

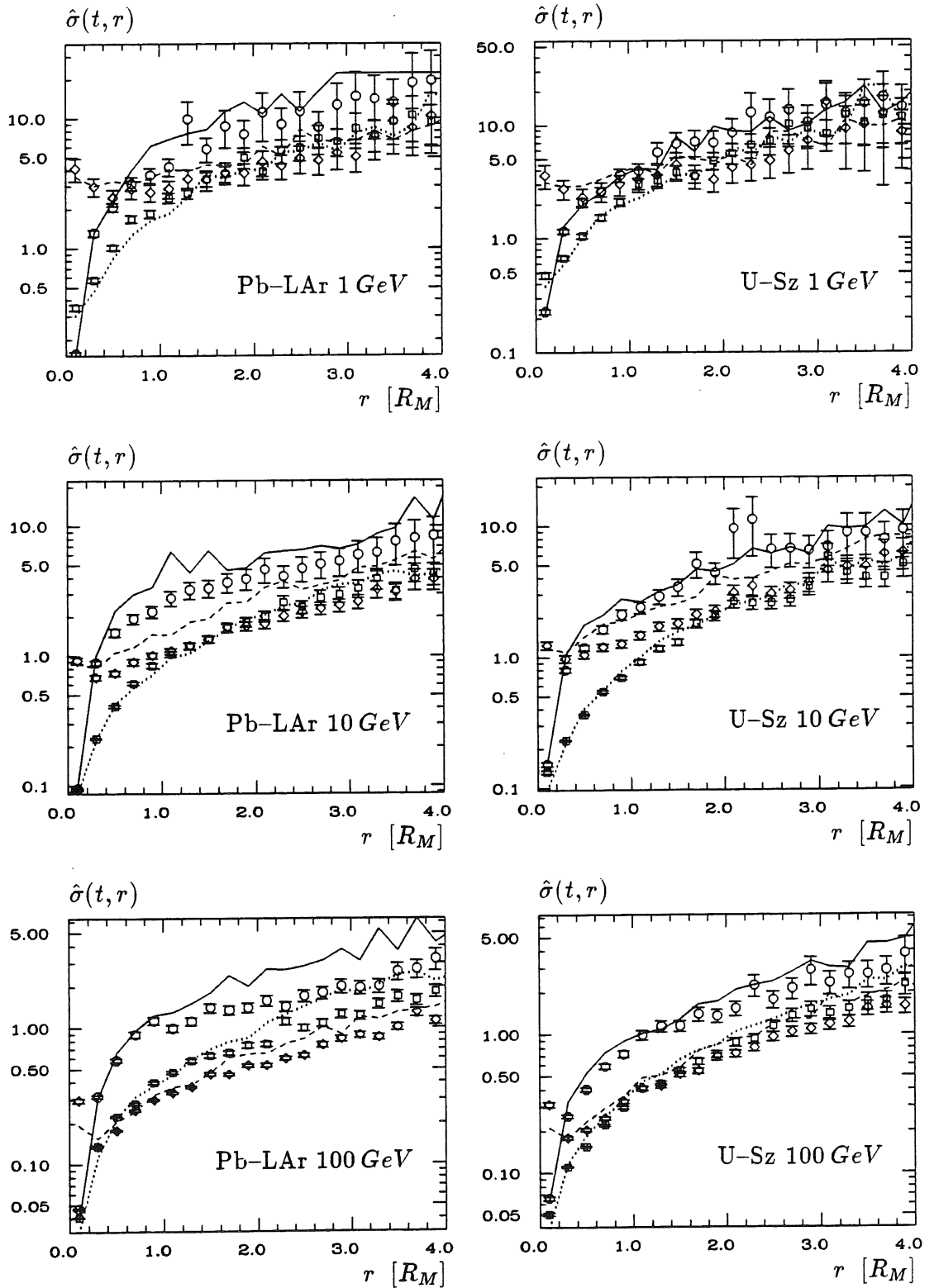


Abbildung 5.20: Vergleich der Fluktuationen parametrisierter und GEANT-generierter radialer Profile im Pb-LAr Kalorimeter und im U-Sz Kalorimeter in ausgewählten Schauertiefen. Es gilt die gleiche Legende wie in Abbildung 5.18.

## 5.7 Simulation eines realistischen Kalorimeters

Zum Abschluß sollen die entwickelten Algorithmen und Parametrisierungen noch durch einen Vergleich mit detaillierten Simulationen eines Kalorimeters überprüft werden, dessen Schichtstruktur sich am H1 Flüssig-Argon Kalorimeter orientiert. Im Unterschied zu den bisher betrachteten Sampling-Kalorimetern, mit deren Hilfe die Parametrisierungen entwickelt wurden und die jeweils nur aus einzelnen Absorber- und Ausleseschichten bestanden, wurden dabei kleinste Details in der Materialverteilung berücksichtigt. Neben den Blei- und Argonschichten wurden auch die mit dünnen Kupferplatten beschichteten Ausleseeinheiten aus Epoxidharz und die hochohmigen Schichten für die Hochspannungszuführung berücksichtigt. Die Untersuchungen dieses Abschnitts sollen zeigen, daß mit den allgemein formulierten Parametrisierungen für elektromagnetische Schauer auch Kalorimeter simuliert werden können, die eine vielfältigere Schichtstruktur als die bisher betrachteten aufweisen.

Zunächst werden die Einflüsse der longitudinalen und radialen Kalorimeterabmessung auf die Energiesignale im Kalorimeter untersucht. Dazu wird in Abbildung 5.21 der Energieanteil

$$\frac{\langle E(t_K) \rangle}{E_{ein}},$$

der bis zur Kalorimetertiefe  $t_K$  deponiert wird, für die detaillierten und para-

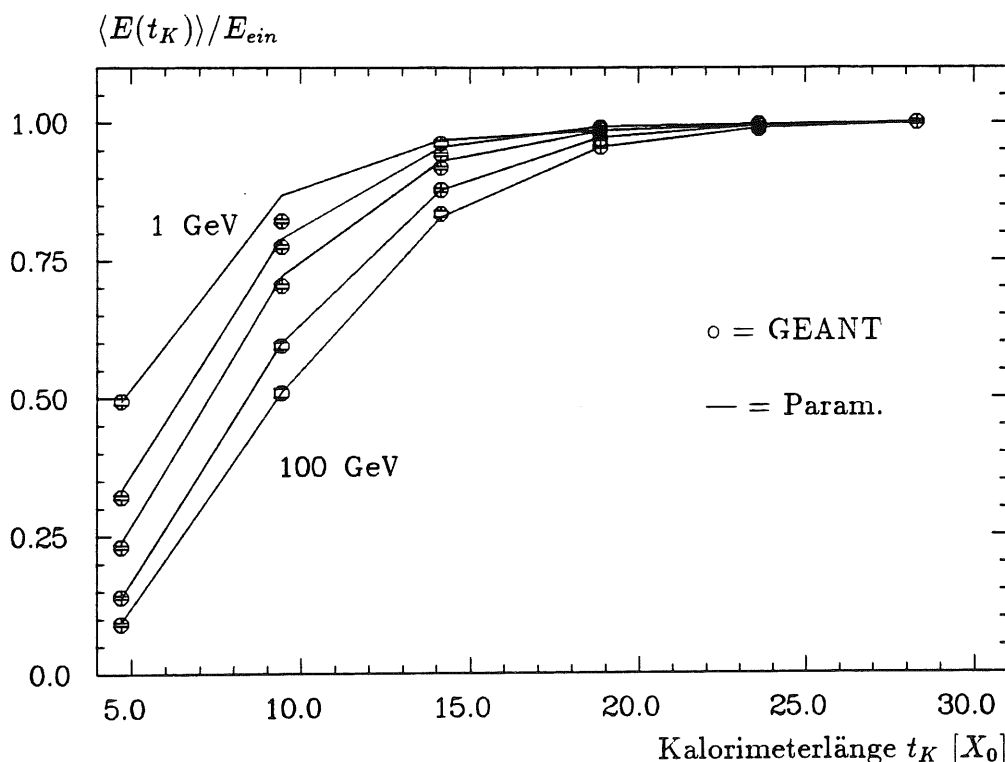


Abbildung 5.21: Anteiliges Energiesignal als Funktion der Kalorimeterlänge.

metrisierten Simulationen verglichen. Die Energie- und Tiefenabhängigkeit dieses Verhältnisses wird gut durch die parametrisierte Simulation beschrieben.

Zur Beurteilung der Fluktuationen im Energiesignal als Funktion der Kalorimeterlänge wird in Abbildung 5.22 die Größe

$$c = \frac{\sigma(E(t_K))}{\langle E(t_K) \rangle} \sqrt{E_{ein}}$$

dargestellt. Der energieabhängige Anstieg dieser Größe mit abnehmender Kalorimeterlänge wird in der parametrisierten Simulation ebenfalls sehr gut reproduziert.

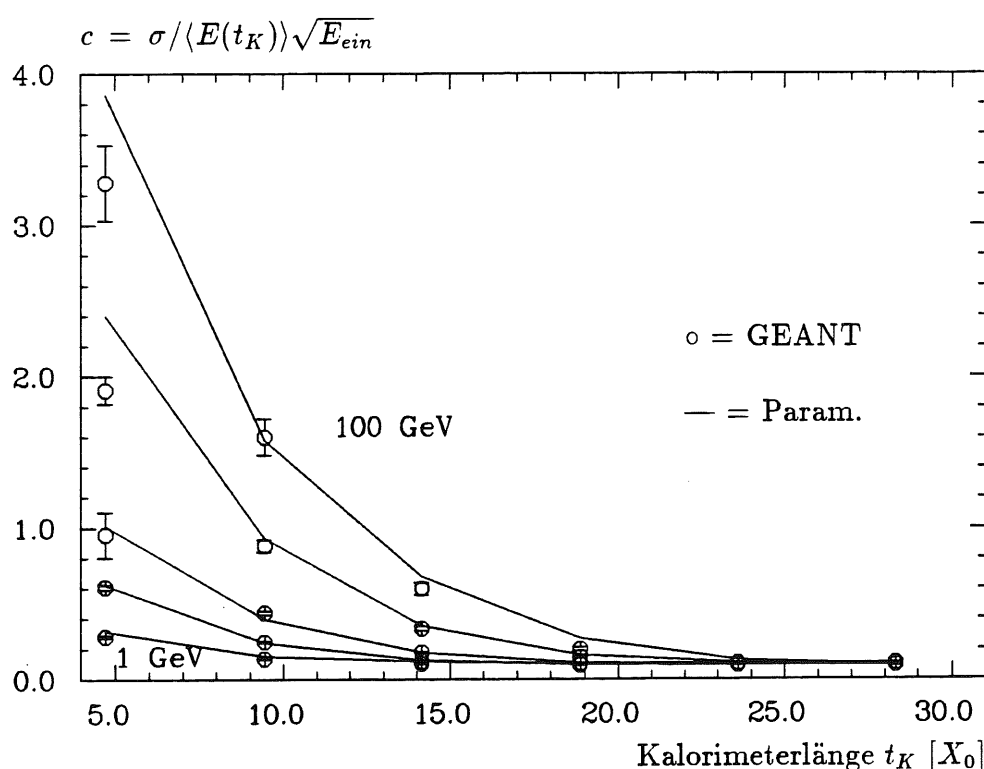


Abbildung 5.22: Energieauflösung als Funktion der Kalorimeterlänge.

Die entsprechenden Energieanteile und Fluktuationen bei einer radialen Begrenzung des Kalorimeters auf Radien  $r_K$ ,

$$\frac{\langle E(r_K) \rangle}{E_{ein}}$$

und

$$c = \frac{\sigma(E(r_K))}{\langle E(r_K) \rangle} \sqrt{E_{ein}},$$

werden in den Abbildungen 5.23 und 5.24 verglichen. Die in guter Übereinstimmung mit den GEANT-Daten beobachtete Energieunabhängigkeit des Energieanteils innerhalb eines Zylinders mit dem Radius  $r_K$  demonstriert noch einmal

die Energieunabhängigkeit der über alle Schauertiefen summierten radialen Energiedichteverteilungen.

Die durch die Größe  $c$  definierte Energieauflösung hängt praktisch nicht vom Kalorimeterradius ab (Abbildung 5.24). Diese Eigenschaft elektromagnetischer Schauer, die auch von anderen Gruppen beobachtet wurde [PES88], kann in der parametrisierten Simulation nur reproduziert werden, wenn die Korrelationen zwischen longitudinaler und radialer Schauerentwicklung berücksichtigt werden (siehe Abschnitt 4.5.2).

Die gute Übereinstimmung von detaillierten und parametrisierten Simulationen wird auch durch die Vergleiche in den Abbildungen 5.25, 5.26 und 5.27 bestätigt, in denen die mittleren longitudinalen und radialen Energiedichteverteilungen sowie deren Fluktuationen in Form der bereits aus den vorhergehenden Abschnitten bekannten Graphiken verglichen werden.

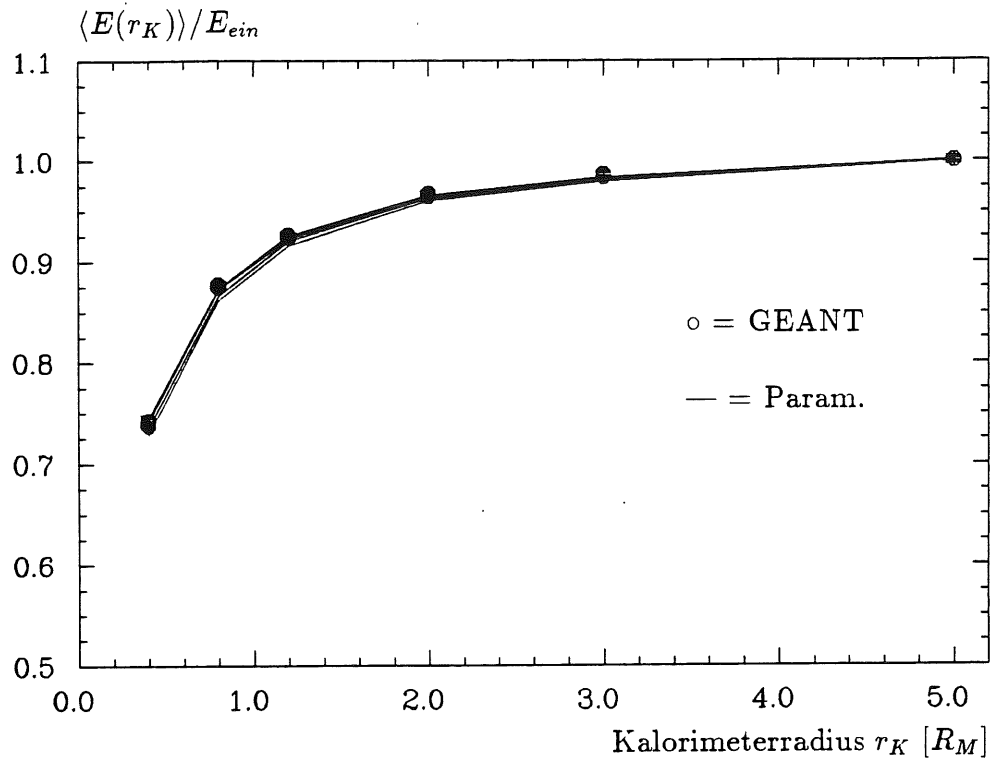


Abbildung 5.23: Anteiliges Energiesignal als Funktion des Kalorimeterradius.

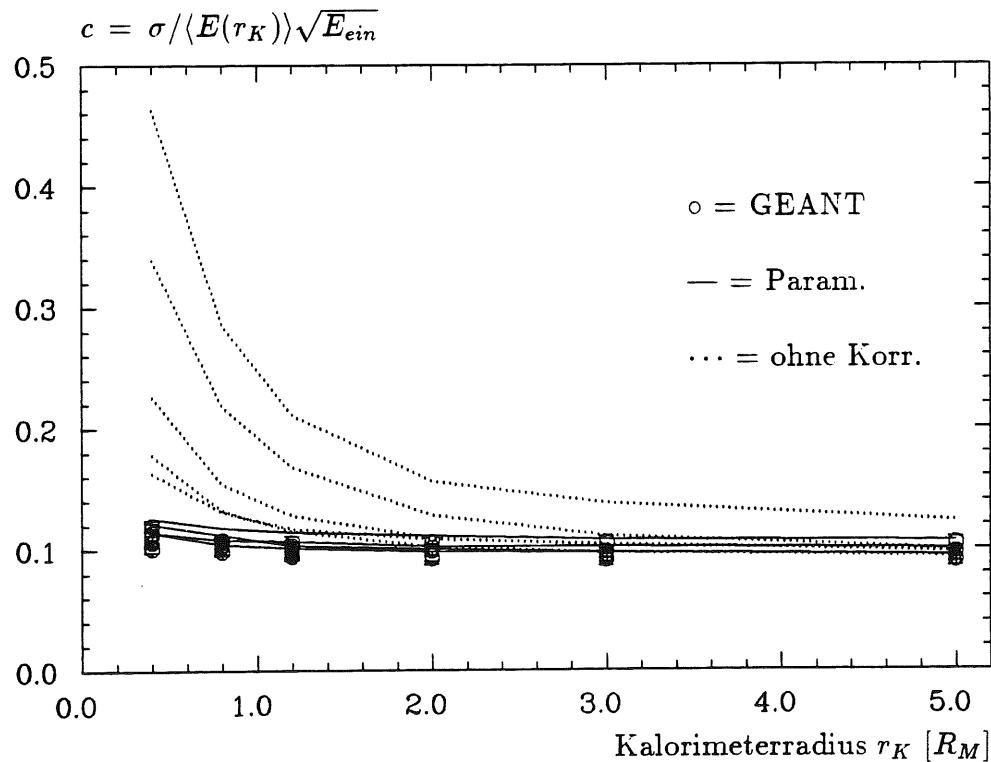


Abbildung 5.24: Energieauflösung als Funktion des Kalorimeterradius.



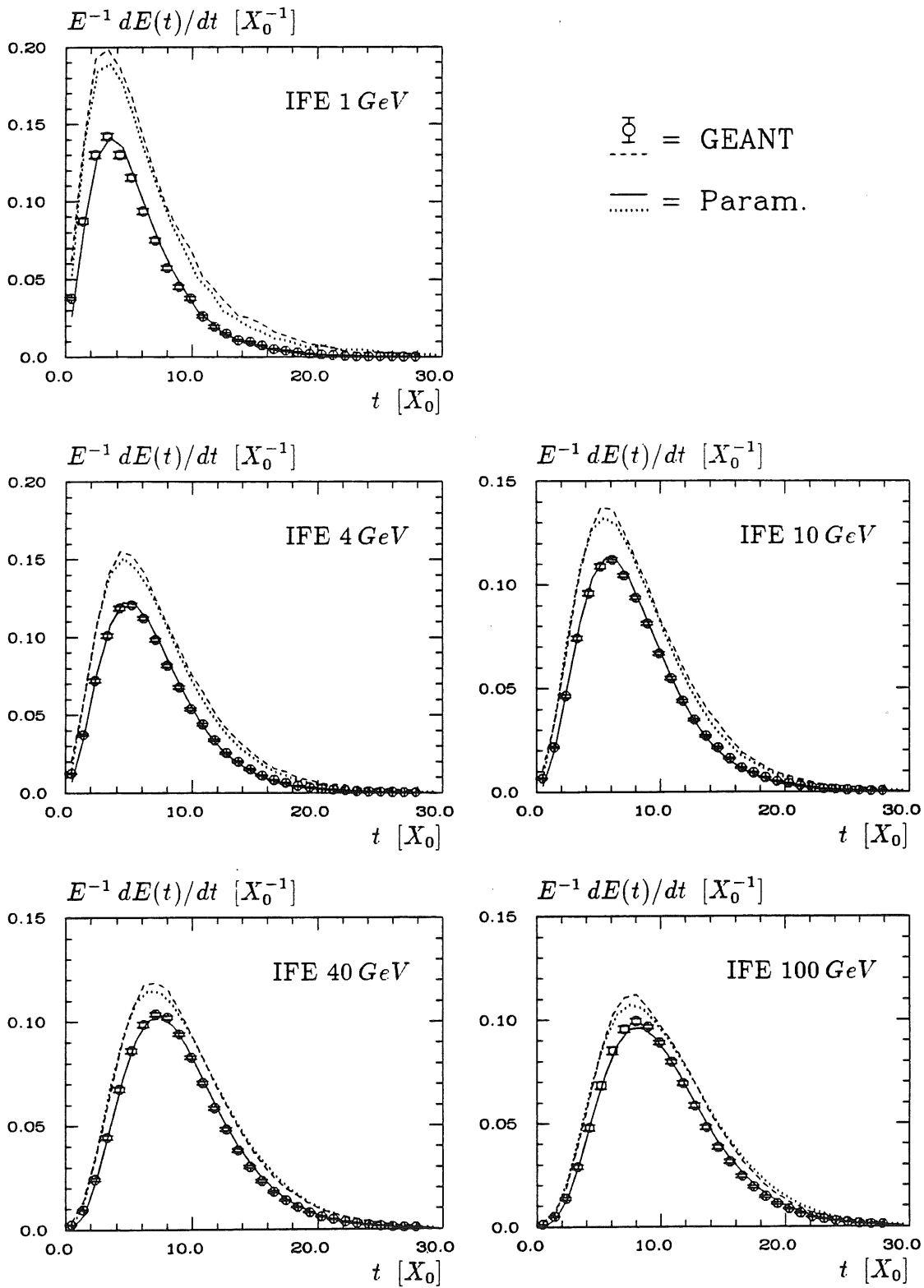


Abbildung 5.25: Vergleich parametrisierter und GEANT-generierter longitudinaler Profile im IFE-Kalorimeter. Die Fluktuationen gehen aus den gestrichelten Linien hervor (---, ... = Mittelwert +  $\sigma_{RMS}$ ).

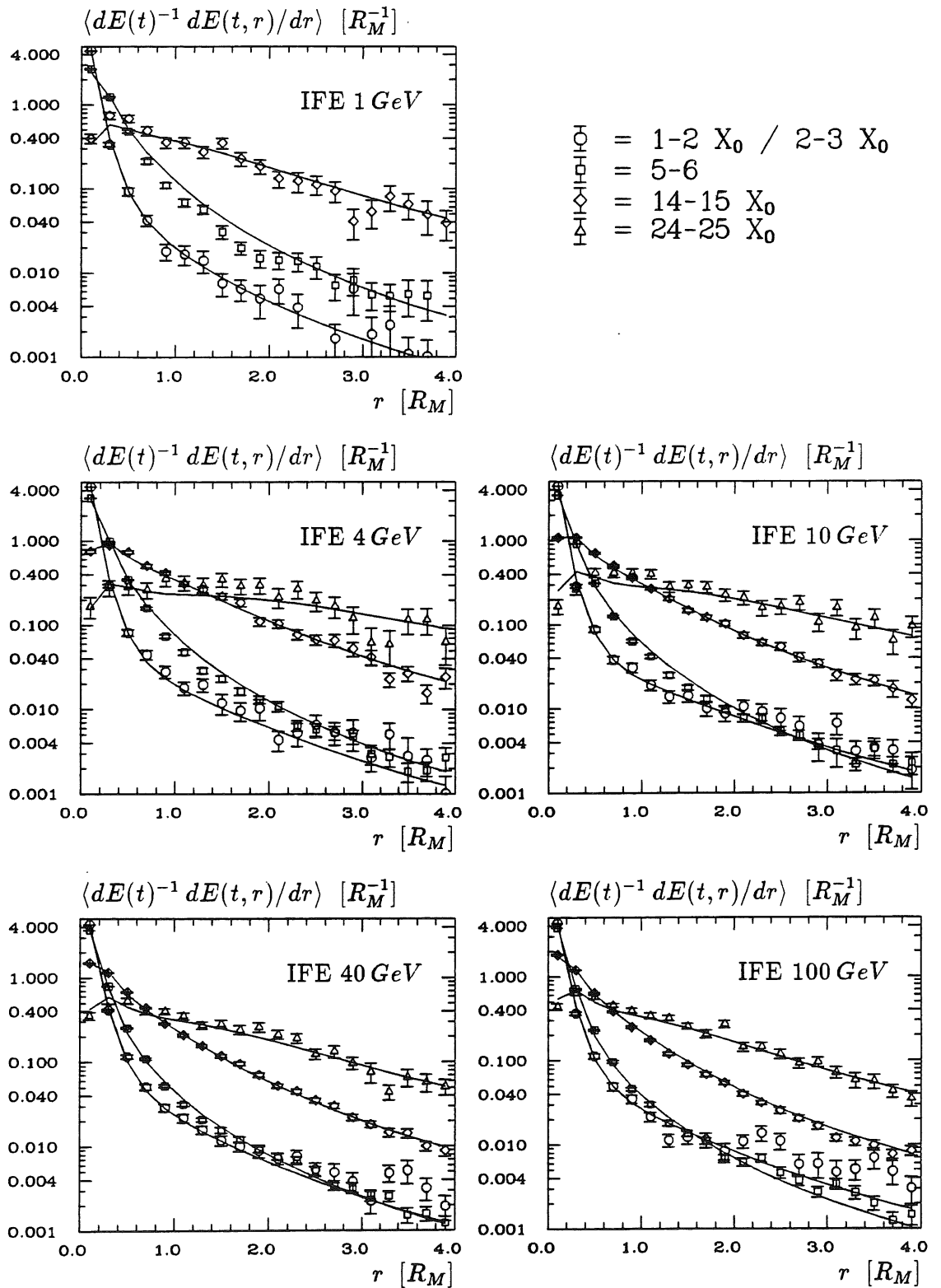


Abbildung 5.26: Vergleich mittlerer, radialer Profile im IFE-Kalorimeter. Die Parametrisierungen sind durch durchgezogene Linien (—) dargestellt. Für die GEANT-Simulationen beziehen sich die offenen Kreise ( $\circ$ ) bei den Schauertiefen 1, 4, und 10 GeV auf Schauertiefen von 1 – 2 $X_0$ , bei Energien von 40 und 100 GeV auf 2 – 3 $X_0$ .

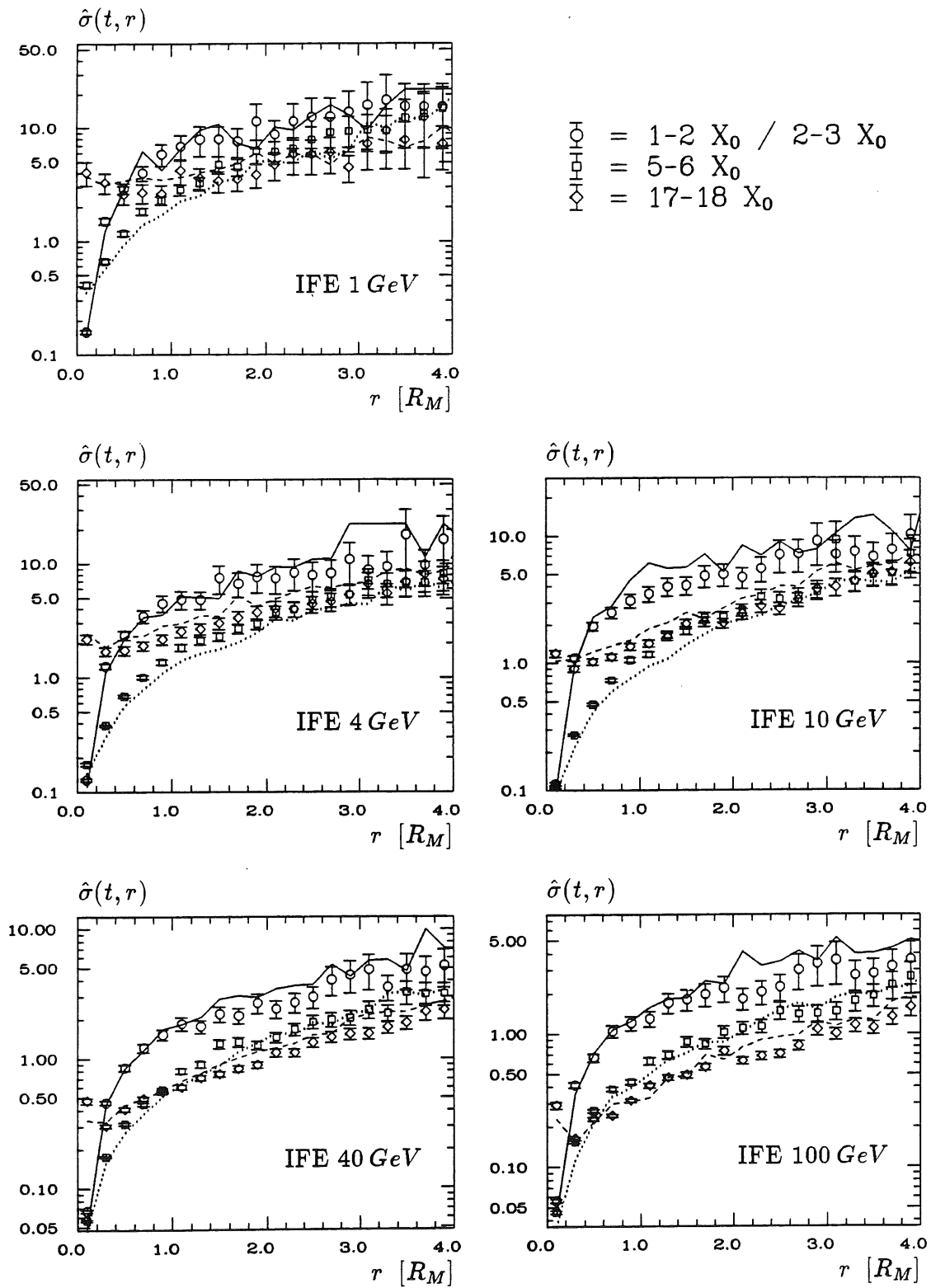


Abbildung 5.27: Vergleich der Fluktuationen parametrisierter (—, - - -, ...) und GEANT-generierter radialer Profile im IFE-Kalorimeter in ausgewählten Schauertiefen.

## Kapitel 6

# Detektorsimulation für das H1-Kalorimeter

Zur Simulation des H1-Detektors stehen drei Basisprogramme zur Verfügung, die als H1SIM, H1FAST und H1PSI bezeichnet werden. Damit wird der Tatsache Rechnung getragen, daß für verschiedene Simulationaufgaben unterschiedliche Anforderungen an die Präzision in der Vorhersage der Detektorsignale und den Rechenzeitaufwand zu stellen sind.

Das aufwendigste der drei Programme, H1SIM, erlaubt eine detaillierte Nachbildung der Detektorgeometrie und eine genaue Simulation der Signalbildung. Wegen des damit verbundenen hohen Rechenzeitverbrauchs ist es jedoch nicht für eine Massenproduktion von Monte-Carlo Ereignissen geeignet. Der Einsatz dieser detaillierten Detektorsimulation beschränkt sich im wesentlichen auf Untersuchungen zur Signalbildung in geometrisch komplizierten Detektorregionen, etwa den Spalten zwischen benachbarten Kalorimeterstapeln oder den Übergangsbereich vom Flüssig-Argon zum BEMC-Kalorimeter, und die Entwicklung und Kontrolle der schnelleren Programme H1FAST und H1PSI.

Zur Bestimmung der Detektorakzeptanz, etwa in der Rekonstruktion der kinematischen Variablen, wird mindestens die gleiche Anzahl simulierter wie experimentell aufgezeichneter Ereignisse benötigt, solange die Fehler durch die Statistik dominiert sind. Allein für tief unelastische neutrale Stromereignisse mit Impulsüberträgen  $Q^2 \gtrsim 10 \text{ GeV}^2$  wird ein Wirkungsquerschnitt von etwa  $65000 \text{ pb}$  erwartet. Für eine integrierte Luminosität von  $200 \text{ pb}^{-1}$  (etwa ein bis zwei Jahre HERA-Betrieb) sind deshalb einige zehnmillionen Ereignisse, unter Umständen mehrfach, zu simulieren. Dazu wird das Simulationsprogramm für den H1-Detektor, H1FAST, verwendet, in dem die in dieser Arbeit entwickelten Algorithmen und Parametrisierungen zur Simulation elektromagnetischer Schauer eingesetzt werden.

Das dritte Programm, H1PSI, erlaubt bei einer extremen Vereinfachung der Detektorgeometrie und einer vollständig parametrisierten Beschreibung der Signalbildung die Simulation großer Ereigniszahlen in kurzer Zeit. Es wird vorwiegend für Untersuchungen zur Ereignisklassifizierung bei sehr ungünstigen Signal-

Untergrund Verhältnissen verwendet.

Die eng verflochtenen Simulationsprogramme H1SIM und H1FAST sollen im folgenden im Hinblick auf die Kalorimetersimulation genauer besprochen werden. Nähere Einzelheiten zur vollständig parametrisierten Detektorsimulation H1PSI findet man bei RUDOWICZ [RUD92].

## 6.1 Geometrische Bedingungen der Kalorimeter-simulation

Die Simulationsprogramme H1SIM [H1S91] und H1FAST basieren auf dem Programmpaket GEANT, das eine einfache Definition der Detektorgeometrie erlaubt. Es stehen drei unterschiedliche Geometriedefinitionen zur Verfügung, im folgenden als feine, mittlere und grobe Granularität bezeichnet, die sich in der Genauigkeit unterscheiden, mit der sie die Materialverteilung im H1-Kalorimeter nachbilden.

