

Jetstrukturen und die Bestimmung der
starken Kopplung α_s in tiefunelastischer
Positron-Proton-Streuung bei HERA

DIPLOMARBEIT

am Fachbereich Physik
der Universität Hamburg

Vorgelegt von
Florian Keil
aus Hamburg

Hamburg
1997

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
1 Das H1 Experiment bei HERA	3
1.1 Der Speicherring HERA	3
1.2 Der Aufbau des H1 Detektors	5
1.2.1 Das Spurkammersystem	7
1.2.2 Das Flüssig-Argon-Kalorimeter	10
1.3 Die Ereignisrekonstruktion	12
1.3.1 Trigger	12
1.3.2 Spurrekonstruktion	13
1.3.3 Energierekonstruktion	13
2 Der theoretische Hintergrund	15
2.1 Die Kinematik unelastischer Streuprozesse	15
2.2 Methoden der kinematischen Ereignisrekonstruktion	17
2.3 Die Näherung des Quark-Parton-Modells	19
2.4 Störungstheoretische Quantenchromodynamik	21
2.5 Störungstheoretische NLO-Rechnungen	25
2.6 Hadronisation	26
2.7 Jetalgorithmen	27
2.7.1 Der Kegel-Algorithmus	28
2.7.2 Der JADE-Algorithmus	29

2.8	Die Messung der starken Kopplung α_s	31
2.9	Ereignissimulation mit Monte-Carlo-Generatoren	32
2.10	Definition der Meßgröße	36
2.10.1	Verschiedene Bezugssysteme	36
2.10.2	Die 2-Jet-Rate $R_2(Q^2)$	38
3	Systematische Fehler bei der Bestimmung von α_s	39
3.1	Die Bestimmung von α_s aus differentiellen Jetraten	40
3.2	Systematische Fehler	46
4	Die Auswahl der Daten	63
5	Jetrekonstruktion und Messung der 2-Jetrate $R_2(Q^2)$	69
5.1	Spezifizierung des Kegel-Algorithmus	69
5.2	Die Auswahl der 2-Jet-Ereignisse	71
5.3	Messung von $R_2(Q^2)$	76
5.3.1	Korrektur auf Detektoreffekte	76
6	Vergleich mit NLO-Vorhersagen und Messung der starken Kopp- lung α_s	85
6.1	Vergleich mit NLO-Vorhersagen	85
6.2	Die Messung von α_s	91
6.2.1	Die Korrektur der Daten auf Partonniveau	91
6.2.2	Die Bestimmung von α_s	92
	Zusammenfassung	97

Einleitung

Die beiden fundamentalen Eigenschaften der Theorie der starken Wechselwirkung, der Quantenchromodynamik (QCD), sind das Phänomen des Farbeinschlusses (*Confinement*) und die asymptotische Freiheit. Diese erlaubt erst die Anwendung der Methoden der Störungstheorie zur Berechnung von Wirkungsquerschnitten elementarer Streureaktionen, da die Kopplung zwischen den Quarks in erster Näherung bei genügend hohen Impulsüberträgen vernachlässigt werden kann. Das Confinement erschwert die experimentelle Überprüfung theoretischer Vorhersagen, indem der partonische Endzustand einer Teilchenreaktion aus Quarks und Gluonen nicht direkt beobachtet werden kann, sondern immer nur farbneutrale Hadronen, die in der Bewegungsrichtung der ursprünglichen Quarks und Gluonen entstehen und bei hohen Energien in Form von kollimierten Teilchenbündeln, sogenannten *Jets*, auftreten. Der Grund hierfür ist die mit zunehmendem Abstand anwachsende Kopplung α_s der starken Wechselwirkung.

Die quantitative Vergleichbarkeit zwischen experimentellen Beobachtungen und theoretischen Vorhersagen wird durch die Einführung von Observablen vermittelt, die sich aus dem hadronischen Endzustand leicht ableiten lassen und gleichzeitig mit den Methoden der Störungstheorie berechnet werden können. Geeignet dafür sind Algorithmen, die aus dem hadronischen Endzustand eines gegebenen Streueignisses eine Jetstruktur rekonstruieren und die Anzahl der Jets und ihre spezifischen Eigenschaften, wie z. B. Energie und räumliche Orientierung, definieren. Wendet man denselben Algorithmus auf die störungstheoretisch berechneten Verteilungen der Quarks und Gluonen an, so sind unter der Annahme, daß einem Quark- oder Gluonjet ein Hadronjet entspricht, theoretische Vorhersagen und experimentelle Ergebnisse prinzipiell vergleichbar.

Mit dem Teilchenbeschleuniger HERA am Deutschen Elektronen-Synchrotron in Hamburg können Elektronen bzw. Positronen und Protonen gespeichert und bei einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} \approx 300$ GeV zur Kollision gebracht werden. Bei diesen Energien werden die Partonen des Protons in tiefinelastischen Streueignissen aufgelöst. Es kann dabei im Rahmen der QCD zu dynamischen Prozessen kommen, in denen z. B. Gluonabstrahlungen oder die Erzeugung von Quark-Antiquarkpaaren zur Bildung mehrerer hadronischer Jets führen. Wegen der hohen erreichbaren Energien im hadronischen Endzustand beobachtet man mit dem H1-Detektor in der Tat eine Vielzahl von Ereignissen, die eine klare Jetstruktur aufweisen. Mit der Messung

von Jetraten, d. h. der relativen Häufigkeit von Ereignissen mit einer vorgegebenen Anzahl von Jets, bieten sich somit ideale Möglichkeiten, zentrale Aspekte der störungstheoretischen QCD experimentell zu überprüfen.

In dieser Untersuchung soll aus der Messung von Jetraten die effektive starke Kopplung α_s im Bereich hoher Impulsüberträge bestimmt werden. Dabei wird in einem ersten Teil das Ergebnis einer aktuellen α_s -Analyse [1] aus der Messung einer mit dem JADE-Algorithmus definierten, differentiellen Rate von $(2 + 1)$ -Jet-Ereignissen vorgestellt und ein systematischer Fehler für den ermittelten α_s -Wert bestimmt.

Unabhängig davon soll in einem zweiten Teil erstmals in tiefunelastischer Streuung bei hohen Impulsüberträgen die Jetstruktur des hadronischen Endzustandes mit einem Kegel-Algorithmus untersucht werden. Dabei werden die mit dem H1-Detektor während der HERA Laufzeiten der Jahre 1995 und 1996 gesammelten Daten verwendet. Meßgröße ist die integrierte Rate von 2-Jet-Ereignissen als Funktion des Impulsübertrages Q^2 . Diese wird auf spezifische Effekte des Detektors korrigiert und das Ergebnis mit phänomenologischen Modellen verglichen. Die Möglichkeiten einer Bestimmung der starken Kopplung α_s als Funktion von Q^2 aus der gemessenen Rate werden durch den Vergleich von störungstheoretisch berechneten und durch geeignete Modelle simulierten Verteilungen von Quarks und Gluonen untersucht. Den Abschluß bildet eine vorläufige Korrektur der Daten auf theoretisch nicht erfaßbare Effekte des Übergangs von Quarks und Gluonen in farbneutrale Hadronen und eine erste Messung von α_s .

Kapitel 1

Das H1 Experiment bei HERA

1.1 Der Speicherring HERA

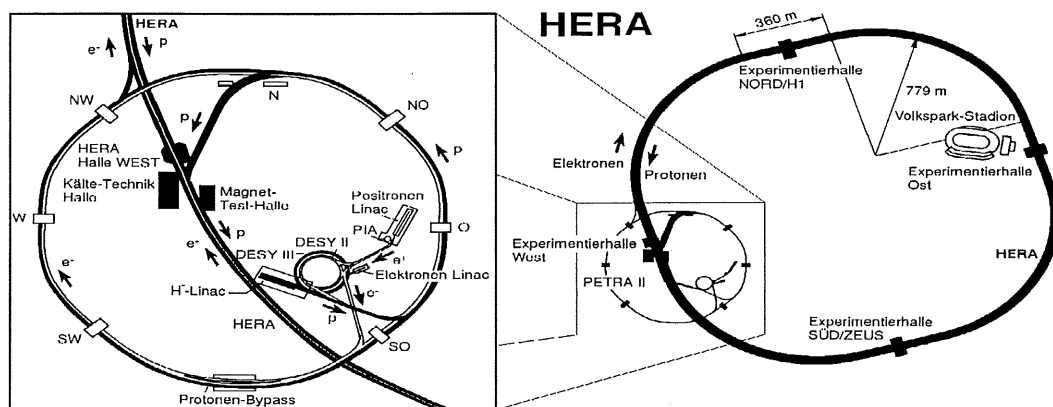


Abbildung 1.1: Die Speicherringanlage HERA (rechts) und das Vorbeschleunigersystem DESY und PETRA (links) am Deutschen Elektronen Synchrotron in Hamburg.

Mit der endgültigen Inbetriebnahme des Speicherringsystems HERA (**H**adronen-**E**lektronen-**R**ing-**A**nlage) am Deutschen Elektronen-Synchrotron (DESY) in Hamburg im Jahre 1991, entstand die weltweit einzige Anlage, mit der Protonen und Elektronen beschleunigt und zur Kollision gebracht werden können. Die Anlage besteht aus zwei voneinander unabhängigen Speicherringen mit einem Umfang von 6,3 km, die zur gegenläufigen Beschleunigung von Elektronen und Protonen auf Energien von 30 GeV und 820 GeV ausgelegt sind. Es gibt vier Wechselwirkungspunkte an denen die Experimente H1, ZEUS, HERA-B und HERMES aufgebaut sind. HERA-B und HERMES nutzen nur jeweils einen der beiden Teilchenstrahlen, wobei HERMES zur Messung polarisierter Strukturfunktionen ein ruhendes Nukleon-

target in den Elektronenstrahl und HERA-B dünne Drähte zur Untersuchung der CP-Verletzung bei B -Mesonen in den äußeren Bereich des Protonenstrahles bringt.

Die Elektronen werden bei einer Energie von 12 GeV aus dem Vorbeschleuniger PETRA in den HERA Speicherring injiziert und dort von einem wassergekühlten Magnetsystem mit maximal 0,165 T geführt. Die Einspeisung der Protonen erfolgt bei einer Energie von 40 GeV in einen Speicherring mit supraleitenden Dipol- und Quadrupolmagneten ($B_{max} = 4,68$ T) zur Führung und Fokussierung. Die weitere Beschleunigung auf die Sollenergie erfolgt bei HERA auf geraden Teilstücken des Ringes mit normal- und supraleitenden Hohlraumresonatoren bei Hochfrequenzen von etwa 50 MHz und 500 MHz für Protonen und Elektronen. Die Teilchenstrahlen bestehen deshalb aus mehreren Paketen (*Bunches*) in einem zeitlichen Abstand von 96 ns. Dies entspricht einer räumlichen Trennung von etwa 29 m. Die longitudinale Ausdehnung der Strahlpakete beträgt ungefähr 20 cm für ein Protonenpaket und etwa 1 cm für ein Elektronenpaket. Der Ring ist für die Speicherung von jeweils 210 umlaufenden Teilchenpaketen angelegt mit einem Strom von je 760 μ A Protonen und 290 μ A Elektronen. Dies entspricht einer maximal erreichbaren Luminosität von $1,5 \times 10^{31} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$.

Gegen Mitte des Jahres 1994 wurde der Elektronenstrahl durch einen Positronenstrahl ersetzt, um die Lebensdauer des Strahles bei hohen Strömen zu steigern¹. In dieser Untersuchung werden die mit dem H1-Detektor während der Laufzeiten von HERA in den Jahren 1995 und 1996 gesammelten Daten analysiert. Die Positronenenergie betrug in dieser Periode 27,5 GeV, während die Protonen auf ihre Sollenergie von 820 GeV beschleunigt werden konnten. Dies entspricht einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} \approx 300$ GeV. Die Strahlströme lagen typischerweise zwischen 20 mA und 40 mA für Positronen und 60 mA bis 80 mA für Protonen. Ein Überblick zum Verlauf der integrierten Luminosität bei HERA und H1 in den letzten Jahren findet sich in Abbildung 1.2.

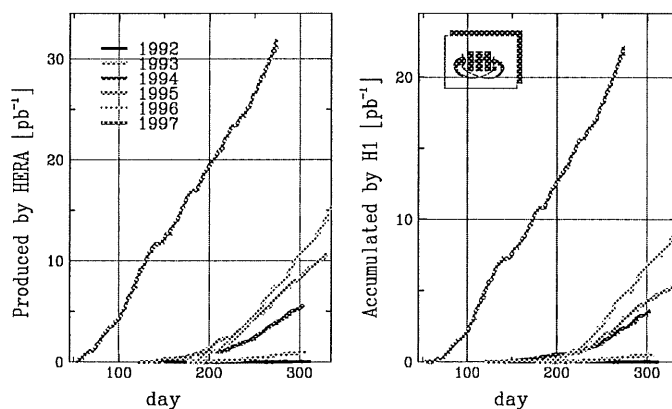


Abbildung 1.2: Von HERA produzierte (links) und mit dem H1-Detektor gemessene (rechts) integrierte Luminosität seit Beginn der Datennahme 1992

¹Im folgenden wird daher stets von (tief-)inelastischer Positron-Proton-Streuung die Rede sein.

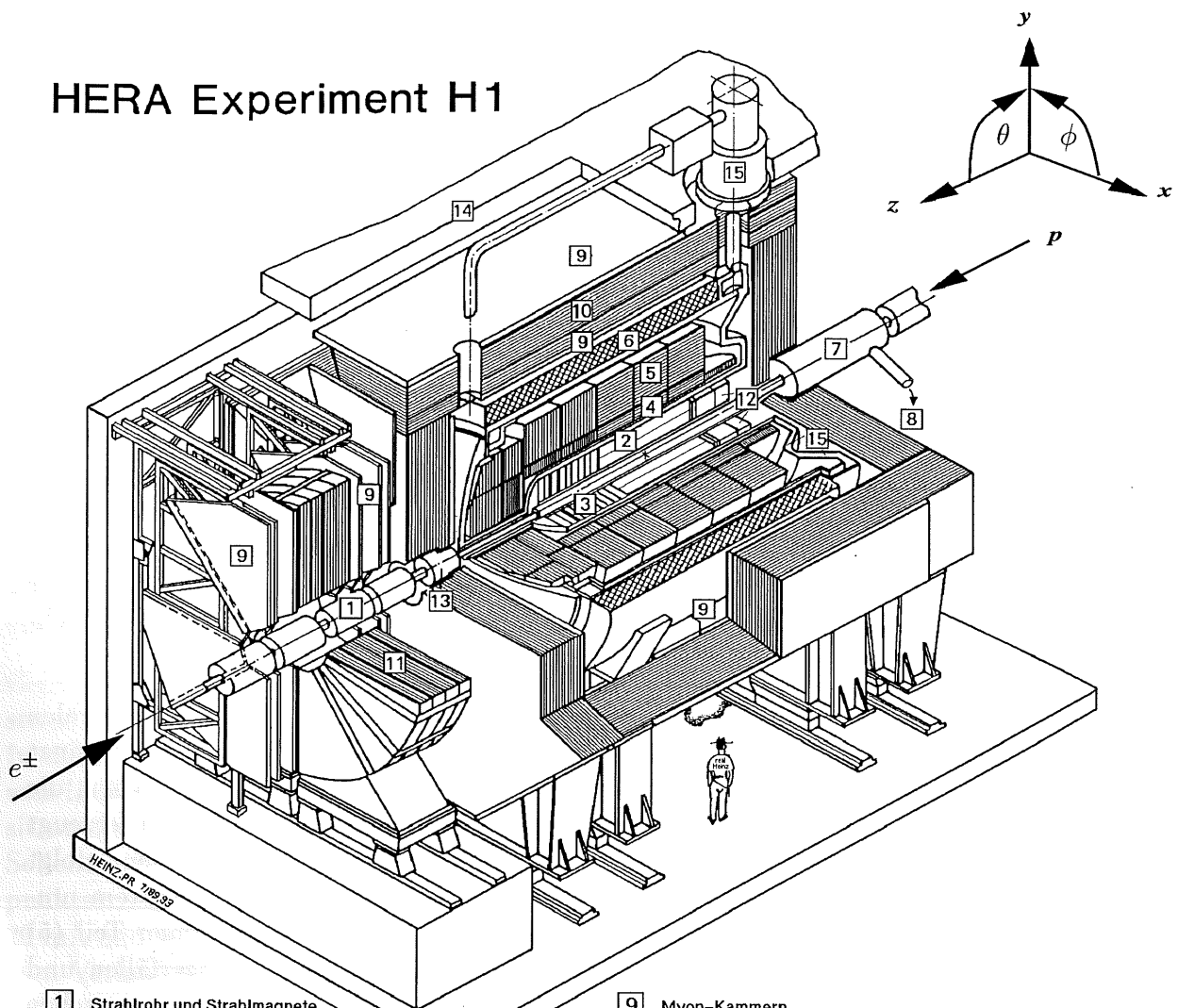
1.2 Der Aufbau des H1 Detektors

Der H1-Detektor ist ein System aus einer Vielzahl von Subdetektoren zur möglichst vollständigen Erfassung des Endzustandes der tiefunelastischen Positron-Proton-Streuung. Er befindet sich in einem Abschnitt von gut 11 m Länge zwischen den letzten beiden fokussierenden Quadrupolen am nördlichen Teil des Ringes. Seine wesentlichen Komponenten sind, von innen nach außen, ein zentraler Siliziumdetektor, die zentralen Spurkammern, das elektromagnetische Kalorimeter, das hadronische Kalorimeter, eine supraleitende Spule zur Erzeugung eines Magnetfeldes und das instrumentierte Eisenjoch mit dem Myonsystem. Abbildung 1.3 zeigt einen dreidimensionalen Schnitt des H1-Detektors mit der Festlegung des H1-Koordinatensystems, im folgenden *Laborsystem* genannt. Die z -Achse zeigt dabei in Richtung des einlaufenden Protonenstrahles, der Polarwinkel θ ist relativ zu dieser Achse definiert. Der Koordinatenursprung liegt im nominellen Wechselwirkungspunkt, in der Abbildung durch ein kleines Kreuz im Strahlrohr (1) gekennzeichnet². Wegen der räumlichen Ausdehnung der Teilchenpakete und der Strahlkreuzung unter 0° , kann sich der tatsächliche Wechselwirkungspunkt jedoch verschieben, so daß effektiv eine Wechselwirkungszone entsteht mit einer Gesamtlänge von $\approx \pm 50$ cm.

Das Strahlrohr mit einem Durchmesser von etwa 90 mm wird von dem zentralen Spurkammersystem (2) zur Messung von Teilchenspuren umfaßt. Es wird ergänzt von Vorwärtsspurkammern (3), die die Registrierung von Spuren ermöglichen, die unter kleinen Polarwinkeln die Wechselwirkungszone verlassende Teilchen erzeugt haben. Die Energiemessung der bei einer Reaktion entstandenen Teilchen erfolgt im Flüssig-Argon-Kalorimeter (LArC), das das gesamte Spurkammersystem umschließt und aus einem elektromagnetischen (4) und einem hadronischen Teil (5) besteht. Die Energie des gestreuten Positrons, sowie der in Hadronzerfällen und Bremsstrahlungsprozessen entstandenen Photonen, werden im elektromagnetischen Teil gemessen. Die Energiemessung der entstandenen Hadronen erfolgt im hadronischen Teil, sofern diese nicht bereits vor oder im elektromagnetischen Teil zerfallen oder dort vollständig absorbiert werden. Beide Teile sind zur Kühlung des flüssigen Argons auf 88 K in einen gemeinsamen Kryostaten (15) eingebettet. Das LArC ist umgeben von einer supraleitenden Spule (6) mit 6 m Durchmesser und 5,75 m Länge, die ein homogenes Magnetfeld der Stärke 1,15 T entlang der Richtung des einlaufenden Protons erzeugt und so eine Bestimmung des Transversalimpulses geladener Teilchen durch die Krümmung der Spuren in den Kammern ermöglicht. Das alle wesentlichen Detektorkomponenten umschließende, mit Streamer-Röhren (9) instrumentierte Eisenjoch (10), dient dem Nachweis hadronischer Energie, die nicht vollständig im LArC deponiert wurde und der Messung von Myonspuren z. B. aus semileptonischen Zerfällen von Charm- und Bottom-Mesonen.

²Die positive z -Richtung wird auch als *Vorwärtsrichtung*, die negative entsprechend als *Rückwärtsrichtung* bezeichnet.

HERA Experiment H1



- | | |
|--|---|
| 1 Strahlrohr und Strahlmagnete | 9 Myon-Kammern |
| 2 Zentrale Spurkammern | 10 Instrumentiertes Eisen (Streamer-Röhren) |
| 3 Vorwärtsspurkammern und Übergangstrahlungsmodule | 11 Myon-Toroid-Magnet |
| 4 Elektromagnetisches Kalorimeter (Blei) | 12 warmes elektromagnetisches Kalorimeter |
| 5 Hadronisches Kalorimeter (Edelstahl) | 13 Vorwärts-Kalorimeter |
| } Flüssig-Argon | |
| 6 Supraleitende Spule (1.2T) | 14 Betonabschirmung |
| 7 Kompensationsmagnet | 15 Flüssig-Argon-Kryostat |
| 8 Helium-Kälteanlage | |

Abbildung 1.3: Ansicht des H1-Detektors bei HERA mit dem H1-Koordinatensystem. Nicht abgebildet sind der zentrale Siliziumdetektor, das Protonspektrometer bei $z = 63 \text{ m}$, $z = 81 \text{ m}$ und $z = 90 \text{ m}$, sowie der Elektrontagger bei $z = -33 \text{ m}$ und der Photontagger bei $z = -103 \text{ m}$.

Zum Nachweis von Positronen unter sehr kleinen Streuwinkeln dient in Rückwärtsrichtung ein elektromagnetisches Kalorimeter (12). Es deckt den Polarwinkelbereich $153^\circ < \theta < 176^\circ$ ab. Bis 1994 war hier das rein elektromagnetische BEMC (**B**ackward **E**lectro**M**agnetic Calorimeter) installiert, bei dem es sich um ein Blei-Szintillator-Kalorimeter in Schichtenbauweise handelte. Es wurde 1995 durch das SPACAL (**SP**aghetti **C**ALorimeter) ersetzt, das zusätzlich eine hadronische Komponente besitzt und im Unterschied zum BEMC aus in Blei eingebetteten szintillierenden Fasern besteht. Die Akzeptanz konnte auf den Polarwinkelbereich $153^\circ < \theta < 177,5^\circ$ ausgedehnt werden. Das SPACAL wird in dieser Untersuchung nicht verwendet und daher auf eine eingehendere Beschreibung verzichtet. Detailliertere Angaben über das SPACAL finden sich in [2]. In extremer Vorwärtsrichtung ist ein weiteres, sogenanntes *PLUG-Kalorimeter* (13) zur Ergänzung des LArC angebracht. Mit ihm soll der hadronische Energiefluß zwischen der unteren Kante des LArC ($\theta \approx 3,5^\circ$) und dem Strahlrohr ($\theta \approx 0,6^\circ$) nachgewiesen werden. Der Kompensationsmagnet (7) schließlich dient einerseits dazu, einen longitudinal polarisierten Positronenstrahl zu erzeugen und andererseits dem Ausgleich des Einflusses des H1-Magneten (6) auf die HERA Strahlführung.