In der feinen Geometriedefinition, die im Flüssig-Argon Kalorimeter nur für ausgewählte Bereiche zur Verfügung steht, wird die Schichtstruktur innerhalb der Kalorimeterstapel sehr genau nachgebildet. In der mittleren Granularität besteht die Schichtstruktur aus einer Argonschicht und einer einzigen Absorberschicht, deren effektive Materialeigenschaften durch die in Kapitel 5 beschriebene Mittelung über die vorhandenen Materialanteile berechnet wird.<sup>1</sup> In der groben Geometrie wird ein Kalorimeterstapel, bzw. die Teile eines Stapels, die eine reguläre Schichtstruktur aufweisen, zu einem einzigen homogenen Medium mit effektiven Materialparametern zusammengefaßt.

Für die anderen Kalorimeter existieren ähnliche Geometriebeschreibungen. Das PLUG-Kalorimeter besteht in der feinen und mittleren Granularität aus Silizium- und Kupferschichten. Aufgrund des geringen Siliziumanteils ( $d_{Si} = 400 \mu m$ ) kann es in der groben Granularität durch einen homogenen Kupferblock genähert werden. Das BEMC-Kalorimeter wird in der mittleren Granularität durch entlang der  $z$ -Achse gemittelte Stapel beschrieben, die von detailliert nachgebildeten Wellenlängenschiebern flankiert werden. In der feinen Geometrie werden die Blei- und Szintillatorschichten explizit berücksichtigt, und in der groben Granularität wird das gesamte BEMC-Kalorimeter durch ein einheitliches homogenes Medium ersetzt. Für das Eisenjoch existieren ebenfalls detaillierte und homogene Beschreibungen der Materialstrukturen.

Die Bereiche des Detektors, die nicht hinreichend mit Strukturen zur Signalauslese instrumentiert sind, werden in allen Granularitäten durch detaillierte Geometriedefinitionen beschrieben. Dazu zählen insbesondere der Kryostat des Flüssig-Argon Kalorimeters, die mit Argon-Verdrängern bestückten Bereiche zwischen der inneren Kryostatwand und den Kalorimeterfrontplatten, die Spalten zwischen benachbarten Kalorimeterstapeln, der Übergangsbereich vom Argon zum BEMC-Kalorimeter, in dem sich u. a. Kabeldurchführungen befinden, und die Solenoid-

<sup>1</sup>Eine Beschreibung der Flüssig-Argon Kalorimeter findet man in Kapitel 7.

spule.

Neben dieser, durch die Materialverteilung gegebenen Beschreibung des H1-Detektors, existiert eine weitere Geometriebeschreibung in Form einer Funktion, die jeden Raumpunkt  $(x, y, z)$  im Detektor auf eine Kanalnummer abbildet. Die durch die Abbildungsfunktion definierte Geometrie des H1-Detektors ist in allen Granularitäten gleich. Die Kanalnummer kann in ein 6-Tupel von Zahlen  $(M, N, L, I, J, K)$  expandiert werden, die eine einfache Lokalisierung eines Raumpunktes, etwa in einem bestimmten Kalorimeterstapel, erlaubt. Koordinaten, die in nicht aktiven Detektorbereichen (Kryostat, Spalten, ...) liegen, werden virtuelle Kanalnummern zugewiesen. Die Energie von Teilchen, die ihre Energie nicht oder nur unvollständig im Detektor deponieren (Neutrinos, Myonen, ...), kann ebenfalls in virtuellen Kanalnummern festgehalten werden.

## 6.2 Simulation signaläquivalenter Energien

Eine vollständige Simulation des H1-Detektors durch die Spurverfolgung aller Sekundärteilchen kann aufgrund technischer Probleme (Speicherplatzbeschränkung) nur mit der mittleren Granularität im Flüssig-Argon Kalorimeter durchgeführt werden. Dieser Betriebsmodus des Simulationsprogramms wird als H1SIM bezeichnet. In der schnellen Simulationsoption, H1FAST, wird im Flüssig-Argon und PLUG-Kalorimeter die grobe, im BEMC Kalorimeter die mittlere<sup>2</sup> Granularität zur Beschreibung der Detektorgeometrie verwendet. Das Eisenjoch wird detailliert beschrieben, kann optional jedoch durch eine gemittelte Geometrie ersetzt werden.

Die Verfolgung der Spuren aller Einzelteilchen durch gemittelte homogene Medien ist nur sinnvoll, wenn Maßnahmen zur Skalierung der durch GEANT berechneten Energieverluste mit den teilchenspezifischen sichtbaren Anteilen,  $ion/mip$ , und zur Berücksichtigung der Sampling-Fluktuationen ergriffen werden. Die Simulation der Sampling-Fluktuationen kann mit Hilfe des in Abschnitt 5.1 beschriebenen Verfahrens durchgeführt werden, wenn es auf die Energiebeträge, die durch einzelne Hadronen deponiert werden, ausgedehnt wird. Die Konstante  $c_h = \sigma/\sqrt{E}$  zur näherungsweise Beschreibung der Sampling-Fluktuationen für Hadronen kann aus detaillierten Simulationen bestimmt werden. Die zur Skalierung benötigten Signalverhältnisse  $ion/mip$  hängen, im Gegensatz zu  $e/mip$ , von der Energie des Teilchens ab. Sie wurden für die schnelle Simulation als Funktion des Teilchens und der kinetischen Energie parametrisiert [RUD92]. In Tabelle 6.1 werden die sichtbaren Energieanteile für Elektronen und minimal ionisierende Teilchen sowie die Konstanten zur Simulation der Sampling-Fluktuationen für die verschiedenen Kalorimeter im H1-Detektor zusammengefaßt. Der Parameter zur Beschreibung der Sampling-Fluktuationen elektromagnetischer Schauer ( $c_e$ )

<sup>2</sup>Die mittlere Granularität im BEMC-Kalorimeter entspricht der groben Granularität im Flüssig-Argon Kalorimeter, in der die regulären Schichtstrukturen durch effektive homogene Medien, die Spalten zwischen den Stapeln aber detailliert beschrieben werden.

für das elektromagnetische Blei-Argon Kalorimeter (*EK*) wurde aus Kalorimeter-testdaten ermittelt (Kapitel 7), und der Wert für  $e/mip$  im PLUG-Kalorimeter wurde auf 1 fixiert. Alle anderen Werte stammen aus detaillierten Simulationen.

	EK	HK	BEMC	PLUG
$\overline{mip}$	0,112	0,0407	0,164	0,0016
$e/mip$	0,684	0,919	0,676	1,00
$c_e$	0,110	0,198	0,085	0,56
$c_h$	0,178	0,464	0,178	1,00

Tabelle 6.1: Kalorimeterspezifische Parameter des elektromagnetischen (*EK*) und hadronischen (*HK*) Flüssig-Argon Kalorimeters sowie des BEMC- und PLUG-Kalorimeters.  $c_e$  und  $c_h$  bezeichnen die Konstanten zur Beschreibung der Sampling-Fluktuationen in elektromagnetischen und hadronischen Schauern.

Zur weiteren Reduzierung der Rechenzeit müssen Maßnahmen ergriffen werden, die die totale Spurlänge reduzieren. Um nicht an Genauigkeit zu verlieren, muß dabei gewährleistet werden, daß in Detektorbereichen, die nicht durch effektive homogene Medien beschrieben werden, weiterhin eine detaillierte Spurverfolgung erfolgt und daß innerhalb der Kalorimeterstapel die Signale in einzelnen Auslese-zellen richtig vorhergesagt werden.<sup>3</sup>

Elektromagnetische Schauer werden deshalb immer dann parametrisiert simuliert, wenn die geometrischen Randbedingungen es zulassen, d.h., wenn gewährleistet ist, daß voraussichtlich nahezu die gesamte Schauerenergie innerhalb eines Kalorimeterstapels deponiert werden wird. Dazu wird mit Hilfe der Abbildungsfunktion zunächst festgestellt, ob der Schauerstartpunkt, der durch ein Bremsstrahlungsereignis definiert wird, innerhalb eines Kalorimeterstapels liegt. Ist dies der Fall, so werden in einer Entfernung von  $2,5 T$  in Richtung des initiiierenden Teilchens 4 Raumpunkte lokalisiert, die sich auf zueinander rechtwinkligen Achsen in einem Abstand von  $1,5$  Molière-Radien senkrecht zur Schauerachse befinden. Befinden sich alle 5 Punkte innerhalb desselben Kalorimeterstapels, so wird eine parametrisierte Simulation durchgeführt. Anderenfalls werden die Spuren weiter detailliert verfolgt, wobei zu einem späteren Zeitpunkt die Möglichkeit besteht, daß Subschauer niedrigerer Energie die geometrischen Bedingungen zur Auslösung einer parametrisierten Simulation erfüllen. Die durch dieses Verfahren mögliche Bevorzugung kurzer Schauer ist aufgrund der relativ geringen Gestaltfluktuationen elektromagnetischer Schauer vernachlässigbar.

Da die in Kapitel 4 und 5 entwickelten Parametrisierungen nur für Schauer gelten, die durch Elektronen initiiert werden, wurden die Algorithmen derart in das H1FAST-Konzept implementiert, daß eine parametrisierte Schauersimulation nur durch Bremsstrahlungsereignisse von Elektronen oder Positronen ausgelöst werden kann. Hochenergetische Photonen werden deshalb bei Erfüllung aller Rand-

<sup>3</sup>Für eine detaillierte Beschreibung des H1FAST-Konzeptes wird auch auf Rudowicz [RUD92] verwiesen.

bedingungen zu zwei, neutrale  $\pi$ -Mesonen innerhalb hadronischer Kaskaden in der Regel zu vier parametrisierten elektromagnetischen Schauern führen. Als weitere Bedingung zur Auslösung einer parametrisierten Schauersimulation wird eine Mindestenergie von  $500 \text{ MeV}$  für das initiiierende Teilchen gefordert. Die effektiven Materialparameter und die zur parametrisierten Simulation benötigten Geometrieparameter werden in Tabelle 6.2 aufgeführt.

	EK	HK	BEMC	PLUG
$Z$	66,6	25,1	72,6	29,0
$A$	167,0	53,9	183,1	63,54
$\rho [g]$	5,172	5,831	4,981	8,472
$X_0 [cm]$	1,47	2,45	1,43	1,51
$R_M [cm]$	3,30	2,43	3,45	1,64
$E_c [MeV]$	9,4	21,4	8,8	18,6
$1/F_S$	0,470	1,134	0,448	0
$1 - \hat{\epsilon}$	0,309	0,053	0,329	0

Tabelle 6.2: Effektive Material- und Geometrieparameter des elektromagnetischen (EK) und hadronischen (HK) Flüssig-Argon Kalorimeters und des BEMC- und PLUG-Kalorimeters. Für das Argon Kalorimeter sind die Werte des CB2-Ringes angegeben. Im PLUG-Kalorimeter werden die Geometrieparameter auf Null gesetzt, so daß sich in der parametrisierten Simulation die Formeln für homogenes Kupfer ergeben.

Eine vollständige Parametrisierung hadronischer Schauer erscheint im Hinblick auf die Genauigkeitsanforderungen nicht sinnvoll, da sie wegen ihrer größeren räumlichen Ausdehnung praktisch immer Grenzbereiche zwischen Kalorimeterstapeln überqueren. Hier werden statt dessen teilchenspezifische Terminatoren angewendet, die die Ausbreitungseigenschaften unter Berücksichtigung der Kalorimetermaterialien und der Zellgrößen zum frühen Abbruch der Spurverfolgung ausnutzen [RUD92]. Dabei kann die Terminierung auf die niederenergetischen Teilchen beschränkt werden, die in der Schauerentwicklung am häufigsten vorkommen. Eine Reduzierung der Spurlänge niederenergetischer Neutronen, Protonen und nuklearer Photonen verspricht daher die größte Einsparung an Rechenzeit.

Niederenergetische Neutronen tragen im H1-Kalorimeter praktisch nicht zum Signal bei. Sie werden deshalb gestoppt, wenn ihre kinetische Energie unter  $50 \text{ MeV}$  fällt. Ihre Energie wird jedoch in virtuellen Speicherzellen zur späteren Bilanzierung aufgezeichnet.

Protonen niedriger Energie besitzen nur eine geringe Reichweite in dichten Medien. Sie können deshalb terminiert werden, wenn feststeht, daß sie wahrscheinlich ihre gesamte kinetische Energie innerhalb der aktuellen Auslesezone durch Ionisation verlieren werden. Diese Wahrscheinlichkeit wird mit Hilfe einer Exponentialverteilung ausgewertet, wenn die mittlere freie Weglänge der Protonen in der Größenordnung der Dimensionen der Auslesezone im aktuellen Kalorimeter liegt.



Im elektromagnetischen Kalorimeter ist das für kinetische Energien  $E_K \lesssim 50 \text{ MeV}$ , im hadronischen Kalorimeter und im instrumentierten Eisen für  $E_K \lesssim 250 \text{ MeV}$  und im BEMC- und PLUG-Kalorimeter bei  $E_K \lesssim 100 \text{ MeV}$  der Fall. Liegt die wahrscheinliche Reichweite innerhalb der aktuellen Auslezelle, so wird die kinetische Energie in Form eines einzelnen Energiepunktes deponiert und das Proton gestoppt.

Niederenergetische Photonen haben eine relativ große Reichweite. Unterhalb von etwa  $10 \text{ MeV}$  verlieren sie ihre Energie jedoch vorwiegend durch Compton-Streuung und den atomaren Photoeffekt, bei denen niederenergetische Elektronen geringer Reichweite erzeugt werden. Da die Einflüsse des Migrationseffektes in der schnellen Simulation durch eine Skalierung der Energieverluste mit dem Signalverhältnis  $e/mip$  berücksichtigt werden, kann der Energieverlust der Photonen beschleunigt werden. Dazu wird mit Hilfe einer Exponentialverteilung, die den Intensitätsverlust eines niederenergetischen Photonenstrahls in einem gegebenen Medium beschreibt, eine Zufallsordinate ermittelt, an der die Energie von Photonen mit  $E_\gamma < 10 \text{ MeV}$  in Form eines Energiepunktes deponiert wird.

Das vorgestellte Konzept zur schnellen Kalorimetersimulation gewährleistet ein hohes Niveau in der Genauigkeit der Vorhersage meßbarer Kalorimetersignale bei gleichzeitiger erheblicher Reduzierung der benötigten Rechenzeit. Dies wird durch ein Zusammenspiel von parametrisierten Simulationen elektromagnetischer Schauer, einen frühzeitigen Abbruch der detaillierten Spurverfolgung einiger Teilchen und detaillierten Simulationen in komplizierten Detektorbereichen erreicht, das durch geometrische Randbedingungen gesteuert wird. Es ermöglicht dadurch die Produktion der zur Akzeptanzbestimmung benötigten großen Anzahl von Monte-Carlo Ereignissen mit der geforderten hohen Präzision.

### 6.3 Simulation des kalibrierten Detektors

Die konsequente Trennung in der Simulation der Schauerbildung, der Skalierung ( $e/mip, \dots$ ) und der Sampling-Fluktuationen im H1FAST-Konzept zusammen mit der detaillierten „Buchführung“ aller Energiedepositionen erlaubt eine gleichzeitige Simulation eines „perfekt kalibrierten“ Detektors. Dazu werden für jede Auslezelle (reale wie virtuelle) die folgenden Informationen aufgezeichnet:

$E_m$  Die insgesamt meßbare, fluktuierte Energie (das Signal) im Sinne der im vorhergehenden Abschnitt diskutierten Simulationen.

$E_{em}$  Die unskalierte, nicht fluktuierte elektromagnetische Energie.

$E_{had}$  Die unskalierte, nicht fluktuierte hadronische Energie (ohne intrinsische Verluste).

$E_h$  Die meßbare, nicht fluktuierte hadronische Energie ( $\propto ion/mip E_{had}$ ).

$E_{loss}$  Die nicht sichtbare Energie.

*I<sub>Info</sub>* Ein Bitmuster, das u. a. Informationen darüber enthält, um welche Art unsichtbarer Energie es sich bei  $E_{loss}$  handelt (intrinsische Verluste, Neutrinos, niederenergetische Neutronen, ...).

Die Nützlichkeit dieser Informationen ist vielfältig und soll an einigen Beispielen demonstriert werden:

- Durch einen Vergleich der Energiesumme  $E_{sum} = E_{em} + E_{had} + E_{loss}$  mit der Energie der Teilchen des Ereignisgenerators kann die innere Konsistenz des Simulationsprogramms überprüft werden.
- Die Kenntnis der elektromagnetischen und hadronischen Energie sowie der intrinsische Verluste auf der Ebene von Auslesezellen unterstützt die Entwicklung und Verifizierung von Algorithmen zur Energiewichtung mit dem Ziel der Kompensation ( $e/h = 1$ ).
- Die Energie in nicht instrumentierten Detektorbereichen (virtuelle Auslesezellen) kann zur Ableitung von Funktionen verwendet werden, die das Kalorimetersignal auf geometrische Energieverluste korrigieren.
- Die Skalierung und die Simulation der Sampling-Fluktuationen kann nachträglich neu durchgeführt werden, ohne die zeitaufwendige Simulation der Schauerbildung wiederholen zu müssen, wenn sich die Kenntnis dieser Größen im Laufe der Zeit verbessert.

Die Simulation der „kalibrierten Energien“ verleiht dem Simulationsprogramm H1FAST eine große Flexibilität und macht es zu einem nützlichen Instrument für die Entwicklung von Algorithmen und Programmen, die zur erfolgreichen Auswertung der HERA-Daten mit dem H1-Detektor erforderlich sind.

## 6.4 Rechenzeitbedarf

Der mittlere Rechenzeitverbrauch für verschiedene Ereignisklassen bei Verwendung unterschiedlicher Optionen zur Detektorsimulation wird in Tabelle 6.3 zusammengefaßt. Dabei bezeichnet „H1SIM fein“ Simulationen, in denen die feine Geometriedefinition und eine detaillierte Spurverfolgung verwendet wurde. Eine vollständige Simulation des H1-Detektors mit detaillierter Spurverfolgung ist aufgrund der erwähnten Speicherplatzbeschränkungen nur mit der mittleren Granularität möglich („H1SIM mittel“). Die Zeitangaben beziehen sich auf die Zeitskala, die auf der DESY IBM ES 9000/720 VF als Einheit verwendet wird.

Während der Zeitgewinn bei der Simulation einzelner 30 GeV Schauer, die in den detaillierten Simulationen mit den Abschneideenergie  $E_{e,cut} = 1 \text{ MeV}$  und  $E_{\gamma,cut} = 200 \text{ keV}$  durchgeführt wurde, abhängig von der Granularität und der Teilchenart zwischen 20 und 220 liegt, wird bei einer vollständigen Detektorsimulation von HERA-Ereignissen noch ein Faktor 10 eingespart, verglichen mit

	$e^- 30 GeV$	$\pi^+ 30 GeV$	NC	CC	BGF
H1SIM fein	75	31	–	–	–
H1SIM mittel	36	25	307	326	356
H1FAST	0,35	1,20	32	40	39

Tabelle 6.3: Rechenzeitbedarf in Sekunden pro Ereignis für einzelne Elektronen und  $\pi^+$ -Mesonen im CB2-Kalorimeter sowie für neutrale und geladene Stromereignisse und NC-Ereignisse, in denen Bottom-Antibottom Paare erzeugt wurden (BGF), bei Verwendung unterschiedlicher Optionen zur Detektorsimulation.

detaillierten Simulationen auf der mittleren Granularität. Die Simulation elektromagnetischer Schauer in der schnellen Option H1FAST trägt hier nicht mehr signifikant zum Rechenzeitverbrauch bei. Detaillierte Untersuchungen zeigen, daß der größte Zeitanteil zur Simulation des Bereiches zwischen der Kryostatwand und den Kalorimeterfrontplatten aufgewendet wird, in dem die geometrischen Randbedingungen eine parametrisierte Schauersimulation unterdrücken. Der Einsatz geeigneter Terminatoren und eine Optimierung der Geometriebeschreibung in diesem Bereich könnte eine zusätzliche Rechenzeiterparnis bewirken.

	$E [GeV]$				
	1	4	10	40	100
GEANT	3,01	11,2	29,30	118,8	298,3
Param.	0,0034	0,0048	0,0074	0,019	0,043
GEANT/Param.	885	2333	3959	6252	6937

Tabelle 6.4: Rechenzeitbedarf zur Simulation elektromagnetischer Schauer im Sampling-Kalorimeter aus Abschnitt 5.7 für verschiedene Energien in Sekunden pro Ereignis.

Der Zeitgewinn, der in der Simulation elektromagnetischer Schauer allein erzielt werden kann, geht aus Tabelle 6.4 hervor. Dort werden die mittleren Rechenzeiten zur Simulation des in Abschnitt 5.7 beschriebenen Sampling-Kalorimeters für detaillierte (GEANT:  $E_{e,cut} = 200 keV$ ,  $E_{\gamma,cut} = 10 keV$ ) und parametrisierte Simulationen gegenübergestellt. Abhängig von der Teilchenenergie werden unter diesen Bedingungen Rechenzeitgewinne in der Größenordnung vom  $\approx 0,9 \cdot 10^3$  (1 GeV) bis  $\approx 0,7 \cdot 10^4$  (100 GeV) erreicht.

# Kapitel 7

## Vergleiche mit Kalorimetertestdaten

Die Parametrisierungen für elektromagnetische Schauer wurden unabhängig von einer speziellen Kalorimetergeometrie mit Hilfe detaillierter Simulationen abgeleitet (Kapitel 4 und 5) und die Algorithmen zur parametrisierten Schauersimulation im Rahmen des H1FAST-Konzeptes in die H1-Detektorsimulation integriert (Kapitel 6). Die Parametrisierungen und Algorithmen sollen nun durch Vergleiche mit experimentellen Daten für verschiedene Module des H1-Kalorimeters verifiziert werden.

Zuerst werden der Testaufbau, die beteiligten Kalorimeterstapel und die Besonderheiten des Simulationsprogramms für die Kalorimetertests beschrieben (Abschnitte 7.1 und 7.2). Im Abschnitt 7.3 wird die Kalibration der Testdaten besprochen und mit Hilfe von parametrisierten Simulationen eine universelle Energieskala definiert. Unter „universell“ ist dabei zu verstehen, daß die abgeleitete Skalierungskonstante unabhängig von der Energie, von geometriebedingtem Verlusten oder dem elektronischen Rauschen ist und deshalb auf den H1-Detektor übertragen werden kann. Vergleiche zur Energiemessung in den experimentellen Daten und den parametrisierten Simulationen werden in Abschnitt 7.4 vorgestellt, während in Abschnitt 7.5 die experimentellen und simulierten Kalorimetersignale hinsichtlich ihrer Topologie gegenübergestellt werden. Im letzten Abschnitt (7.6) wird untersucht, ob mit Hilfe der parametrisierten Simulation Algorithmen und Kriterien zur Elektron-Identifikation im H1-Detektor entwickelt werden können. Dazu werden einerseits Verteilungen von Größen miteinander verglichen, die in der Elektron-Pion-Trennung eine Rolle spielen, andererseits wird die Effizienz der  $e/\pi$ -Trennung für die Daten und die Simulationen untersucht.

### 7.1 Der Testaufbau am CERN

Seit 1986 werden am *Super-Proton-Synchrotron* (SPS) am CERN Untersuchungen an Prototypen und Modulen des H1 Flüssig-Argon Kalorimeters durchgeführt. Ziel dieser Kalorimetertests ist es, ein tieferes Verständnis der Signalbildung in

Flüssig-Argon Kalorimetern, insbesondere im Hinblick auf deren Kalibration zu erlangen.<sup>1</sup> Die Tests bieten darüber hinaus eine gute Möglichkeit, die Simulationsprogramme für den H1-Detektor auf ihre Korrektheit hin mit Hilfe experimenteller Daten zu überprüfen. In diesem Abschnitt sollen zunächst die Strahlbedingungen am CERN und die getesteten Kalorimeterstapel beschrieben werden.

### 7.1.1 Der Teststrahl

Die Strahlführung am Teststrahl H6 des SPS ist in Abbildung 7.1 in einem Bereich von einigen hundert Metern vor dem Teststand dargestellt. Protonen einer Primärenergie von  $450\text{ GeV}$  werden zunächst auf ein feststehendes Target (T1) gelenkt. Die entstehenden Sekundärteilchen können durch Dipol- und Quadrupolmagnete (BM3, BM4, und BM5) sowie Kollimatoren (C3 und C8) nach Ladungsvorzeichen und Impuls getrennt und fokussiert werden. Mit Hilfe eines zusätzlichen Ablenkmagneten (B9, nicht abgebildet), der sich etwa  $18\text{ m}$  vor dem Teststand befindet, kann der Strahl in vertikaler Richtung justiert werden.

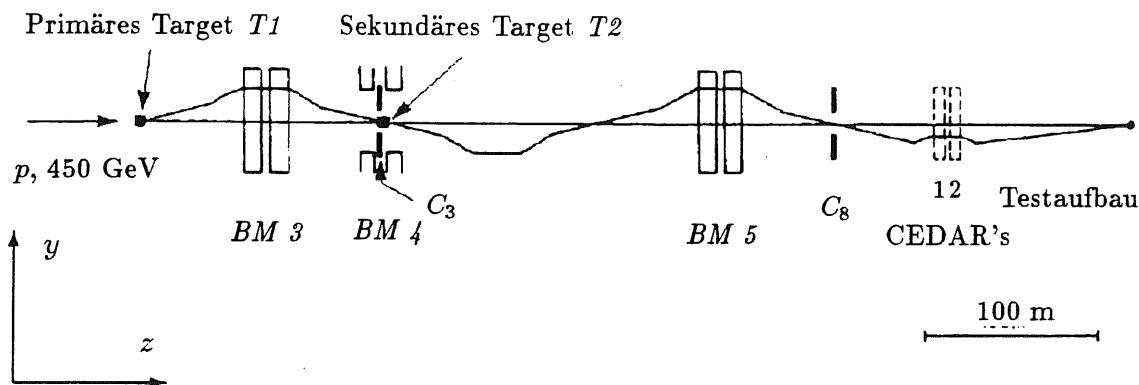


Abbildung 7.1: Die Strahlführung am H6-Strahl des SPS. Die einzelnen Komponenten werden im Text erläutert.

Der verfügbare Energiebereich des Sekundärstrahls beträgt etwa 100 bis 250  $\text{GeV}$  bei einer relativen Impulsaufösung  $\sigma(p)/p$  für Elektronen von ca. 0,3% [H681]. Um den nutzbaren Energiebereich nach kleineren Energien hin zu erweitern, besteht die Möglichkeit, ein zweites Target (T2) im Strahl zu positionieren. Bei einer relativen Impulsaufösung von 0,8% stehen im dadurch entstehenden Tertiärstrahl Teilchenimpulse bis hinab zu  $5\text{ GeV}/c$  zur Verfügung.

Etwa  $100\text{ m}$  vor dem Teststand durchläuft der impulsselektierte Strahl zwei Čerenkov-Zähler (CEDAR), die zur Auswahl einer bestimmten Teilchenart verwendet werden. Die Zähler bestehen jeweils aus einer zylindrischen, heliumgefüllten Röhre, auf deren Achse der Strahl läuft. Zum Nachweis des Čerenkov-

<sup>1</sup>Die Tests wurden von der H1-Kalorimetergruppe durchgeführt. Resultate werden u.a. in [H1C89] beschrieben.

Lichts sind 8 Sekundärelektronenvervielfacher kreisförmig auf dem Zylindermantel angebracht.

Die Abstrahlung von Čerenkov-Licht durch geladene Teilchen in Materie erfolgt immer dann, wenn deren Geschwindigkeit  $v$  größer als die Lichtgeschwindigkeit  $c/n$  im durchquerten Medium ist. Dabei bezeichnet  $n$  den Brechungsindex des Mediums und  $c$  ist die Vakuumlichtgeschwindigkeit. Der Winkel  $\theta$  zur Strahlachse, unter dem das Licht ausgesendet wird, ergibt sich mit  $\beta = v/c$  zu  $\cos \theta = 1/n\beta$ . Da im vorliegenden Fall der Winkel durch die Lage der Sekundärelektronenvervielfacher vorgegeben ist, wurden die Bedingungen zur Teilchenauswahl durch eine Variierung des Gasdruckes und damit des Brechungsindex eingestellt.

Während der Datennahme wurde eine wenigstens 6-fache Koinzidenz der Sekundärelektronenvervielfacher in einem der beiden Čerenkov-Zähler gefordert, um eine bestimmte Teilchenart auszuwählen. Für Elektronen erreicht man damit eine relative Verunreinigung der Datenmenge durch andere Teilchen, die kleiner als  $10^{-3}$  ist [SIR92]. Für die meisten Betrachtungen in den folgenden Abschnitten ist diese Verunreinigung akzeptabel. Eine Ausnahme stellen jedoch die Untersuchungen zur Elektron-Pion-Trennung in Abschnitt 7.6 dar. Für diese Untersuchungen wurde in der Analyse nachträglich eine gleichzeitige 6-fache Koinzidenz der Sekundärelektronenvervielfacher in beiden Čerenkov-Zählern gefordert, was die relative Verunreinigung auf Werte kleiner als  $10^{-4}$  verringert [SIR92]. Durch die damit verbundene Reduzierung der Datenmenge können in dieser Untersuchung dann nur noch Strahlenergien verwendet werden, für die eine ausreichend hohe Ereignisstatistik zur Verfügung steht.

Weitere Detektoren zur Definition der Strahlbedingungen und zur Auslösung der Datennahme befinden sich in der Nähe des Kryostaten, in dem die Testkalorimeter installiert sind (Abbildung 7.2). Zwei gekreuzt angeordnete, streifenförmige Szintillationszähler (B1 (nicht abgebildet) und B2) definieren ein Fenster von  $3 \times 3 \text{ cm}^2$ . Das genaue Strahlprofil kann durch 4 paarweise zusammengefaßte Vieldrahtproportionalkammern gemessen werden. Durch die Forderung, daß jeweils nur ein Draht pro Kammer ein Signal liefert, wird zusätzlich gewährleistet, daß zur Signalbildung im Kalorimeter nur ein einzelnes Teilchen beiträgt. Strahlbegleitende Teilchen (sog. „Strahlhalo“) werden durch den Lochzähler und die Veto-Wand (VM) erkannt, die jeweils aus Szintillatormaterial bestehen. Um die Empfindlichkeit der Veto-Wand auf strahlbegleitende Photonen zu erhöhen, ist ihr eine  $2X_0$  dicke Bleiwand vorangestellt, in der ein Großteil der Photonen elektromagnetische Schauer auslösen. Eine Signalauslösung in der Veto-Wand durch Teilchen, die vom Kalorimeter zurückgestreut werden, verhindert eine nachgestellte Eisenplatte. Die Szintillationswände M1 und M2 hinter dem Kryostaten dienen zur Identifizierung von Myonen und solchen hadronischen Schauern, die einen Großteil ihrer Energie außerhalb des Argon Kalorimeters deponieren. Der Szintillationszähler B2, ein Paar der Vieldrahtproportionalkammern (MWPC2) und der Lochzähler sind auf einem höhenverstellbaren Tisch montiert, der entsprechend der vertikalen Auslenkung des Strahls justiert werden kann ( $y$ -

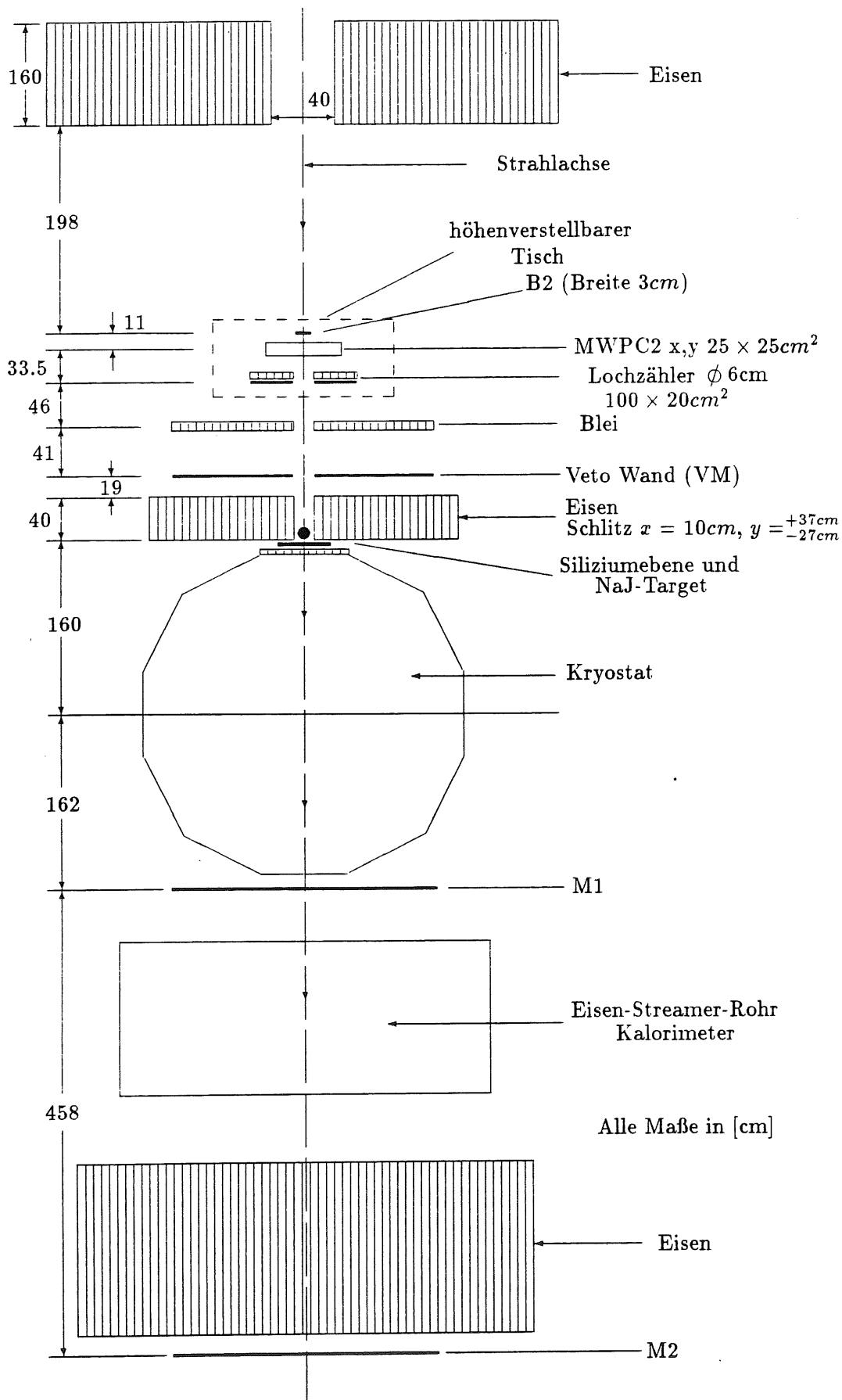


Abbildung 7.2: Der Aufbau des Teststandes am CERN (aus [ZEI92]). Erläuterungen zu einzelnen Komponenten im Text.

Richtung). Das zweite Paar der Vieldrahtproportionalkammern und der Szintillationszähler B1 befinden sich direkt hinter dem Ablenkmagneten B9. Die  $x$ -Koordinate des Einschußpunktes kann durch eine horizontale Verschiebung des Kryostaten verändert werden.

Für spezielle Untersuchungen [ZEI92] kann ein Natriumjodid-Target und eine Ebene von Siliziumdetektoren vor dem Kryostatfenster eingeschoben werden. Diese Komponenten sowie das hinter dem Kryostaten befindliche Eisen-Streamer-Rohr Kalorimeter wurden in den folgenden Untersuchungen nicht verwendet.

### 7.1.2 Die Kalorimeter

Zum Vergleich mit den parametrisierten Simulationen wurden Daten aus drei unterschiedlichen Meßperioden ausgewählt, in denen jeweils andere Module des

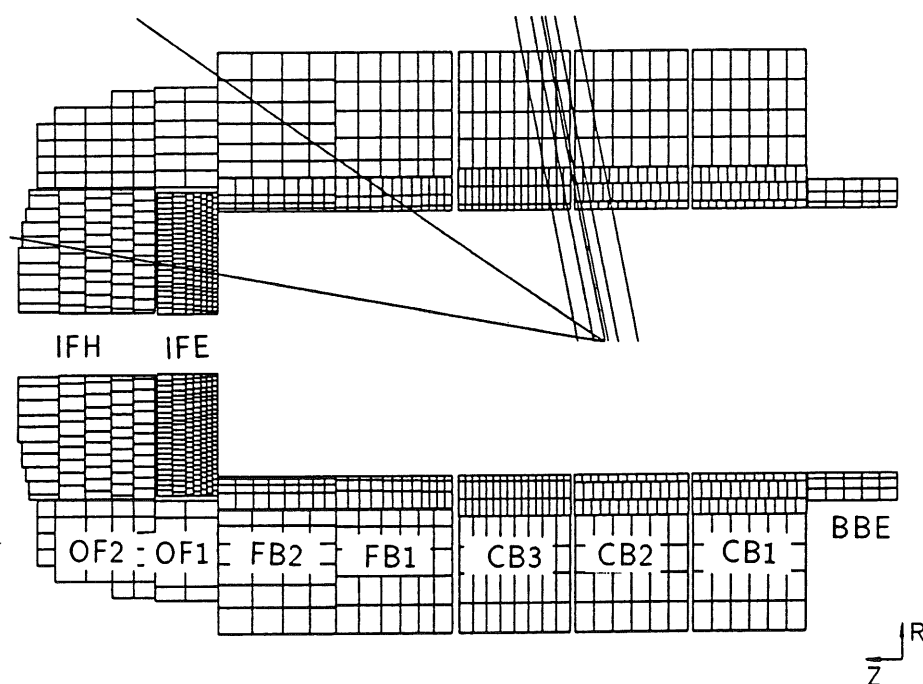


Abbildung 7.3: Die Kalorimeterstapel IFE/IFH, FB1 und CB2/CB3 wurden für die Untersuchungen ausgewählt. Die ungefähren Einschußbedingungen im CERN-Test sind hier im äquivalenten Bild für den H1-Detektor dargestellt. Für das CB3-Kalorimeter wurden die Daten der Meßperiode benutzt, in der der H1-äquivalente Vertex am weitesten in positiver  $z$ -Richtung verschoben erscheint ( $\approx 20$  cm). Der Übergang vom CB2- zum CB3-Kalorimeter wird in Abschnitt 7.4.4 behandelt.

H1 Flüssig-Argon Kalorimeters im Teststrahl positioniert waren. Es handelte sich dabei um Module des inneren Vorwärtskalorimeters (IFE/IFH), des zentralen Vorwärtskalorimeters (FB1) und der zentralen Kalorimeter CB2/CB3. Die Auswahl wurde so getroffen, daß nahezu alle im elektromagnetischen Teil des H1



Flüssig-Argon Kalorimeters realisierten geometrischen Eigenschaften berücksichtigt wurden. Das IFE-Kalorimeter zeichnet sich durch die kleinsten Auslesezellen aus. Im FB1-Kalorimeter sind die Sampling-Schichten (wie auch im FB2 und BBE) senkrecht zur HERA-Strahlachse angeordnet, während sie in den CB-Kalorimetern parallel zur Strahlachse liegen.

Die Kalorimeter wurden im Kryostaten jeweils etwa so positioniert, daß der Teststrahl unter einem Winkel auftrifft, wie er auch im H1-Detektor auftreten würde, wenn ein Teilchen in gerader Linie vom nominalen Wechselwirkungspunkt her auf das Kalorimeter trifft (Abbildung 7.3). Für das IFE- und das CB3-Kalorimeter bildet die Einfallsrichtung einen Winkel von ca.  $10,3^\circ$  bzw.  $11,0^\circ$  mit der Normalen, die senkrecht auf den Schichtebenen steht. Im Falle des FB1-Kalorimeters beträgt der entsprechende Winkel etwa  $34,5^\circ$ . Um das, in Strahlungslängen gemessene, inaktive Material vor den Kalorimetern zu minimieren, wird zwischen dem Kryostatfenster und den Frontplatten der Kalorimeter ein Polyurethan-Körper eingeschoben, um das flüssige Argon aus diesem Bereich zu verdrängen.

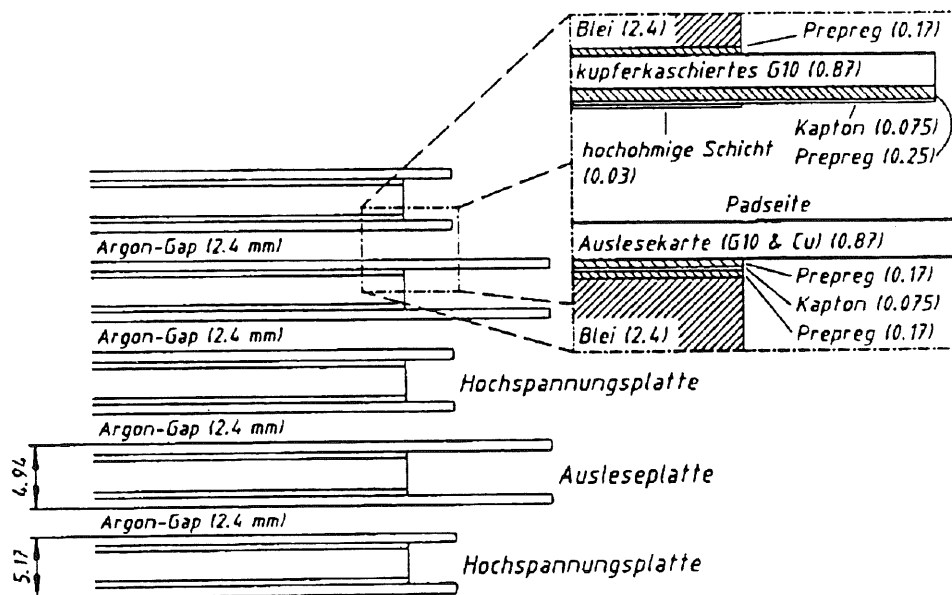


Abbildung 7.4: Die longitudinale Struktur der elektromagnetischen Kalorimeter (aus [BIN90]); alle Maße in mm.

Der mechanische Aufbau der Kalorimeter soll hier kurz besprochen werden. Dazu ist in Abbildung 7.4 die longitudinale Schichtstruktur der elektromagnetischen Kalorimeter dargestellt. Die Absorber bestehen aus 2,4 mm dicken Bleischichten, und als Signalschichten dienen ebenfalls 2,4 mm dicke Lücken, in denen sich flüssiges Argon befindet. Die zur Ladungstrennung benötigte Spannung wird auf der Hochspannungsplatte über hochohmige Schichten zugeführt. Als Ausle-

platte wird glasfaserverstärktes Epoxidharz (G10) verwendet, auf das Kupferflächen aufgeklebt wurden, deren Größe die laterale Segmentierung definiert. Die longitudinale Ausdehnung einer Auslesezone ergibt sich durch die Zusammenfassung der Signale mehrerer aufeinanderfolgender Schichten. Einzelheiten über die Geometrie und Größe der Auslesezellen in den drei betrachteten Kalorimetern werden im Abschnitt 7.5 besprochen.

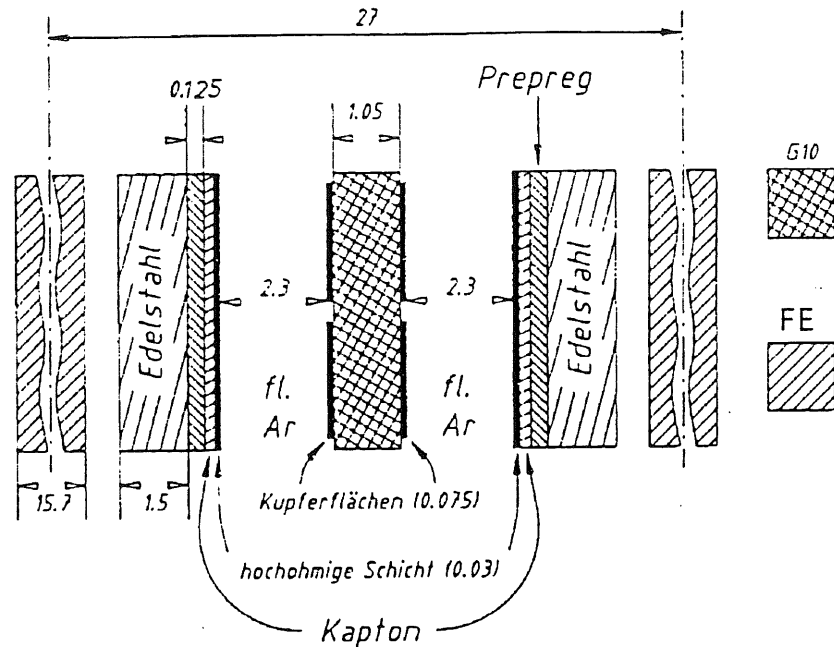


Abbildung 7.5: Die longitudinale Struktur der hadronischen Kalorimeter (aus [BIN90]); alle Maße in mm.

In den hadronischen Kalorimetern (Abbildung 7.5) wird statt Blei Eisen als Absorber eingesetzt. Dabei handelt es sich um ca. 15,7 mm dicke Platten, die in einem Abstand von jeweils 27 mm hintereinander angeordnet sind. Im Gegensatz zum elektromagnetischen Kalorimeter sind die Auslese- und Hochspannungsplatten hier nicht auf die Absorber aufgeklebt, sondern werden in Form unabhängiger Ausleseeinheiten in die Lücken zwischen den Eisenplatten eingeschoben. Eine Ausleseeinheit besteht aus zwei seitlich begrenzenden Edelstahlplatten, auf deren Innenseiten die Hochspannung über hochohmige Schichten zugeführt wird, und einer beidseitig mit Kupferflächen bestückten Ausleseplatte, die sich in der Mitte der Argonlücke befindet.

## 7.2 Simulation der CERN-Tests

Das Programm zur Simulation der Kalorimetertests, ARCET, ist in wesentlichen Teilen mit dem H1-Detektorsimulationspaket H1SIM/H1FAST identisch. Insbe-

sondere werden die Algorithmen zur parametrisierten Schauersimulation, die Routinen zur Spurverfolgung und die Geometriedefinition der Kalorimeter aus der H1-Detektorsimulation verwendet. Dazu wird in der CERN-Test Simulation zunächst die Geometrie des Teststandes, insbesondere des Kryostaten, definiert. Ein Kalorimeterstapel wird dann unter einem entsprechenden Winkel zur Strahlachse zusammen mit einem der Meßperiode entsprechenden Argon-Verdränger im Kryostaten positioniert. Während der Simulation werden die Koordinaten der simulierten Energiedepositionen in das H1-Koordinatensystem umgerechnet und mit Hilfe der in Kapitel 6 beschriebenen Abbildungsfunktion auf die äquivalenten H1-Kalorimeterzellen abgebildet. Dies hat den Vorteil, daß die Simulationen der Kalorimetertests wie auch der CERN-Daten selbst mit Hilfe des Rekonstruktionsprogramms für den H1-Detektor analysiert werden können.

Der Startpunkt des Teilchenstrahls wird in der Simulation an der Stelle des Szintillationszählers B2 positioniert. Mit Hilfe einer Gaußverteilung, deren Breite entsprechend des Betriebsmodus des H6-Strahls (Sekundär- bzw. Teriärmodus) eingestellt werden kann, wird der Teilchenimpuls um seinen Nominalwert fluktuiert.

Eine Unsicherheit liegt in der lateralen Positionierung des Strahls, die im CERN-Test durch den Ablenkmagneten B9 und die horizontale Position des Kryostaten eingestellt wird und den nominalen Einschußpunkt in die Kalorimeter festlegt. Zur Bestimmung dieser Koordinaten für die Simulationen wurden für die drei Meßperioden die mittleren Schwerpunktkoordinaten der Energieverteilungen in den Kalorimetern bei jeweils einer Energie aus den Daten ermittelt. In wiederholten Simulationen wurden die nominalen lateralen Strahlkoordinaten dann so eingestellt, daß die Schwerpunkte der simulierten Energieverteilungen mit denen des Experimentes übereinstimmten. Das laterale Strahlprofil wurde mit Hilfe von Gaußverteilungen simuliert, deren Breiten aus den Signalen der Vieldrahtproportionalkammern bestimmt wurden und die an den Rändern entsprechend dem durch die Streifenähler B1 und B2 definierten Fenster beschnitten wurden.

Zusammenfassend läßt sich festhalten, daß das Simulationsprogramm ARCET eine realistische Nachbildung der Geometrie des Teststandes und der Strahlbedingungen erlaubt. Durch die enge Anlehnung an das H1-Detektorsimulationsprogramm testen die folgenden Untersuchungen auch die Eigenschaften der parametrisierten Schauersimulation im Rahmen des H1FAST-Konzeptes. Verbleibende Unsicherheiten, die die Analyseergebnisse beeinflussen können, sind vor allem die Genauigkeit der lateralen Einschußkoordinaten, ein systematischer Fehler im nominalen Strahlimpuls, der mit  $0,5\% \oplus 150 \text{ MeV}/p$  angegeben wird [LOC92], und die genaue Positionierung der Kalorimeterstapel, die Unsicherheiten im äquivalenten H1-Vertex bedingen kann. Eine kleine Ungenauigkeit im Einschußpunkt kann wegen der großen Abfallkonstanten radialer Energieverteilungen und der Granularität der Auslesestrukturen zu großen Effekten in den lateralen Profilen führen. Die systematische Unsicherheit im Strahlimpuls kann, insbesondere bei kleinen Teilchenenergien, zusätzliche Fehlerbeiträge beim Vergleich energieabhängiger Größen bewirken. Ein Fehler in der Positionierung der Kalorimeter schließlich, der im

Experiment und in der Simulation von unterschiedlicher Größe sein kann, beeinflußt alle Analysen, die von einem bekannten H1-äquivalenten Vertex ausgehen. Im Abschnitt 7.6 wird gezeigt, daß diese Unsicherheit die Effizienz der Elektron-Pion-Trennung um etwa einen Faktor drei verglichen mit idealen Bedingungen reduzieren kann.

## 7.3 Kalibration und Skalierung der Testdaten

Das Ziel der Kalibration und der Skalierung besteht im weitesten Sinne darin, daß die aus den Kalorimetersignalen rekonstruierte Energie  $E_{rek}$  gleich der Energie des einfallenden Teilchens  $E_{ein}$  wird. Der erste Schritt dahin besteht in der Konvertierung der digitalisierten Signale in die durch den Schauer in den Argonlücken deponierte Ladung, die teilweise auf der Ebene einzelner Auslezellen und teilweise in Form globaler Faktoren erfolgt. Dabei sind vielfältige Korrekturen, z.B. für die Effizienz der Ladungssammlung oder die Nullagen der Analog-zu-Digital Konverter (ADC) zu berücksichtigen, auf die hier nicht im einzelnen eingegangen werden soll. Eine ausführliche Beschreibung findet man in [LOC92], und Details zur Signalbildung in Flüssig-Argon Kalorimetern werden in [WIL74] beschrieben.

### 7.3.1 Definition der elektromagnetischen Skala

Die Ladung  $Q$  kann als kalibriertes Signal im engeren Sinne verstanden werden, daß zur Energierekonstruktion geeignet zu skalieren ist. Dazu ist es sinnvoll die zu rekonstruierende Energie in drei Teile aufzuspalten,

$$E_{rec} = E_{Kalo} + E_{Geo} + E_{inV} = E_{ein}, \quad (7.1)$$

welche die im Kalorimeter deponierte Energie ( $E_{Kalo}$ ) sowie geometriebedingte ( $E_{Geo}$ ) und intrinsische Verluste ( $E_{inV}$ , für hadronische Schauer) angeben. Für Elektronen treten geometrische Verluste vorwiegend im inaktiven Material vor dem Kalorimeter ( $\approx 1,5 X_0$  in der IFE-Meßperiode) und in Übergangsbereichen zwischen benachbarten Kalorimeterstapeln auf, während hadronische Schauer einen signifikanten Teil ihrer Energie hinter dem Kalorimeter deponieren können.

Es sei nun die Energie  $E_{Kalo}$ , die nachfolgend für die experimentellen Daten mit  $E_{Exp}$  und für die Simulationen mit  $E_{MC}$  bezeichnet wird, im elektromagnetischen Kalorimeter für den Fall einfallender Elektronen betrachtet. Zur Skalierung wird eine kanalunabhängige Konstante  $C_{Exp}$  benötigt, die Ladungen in Energien umrechnet:

$$E_{Exp} = C_{Exp} \sum_{i=1}^n Q_i. \quad (7.2)$$

Die Summe läuft über alle  $n$  Kalorimeterkanäle. Da alle gemessenen Ladungen auch einen Beitrag des elektronischen Rauschen enthalten, werden in der Summation nur solche Terme berücksichtigt, für die  $Q_i$  größer als ein kanalabhängiger

Schwellenwert ist<sup>2</sup>:

$$Q_i > f q_{\sigma i}. \quad (7.3)$$

Dabei bedeutet  $q_{\sigma i}$  das Ladungsäquivalent der Breite der Verteilung der Nullagen der AD-Konverter und  $f$  ist ein Zahlenfaktor (in den folgenden Untersuchungen wurde jeweils  $f = 3$  zur Unterdrückung des Rauschens gewählt).

Mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulationen läßt sich die Konstante  $C_{Exp}$  nun so definieren, daß sie weder von der Strahlenergie noch von der Rauschunterdrückung  $f$  abhängt. Dazu fordert man, daß die im Experiment und in der Simulation rekonstruierten Energien,  $E_{Exp}$  bzw.  $E_{MC}$ , im Mittel gleich sind,

$$\frac{\langle E_{MC} \rangle}{\langle E_{Exp} \rangle} = 1. \quad (7.4)$$

In der Rekonstruktion der simulierten Daten muß dabei das elektronische Rauschen genauso wie bei den experimentellen Daten behandelt werden. Dazu standen sogenannte „leere Ereignisse“ zur Verfügung, bei denen im CERN-Test eine Datenaufzeichnung ohne Teilcheneinfall ausgelöst wurde. Die Ereignisse enthalten deshalb für jeden Kanal lediglich die Rauschbeiträge  $q_i$ , die zu den simulierten Ereignissen hinzuaddiert werden können<sup>3</sup>. Für die Simulation ergibt sich also

$$E_{MC} = \sum_{i=1}^n C_{MC} E_i + C_{Exp} q_i \quad (7.5)$$

mit der Bedingung

$$\frac{C_{MC} E_i}{C_{Exp}} > f q_{\sigma i}. \quad (7.6)$$

Darin bedeutet  $E_i$  die simulierte sichtbare Energie im Kanal und  $C_{MC} = 1/\bar{\epsilon}$  den Kehrwert des sichtbaren Energieanteils für Elektronen, der in der parametrisierten Simulation bekannt ist. Aus den Gleichungen 7.2 und 7.5 kann nun mit der Forderung  $\langle E_{MC} \rangle = \langle E_{Exp} \rangle$  die Konstante  $C_{Exp}$  durch Iteration der Simulationen (da  $E_{MC}$  schwach von  $C_{Exp}$  abhängt) bestimmt werden. Die so ermittelte Konstante wird als *elektromagnetische Skala* bezeichnet. Da sie weder von der Rauschunterdrückung  $f$  (Abbildung 7.6) noch von geometriebedingten Energieverlusten abhängt, kann sie unmittelbar vom CERN-Test auf den H1-Detektor übertragen werden.

Die Bestimmung von  $C_{Exp}$  mit Hilfe der parametrisierten Simulationen, die bei einer Strahlenergie von 30 GeV ermittelt wurde, ergab für das IFE-Kalorimeter

$$C_{Exp} = (3,540 \pm 0,005) \text{ GeV}/pC,$$

in guter Übereinstimmung mit einem entsprechenden Ergebnis aus detaillierten Simulationen:  $C_{Exp} = (3,542 \pm 0,006) \text{ GeV}/pC$  [LOC92].

<sup>2</sup> $Q_i$  kann deshalb auch als Summe des physikalischen Signals  $Q_{phys,i}$  und des Rauschbeitrages  $q_i$  aufgefaßt werden.

<sup>3</sup>Die „leeren Ereignisse“ dienen auch dazu die Breiten der Rauschamplituden  $q_{\sigma i}$  zu bestimmen.

Die elektromagnetische Skala für das hadronische Kalorimeter,  $C_{Exp}^{HK}$ , läßt sich aufgrund der geringen longitudinalen Ausdehnung elektromagnetischer Schauer nicht direkt unter Verwendung der Daten bestimmen. Statt dessen berechnet man  $C_{Exp}^{HK}$  indirekt aus dem Verhältnis der sichtbaren Anteile  $\bar{e}_{EK}$  und  $\bar{e}_{HK}$  im elektromagnetischen und hadronischen Kalorimeter, die aus detaillierten Simulationen bekannt sind ([LOC92], [LAP92]), zu

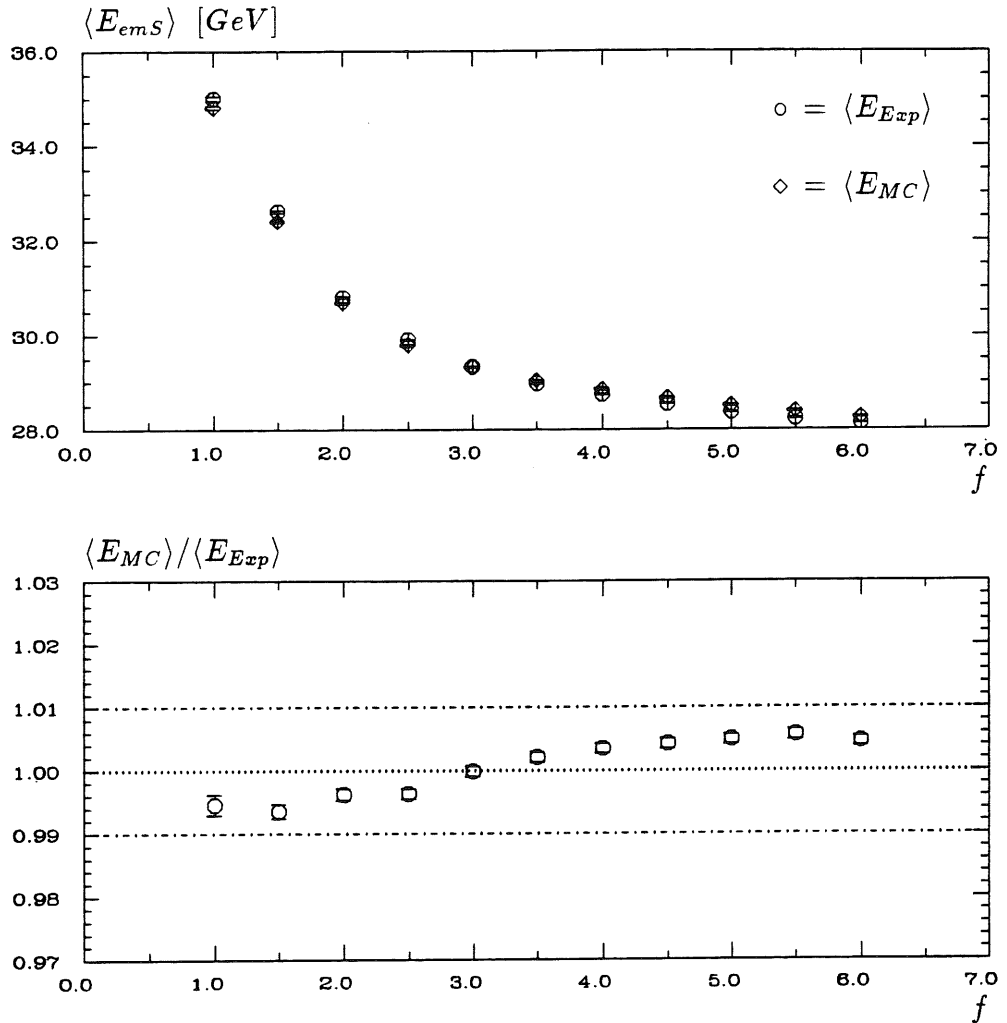


Abbildung 7.6: Zur Unabhängigkeit der elektromagnetischen Skala von der Rauschunterdrückung. Oben: Die auf der elektromagnetischen Skala rekonstruierte Energie  $E_{ems}$  für 30 GeV Elektron-Daten und Simulationen im IFE als Funktion von  $f$ . Unten: Das Verhältnis der Mittelwerte aus dem oberen Bild. Im besonders interessanten Bereich  $2 \leq f \leq 4$  sind die Abweichungen kleiner als  $\pm 0,4\%$ .

$$C_{Exp}^{HK} = C_{Exp} \frac{1/\bar{e}_{HK}}{1/\bar{e}_{EK}}. \quad (7.7)$$

Abschließend soll noch einmal auf die Gleichung 7.1 zurückgekommen werden. Bezeichnet man die Energie auf der elektromagnetischen Skala für das Experiment oder die Simulation allgemein mit  $E_{emS}$ , so läßt sich die tatsächlich im Kalorimeter deponierte Energie durch

$$E_{Kalo} = E_{emS} \frac{E_{MC}^{wahr}}{E_{MC}}$$

ermitteln. Das Verhältnis  $E_{MC}^{wahr}/E_{MC}$ , in dem  $E_{MC}^{wahr}$  die in der Simulation bekannte tatsächlich deponierte Energie darstellt, hängt dabei von der aktuell gewählten Rauschunterdrückung ab. Gleichung 7.1 läßt sich nun symbolisch als

$$E_{rec} = E_{ein} = E_{emS} \otimes \text{Korrekturen} \quad (7.8)$$

schreiben. Die Korrekturen enthalten Parametrisierungen von  $E_{MC}^{wahr}$ , geometriebedingte Energieverluste und Wichtungsalgorithmen zur Kompensierung intrinsischer Verluste in hadronischen Schauern. Insbesondere werden einige der Korrekturen für den H1-Detektor anders sein als für die CERN-Daten. Die elektromagnetische Skala behält dagegen ihre Bedeutung. In den Vergleichen der parametrisierten Simulation mit den CERN-Daten in den folgenden Abschnitten werden die Energien deshalb immer auf der elektromagnetischen Skala angegeben.

## 7.4 Vergleiche zur Energiemessung

Zum Vergleich mit den parametrisierten Simulationen standen Daten unterschiedlicher Strahlenergie für die drei betrachteten Meßperioden zur Verfügung. Für das IF-Kalorimeter deckten die verfügbaren Energien einen Bereich von 5–50 GeV ab. Im CB3-Kalorimeter waren Energien von 10–50 GeV und im FB1-Kalorimeter von 10–166 GeV verfügbar. Im folgenden sollen zunächst Größen untersucht werden, die die Summe der Kalorimetersignale über große räumliche Bereiche wiedergeben, ohne die detaillierte Auslesegranularität zu berücksichtigen. In den Simulationen wurde das elektronische Rauschen, wie in Abschnitt 7.3.1 beschrieben, unter Verwendung von „leeren Ereignissen“ berücksichtigt.

### 7.4.1 Linearität der Energiemessung

Aussagen über die Linearität der Energiemessung in den elektromagnetischen Kalorimetern erhält man, wenn man die gemessenen und simulierten Energien auf der elektromagnetischen Skala miteinander vergleicht. Dazu sind in Abbildung 7.7 die Verhältnisse der Mittelwerte  $\langle E_{MC} \rangle / \langle E_{Exp} \rangle$ , die jeweils durch Anpassungen von Gaußverteilungen an die Energieverteilungen gewonnen wurden, für die unterschiedlichen Meßperioden als Funktion der Strahlenergie dargestellt. Für das IFE-Kalorimeter überdecken die Abweichungen vom Idealwert Eins einen Bereich von etwa  $\pm 0,9\%$ . Das CB3E- und das FB1E-Kalorimeter zeigen Abweichungen von der Linearität, die kleiner als  $\pm 0,5\%$  sind. Vergleichbare Untersuchungen in

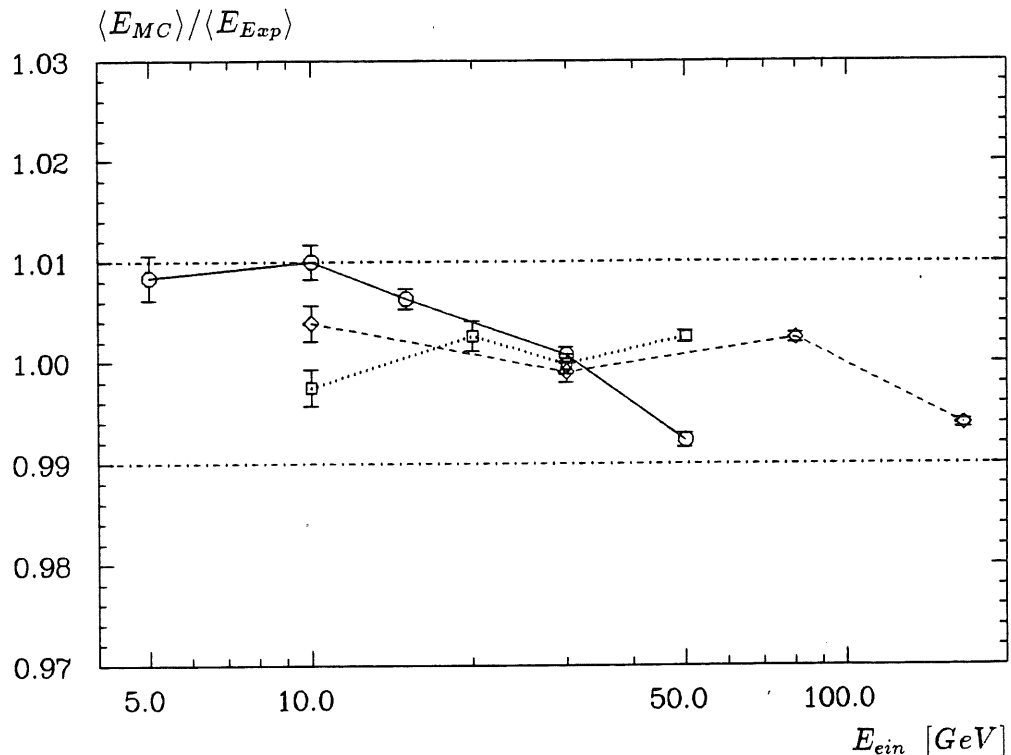


Abbildung 7.7: Darstellungen zur Linearität der Energiemessung im CERN-Test (— = IFE, ... = CB3E, - - - = FB1E). Die Fehlerbalken geben die statistischen Fehler an.

[LOC92] und [LAP92] mit detaillierten Simulationen führten zu ähnlichen Ergebnissen.