Auf der Abbildung nicht zu sehen sind ein Elektronendetektor (*Elektron>tagger*) bei $z = -33$ m und ein Photonendetektor (*Photon>tagger*) bei $z = -103$ m die dem Nachweis von Elektronen und Photonen dienen, die den Hauptteil des Detektors durch das Strahlrohr verlassen. Dies kann bei Photoproduktionsereignissen³ und Elektronen und Photonen aus dem Bethe-Heitler-Prozeß $ep \rightarrow ep\gamma$ der Fall sein. Letzterer dient der Bestimmung der H1-Luminosität. Protonen, die bei der Wechselwirkung mit dem Positron nicht zerstört werden und den Detektor unter sehr kleinen Polarwinkeln verlassen –sogenannte *diffraktive Ereignisse*–, können im FPS (**F**orward **P**roton **S**pectrometer) registriert werden. Seine vier Detektorstationen –auch *römische Töpfe* genannt– befinden sich bei $z = 63$ m, $z = 81$ m und $z = 90$ m und können hydraulisch in das Strahlrohr eingefahren werden.

In den beiden folgenden Abschnitten sollen die beiden, für die vorliegende Untersuchung wesentlichen Detektorkomponenten –das Spurkammersystem und das LArC– näher betrachtet werden. Eine detaillierte Beschreibung aller Detektorkomponenten findet sich in [3].

1.2.1 Das Spurkammersystem

Zur präzisen Vermessung der Topologie eines tiefunelastischen Positron-Proton-Streueignisses bei HERA dient das H1-Spurkammersystem. Durch eine Kombination von Drift- und Proportionalkammern ermöglicht es die gleichzeitige Auslösung der Spuraufzeichnung (*triggering*) und die Rekonstruktion und Identifikation bei der Reaktion entstandener, geladener Teilchen. Wegen der Verschiebung des Reak-

³Dies sind Ereignisse bei denen das ausgetauschte Photon quasi-reell ist, d. h. bei Impulsüberträgen $\ll 1 \text{ GeV}^2/c^2$.

tionsschwerpunktes in Protonenrichtung wird eine Vielzahl von Teilchen unter kleinen Polarwinkeln θ erzeugt. Um eine hinreichende Trigger- und Rekonstruktionseffizienz über den gesamten Raumwinkelbereich zu gewährleisten, ist das Spurkammersystem in eine vordere und eine zentrale Region aufgeteilt. Entsprechend wurden zwei, vom Aufbau her verschiedene, Spurdetektoren installiert: Das zentrale Spurkammersystem (CTD, Central Tracking Device) und das vordere Spurkammersystem (FTD, Forward Tracking Device). Abbildung 1.4 zeigt einen Längsschnitt des gesamten Spurkammersystems.

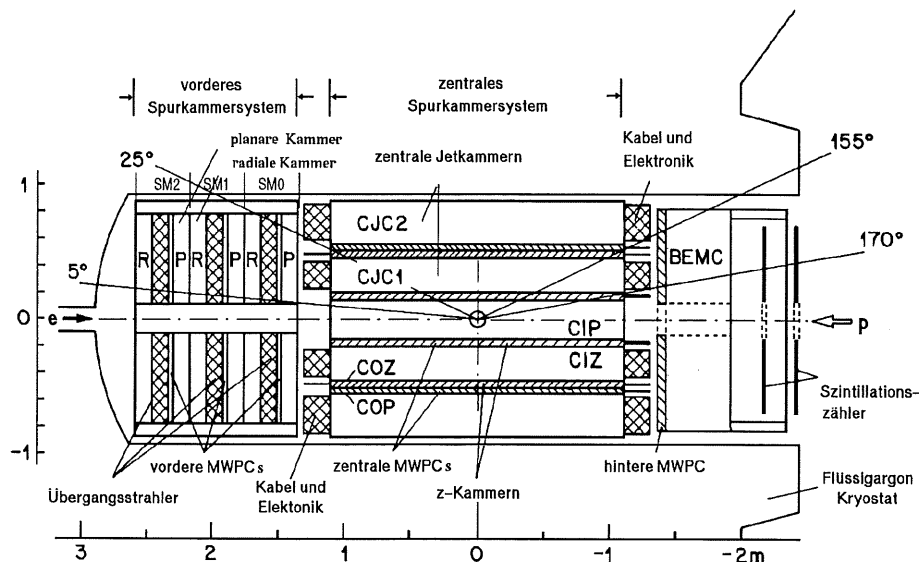


Abbildung 1.4: Längsschnitt durch das H1-Spurkammersystem

Zur Spurrekonstruktion im zentralen Bereich besteht das CTD aus zwei konzentrischen Driftkammern CJC1 und CJC2 (Central Jet Chamber). Diese Driftkammern sind unterteilt in Driftzellen mit parallel zur Strahlachse gespannten Signaldrähten. Abbildung 1.5 zeigt einen transversalen Schnitt durch das zentrale Spurkammersystem. Das in der Umgebung der Signaldrähte homogene elektrische Feld, das für die konstante Driftgeschwindigkeit der Ionisationselektronen sorgt, wird durch die zwei angrenzenden, ebenfalls aus Drähten geformten Kathodenebenen erzeugt. Die Driftzellen sind in radialer Richtung um 30° geneigt. Dies führt zusammen mit der Wirkung des Magnetfeldes dazu, daß die Ionisationselektronen nahezu senkrecht zur Richtung von hochenergetischen Teilchenspuren aus dem Zentrum driften. Dadurch wird zugleich eine optimale Spurauflösung erzielt und die bei Driftkammern üblichen Doppeldeutigkeiten durch den Vergleich zwischen Spursegmenten aus verschiedenen Zellen weitgehend vermieden⁴. Aus den mit den CJC's aufgenommenen Signalen wird der Transversalimpuls der Teilchen bestimmt. Zur Teilchenidentifikation wird

⁴Gemessen wird in einer Driftkammer die Zeitdifferenz zwischen dem Signal auf dem Anodendraht und dem Durchtritt des ionisierenden Teilchens. Diese Driftzeit ist jedoch vorzeichenlos, so daß die Richtungsinformation verlorenght. Dies führt zu Doppeldeutigkeiten bei der Spurrekonstruktion.

überdies der spezifische Energieverlust dE/dx in den Kammern herangezogen. Die Auflösung σ_{dE}/dE beträgt 10%. Zur Triggerentscheidung dienen die schnellen Signale der inneren und äußeren Vieldraht-Proportionalkammern CIP und COP (Central Inner/Outer Proportional chamber).

Die mit diesem System erreichbare Ortsauflösung beträgt in der xy -Ebene $170 \mu\text{m}$. Durch den Vergleich der Signale an den Drahtenden kann mit den CJC's eine z -Auflösung von einem Prozent der Drahtlänge ($\approx 22 \text{ mm}$) erzielt werden. Um die z -Koordinate mit höherer Genauigkeit messen zu können, wird das zentrale Spurkammersystem durch zwei dünne Driftkammern ergänzt. Die zentrale innere z -Kammer (CIZ, Central Inner Z-Chamber) befindet sich zwischen dem Strahlrohr und CJC1, während die zentrale äußere z -Kammer (COZ, Central Outer Z-Chamber) zwischen CJC1 und CJC2 eingepaßt ist. Ihre Signaldrähte sind konzentrisch um die Strahlachse angeordnet, die Driftrichtung der Ionisationselektronen nahezu parallel zur Strahlrichtung. Dadurch wird die Ortsauflösung in der z -Koordinate auf ungefähr $300 \mu\text{m}$ gesteigert. Die Impulsauflösung des zentralen Spurkammersystems beträgt $\sigma_p/p^2 < 0.01 \text{ c/GeV}^{-1}$. Es deckt den Polarwinkelbereich $25^\circ < \theta < 155^\circ$ ab.

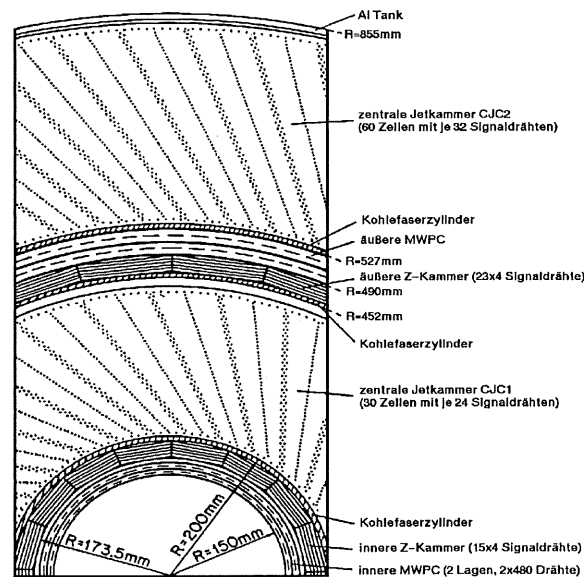


Abbildung 1.5: Transversaler Schnitt durch das zentrale Spurkammersystem CTD.

Zur Spurrekonstruktion in Vorwärtsrichtung dient das FTD, das aus drei sogenannten *Supermodulen* aufgebaut ist. Abbildung 1.4 verdeutlicht die Anordnung und Struktur der Supermodule (SM0–SM2) in z -Richtung. Jedes Modul besteht nacheinander aus einer planaren (P) Drifteinheit, zusammengesetzt aus drei azimuthal um 60° gegeneinander verdrehten Driftkammern mit senkrecht zum Strahlrohr gespannten Signaldrähten zur präzisen Messung des Polarwinkels θ , einer Vieldraht-Proportionalkammer (FWPC, Forward Wire Proportional Chamber, in der Abbildung 1.4 mit *vordere MWPC's* bezeichnet) für ein schnelles Triggersignal, einer Übergangsstrahlungseinheit aus 400 Polypropylenfolien und einer weiteren Drift-

kammer, mit radial (R) zur Strahlachse ausgerichteten Signaldrähten, für die Ermittlung der $r\phi$ -Informationen der Spuren. Die Ortsauflösung beträgt mit diesem System in der xy -Ebene $210 \mu\text{m}$. Die Winkelauflösung in θ und ϕ ist besser als 1 mrad. Für die Impulsauflösung schließlich wurde $\sigma_p/p^2 < 0.003\text{c}/\text{GeV}^{-1}$ ermittelt. Das FTD deckt den Polarwinkelbereich $7^\circ < \theta < 25^\circ$ ab.

Der Rückwärtsbereich ($\theta > 155^\circ$) wird in dieser Untersuchung ausgeschlossen, auf einer Beschreibung seiner Instrumentierung zum Teilchennachweis und zur Spurrekonstruktion soll daher an dieser Stelle verzichtet werden.

1.2.2 Das Flüssig-Argon-Kalorimeter

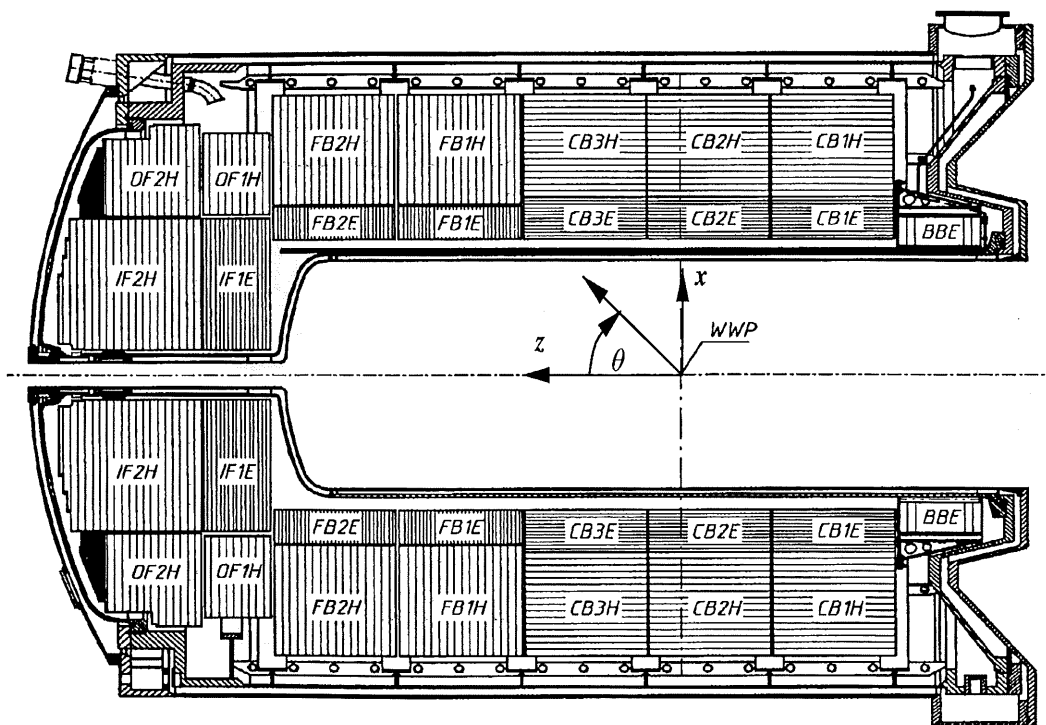


Abbildung 1.6: Schnitt durch das Flüssig-Argon-Kalorimeter (xz -Ebene). Die Bezeichnungen an den jeweiligen Komponenten der acht Räder haben folgende Bedeutung: **B** = barrel (engl. für „Faß“), **C** = central, **F** = forward, **I** = inner, **O** = outer. **E** bezeichnet eine elektromagnetische, **H** eine hadronische Komponente.

Das Flüssig-Argon-Kalorimeter dient der Energiemessung der bei einem Streuereignis entstandenen Teilchen. Da es sich dabei sowohl um das gestreute Positron und Photonen aus Bremsstrahlungsprozessen und Teilchenzerfällen, als auch um Hadronen handeln kann, besteht das LArC aus einem elektromagnetischen und einem hadronischen Teil. Es deckt den Polarwinkelbereich $4^\circ < \theta < 153^\circ$ ab. Abbildung 1.6 verdeutlicht die Struktur des Kalorimeters: Es ist in z -Richtung aus acht sogenannten *Rädern* mit dem Strahlrohr als Achse zusammengesetzt, die bis auf das

vordere und das hintere Rad aus einer elektromagnetischen und einer hadronischen Komponente bestehen. Das vordere Rad besitzt nur eine hadronische, das hintere nur eine elektromagnetische Komponente. Jedes Rad ist in der $r\phi$ -Ebene in acht identische Module (*Stacks*) oder Oktanten unterteilt.

Das LArC ist ein Sampling-Kalorimeter mit flüssigem Argon als Nachweismedium. Im elektromagnetischen Teil werden 2,4 mm dünne Bleiplatten als Absorber verwendet, die durch 2,35 mm breite, mit flüssigem Argon gefüllte Lücken voneinander getrennt sind. Im hadronischen Teil dienen 19 mm starke Platten aus Edelstahl der Entwicklung eines Teilenschauers. Die mit dem aktiven Medium gefüllten Lücken zwischen den Stahlplatten messen 2,4 mm. Die Lage der Absorberplatten ist so gewählt, daß, vom nominellen Wechselwirkungspunkt (WWP) aus gesehen, kein Teilchen unter einem Winkel kleiner als 45° auf die Platten trifft. Dies soll eine optimale Energieauflösung sichern. Eine Zahl hintereinanderliegender Segmente aus Absorberplatten und Nachweismedium werden zu Zellen mit einem eigenen Auslesemechanismus für die im flüssigen Argon erzeugte Ladungsmenge zusammengefaßt. Dabei ist der elektromagnetische Teil wegen der ungleich stärker kollimierten elektromagnetischen Schauer feiner segmentiert. Die Zellen sind etwa würfelförmig mit einer Kantenlänge von circa 4 cm im elektromagnetischen und 10 cm im hadronischen Teil. Insgesamt besteht das LArC so aus 44352 (= 30784 + 13568) Zellen. Durch diesen Aufbau besitzt das gesamte LArC, abhängig vom Polarwinkel θ eine Tiefe von 20 bis 30 Strahlungslängen X_0 und fünf bis acht hadronischen Wechselwirkungslängen λ .

Die Energieauflösung σ_E/E des LArC beträgt für hadronische Schauer ungefähr $50\%/\sqrt{E_{had}}$ mit einem energieunabhängigen Anteil von 2% und $12\%/\sqrt{E_{elm}}$ für elektromagnetische Schauer bei einem energieunabhängigen Anteil von 1%. Die Kalibration des LArC erfolgte durch Testmessungen am CERN⁵ und wurde später während des Betriebes bei HERA durch die Messung tieunelastischer Streueignisse überprüft und korrigiert. Die hadronische Energiekalibration erfolgte dabei über die Ausnutzung der Transversalimpulsbalance aus hadronischen Schauern und dem durch das gestreute Elektron induzierten Schauer und konnte auf 4% genau bestimmt werden [4]. Die elektromagnetische Energiekalibration konnte durch die Erzeugung von δ -Elektronen durch Myonen der kosmischen Strahlung überprüft und auf 3% genau bestimmt werden [5].

⁵Centre Européenne pour la Recherche Nucléaire

1.3 Die Ereignisrekonstruktion

1.3.1 Trigger

Den Hauptanteil des Untergrundes bei H1 bilden Wechselwirkungen der Protonen mit Restgasatomen des Strahlrohrvakuums, Kollisionen von Protonen mit den Wänden des Strahlrohres selbst und die Synchrotronstrahlung der beschleunigten Elektronen. Bei den maximal erreichbaren Strahlströmen liegt die Rate dieses Untergrundes in der Größenordnung von einigen 10 kHz. Vergleicht man dies mit den entsprechenden Raten der physikalisch interessierenden ep -Prozesse von 20-30 Hz bei Photoproduktion über ein bis zwei Ereignisse tiefunelastischer Streuung bei hohen Impulsüberträgen pro Minute bis hin zu etwa einem W -Produktionsereignis innerhalb von zwei Tagen, so wird die Erfordernis eines Auswahlmechanismus zur Entscheidung, welche Signale aufgezeichnet werden sollen, deutlich⁶.

Auf der ersten Ebene (L1, *level one*) des H1-Triggersystems wird für jede Durchquerung der Strahlpakete eine Entscheidung bereitgestellt, ob dabei registrierte Signale aufgezeichnet werden sollen. Zu diesem Zwecke müssen Kriterien herangezogen werden, die eine schnelle und zuverlässige Identifikation physikalisch interessanter ep -Reaktionen aus den Signalen der Subdetektoren ermöglichen. Dazu gehören u. a. der Ursprung der Spuren, eine schnelle Abschätzung der z -Position des Ereignisvertex, frühe Ankunftszeiten im Flugzeit-System (ToF), die einen Ursprung des Ereignisses außerhalb der Wechselwirkungszone signalisieren, ausgeprägte elektromagnetische Schauer in den verschiedenen Kalorimetern und die Topologie des hadronischen Endzustandes. Die Triggerebene L1 besteht aus neun Triggersystemen, denen die Signale eines bestimmten Subdetektors zur Verfügung stehen. Die Antwort eines solchen Triggersystems nennt man *Triggerelement* (TE). Die Triggerelemente werden der zentralen Triggerlogik (CTL) zugeführt und dort zu sogenannten *Subtriggern* kombiniert. Diese Subtrigger sind auf die Identifikation der verschiedenen physikalisch relevanten Ereignisarten optimiert. Wegen der endlichen Zeit der Signalformung in einzelnen Detektorkomponenten⁷ vergehen vom Zeitpunkt der Bunchdurchkreuzung bis zur Entscheidung eines Subtriggers im Mittel $2,4 \mu\text{s}$. Signale aus den in dieser Zeit stattfindenden 22 Bunchdurchkreuzungen werden zwischengespeichert, so daß keine Totzeit entsteht. Die Aufnahmebereitschaft des Detektors endet erst bei einer positiven Entscheidung eines oder mehrerer Subtrigger. Die Totzeit des Detektors beträgt etwa 1 ms. In dieser Zeit werden weitere Triggerebenen (L2-L5) mit verfeinerten Entscheidungsmechanismen aktiv, bevor schließlich das Ereignis endgültig akzeptiert und auf Magnetband gespeichert wird.

⁶Die angegebenen Raten gelten bei der maximal erreichbaren Luminosität des Speicherrings.

⁷Die längsten Driftzeiten in der CJC liegen bei $\approx 1 \mu\text{s}$, die Integrationszeit der Kalorimetervorverstärker bei $\approx 1,5 \mu\text{s}$.

1.3.2 Spurrekonstruktion

Als Daten zur Rekonstruktion der Spuren geladener Teilchen stehen die Zeitpunkte zur Verfügung, an denen einzelne Anodendrähte der Driftkammern einen Ladungspuls registrieren. Mit der bekannten Driftgeschwindigkeit der Ionisationselektronen im Füllgas der Kammern, können daraus einzelne Raumpunkte der Spuren und der genaue Zeitpunkt des Teilchendurchgangs berechnet werden. Die Parametrisierung der Spuren erfolgt nach der allgemeinen Bewegung eines geladenen Teilchens im Magnetfeld durch eine χ^2 -Anpassung der gemessenen Raumpunkte an eine Schraubenkurve (Helix). Zusammenpassende Spuren aus verschiedenen Bereichen des Spurkammersystems werden zu einer Spur kombiniert. Aus der Parametrisierung aller gemessenen Spuren eines Ereignisses wird schließlich die Position des Ereignisvertex bestimmt.

In dieser Untersuchung werden die Spurinformatoren nur zur Bestimmung des Ereignisvertex und des Polar- und Azimutalwinkels des gestreuten Positrons herangezogen. Die Bewegungsrichtung der auslaufenden Hadronen, wird lediglich aus dem Schwerpunkt des ihnen zugeordneten hadronische Clusters (s. den folgenden Abschnitt) und des Ereignisvertex bestimmt. Dabei werden die Massen der ursprünglichen Hadronen vernachlässigt.

1.3.3 Energierekonstruktion

Ausgangspunkt für die Energierekonstruktion der Teilchen sind die in den einzelnen Zellen des LArC deponierten Ladungsmengen. Diese werden nach der Umwandlung des analogen Signals eines ladungsempfindlichen Vorverstärkers in digitale Informationen in Form von kalibrierten Ladungen dem Rekonstruktionsprogramm zugeführt. Zunächst werden jedoch zur Rauschunterdrückung Zellen verworfen, deren Signal unterhalb einer für die einzelne Zelle charakteristischen Schwelle liegen. Diese Vorauswahl geschieht während der Datennahme, um das Datenvolumen zu reduzieren. Abhängig vom Kalorimeterbereich liegen die Schwellen zwischen 15 MeV und 30 MeV Energieäquivalent.

Die Umwandlung von Ladungen in Energien mit einem durch Testmessungen (s. auch Abschnitt 1.2.2) bestimmten Kalibrationsfaktor berücksichtigt dabei Korrekturen auf die Effizienz der Ladungssammlung bei der angebrachten Hochspannung von $\approx 1,5$ kV und Variationen der Dicke der Absorberplatten und der Argon-Lücken. Um nun die Topologie eines Ereignisses zu rekonstruieren, werden die Signale benachbarter Zellen nach einem festgelegten Algorithmus zu Clustern zusammengefaßt. Dies trägt dem Umstand Rechnung, daß hochenergetische Teilchen im allgemeinen in mehreren Zellen des Kalorimeters ein Signal erzeugen. Nach weiteren Schritten zur Rauschunterdrückung werden die verbleibenden Zellen mit dem Algorithmus ausgewertet. Dieser ist so eingestellt, daß Zellen, die Energiedepositionen eines elektromagnetischen Schauers enthalten, zu einem Cluster zusammengefaßt werden.