Die Abweichungen von der Linearität und die Variation der elektromagnetischen Skala in Abhängigkeit von der Behandlung des elektronischen Rauschens bilden einen Beitrag zum systematischen Fehler in der Datenanalyse mit dem H1-Detektor. Weitere Beiträge kommen aus der elektronischen Kalibration, der (systematischen) Impulsunsicherheit des H6-Strahls, den Effizienzkorrekturen und der mechanischen Homogenität der Kalorimeterstapel. Der gesamte systematische Fehler in der Energiemessung im H1 Flüssig-Argon Kalorimeter, der auch Unsicherheiten in der Interkalibration zwischen verschiedenen Modulen berücksichtigt, wird für die elektromagnetischen Kalorimeter mit ca.  $\pm 1,5\%$  und für die hadronischen Kalorimeter mit  $\pm 2\%$  angegeben [KÜS92]. Diese Angaben beziehen sich ausdrücklich auf die erste Periode der Datennahme. Später soll der systematische Fehler unter Verwendung von HERA-Ereignissen wie der Häufung des gestreuten Elektrons in bestimmten Detektorbereichen (sog. kinematischer Peak), der Messung von Myonensignalen aus Zerfällen von Resonanzzuständen schwerer Quarks ( $J/\Psi$ ) oder mit Hilfe kosmischer Myonen verringert werden.



### 7.4.2 Energieauflösung

Die Energieauflösung  $\sigma(E)/\langle E \rangle$ , in der  $E$  wieder die Energie auf der elektromagnetischen Skala ist, muß in der parametrisierten Simulation in Form eines Eingabeparameters eingestellt werden. Vergleiche von GEANT-Simulationen mit den CERN-Daten zeigten, daß die detaillierte Simulation signifikant zu geringe Energiefluktuationen vorhersagte. Der Eingabeparameter für die Sampling-Fluktuationen in der parametrisierten Simulation soll hier deshalb aus den Daten selbst bestimmt werden. Aufgrund kleiner mechanischer Unterschiede der betrachteten Kalorimeterstapel, z.B. in der Breite der Argonlücken oder der Dicke der Bleischichten, können die Beiträge der Sampling-Fluktuationen zur Energieauflösung geringfügig unterschiedlich ausfallen. Die Beiträge des elektronischen Rauschens hängen von der Rauschunterdrückung  $f$  und der Größe der Auslesezellen ab.

An die Werte von  $\sigma(E)/\langle E \rangle$  der CERN-Daten, die aus der Anpassung von Gaußverteilungen gewonnen wurden und in Abbildung 7.8 für die drei Kalorimeter dargestellt sind, wurden Funktionen der Form

$$\frac{\sigma(E)}{\langle E \rangle} = \sqrt{\frac{a^2}{\langle E \rangle} + \frac{b^2}{\langle E \rangle^2} + \left(\frac{\sigma(p)}{p}\right)^2} \quad (7.9)$$

angepaßt. Darin beschreibt der freie Parameter  $a$  den Anteil der Sampling-Fluktuationen an der Energieauflösung, und der Parameter  $b$ , der quadratisch mit dem Kehrwert der Energie gewichtet eingeht, soll das elektronische Rauschen berücksichtigen (siehe dazu z.B. [MAR89]). Die Impulsauflösung des Strahls,  $\sigma(p)/p$ , geht als konstanter Term ein und wurde abhängig von der Strahlenergie auf 0,8% (Tertiärmodus) bzw. 0,3% (Sekundärmodus) fixiert. Die Ergebnisse der Anpassungen werden in Tabelle 7.1 zusammengefaßt. Die Terme zur Beschreibung

	$a$ [%]	$b$ [%]
IFE	$11,9 \pm 0,2$	$24,3 \pm 0,9$
CB3E	$10,6 \pm 0,3$	$28,9 \pm 2,1$
FB1E	$11,0 \pm 0,3$	$26,5 \pm 2,2$

Tabelle 7.1: Die Parameterwerte aus der Anpassung von Gleichung 7.9 für die Kalorimeter im CERN-Test. Die Fehlerangaben geben die durch das Anpassungsprogramm ermittelten Genauigkeiten wieder.

der Sampling-Fluktuationen sind für das CB3E- und das FB1E-Kalorimeter im Rahmen der angegebenen Fehler miteinander verträglich, während sich für das IFE-Kalorimeter ein leicht höherer Wert ergibt. Die Beiträge des elektronischen Rauschens sind im IFE-Kalorimeter am kleinsten und nehmen im CB3E-Kalorimeter ihre höchsten Werte an. Diese Entwicklung korrespondiert mit den Volumina der Auslesezellen, die vom IFE- über das FB1E- zum CB3E-Kalorimeter hin zunehmen.

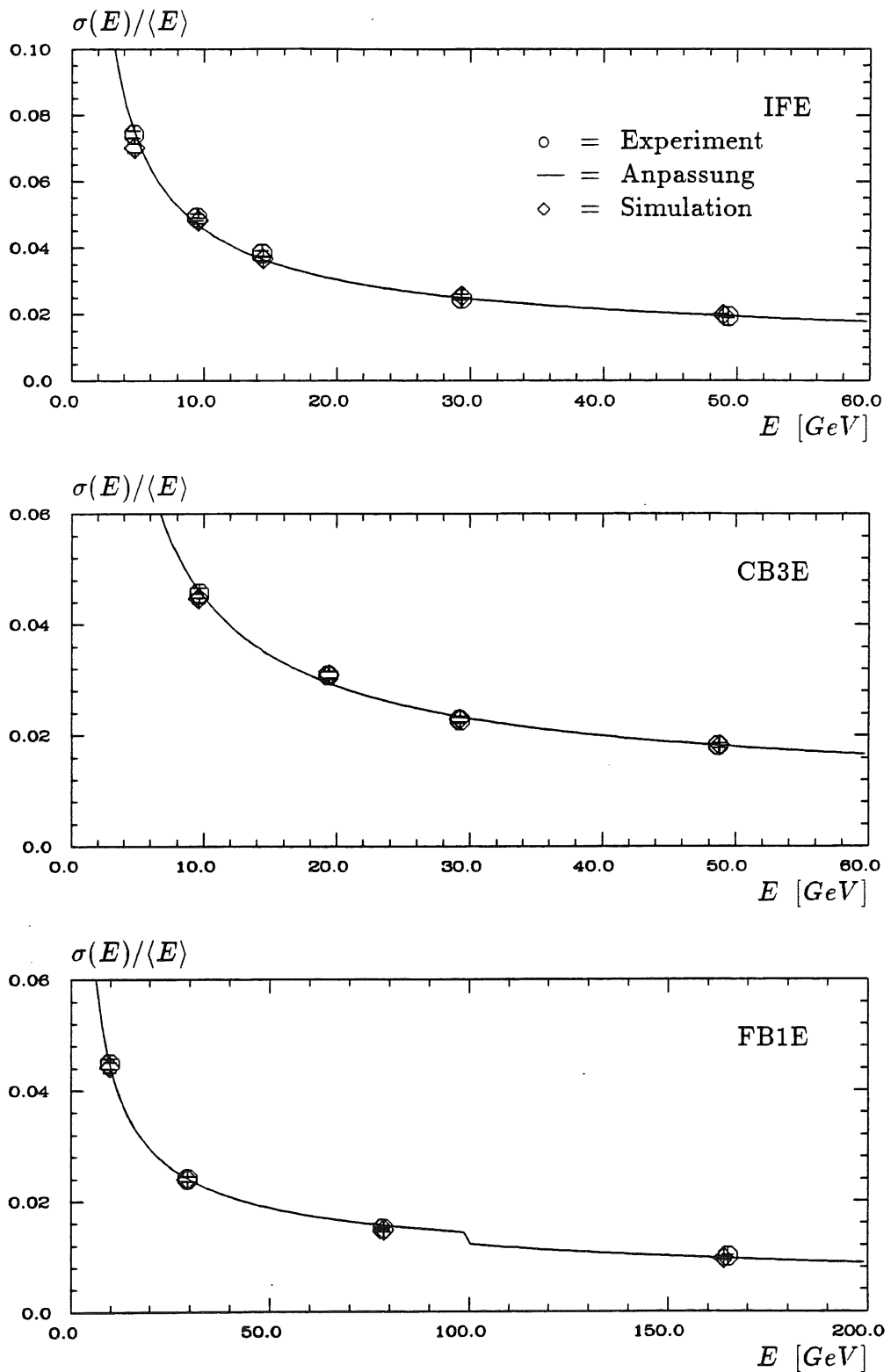


Abbildung 7.8: Energieauflösung der Kalorimeter im CERN-Test (○ = Daten, ◇ = Simulation, — = Anpassung). Die Unstetigkeit in der angepassten Kurve für das FB1E-Kalorimeter bei 100 GeV gibt die bessere Impulsauflösung des H6-Strahls im Sekundärmodus wieder. Weitere Einzelheiten im Text.

Die aus der Anpassung ermittelten Werte des Parameters  $a$  wurden nun zur Simulation der Sampling-Fluktuationen in der parametrisierten Simulation verwendet. Dazu mußten die Simulationen nicht wiederholt werden. Vielmehr konnten die Fluktuationen unter Verwendung der „kalibrierten Energien“ und mit Hilfe des im Abschnitt 5.1 beschriebenen Verfahrens, daß eine nachträgliche Simulation der Sampling-Fluktuationen auf der Ebene von Auslesezellen erlaubt, durch eine neuerliche Rekonstruktion der simulierten Ereignisse erzeugt werden.

Die Werte für die Energieauflösung in der parametrisierten Simulation sind ebenfalls in der Abbildung 7.8 dargestellt. Die gute Übereinstimmung mit den CERN-Daten verifiziert nicht nur die vorgestellte Methode zur Ermittlung der Sampling-Fluktuationen, sondern demonstriert auch die Flexibilität der Implementation der Simulationsalgorithmen im H1FAST-Konzept.

### 7.4.3 Verteilungen der Gesamtenergie

Nachdem in den vorangegangenen Abschnitten die Mittelwerte und die Breiten der gemessenen Energieverteilungen untersucht wurden, soll nun noch die Form der Verteilungen selbst verglichen werden.

Zur Rekonstruktion von HERA-Daten im H1-Detektor ist vorgesehen, zunächst alle Zellen mit Signalen oberhalb der gewählten Rauschschwelle nach ihrer geometrischen Lage in unterschiedlichen Gruppen, den sogenannten Klustern, zusammenzufügen. Dazu werden zuerst lateral benachbarte Zellen einer longitudinalen Schicht zu Substrukturen, sogenannten 2D-Klustern, zusammengefaßt. Die endgültigen (dreidimensionalen) Kluster werden in einem zweiten Schritt durch Zusammenlegung der 2D-Kluster entlang einer, in der Regel durch eine geschätzte Schauerachse definierte Richtung gebildet. Als Kriterium für die Zugehörigkeit einer Zelle zu einem 2D-Kluster dient das Auffinden von Tälern in der lateralen Energieverteilung. Eine Zusammenlegung der 2D-Kluster zu dreidimensionalen Strukturen erfolgt, wenn sie entlang der geschätzten Schauerachse eine hinreichende Deckung aufweisen. Die Kriterien sind so eingestellt, daß die Zellen isolierter elektromagnetischer Schauer zum überwiegenden Teil in einem einzigen Kluster zusammengefaßt werden. Nähere Einzelheiten zum Kluster-Algorithmus findet man in [GÖR91].

In Abbildung 7.9 werden die Energieverteilungen im Kluster mit der größten Anzahl zugehöriger Kanäle,  $E_{max}$ , sowie die Verteilung der Energie in allen übrigen Klustern,  $E_{Rest}$ , für die Daten und die Simulationen verglichen. Dabei werden für die drei Meßperioden jeweils nur die zur Strahlenergie  $30\text{ GeV}$  gehörigen Daten verwendet, mit denen die elektromagnetischen Skala bestimmt wurde. Dadurch wird die Gleichheit der Mittelwerte für die experimentellen Daten und die Simulationen gewährleistet, was eine Beurteilung der Gestalt ermöglicht. Bei anderen Primärenergien würden die Abweichungen von der Linearität aufgrund der geringen Schwankungsbreite der Verteilungen eine Beurteilung der Gestalt erheblich erschweren.

Der Vergleich zeigt in allen Kalorimetern eine sehr gute Übereinstimmung für

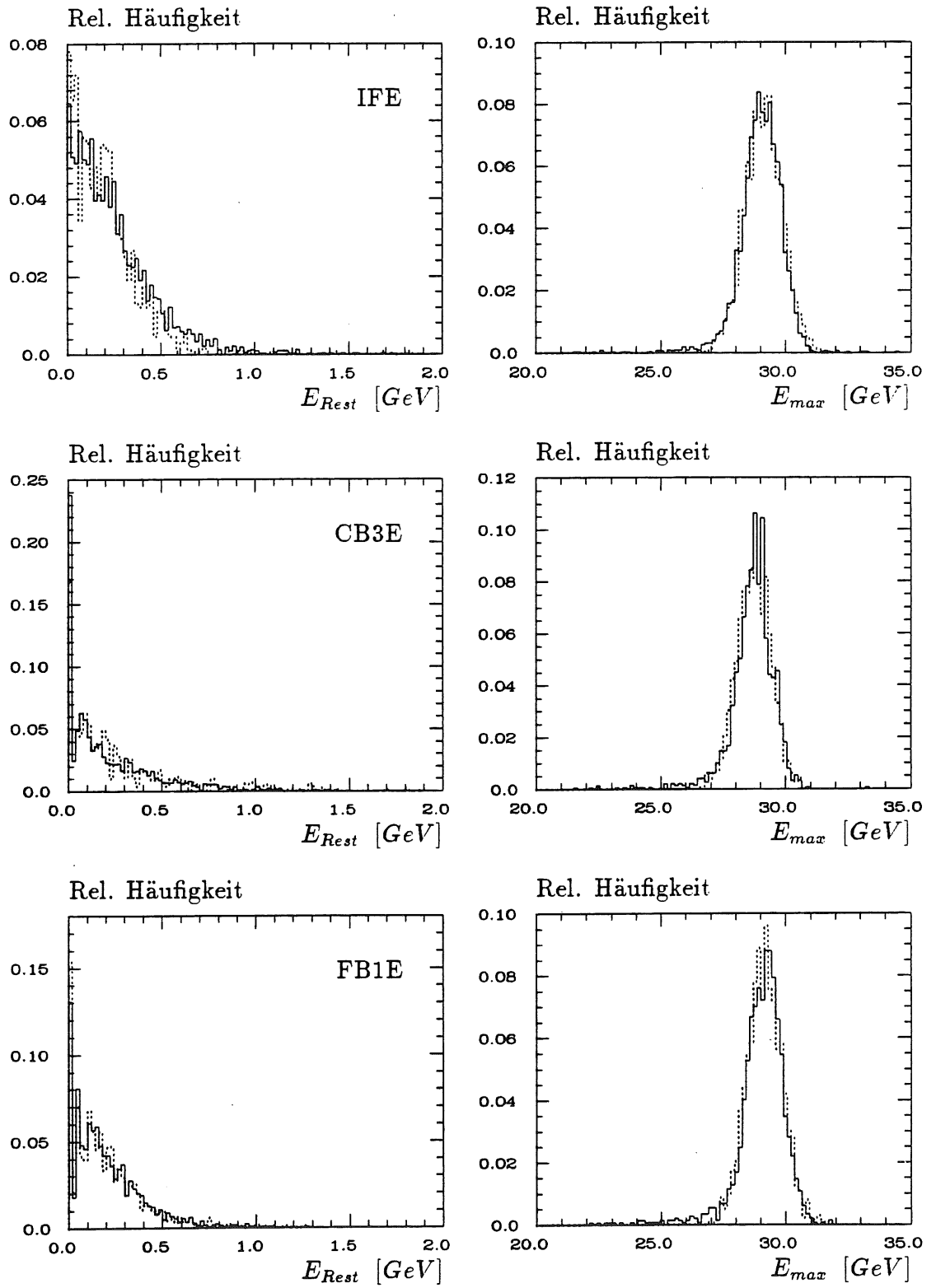


Abbildung 7.9: Energieverteilungen für 30 GeV Daten (—) und Simulationen (···) im Cluster mit der höchsten Anzahl zugehöriger Kanäle (rechts) und in allen übrigen Clustern (links).

die Energieverteilungen im größten Cluster. Die Verteilung von  $E_{Rest}$  fällt im IFE-Kalorimeter von Null beginnend kontinuierlich zu höheren Energien hin ab, während sich im CB3E- und FB1E-Kalorimeter ein deutliches Maximum bei Null ausbildet. In diesen Kalorimetern erhöht das größere Volumen der Auslesezellen die Wahrscheinlichkeit, daß der Cluster-Algorithmus alle signalgebenden Zellen einem einzigen Cluster zuordnet. Die Beschreibung von  $E_{Rest}$  in der Simulation ist insgesamt gut, weist jedoch in einigen Details geringere Abweichungen auf.

#### 7.4.4 Simulation des Überganges CB2/CB3

Aus bautechnischen Gründen befinden sich zwischen benachbarten Kalorimeterstapeln im H1-Detektor Übergangsbereiche, die nur unzureichend durch die Auslestrukturen erfaßt werden. Die Energie von Teilchen, die diese Bereiche durchqueren, kann deshalb nur zum Teil im Kalorimeter nachgewiesen werden. Für die Datenanalyse müssen deshalb Korrekturfunktionen ermittelt werden, die auf die Energieverluste in diesen Bereichen korrigieren. Da nicht alle möglichen Bedingungen unter denen Teilchen die unterschiedlichen Grenzen zwischen Kalorimeterstapeln durchqueren im CERN-Test nachgebildet werden können, müssen diese Korrekturen mit Hilfe von Simulationen bestimmt werden. Ziel dieses Abschnitts ist es, anhand eines speziellen Falles zu untersuchen, ob die schnelle Kalorimetersimulation die Auswirkungen einer Schauerentwicklung im Übergangsbereich auf die Kalorimetersignale voraussagen kann. Insbesondere wird dadurch auch das wechselseitige Zusammenspiel von detaillierter und parametrisierter Schauersimulation im H1FAST-Konzept getestet.

Je nach Orientierung der Übergangsbereiche bezüglich der  $z$ -Achse im H1-Detektor unterscheidet man  $z$ - und  $\phi$ -Übergänge. Im Zentralkalorimeter orientieren sich die  $z$ -Übergänge entlang Ebenen, auf denen die Strahlachse senkrecht steht, während die  $\phi$ -Übergänge parallel dazu liegen (siehe dazu die Abbildungen 1.9 und 1.10 in Kapitel 1). Ein besonderes Problem stellen die  $\phi$ -Übergänge dar, weil hochenergetische Elektronen und Photonen, deren Trajektorien nur geringfügig bzw. gar nicht durch das Magnetfeld gekrümmt sind, elektromagnetische Schauer auslösen können, die sich zum großen Teil außerhalb der Kalorimeterstapel entwickeln. Im Falle der  $z$ -Übergänge bildet die Teilchenbahn immer einen endlichen Winkel mit der Übergangsebene, der beim Übergang vom CB2- zum CB3-Kalorimeter allerdings lediglich etwa  $11^\circ$  beträgt. Nachteilig kommt hier hinzu, daß die Bahnen geladener Teilchen in der Ebene der  $z$ -Übergänge nicht durch das Magnetfeld gekrümmt sind und daß die geknickte mechanische Bauweise der hadronischen Kalorimeter, die in den  $\phi$ -Übergängen eine spätere Absorption der Schauerenergie im hadronischen Kalorimeter gewährleistet, hier keine Entsprechung findet.

Im CERN-Test wurde der  $z$ -Übergang zwischen dem CB2- und dem CB3-Kalorimeter bei einer Strahlenergie von  $30 \text{ GeV}$  untersucht, indem der Kryostat auf unterschiedliche Positionen entlang der  $x$ -Achse verschoben wurde. Die Positionen reichten von  $x_{Kryo} = -25 \text{ cm}$  bis  $x_{Kryo} = +20 \text{ cm}$  und sind in Abbil-

dung 7.3 im äquivalenten Bild des H1-Detektors angedeutet. Dabei entspricht die Position  $x_{Kryo} = 0 \text{ cm}$  in etwa einem Teilcheneinschuf vom H1-Vertex in den Übergangsbereich. Für  $x_{Kryo} = -25 \text{ cm}$  entwickelt sich der Schauer vollständig im CB2- und für  $x_{Kryo} = +20 \text{ cm}$  vollständig im CB3-Kalorimeter.

Seien nun die Energien in den elektromagnetischen und hadronischen Kalorimetern mit  $E_{CB2E}$ ,  $E_{CB3E}$ ,  $E_{CB2H}$  und  $E_{CB3H}$  bezeichnet. In Abbildung 7.10 (oben links) ist für das Experiment und die Simulation dargestellt, wie die En-

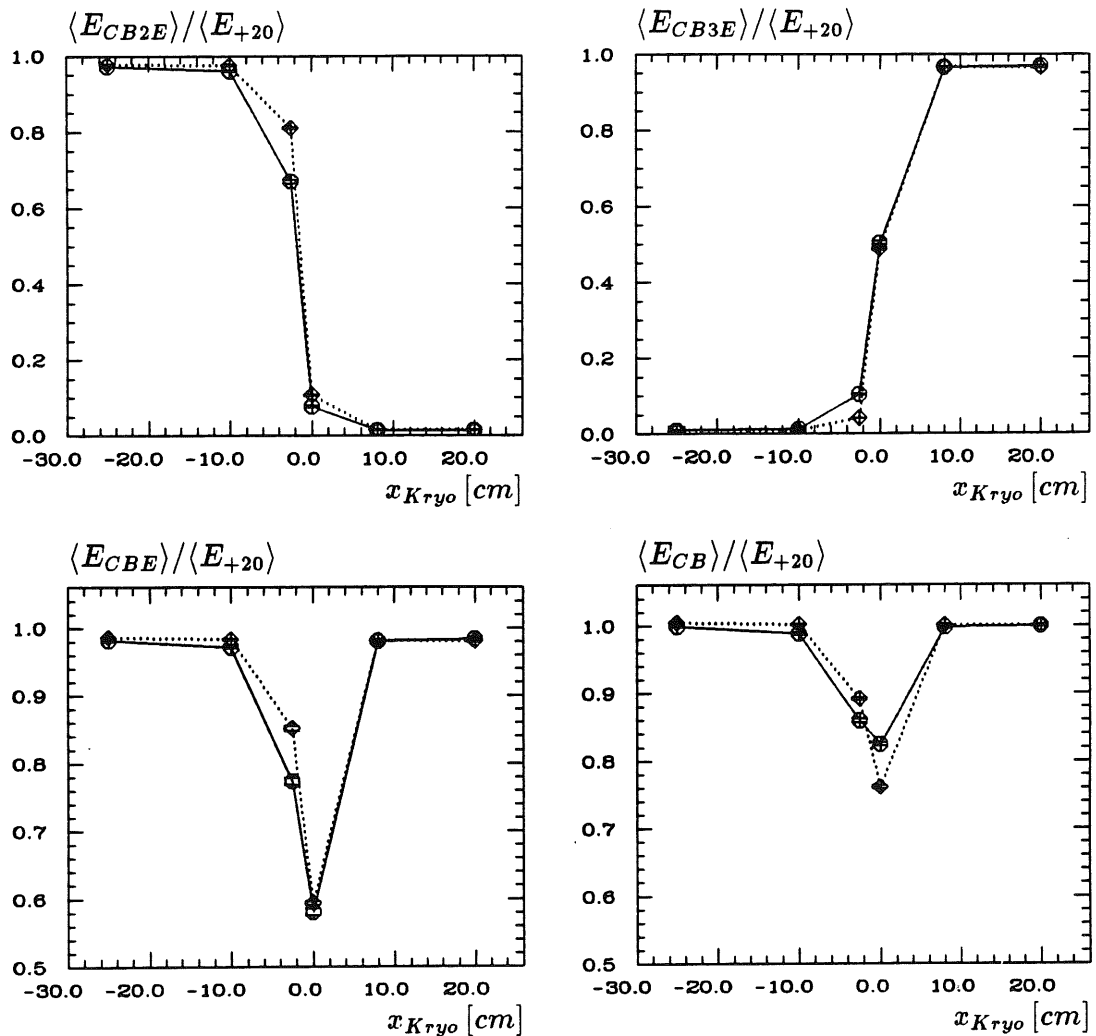


Abbildung 7.10: Vergleich der Energiemessung beim Einschuf in den Übergangsbereich zwischen CB2 und CB3 (— = Daten, ... = Simulation). Die Fehlerbalken geben die rein statistischen Fehler wieder. Sie berücksichtigen nicht den Beitrag, der durch Ungenauigkeiten in der Simulation des Einschufpunktes zu erwarten ist. Weiter Erläuterungen im Text.

ergie aus dem CB2E-Kalorimeter mit wachsender  $x$ -Koordinate des Kryostaten herauswandert. Dabei dient die unter Standardbedingungen ( $x_{Kryo} = +20 \text{ cm}$ )

gemessene Energie im CB3-Kalorimeter

$$E_{+20} = E_{CB3E}(x_{Kryo} = +20) + E_{CB3H}(x_{Kryo} = +20)$$

als Normierung. Der gleichzeitige Anstieg im CB3E-Kalorimeter wird im Bild oben rechts dargestellt.

Betrachtet man die insgesamt in den elektromagnetischen Kalorimetern deponierte Energie

$$E_{CBE} = E_{CB2E} + E_{CB3E}$$

(Bild unten links) so wird deutlich, daß bei einem Direkteinschuß in den Übergangsbereich nur noch etwa 60% der Schauerenergie in den elektromagnetischen Kalorimeterstapeln nachgewiesen wird. Die Übereinstimmung von Experiment und Simulation ist unter diesen Bedingungen besser als 1,7%.

Ein Teil der Schauerenergie kann aufgrund des endlichen Winkels zwischen der Einschußrichtung und der Übergangsebene ( $11^\circ$ ) noch im hadronischen Kalorimeter nachgewiesen werden. Dazu wird im Bild unten rechts die in allen Stapeln gemessene Energie,

$$E_{CB} = E_{CBE} + E_{CB2H} + E_{CB3H},$$

betrachtet. In diesem Fall erhöht sich der Anteil der nachgewiesenen Schauerenergie auf etwa 80%. Der Vergleich der CERN-Daten mit den Simulationen fällt hier mit einer Abweichung von etwa 9% schlechter aus als im Fall der elektromagnetischen Kalorimeter.

Bei der Bewertung der Vergleiche muß allerdings berücksichtigt werden, daß Ungenauigkeiten im Einschußpunkt, der für die Simulationen bei der Kryostatposition  $x_{Kryo} = +20\text{ cm}$  eingestellt wurde, hier einen zusätzlichen Fehler in der Energiemessung bewirken kann. Vergleiche von GAYLER [GAY92], der detaillierte und parametrisierte Simulationen niederenergetischer Photonen und Pionen im Rahmen der H1-Detektorsimulation untersucht hat, zeigen eine Übereinstimmung in den Übergangsbereichen die deutlich besser als 5% ausfällt.

## 7.5 Vergleiche topologischer Eigenschaften

In diesem Abschnitt sollen Größen und Verteilungen verglichen werden, die die feine Auslesegranularität im H1-Kalorimeter berücksichtigen. Ziel ist es, die Qualität der parametrisierten Schauersimulation in lokalen, räumlich begrenzten Kalorimeterbereichen zu beurteilen.

Im Nummerierungsschema für die Auslesekanäle im H1-Detektor wird jeder Kalorimeterzelle eine kontinuierlich fortlaufende Nummer zugewiesen, die in ein 6-Tupel von Zahlen (M,N,L,I,J,K) expandiert werden kann. Die ersten drei Zahlen dienen zur Lokalisierung eines Kalorimeterstapels und das Triplet (I,J,K) gibt die Lage der Auslezellen in einem bestimmten Modul an. Die Richtung  $\vec{k}$ , in der die Koordinate K zunimmt, zeigt für das IFE-Kalorimeter in Richtung der positiven

	IFE (Quadrant)	CB3E (Oktant)	FB1E (Oktant)
I	16 bzw. 32	16	16
J	26	16	12
K	4	3	3
Summe	2688	768	576

Tabelle 7.2: Anzahl der Kanäle der Testkalorimeter. Für das IFE-Kalorimeter beziehen sich die Angaben auf einen Quadranten, für das CB3E- und das FB1E-Kalorimeter auf einen Oktanten.

$z$ -Achse, während sie sich für alle anderen Bereiche des Argon Kalorimeters senkrecht dazu orientiert. Für das IFE- und das CB3- Kalorimeter steht  $\vec{k}$  deshalb senkrecht, und im Falle des FB1-Kalorimeters parallel zu den Sampling-Schichten.

Die Koordinaten I und J geben die laterale Position einer Auslesezone an. Die Konventionen über ihre Laufrichtungen sind für das CB3E- und das FB1E-Kalorimeter in Abbildung 7.11, und für das IFE-Kalorimeter in Abbildung 7.12 graphisch dargestellt. Die J-Koordinate entspricht unterschiedlichen Winkeln  $\vartheta$  mit der Strahlachse, während die I-Koordinate bei festem  $\vartheta$  als Rotation um die Strahlachse darstellbar ist. Die Darstellung der physikalischen Zellkoordinaten  $(x,y,z)$  mit Hilfe des Triplets (I,J,K) entspricht einer Projektion der Zellmittelpunkte auf ein rechtwinkliges, nicht maßstabstreues Koordinatensystem  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . Informationen über die Anzahl der Kanäle sind in Tabelle 7.2 zusammengefaßt.



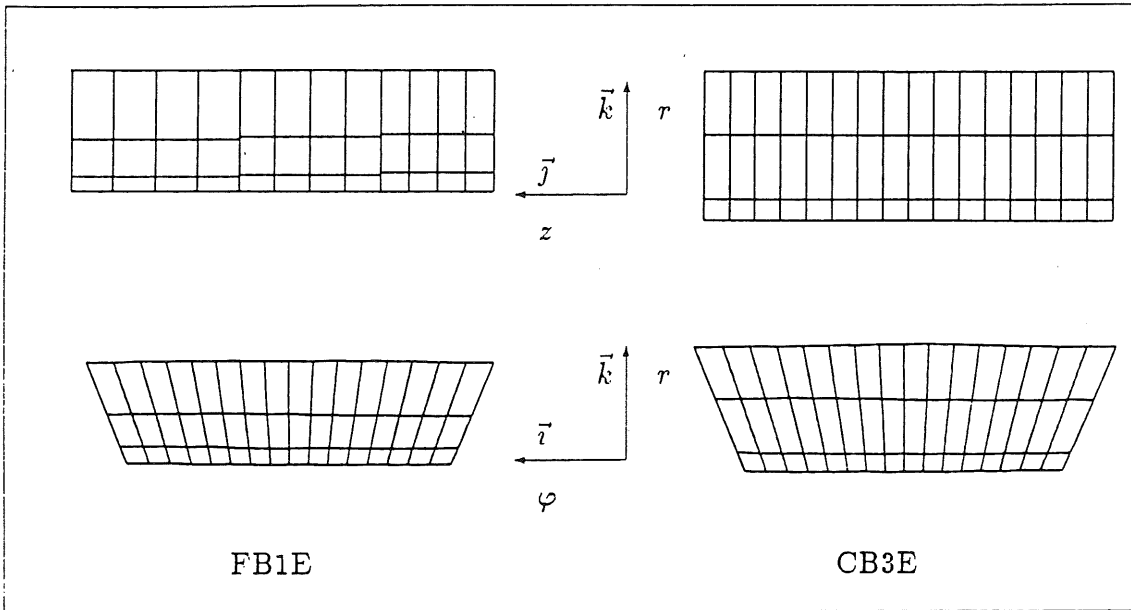


Abbildung 7.11: Darstellung der Konventionen über die Laufrichtungen der Koordinaten  $I$ ,  $J$  und  $K$  für die  $CB3E$ - und  $FB1E$ -Kalorimeter.

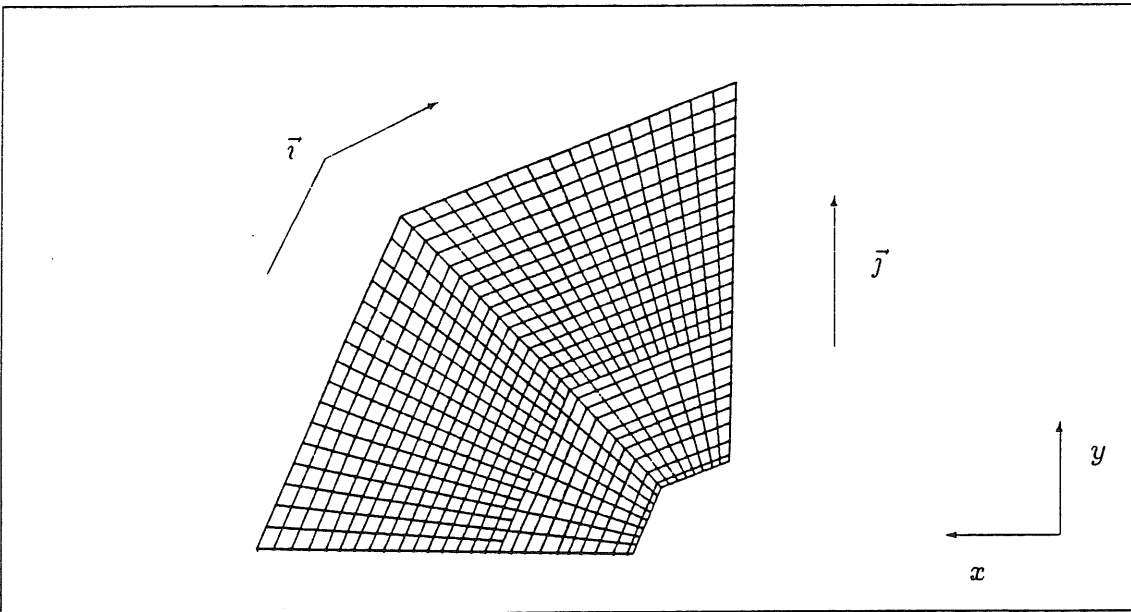


Abbildung 7.12: Darstellung der Konventionen über die Laufrichtungen der Koordinaten  $I$  und  $J$  für das  $IFE$ -Kalorimeter.