Hadronische Schauer hingegen, mit ihrer charakteristischerweise größeren räumlichen Ausdehnung werden im allgemeinen in mehrere Cluster aufgeteilt. Energieverluste durch totes Material –wie z. B. das Strahlrohr, das zentrale Spurkammersystem, die Innenwände des Kryostaten und die Verbindungsstellen zwischen den Kalorimeterkomponenten (*cracks*)– werden durch Ausgleichsrechnungen korrigiert.

Wegen der Entstehung von nicht nachweisbarer Energie (u. a. in Form von Neutrinos bei Kernprozessen) erzeugt ein Hadron ein kleineres Signal im LArC als ein Positron gleicher Energie –das LArC ist nicht kompensierend. Um diesen Unterschied auszugleichen werden die Cluster gewichtet. Dazu bedarf es jedoch der Identifikation eines Clusters als hadronisch oder elektromagnetisch. Ein Cluster wird als elektromagnetisch angesehen, wenn seine Energie größer als 1 GeV ist und mehr als 80% seiner Gesamtenergie im elektromagnetischen Kalorimeter deponiert sind. Cluster mit Energien unterhalb 1 GeV gelten als hadronisch, wenn der Clusterschwerpunkt mindestens 0.33 hadronische Wechselwirkungslängen λ tief im hadronischen Kalorimeter lokalisiert worden ist.

In dieser Untersuchung werden diese so gewichteten Cluster zur Jetanalyse verwendet. Es gilt dabei jedoch zu bedenken, daß ein hadronischer Cluster im allgemeinen nicht mit einem einzelnen Hadron identifiziert werden kann.

Kapitel 2

Der theoretische Hintergrund

In diesem Kapitel werden die wesentlichen Elemente der dem Thema der Arbeit zugrundeliegenden Physik vorgestellt. Es soll sich dabei mehr um eine summarische als beschreibende Darstellung handeln, die die entscheidenden Fakten in Erinnerung ruft und die themenspezifischen Begriffe und Vorgehensweisen einführt und erläutert.

2.1 Die Kinematik unelastischer Streuprozesse

Die elastische Lepton-Nukleon-Streuung hat gezeigt, daß Proton und Neutron keine punktförmigen Teilchen sind, sondern ausgedehnte Objekte mit einem mittleren Ladungsradius von etwa 10^{-13} cm. Für die Beantwortung der Frage nach einer inneren Struktur der Kernbausteine benötigt man daher eine deutlich bessere räumliche Auflösung, wozu es nach der Heisenbergschen Unschärferelation eines Impulsübertrages von deutlich über $0,2$ GeV/c bedarf. In diesem kinematischen Bereich spricht man von unelastischer Streuung, bei welcher das getroffene Nukleon zerstört wird und ein Endzustand aus mehreren Hadronen entsteht.

Abbildung 2.1 zeigt eine schematische Darstellung des unelastischen Streuprozesses. Da die Wechselwirkung bei der Positron-Proton-Streuung durch die elektroschwache Kraft vermittelt wird, sind zwei Reaktionstypen zu unterscheiden. Bei den Reaktionen neutralen Stromes mit einem Positron im Ausgangskanal wird der Impulsübertrag durch das masselose Photon (γ) oder das massive Z^0 -Boson vermittelt. Bei den geladenen Stromreaktionen findet sich das ungeladene Antielektronneutrino im Endzustand. Das Feldquant der schwachen Kraft ist hier das positiv geladene, massive W^+ -Boson.

Da in der vorliegenden Untersuchung nur neutrale Stromreaktionen betrachtet werden sollen, beschränkt sich die folgende kinematische Beschreibung des Streuprozesses auf diese Klasse von Ereignissen. Überdies wird im folgenden stets vom ausgetauschten Photon die Rede sein, da der Z^0 -Austausch in dem hier untersuchten energetischen Bereich stark unterdrückt ist.

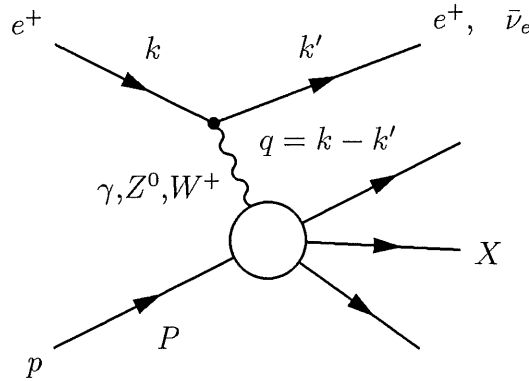


Abbildung 2.1: Streugraph für die unelastische Positron-Proton-Streuung. Bei neutralen Stromreaktionen mit einem Positron im Ausgangskanal wird die Wechselwirkung durch den Austausch eines γ - oder Z^0 -Bosons vermittelt, bei geladenen Stromreaktionen mit einem Antielektronenneutrino im Ausgangskanal durch das geladene W^+ -Boson. X bezeichnet den hadronischen Endzustand.

Mit den in der graphischen Darstellung des Streuprozesses angegebenen Bezeichnungen der Viererimpulse der beteiligten Teilchen, kann die Kinematik des Prozesses in wenigen Gleichungen beschrieben werden.

Das Quadrat s der Schwerpunktsenergie wird allein durch die Energie der einlaufenden Teilchen bestimmt

$$s = (k + P)^2. \quad (2.1)$$

Für die (Lorentz-)invariante Masse W des hadronischen Endzustandes X gilt

$$W^2 = (q + P)^2, \quad (2.2)$$

die der Gesamtenergie der erzeugten Hadronen in ihrem gemeinsamen Schwerpunktsystem entspricht. Wegen der Energieerhaltung muß die invariante Masse des hadronischen Endzustandes wenigstens gleich der invarianten Masse des Protons P^2 sein. Führt man die Abkürzung

$$Q^2 \equiv -q^2 = -(k - k')^2 > 0 \quad (2.3)$$

für den Betrag des Quadrates des Viererimpulsübertrages ein¹, so ergibt sich die Ungleichung

$$P^2 + 2Pq - Q^2 \geq P^2 \quad \text{bzw.} \quad \frac{Q^2}{2Pq} \leq 1, \quad (2.4)$$

aus der man für den elastischen Fall $Q^2 = 2Pq$ ablesen kann.

¹Die Größe Q^2 kann auch als ein Maß für die Virtualität des ausgetauschten Photons angesehen werden.

Für den Wertebereich, der aus diesen Größen gebildeten Lorentzinvarianten Variablen

$$x \equiv \frac{Q^2}{2Pq} \quad (2.5)$$

gilt daher $0 \leq x \leq 1$. Sie bekommt im Rahmen des im nächsten Abschnitt beschriebenen Quark-Parton-Modells eine anschauliche Bedeutung als Impulsbruchteil eines am Photonaustausch allein beteiligten Konstituenten des Protons.

Führt man noch die Inelastizität

$$y \equiv \frac{Pq}{Pk} \quad (2.6)$$

ein, die im Ruhesystem des Protons den relativen Energieübertrag des Positrons auf das Proton angibt², so ergeben sich die einfachen und nützlichen Gleichungen

$$Q^2 = xys \quad (2.7)$$

$$W^2 = ys - Q^2, \quad (2.8)$$

die den Umstand anschaulich verdeutlichen, daß es nur drei unabhängige Variablen gibt deren Kenntnis den Streuprozess vollständig beschreiben. Da die Energien der einlaufenden Teilchen bekannt sind und damit das Quadrat der Schwerpunktsenergie s , ist zur kinematischen Rekonstruktion eines Streueignisses im Detektor nur die Messung von zwei unabhängigen Variablen erforderlich.

2.2 Methoden der kinematischen Ereignisrekonstruktion

Meßgrößen bei einem Streuexperiment sind typischerweise die Energien und Winkel der entstehenden Hadronen und des gestreuten Positrons. So werden etwa mit dem H1-Detektor über die Spurrekonstruktion geladener Teilchen der Streuwinkel des Positrons und die Winkel der entstehenden geladenen Hadronen sowie deren Energien durch Schauerbildung im jeweiligen Kalorimeter gemessen (s. hierzu Kapitel 1, Abschnitt 1.3).

Für die Rekonstruktion der kinematischen Variablen eines Streueignisses neutralen Stromes, d. h. zur Bestimmung der in Abschnitt 2.1 eingeführten kinematischen Variablen, gibt es somit im Prinzip mehrere Möglichkeiten, da hier sowohl die relevanten Größen des gestreuten Positrons als auch diejenigen des hadronischen Endzustandes zur Verfügung stehen. Bei Ereignissen geladenen Stromes kann das im Ausgangskanal entstehende Neutrino wegen der geringen Wechselwirkungswahrscheinlichkeit nicht im Detektor nachgewiesen werden, so daß zur kinematischen Rekonstruktion allein die hadronischen Meßgrößen herangezogen werden können.

²Im Ruhesystem des Protons gilt $P = (M_P, 0)$ und daher $Pq = M_P(E - E')$ also $y = (E - E')/E$, wenn E bzw. E' die Energie des einlaufenden resp. gestreuten Positrons und M_P die Ruhemasse des Protons bezeichnen.

Bei den beiden im folgenden vorgestellten Methoden werden die Massen aller beteiligten Teilchen vernachlässigt. Alle Gleichungen beziehen sich auf das H1-Koordinatensystem mit der Richtung des einlaufenden Protons als z -Achse.

Elektron-Methode Hierbei wird ausschließlich der mit dem Spurkammersystem gemessene Winkel Θ_e des gestreuten Positrons sowie dessen im elektromagnetischen Teil des Kalorimeters gemessene Energie E_e^{aus} verwendet. Die mit dieser Methode bestimmten kinematischen Variablen werden mit dem Index „e“ gekennzeichnet.

$$Q_e^2 = 2E_e^{ein} E_e^{aus} (1 + \cos \Theta_e) \quad (2.9)$$

$$y_e = 1 - \frac{E_e^{aus}}{2E_e^{ein}} (1 - \cos \Theta_e) \quad (2.10)$$

$$x_e = \frac{Q_e^2}{4E_P E_e^{ein} y_e} \quad (2.11)$$

E_P bezeichnet die Energie des einlaufenden Protons und E_e^{ein} die Energie des einlaufenden Positrons.

Jacquet-Blondel-Methode Zur Rekonstruktion der Ereigniskinematik werden nur die gemessenen Winkel und Energien der entstandenen Hadronen benutzt. Die so bestimmten kinematischen Variablen werden mit dem Index „JB“ gekennzeichnet.

$$y_{JB} = \frac{\sum_i (E_i - p_{z,i})}{2E_e^{ein}} \quad (2.12)$$

$$Q_{JB}^2 = \frac{\sum_i p_{t,i}^2}{1 - y_{JB}} \quad (2.13)$$

$$x_{JB} = \frac{Q_{JB}^2}{4E_P E_e^{ein} y_{JB}} \quad (2.14)$$

Hierin bezeichnen E_i die Energien, $p_{z,i}$ die longitudinalen und $p_{t,i}$ die transversalen Komponenten des Impulses der Hadronen.

Wie aus den Gleichungen 2.12 bis 2.14 hervorgeht kann die Kinematik des Ereignisses mit der Jacquet-Blondel-Methode offenbar nur hinreichend genau bestimmt werden, wenn der Transversalimpuls der aus dem Protonrest entstandenen Hadronen nicht zu groß ist, da diese vornehmlich im Strahlrohr verschwinden³. Desweiteren können aufgrund der in Abschnitt 1.3 angesprochenen Schnitte gegen das Rauschen des Detektors Hadronen mit Energien kleiner als etwa 100 MeV nicht oder nur unzureichend nachgewiesen werden [6]. Zusammen mit der Vernachlässigung der Hadronmassen führen diese Umstände dazu, daß die kinematischen Variablen mit der Jacquet-Blondel-Methode im allgemeinen zu niedrig gemessen werden.

³Diese Teilchen tragen zu der Summe $\sum (E_i - p_{z,i})$ nichts bei!

Eine für die Beschreibung des hadronischen Endzustandes nützliche Variable ist die Pseudorapidität η eines Teilchens mit dem Polarwinkel θ relativ zur Richtung des einlaufenden Protons:

$$\eta \equiv -\ln \tan \frac{\theta}{2}. \quad (2.15)$$

Sie ergibt sich aus der Rapidität

$$\zeta \equiv -\ln \left(\frac{E + p_z}{E - p_z} \right), \quad (2.16)$$

wenn man die Massen der Teilchen vernachlässigt (E ist die Energie und p_z der Longitudinalimpuls des Teilchens). Ihr Vorteil ist, daß sie sich bei longitudinalen Lorentztransformationen nur um eine additive Konstante verändert und daher Differenzen von Pseudorapiditäten invariant sind.

2.3 Die Näherung des Quark-Parton-Modells

Gegen Ende der sechziger Jahre standen mit dem Linearbeschleuniger am SLAC der Universität Stanford in den USA Leptonenergien zur Verfügung, mit denen in das Gebiet der unelastischen Lepton-Nukleon-Streuung vorgedrungen werden konnte. Die Ergebnisse dieser Experimente zeigten, daß die zur Beschreibung des Wirkungsquerschnittes der inklusiven Reaktion einzuführenden Strukturfunktionen –auch *unelastische Formfaktoren* genannt– nicht vom Betrag des Quadrates des Impulsübertrages Q^2 abhängen, sondern vielmehr über den gesamten experimentell zugänglichen Q^2 -Bereich als nahezu konstant angesehen werden mußten [7]. Einem konstanten Formfaktor entspricht aber eine punktförmige Ladungsverteilung. Dieses sogenannte *Skalenverhalten* wurde in theoretischen Arbeiten von J. D. Bjorken noch vor den angegebenen Untersuchungen vorhergesagt [8].

Eine einfache Deutung dieser dadurch implizierten Substruktur des Nukleons, liefert das von R. P. Feynman vorgeschlagene Parton-Modell des Protons [9]. Der Name *Parton* benennt dabei die Konstituenten des Protons oder allgemeiner eines beliebigen Hadrons. Das Parton-Modell folgt im wesentlichen aus der relativistischen Quantenfeldtheorie, wenn man folgende Annahmen macht:

Annahme 1 Ein Proton besteht aus einem Bündel von punktförmigen Partonen mit verschwindenden Transversalimpulsen, die sich alle in derselben Richtung wie das gesamte Proton bewegen und dessen Dreierimpuls teilen.

Annahme 2 Das ausgetauschte Photon wechselwirkt nicht mit dem Proton als ganzem, sondern jeweils nur elastisch mit irgendeinem der vorhandenen Partonen. Zur Berechnung des Wirkungsquerschnitts der Streuung am gesamten Proton hat man die Reaktionsrate des zugrundeliegenden Photon-Parton-Prozesses zu berechnen und inkohärent über die Beiträge aller Partonen zu summieren.

Identifiziert man diese so eingeführten Partonen mit den von M. Gell-Mann in den sechziger Jahren zur systematischen Beschreibung des Hadronenspektrums aus Symmetriegründen eingeführten Quarks [10], d. h. nimmt man noch zusätzlich den Spin $\frac{1}{2}$ für die Partonen an, so kann man den Wirkungsquerschnitt für die elastische Streuung eines Positrons an einem *Quark-Parton* mit den Methoden der Quantenelektrodynamik (QED) exakt berechnen. Mit den sich aus der Annahme 2 ergebenden Rechenvorschriften erhält man dann den doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitt für die Reaktion am gesamten Proton als Funktion der Variablen x und Q^2 zu:

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha_{em}}{xQ^4} [y^2 x F_1(x) + (1-y)F_2(x)]. \quad (2.17)$$

Hierin bezeichnet α_{em} die Kopplungskonstante der elektromagnetischen Wechselwirkung. Für die Strukturfunktionen F_1 und F_2 gelten dabei die Beziehungen

$$2F_1(x) = \sum_{i=1}^N e_i^2 f_i(x) \quad (2.18)$$

$$F_2(x) = x \sum_{i=1}^N e_i^2 f_i(x). \quad (2.19)$$

Zu summieren ist hierbei über alle beteiligten Quark- und Antiquarksorten (*flavours*) mit den Ladungen e_i und den Verteilungsfunktionen $f_i(x)$ ⁴. Diese geben die Wahrscheinlichkeit an ein Quark der Sorte i mit Impulsbruchteil zwischen xP und $(x+dx)P$ im Proton zu finden.

Die Unabhängigkeit der Strukturfunktionen F_1 und F_2 von Q^2 folgt dabei aus den Annahmen. Diese enthalten aber implizit die Beschränkung auf hohe Energie- und Impulsüberträge, da nur in diesem kinematischen Gebiet die Wechselwirkung der Partonen untereinander vernachlässigt werden kann (Annahme 2). Praktisch werden Impulsüberträge größer $1 \text{ GeV}^2/c^2$ benötigt. Man spricht unter diesen Voraussetzungen von tiefunelastischer Positron-Proton-Streuung (DIS) in der Näherung des Quark-Parton-Modells (QPM). Abbildung 2.2 zeigt den entsprechenden Feynmanngraphen, der als eine vergrößerte Aufnahme des unelastischen Streugraphen der Abbildung 2.1 angesehen werden kann.

Experimentell sind die Voraussagen des QPM für Werte der Skalenvariablen $x \approx 0.2$ gut bestätigt [7]. Die aus den Gleichungen 2.18 und 2.19 unmittelbar ableitbare Callan-Gross-Relation [11]

$$2xF_1(x) = F_2(x) \quad (2.20)$$

folgt im wesentlichen aus der Annahme, daß die geladenen Partonen den Spin $\frac{1}{2}$ haben. Messungen des Verhältnisses $R(x) \equiv (F_2(x) - 2xF_1(x))/F_2(x)$ im Gültigkeitsbereich des QPM, sind mit null verträglich, was eine experimentelle Bestätigung des halbzahligen Spins der Quarks ist.

Mit dem QPM lassen sich auch Aussagen über die Anzahl der Partonen im Proton treffen. Es zeigte sich dabei, daß der aus dem Quark-Modell von Gell-Mann

⁴Im folgenden auch *partonische Dichtefunktionen* (pdf) genannt

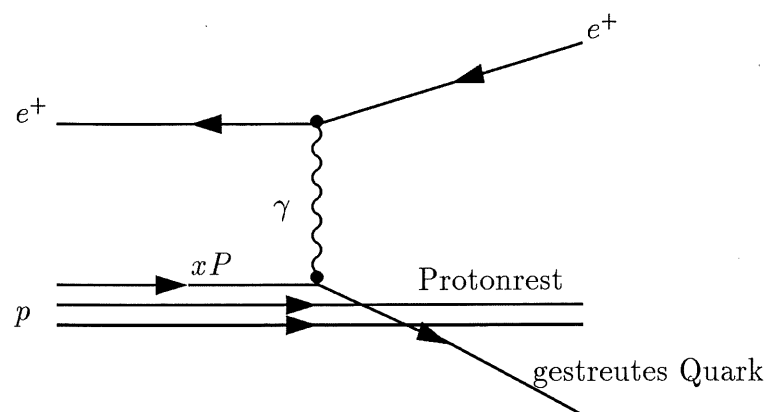


Abbildung 2.2: Feynmangraph für tiefunelastische Streuung in der Näherung des QPM. Die Streuung erfolgt elastisch an einem der Quarks des Protons, das als inkohärente Überlagerung von Partonen mit longitudinalem Impulsbruchteil x angesehen wird. P bezeichnet den Viererimpuls des Protons.

folgende einfache Aufbau des Protons aus drei sogenannten *Valenzquarks* mit der zusätzlichen Annahme eines Untergrundes aus Quark-Antiquarkpaaren nicht ausreicht, um die gewonnenen Daten zu beschreiben. Diese tragen vielmehr nur etwa 50% des Gesamtimpulses, so daß die Existenz ungeladener Partonen angenommen werden mußte. Diese werden im Rahmen der QCD mit den Eichbosonen der starken Wechselwirkung –den *Gluonen*– identifiziert.

Schließlich sei noch erwähnt, daß Gleichung 2.17 keine QED Strahlungskorrekturen enthält. Dies bedeutet, daß die Abstrahlung reeller Photonen durch das Elektron in Bremsstrahlungsprozessen vor oder nach der Streuung am Proton nicht berücksichtigt worden sind. Durch bestimmte Einschränkungen des kinematischen Bereiches läßt sich jedoch der Einfluß dieser Prozesse unterdrücken (s. hierzu Kapitel 4).

2.4 Störungstheoretische Quantenchromodynamik

Die Quantenchromodynamik (QCD) kann heute, auch aufgrund der Ergebnisse der Experimente bei HERA, als die wahrscheinlich richtige Theorie einer starken Wechselwirkung zwischen den Quarks betrachtet werden. Bei der QCD handelt es sich wie schon bei der QED, bzw. deren Erweiterung zur Quantenflavourdynamik (QFD), der Theorie der vereinigten elektroschwachen Wechselwirkung, um eine Eichfeldtheorie. Wegen der u. a. aufgrund der Beachtung des Pauli-Prinzips bei der Δ^{++} -Resonanz eingeführten drei Farbfreiheitsgrade der Quarks ist die mathematische Struktur der zugrundeliegenden Eichgruppe zu $SU(3)_c$ bestimmt. Es gibt damit acht masselose Spin-1-Eichfelder –*Gluonen* genannt– als Träger der starken Kraft die ihrerseits

Farbladungen tragen und so mit sich selbst wechselwirken können. Analog zum Vorgehen in der QED hat man bei der Beschreibung eines Streuprozesses nun Beiträge höherer Ordnungen zu berücksichtigen in denen virtuelle und reelle Gluonabstrahlungen und Fluktuationen des Gluonkraftfeldes in Quark-Antiquark-Paare auftreten. Die Folge ist eine Abhängigkeit des einzuführenden Kopplungsparameters α_s vom Impulsübertrag Q^2 , deren Verhalten sich aus der nicht-abelschen Struktur der Eichgruppe ergibt. Während die elektromagnetische Kopplung α_{em} mit wachsendem Q^2 leicht ansteigt, fällt α_s bei steigendem Q^2 und läuft für $Q^2 \rightarrow \infty$ asymptotisch gegen null – die Quarks sind *asymptotisch frei*. Für $Q^2 \rightarrow 0$ hingegen läuft α_s gegen unendlich. Dies korrespondiert mit der experimentellen Beobachtung, daß Quarks als freie Teilchen nicht nachgewiesen werden können, sondern nur als farbneutrale Kombinationen in Form von Hadronen. Man spricht in diesem Fall von *Farbeinschluß* oder auch *confinement*. Die Eigenschaft der *asymptotischen Freiheit* erlaubt wiederum in Analogie zur QED bei großen Impulsüberträgen die Anwendung der Methoden der Störungstheorie zur Berechnung von Wirkungsquerschnitten für Prozesse höherer Ordnung, da hierzu der Entwicklungsparameter hinreichend klein sein muß.