### 7.5.1 Longitudinale Profile

Im Kapitel 4 wurde die Energiedichteverteilung entlang der Achse des einfallenden Teilchens als longitudinales Profil bezeichnet. Im CERN-Test korrespondiert diese Richtung für die IFE- und CB3-Kalorimeter in etwa mit der  $\vec{k}$ -Achse. Zum Vergleich der experimentellen und simulierten Profile, der für das IFE-Kalorimeter in Abbildung 7.13 und für das CB3-Kalorimeter in Abbildung 7.14 (links) dargestellt ist, wurden die K-Koordinaten in die anschaulicheren Koordinaten  $t[X_0]$  konvertiert, die die Entfernung der Mittelpunkte der Lagen von der Kalorimeterfrontplatte in Einheiten von Strahlungslängen angeben. Die Menge an inaktiven Material vor den Kalorimetern, die in Tabelle 7.3 zusammen mit den Abmessungen der longitudinalen Lagen angegeben ist, bleibt dabei unberücksichtigt.

K	IFE	CB3	J	FB1E
–	1,50	0,68	–	0,95
1	2,85	2,88	6	5,35
2	5,71	8,57	7	5,35
3	7,62	8,57	8	5,35
4	13,30	(8,10)	9	6,42
–	–	–	10	6,42
–	–	–	11	6,62

Tabelle 7.3: Abmessungen der longitudinalen Kalorimeterlagen in Einheiten von Strahlungslängen. Die erste Reihe gibt die Menge an inaktiven Material vor den Kalorimeterstapeln an. Die vierte Lage im CB3-Kalorimeter gehört zum hadronischen Stapel.

Da die Länge des CB3E-Kalorimeters in Einschußrichtung nur etwa 20 Strahlungslängen beträgt (siehe Abbildung 1.9 in Kapitel 1), wurde hier das erste hadronische Segment als zusätzliche longitudinale Lage mit aufgenommen. Dargestellt sind sowohl die Mittelwerte der longitudinalen Energiedichten, als auch die Streuungen ( $1\sigma_{RMS}$ ) der Verteilungen in den einzelnen Lagen entsprechend Gleichung 4.17 in Kapitel 4.

Im FB1E-Kalorimeter steht nicht  $\vec{k}$  sondern  $\vec{j}$  senkrecht auf den Sampling-Schichten. Zum Vergleich longitudinaler Profile (Abbildung 7.14 rechts) werden hier deshalb Projektionen auf die  $\vec{j}$ -Achse im Bereich J=6 bis J=11 gewählt. Als longitudinale Tiefe  $t[X_0]$  wurde der Abstand zum Startpunkt der Sampling-Schicht mit J=6 berechnet, die im CERN-Test gerade noch vom Strahl getroffen wurde. Aufgrund des Winkels von  $34,5^\circ$  zwischen  $\vec{j}$  und der nominalen Einschußrichtung stellt die so gewonnene Energiedichteverteilung allerdings bereits eine Faltung aus longitudinalem und lateralem Profil dar.

Der Vergleich zeigt eine sehr gute Übereinstimmung von experimentellen Daten und Simulationen sowohl in den Mittelwerten als auch in den Fluktuationen. Die Verlagerung der Lage des Schauermaximums mit wachsender Strahlenergie ist im FB1E-Kalorimeter aufgrund der feinen longitudinalen Granularität und

des größeren Energiebereichs am besten zu sehen. Die Übereinstimmung von Daten und Simulationen fällt hier etwas schlechter aus als im IFE- und CB3-Kalorimeter. Dabei ist zu berücksichtigen, daß vor allem die Energiedepositionen in der ersten Lage einen zusätzlichen Fehlerbeitrag durch Unsicherheiten im genauen Einschußpunkt aufweisen können.

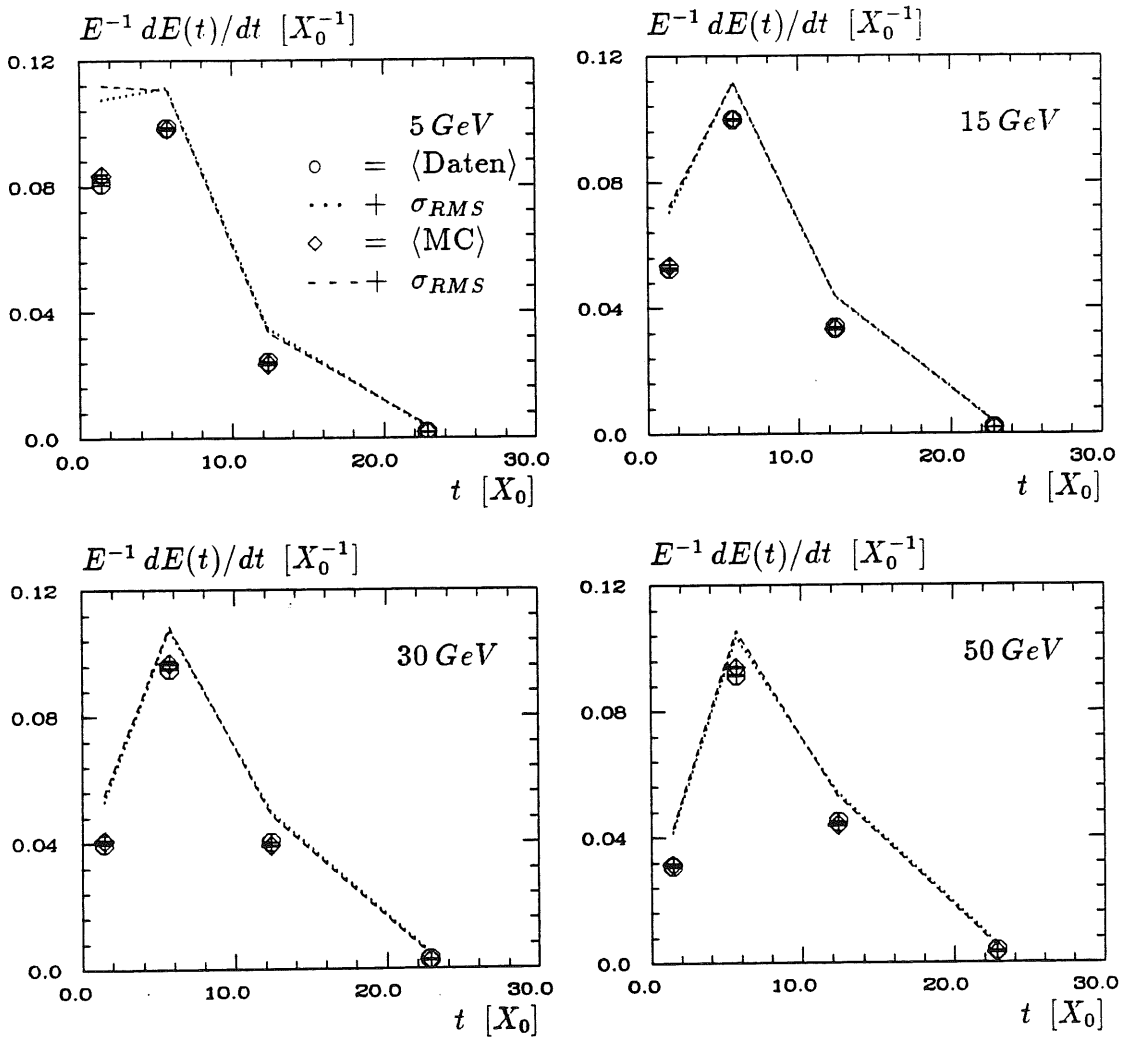


Abbildung 7.13: Vergleiche longitudinaler Profile im IFE-Kalorimeter ( $\circ, \dots =$  Daten,  $\diamond, - - - =$  Simulation). Die Symbole geben die Mittelwerte, die Linien die Streuungen (Mittelwert +  $\sigma_{RMS}$ ) in den einzelnen Lagen an.

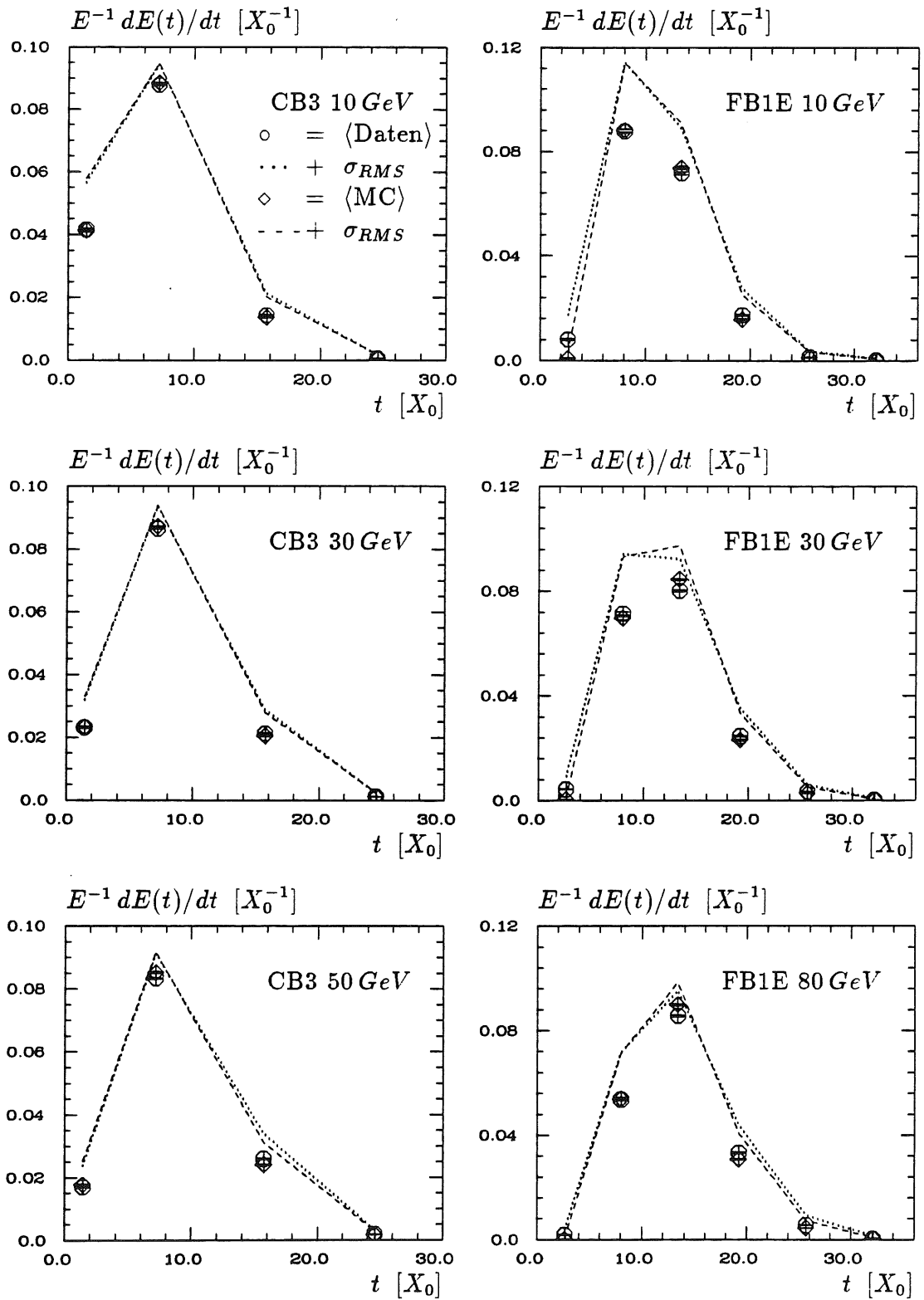


Abbildung 7.14: Vergleiche longitudinaler Profile im CB3- und FB1E-Kalorimeter ( $\circ$ ,  $\dots$  = Daten,  $\diamond$ ,  $---$  = Simulation). Die Symbole geben die Mittelwerte, die Linien die Streuungen (Mittelwert +  $\sigma_{RMS}$ ) in den einzelnen Lagen an.

### 7.5.2 Laterale und radiale Profile

Zur Beurteilung der radialen Energieverteilung in der parameterisierten Schauersimulation werden in Abbildung 7.15 laterale Energieverteilungen von  $10\text{ GeV}$  Schauern in den einzelnen longitudinalen Lagen des IFE-Kalorimeters mit den experimentellen Verteilungen verglichen. Dargestellt sind die Mittelwerte  $\langle E(J; K) \rangle$ , die in jeder longitudinalen Lage durch eine Projektion der Zellenergien auf die  $\vec{j}$ -Achse entstehen. Die mittlere quadratische Abweichung ist, wie auch in den folgenden Abbildungen, wieder als  $1\sigma_{RMS}$ -Niveau in Form von Linien überlagert. Die Verteilungen, die für das Experiment und die Simulation gut übereinstimmen, zeigen ein ausgeprägtes Maximum im Bereich der nominalen Einschußkoordinate, das sich mit zunehmender Schauertiefe leicht abschwächt. In den Randbereichen werden die Verteilungen nahezu flach, da hier das elektronische Rauschen über das Signal dominiert.

In Abbildung 7.16 werden Projektionen auf die  $\vec{i}$ -Achse,  $E(I)$ , im Bereich kleiner Auslesezellen des IFE-Kalorimeters bei verschiedenen Energien gezeigt. Dabei wurden die Energiedepositionen über alle K- und J-Koordinaten aufsummiert. Die Reproduktion detaillierter Strukturen in den Randbereichen der Verteilungen durch die Simulationen weist wieder auf die Dominanz des elektronischen Rauschens hin. Zur Berücksichtigung des Rauschens in der Simulation wurden, wann immer es möglich war, „leere Ereignisse“ benutzt, die während der Datennahme der zugehörigen Strahlenergie aufgezeichnet wurden. Besonders deutlich ist dies bei den zur Strahlenergie  $15\text{ GeV}$  gehörenden Verteilungen von  $E(I)$  zu sehen. Da in allen Fällen weniger „leere“ als tatsächliche Ereignisse zur Verfügung standen, die dann mehrfach benutzt wurden, erscheinen die simulierten Verteilungen an den Rändern gelegentlich weniger glatt als die CERN-Daten.

Auf der rechten Seite in Abbildung 7.16 werden mittlere radiale Profile miteinander verglichen. Dargestellt ist die radiale Energieverteilung  $\langle dE(r)/dr \rangle$  als Funktion des Abstandes  $r$  der Zellmittelpunkte von einer geschätzten Schauerachse im Cluster mit der größten Anzahl an Kanälen. Die wellige Struktur dieser Verteilungen ist eine Konsequenz der Auslesegranularität des Kalorimeters und der Variation des Einschußpunktes.

Der Vergleich lateraler, über alle Schauertiefen integrierter Verteilungen fällt auch für die CB3E- und FB1E-Kalorimeter positiv aus. Für das CB3E-Kalorimeter werden  $\vec{i}$ - und  $\vec{j}$ -Projektionen für unterschiedliche Strahlenergien in Abbildung 7.17 gegenübergestellt. Abbildung 7.18 zeigt  $\vec{j}$ -Projektionen für 10, 30, und  $80\text{ GeV}$  im FB1E-Kalorimeter.

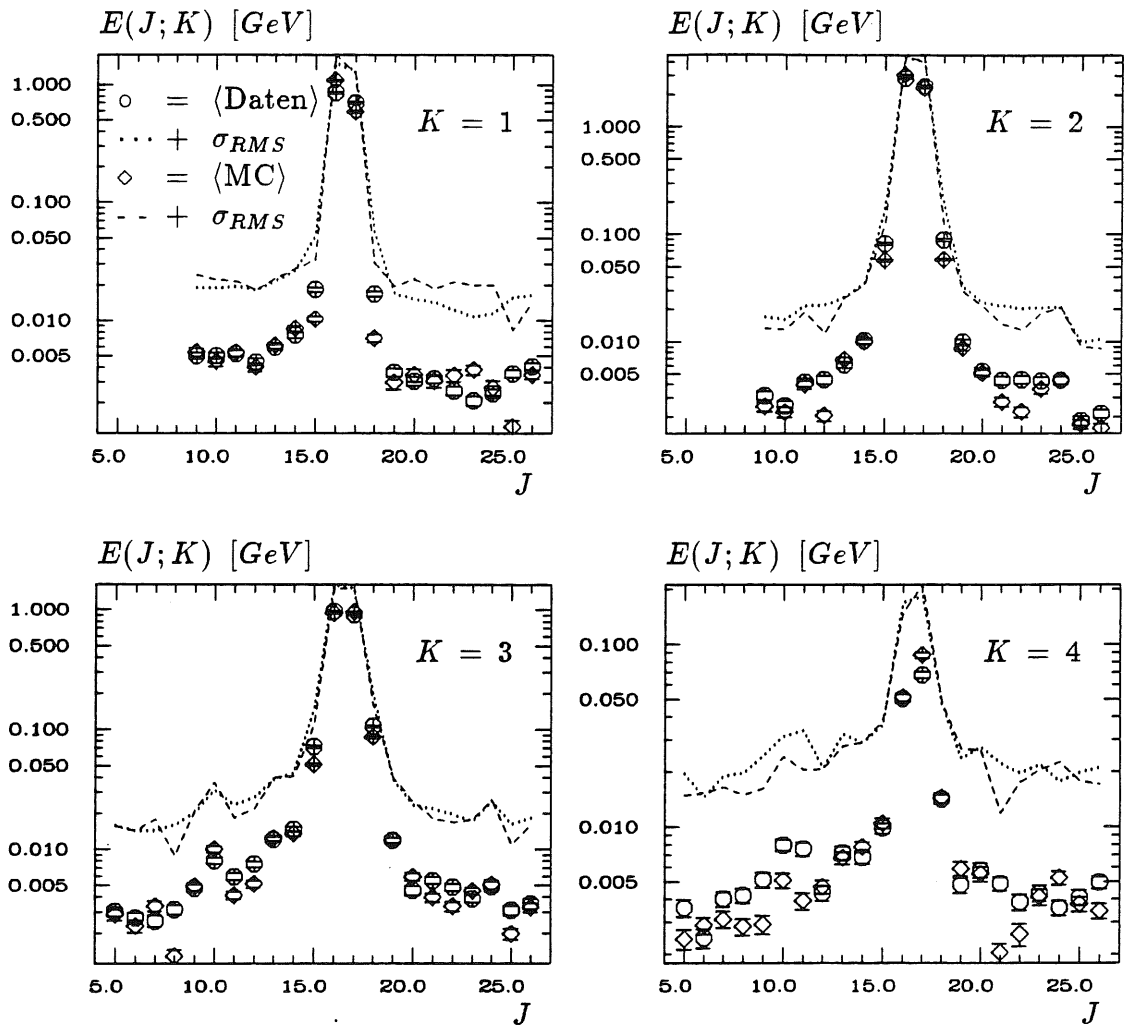


Abbildung 7.15: Vergleich lateraler Profile im IFE-Kalorimeter für 10 GeV Schauer in den einzelnen longitudinalen Lagen ( $K=1 \dots 4$ ). Dargestellt sind Projektionen auf die  $J$ -Koordinate ( $\circ, \dots = \text{Daten}, \diamond, -\dots = \text{Simulation}$ ). Die Symbole geben die Mittelwerte, die Linien die Streuungen (Mittelwert  $+ 1\sigma_{RMS}$ ) an.

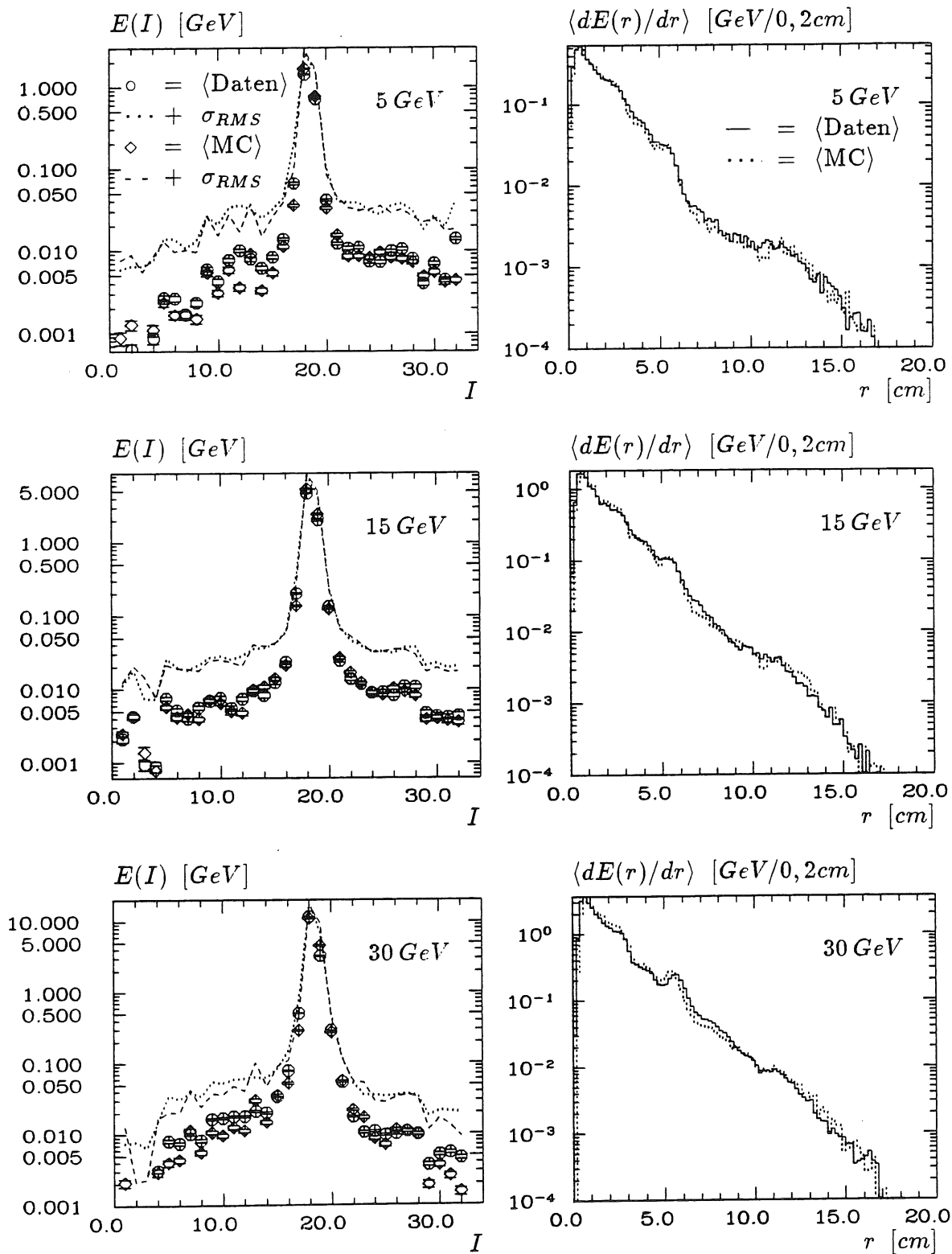


Abbildung 7.16: Vergleich lateraler Profile ( $I$ -Projektion im Bereich kleiner Auslesezellen, links) und mittlerer radialer Profile (rechts) im IFE-Kalorimeter. Die Kalorimetersignale wurden für  $E(I)$  über alle longitudinalen Lagen aufsummiert ( $\circ$ ,  $\dots$  = Daten,  $\diamond$ ,  $-\cdot- = Simulation). Die Symbole auf der linken Seite geben die Mittelwerte, die Linien die Streuungen (Mittelwert +  $\sigma_{RMS}$ ) an.$

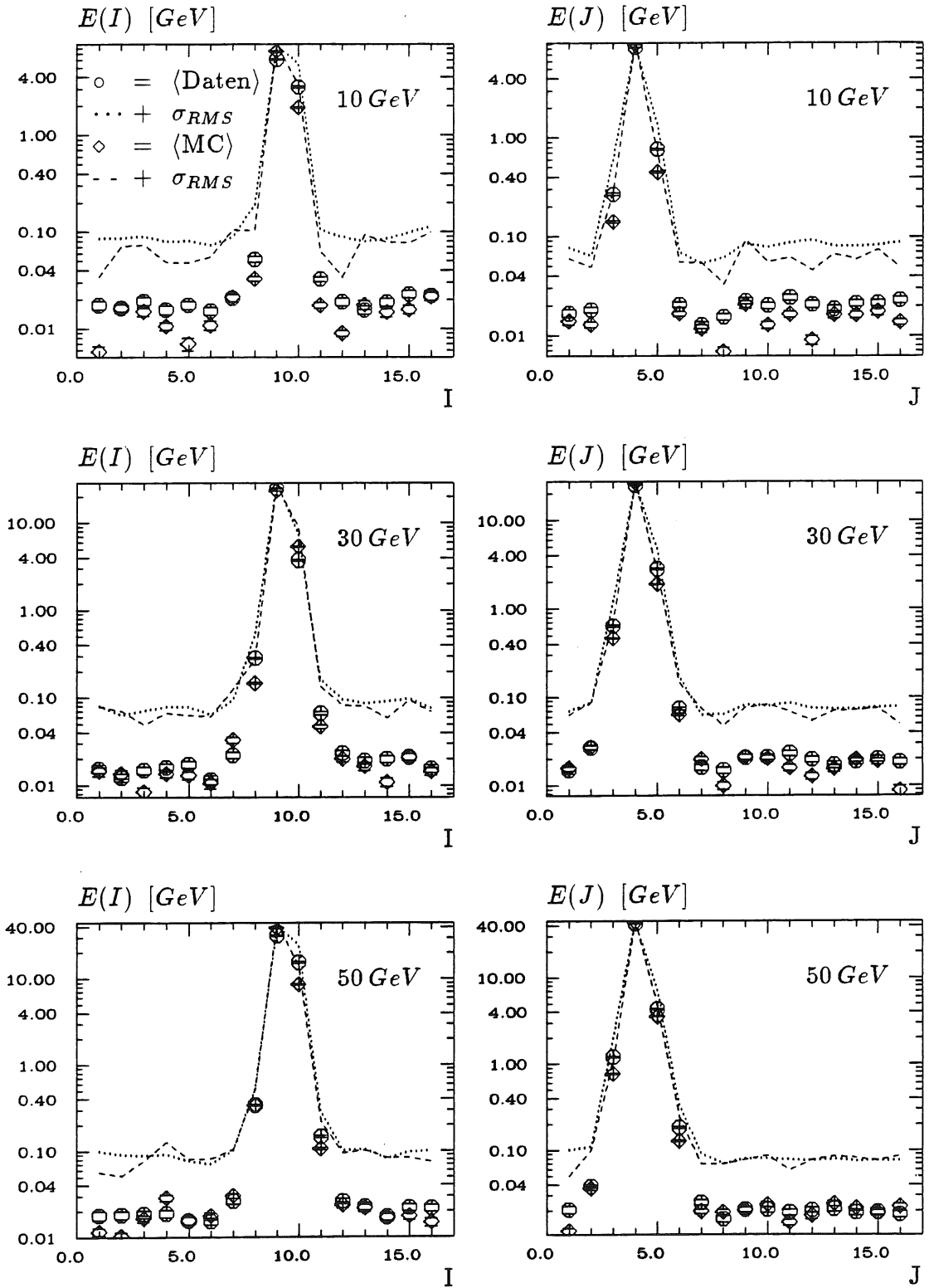


Abbildung 7.17: Vergleich lateraler Profile im CB3E-Kalorimeter. Dargestellt sind Projektionen auf die  $I$ - und  $J$ -Koordinaten. Die Kalorimetersignale wurde über alle longitudinalen Lagen aufsummiert ( $\circ, \dots = \text{Daten}$ ,  $\diamond, \dots = \text{Simulation}$ ). Die Symbole geben die Mittelwerte, die Linien die Streuungen (Mittelwert +  $\sigma_{RMS}$ ) an.



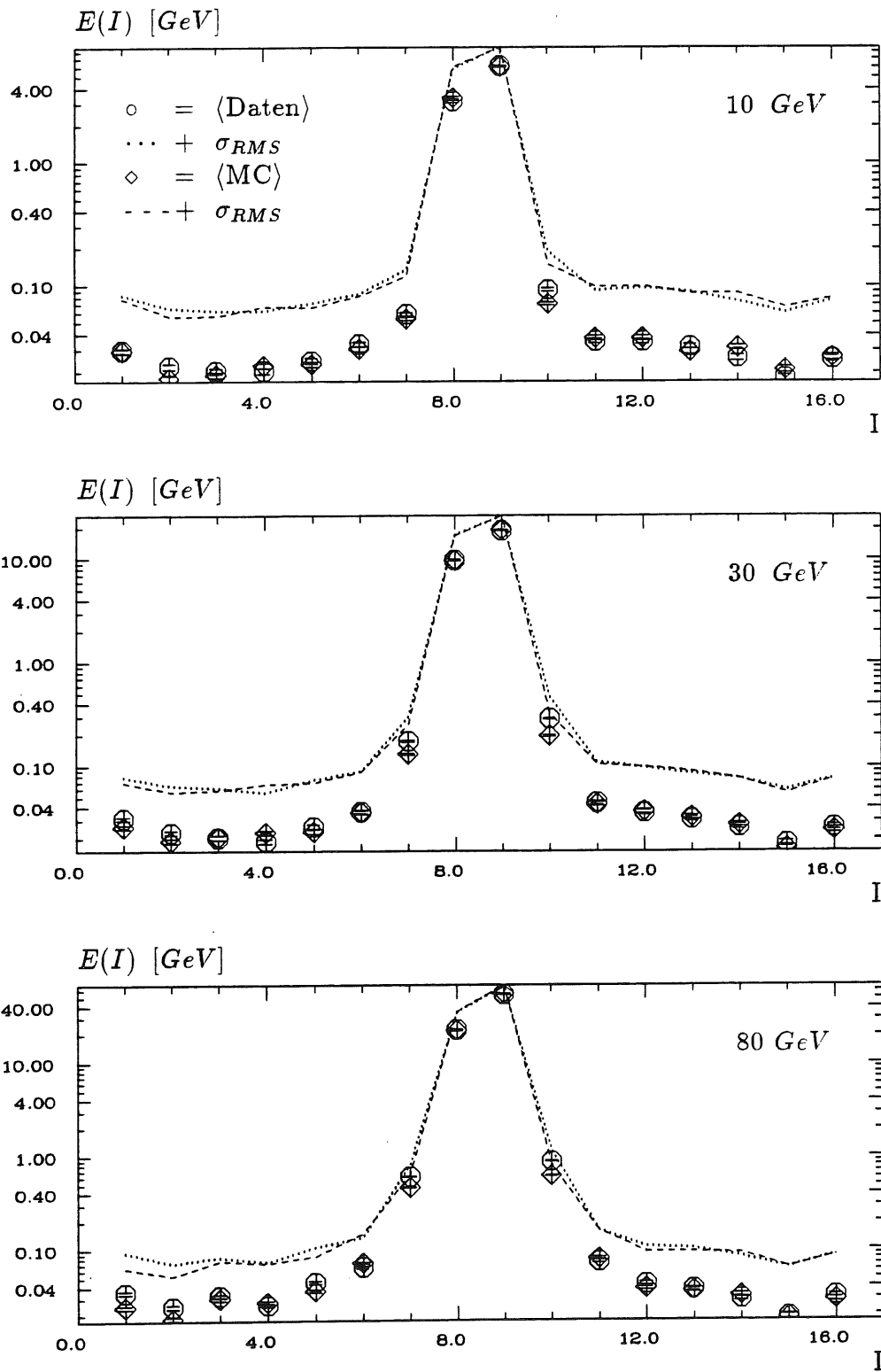


Abbildung 7.18: Vergleich lateraler Profile im FB1E-Kalorimeter. Dargestellt sind Projektionen auf die  $I$ -Koordinate. Die Kalorimetersignale wurde über alle longitudinalen Lagen aufsummiert ( $\circ$ ,  $\dots$  = Daten,  $\diamond$ ,  $- - -$  = Simulation). Die Symbole geben die Mittelwerte, die Linien die Streuungen (Mittelwert +  $\sigma_{RMS}$ ) an.

### 7.5.3 Multiplizität getroffener Kanäle

In folgenden soll die Anzahl der Kanäle betrachtet werden, deren Signale oberhalb der Rauschschwelle  $3 q_{\sigma_i}$  liegen. Bei einer korrekten Beschreibung der Topologie einzelner elektromagnetischer Schauer in der parametrisierten Simulation sollte die Multiplizität der getroffenen Kanäle in der Simulationen gleich der in den Daten sein.

Da die Dimensionen elektromagnetischer Schauer in longitudinaler Richtung etwa logarithmisch mit der Energie des einfallenden Teilchens wachsen, steigt auch die Anzahl der getroffenen Kanäle mit steigender Strahlenergie an. Ferner sinkt die Kanalmultiplizität mit wachsender Zellgröße. Die Mittelwerte der Anzahl getroffener Kanäle als Funktion der Strahlenergie in den drei betrachteten Kalorimetern kann für die CERN-Daten aus Tabelle 7.4 entnommen werden. Da die radiale

$E$ [GeV]	IFE	CB3E	FB1E
5	$20,5 \pm 0,10$	–	–
10	$26,8 \pm 0,14$	$14,3 \pm 0,11$	$20,4 \pm 0,10$
15	$31,9 \pm 0,16$	–	–
20	–	$17,8 \pm 0,13$	
30	$46,4 \pm 0,10$	$19,4 \pm 0,11$	$28,8 \pm 0,10$
50	$64,9 \pm 0,23$	$23,7 \pm 0,14$	–
80	–	–	$41,8 \pm 0,13$
166	–	–	$54,2 \pm 0,15$

Tabelle 7.4: Multiplizität der Kanäle mit Signalen oberhalb der Rauschschwelle in den CERN-Daten.