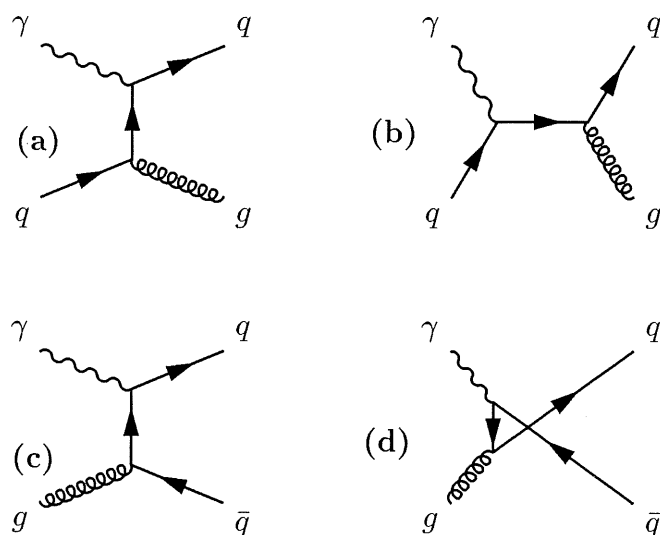


Abbildung 2.3: Feynmangraphen für QCD-Prozesse zur Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$. Abstrahlung eines reellen Gluons durch ein Quark des Protons vor (a) und nach (b) der Wechselwirkung mit dem Photon (QCDC), sowie die Kopplung eines Gluons des Protons an ein Quark-Antiquarkpaar (BGF) (c) und (d).

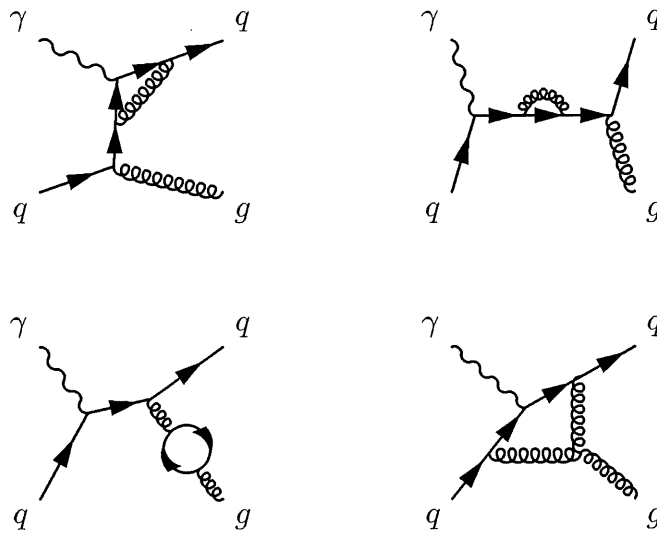


Abbildung 2.4: Feynmangraphen mit virtuellen Korrekturen für die Erzeugung von zwei Partonen.

Je nach der Ordnung in α_s bis zu der die Störungsreihe für einen gegebenen Prozeß berechnet werden soll, sind die quantenmechanischen Übergangsamplituden (Matrixelemente) zu summieren und das Betragsquadrat der Summe zu bilden. Als führende Ordnung (*leading order*, LO) bezeichnet man für einen gegebenen Prozeß den ersten nicht verschwindenden Term der Störungsreihe. Die nächsthöhere Ordnung wird mit NLO (*next to leading order*) bezeichnet. Jede Quark-Gluon- oder Drei-Gluon-Kopplung führt zu einem Faktor $\sqrt{\alpha_s}$ im entsprechenden Matrixelement und trägt so mit einem Faktor α_s zum Wirkungsquerschnitt bei. Das in Abschnitt 2.3 beschriebene QPM ist nach dieser Betrachtung der Beitrag zur Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s^0)$ der Störungsreihe.

Abbildung 2.3 zeigt die durch Feynmangraphen symbolisierten Matrixelemente zur ersten Ordnung in α_s (reelle Korrekturen). Es handelt sich dabei um QCD-Comptonstreuung (QCDC), bei der ein Quark des Protons vor oder nach der Wechselwirkung mit dem Photon ein reelles Gluon abstrahlt und um die Boson-Gluon-Fusion (BGF) bei der ein Gluon des Protons in ein Quark-Antiquarkpaar fluktuiert, von denen eines an das Photon koppelt.

In der nächsthöheren Ordnung sind weitere reelle und virtuelle Korrekturen zu berücksichtigen. Abbildung 2.4 zeigt die den Feynmangraphen der Abbildung 2.3 entsprechenden Graphen mit virtuellen Korrekturen in Form von Gluon- und Quark-Antiquarkschleifen, sowie Gluonselbstkopplung. Die Interferenzterme die nach obiger Regel bei Quadrierung der Summe zweier Graphen der Abbildungen 2.3 und 2.4 zum selben Anfangs- und Endzustand entstehen, ergeben Beiträge zur Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ der Störungsreihe.

Bei dieser Berechnung der Wirkungsquerschnitte treten über die eingehenden Matrixelemente divergente Integrale über den gesamten zur Verfügung stehenden Phasenraum der virtuellen Quarks und Gluonen auf. Zur Berechnung dieser Integrale wird nach einem zunächst willkürlichen Schema der divergente Teil der Integration entfernt – die Theorie wird *regularisiert*. Dies hat zur Folge, daß der so berechnete Wirkungsquerschnitt abhängig wird sowohl von dem gewählten Schema der Regularisierung als auch von einer dem Verfahren inhärenten Einführung einer zunächst beliebigen Energieskala μ_r .

Diese unphysikalische Eigenschaft des Ergebnisses wird durch die sogenannte *Renormierung* des Kopplungsparameters kompensiert. Dies entspricht der Einführung einer effektiven Kopplung α_s , welche alle Beiträge von Matrixelementen mit virtuellen Quarks und Gluonen aufnimmt. Im Grenzwert der Wiederherstellung der ursprünglichen Theorie, sind die Wirkungsquerschnitte dann unabhängig vom Schema der Regularisierung und der eingeführten Energieskala μ_r . In endlicher Ordnung der Störungsreihe bleibt die Abhängigkeit jedoch erhalten. Das Schema der Regularisierung nennt man auch *Renormierungsschema* und die Energieskala μ_r *Renormierungsskala*. Bei den in dieser Untersuchung durchgeführten störungstheoretischen Rechnungen wird das \overline{MS} -Schema [12] verwendet.

Die mit diesem Verfahren einhergehende Abhängigkeit der effektiven Kopplung α_s von der Renormierungsskala μ_r wird durch eine Differentialgleichung, die *Renormierungsgruppengleichung*, beschrieben. Sie ist bestimmt über die Forderung, daß beobachtbare Größen nicht von der Renormierungsskala abhängen dürfen. Berechnet man die Störungsreihe bis zur Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$, so hat α_s als Funktion von μ_r die Gestalt

$$\frac{\alpha_s(\mu_r)}{4\pi} = \frac{1}{(11 - \frac{2}{3}n_f) \ln(\mu_r^2/\Lambda^2)} - \frac{(102 - \frac{38}{3}n_f) \ln(\ln(\mu_r^2/\Lambda^2))}{(11 - \frac{2}{3}n_f)^3 \ln^2(\mu_r^2/\Lambda^2)}. \quad (2.21)$$

Dabei bezeichnet n_f die Anzahl der je nach Energie am Streuprozeß beteiligten Quarkflavours und Λ eine charakteristische Konstante die vom Renormierungsschema abhängt und als nur experimentell bestimmbarer Parameter in die Theorie eingeht. Damit α_s eine stetige Funktion von μ_r ist definiert man Λ in Abhängigkeit von n_f und schreibt entsprechend Λ_{n_f} . Setzt man $\mu_r = Q$, so spiegelt sich in dieser Gleichung anschaulich wider, daß die Theorie asymptotisch frei ist, indem die Kopplung für $Q^2 \rightarrow \infty$ verschwindet [13].

Neben diesen sogenannten *ultravioletten* Divergenzen treten in den störungstheoretischen Rechnungen auch *kollineare* und *infrarote* Divergenzen für sowohl die reellen als auch die virtuellen Korrekturen auf. Dabei handelt es sich um die Abstrahlung von Partonen unter sehr kleinen Winkeln⁵ bzw. um die Emission von Gluonen mit gegen Null gehender Energie, auch *weiche* Abstrahlungen genannt. Es zeigt sich, daß die mit dem partonischen Endzustand verbundenen Divergenzen aus den reellen

⁵Der Wirkungsquerschnitt für solche Prozesse – z. B. die Abstrahlung eines reellen Gluons durch ein Quark vor der Wechselwirkung mit dem Photon – ist unendlich. Der Grund hierfür ist der Pol im Quark-Propagator.

Korrekturen sich gegen die Divergenzen aus den virtuellen Korrekturen zum äquivalenten Prozeß gerade herausheben (Kinoshita-Lee-Nauenberg Mechanismus [14, 15]). Die verbleibenden kollinearen Divergenzen aus dem Anfangszustand können in die partonischen Dichtefunktionen absorbiert werden, indem man diese undefiniert⁶. Dazu ist analog zum obigen Vorgehen die Einführung eines Faktorisierungsschemas und einer Faktorisierungsskala μ_f notwendig von der die undefinierten partonischen Dichtefunktionen $f_i(x, \mu_f)$ abhängen. Entscheidend bei diesem Vorgehen ist, daß diese Faktorisierung in einer universellen Weise erfolgt, so daß die partonischen Dichtefunktionen unabhängig von einem bestimmten Prozeß definiert werden können [16]. Die resultierenden Wirkungsquerschnitte sind nach diesem Verfahren endlich.

Die QCD entwirft hiermit ein dynamisches Bild des Protons (oder allgemein der Hadronen) in welchem das aus dem einfachen QPM folgende Skalenverhalten nicht mehr erfüllt ist. Mit den QCD Korrekturen höherer Ordnung, d. h. der Abstrahlung von reellen und virtuellen Partonen ändern sich die partonischen Dichtefunktionen und damit die Strukturfunktionen mit wachsendem Q^2 langsam. Eine Messung dieses Effektes ist jedoch wegen der sich aus Gleichung 2.21 ergebenden logarithmischen Verletzung des Skalenverhaltens nur bei hohen Werten von Q^2 und kleinen Werten der Skalenvariablen x möglich. Dieses kinematische Gebiet ist aber mit der Speicherringanlage HERA zugänglich.

2.5 Störungstheoretische NLO-Rechnungen

Mit MEPJET 2.0 [17] steht ein Computerprogramm zur Verfügung, das die störungstheoretische Berechnung von Wirkungsquerschnitten ermöglicht. Es erlaubt die Berechnung von NLO Korrekturen für Endzustände mit zwei Partonen neben dem Protonrest, erschließt also den Bereich bis zur Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$. Der totale Wirkungsquerschnitt kann in MEPJET nur in NLO berechnet werden, d. h. bis zur Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$, da die Berechnung von virtuellen Korrekturen mit zwei Schleifen nicht vorgesehen ist.

Wirkungsquerschnitte für die Reaktion $e^+p \rightarrow e^+n - \text{Partonen}$ werden in DIS beschrieben durch

$$\sigma_{ep \rightarrow en} = \sum_i \int dPS^{(n)} f_i(\xi, \mu_f^2) \sigma_i^{(n)}(\xi, \alpha_s(\mu_r^2), \mu_r^2, \mu_f^2). \quad (2.22)$$

Dabei läuft die Summe über alle Partonen $i = q, \bar{q}, g$ mit Impulsbruchteil ξ des Protons, wobei jedoch die Anzahl der Quarksorten in MEPJET auf fünf fixiert ist. σ_i bezeichnet den störungstheoretisch berechneten, partonischen Wirkungsquerschnitt aus welchem die kollinearen Singularitäten aus dem *Anfangszustand* bereits herausfaktorisiert wurden. $PS^{(n)}$ ist das Phasenraummaß. Zur Berechnung solcher Integrale

⁶So kann man bspw. ein einlaufendes Quark mit Impulsbruchteil ξ , daß vor der Wechselwirkung mit dem Photon ein weiches Gluon emittiert, als einlaufendes Quark mit kleinerem Impulsbruchteil x ansehen und das emittierte Gluon dem Protonrest zuordnen.

benutzt MEPJET die sogenannte *phase-space-slicing method*, um die weichen und kollinearen Divergenzen im *Endzustand* zu isolieren [18]. Bei dieser Methode wird der Phasenraum durch Einführung eines hinreichend kleinen Auflösungsparameters s_{min} in zwei Teile aufgespalten. Für $n = 3$ werden in den Regionen, in denen für wenigstens eines der Paare (p_i, p_j) der drei Partonen $s_{ij} = 2p_i p_j < s_{min}$ gilt, weiche und kollinare Näherungen der Wirkungsquerschnitte $\sigma_i^{(3)}$ verwendet. Die Auswertung des Integrals für das verbleibende singuläre Parton im Endzustand erfolgt analytisch. Der Beitrag dieser weichen und kollinearen Anteile hebt sich nun gerade gegen den entsprechenden Beitrag aus den virtuellen Korrekturen ($n = 2$) heraus. Das Ergebnis ist ein endlicher Wirkungsquerschnitt für die Erzeugung von zwei Partonen im Endzustand. Die Auswertung des Integrals über den Bereich mit $s_{ij} > s_{min}$ erfolgt numerisch unter Verwendung von Monte-Carlo-Methoden.

Dabei stellt MEPJET in jedem Punkt des Phasenraumes die Viererimpulse der Partonen zur Verfügung. Dies ermöglicht dem Benutzer die individuelle Definition und Berechnung spezifischer Größen und Variablen, insbesondere die Verwendung eines beliebigen Jetalgorithmus. Das Ergebnis einer störungstheoretischen Rechnung mit MEPJET sind gewichtete Ereignisse, die zur praktischen Analyse in Histogramme gefüllt werden. In der vorliegenden Untersuchung wurde das Programm um die Definition spezieller Variablen und die Einführung von Schnitten auf ausgesuchte Größen erweitert und zur praktischen Arbeit an einigen Stellen vereinfacht.

Zur Steuerung benötigt MEPJET ein Eingabefile, in welchem sowohl die grundlegenden Parameter des Streuprozesses gesetzt, als auch Beschränkungen auf den Wertebereich von programminternen und individuellen Variablen definiert werden können. Im besonderen sind dies die Angabe der zu verwendenden partonischen Dichtefunktionen, die Wahl einer Renormierungs- und Faktorisierungsskala, der Wert des Auflösungsparameters s_{min} sowie obere und untere Werte für die kinematischen Variablen. Für die spezifischen Anforderungen der Untersuchung wurde die Möglichkeit eines Schnittes auf die Polarwinkel der Partonen sowie auf Variablen der daraus gebildeten Jets eingebaut. Darüber hinaus wurden die freien Parameter des verwendeten Kegel-Algorithmus und der Wert des QCD-Parameters Λ_{n_f} in das Eingabefile übernommen. Dabei wird konventionshalber $n_f = 4$ gesetzt und programmintern entsprechend umgerechnet.

2.6 Hadronisation

Die Anwendung störungstheoretischer Methoden ist im Rahmen der QCD nur in energetischen Bereichen möglich in denen die Wechselwirkung zwischen den Quarks in erster Näherung vernachlässigt werden kann. Dies ist bei hohen Impulsüberträgen bzw. kleinen Abständen der Fall. Es zeigt sich jedoch, daß Quarks sich nicht über große Distanzen frei ausbreiten können. Wie sich in Gleichung 2.21 widerspiegelt, wächst die Kopplungsstärke vielmehr mit zunehmendem Abstand rasch an. Dies ist der theoretische Ausdruck für das experimentell bisher nicht widerlegte Quark-

Confinement. Der damit störungstheoretisch nicht erfaßbare Prozeß des Übergangs von farbigen Partonen in farbneutrale Hadronen muß daher durch phänomenologische Modelle beschrieben werden, deren Parameter aus der Anpassung an experimentell beobachtete Verteilungen von Hadronen bestimmt werden können [19]. Die allen Modellen zugrundeliegende einfachste Annahme ist, daß sich die grundlegenden Eigenschaften von partonischem und hadronischem Endzustand, wie z. B. Energieflüsse und Energiekorrelationen, im wesentlichen entsprechen (*lokale Parton-Hadron-Dualität*).

Das gebräuchlichste Modell ist das Lund-String-Modell [20], das anschaulich mit dem Aufbrechen des Farbfeldflußschlauches der auseinanderstrebenden Quarks bei Erreichen einer zur Erzeugung von Quark-Antiquarkpaaren hinreichend großen Energiedichte beschrieben werden kann.

2.7 Jetalgorithmen

Um die Vorhersagen der QCD zu überprüfen wäre es wünschenswert, die Verteilung der Quarks und Gluonen im Endzustand direkt messen zu können. Dies ist aber wegen des eben beschriebenen Phänomens der Hadronisation nicht möglich, da beobachtbare Endzustände immer aus farbneutralen Hadronen in Form von Energiedepositionen im Kalorimeter bestehen. Es bedarf deshalb der Einführung von Observablen, die Informationen aus den experimentellen Daten benutzen, die mit theoretischen Ergebnissen verglichen werden können. Aus der Struktur des hadronischen Endzustandes bei e^+e^- -Reaktionen leitet sich die Einführung von *Jets* als nach gewissen Kriterien zusammengefaßte Gruppe von Hadronen her [21]. Die Einführung eines Algorithmus, der Hadronen zu Gruppen zusammenfaßt, definiert also was unter gegebenen Bedingungen unter einem *Jet* zu verstehen ist und legt für einen bestimmten Prozeß die Anzahl der Jets fest. Eine aus dieser Definition abgeleitete Observable ist der Wirkungsquerschnitt für z. B. die 2-Jet-Produktion als Funktion von (auf Partonniveau definierbaren) Jetvariablen wie z. B. der Transversalimpuls oder die invariante Masse der Jets. Wendet man den selben Algorithmus auf die Partonen aus der Störungsrechnung an, so sollten unter der entscheidenden Annahme, daß Jets auf Partonniveau mit Jets auf Hadronniveau identifiziert werden können, experimentelle Daten und theoretische Vorhersagen prinzipiell vergleichbar sein.

Eine so eingeführte Observable muß jedoch die Eigenschaft der *Infrarotstabilität* besitzen. Dies bedeutet, daß, um die gegenseitige Aufhebung von weichen und kollinearen Singularitäten aus den virtuellen und reellen Korrekturen auch bei der Berechnung von Jet-Wirkungsquerschnitten zu gewährleisten, der Jetalgorithmus ein kollineares Paar von Partonen zu einem Teilchen zusammenfaßt, bzw. ein weiches Parton nicht als Jet identifiziert. Auf experimenteller Ebene entspricht diesem Problem die begrenzte Winkelauflösung des Detektors: Zwei parallele Teilchen gehen in dieselbe Zelle des Kalorimeters und können nicht aufgelöst werden. Ein infrarotstabiler Algorithmus sorgt also dafür, daß das Ergebnis einer Messung nicht massiv von der Winkelauflösung des Detektors abhängt.

In dieser Arbeit soll erstmals in tiefunelastischer Positron-Proton-Sreuung die Eignung eines Kegel-Algorithmus zur Datenanalyse im Bereich hoher Impulsüberträge Q^2 untersucht werden. Da es eine Vielzahl mehr oder weniger unterschiedlicher Jetalgorithmen gibt ist die Beantwortung der Frage, inwieweit sowohl die Endergebnisse einer Analyse (wie z. B. die Messung von α_S) als auch die Details der jeweiligen Jeteigenschaften von der getroffenen Wahl abhängen, von besonderem Interesse. Neben dem Kegel-Algorithmus wird in dieser Arbeit am Beispiel einer vollständigen α_S -Analyse ein grundsätzlich andersartiger Algorithmus zur Jetdefinition verwendet. Hierbei handelt es sich um den häufig gebrauchten JADE-Algorithmus, der zur Klasse der sogenannten *Cluster*-Algorithmen gehört.

Da im Verlaufe der Untersuchung der Jet-Algorithmus sowohl auf die Partonen aus den störungstheoretischen Rechnungen als auch auf die Partonen und Hadronen der Monte Carlo Simulation (s. Abschnitt 2.9), sowie die Energiedepositionen der Hadronen im Kalorimeter des Detektors –die *Cluster*– angewendet werden soll, wird im folgenden allgemein von *Teilchen* gesprochen.

2.7.1 Der Kegel-Algorithmus

Der Kegel- (engl. *Cone*-) Algorithmus macht von einer rein geometrischen Jetdefinition Gebrauch und wurde bisher hauptsächlich in Teilchen-Antiteilchen Reaktionen verwendet. Bildlich kann man sich den Prozeß der Jetkonstruktion vorstellen als ein sukzessives *Ausleuchten* des gesamten Raumwinkels mit einem Kegel von konstantem Öffnungswinkel R , so daß der transversale Energiefluß im Kegel maximiert wird. Die transversale Energie eines Teilchens ist dabei definiert als $E \sin \theta$, wobei E die Energie des Teilchens und θ sein Polarwinkel relativ zur Richtung des einlaufenden Protons ist.

Der in dieser Untersuchung verwendete Kegel-Algorithmus wurde von der CDF-Kollaboration entworfen [22]. Drei variable Parameter beeinflussen die Struktur der gefundenen Jets: Der halbe Öffnungswinkel R des Kegels in der durch die Pseudorapidität η und den Azimuthwinkel ϕ definierten Ebene, die minimale transversale Energie $E_{t,min}$ und eine Größe f_{ovl} , die das Verhalten des Algorithmus bei der Entstehung sich überlappender Jets bestimmt.

Im einzelnen werden folgende Schritte zur Bestimmung der Jetstruktur eines Ereignisses durchgeführt:

- 1. Schritt** Alle in den Algorithmus primär eingehenden Teilchen werden nacheinander als sogenannte *Jetinitiatoren* betrachtet. Dazu wird um ein gegebenes Teilchen ein Kegel vom Radius R geschlagen und aus allen Teilchen j innerhalb des Kegels, d. h. Teilchen mit $\sqrt{(\eta_j - \eta_{init})^2 + (\phi_j - \phi_{init})^2} \leq R$, die Jetkinematik gemäß

$$\begin{aligned}
E_{t,Jet} &= \sum_j E_{t,j} \\
\eta_{Jet} &= \frac{1}{E_{t,Jet}} \sum_j E_{t,j} \eta_j \\
\phi_{Jet} &= \frac{1}{E_{t,Jet}} \sum_j E_{t,j} \phi_j
\end{aligned} \tag{2.23}$$

(*Snowmass-Konvention* [23]) bestimmt unabhängig davon, ob auf diese Weise einem Jet zugeordnete Teilchen bereits einem anderen Jet zugeordnet wurden. Fällt nun die damit festgelegte Jetachse nicht mit der Richtung des Jetinitiators zusammen, so wird jene ihrerseits als neuer Jetinitiator betrachtet und der Vorgang wiederholt bis eine stabile Lösung eingetreten ist.

Um Infrarotstabilität zu gewährleisten, wird zusätzlich der Mittelpunkt zwischen zwei Teilchen in der η - ϕ -Ebene als möglicher Jetinitiator betrachtet und das oben beschriebene iterative Verfahren wiederholt.

- 2. Schritt** Alle Jets mit $E_{t,Jet} < E_{t,min}$ werden verworfen. Teilchen die bis zu diesem Punkt ausschließlich einem solchen Jet zugeordnet wurden gehen nicht in die weiteren Schritte ein.
- 3. Schritt** Wurden einzelne Teilchen mehreren Jets zugeordnet, so daß die Jets in der η - ϕ -Ebene überlappen, wird ermittelt, welcher Anteil transversaler Energie des einen Jets bereits dem anderen Jet mit höherer transversaler Energie zugeordnet wurde. Ist dieser Bruchteil f größer als der Wert des zuvor gewählten Parameters f_{ovl} , so wird der Jet mit der geringeren transversalen Energie verworfen. Gilt $f < f_{ovl}$ so werden die gemeinsamen Teilchen dem Jet zugeordnet, zu welchem sie in der η - ϕ -Ebene den geringsten Abstand haben. Anschließend werden die Jetgrößen wie im zweiten Schritt erneut berechnet.
- 4. Schritt** Der endgültige Satz von Jets ergibt sich durch abermalige Anwendung des minimalen transversalen Energiekriteriums (Schritt 2).

2.7.2 Der JADE-Algorithmus

Der gebräuchlichste Cluster-Algorithmus wurde von der JADE Kollaboration zur Analyse der Jetstruktur in der e^+e^- -Annihilation entwickelt [24, 25]. Im Gegensatz zu der im wesentlichen geometrischen Jetkonstruktion des Kegel-Algorithmus, werden beim JADE-Algorithmus die eingehenden Teilchen solange nach einem bestimmten Rekombinationsschema zusammengefaßt, bis die „Abstände“ aller Paare der daraus sukzessive entstehenden Jets oberhalb eines zuvor festgelegten Auflösungsparameters y_{cut} liegen.

Bezeichnet p_i den masselosen Vierervektor eines Teilchens, E_i seine Energie und θ_{ij} den Winkel zwischen dem i -ten und j -ten von N primären Teilchen, so wird für jedes Paar (p_i, p_j) der skalierte Abstand

$$d_{ij} = \frac{2E_i E_j (1 - \cos \theta_{ij})}{W^2}, \quad (2.24)$$

mit $W^2 = (\sum_{i=1}^N p_i)^2$, berechnet und dasjenige Vektorpaar bestimmt für welches d_{ij} minimal ist. Dieses Paar wird zu einem neuen Vierervektor

$$p_k = p_i + p_j \quad (2.25)$$

zusammengefaßt, falls

$$\min_{i,j} d_{ij} < y_{cut} \quad (2.26)$$

ist. Es wird solange iteriert, bis für alle Paare (p_i, p_j) $d_{ij} > y_{cut}$ gilt. Die Größe des Auflösungsparameters y_{cut} entscheidet also darüber, wieviele Jets bei einer gegebenen Teilchenkonfiguration aufgelöst werden: Bei sehr kleinen Werten von y_{cut} entstehen hohe Jetmultiplizitäten, während für $y_{cut} \rightarrow 1$ alle Teilchen zu einem Jet zusammengefaßt werden. Üblich sind Werte in der Größenordnung von $y_{cut} \approx 10^{-2}$. Im Unterschied zum Kegel-Algorithmus wird in der tiefunelastischen Streuung der Protonrest bzw. werden die Teilchen, die aus der Hadronisierung des Protonrestes entstehen und zum größten Teil den Detektor durch das Stahlrohr verlassen ohne ein Signal zu erzeugen, durch Bildung eines sogenannten *Pseudoteilchens* aus dem fehlenden Longitudinalimpuls berücksichtigt. Dieses Pseudoteilchen geht als zusätzliches Teilchen in den Algorithmus ein.

Die Infrarotstabilität des Algorithmus ist durch die Abstandsdefinition gemäß Gleichung 2.24 und das Rekombinationsschema 2.25 gewährleistet, indem weiche und kollinare Teilchen unterdrückt bzw. zusammengefaßt werden.

Die wesentlichen Unterschiede zwischen den beiden vorgestellten Algorithmen werden in den verschiedenen Ansätzen deutlich. Wird beim JADE-Algorithmus jedes Teilchen einem Jet zugeordnet, können beim Kegel-Algorithmus in jedem Schritt der Jetkonstruktion Teilchen verlorengehen. Darüber hinaus ist es beim JADE-Algorithmus prinzipiell möglich daß ein Teilchen, das einem bestimmten Jet zugeordnet wurde in einem sehr großen räumlichen Abstand zur Jetachse liegt, während beim Kegel-Algorithmus je nach Wahl des Parameters R sämtliche Teilchen eines Jets einen maximalen Abstand zur Jetachse haben. Desweiteren fällt die Anzahl der Jets beim JADE-Algorithmus monoton mit wachsendem Auflösungsparameter y_{cut} , wohingegen eine Vergrößerung des Kegelradius R entweder dazu führt, daß zwei Jets zu einem zusammengefaßt werden oder, daß mehr Teilchen einem möglichen Jet zugeordnet werden und ihn so über die Schwelle $E_{t,min}$ heben.

2.8 Die Messung der starken Kopplung α_s

Die Berechnung von Wirkungsquerschnitten mit den Methoden der störungstheoretischen QCD erfordert eine möglichst genaue Messung der partonischen Dichtefunktionen. Über eine Messung des totalen e^+p -Wirkungsquerschnittes als Funktion von x und Q^2 ist dies zusammen mit einer Messung der starken Kopplung α_s durch eine simultane Anpassung beider Größen an die experimentellen Daten möglich, da die QCD das Verhalten der partonischen Dichtefunktionen als Funktion von Q^2 vorher sagt. Für eine zuverlässige Bestimmung von α_s aus diesen Anpassungen sind jedoch die experimentellen Fehler wegen der Dominanz des Beitrages nullter Ordnung zum totalen Wirkungsquerschnitt noch zu groß. Es werden daher mit dieser Methode nur die partonischen Dichtefunktionen unter Vorgabe eines Wertes für α_s bestimmt⁷.

Eine genauere Bestimmung der starken Kopplung α_s ist jedoch mit der Messung von 2-Jet-Wirkungsquerschnitten möglich, da hier die niedrigste Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$ ist⁸. Abbildung 2.5 zeigt die elementaren Streugraphen für die 2-Jet-Produktion. Dabei kann der 2-Jet-Wirkungsquerschnitt für einen gegebenen Prozeß als Potenzreihe in α_s entwickelt werden:

$$\sigma_2 = A_1\alpha_s(\mu_r, \Lambda_{n_f}) + A_2\alpha_s^2(\mu_r, \Lambda_{n_f}) + \mathcal{O}(\alpha_s^3) \quad (2.27)$$

Die Koeffizienten A_i der Störungsreihe sind im allgemeinen abhängig vom Impulsübertrag Q^2 und der Faktorisierungsskala μ_f . Die Abhängigkeit der Koeffizienten A_i von der Renormierungsskala μ_r tritt nur in NLO auf, da es in führender Ordnung keine virtuellen Quark- oder Gluonkorrekturen gibt. Die Berechnung des Wirkungsquerschnittes in LO läßt die Renormierungsskala daher unbestimmt, so daß die weitgehende Freiheit in der Wahl derselben zu einem großen systematischen Fehler bei einer Messung von α_s führen würde. Die NLO Korrektur zu diesem 2-Jet-Wirkungsquerschnitt reduziert die Skalenabhängigkeit jedoch erheblich, da die Koeffizienten nun Funktionen von μ_r sind. Eine Bestimmung von α_s muß daher auf dem Vergleich mit einem NLO-Wirkungsquerschnitt basieren [26].

Bei der Wahl einer Renormierungsskala gibt es in DIS entgegen der Situation bei Teilchen-Antiteilchenreaktionen, wo eine *natürliche* Skala durch die Schwerpunktsenergie gegeben ist, ein Vielzahl von Möglichkeiten. So sind z. B. Q^2 , die invariante Masse des hadronischen Endzustandes W^2 und die transversale Energie der Jets a priori geeignete Skalen. Um störungstheoretische Rechnungen durchführbar zu halten, muß die gewählte Skala jedoch in derselben Größenordnung sein wie der QCD-Parameter Λ damit die Logarithmen $\ln(\mu^2/M^2)$ in den Wirkungsquerschnitten nicht zu groß werden (M steht für eine beliebige Skala). In dieser Untersuchung

⁷Genauer gesagt werden bestimmte Parametrisierungen der Dichtefunktionen, die deren Entwicklung als Funktion von x und Q^2 beschreiben, angepaßt (s. Kapitel 3, Abschnitt 3.2).

⁸Mit Ausnahme des folgenden Kapitels wird der Jet aus der Fragmentation des Protonrestes nicht ausdrücklich erwähnt oder in der Notation berücksichtigt, da er bei der Jetrekonstruktion mit dem Kegel-Algorithmus keine Rolle spielt. Alle entsprechenden Größen erhalten einen unteren Index „2“.

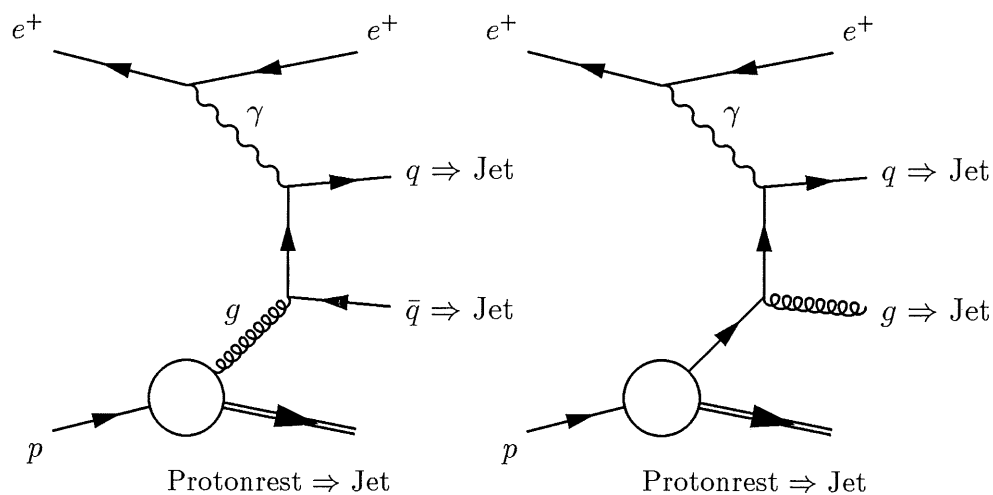


Abbildung 2.5: Elementare Streugraphen für die 2-Jet-Produktion in tiefinelastischer e^+p -Streuung. Rechts: Boson-Gluon-Fusion, links: QCD-Compton-Streuung (vgl. Abbildung 2.3).

wird hauptsächlich Q^2 sowohl als Renormierungs- als auch als Faktorisierungsskala verwendet.

2.9 Ereignissimulation mit Monte-Carlo-Generatoren

Für einen quantitativen Vergleich zwischen den experimentell ermittelten und den störungstheoretisch berechneten Verteilungen der Jetvariablen müssen die Daten auf die Effekte der Hadronisation und der begrenzten Auflösung und Akzeptanz des Detektors korrigiert werden. Dies erfordert eine Modellierung von QCD-Strahlungskorrekturen beliebig hoher Ordnung, sowie eine Simulation des Hadronisationsvorganges und des Detektors.

Die vollständige Simulation eines tiefinelastischen Streueignisses vom zugrundeliegenden e^+p -Streuprozess über die Erzeugung des partonischen Endzustandes bis hin zur Fragmentation der Partonen in Hadronen, wird durch sogenannte *Monte-Carlo-Ereignisgeneratoren* (MCG) geleistet. Der Name signalisiert die Verwendung von Pseudo-Zufallszahlen bei der Verteilung bestimmter Variablen nach bekannten funktionalen Zusammenhängen. Dies ist im besonderen die Besetzung des Phasenraumes in den Variablen x und Q^2 , die in Übereinstimmung mit dem doppelt differentiellen e^+p -Wirkungsquerschnitt erfolgen muß. Die Simulation des H1-Detektors erfolgt durch das Programm H1SIM [27]. Hier werden die generierten Hadronen aus der letzten Stufe der Monte-Carlo-Simulation in Detektorinformationen überführt.

Abbildung 2.6 verdeutlicht graphisch den Vorgang der vollständigen Simulation eines DIS-Streueignisses mit MCG und der Detektorsimulation. Im weiteren Verlaufe des Textes wird entsprechend dieser Darstellung vom Parton-, Hadron- und Detektorniveau in bezug auf MCG die Rede sein.

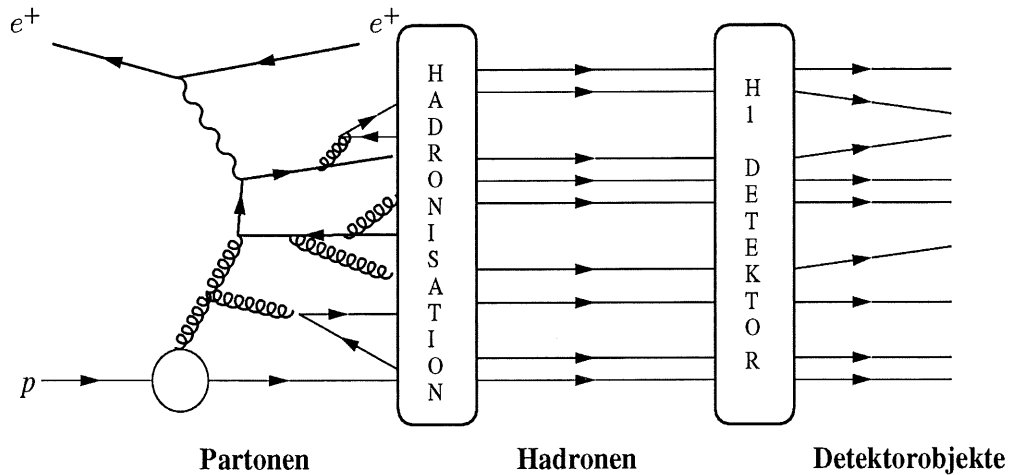


Abbildung 2.6: Simulation eines DIS-Streueignisses mit Monte-Carlo-Generatoren und Detektorsimulation. Die Monte-Carlo-Generatoren erzeugen den grundlegenden Streuprozess, die Partonen und schließlich die daraus hervorgehenden Hadronen. Diese werden mit dem Detektorsimulationsprogramm H1SIM in Detektorinformationen überführt.

In den in dieser Untersuchung verwendeten MCG sind zwei grundsätzlich verschiedenartige Ansätze zur Modellierung von QCD-Abstrahlungen beliebiger Ordnung implementiert. Es sind dies das Partonschauermodell und das Farbdipolmodell.

Partonschauermodell

Ein reelles Parton des Protons kann vor der Wechselwirkung mit dem Photon ein Parton emittieren und erhält dadurch eine raumartige Virtualität ($m^2 < 0$). Nach jeder solchen Verzweigung erhöht sich die raumartige Virtualität des anfänglichen Partons bis es bei der Wechselwirkung mit dem Photon entweder auf die Massenschale zurückgebracht wird oder eine zeitartige Virtualität ($m^2 > 0$) erhält. Im letzteren Falle folgen weitere Abstrahlungen von Partonen bis die Virtualität *abgebaut* und das Parton wieder auf der Massenschale ist. Die Bildung von Partonschauern im Anfangs- und Endzustand ist eine Näherung für QCD-Prozesse höherer Ordnung, die in den meisten Fällen durch die sogenannte *leading logarithmic approximation* (LLA) beschrieben wird. Die Schauerentwicklung wird dabei durch die Altarelli-Parisi Gleichungen [28] und den Sudakov Formfaktor [29] beschrieben. Abbildung 2.7 zeigt eine graphische Darstellung des Partonschauerbildes für die tiefunelastische Streuung.

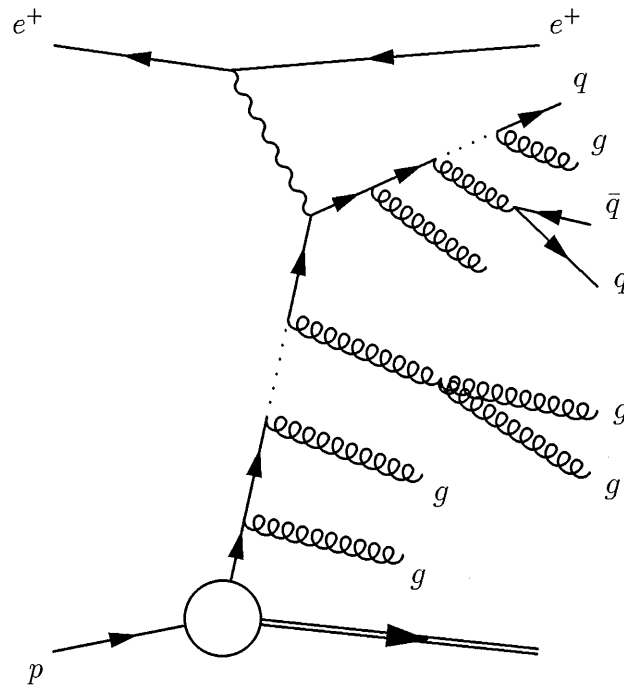


Abbildung 2.7: Das Partonschauermodell für die tiefinelastische Positron-Proton-Streuung. Man unterscheidet Partonschauer vor und nach der Wechselwirkung des gestreuten Quarks mit dem Photon.

Farbdipolmodell

In Analogie zur Elektrodynamik die einen schwingenden Dipol als Quelle elektromagnetischer Strahlung beschreibt, wird beim Farbdipolmodell (CDM, engl. *colour dipol model*) ein System sich voneinander entfernender Farbladungen (z. B. Quark und Antiquark in der e^+e^- -Annihilation oder das gestreute Quark und der Protonrest in tiefinelastischer Streuung) mathematisch als Dipol beschrieben dessen Strahlung sich in der Emission von Gluonen manifestiert. Die Annäherung an QCD-Strahlung beliebig hoher Ordnung geschieht nun dadurch, daß das nach der ersten Gluonabstrahlung entstandene System von drei Farbladungen, als System zweier voneinander unabhängiger Farbdipole betrachtet werden kann, die ihrerseits weitere, weichere Gluonen abstrahlen usw. Im Falle von tiefinelastischer Streuung, bei der zu berücksichtigen ist, daß der Protonrest ein *ausgedehntes* farbiges Objekt darstellt, unterscheidet man beim Farbdipolmodell im Gegensatz zum Partonschauermodell nicht zwischen QCD-Strahlung im Anfangs- und Endzustand. Vielmehr kann angenommen werden, daß die gesamte Strahlung dem aus gestreutem Quark und Protonrest gebildeten Farbdipol entspringt. Abbildung 2.8 illustriert das Modell am Beispiel der tiefinelastischen Positron-Proton-Streuung.

In dieser Untersuchung werden die MCG LEPTO 6.5 [30] und ARIADNE 4.08 [31] zur Ereignissimulation verwendet. Sie verwirklichen jeweils eines der soeben vorgestellten Modelle zur Erzeugung von QCD-Strahlung höherer Ordnung.

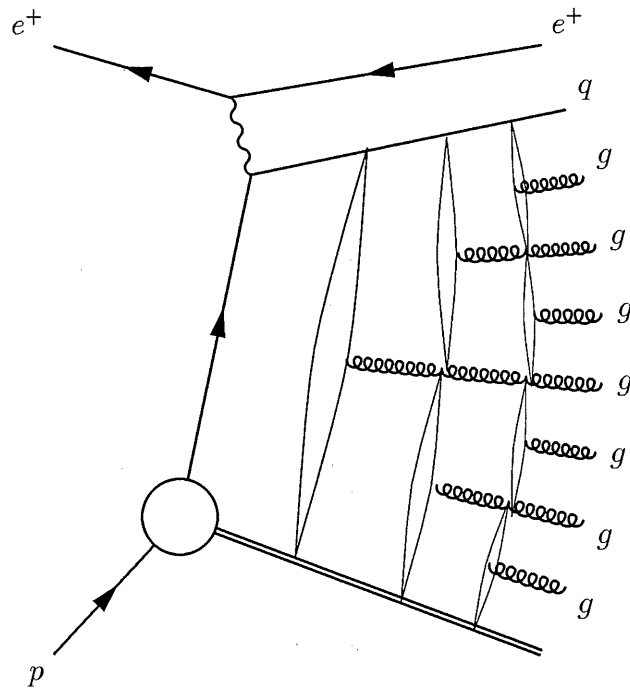


Abbildung 2.8: Schematische Darstellung der Modellierung von QCD-Strahlung in höheren Ordnungen durch Farbdipole in tiefinelastischer Positron-Proton-Streuung. Zwischen dem gestreuten Quark und dem Protonrest wird ein Farbdipol gebildet der ein Gluon abstrahlt. Das entstandene System von drei Farbladungen wird als Paar von unabhängig emittierenden Farbdipolen beschrieben, die ihrerseits weitere Gluonen abstrahlen, usw.

LEPTO Der grundlegende Streuprozess wird auf der Basis des Wirkungsquerschnittes der elektromagnetischen Wechselwirkung (Gleichung 2.17) und experimentell ermittelter partonischer Dichtefunktionen beschrieben. Dabei werden QED-Strahlungskorrekturen nicht berücksichtigt. Der Hadronisierungsprozess wird durch das Monte-Carlo JETSET 7.4 [32] inkorporiert, das das Lund-String-Modell verwendet. Die Simulation von QCD-Abstrahlung höherer Ordnung erfolgt nach dem Partonschauermodell. In dieser Untersuchung wird LEPTO in der sogenannten MEPS-Option verwendet. Dies bedeutet, daß die erste QCD-Strahlung exakt durch Matrixelemente (ME) zur Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$ generiert wird. Die Entwicklung von Partonschauern (PS) wird dann auf die so erzeugten Prozesse (d. i. QCDC und BGF) aufgesetzt. Die weichen und kollinearen Divergenzen in den Matrixelementen werden durch einen expliziten Schnitt, etwa auf die invariante Masse m_{ij} der beiden Partonen, vermieden. Mögliche Zweifachzählungen von Feynmangraphen bei weiteren Abstrahlungen werden durch die Begrenzung des Maximums des Entwicklungsparameters für die Partonschauer (d. i. die Virtualität des gestreuten Quarks) entsprechend dem Ergebnis des Matrixelementes unterbunden.

ARIADNE ist im Gegensatz zu LEPTO kein vollständiger Ereignisgenerator, sondern ersetzt als Option von LEPTO nur das Partonschauermodell durch das Farbdipolmodell. LEPTO wird dabei in der ME-Option betrieben, d. h. es werden zur Einbeziehung von BGF-Prozessen wieder Matrixelemente zur Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$ berechnet. Bei diesen $q\bar{q}$ -Ereignissen entstehen aus den beiden Quarks und dem Protonrest zwei Farbdipole, die unabhängig voneinander emittieren. Bei den nun ebenfalls möglichen QCDC-Prozessen wird unter der Annahme, daß ARIADNE die harte Gluon-Emission in Übereinstimmung mit dem Matrixelement reproduziert, das emittierte harte Gluon aus dem Ereignis entfernt.

2.10 Definition der Meßgröße

Das Programm MEPJET 2.0 ermöglicht die Berechnung von Wirkungsquerschnitten bis zur Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$. Da die Daten mit NLO Rechnungen verglichen werden sollten, kommen nur Jet-Verteilungen in Frage, denen Prozesse zugrundeliegen, bei denen zwei Jets (neben dem Protonrest) gefunden wurden. Im folgenden wird die der Untersuchung mit dem Kegel-Algorithmus zugrundeliegende Meßgröße eingeführt und erläutert. Vorgeschaltet ist eine Bemerkung über die Wahl eines Bezugssystems, in welchem die Messung durchgeführt werden soll.

2.10.1 Verschiedene Bezugssysteme

In welchem Bezugssystem man die einen physikalischen Vorgang beschreibenden Observablen definiert ist bekanntlich willkürlich. Die Wahl wird allein von Gründen der Zweckmäßigkeit bestimmt. Für den Gegenstand der vorliegenden Untersuchung sind dabei die spezifischen Eigenschaften des verwendeten Jet-Algorithmus ein mögliches Kriterium für die Wahl eines bestimmten Bezugssystems.