Energiedichtevertelung nur sehr schwach, bei longitudinal integrierten Profilen gar nicht von der Primärenergie abhängt, ist die Zunahme der Kanalmultiplizitäten vorwiegend eine Konsequenz der longitudinalen Schauerentwicklung.

In Abbildung 7.19 wird das Verhältnis der mittleren Kanalmultiplizitäten von CERN-Daten und den Simulationen,  $\langle N_{Exp} \rangle / \langle N_{MC} \rangle$ , als Funktion der Strahlenergie  $E_{ein}$  dargestellt. Mit Ausnahme des zur Strahlenergie 50 GeV gehörenden Wertes im IFE-Kalorimeter liegen die experimentell gefundenen Multiplizitäten etwa 12% über den entsprechenden Werten in den simulierten Daten<sup>4</sup>. Die Energieunabhängigkeit des Verhältnisses  $\langle N_{Exp} \rangle / \langle N_{MC} \rangle$  bei steigender Kanalmultiplizität weist auf eine gute Simulation der longitudinalen Schauerentwicklung hin. Die energieunabhängige 12%-ige Abweichung deutet daher auf Defizite in der radialen Energieverteilung hin. Da der Vergleich lateraler und radialer Energieverteilungen eine gute Übereinstimmung von Daten und Simulationen demonstriert hat, können die Abweichungen in den Kanalmultiplizitäten nicht durch die Parametrisierungen

<sup>4</sup>Die erhöhte Multiplizität in der 50 GeV Messung im IFE-Kalorimeter kann durch eine geringfügige Verschiebung der vertikalen Strahlkoordinate im CERN-Test in Richtung der kleinen Auslesezellen erklärt werden.

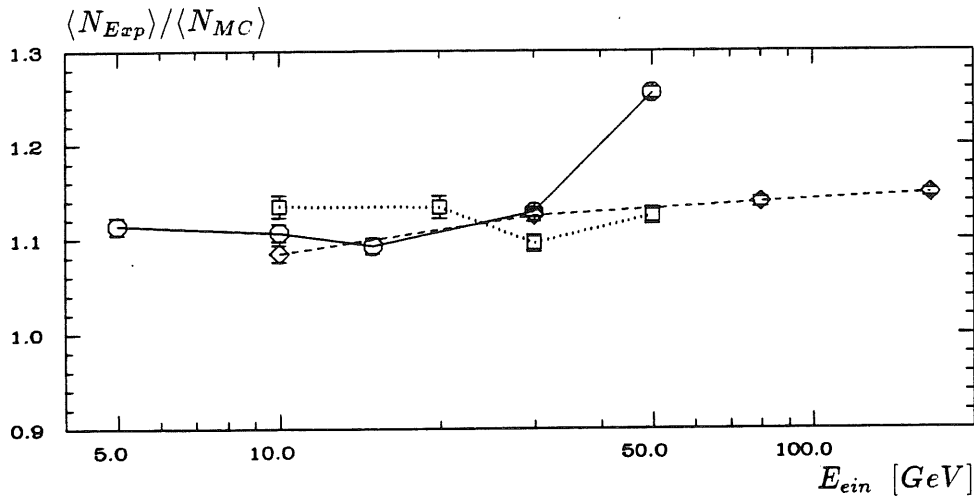


Abbildung 7.19: Das Verhältnis der mittleren Anzahl von Kanälen mit Signalen oberhalb der Rauschschwelle im Experiment und der Simulation (— = IFE, ... = CB3E, - - - = FB1E).

der radialen Energiedichteverteilungen erklärt werden. Auch die mehrmalige Verwendung der gleichen „leeren Ereignisse“ zur Berücksichtigung des elektronischen Rauschen in der Simulation hat keinen Einfluß auf den Wert von  $\langle N_{MC} \rangle$ , wie in hier nicht weiter diskutierten Untersuchungen getestet wurde. Der Grund für die Abweichungen findet sich vielmehr in der Granularität der simulierten Energieverteilungen durch die Verteilung diskreter Energiepakete (Spots) im Kalorimeter.

Zur Erläuterung seien die radialen Verteilungsdichtefunktionen der Energie,  $dE(r)/dr$  und der getroffenen Kanäle  $dN(r)/dr$  betrachtet. In Abbildung 7.20 sind die zugehörigen Verteilungsfunktion

$$\int_0^r \langle dE(r)/dr \rangle dr \quad \text{und} \quad \int_0^r \langle dN(r)/dr \rangle dr$$

für 10 GeV Schauer im IFE-Kalorimeter für die CERN-Daten und die Simulationen gegenübergestellt. Die Verteilungsfunktionen der Energie, deren zugehörige Dichtefunktionen für diese speziellen Untersuchungen auf 10 GeV normiert wurden<sup>5</sup>, sind praktisch nicht unterscheidbar. Die Verteilungsfunktionen der Kanal-multiplizitäten lassen sich in drei qualitativ unterschiedliche Bereiche einteilen. Bis zu einem Radius von etwa 4 cm ( $\approx 1,5$  Molière-Radien) verlaufen sie für das Experiment und die Simulation gleich. Danach trennen sich die Kurven und laufen zunehmend auseinander. Ab  $r \approx 7$  cm, der Bereich in dem das elektronischen Rauschen dominiert, ändert sich der Abstand zwischen den Verteilungsfunktionen nicht mehr. Vergleicht man noch einmal mit der Verteilungsfunktion der Energie

<sup>5</sup>Die genaue Normierung der Energieverteilungen ist im Zusammenhang der folgenden Betrachtungen belanglos, da hier nur die  $r$ -Abhängigkeit der Energiedichte interessiert, die mit der  $r$ -Abhängigkeit der Kanal-multiplizitäten verglichen werden soll.

so ist festzustellen, daß die Abweichungen in den Kanalmultiplizitäten in peripheren Schauerbereichen entstehen, in denen weniger als 5% der Gesamtenergie deponiert wird.

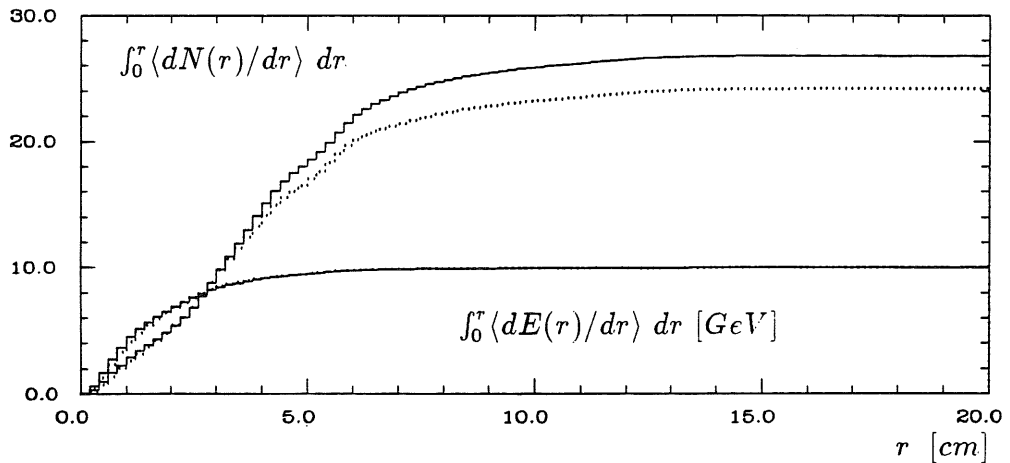


Abbildung 7.20: Radiale Verteilungsfunktionen der Energie (unten) und der Kanalmultiplizitäten (obere Kurven) für 10 GeV Schauer im IFE-Kalorimeter (— = Daten, ··· = Simulation). Die zugehörigen Dichteverteilungen wurden für diese Darstellungen so normiert, daß sich für  $r \rightarrow \infty$  die jeweiligen Mittelwerte ergeben.

In der parametrisierten Schauersimulation werden die räumlichen Koordinaten eines Spots  $(t, r, \phi)$  aus den longitudinalen, radialen und azimuthalen Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen erzeugt. Für gegebenes  $t$  und  $r$  werden die Spots dabei im Azimutwinkel gleichverteilt. In jedem longitudinalen Integrationsintervall steht eine feste Anzahl an Spots gleichen Energieinhalts zur Verfügung, die entsprechend der radialen Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung vorwiegend in Bereichen nahe der Schauerachse deponiert werden. Mit wachsendem Radius  $r$  müssen dann immer weniger Spots in immer größere Volumina verteilt werden. Dadurch verteilt sich die Energie in den peripheren Schauerbereichen weniger homogen als in der Nähe der Schauerachse. Mit wachsendem Radius verliert ein individueller simulierter Schauer deshalb zunehmend an Zylindersymmetrie. In der Simulation der Kalorimetertests nehmen die Kanalmultiplizitäten deshalb für große Radien im Vergleich zu den Daten ab.

Da über die Spotzahlen die radialen Gestaltsfluktuationen gesteuert werden, besteht hier kein Spielraum für eine homogenere Verteilung der Spots in großen Radien. Die mit dem Radius zunehmende Abweichung einzelner simulierter Schauer von der Zylindersymmetrie muß deshalb als Eigenschaft, bzw. als prinzipielle Limitierung der parametrisierten Beschreibung elektromagnetischer Schauer im Rahmen des hier entwickelten Modells aufgefaßt werden. In der Entwicklung von Algorithmen zur Datenanalyse im H1-Detektor mit Hilfe der schnellen Simula-

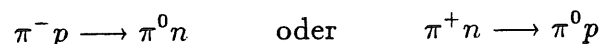
tion sollten deshalb die absoluten Kanalmultiplizitäten nur unter Verwendung eines 12%-igen Korrekturfaktors benutzt werden. Da von der Abweichung nur Kanäle mit geringem Energieinhalt in peripheren Schauerbereichen betroffen sind, kann der Fehler zusätzlich klein gehalten werden, indem in der Analyse bevorzugt Größen verwendet werden, die mit der Energie oder dem Kehrwert der Entfernung der Auslesezelle von der Schauerachse gewichtet werden.

## 7.6 Elektron-Identifikation

Der Nachweis und die Messung von Elektronen spielen eine Schlüsselrolle bei der Analyse von HERA-Ereignissen mit dem H1-Detektor. In den vorangegangenen Abschnitten stand die Messung elektromagnetischer Schauer im Vordergrund. Hier soll nun für das IF- und das CB3-Kalorimeter untersucht werden, ob Kriterien zum Nachweis von Elektronen, abgeleitet aus experimentellen Daten und parametrisierten Simulation, zu vergleichbaren Resultaten in der Elektron-Pion Trennung führen.

Die Untersuchungen dieses Abschnitts beschränken sich auf die Trennung von Elektronen und Pionen unter ausschließlicher Verwendung der Kalorimetersignale. Andere Teilchen (Photonen, andere Hadronen) werden dadurch in guter Näherung mit berücksichtigt. Der Nachweis von Myonen im H1-Detektor wird durch spezielle Detektoren (Myonkammern) wesentlich erleichtert. Die Verwendung von Spurinformatoren aus dem Spurkammerbereich des H1-Detektors kann zur Elektron-Pion-Trennung, etwa in Form einer gut definierten Schauerachse für hochenergetische Teilchen, beitragen. Im Falle niederenergetischer Teilchen kann ein Vergleich der Impulsmessung über die Bahnkrümmung mit der im Kalorimeter gemessenen Energie aufgrund der häufig sehr hohen intrinsischen Verluste hadronischer Schauer hilfreich sein. Energieflußmessungen von HERA-Ereignissen können zusätzliche Informationen beitragen. So könnte eine Bilanzierung der Transversalimpulse in tief inelastischen Streueignissen, die zur Separation von neutralen und geladenen Stromereignissen verwendet wird, eine Wahrscheinlichkeit für die Existenz eines gestreuten Elektrons liefern.

Alle Verfahren zur  $e/\pi$ -Trennung im H1 Flüssig-Argon Kalorimeter, das sich durch seine feine Segmentierung der Auslesezellen auszeichnet, nutzen die unterschiedlichen Eigenschaften elektromagnetischer und hadronischer Schauer bezüglich ihrer Kompaktheit und ihrer Ausbreitungsskalen (Strahlungs- bzw. Absorptionslängen). Begrenzt wird die Effizienz der Trennung durch Pionschauer, deren Signalstrukturen im Kalorimeter denen von Elektronen gleichen. Dabei handelt es sich vorwiegend um Ereignisse, in denen die erste unelastische Wechselwirkung frühzeitig im elektromagnetischen Kalorimeter stattfindet und vom Typ einer Ladungsaustauschreaktion



ist, oder wenn aufgrund statistischer Fluktuationen der  $\pi^0$ -Anteil im Spektrum der Sekundärteilchen weit über dem erwarteten Wert liegt.

In den folgenden zwei Abschnitten (7.6.1 und 7.6.2) sollen zunächst Verteilungen von Größen verglichen werden, deren Werte als Kriterien zum Nachweis von Elektronen dienen können. Im letzten Abschnitt (7.6.3) wird dann die Qualität der  $e/\pi$ -Trennung, die mit Hilfe dieser Größen möglich, ist für die CERN-Daten und die Simulationen ausgewertet.

### 7.6.1 Lokale Energieverteilungen

Es sollen drei Kriterien untersucht werden, die ausnutzen, daß sich die Energiedepositionen elektromagnetischer und hadronischer Schauer in lokalen Kalorimeterbereichen unterscheiden. Dabei handelt es sich um die Energie im ersten longitudinalen Segment  $E_{K1}$ , die Energie im elektromagnetischen Kalorimeter  $E_{EK}$  und die Energie in einem Bereich um die Auslezelle mit dem größten Signal  $E_{H4}$ . Neben der gewöhnlichen Rauschunterdrückung ( $f = 3$ ) wurde dabei eine zusätzliche topologische Bedingung eingeführt, die Beiträge von Auslezellen unterdrückt, die weit entfernt von der Schauerachse liegen. Dazu wurde für jedes Ereignis eine Schauerachse aus der Lage des Schwerpunktes der Energieverteilung im Kalorimeter und dem H1-äquivalenten Vertex berechnet. Als Signal wurden nur Energien aus Zellen akzeptiert, deren Mittelpunkte sich innerhalb eines Zylinders mit einem Radius von 10 cm um die Schauerachse befanden. Am Beispiel von 30 GeV Schauern im CB3-Kalorimeter sollen die drei Größen nun diskutiert werden (Abbildung 7.21).

Die insgesamt im begrenzenden Zylinder, d.h. im elektromagnetischen und hadronischen Kalorimeter deponierte Energie auf der elektromagnetischen Skala sei mit  $E_{tot}$  bezeichnet. Betrachtet sei nun der Energieanteil im ersten elektromagnetischen Segment  $E_{K1}/E_{tot}$  für elektron- und pioninduzierte Schauer (Abbildung 7.21 oben). Für die  $e/\pi$ -Trennung ist diese Größe interessant, weil die Wahrscheinlichkeit einer unelastischen Wechselwirkung für Pionen exponentiell über das ganze Kalorimeter verteilt ist, während elektromagnetische Schauer unter allen Umständen einen Teil ihrer Entwicklung in der ersten Lage absolvieren. Die Verteilung von  $E_{K1}/E_{tot}$  wird in Abbildung 7.21 (links oben) für elektromagnetische Schauer im CERN-Test und für die Simulationen verglichen. Die entsprechende Verteilung für Pion-Daten, die ein ausgeprägtes Maximum bei sehr niedrigen Werten aufweist, ist als schattiertes Histogramm ebenfalls abgebildet. Die rechte Bildreihe zeigt Vergleiche experimenteller und simulierter Pionschauer über die vollständigen Wertebereiche der fraglichen Größen. Zur Simulation der Pionen wurde das Standard-H1FAST-Programm verwendet, d.h. eine Kombination aus detaillierter Spurverfolgung für Hadronen und parametrisierter Simulation der elektromagnetischen Anteile.

Die Kompaktheit elektromagnetischer Schauer zeigt sich sehr deutlich in der Verteilung von  $E_{H4}/E_{tot}$  (Abbildung 7.21 mitte). Unter  $E_{H4}$  soll dabei die Summe aus der Energie der Auslezelle mit dem höchsten Signal im elektromagnetischen Kalorimeter und den drei Nachbarzellen mit den nächsthöheren Signalen verstanden werden. Elektromagnetische Schauer deponieren im CB3-Kalorimeter bei

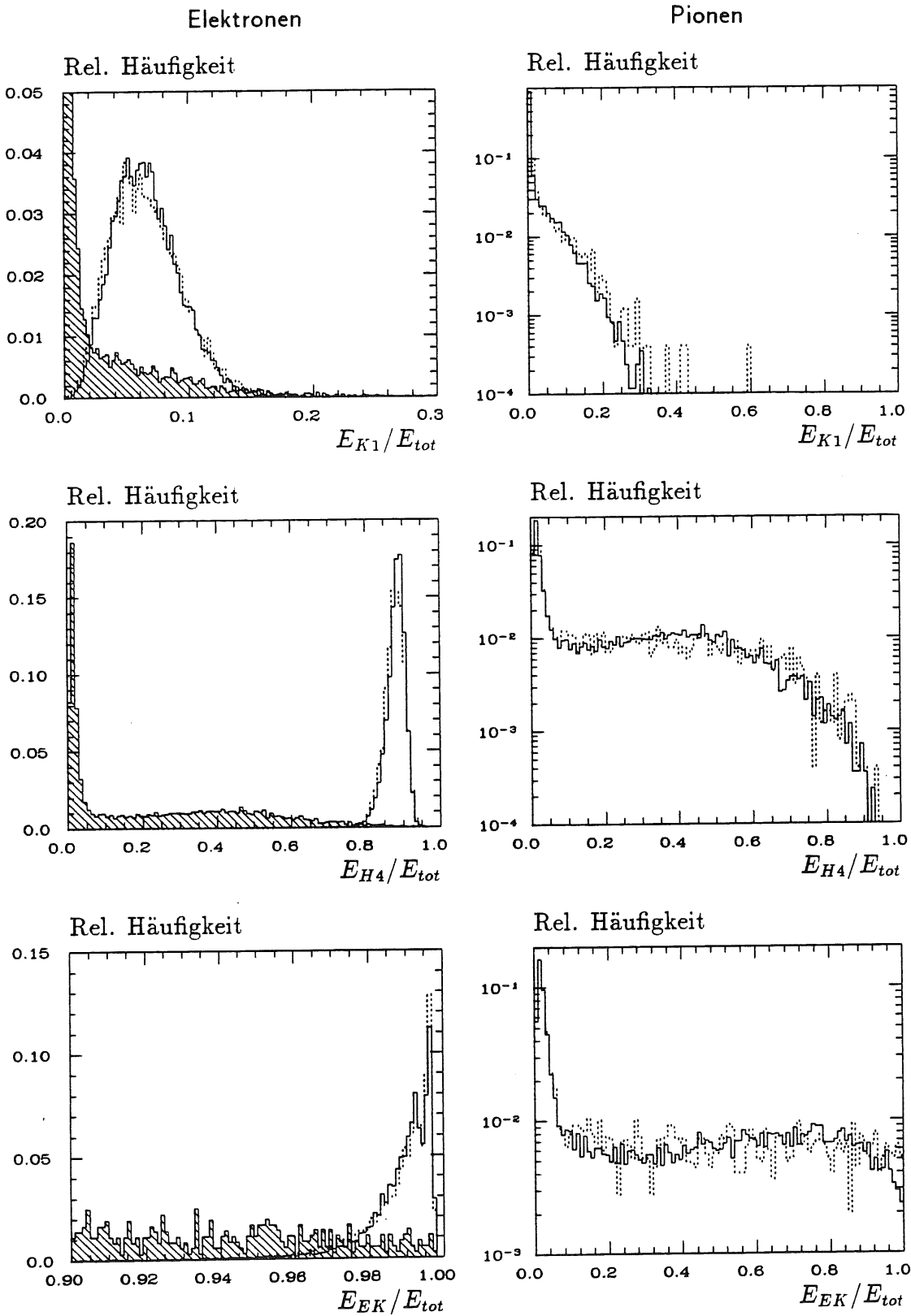


Abbildung 7.21: Vergleiche von  $E_{K1}/E_{tot}$ ,  $E_{H4}/E_{tot}$  und  $E_{EK}/E_{tot}$  für 30 GeV im CB3-Kalorimeter (— = Daten,  $\cdots$  = Simulation). Den Verteilungen der Elektronen (links) sind die (teilweise beschnittenen) Verteilungen für Pionen als schattierte Histogramme überlagert. Weitere Erläuterungen im Text.

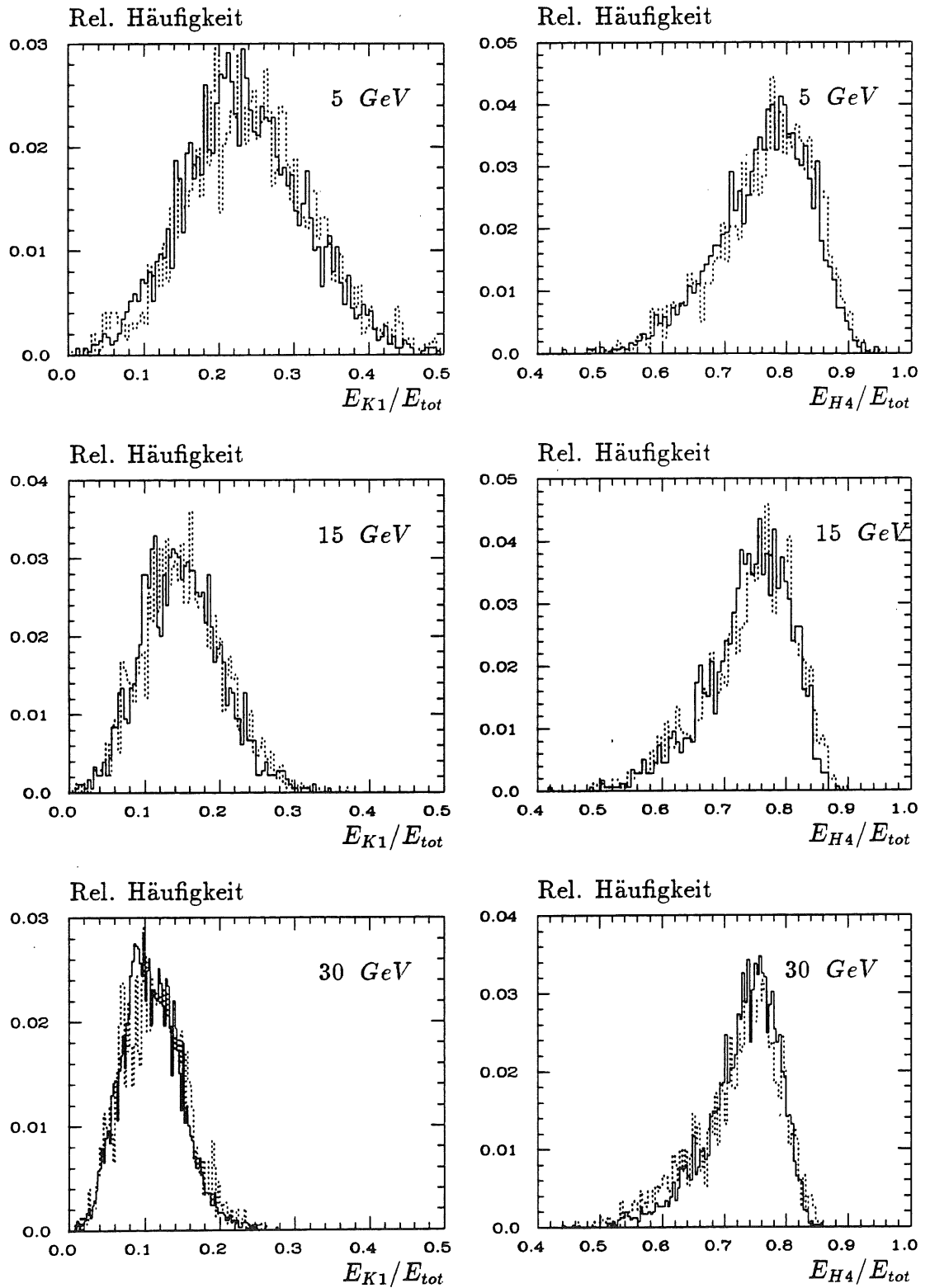


Abbildung 7.22: Verteilungen von  $E_{K1}/E_{tot}$  und  $E_{H4}/E_{tot}$  für Elektronen verschiedener Strahlenergie für die Daten (—) und die Simulation (···) im IF-Kalorimeter.



geringer Varianz im Mittel etwa 90% ihrer Energie in solchen „heißen“ Bereichen. Das niederenergetische Maximum in der Verteilung für Pionen rührt von Teilchen her, die erst spät oder gar nicht im elektromagnetischen Kalorimeter wechselwirken. Innerhalb des elektromagnetischen Kalorimeters initiierte hadronische Schauer bewirken eine nahezu flache Verteilung von  $E_{H4}/E_{tot}$ , die zum Wert Eins hin weiter abfällt.

Schließlich sei noch der Energieanteil im elektromagnetischen Kalorimeter betrachtet ( $E_{EK}/E_{tot}$  in Abbildung 7.21 unten), der sich für Pionen ebenfalls aufgrund der Verteilung der Schauerstartpunkte und der Unterschiede in den Ausbreitungsskalen von den entsprechenden Verteilungen elektromagnetischer Schauer unterscheidet. Während sich für Elektronen ein ausgeprägtes Maximum beim Wert Eins ausbildet, verteilt sich die entsprechende Größe für hadronische Schauer ähnlich wie  $E_{H4}/E_{tot}$  mit einem Maximum bei niedrigen Werten und einem nahezu flachen Ausläufer zu höheren Energieanteilen hin.

Die Entwicklung von  $E_{K1}/E_{tot}$  und  $E_{H4}/E_{tot}$  für elektromagnetische Schauer mit wachsender Strahlenergie kann für das IF-Kalorimeter der Abbildung 7.22 entnommen werden. Mit steigender Energie nimmt in beiden Fällen der Mittelwert bei gleichzeitiger Verringerung der Varianz leicht ab. Dabei ist diese Entwicklung im Falle der Verteilung von  $E_{K1}/E_{tot}$ , die nur von der longitudinalen Schauerentwicklung abhängt, deutlicher ausgeprägt als für  $E_{H4}/E_{tot}$ , die auch stark von der lateralen Energieverteilung beeinflusst wird. Die Simulationen zeigen auch an den Rändern der Verteilungen, die für die  $e/\pi$ -Trennung besonders wichtig sind, eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Verteilungen. Die Verteilung von  $E_{EK}/E_{tot}$  besteht im IF-Kalorimeter aufgrund seiner großen longitudinalen Ausdehnung aus einem singulären Maximum beim Wert Eins und geringfügigen Beiträgen kleinerer Energieanteile und wird hier deshalb nicht graphisch dargestellt.

Definiert man Schwellenwerte für die drei Verteilungen, oberhalb derer ein Ereignis als elektromagnetischer Schauer betrachtet wird derart, daß jeweils 99% der Elektronen richtig identifiziert werden, so verbleiben bei einer resultierenden Gesamtrate richtig identifizierter Elektronen von etwa 97% noch etwa 1% an Pionen, die fälschlicherweise als Elektronen identifiziert werden (siehe dazu Abschnitt 7.6.3).

## 7.6.2 Kombination von Schauermomenten

Die Rate falsch identifizierter Pionen von ca. 1%, die sich ergibt, wenn man die unterschiedlichen Skalen der Schauarentwicklung in elektromagnetischen und hadronischen Schauern zur Trennung ausnutzt, kann um Faktoren von 5 bis 10 verringert werden, wenn man die Unterschiede in den longitudinalen und radialen Schauerprofilen detaillierter berücksichtigt. Dazu soll hier eine Methode verwendet werden, die verschiedene Momente der Energieverteilungen im Kalorimeter zu einer einzigen Größe kombiniert, die als zusätzliches Elektronenmerkmal dienen kann ( Untersuchungen zur  $e/\pi$ -Trennung mit ähnlichen Methoden wurden u.a. von [ENG76], [BAB79], [ENG83], [LAN87] und [COL90] durchgeführt).

Für jedes Elektron-Ereignis  $k$  ( $k = 1 \dots N$ ) werden die ersten und zweiten algebraischen Momente der longitudinalen und radialen Energiedichteverteilung berechnet. Es sind dies die Erwartungswerte von  $t, t^2, r$  und  $r^2$ :

$$\begin{aligned}\langle t \rangle &= \frac{\sum_a t_a E_a}{\sum_a E_a} \\ \langle t^2 \rangle &= \frac{\sum_a t_a^2 E_a}{\sum_a E_a} \\ \langle r \rangle &= \frac{\sum_a r_a E_a}{\sum_a E_a} \\ \langle r^2 \rangle &= \frac{\sum_a r_a^2 E_a}{\sum_a E_a}\end{aligned}$$

Ferner wird

$$\langle tr \rangle = \frac{\sum_a t_a r_a E_a}{\sum_a E_a}$$

gebildet. Der Index  $a$  indiziert im IF-Kalorimeter die Auslezellen mit Signalen oberhalb der Rauschschwelle, die im elektromagnetischen Kalorimeter innerhalb des in Abschnitt 7.6.1 definierten Zylinders liegen. Für das CB3-Kalorimeter wird die erste hadronischen Lage zusätzlich berücksichtigt.

Aus den Momenten werden nun 5 Größen gebildet, die die Erwartungswerte und die Streuungen der longitudinalen und radialen Dichteverteilungen sowie deren Kovarianz beschreiben und die in dem Vektor  $\vec{x} = \{x_i(k)\}$  mit

$$\begin{aligned}x_1(k) &= \langle t \rangle \\ x_2(k) &= \sigma(t) = \sqrt{\langle t^2 \rangle - \langle t \rangle^2} \\ x_3(k) &= \langle r \rangle \\ x_4(k) &= \sigma(r) = \sqrt{\langle r^2 \rangle - \langle r \rangle^2} \\ x_5(k) &= KOV(t, r) = \langle tr \rangle - \langle t \rangle \langle r \rangle\end{aligned}$$

zusammengefaßt werden. Die Verteilungen der  $x_i$  werden in Abbildung 7.23 für eine Strahlenergie von  $10 GeV$  im IF-Kalorimeter für das Experiment und die Simulationen verglichen.

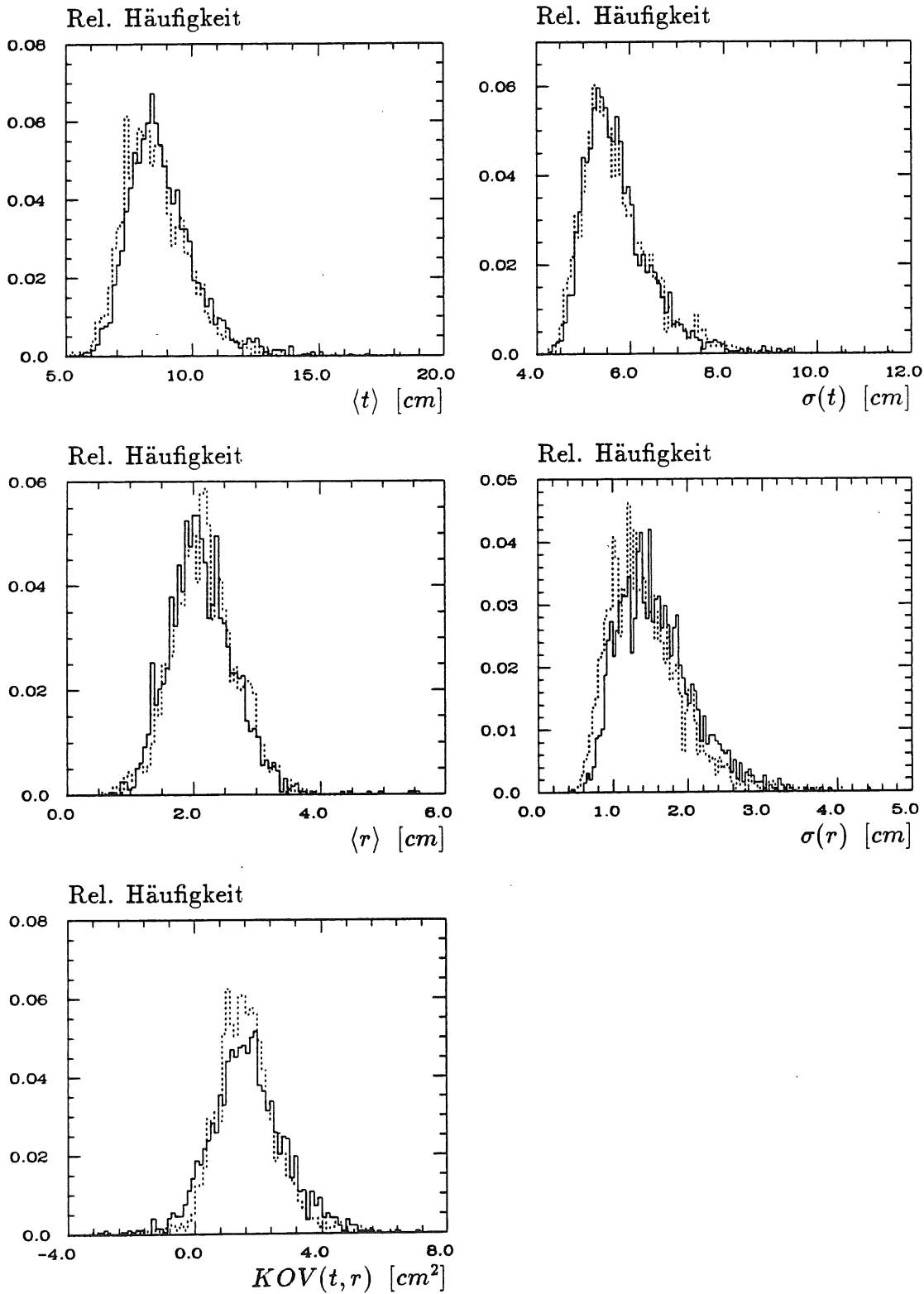


Abbildung 7.23: Verteilungen der Schauermomente für 10 GeV Elektronen im IFE-Kalorimeter (— = Daten, ··· = Simulation).