Eine wesentlicher Unterschied zwischen den vorgestellten Jetalgorithmen besteht darin, daß der Kegel-Algorithmus anders als der JADE-Algorithmus auf eine spezielle Achse Bezug nimmt (d. i. die Richtung der kollidierenden Teilchen). Bei relativ zu dieser Achse symmetrischen Reaktionen, wie der $p\bar{p}$ -Annihilation, ist diese Achsenabhängigkeit unbedenklich. Im Laborsystem besteht jedoch bei tiefunelastischer Streuung eine Asymmetrie, da die bei der Reaktion entstandenen Hadronen den Transversalimpuls des auslaufenden Positrons kompensieren müssen. Dies kann zu Konfigurationen führen, in denen die bei der Bestimmung von α_s eigentlich interessierenden harten QCD-Abstrahlungen (d. h. mit hohen Transversalimpulsen) im Laborsystem an die Schwelle der durch den Kegel-Algorithmus definierten Auflösung $E_{t,min}$ rücken. Aus demselben Grunde könnte eine räumliche Trennung der Jets in der r - ϕ -Ebene erschwert, bzw. die Möglichkeit des Überlapps zweier Jets und damit die Abhängigkeit von f_{ovl} beträchtlich erhöht werden.

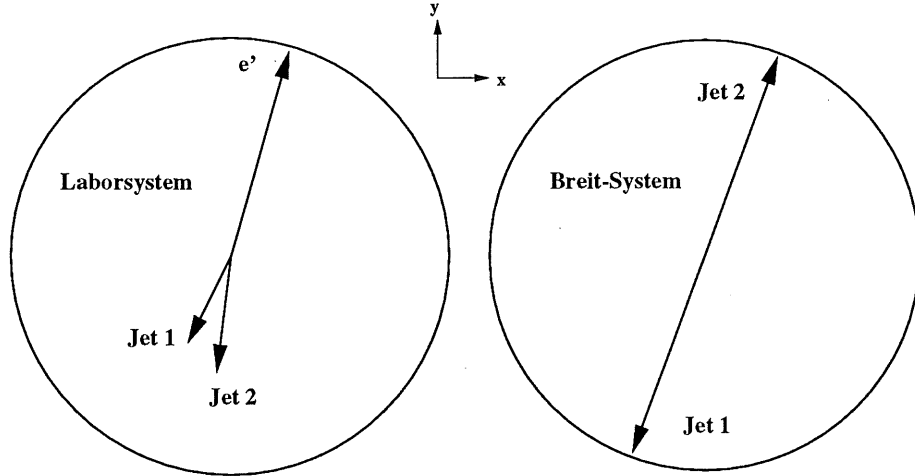


Abbildung 2.9: Mögliche Struktur eines 2-Jet-Ereignisses im Labor- und Breit-System. Im Laborsystem müssen die beiden Jets den Transversalimpuls des gestreuten Positrons e' kompensieren. Im Breit-System sind die Jets im Transversalimpuls balanciert.

Ein aus diesem Grunde womöglich geeigneteres Bezugssystem ist das Breit-System. In ihm überträgt das ausgetauschte Photon nur Longitudinalimpuls, so daß das Positron vor und nach der Streuung dieselbe Energie und denselben Transversalimpuls besitzt. Die zur Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$ erzeugten zwei Jets sind also im Transversalimpuls balanciert und laufen daher in der r - ϕ -Ebene in entgegengesetzter Richtung auseinander. Die Lorentztransformation in das Breit-System ist so definiert, daß der Viererimpuls des ausgetauschten Photons von der Form $q = \{0, 0, 0, -Q\}$ ist. Im QPM kollidiert in diesem System das einlaufende Quark mit longitudinalem Impulsbruchteil $\frac{Q}{2}$ elastisch mit dem virtuellen Photon und wird in die entgegengesetzte Richtung mit longitudinalem Impulsbruchteil $-\frac{Q}{2}$ zurückgestreut.

Anschaulicher kann man sich das Breit-System als aus dem gemeinsamen Schwerpunktsystem des ausgetauschten Photons und des an der Wechselwirkung beteiligten Partons durch einen Lorentzboost in z -Richtung hervorgehend vorstellen.

Da die in dieser Untersuchung verwendete Variante des JADE-Algorithmus nicht Lorentzinvariant⁹ und auch der Kegel-Algorithmus wegen der Verwendung der transversalen Energie nur invariant gegenüber longitudinalen Lorentztransformationen ist, werden die Ergebnisse der Messung von Jetverteilungen abhängig von der Wahl des Bezugssystems.

⁹In der Form $d_{ij} \equiv (p_i + p_j)^2/W^2$ ist der JADE-Algorithmus vollständig Lorentzinvariant.

2.10.2 Die 2-Jet-Rate $R_2(Q^2)$

Prinzipiell ist der Wirkungsquerschnitt σ_2 für die Erzeugung von zwei Jets (neben dem Protonrest) eine geeignete Größe zur Bestimmung von α_s oder allgemeiner zur Überprüfung der Vorhersagen der störungstheoretischen QCD. Die experimentelle Bestimmung von Wirkungsquerschnitten erfordert jedoch einen hohen Aufwand und große Sorgfalt, da man genaue Kenntnisse über die Effizienz des Detektors für die Erkennung und Registrierung einer bestimmten Klasse von Ereignissen benötigt, denn verlorengegangene Ereignisse schlagen sich unmittelbar in einem zu niedrig gemessenen Wirkungsquerschnitt nieder. Darüber hinaus entstehen Unsicherheiten durch die Messung der Luminosität \mathcal{L} , die als Proportionalitätskonstante zwischen Ereignisrate und Wirkungsquerschnitt benötigt wird. Experimentell leichter zu handhaben ist dagegen die Rate der 2-Jet-Ereignisse bezogen auf den totalen Wirkungsquerschnitt σ_{tot}

$$R_2 \equiv \frac{\sigma_2}{\sigma_{tot}}. \quad (2.28)$$

Für die theoretischen NLO Rechnungen ist der totale Wirkungsquerschnitt σ_{tot} die Summe von 1-Jet- und 2-Jet-Wirkungsquerschnitt ($\sigma_{tot} = \sigma_1 + \sigma_2$), d. h. die führende Ordnung ist hier $\mathcal{O}(\alpha_s^0)$.

Experimentell bestimmt man R_2 als das Verhältnis der Anzahl von 2-Jet-Ereignissen N_2 zur Gesamtzahl N_{DIS} der ausgewählten DIS-Ereignisse. Es zeigt sich (s. Kapitel 5), daß in dem ausgewählten Datensatz erwartungsgemäß auch Ereignisse mit mehr als zwei Jets im Endzustand enthalten sind. Ihre Anzahl ist jedoch im Vergleich zur Anzahl der 1- und 2-Jet-Ereignisse vernachlässigbar, so daß die theoretische und experimentelle Rate nach den Korrekturen auf die Effekte des Detektors und der Hadronisation prinzipiell vergleichbar sind (s. Abschnitt 2.9).

Bestimmt man die Rate R_2 als Funktion von Q^2 , so spricht man von der *integrierten* 2-Jet-Rate, da nur die Gesamtzahl der 2-Jet-Ereignisse eingeht und die spezifischen Eigenschaften der zugrundeliegenden Jets nicht explizit berücksichtigt werden. Ziel dieser Untersuchung ist es, diese Rate zu messen und daraus α_s als Funktion von Q^2 zu bestimmen.

Kapitel 3

Systematische Fehler bei der Bestimmung von α_s

In diesem Kapitel sollen die wesentlichen Quellen systematischer Fehler bei der Bestimmung der starken Kopplung α_s im Rahmen einer der beiden aktuellen Analysen bei H1 zu diesem Thema diskutiert und untersucht werden [1]. Es soll dabei im Einzelnen ermittelt werden, in welcher Weise das Meßergebnis von der Variation bestimmter Schnitte auf den Wertebereich von Jetvariablen und Detektorgrößen, der Unsicherheit in der hadronischen Energiekalibration des Flüssig-Argon-Kalorimeters sowie der Freiheit in der Wahl einer Renormierungs- und Faktorisierungsskala abhängt. Darüber hinaus wird der Einfluß verschiedener partonischer Dichtefunktionen in den störungstheoretischen Rechnungen mit MEPJET und alternativer Rekombinationsschemata des verwendeten JADE-Algorithmus auf den Meßwert für α_s untersucht.

Die Bestimmung von α_s basiert in der betrachteten Analyse auf der Untersuchung der Jetstruktur von tiefunelastischen Streuereignissen neutralen Stromes im Bereich hoher Impulsüberträge. Meßgröße ist die mit dem JADE-Algorithmus bestimmte, in einem Jetauflösungsparameter differentielle $(2 + 1)$ -Jetrate. Die Notation „+1“ soll dabei ausdrücklich auf die Einbeziehung des Protonrestes bei der Jetrekonstruktion verweisen¹. Der Analyse liegt das Material der Datennahmeperioden 1994 und 1995 mit einer integrierten Luminosität von rund 12 pb^{-1} zugrunde.

Im folgenden Abschnitt sollen die wesentlichen Züge der *differentiellen Analyse* referiert und erläutert werden. Da sich die Struktur der differentiellen Analyse und der Untersuchung mit dem Kegel-Algorithmus in wesentlichen Aspekten gleichen, werden einige Punkte nur angeführt und zur Erläuterung auf die entsprechenden Kapitel dieser Arbeit verwiesen.

¹Entgegen der oben getroffenen Vereinbarung, wird diese Konvention hier übernommen, um in Übereinstimmung mit den internen Veröffentlichungen zu dieser Analyse zu sein.

3.1 Die Bestimmung von α_s aus differentiellen Jetraten

Die differentielle $(2 + 1)$ -Jetrate

Bei Verwendung des JADE-Algorithmus zur Jetanalyse ist die in Kapitel 2, Abschnitt 2.7.2 eingeführte, integrierte Rate von 2-Jet-Ereignissen R_2 , eine Funktion des Auflösungsparameters y_{cut} . Bildet man formal die Ableitung von R_2 nach y_{cut} , so beschreibt der Differentialquotient $d\sigma_{2+1}/dy_{cut}$ die Änderungsrate der Anzahl von $(2 + 1)$ -Jet-Ereignissen bei einer Änderung von y_{cut} auf $y_{cut} + dy_{cut}$.

Eine Messung dieser *differentiellen* $(2 + 1)$ -Jetrate erfolgt in der Praxis durch die Einführung der Observablen y_2 . Rekombiniert man eine gegebene Teilchenkonfiguration mit dem JADE-Algorithmus so lange zu Jets, bis nur noch $(2 + 1)$ Jets verbleiben, unabhängig von einem vorgegebenen Wert für den Auflösungsparameter y_{cut} , so ist die Observable y_2 definiert als der kleinste, skalierte Abstand, der sich aus den drei Paaren (i, j) der drei Jets bilden läßt. Die Verteilung von y_2 entspricht der differentiellen Rate, wenn, was hier in guter Näherung der Fall ist, die Anzahl von Ereignissen mit $(3 + 1)$ oder mehr Jets, die man bei einem gegebenen Wert von y_2 noch auflösen könnte, vernachlässigbar ist. Dies wird deutlich, wenn man beachtet, daß y_2 für ein bestimmtes Ereignis gerade die Auflösung ist, bei der die Anzahl der Jets von $(2 + 1)$ auf $(1 + 1)$ springt. In der hier vorgestellten Analyse werden nur solche Ereignisse akzeptiert, die den Schnitt $y_2 > 0,01$ erfüllen. Die Rekonstruktion eines $(2 + 1)$ -Jet-Ereignisses ist in Abbildung 3.1 illustriert.

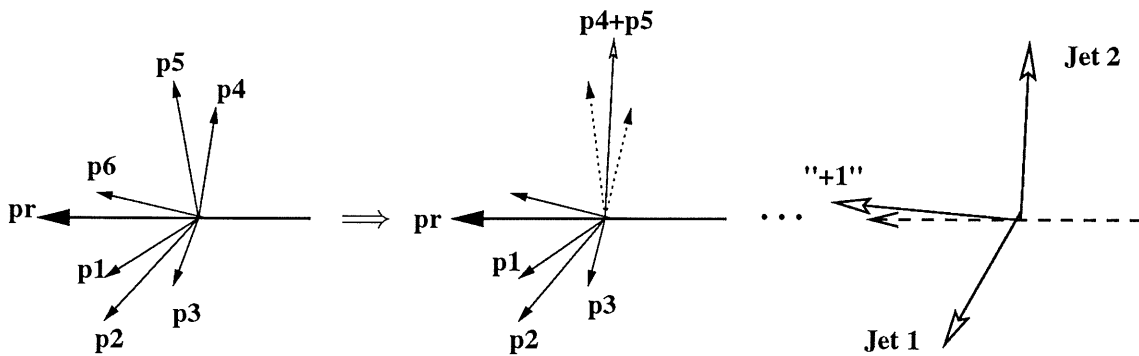


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung der Jetrekonstruktion mit dem JADE-Algorithmus. Die Teilchen mit Viererimpulsen p werden unabhängig von einem Auflösungsparameter solange zu Jets zusammengefaßt, bis nur noch $(2 + 1)$ Jets verbleiben. Der Protonrest pr wird durch die Einführung eines Pseudoteilchens bei der Jetrekonstruktion explizit berücksichtigt.

Die auf den totalen Wirkungsquerschnitt bzw. die Gesamtzahl der ausgewählten DIS-Ereignisse normierte y_2 -Verteilung wird im folgenden mit $D_2(y_2)$ bezeichnet, d. h. es ist

$$D_2(y_2) \equiv \frac{1}{\sigma_{tot}} \cdot \frac{d\sigma_{2+1}}{dy_2} \quad \text{resp.} \quad D_2(y_2) \equiv \frac{1}{N_{DIS}} \cdot \frac{dN_{2+1}}{dy_2}. \quad (3.1)$$

Die Auswahl der Daten

Tabelle 3.1 zeigt die wesentlichen Auswahlkriterien für die der differentiellen Analyse zugrundeliegenden Ereignisse neutralen Stromes. Der Schnitt auf die mittlere Position des Ereignisvertex dient der Reduzierung von Untergrundereignissen aus Wechselwirkungen des Protonstrahles mit Restgasatomen und den Wänden des Strahlrohres. Die Beschränkungen auf den Wertebereich der Inelastizität y_e und der Größe $E - P_z$ verringern im wesentlichen den Photoproduktionsuntergrund und den Einfluß von QED-Strahlungskorrekturen im Anfangs- und Endzustand. Da die meisten Schnitte auch zur Auswahl der Ereignisse für die Untersuchung mit dem Kegel-Algorithmus angewendet wurden, sei zur näheren Erläuterung auf das entsprechende Kapitel 4 verwiesen. Der Umfang des *DIS-Datensatzes* beträgt mit diesen Schnitten 11 192 tiefunelastische Streuereignisse. Das mittlere Q^2 liegt bei 823 GeV^2 .

$200 < Q^2 < 10\,000 \text{ GeV}^2$ $10^\circ < \Theta_e < 150^\circ$ $y_e < 0,7$ $W_{dw}^2 > 5000 \text{ GeV}^2$ $30 < E - P_z < 70 \text{ GeV}$ $-30 < z_{Vertex} < 30 \text{ cm}$
$N_{DIS} = 11\,192$

Tabelle 3.1: Schnitte zur Auswahl des Datensatzes für die differentielle α_s -Analyse. Die invariante Masse des hadronischen Endzustandes W_{dw}^2 wird mit der Doppelwinkelmethode bestimmt.

Die Beschreibung der Daten durch Monte-Carlo-Simulationen

Bei der Bestimmung von α_s aus der Messung von Jet-Wirkungsquerschnitten ist man auf die Simulation eines dem Datensatz entsprechenden Satzes von Ereignissen aus Monte-Carlo-Generatoren angewiesen, um die zum Vergleich mit den störungstheoretischen Vorhersagen notwendige Korrektur der Daten auf die Effekte des Detektors und der Hadronisation vornehmen zu können. Eine solche Korrektur ist aber nur angebracht und sinnvoll, wenn die Monte-Carlo-Simulation auf Detektorniveau die Daten zu beschreiben vermag und der simulierte partonische Endzustand mit den in NLO störungstheoretisch berechneten Partonverteilungen weitgehend vergleichbar ist. Dies kann die Anwendung weiterer Schnitte auf geeignete Größen erforderlich machen, um beiden Aspekten Rechnung zu tragen. Bei der Optimierung der Schnitte hat man sich dabei an den Verteilungen zu orientieren, die die Eigenschaften der gefundenen Jets beschreiben. Dies sind z. B. die transversale Energie, der Polwinkel und die invariante Masse der Jets. Wegen der notwendigen Berücksichtigung *beider* Aspekte, bedeutete eine Orientierung an der Verteilung, aus der α_s schließlich extrahiert werden soll –hier $D_2(y_2)$ –, eine unzulässige Beeinflussung des Ergebnisses der Messung.

In der differentiellen Analyse wurden die Monte-Carlo-Generatoren ARIADNE 4.08 und LEPTO 6.5 (s. Kapitel 2, Abschnitt 2.9) zur Beschreibung und Korrektur der Daten verwendet. Die Untersuchungen zeigten die Erfordernis zweier zusätzlicher Schnitte, um eine hinreichend gute Beschreibung der Daten in obigem Sinne zu erzielen. Es wurden nur Cluster mit einem Polarwinkel $\theta_{clus} > 7^\circ$ akzeptiert². Der Schnitt wurde konsistent auf die Hadronen und Partonen der Monte-Carlo-Simulation, sowie die Partonen der Störungrechnung übertragen. Er trägt im besonderen der begrenzten Akzeptanz des Flüssig-Argon-Kalorimeters in Vorwärtsrichtung, sowie der ungenügenden Beschreibung der Energieverteilung der Cluster durch die Monte-Carlo-Simulation Rechnung (s. dazu auch Kapitel 4). Die Polarwinkel der Jets unterlagen der Beschränkung $10^\circ < \theta_{jet} < 145^\circ$. Die obere Grenze verwirft Jets, die in der Nähe der rückwärtigen Akzeptanzgrenze des Flüssig-Argon-Kalorimeters liegen, während die Einführung einer unteren Grenze für θ_{jet} der Verbesserung der Beschreibung durch LEPTO in Vorwärtsrichtung dient. Eine quantitative Bewertung über die Bestimmung eines χ^2 für entsprechende Verteilungen zeigt, daß LEPTO ohne diesen Schnitt die Daten und die NLO-Vorhersagen nicht angemessen zu beschreiben vermag, während ARIADNE auch hier gute Ergebnisse liefert. Dieser Sachverhalt wird sich in der Untersuchung des Einflusses dieses Schnittes auf das Meßergebnis widerspiegeln. Mit diesen Schnitten und der Forderung $y_2 > 0,01$ beträgt der Umfang des *Jet-Datensatzes* 2235 Ereignisse.

Abbildung 3.2 dokumentiert die Qualität der Beschreibung der Daten durch die Monte-Carlo-Simulationen von ARIADNE und LEPTO. Die Größe x_p beschreibt das Verhältnis der Skalenvariablen x zum tatsächlichen Impuls ξ des gestreuten Quarks (s. Kapitel 5), θ_{fwd} ist der Polarwinkel des Vorwärtsjets. Die Größe z_p wird im nächsten Abschnitt eingeführt und erläutert. Der Meßbereich von y_2 wurde zur praktischen Bestimmung von α_s in vier Intervalle (*Bins*) unterteilt.

Entfaltung auf Partonniveau

Auf das Verfahren zur Korrektur der Daten auf Effekte der Hadronisation und des Detektors soll an dieser Stelle nicht näher eingegangen werden. Es handelt sich um ein Matrixkorrekturverfahren, wovon eine stark vereinfachte Form in den Untersuchungen zum Kegel-Algorithmus zur Korrektur der Daten eingeführt und erläutert wird (Kapitel 5, Abschnitt 5.3.1). Eine genaue Beschreibung der Methode findet sich in [33, 34]. Wegen des verwendeten mathematischen Apparates spricht man auch von der *Entfaltung* der Jetrate auf Partonniveau. Abbildung 3.3 zeigt die entfaltete y_2 -Verteilung zusammen mit den Partonniveaus von ARIADNE und LEPTO.

Die Anwendung dieses Verfahrens ist bei der Korrektur der y_2 -Verteilung notwendig, weil erhebliche Migrationseffekte beobachtet wurden. Unter Migration versteht man in diesem Kontext das Abwandern von Ereignissen aus einem festen Bin auf Parton- (oder Hadron-) Niveau in benachbarte Bins auf Detektorniveau. Dieses Migrationsverhalten kann man mit vollständigen Monte-Carlo-Simulationen untersuchen und

²Wegen der schlechteren Nachweisbarkeit von Hadronen im BEMC/SPACAL blieben überdies Energiedepositionen in diesem Kalorimeter unberücksichtigt.

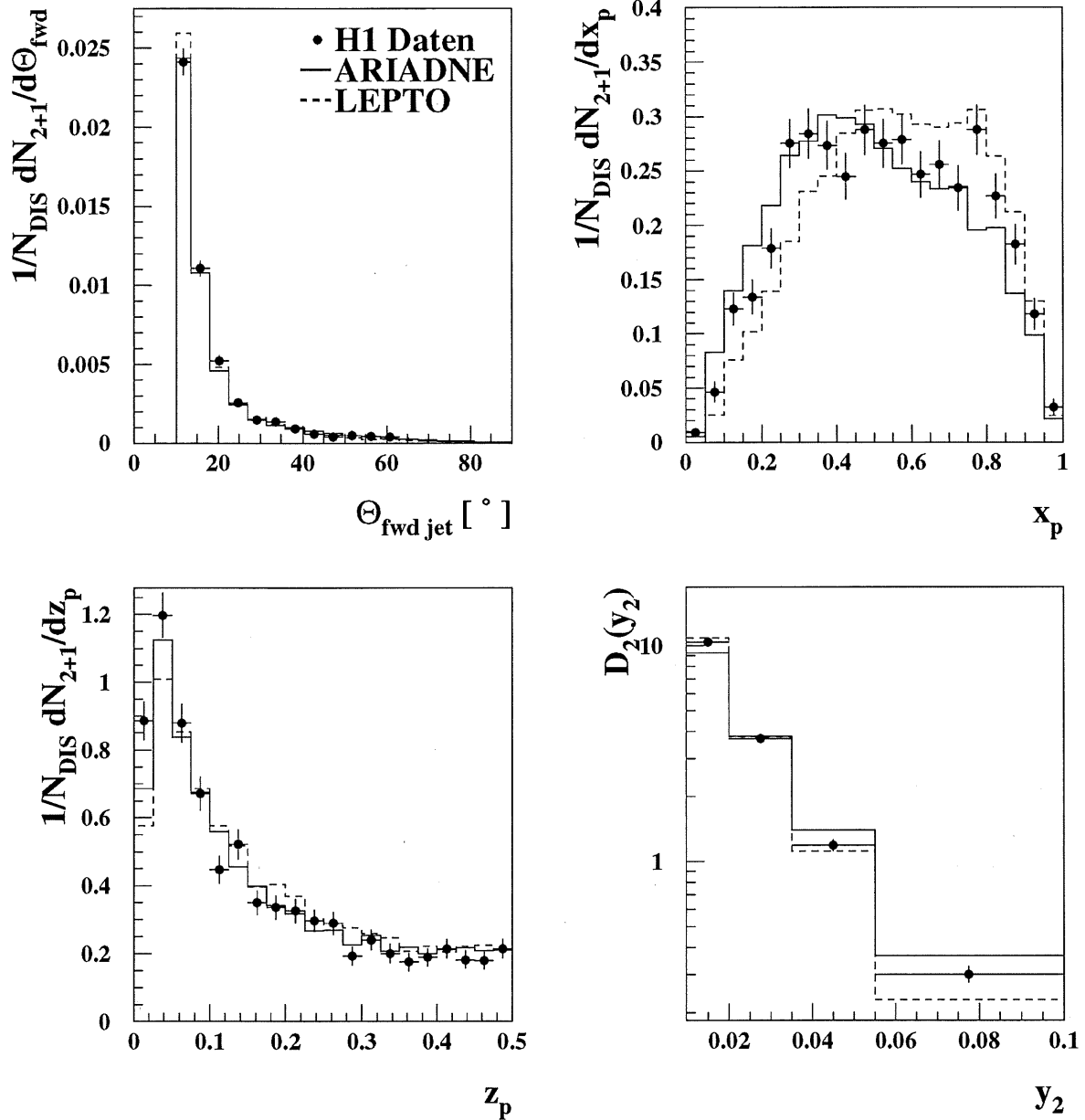


Abbildung 3.2: Die Beschreibung der mit den Daten der Jahre 1994 und 1995 gemessenen Verteilungen (\bullet) durch die Monte-Carlo-Simulationen ARIADNE (—) und LEPTO (- -) auf Detektorniveau. Die Polarwinkel der Cluster unterlagen dem Schnitt $\theta_{\text{clus}} > 7^\circ$, die Polarwinkel der Jets erfüllen die Bedingung $10^\circ < \theta_{\text{jet}} < 145^\circ$. Die Verteilungen sind auf die Gesamtzahl der jeweils ausgewählten DIS-Ereignisse normiert.

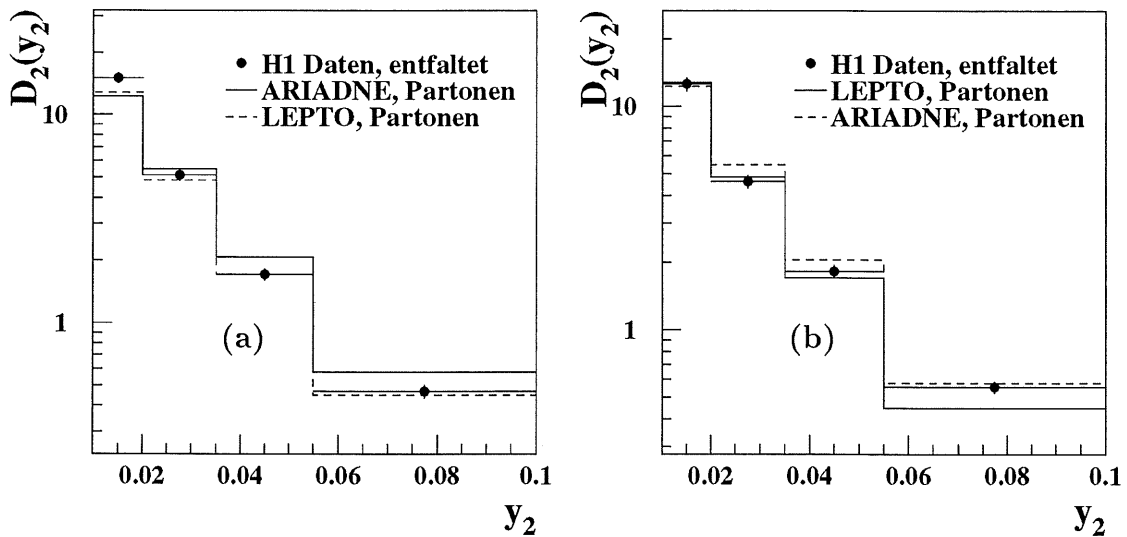


Abbildung 3.3: Die mit ARIADNE (a) und LEPTO (b) auf Partonniveau entfaltete y_2 -Verteilung zusammen mit den Partonniveaus von ARIADNE und LEPTO .

quantifizieren. Je nach der Größe der Migrationen erfordert eine sinnvolle Korrektur der Daten eine Berücksichtigung dieser Informationen³. Dies sichert das gewählte Matrixkorrekturverfahren. Es liefert im Ergebnis der Entfaltung die Korrelationen der y_2 -Bins in Form der Kovarianzmatrix des statistischen Fehlers der Daten und der Monte-Carlo-Simulation.

Untersuchungen mit den Ereignissen der Monte-Carlo-Simulationen ARIADNE und LEPTO ergaben deutliche Korrelationen zwischen Parton- und Detektorniveau für alle Bins des Meßbereiches: 40% bis 50% der Ereignisse in einem festen Bin auf Partonniveau wurden im selben Bin auf Detektorniveau gefunden. Der Trend ging dabei zu kleineren Werten der Variablen y_2 beim Übergang auf das Detektorniveau.

Bestimmung von α_s

Berechnet man störungstheoretisch mit dem NLO-Programm MEPJET⁴ für eine Folge von Werten des QCD-Parameters Λ_4 die entsprechenden y_2 -Verteilungen, so ließe sich durch ein im Prinzip beliebiges mathematisches Verfahren diejenige y_2 -Verteilung ermitteln, die optimal zur der entfalteten y_2 -Verteilung der Abbildung 3.3 paßt. Eine Bestimmung von α_s mit diesem Verfahren scheidet jedoch praktisch an

³Die Größe der Migrationen wird dabei entscheidend von der Auflösung der Meßgröße im Verhältnis zur Breite der Bins bestimmt.

⁴In der differentiellen Analyse wurde die Version MEPJET 1.4 verwendet, die sich von der in Kapitel 2, Abschnitt 2.5 beschriebenen Version 2.0 nur unwesentlich unterscheidet (optionelle Einbeziehung von Charm- und Bottom-Masseneffekten, Z^0 -Austausch bei der Version 2.0).

Computerrechenzeiten von im Mittel 10 Stunden für eine NLO-Rechnung mit ausreichender Genauigkeit⁵. Eine hinreichend genaue Bestimmung von α_s würde so einen unverhältnismässig hohen Zeitraum in Anspruch nehmen und die Untersuchung der zahlreichen systematischen Effekte verunmöglichen.

In der Praxis nutzt man aus, daß man die Wirkungsquerschnitte in der störungstheoretischen QCD als Potenzreihe in α_s entwickelt (s. Kapitel 2, Abschnitt 2.8). Damit gilt für die differentielle Rate von $(2+1)$ -Jet-Ereignissen zur Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ ein Ansatz der Form

$$\frac{d\sigma_{2+1}}{dy_2} = a\alpha_s + b\alpha_s^2.$$

Mit der entsprechenden Darstellung des totalen e^+p -Wirkungsquerschnittes zur Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$, $\sigma_{tot} = c + d\alpha_s$, läßt sich durch geeignete Kombination der Koeffizienten a, b, c, d und unter Vernachlässigung von Termen zur Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s^3)$ die y_2 -Verteilung ebenfalls als Potenzreihe zur Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ darstellen:

$$D_2(y_2^{(i)} < y_2 < y_2^{(i+1)}) = A_i\alpha_s(\mu_r; \Lambda_4) + B_i\alpha_s^2(\mu_r; \Lambda_4). \quad (3.2)$$

Darin bezeichnet $y_2^{(i)}$ die untere Grenze des i -ten Bins der Verteilung.

Man berechnet nun störungstheoretisch für zwei Werte von Λ_4 die y_2 -Verteilungen und bestimmt daraus unter Vorgabe des entsprechenden α_s -Wertes bei einer festen Skala μ_r die Koeffizienten A_i und B_i der Störungsreihe durch Lösen des entstehenden linearen Gleichungssystems. Dabei sind Λ_4 und α_s über die Lösung der Renormierungsgruppengleichung in der Form 2.21 miteinander verknüpft. Mit den so berechneten Werten wird α_s an die y_2 -Verteilung der entfalteten Daten angepaßt. Dazu wird ein bestimmter Wertebereich von α_s *durchfahren* und ein χ^2 gemäß

$$\chi^2 = \sum_{Bin\ i} \sum_{Bin\ j} V_{ij}^{-1} (D_2^{gem.}(i) - D_2^{ber.}(i))(D_2^{gem.}(j) - D_2^{ber.}(j)) \quad (3.3)$$

berechnet und minimiert. Dabei bezeichnen $D_2^{gem.}(i)$ und $D_2^{ber.}(i)$ den gemessenen und berechneten Wert im i -ten Bin und V_{ij}^{-1} die Koeffizienten der inversen Kovarianzmatrix aus der Entfaltung. Das so bestimmte α_s entspricht dem Wert der starken Kopplung bei der für die Berechnung der Koeffizienten festgelegten Skala. In der Analyse wurde entsprechend der Wahl von Q als Renormierungs- und Faktorisierungsskala α_s beim mittleren Q^2 der Messung bestimmt⁶.

In der Analyse wurden die Werte $\Lambda_4 = 100$ und 600 MeV zur Bestimmung der Koeffizienten vorgegeben. Die Wahl dieser Werte orientiert sich an der Größe des resultierenden Fehlers der Anpassung. Um diesen klein zu halten, sollte die entfaltete y_2 -Verteilung deutlich zwischen den zwei entsprechenden theoretischen y_2 -Verteilungen liegen.

⁵Diese Angabe gilt für den SGI Prozessor R4400 6.0. Bei einer zu fordernden Genauigkeit von unter 5% müssen etwa 20-30 Millionen gewichtete Ereignisse berechnet werden.

⁶Wegen des zu geringen statistischen Umfangs des Datenmaterials, wurde auf eine Aufteilung des Q^2 -Bereiches in mehrere Bins verzichtet. Die Q^2 -Abhängigkeit der starken Kopplung wird daher in der differentiellen Analyse nicht gemessen.

Für die störungstheoretischen Rechnungen wurde der JADE-Algorithmus in der oben beschriebenen Form in MEPJET implementiert und die in Tabelle 3.1 aufgeführten Schnitte im Eingabefile gesetzt. Dem Schnitt $\theta_{clus} > 7^\circ$ auf die Cluster entspricht dabei der Schnitt $\theta_{par} > 7^\circ$ auf die Partonen der Störungsrechnung vor der Anwendung des Jetalgorithmus. Der Polarwinkelschnitt auf die gefundenen Jets wurde entsprechend den oben angegebenen Werten angebracht. Abbildung 3.4 zeigt die mit LEPTO und ARIADNE entfalteten y_2 -Verteilungen zusammen mit den NLO-Vorhersagen von MEPJET für $\Lambda_4 = 100$ und 600 MeV. Man erkennt eine empfindliche Abhängigkeit der theoretischen Verteilungen vom Wert für Λ_4 . Außerdem gezeigt ist für beide Fälle χ^2 als Funktion von α_s . Der Lage des Minimums entnimmt man den gemessenen Wert für α_s bei $\langle Q^2 \rangle = 823$ GeV². Für die mit ARIADNE entfalteten Daten erhält man $\alpha_s(\langle Q^2 \rangle) = 0.143$ und für die mit LEPTO entfalteten Daten ergibt sich $\alpha_s(\langle Q^2 \rangle) = 0.140$.

Üblicherweise wird α_s bei der Z^0 -Masse⁷ als Skala angegeben. Die Umrechnung mit Hilfe der Formel 2.21 ergibt schließlich:

$$\begin{aligned} \alpha_s(M_{Z^0}) &= 0.118 \pm 0.002(stat.) \quad \Leftrightarrow \quad \Lambda_4 = 320_{-32}^{+34} \text{ MeV} \quad (\text{ARIADNE}) \\ \alpha_s(M_{Z^0}) &= 0.116 \pm 0.002(stat.) \quad \Leftrightarrow \quad \Lambda_4 = 304_{-42}^{+21} \text{ MeV} \quad (\text{LEPTO}). \end{aligned}$$

Der angegebene Fehler enthält die statistischen Fehler des Datensatzes und der Monte-Carlo-Simulation.

3.2 Systematische Fehler

Die systematischen Fehler bei der Bestimmung von α_s lassen sich nicht konsequent in solche theoretischen und experimentellen Ursprungs unterteilen. Eindeutige Beispiele für experimentelle Ursachen systematischer Fehler sind die Wahl der Schnitte auf Detektorgrößen wie die Cluster und die Unsicherheit in der absoluten hadronischen Energiekalibration des Flüssig-Argon-Kalorimeters. Eine rein theoretische Unbestimmtheit, die zu systematischen Verschiebungen des Meßwertes für α_s führen kann, besteht in der Freiheit der Wahl der Renormierungs- und Faktorisierungsskala. Weitere, weniger eindeutig klassifizierbare Unsicherheiten der Analyse sind die Wahl der partonischen Dichtefunktion in den störungstheoretischen Rechnungen mit MEPJET, die Definition des verwendeten Jetalgorithmus, sowie die Begrenzung des Jet-Phasenraumes durch den Schnitt in y_2 und des kinematischen Bereiches.

Zur Quantifizierung ihres Einflusses auf das Meßergebnis, werden die Schnitte um ihre nominellen Werte variiert, alternative partonische Dichtefunktionen in der störungstheoretischen Rechnungen mit MEPJET und Varianten des JADE-Algorithmus zur Jetrekonstruktion eingesetzt. Die Abhängigkeit des Meßergebnisses von der Wahl der Renormierungs- und Faktorisierungsskala wird durch die Variation

⁷ $M_{Z^0} = 91,187$ GeV/ c^2 [35]

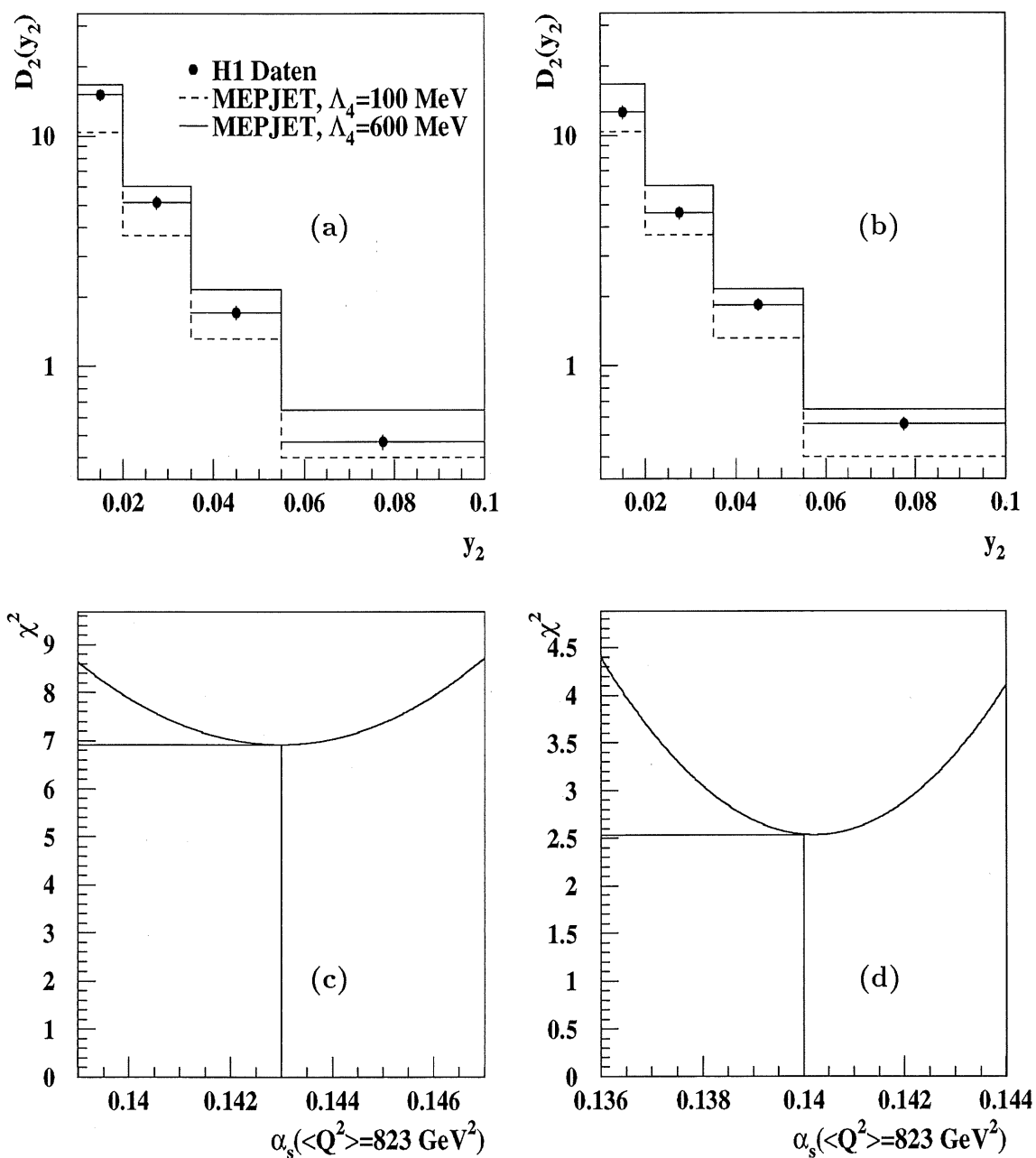


Abbildung 3.4: Oben: Die mit ARIADNE (a) und LEPTO (b) auf Partonniveau entfaltenen Daten (\bullet) zusammen mit den NLO-Vorhersagen von MEPJET für $\Lambda_4 = 100 \text{ MeV}$ (—) und 600 MeV (- - -). Unten: $\alpha_s(\langle Q^2 \rangle)$ als Funktion von χ^2 bei der Anpassung an die mit ARIADNE (c) und LEPTO (d) entfaltenen Daten.

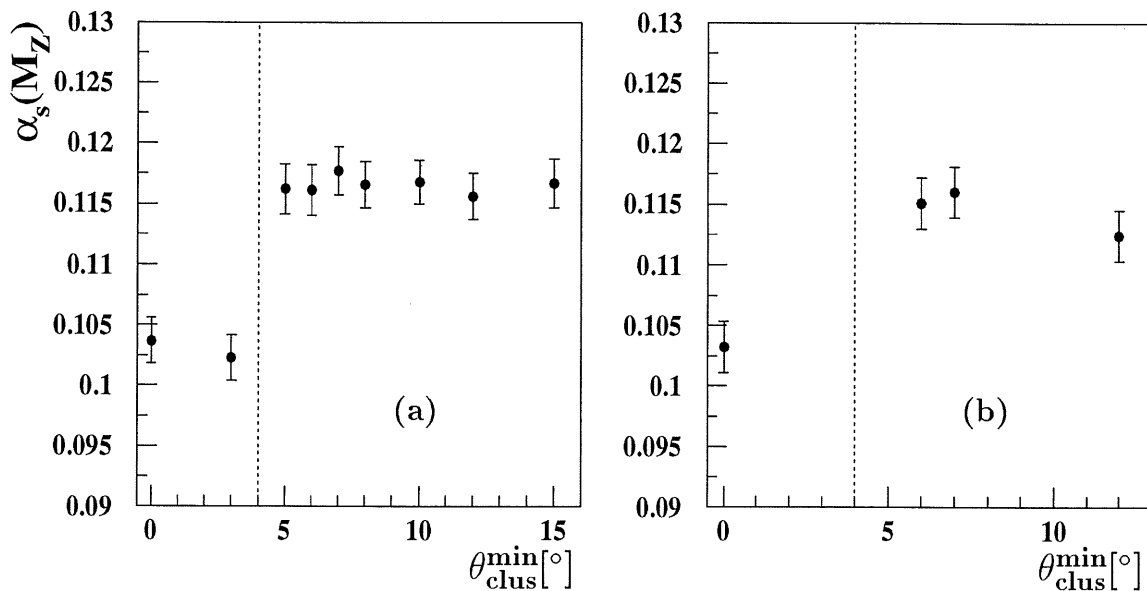


Abbildung 3.5: Der Meßwert von $\alpha_s(M_{Z^0})$ als Funktion des Schnittes auf den Polarwinkel der Cluster für die mit ARIADNE (a) und LEPTO (b) entfaltenen Daten. Die Polarwinkel der Jets unterliegen dem Schnitt $\theta_{jet} > 10^\circ$. Die punktierte Linie markiert die geometrische Akzeptanz des Flüssig-Argon-Kalorimeters. Mit angegeben ist der statistische Fehler der Messung.

eines Skalierungsfaktors $\mu = c_s \cdot Q$ untersucht. Dabei sollen zunächst die Wirkung der einzelnen Veränderungen dokumentiert und die maximalen positiven und negativen Abweichungen vom oben angegebenen Meßwert für α_s –im folgenden *Zentralwert* genannt– ermittelt werden. Abschließend werden die Einzelbeiträge zu einem gesamten systematischen Fehler kombiniert. Da die Analyse LEPTO nur zur Untersuchung der Modellabhängigkeit des Meßergebnisses verwendet, wurden einige Studien nur an den mit ARIADNE entfaltenen Daten vorgenommen.

Variation der Winkelschnitte

Der Schnitt auf die Polarwinkel der Cluster $\theta_{clus} > 7^\circ$ trägt im wesentlichen der begrenzten geometrischen Akzeptanz des Kalorimeters in Vorwärtsrichtung und der für beide Monte-Carlo-Modelle gleichermaßen unzureichenden Beschreibung der Detektorgrößen in diesem Bereich Rechnung. Da wegen der Verlagerung des Reaktionsschwerpunktes in Protonrichtung viele Jets im Vorwärtsbereich des Kalorimeters nachgewiesen werden, sollte sich eine Variation dieses Schnittes im Meßwert für α_s bemerkbar machen. Läßt man die übrigen Schnitte unverändert und variiert den Schnitt zwischen 0° und 15° (der Schnitt auf die Partonen der Monte-Carlo-Simulation und der Störungsrechnung wurden entsprechend gesetzt), so zeigt sich das in Abbildung 3.5 dargestellte Verhalten. Aufgetragen ist für die mit ARIADNE (a) und LEPTO (b) entfaltenen Daten der Meßwert $\alpha_s(M_{Z^0})$ in Abhängigkeit von der Platzierung des Schnittes.

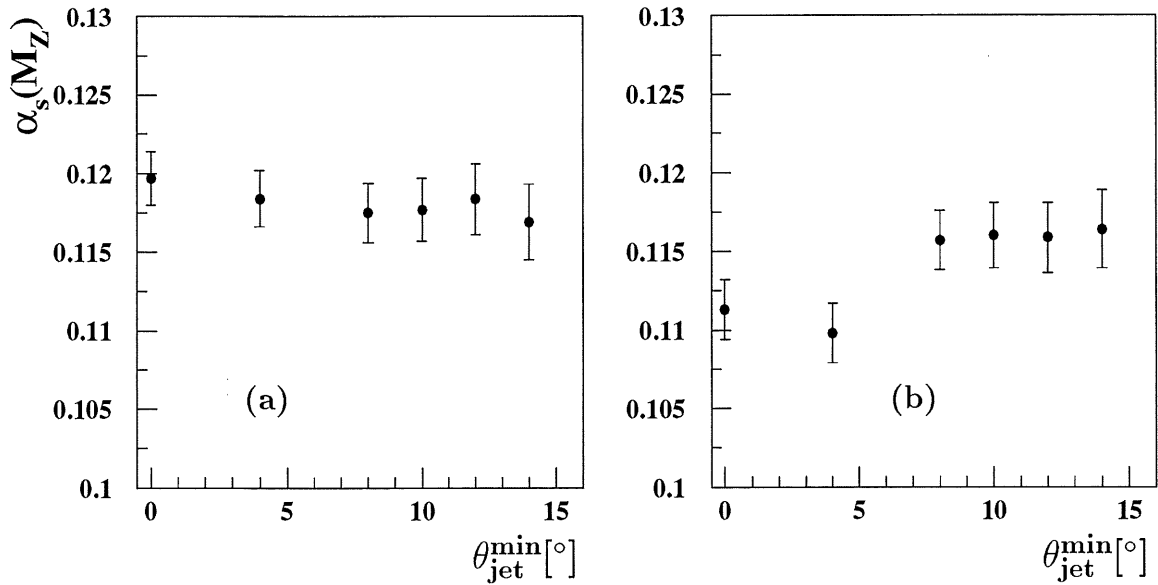


Abbildung 3.6: Der Meßwert von $\alpha_s(M_{Z^0})$ als Funktion des Schnittes auf den Polarwinkel der Jets für die mit ARIADNE (a) und LEPTO (b) entfalteteten Daten. Die Cluster unterlagen dem Schnitt $\theta_{clus} > 7^\circ$. Mit angegeben ist der statistische Fehler der Messung.