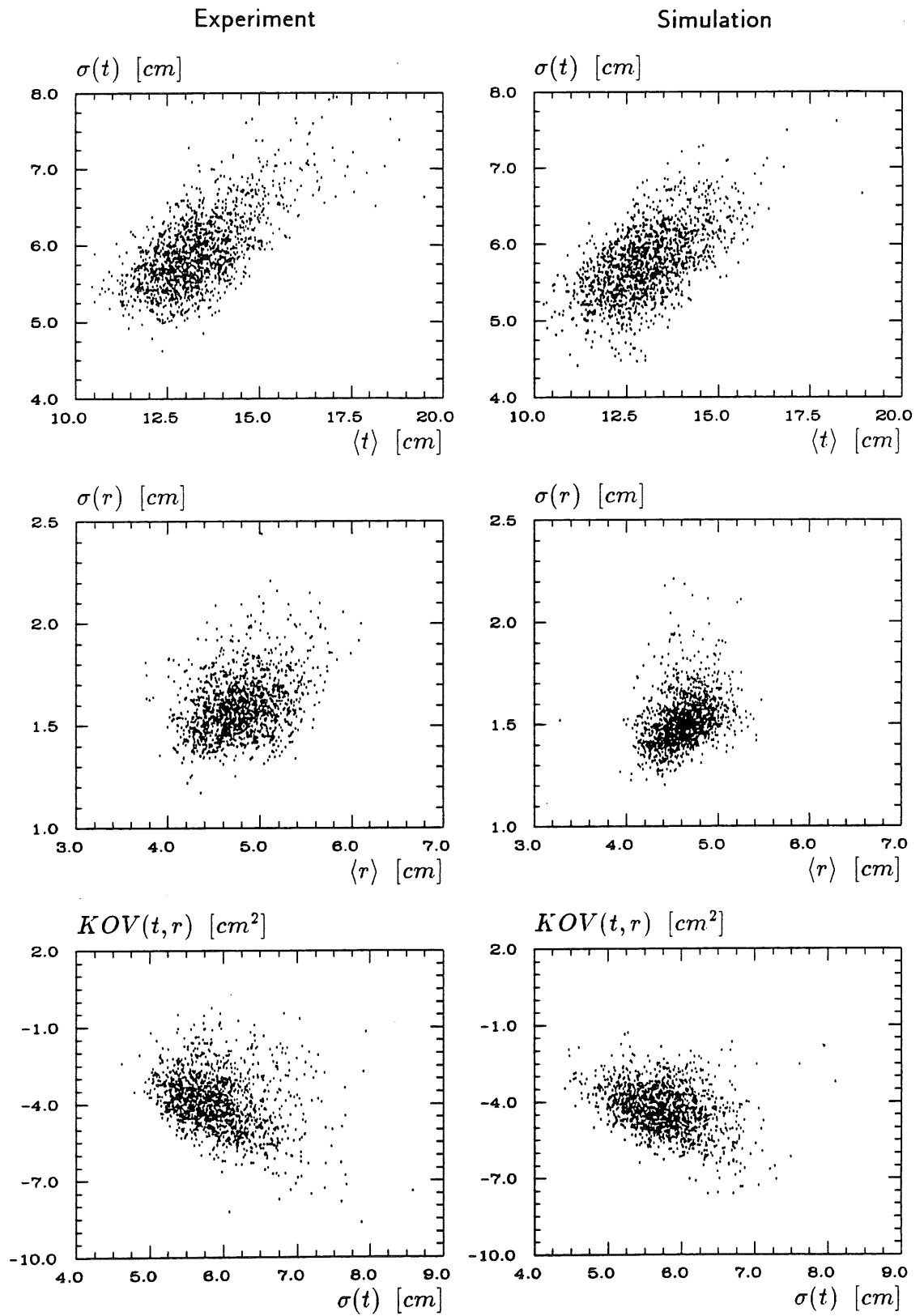


Abbildung 7.24: Vergleiche der Korrelationen zwischen verschiedenen Schauermomenten für 50 GeV Elektronen im CB3-Kalorimeter.

Aus der Gesamtzahl  $N$  aller verfügbaren Elektron-Ereignisse kann für jede Strahlenergie der Mittelwert von  $\vec{x}$  durch

$$\langle \vec{x} \rangle = \{ \langle x_i(k) \rangle \} = \left\{ \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_i(k) \right\}$$

und die  $5 \times 5$  Kovarianzmatrix  $M$  der  $x_i$  durch

$$M = \{ M_{ij} \} = \{ \langle x_i x_j \rangle - \langle x_i \rangle \langle x_j \rangle \}$$

bestimmt werden. Als Beispiel für die Korrelationen zwischen den verschiedenen Größen werden in Abbildung 7.24 die Werte von  $\langle t \rangle$  und  $\sigma(t)$ ,  $\langle r \rangle$  und  $\sigma(r)$  sowie  $\sigma(t)$  und  $KOV(t, r)$  in Korrelationsgraphiken für die Daten und die Simulationen von 50 GeV Elektronschauern im CB3-Kalorimeter gegenübergestellt.

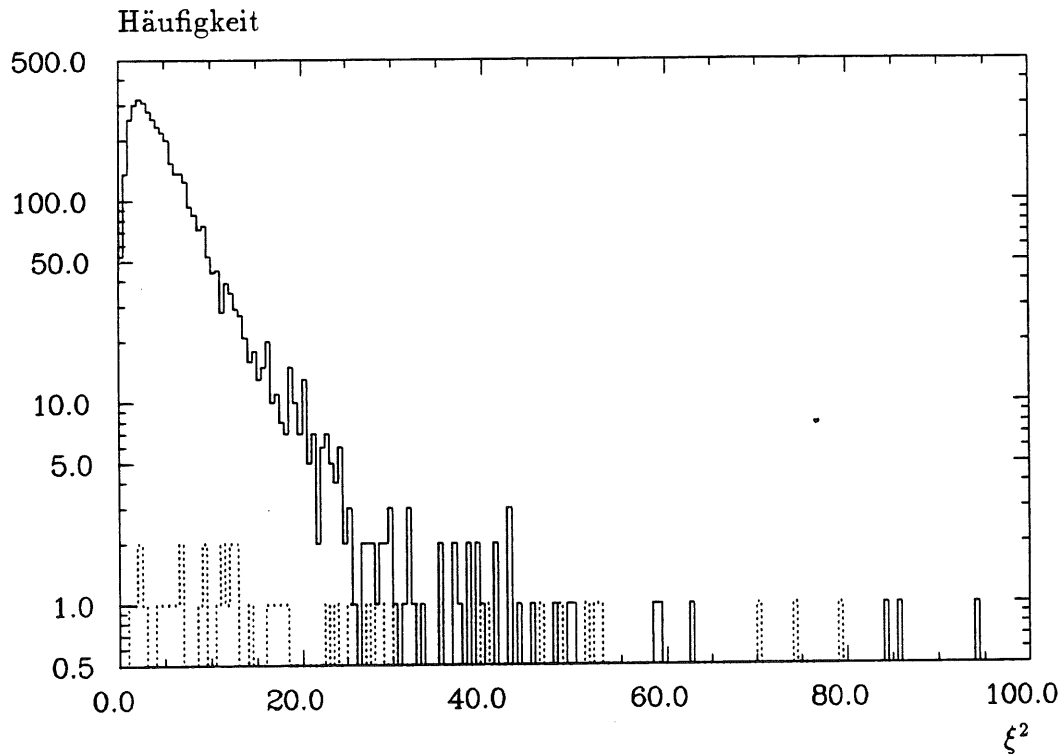


Abbildung 7.25:  $\xi^2$ -Verteilung für 30 GeV Elektronen im IFE-Kalorimeter (—). Die Ausläufer der zugehörigen Verteilung für Pionen ist ebenfalls dargestellt (···).

In der Analyse kann nun aus dem individuellen Vektor  $\vec{x}$  eines Ereignisses, dessen zuvor bestimmten Mittelwert  $\langle \vec{x} \rangle$  und der invertierten Kovarianzmatrix durch

$$\xi^2 = (\vec{x} - \langle \vec{x} \rangle)^T M^{-1} (\vec{x} - \langle \vec{x} \rangle)$$

ein Elektronenmerkmal  $\xi^2$  berechnet werden. In Abbildung 7.25 wird die Verteilung von  $\xi^2$  für 30 GeV Elektronen im IF-Kalorimeter gezeigt. Die Form der

Verteilung kann näherungsweise durch eine  $\chi^2$ -Verteilung beschrieben werden, die bei der Anzahl der Freiheitsgrade (5) ein Maximum ausbildet<sup>6</sup>. Die extremen Ausläufer der entsprechenden Verteilung für Pionen in Abbildung 7.25 sollen andeuten, daß durch die Wahl eines geeigneten Schwellenwertes für  $\xi^2$  eine gute  $e/\pi$ -Trennung erreicht werden kann.

Bevor im nächsten Abschnitt die Effizienz der  $e/\pi$ -Trennung, die mit dieser Methode erreicht werden kann, untersucht wird, sollen hier noch Verteilungen von  $\xi^2$  verglichen werden, die aus den CERN-Daten und den Simulationen berechnet wurden. In Abbildung 7.26 werden in der linken Spalte die  $\xi^2$ -Verteilungen für 5 und 30 GeV Elektronschauern im IF- und für 30 GeV im CB3-Kalorimeter miteinander verglichen. Die zugehörigen Verteilungen für Pionen in der rechten Spalte erhält man durch eine Berechnung von  $\xi^2$  mit Hilfe der aus den Elektron-Ereignissen gewonnenen Werte für  $\langle \vec{x} \rangle$  und  $M$ .  $\xi^2$ -Verteilungen von Elektronen anderer Energien (Abbildung 7.27) zeigen ebenfalls eine gute Übereinstimmung von Experiment und Simulation.

---

<sup>6</sup>Die Verteilung wäre eine  $\chi^2$ -Verteilung, wenn  $\vec{x}$  multinormalverteilt und die  $x_i$  unabhängige Zufallsvariablen wären. Die Methode soll dennoch im folgenden als „ $\chi^2$ -Analyse“ bezeichnet werden.

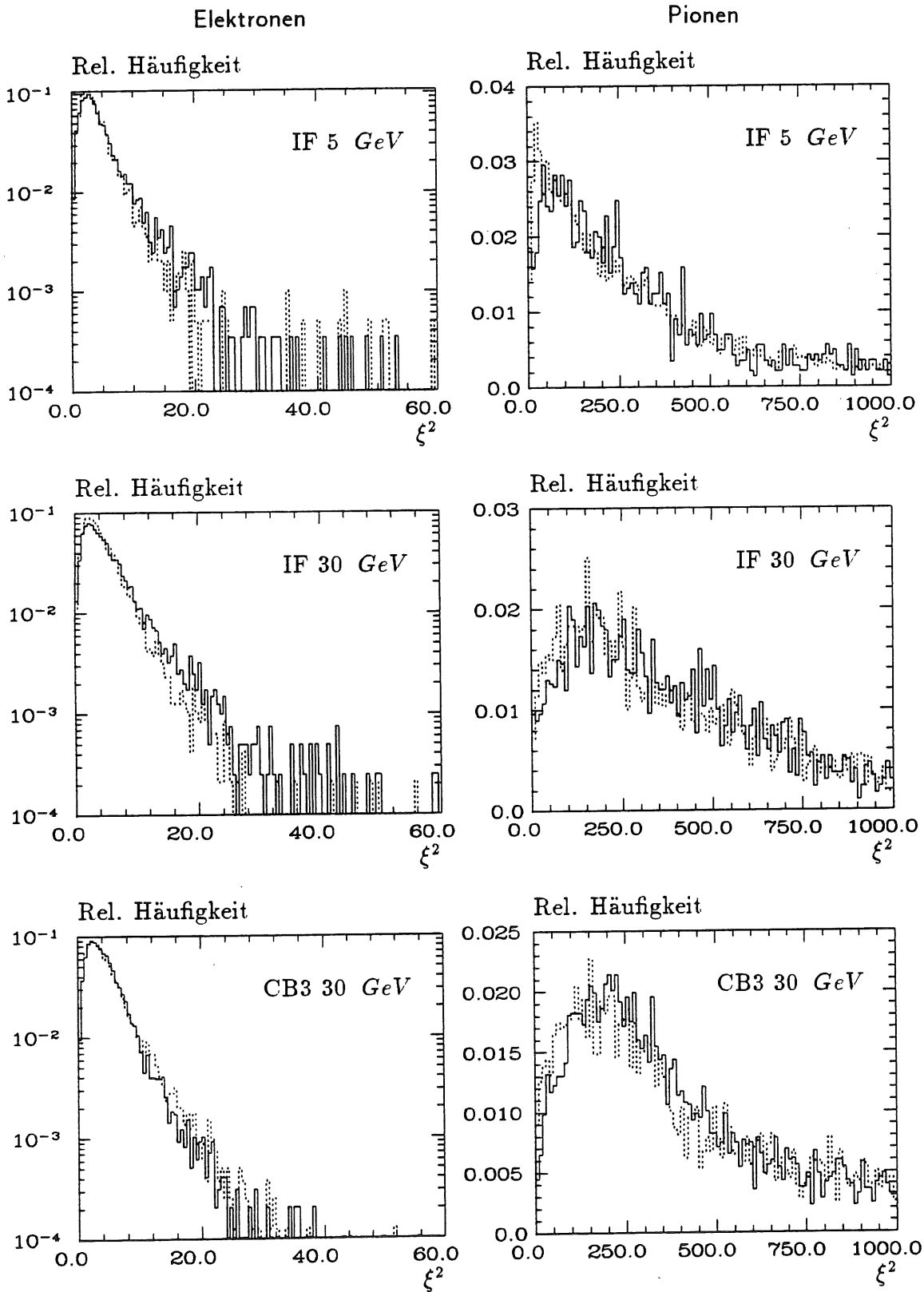


Abbildung 7.26: Vergleiche von  $\xi^2$ -Verteilungen für Elektronen und Pionen (— = Daten, ... = Simulation). Die Verteilungen der Pionen wurde bei  $\xi^2 = 1000$  abgeschnitten.

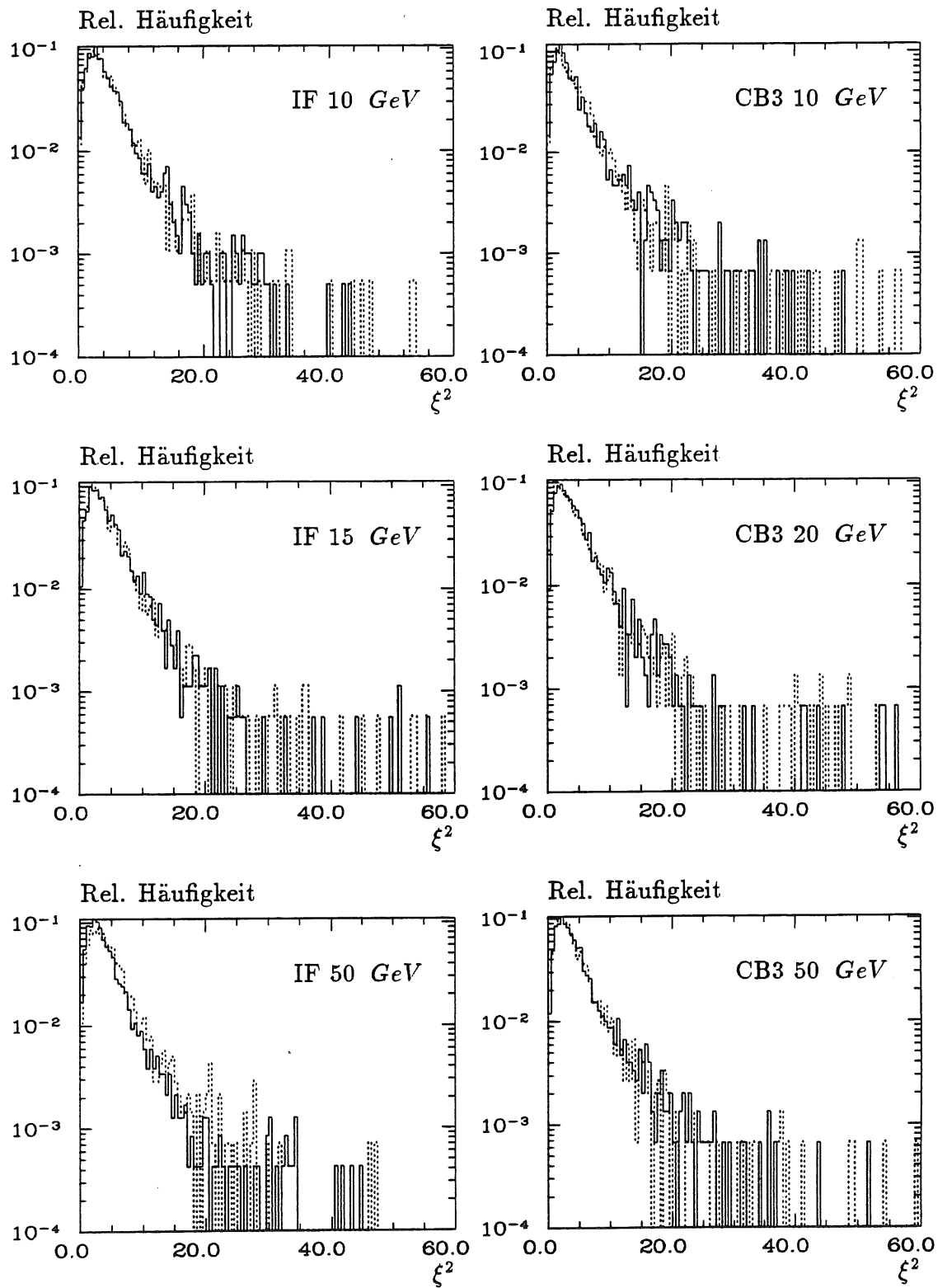


Abbildung 7.27: Vergleiche von  $\xi^2$ -Verteilungen für Elektronen im IFE- und CB3-Kalorimeter (— = Daten, ... = Simulation).



### 7.6.3 Effizienz der $e/\pi$ -Trennung

Zur Beurteilung der Qualität der Elektron-Pion-Trennung müssen zwei Größen betrachtet werden. Die Anzahl richtig identifizierter Elektronen muß der bei den gleichen Schwellwerten falsch identifizierten Pionen gegenübergestellt werden. Im folgenden soll das Verhältnis der Anzahl richtig identifizierter Elektronen,  $N_e^{wahr}$ , zur Gesamtzahl der untersuchten Elektronen,  $N_e^{tot}$ , als  $e^-$ -Effizienz bezeichnet werden.

$$e^- \text{ - Effizienz} = \frac{N_e^{wahr}}{N_e^{tot}}$$

Entsprechend soll die Anzahl falsch identifizierter Pionen,  $N_\pi^{falsch}$ , also solcher Pionen die fälschlicherweise als Elektronen betrachtet werden, im Verhältnis zur Gesamtzahl der Pionen,  $N_\pi^{tot}$ ,  $\pi$ -Fehlidentifikation genannt werden.

$$\pi \text{ - Fehlidentifikation} = \frac{N_\pi^{falsch}}{N_\pi^{tot}}$$

Zur Bestimmung von  $N_e^{wahr}$  und  $N_\pi^{falsch}$  werden zuerst Schwellenwerte für  $E_{K1}/E_{tot}$ ,  $E_{H4}/E_{tot}$  und  $E_{EK}/E_{tot}$  festgelegt, so daß jeweils 99% der Elektronen richtig identifiziert werden. Dies führt zu einer kombinierten  $e^-$ -Effizienz von etwa 97% bei einer  $\pi$ -Fehlidentifikation in der Größenordnung von 1%, die als *Vorselektierung* bezeichnet werden soll. Die richtig identifizierten Elektronen und die verbleibenden Pionen werden dann der im vorhergehenden Abschnitt vorgestellten  $\chi^2$ -Analyse der Schauer momente unterzogen. In den folgenden Abbildungen ist jeweils dargestellt, wie sich die  $e^-$ -Effizienz und die  $\pi$ -Fehlidentifikation bei einer Variation des Schwellenwertes für  $\xi^2$  ändern.

Um das Potential der Methode auszuloten, wurden zunächst Elektronen und Pionen unter idealen Bedingungen mit der H1-Detektorsimulation (H1FAST) simuliert. Dazu wurden Teilchen einer Energie von 10 GeV vom nominalen H1-Vertex unter gleichbleibendem Winkel in das IF-Kalorimeter geschossen. Die Ergebnisse zur  $e/\pi$ -Trennung sind in Abbildung 7.28 (links) dargestellt, in der die  $e^-$ -Effizienz gegen die  $\pi$ -Fehlidentifikation aufgetragen ist. Die Vorselektierung, die hier wie auch in den folgenden Abbildungen in Form ausgefüllter Symbole ebenfalls dargestellt ist, ergibt eine  $\pi$ -Fehlidentifikation von ca. 0,7% bei 97%  $e^-$ -Effizienz. Die  $\chi^2$ -Analyse der Schauer momente, in deren Berechnungen die bekannte Einschußrichtung als Schauerachse benutzt wurde, verringert die  $\pi$ -Fehlidentifikation zunächst auf etwa 0,1% ohne nennenswerte Einbußen in der  $e^-$ -Effizienz ( $\approx 96,5\%$ ). Mit weiter sinkender  $\pi$ -Fehlidentifikation beginnt dann jedoch auch die  $e^-$ -Effizienz stark abzunehmen. In diesem Verhalten spiegelt sich die nahezu flache Verteilung von  $\xi^2$  für die Pionen bei gleichzeitig starkem Anstieg der Verteilungen für die Elektronen im Bereich kleiner  $\xi^2$  wieder (siehe Abbildung 7.25), die sich bei abnehmenden Schwellenwerten bemerkbar macht. Die Fehlerbalken geben die statistischen Fehler an, die sich aus der Binomialstatistik ergeben. Sie können selbst bei hoher Pionstatistik für die  $\pi$ -Fehlidentifikation sehr groß werden.

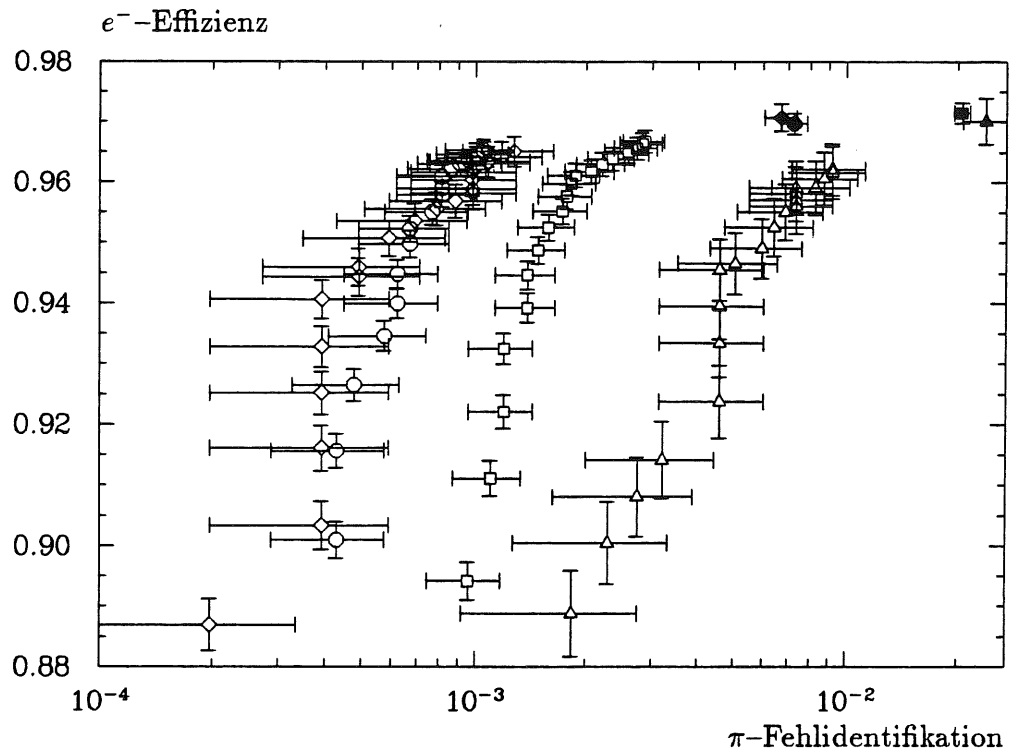


Abbildung 7.28:  $e^-$ -Effizienz und  $\pi$ -Fehlidentifikation für 10 GeV Schauer im IFE-Kalorimeter. Links: H1SIM ( $\diamond$ ) und H1FAST ( $\circ$ ) Simulationen unter idealen Bedingungen im H1-Detektor. Mitte: H1FAST Simulationen mit fluktuierendem Vertex im H1-Detektor ( $\square$ ). Rechts: H1FAST Simulationen des CERN-Tests ( $\triangle$ ). Die Effizienzen der Vorselektierung werden durch ausgefüllte Symbole angegeben.

Neben schnellen Simulationen (H1FAST) wurden unter den gleichen Bedingungen auch Rechnungen mit der detaillierten Detektorsimulation (H1SIM) durchgeführt. Die daraus gewonnenen Ergebnisse zur  $e/\pi$ -Trennung (ebenfalls in Abbildung 7.28 dargestellt) vergleichen sich sehr gut mit denen der H1FAST-Simulationen.

Um den Einfluß variierender Einschüßpunkte ins Kalorimeter auf die  $e/\pi$ -Trennung zu untersuchen, wurden weiterhin H1FAST-Simulationen durchgeführt, in denen erlaubt wurde, daß der H1-Vertex in allen drei Raumrichtungen so fluktuieren konnte, wie es für den Wechselwirkungspunkt von HERA-Ereignissen erwartet wird. Bei gleichem Winkel zur  $z$ -Achse schwankt der Einschüßpunkt des Teilchenstrahls ins Kalorimeter dann in den lateralen Koordinaten. Für vergleichbare  $e^-$ -Effizienzen verschlechtert sich die  $\pi$ -Fehlidentifikation dadurch sowohl in der Vorselektierung ( $\approx 2\%$   $\pi$ -Fehlidentifikation bei  $\approx 97\%$   $e^-$ -Effizienz) als auch in der  $\chi^2$ -Analyse ( $\approx 0,3\%$   $\pi$ -Fehlidentifikation bei  $\approx 96,5\%$   $e^-$ -Effizienz) um etwa einen Faktor 3 verglichen mit den unter idealen Bedingungen erreichten Trennungen (Abbildung 7.28 mitte). Die Verschlechterung der Vorselektierung rührt dabei

vorwiegend von der Größe  $E_{H4}/E_{tot}$  her, während  $E_{K1}/E_{tot}$  und  $E_{EK}/E_{tot}$  praktisch nicht von Fluktuationen des Einschußpunktes abhängen, solange es dadurch nicht zu Schauerentwicklungen in Übergangsbereichen zwischen Kalorimeterstapeln kommt. In den Berechnungen für  $\langle \vec{x} \rangle$ ,  $M$  und  $\vec{x}$  für die  $\chi^2$ -Analyse wurde hier als Schauerachse für jedes einzelne Ereignis die Richtung der Teilchenbahn des einfallenden Teilchens benutzt.

Entsprechende Analysen für Simulationen des CERN-Tests sind ebenfalls in Abbildung 7.28 (rechts) dargestellt. Die Berechnung der Schauerachse aus dem Schwerpunkt der Energieverteilung im Kalorimeter unter der Annahme eines festen H1-äquivalenten Vertex führen hier zu zusätzlichen Unsicherheiten, die die Qualität der  $e/\pi$ -Trennung weiter verringern. Während sich die Vorselektierung gegenüber der für die H1FAST-Simulationen mit fluktuierendem Vertex nur noch geringfügig verschlechtert, sinkt die  $\pi$ -Fehlidentifikation um einen weiteren Faktor 3 auf etwa 0,8 – 0,9% bei einer  $e^-$ -Effizienz von ca. 96,5%.

Um eine hinreichende Datenreinheit für Untersuchungen zur  $e/\pi$ -Trennung bei den CERN-Daten zu gewährleisten, wurde eine gleichzeitige 6-fache Koinzidenz der Sekundärelektronenvervielfacher in beiden Čerenkov-Zählern während der Datennahme gefordert (vergl. Abschnitt 7.1.1). Da dies zu einer starken Reduzierung der verfügbaren Ereignisstatistik führt, können in diesen Untersuchungen nur noch solche Strahlenergie betrachtet werden, für die eine sehr große Anzahl, insbesondere an Pionereignissen, aufgezeichnet wurde. Dies war für das IF- und das CB3-Kalorimeter bei einer Strahlenergie von 30 GeV der Fall. Für das IF-Kalorimeter können zusätzlich die zur Strahlenergie 5 GeV gehörigen Daten verwendet werden, da hier bei vergleichsweise geringer Ereignisstatistik auch die Effizienz der Trennung schlechter ausfällt als bei den höheren Energien.

Ein wichtiges Ergebnis ist für Teilchen einer Energie von 30 GeV im IF-Kalorimeter in Abbildung 7.29 (links) dargestellt. Hier wird die  $e/\pi$ -Trennung für die CERN-Daten für zwei unterschiedliche Arten der Analyse gegenübergestellt. Im ersten Fall wurden die verschiedenen Schwellenwerte, die Mittelwerte der Schauermomente  $\langle \vec{x} \rangle$  und die Kovarianzmatrix  $M$  aus den Elektron-Daten selbst bestimmt. Im zweiten Fall wurden die  $e^-$ -Effizienz und die  $\pi$ -Fehlidentifikation der CERN-Daten mit Hilfe der Schwellenwerte, Schauermomente und der Kovarianzmatrix berechnet, die aus den parametrisierten Simulationen gewonnen wurden. Es ergibt sich übereinstimmend eine  $\pi$ -Fehlidentifikation von  $\approx 0,4\%$  bei einer  $e^-$ -Effizienz von  $\approx 96,5\%$ . Aus der guten Übereinstimmung läßt sich schließen, daß mit Hilfe der parametrisierten Simulation elektromagnetischer Schauer verlässliche Kriterien zur  $e/\pi$ -Trennung im H1-Detektor berechnet werden können.

Bei einer Strahlenergie von 5 GeV (Abbildung 7.29 rechts) fällt die Trennung im Vergleich zu den bei 30 GeV erzielten Effizienzen um etwa einen Faktor 5 schlechter aus ( $\approx 2\%$   $\pi$ -Fehlidentifikation bei  $\approx 96,5\%$   $e^-$ -Effizienz für die  $\chi^2$ -Analyse). Verglichen werden die  $e^-$ -Effizienzen für CERN-Daten und für parametrisierte elektromagnetische Schauer mit der  $\pi$ -Fehlidentifikation der Pion-Daten. Schwellenwerte, Schauermomente und Kovarianzmatrix wurde aus den Simulationen berechnet.

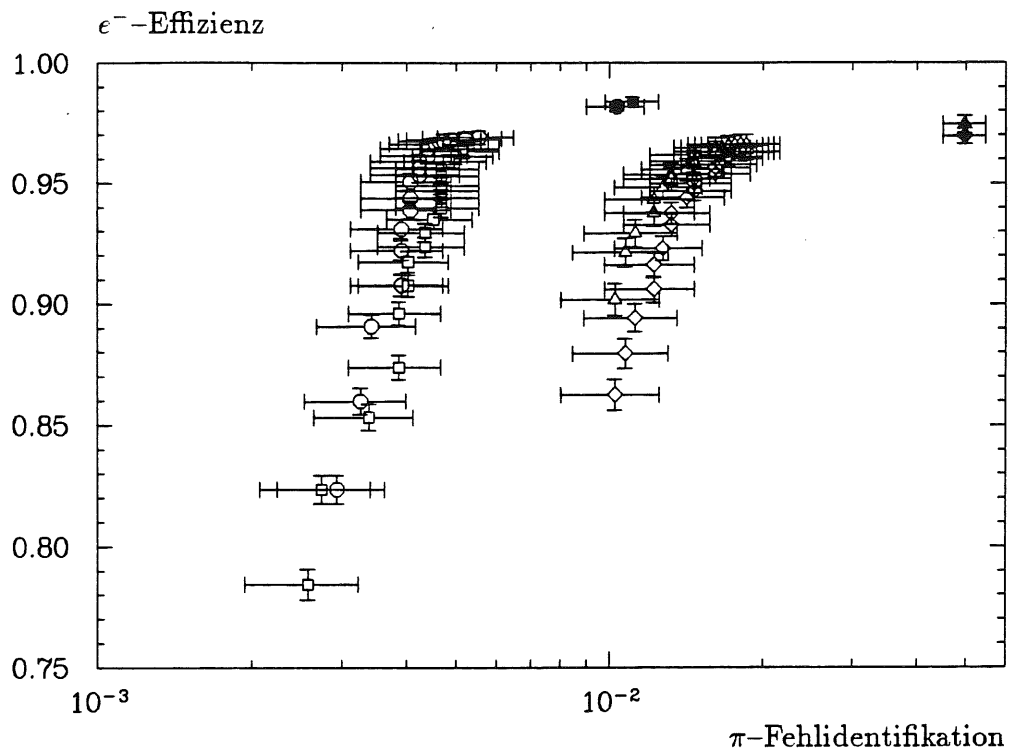


Abbildung 7.29:  $e^-$ -Effizienz und  $\pi$ -Fehlidentifikation für 30 GeV (links) und 5 GeV (rechts) Strahlenergie im IFE-Kalorimeter. 30 GeV: Berechnung der Effizienzen aus den CERN-Daten allein ( $\circ$ ) und unter Verwendung der Schwellenwerte, Schauermomente und Kovarianzmatrix aus den parametrisierten Simulationen ( $\square$ ). 5 GeV: Vergleich der  $e^-$ -Effizienzen der Daten ( $\diamond$ ) und der Simulation ( $\triangle$ ) mit den  $\pi$ -Fehlidentifikationen der Piondaten ( $\langle \bar{x} \rangle$ ,  $M$ , aus der Simulation). Die Effizienzen der Vorselektierung werden durch ausgefüllte Symbole angegeben.

In Abbildung 7.30 wird für eine Strahlenergie von 30 GeV im CB3-Kalorimeter untersucht, wie sich die  $e/\pi$ -Trennung unter ausschließlicher Verwendung der Testdaten mit der unter ausschließlicher Verwendung von H1FAST-Simulationen vergleicht. Die  $e^-$ -Effizienz und die  $\pi$ -Fehlidentifikation wurden für das Experiment unter Verwendung der aus den Elektron-Daten gewonnenen Schwellenwerte, Schauermomente und Kovarianzmatrix berechnet, und die simulierten Elektronen und Pionen wurden mit den entsprechenden Werten aus der parametrisierten Simulation analysiert. In beiden Fällen ergibt sich für die  $\chi^2$ -Analyse eine  $\pi$ -Fehlidentifikation von  $\approx 0,2\%$  bei einer  $e^-$ -Effizienz von etwa 96,5%. Entgegen den Erwartungen ergibt sich im CB3-Kalorimeter (mit den größeren Auslesezellen) eine etwas bessere  $e/\pi$ -Trennung als im IF-Kalorimeter. Dies liegt zum Teil an einer besseren Vorselektierung, die durch eine niedrigere  $\pi$ -Fehlidentifikation bei der Trennung in der Größe  $E_{H4}/E_{tot}$  erreicht wird. Weitere Ursachen können in der Annahme eines H1-äquivalenten Vertex liegen, der für die betrachteten Kalorimeter zu unterschiedlich großen Abweichungen der berechneten Schauerachse

von den tatsächlichen Strahlverhältnissen im CERN-Test führen kann.

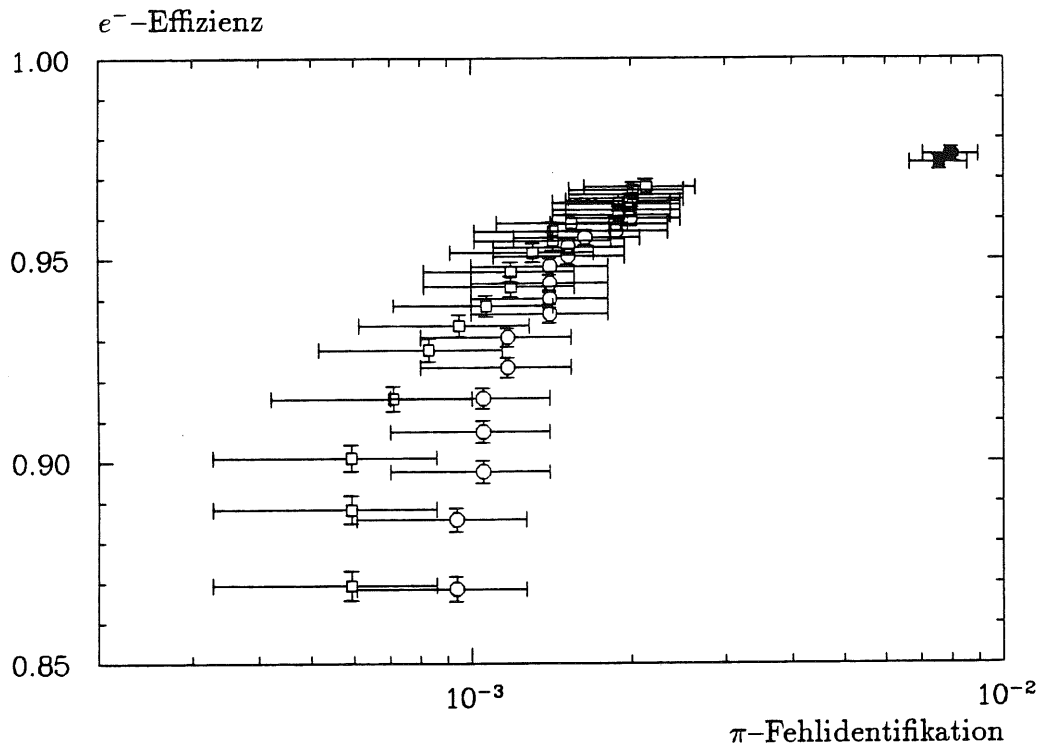


Abbildung 7.30:  $e^-$ -Effizienz und  $\pi$ -Fehlidentifikation für 30 GeV Schauer im CB3-Kalorimeter.  $\circ$  = Elektron-Daten und Pion-Daten (Schwellenwerte,  $\langle \vec{x} \rangle$ , und  $M$  wurden aus den Daten bestimmt).  $\square$  = Simulierte Elektronen und Pionen (Schwellenwerte,  $\langle \vec{x} \rangle$ , und  $M$  aus den Simulationen). Die Effizienzen der Vorselektierung werden wieder durch ausgefüllte Symbole angegeben.

Für die H1FAST-Simulationen zeigt sich im CB3-Kalorimeter eine systematisch etwas kleinere  $\pi$ -Fehlidentifikation, die jedoch im Rahmen der statistische Fehler mit den Werten für die Daten verträglich ist. Aus der sonst guten Übereinstimmung kann geschlossen werden, daß Algorithmen und Verfahren zur  $e/\pi$ -Trennung im H1-Detektor mit Hilfe der schnellen Kalorimetersimulation H1FAST untersucht und auf die Analyse von HERA-Ereignissen übertragen werden können.

# Zusammenfassung

Die Simulation von Teilchenschauern in Kalorimetern ist ein unentbehrliches Instrument zur Planung und Entwicklung von Detektoren in der Hochenergiephysik und zur Analyse von Teilchenreaktionen in Beschleunigerexperimenten. Durch eine parametrisierte Simulation elektromagnetischer Schauer kann der erforderliche Rechenzeitaufwand bei weitgehender Erhaltung der Präzision erheblich reduziert werden.

Ausgehend von Modellvorstellungen der eindimensionalen analytischen Schauertheorie wurden Parametrisierungen der longitudinalen Energiedichteverteilung individueller elektromagnetischer Schauer in homogenen Medien entwickelt, die die Materialabhängigkeit der Schauerentwicklung berücksichtigen. Zur Beschreibung radialer Energiedichteverteilungen wurde ein phänomenologischer Ansatz entwickelt, in dem die Material- und Schauertiefenabhängigkeit der Parameter weitgehend durch die Entwicklung der Teilchen- und Energiespektren im Schauer gedeutet werden kann. Während die Materialabhängigkeit der longitudinalen Schauerentwicklung mit Hilfe eines theoretisch motivierten Skalierungsgesetzes für die Lagen der Schauermaxima sehr kompakt formuliert werden kann, ergeben sich für die rein phänomenologische Beschreibung radialer Profile kompliziertere Zusammenhänge. Die Formulierung der Schauertiefenabhängigkeit radialer Profile in Einheiten der Lagen der Schauermaxima, die eine Separierung der Energie- und Materialabhängigkeit der beteiligten Parameter bewirkt, erleichtert hier jedoch eine materialabhängige Parametrisierung.

Die Fluktuationen in der räumlichen Verteilung der Energie wird für longitudinale Profile durch numerische Integrationen individueller Gammaverteilungen simuliert, deren Parameter korreliert variieren. Zur Simulation des Beitrags radialer Profilfluktuationen werden die Fluktuationen gezielt ausgenutzt, die durch eine Monte-Carlo Integration der radialen Energiedichteverteilungen entstehen. Damit werden diese Fluktuationen erstmalig konsistent in einem Algorithmus zur parametrisierten Simulation individueller Schauer berücksichtigt. Ein Nachteil dieses Verfahrens besteht in einem Verlust an Zylindersymmetrie der simulierten Schauer in peripheren Bereichen, der durch die starke Abnahme der radialen Energiedichte mit wachsendem Radius entsteht.

Korrelationen zwischen longitudinalen und radialen Profilfluktuationen können nicht vernachlässigt werden und wurden durch einen naheliegenden, aber *ad hoc* eingeführten Mechanismus berücksichtigt. Die Art der Einführung dieser Korrelationen bleibt theoretisch unbefriedigend und kann nur durch die gute Überein-

stimmung mit detaillierten Simulationen gerechtfertigt werden.

Geometrische Effekte in Sampling-Kalorimetern, insbesondere der Einfluß des Migrationseffektes auf longitudinale und radiale Energiedichteverteilungen, konnten durch geometrieabhängige Terme berücksichtigt werden, die von der Sampling-Frequenz und dem Signalverhältnis  $e/mip$ , bzw. einem Schätzwert desselben, abhängen und aus dem Kalorimeterdesign berechnet werden können. Für den gemeinsamen Grenzübergang zu unendlich dünnen Schichten und  $e/mip \rightarrow 1$  ergeben sich die Parametrisierungen homogener Medien mit effektiven Materialeigenschaften. Die Parametrisierungen der geometrieabhängigen Terme kann für die longitudinalen Profile durch detaillierte Simulationen des Migrationseffektes gut motiviert werden. Für radiale Energiedichteverteilungen ergeben sich wieder kompliziertere funktionale Zusammenhänge, die weniger zwingend sind.

Sampling-Fluktuationen werden durch die Fluktuierung einzelner Energiebeiträge mit Hilfe von Gammaverteilungen berücksichtigt. Zur Einstellung der Fluktuationen muß deren Höhe aus detaillierten Simulationen oder Kalorimeterdaten bestimmt werden. Die Simulation der Sampling-Fluktuationen erfolgt in der parametrisierten Simulation unabhängig von der Berechnung der räumlichen Energieverteilung und kann für beliebige Teilvolumina und ausgewählte Zweige der Schauerentwicklung bis hinab zur Energiedeposition einzelner Teilchen konsistent durchgeführt werden.

Vergleiche mit detaillierten Simulationen gebräuchlicher homogener und Sampling-Kalorimeter zeigten, daß die untersuchten Eigenschaften elektromagnetischer Schauer durch die parametrisierten Simulationen richtig vorhergesagt werden. Neben longitudinalen Energieverteilungen und radialen Profilen in unterschiedlichen Schauertiefen werden auch die Energieunabhängigkeit der über alle Schauertiefen summierten radialen Energiedichteverteilungen sowie deren energieabhängige Fluktuationen richtig wiedergegeben. Die Signalmittelwerte und die Energieauflösung in zylindrischen Teilvolumina in Sampling-Kalorimetern kann, insbesondere auch hinsichtlich der Abhängigkeit dieser Größen von der Primärenergie, ebenfalls sehr gut reproduziert werden.

Die Anwendbarkeit der Algorithmen zur Simulation von Kalorimetern, in denen die Sampling-Frequenz keine Bedeutung hat (Spaghetti Kalorimeter) oder in denen besondere Maßnahmen zur Manipulation des Migrationseffektes ergriffen werden, muß ein Vergleich mit detaillierten Simulationen oder Daten zeigen. Die Unabhängigkeit der Parametrisierungen zur Beschreibung von Fluktuationen und Korrelationen in der räumlichen Energieverteilung von den geometrischen Eigenschaften der hier betrachteten Kalorimeter gibt jedoch Grund zu der Annahme, daß die Algorithmen bei Bedarf durch geringfügige Modifikationen der Formeln, die die mittleren Schauereigenschaften wiedergeben, leicht zu erweitern sind.

Zur Simulation des H1-Detektors werden die entwickelten Algorithmen im Rahmen eines übergeordneten Konzeptes eingesetzt, das parametrisierte Schauersimulationen in solchen Detektorbereichen verhindert, die nicht mit hinreichender Genauigkeit durch effektive Materialeigenschaften beschrieben werden können (z. B. die Spalten zwischen benachbarten Kalorimeterstapeln). Zur Verifizierung

der Parametrisierungen wurden umfangreiche Vergleiche parametrisierter Simulationen mit Kalorimetertestdaten unter verschiedenen experimentellen Bedingungen durchgeführt, deren wichtigste Ergebnisse nachfolgend zusammengefaßt werden.

Zum Vergleich mit den Kalorimetertests wurde eine Skalierungskonstante zur Einstellung der absoluten Signalhöhen und die Parameter zur Simulation der Sampling-Fluktuationen mit Hilfe der Daten selbst bestimmt. Damit konnte die Energieauflösung über den gesamten Energiebereich (5 bis 166 GeV) und für alle betrachteten Kalorimeter sowie die Verteilungen der Gesamtenergie sehr gut reproduziert werden. Die Linearität der Kalorimeter kann mit  $\pm 0,9\%$  (IFE) bzw.  $\pm 0,5\%$  (CB3E und FB1E) angegeben werden. Dabei hängt das Verhältnis der Signalmittelwerte von Daten und Simulationen nur schwach von der Rauschunterdrückung ab (weniger als  $\pm 0,4\%$  für  $2 \leq f \leq 4$ ). Im Übergangsbereich vom CB2- zum CB3-Kalorimeter wurden Abweichungen im Signalmittelwert von 1,7% im elektromagnetischen und 9% im gesamten Kalorimeter gemessen.

Zur Beurteilung der räumlichen Signalverteilung wurden neben den mittleren Eigenschaften und den Fluktuationen longitudinaler, lateraler und radialer Profile auch Energieverteilungen in lokalen Kalorimeterbereichen untersucht, die alle eine gute Übereinstimmung von parametrisierten Simulationen und experimentellen Daten zeigten. Die Multiplizität von Kanälen mit Signalen oberhalb der gewählten Rauschschwelle fällt in den Simulationen um etwa 12% zu gering aus. Von dieser Abweichung, die durch die Methode zur Simulation der radialen Profile hervorgerufen wird, sind allerdings nur periphere Schauerbereiche betroffen ( $r \gtrsim 1,5 R_M$ ), in denen weniger als 5% der Gesamtenergie deponiert wird.

Die Möglichkeiten zur Identifikation von Elektronen im Kalorimeter wurden mit Hilfe einer bekannten Methode untersucht, die auf einer Vorselektierung durch die Angabe von Schwellenwerten in lokalen Energieverteilungen mit einer nachfolgenden  $\chi^2$ -Analyse von Schauermomenten basiert. Dabei zeigte der Vergleich von Verteilungen der Schauermomente und den lokalen Energieverteilungen eine gute Übereinstimmung der Daten mit Simulationen elektromagnetischer und hadronischer Schauer. Zum Vergleich der Effizienzen in der Elektron-Pion Trennung wurden Analysen gegenübergestellt, in den die Schwellenwerte und Kriterien aus den Daten einerseits und den parametrisierten Simulationen andererseits bestimmt wurden. Für Strahlenergien von 30 GeV konnten mit der betrachteten Methode übereinstimmend  $e^-$ -Effizienzen von  $\approx 96,5\%$  bei einer  $\pi$ -Fehlidentifikation von  $\approx 0,3\%$  erreicht werden.

Der Rechenzeitgewinn bei Verwendung der parametrisierten Schauersimulation hängt vom Umfang der Parametrisierung sowie von der Komplexität der Geometriebeschreibung und der Wahl der Abschneideparameter in der detaillierten Simulation ab. Für GEANT-Simulationen einzelner Schauer in einfachen Sampling-Kalorimetern mit einer sehr detaillierten Geometriebeschreibung und niedrigen Abschneideenergien ( $E_{e,cut} = 200 \text{ keV}$ ,  $E_{\gamma,cut} = 10 \text{ keV}$ ) ergeben sich auf der DESY-IBM 3090 Faktoren von  $\approx 10^3$  bis  $\approx 10^4$  für Primärenergien von 1 bis 100 GeV. Bei der Simulation von HERA-Ereignissen im H1-Detektor im Rahmen



des H1FAST-Konzeptes kann die Rechenzeit um einen Faktor 10 reduziert werden, verglichen mit detaillierten Simulationen, in denen alle passiven Materialien zu einer einzigen Absorberschicht gemittelt wurden und mit mittleren Abschneideenergien ( $E_{e,cut} = 1 \text{ MeV}$ ,  $E_{\gamma,cut} = 200 \text{ keV}$ ).

Die Integration der entwickelten Parametrisierungen und Algorithmen in das H1FAST-Konzept und die Simulation der Kalorimetertests haben gezeigt, daß die konsequente Trennung der Berechnung der räumlichen Energieverteilung, der Skalierung und der Simulation der Sampling-Fluktuationen ein hohes Maß an Flexibilität in den Anwendungsmöglichkeiten der parametrisierten Schauersimulation gewährleistet. Durch die material- und geometrieabhängige Formulierung besitzen die Parametrisierungen zudem eine begrenzte Vorhersagekraft, wenn die Simulationen auf Kalorimeterbereiche beschränkt werden, die durch effektive Materialeigenschaften sinnvoll zu beschreiben sind (z. B. einzelne Kalorimeterstapel). Die Parametrisierungen wurden deshalb auch anderen Experimenten und Autoren des Standardprogramms GEANT zur Verfügung gestellt.

# Literaturverzeichnis

- [ABS79] G. ABSHIRE et al.; Measurement of Electron and Pion Cascades in a Lead-Acrylic Scintillator Shower Detector; Nucl. Instr. and Meth. 164, 67, (1979)
- [AKO77] G. A. AKOPDJANOV et al.; Determination of Photon Coordinates in a Hodoscope Cherenkov Spectrometer; Nucl. Instr. and Meth. 140, 441, (1977)
- [AMA81] U. AMALDI; Fluctuations in Calorimetry Measurements; Phys. Scripta 23, 409-423, (1981)
- [BAB79] A. BABAEV et al.; Properties of Electromagnetic and Hadronic Showers measured with Liquid Argon Calorimeters; Nucl. Instr. and Meth. 160, 427, (1979)
- [BAD87] J. BADIER, M. BARDADIN-OTWINOWSKA; Longitudinal Distribution of Electromagnetic Showers in the ALEPH Electromagnetic Calorimeter; ALEPH 87-9 EMCAL 87-1, Genf (1987)
- [BER79] M. J. BERGER, S. M. SELTZER; Tables of Energy Losses and Ranges of Electrons and Positrons; NASA -SP-3012, Washington DC (1964)
- [BIN90] E. BINDER; Test eines Flüssig-Argon-Kalorimeters für den H1-Detektor mit Untersuchungen zur Kompensation durch Softwaremethoden; Diplomarbeit an der Universität Hamburg, DESY F21-90-02, (1990)
- [BJO67] J. D. BJORKEN; Phys. Rev. 163, 1767, (1967); zitiert nach [PER82]
- [BLO79] A. BLONDEL und F. JACQUET; Proceedings of an ep Facility for Europe, Ed. U. Amaldi; DESY 79/48, (1979)
- [BLÜ87] J. BLÜMLEIN et al.; Structure Functions, Quark Distributions and  $\Lambda_{QCD}$  at HERA; Proceedings of the HERA Workshop, Ed. R. Peccei, (1987)
- [BOR89] E. BORCHI et al., (SICAPO Collaboration); Electromagnetic Shower Energie Filtering Effect. A Way to achieve the Compensation Condition ( $e/\pi = 1$ ) in Hadronic Calorimetry; Phys. Lett. B, Vol. 222, Numb. 3,4 (1989)

- [BOR91] E. BORCHI et al., (SICAPO Collaboration); Systematic Investigation of the Local Hardening Effect and Lateral Electromagnetic Shower Development; CERN-PPE/91-34 (1991)
- [BRU86] R. BRUN et al.; GEANT3 User's Guide; CERN-DD/EE 84-1, Genf (1987)
- [BRÜ87] H. BRÜCKMANN et al.; On the Theoretical Understanding and Calculation of Sampling Calorimeters; DESY 87-064, (1987)
- [BUG86] L. BUGGE; On the Determination of Shower Central Positions from Lateral Samplings; Nucl. Instr. and Meth. A242, 228, (1986)
- [CAM80] B. CAMPBELL und B. FRISKEN; Kinematics for Cheer; unveröffentlicht, (1980)
- [CER89] CERN Computer Centre Program Library; (1989)
- [COL90] M. COLOMBO; Trennung von Elektronen und Pionen in einem Flüssigargonkalorimeter des H1 Detektors; Diplomarbeit an der Universität Dortmund, (1990)
- [DOV64] O. I. DOVZHENKKO und A. A. POMMANSKII; Radiation Units and Critical Energy for various Substances; Soviet Physics Jetp Vol. 18, Numb. 1, (1964)
- [ENG76] J. ENGLER et al.; Electron-Proton Separation with a Liquid-Argon Sandwich Detector; Nucl. Instr. and Meth. 133, 521, (1976)
- [ENG83] R. ENGELMANN et al.; Response of a highly segmented extruded Lead Glass Calorimeter to Electrons and Pions between 15 and 45 GeV/c; Nucl. Instr. and Meth. 216 (1983) 45
- [FAB85] C. W. FABJAN; Calorimetry in High-Energy Physics; CERN-EP/85-54, Genf (1985)
- [FAB89] C. W. FABJAN und R. WIGMANS; Energy Measurement of Elementary Particles; CERN/EP 89-64, Geneva (1989)
- [FEL87] J. FELTESSE; Measurement of inclusive differential Cross Sections; Proceedings of the HERA Workshop, (1987)
- [FEL90] J. FELTESSE; HERA the new Frontier; DAPNIA/SPP 92-01, (1992)
- [FER88] G. FERRI et al.; The Structure of Lateral Electromagnetic Shower Development in Si/W and Si/U Calorimeters; Nucl. Instr. and Meth. A273, 123, (1988)

- [FLA85] W. FLAUGER; Simulation of the Transition Effect in Liquid Argon Calorimeters; Nucl. Instr. and Meth. A241, 72, (1985)
- [FRI72] J. T. FRIEDMAN und H. W. KENDALL; Ann. Rev. Nucl. Science 22, 203, (1972); zitiert nach [PER82]
- [GAY92] J. GAYLER ; private Mitteilungen
- [GÖR91] L. GÖRLICH und H. P. WELLISCH; Documentation of the LAr Clustering; Interner Bericht, H1-12/91-204, (1991)
- [GRI90] G. GRINDHAMMER, M. RUDOWICZ, S. PETERS; The Fast Simulation of Electromagnetic and Hadronic Showers; Nucl. Instr. and Meth. A290, 469, (1990)
- [GRO91] D. GROOM; Four-Component Approximation to Calorimeter Resolution; SDC-91-00037, Berkeley (1991)
- [H186] H1 COLLABORATION; Technical Proposal for the H1 Detector, (1986)
- [H187] H1 COLLABORATION; Technical Progress Report, (1987)
- [H681] H6 Beam-Tuning; CERN/SPS/EPB/PC, (1981)
- [H1C89] W. BRAUNSCHWEIG et al. (H1-Collaboration); Performance of a Pb-Cu Liquid Argon Calorimeter with an Iron Streamer Tube Tail Catcher; Nucl. Instr. and Meth. A265, 419, (1989)
- [H1S91] H1 COLLABORATION; Guide to Simulation program H1SIM, Ed.: J. Meyer, (1991)
- [HAL84] F. HALZEN und A. D. MARTIN; Quarks and Leptons; John Wiley & Sons, (1984)
- [HAY85] Y. HAYASHIDE, T. KAMON, J. FREEMAN; Electromagnetic Calorimeter Simulation for CDFSIM Version 3.0; CDF Note No. 287, Batavia (1985)
- [HEI44] W. HEITLER; Quantum Theory of Radiation, second edition; Oxford University Press (1944)
- [HERA87] R. PECCEI (Ed.); Proceedings of the HERA Workshop, DESY (1987)
- [HERA91] W. BUCHMÜLLER und G. INGELMAN (Ed.); Physics at HERA (Proceedings of the Workshop), DESY (1991)
- [HOE92] K. C. HOEGER; Measurement of  $x$ ,  $y$ ,  $Q^2$  in Neutral Current Events; Interner Bericht, H1-02/92-210, (1992)

- [HOT80] N. HOTTA et al.; Three-Dimensional Development of Cascade Showers induced by 50-, 100-, and 300 GeV Electrons; Phys. Rev D, Vol. 22, Numb. 1, (1980)
- [HOT82] N. HOTTA et al.; Expedient Treatment of Three-Dimensional Electron-Photon Cascade Showers observed in Emulsion Chambers; Il Nuovo Cimento, Vol. 70 A, Numb. 1, (1982)
- [HUB80] J. H. HUBBEL ; Pair, Triplet and Total Atomic Cross Sections for Photons; J. Phys. Chem Ref. Data, Vol. 9, No. 4, (1980)
- [ING87] G. INGELMAN et al.; Deep Inelastic Physics and Simulation; Proceedings of the HERA Workshop, (1987)
- [INN87] G. INGELMAN et al.; Separation of Deep Inelastic Charged and Neutral Current Events; Proceedings of the HERA Workshop, (1987)
- [JAM78] F. JAMES; Interpretation of the Errors on Parameters given by MINUIT; CERN Computer Centre Program Library, suppl. to long-write-up, (1978)
- [JAM89] F. JAMES und M. ROOS; MINUIT – Function Minimization and Error Analysis; CERN (1989)
- [KÜS92] H. H. KÜSTER ; private Mitteilungen
- [LAN87] W. LANGER, H. OBERLACK, P. SCHACHT; Electron-Identification with the H1-Liquid-Argon-Calorimeter; Interner Bericht, H1-04/87-60, (1987)
- [LAP92] J. F. LAPORT ; Determination of the Electromagnetic Scale for the CB Calorimeters; Interner Bericht, H1-04/92-218, (1992)
- [LEM89] F. LEMEILLEUR et al., (SICAPO Collaboration); The Local Hardening Effect on Electromagnetic Showers. A Way for Signal Equalization in Si/High-Z Hadron Calorimeters; Phys. Lett. B, Vol. 222, Numb. 3, 4 (1989)
- [LEO87] W. R. LEO; Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments; Springer Verlag, (1987)
- [LOC92] P. LOCH; Kalibration des H1 Flüssig-Argon Kalorimeters unter Berücksichtigung der Gewichtungsmethode für Teilchenjets; Dissertation an der Universität Hamburg, (1992)
- [LOH85] W. LOHMANN, R. KOPP und R. VOSS; Energy Loss of Muons in the Energy Range 1-10000 GeV; CERN 85-03 (1985)
- [LON75] E. LONGO und I. SESTILI; Monte-Carlo Calculations of Photon Initiated Electromagnetic Showers in Leadglass, Nucl. Instr. and Meth. 128, 283, (1975);

- [LON85] E. LONGO und L. LUMINARI; Fast Electromagnetic Shower Simulation; Nucl. Instr. and Meth. A239, 506, (1985)
- [MAR89] J. MARKS; Eigenschaften eines Kalorimeters aus Blei und Kupfer in flüssigem Argon zur Messung hochenergetischer Jets unter besonderer Berücksichtigung einer Reduktion der Schauerfluktuationen; Dissertation an der Universität Hamburg, 1989, DESY F21-90-01, (1990)
- [MUE90] A. H. MUELLER; Parton Distributions at very small  $x$ ; DESY Lecture given at the Small- $x$  Workshop, (1990)
- [NEL66] W. R. NELSON et al.; Electron-Induced Cascade Showers in Copper and Lead at 1 GeV; Phys. Rev. 149, Numb. 1, (1966)
- [NEL85] W. R. NELSON et al.; The EGS4 Code system; SLAC-Report-265, (1985)
- [NIS67] J. NISHIMURA; Theory of Cascade Showers; in: Handbuch der Physik, Band XLVI/2, Ed.: S. Flügge, Springer-Verlag, (1967)
- [PDG88] PARTICLE DATA GROUP; Review of Particle Properties; Physics Letters B 204 (1988)
- [PDG90] PARTICLE DATA GROUP; Review of Particle Properties; Physics Letters B 239 (1990)
- [PER82] D. H. PERKINS; Introduction to High Energy Physics, 2nd Edition; Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc., (1982)
- [PES88] J. DEL PESO und E. ROS; On the Energy Resolution of Electromagnetic Sampling Calorimeters; DESY 88-094, (1988)
- [PES90] J. DEL PESO und E. ROS; Monte Carlo Investigation of the Transition Effect; DESY 90-045, (1990)
- [PET89] S. PETERS; Parametrisierung hadronischer Schauer zur schnellen Kalorimetersimulation im H1-Detektor; Diplomarbeit, MPI-PAE/Exp.E1 202, (1989)
- [PIN65] K. PINKAU; Phys. Rev., B139, 1548, (1965)
- [ROS52] B. ROSSI; High-Energy Particles; Prentice Hall, New York, (1952)
- [RUB81] R. Y. RUBINSTEIN; Simulation and the Monte Carlo Method; John Wiley & Sons, New York, (1981)
- [RUD89] M. RUDOWICZ; Algorithmen zur Kalorimetersimulation mit parametrisierten Schauern am Beispiel des H1-Detektors; Diplomarbeit, MPI-PAE/Exp.E1 200, (1989)

- [RUD92] M. RUDOWICZ; Dissertation, in Vorbereitung
- [SCH89] G. A. SCHULER; Perspectives of Physics at HERA; DESY 89-075, (1989)
- [SCH91] H. SCHAAL; Vortrag auf dem Workshop on Detector and Event Simulation, Amsterdam 1991, unveröffentlicht
- [SIR92] Y. SIROIS ; private Mitteilungen
- [SOK64] A. A. SOKOLOV und I. M. TERNOV ; On Polarization and Spin Effects in the Theory of Synchrotron Radiation; Sov. Phys. Doklady 8, 1203-1205, (1964)
- [STE52] R. M. STERNHEIMER; Density Effect for the Ionization Loss in Various Materials; Phys. Rev., Vol. 88, Numb. 4, (1952)
- [STE61] R. M. STERNHEIMER; Interaction of Radiation with Matter; Meth. of Exp. Phys., Vol 5 - Part A, Nuclear Phys., (1962)
- [STE84] R. M. STERNHEIMER et al.; Density Effect for the Ionization Loss of Charged Particles in various Substances; Atomic Data and Nuclear Data Tables 30, 261, (1984)
- [TSA74] Y. S. TSAI; Pair Production and Bremsstrahlung of Charged Leptons; Rev. Mod. Phys., Vol. 46, Numb. 4, (1974)
- [WAL89] P. WALOSCHEK ; Das Forschungszentrum DESY; Praxis der Naturwissenschaften (Physik), Heft 7/38, (1989)
- [WEB64] K.-H. WEBER; Nucl. Instr. and Meth. 25, 261, (1964); zitiert nach [PDG88];
- [WIG86] R. WIGMANS; On the Energy Resolution of Uranium and other Hadron Calorimeters; CERN/EP 86-141, Geneva (1986)
- [WIG87] R. WIGMANS; Energy Loss of Particles in Dense Matter - Calorimetry; NIKHEF-H/87-12, Amsterdam (1987)
- [WIL74] W. J. WILLIS und V. RADEKA ; Liquid-Argon Ionization Chambers as Total-Absorption Detectors; Nucl. Instr. and Meth. 120, 221, (1974)
- [WOL86] G. WOLF ; HERA: Physics, Machine and Experiments; DESY 86-089, (1986)
- [YUD69] T. YUDA; Electron-Induced Cascade Showers in Inhomogenous Media; Nucl. Instr. and Meth. 73, 301, (1969)
- [ZEI92] C. ZEITNITZ; Entwicklung und Test eines mit Siliziumdetektoren instrumentierten *Presamplers* für den H1-Detektor; Dissertation an der Universität Hamburg, (1992)

# Danksagung

Die Anfertigung der vorliegenden Dissertation wurde durch ein Promotionsstipendium der Max-Planck-Gesellschaft gefördert.

Allen Mitgliedern der Hamburger Arbeitsgruppe des Max-Planck-Instituts für Physik (Werner-Heisenberg-Institut), C. Adam, A. Coville, G. Grindhammer, M. Kuhlen, P. Lanius, D. Lüers (†), A. de Roeck, und M. Rudowicz, danke ich für die anregende und kollegiale Zusammenarbeit. C. Zeitnitz und M. Ruffer danke ich für die freundliche Atmosphäre im gemeinsamen Büro.

Besonders möchte ich mich bei G. Grindhammer für seine stetige Bereitschaft zur wissenschaftlichen Diskussion und seine kritische Begleitung der Arbeit bedanken.

G. Buschhorn danke ich für seine kritische Durchsicht der Arbeit.

Christiane Halben hat bei der Durchsicht des Manuskripts unschätzbare Dienste geleistet.

Spezieller Dank gilt meiner ganzen Familie. Besonders meinen Eltern, Georg und Liesel Peters, auf deren Hilfe und Vertrauen ich zu jeder Zeit bauen konnte. Ganz besonders danke ich Danuta. Ihre Unterstützung und Geduld haben die Anfertigung dieser Arbeit wesentlich erleichtert.