Man erkennt in beiden Fällen deutlich die Erfordernis eines Schnittes oberhalb der geometrischen Akzeptanz des Kalorimeters. Im Bereich von 5° bis 15° zeigt sich für die mit ARIADNE entfalteteten Daten praktisch keine Abhängigkeit von der Platzierung des Schnittes. Die α_s -Werte liegen alle leicht unterhalb des Zentralwertes. Die maximale Abweichung beträgt $-0,003$ für $\theta_{clus} > 12^\circ$ (die Abweichungen bei $\theta_{clus} > 0^\circ$ und 3° werden nicht berücksichtigt). Bei den mit LEPTO entfalteteten Daten zeigt sich ein weniger stabiles Verhalten für den Bereich zwischen 5° und 15° . Es ist ein leichter Trend in Richtung kleinerer α_s -Werte bei einer Anhebung des Schnittes zu beobachten. Die maximale Abweichung beträgt $-0,004$ für $\theta_{clus} > 12^\circ$.

Die niedrigen α_s -Werte für Schnitte unterhalb der geometrischen Akzeptanz des Detektors erklären sich aus der Beibehaltung des Schnittes auf die Polarwinkel der Jets von $\theta_{jet} > 10^\circ$, der zur Verbesserung der Beschreibung der Daten durch LEPTO eingeführt wurde. Wiederholt man die Variation des Clusterschnittes ohne diesen Schnitt, so zeigt sich, daß nur für die mit ARIADNE entfalteteten Daten oberhalb von 4° ein stabiles Verhalten erreicht werden kann⁸.

Dieser Sachverhalt wird auch anschaulich bei einer Variation des Jetschnittes und gleichzeitiger Beibehaltung des Clusterschnittes. Abbildung 3.6 stellt den Meßwert als Funktion einer Verschiebung des Jetschnittes zwischen 0° und 14° für die mit

⁸Die α_s -Werte unterhalb 4° sind in diesem Falle deutlich zu hoch.

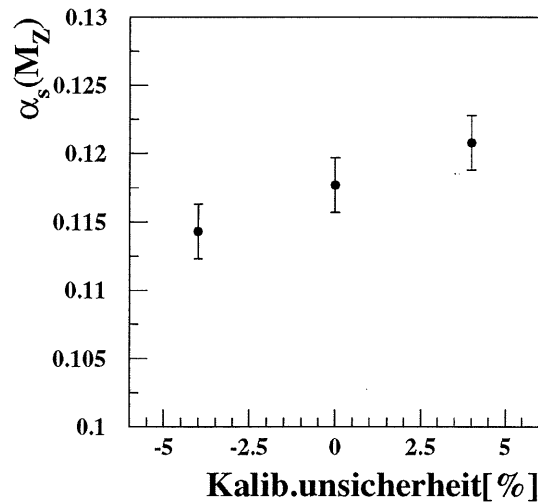


Abbildung 3.7: Der Meßwert von $\alpha_s(M_{Z^0})$ als Funktion der Unsicherheit in der hadronischen Energiekalibration des Flüssig-Argon-Kalorimeters. Mit angegeben ist der statistische Fehler der Messung.

ARIADNE (a) und LEPTO (b) entfalteten Daten dar. Der unzureichenden Beschreibung durch LEPTO im Vorwärtsbereich korrespondiert ein instabiles Verhalten und deutlich unterschätzte α_s -Werte für Schnitte unterhalb von etwa 8° . Für die mit ARIADNE entfalteten Daten zeigt sich dagegen kaum eine Abhängigkeit von der Platzierung des Schnittes. Dem entspricht die gute Beschreibung der Daten durch ARIADNE auch ohne diesen Schnitt. Die maximalen Abweichungen betragen $^{+0,002}_{-0,001}$ für die mit ARIADNE und $-0,006$ für die mit LEPTO entfalteten Daten.

Hadronische Energiekalibration

Um den Einfluß der Unsicherheit in der absoluten hadronischen Energiekalibration des Flüssig-Argon-Kalorimeters von $\pm 4\%$ auf den Meßwert für α_s abzuschätzen, wurden die Kalibrationsfaktoren der Monte-Carlo-Simulation entsprechend variiert, während die Kalibrationsfaktoren der Meßdaten unverändert blieben. Dieses Verfahren wurde der Ungewichtung der gemessenen Energien vorgezogen, um den statistischen Fehler möglichst klein zu halten⁹. Die Untersuchungen wurden hier nur mit ARIADNE durchgeführt. Abbildung 3.7 zeigt das Meßergebnis für α_s als Funktion der Kalibrationsunsicherheit des Flüssig-Argon-Kalorimeters. Man liest daraus maximale Abweichungen von $^{+0,003}_{-0,004}$ ab.

⁹Die Monte-Carlo-Simulation umfaßt etwa dreimal so viele Ereignisse wie der Datensatz.

Jet-Phasenraum

Der zugängliche Phasenraum für 2-Jet-Ereignisse wird durch den verwendeten Jetalgorithmus und nachträgliche Schnitte auf die gefundenen Jets definiert. Bei Verwendung des JADE-Algorithmus bestimmt die Größe des Auflösungsparameters y_{cut} bzw. die untere Grenze für y_2 den Bereich des Phasenraumes in dem der Algorithmus 2-Jet-Ereignisse klassifiziert. Dabei sinkt die Population des 2-Jet-Phasenraumes mit wachsendem y_2 . Um die Sensitivität des Meßergebnisses auf den ausgewählten Phasenraumbereich zu überprüfen, wurde der Schnitt in y_2 von 0,01 auf 0,02 angehoben. Dies entspricht einer Verringerung der ausgewählten 2-Jet-Ereignisse um etwa 40%. Mit diesem Schnitt erhält man für die mit ARIADNE entfalteten Daten den Wert $\alpha_s = 0,115 \pm 0,003(stat.)$. Dies bedeutet eine Abweichung vom Zentralwert um $-0,003$. Für die mit LEPTO entfalteten Daten wurde $\alpha_s = 0,117 \pm 0,003(stat.)$ bestimmt, also eine Abweichung von $+0,001$ im Vergleich zum Zentralwert ermittelt.

Transformiert man die beiden Jets eines 2-Jet-Ereignisses in das Photon-Parton Schwerpunktsystem (pcms), so sind sie bzgl. der Achse des einlaufenden Partons im Transversalimpuls balanciert¹⁰. Bezeichnen p_1 und p_2 die Viererimpulse der beiden Jets, so hängt die Lorentzinvariante Größe

$$z_p \equiv \min_{i=1,2} \left(\frac{Pp_i}{Pq} \right) = \min_{i=1,2} \left(\frac{1}{2} (1 - \cos \theta_i^*) \right) \quad (3.4)$$

in diesem System nur von dem Winkel θ_i^* der Jets bezüglich der Richtung des einlaufenden Partons ab. Die Bestimmung des Minimums in Gleichung 3.4 definiert den Polarwinkel der gemeinsamen Jetachse über den Polarwinkel des Vorwärtsjets in diesem System. Unter Vernachlässigung der Jetmassen kann man z_p durch die Energie E_i und den Polarwinkel θ_i der Jets im Laborsystem ausdrücken

$$z_p = \frac{\min_{i=1,2} (E_i(1 - \cos \theta_i))}{\sum_{i=1,2} E_i(1 - \cos \theta_i)}. \quad (3.5)$$

Der Wertebereich von z_p liegt zwischen null und 0,5. Abbildung 3.2 dokumentiert ein Maximum bei kleinen z_p -Werten. Dies bedeutet, daß auch im Photon-Parton-Schwerpunktsystem ein Jet weit in Vorwärtsrichtung weist. Die Festlegung einer unteren Grenze in dieser Größe wirkt also wie ein simultaner Winkelschnitt auf die beiden Jets und schränkt so den zugänglichen 2-Jet-Phasenraumbereich ähnlich wie eine Anhebung des Schnittes in y_2 erheblich ein. An der Definition gemäß Gleichung 3.5 wird deutlich, daß Schnitte auf z_p und den Polarwinkel der Jets in einem gewissen Maße korreliert sind. Da dieser jedoch zugleich ein Studium von Detektoreffekten ermöglicht, wurde er in die Diskussion des vorigen Absatzes einbezogen.

Zur Untersuchung des Effektes eines Schnittes in z_p auf das Meßergebnis wurde verlangt, daß der Wert für das z_p der beiden Jets oberhalb von jeweils 0,05, 0,01 und 0,15 lag. Das Ergebnis der Untersuchungen ist in Abbildung 3.8 dargestellt.

¹⁰Dies gilt jedoch nur exakt, wenn der Protonrest bei der Bildung der Jets mit dem JADE-Algorithmus keinen Transversalimpuls aufammelt.

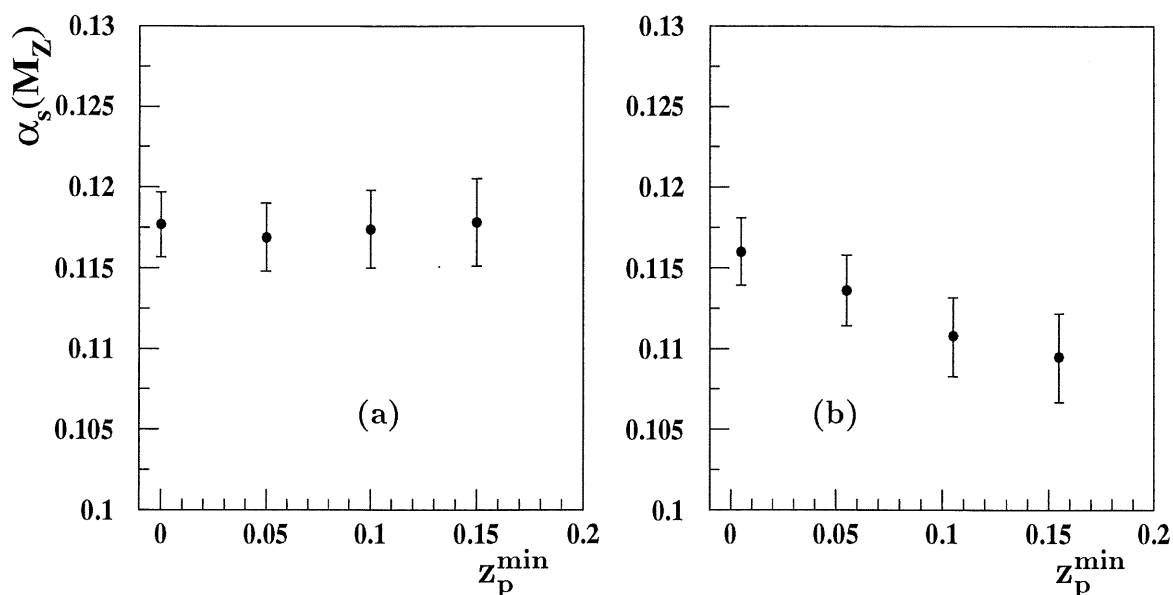


Abbildung 3.8: Der Meßwert von $\alpha_s(M_{Z_0})$ als Funktion eines Schnittes in der Größe z_p für die mit ARIADNE (a) und LEPTO (b) entfalteten Daten. Die übrigen Schnitte blieben unverändert. Mit angegeben ist der statistische Fehler der Messung.

Weisen die mit ARIADNE entfalteten Daten erneut kaum eine Abhängigkeit vom Wert der unteren Grenze für z_p auf, so erkennt man für die mit LEPTO entfalteten Daten einen deutlichen Trend hin zu kleineren α_s -Werten bei einer Verschiebung des Schnittes zu größeren Werten. Für die ARIADNE-Meßpunkte beträgt die maximale Abweichung $-0,001$, während die LEPTO-Meßpunkte sich maximal um $-0,006$ vom Zentralwert unterscheiden.

Die Grenzen des kinematischen Bereiches

Die Abhängigkeit des Meßergebnisses von dem zur Datenselektion gewählten kinematischen Bereich $200 < Q^2 < 10000 \text{ GeV}^2$ wurde durch die Variation der unteren Grenze untersucht. Im oberen Q^2 -Bereich gibt es sehr viel weniger Ereignisse, so daß die Messung insensitiv auf eine Verschiebung dieser Grenze sein sollte. Bei der Wahl $Q^2 > 100 \text{ GeV}^2$ vergrößert sich hingegen der Umfang des Jet-Datensatzes um 27% auf 3047 Ereignisse. Dies könnte sich im Meßwert für α_s niederschlagen. Für die mit ARIADNE entfalteten Daten ergab sich mit diesem Schnitt $\alpha_s(M_{Z_0}) = 0.120 \pm 0.002(\text{stat.})$. Mit dem Schnitt $Q^2 > 250 \text{ GeV}^2$ hingegen verringert sich der Umfang des Jet-Datensatzes um 20% auf 1773 Ereignisse. Dies führt zu $\alpha_s(M_{Z_0}) = 0.119 \pm 0.002(\text{stat.})$. Die maximale Abweichung beträgt damit $+0,002$.

Renormierungs- und Faktorisierungsskala

Auf theoretischer Seite ist die Unbestimmtheit der Renormierungs- und Faktorisierungsskala zwangsläufig eine Quelle systematischer Verschiebungen des Ergebnisses. Um den Einfluß der Skalenabhängigkeit des Ergebnisses der α_s -Messung zu untersuchen, wurde die in den störungstheoretischen Rechnungen mit MEPJET gewählte Skala Q mit einem Skalierungsfaktor c_s versehen. Dabei wurde die Abhängigkeit des Ergebnisses von der Renormierungs- und Faktorisierungsskala getrennt untersucht. Zunächst wurde die Renormierungsskala μ_r zwischen $0,5 \cdot Q$ und $2 \cdot Q$ variiert, während die Faktorisierungsskala μ_f auf Q belassen wurde. Die α_s -Werte, die zur Bestimmung der Koeffizienten A_i und B_i vorgegeben werden müssen, wurden entsprechend bei $\mu_r = 0,5\sqrt{\langle Q^2 \rangle}$ und $2\sqrt{\langle Q^2 \rangle}$ berechnet. Tabelle 3.2 führt die Werte der Koeffizienten für jeden der vier Bins des Meßbereiches auf. Man beobachtet erwartungsgemäß, daß die LO-Koeffizienten A_i der Störungsreihe nicht von der Renormierungsskala abhängen, während die NLO-Koeffizienten B_i mit wachsendem Skalierungsfaktor c_s deutlich ansteigen.

μ_r	$0,5 \cdot Q$	Q	$2 \cdot Q$
A_1	$61,3 \pm 4,3$	$61,6 \pm 4,1$	$58,6 \pm 3,9$
B_1	$175,4 \pm 29,0$	$245,6 \pm 31,0$	$337,7 \pm 33,5$
A_2	$21,9 \pm 1,7$	$20,4 \pm 1,7$	$21,4 \pm 1,6$
B_2	$69,8 \pm 11,6$	$100,3 \pm 12,7$	$114,9 \pm 13,4$
A_3	$8,1 \pm 0,8$	$7,2 \pm 0,8$	$7,3 \pm 0,7$
B_3	$21,1 \pm 5,4$	$35,7 \pm 5,8$	$44,2 \pm 6,4$
A_4	$2,3 \pm$	$2,5 \pm 0,3$	$2,4 \pm 0,3$
B_4	$6,9 \pm 0,3$	$8,9 \pm 2,2$	$11,2 \pm 2,5$

Tabelle 3.2: Abhängigkeit der Koeffizienten A_i und B_i der Störungsreihe Gleichung 3.2 von der Renormierungsskala.

Die funktionale Abhängigkeit der NLO-Koeffizienten von der Renormierungsskala, sollte zu einer Reduzierung der Skalenabhängigkeit der Wirkungsquerschnitte in NLO im Vergleich zu LO-Rechnungen führen (s. Kapitel 2, Abschnitt 2.8). Tabelle 3.3 dokumentiert die Abhängigkeit der differentiellen y_2 -Verteilung $d\sigma_{2+1}/dy_2$ von der Variation der Renormierungsskala in LO und NLO. Die Werte wurden mit MEPJET für $\Lambda_4 = 100$ MeV berechnet. Δ bezeichnet die prozentuale Änderung der Verteilung bei Variation der Renormierungsskala von $\mu_r = 0,5 \cdot Q$ auf $2 \cdot Q$. Die statistischen Fehler der NLO-Rechnung liegen bei maximal 2%.

Man erkennt einen deutlichen Einfluß der NLO-Korrektur auf die Abhängigkeit der y_2 -Verteilung von der Variation der Renormierungsskala. Je nach dem betrachteten Bin sind die Veränderungen in der Verteilung beim Übergang von $\mu_r = 0,5 \cdot Q$ zu $\mu_r = 2 \cdot Q$ für die LO-Rechnung um einen Faktor 2 bis 3 größer. Dies begründet die Forderung, daß die Bestimmung von α_s durch den Vergleich mit einer NLO-Rechnung erfolgen sollte.

LO				
μ_r	$0,5 \cdot Q$	Q	$2 \cdot Q$	Δ
Bin 1 [pb]	$147,43 \pm 0,21$	$138,16 \pm 0,78$	$127,10 \pm 0,18$	16%
Bin 2 [pb]	$75,93 \pm 0,11$	$68,85 \pm 0,39$	$62,80 \pm 0,09$	21%
Bin 3 [pb]	$37,81 \pm 0,06$	$33,69 \pm 0,24$	$29,87 \pm 0,05$	27%
Bin 4 [pb]	$26,15 \pm 0,05$	$22,68 \pm 0,18$	$19,59 \pm 0,03$	33%
NLO				
Bin 1 [pb]	$170,41 \pm 1,85$	$165,21 \pm 1,44$	$157,31 \pm 1,15$	8%
Bin 2 [pb]	$93,98 \pm 1,13$	$88,08 \pm 0,88$	$83,88 \pm 0,71$	12%
Bin 3 [pb]	$43,77 \pm 0,70$	$41,74 \pm 0,54$	$40,00 \pm 0,44$	9%
Bin 4 [pb]	$29,42 \pm 0,60$	$28,78 \pm 0,45$	$26,81 \pm 0,38$	10%

Tabelle 3.3: Änderung der differentiellen Jetrate $d\sigma_{2+1}/dy_2$ mit der Variation der Renormierungsskala μ_r . Die Verteilungen wurden mit MEPJET für $\Lambda_4 = 100$ MeV berechnet.

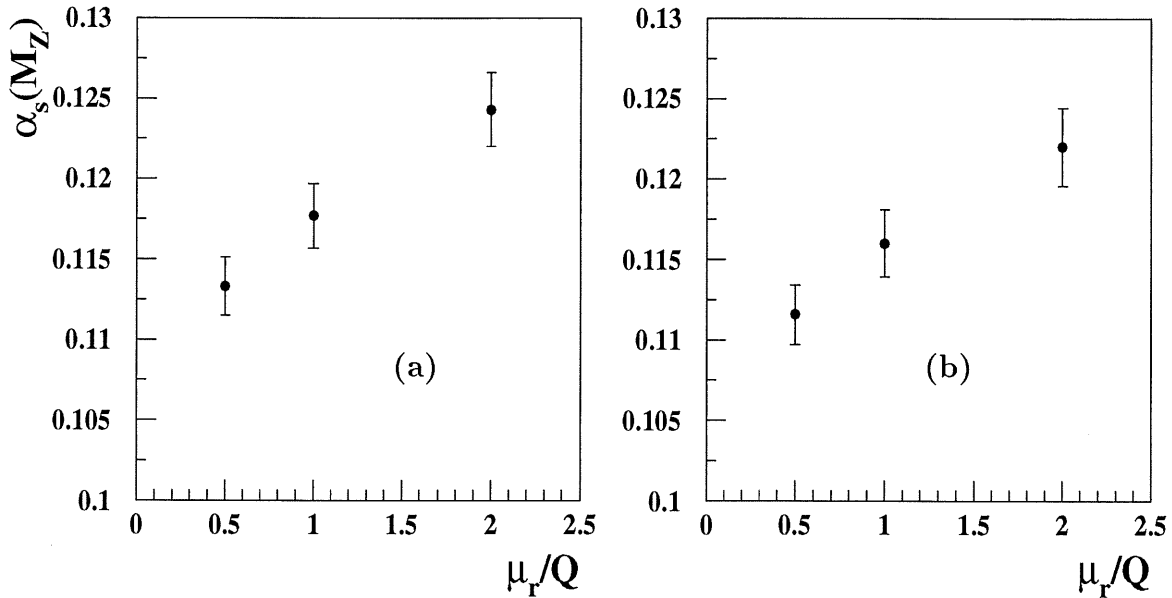


Abbildung 3.9: Der Meßwert von $\alpha_s(M_{Z^0})$ in Abhängigkeit von der Variation der Renormierungsskala für die mit ARIADNE (a) und LEPTO (b) entfaltenen Daten.

Abbildung 3.9 zeigt das Verhalten des Meßwertes für α_s in Abhängigkeit von der Variation der Renormierungsskala. Die Abweichungen des Ergebnisses bezogen auf den Zentralwert sind erheblich. Dabei wird keine signifikante Abhängigkeit der Schwankungen von dem zur Entfaltung der Daten verwendeten Monte-Carlo-Generator beobachtet. Für die mit ARIADNE entfaltenen Daten betragen die Abweichungen vom Zentralwert $-0,005$ für $\mu_r = 0,5 \cdot Q$ und $+0,006$ für $\mu_r = 2 \cdot Q$. Bei den mit LEPTO

entfalteten Daten ergeben sich Abweichungen von entsprechend $-0,004$ und $+0,006$. Wegen der zentralen theoretischen Bedeutung dieses systematischen Fehlers wird er bei der abschließenden Bestimmung des gesamten systematischen Fehlers gesondert angegeben werden.

Die Untersuchungen zur Abhängigkeit des Meßergebnisses von der Wahl der Faktorisierungsskala μ_f erfolgten in analoger Weise. μ_f wurde von $0,5 \cdot Q$ bis $2 \cdot Q$ variiert, wobei die Renormierungsskala jeweils auf $\mu_r = Q$ belassen wurde. Entsprechend wurden die Vorgabewerte für α_s zur Bestimmung der Koeffizienten A_i und B_i der Störungsreihe bei der Skala $\mu_r = \sqrt{\langle Q^2 \rangle}$ berechnet. Da die Abhängigkeit der Koeffizienten von μ_f bereits in LO auftritt, sollte daß Ergebnis der Messung unabhängiger von einer Variation der Faktorisierungsskala sein. Abbildung 3.10 dokumentiert die Bestätigung dieser Erwartung. Die Abweichungen gegenüber dem Zentralwert sind in der Tat gering und modellunabhängig. Sie betragen $+0,001$ für $\mu_f = 0,5 \cdot Q$ und $-0,001$ für $\mu_f = 2 \cdot Q$.

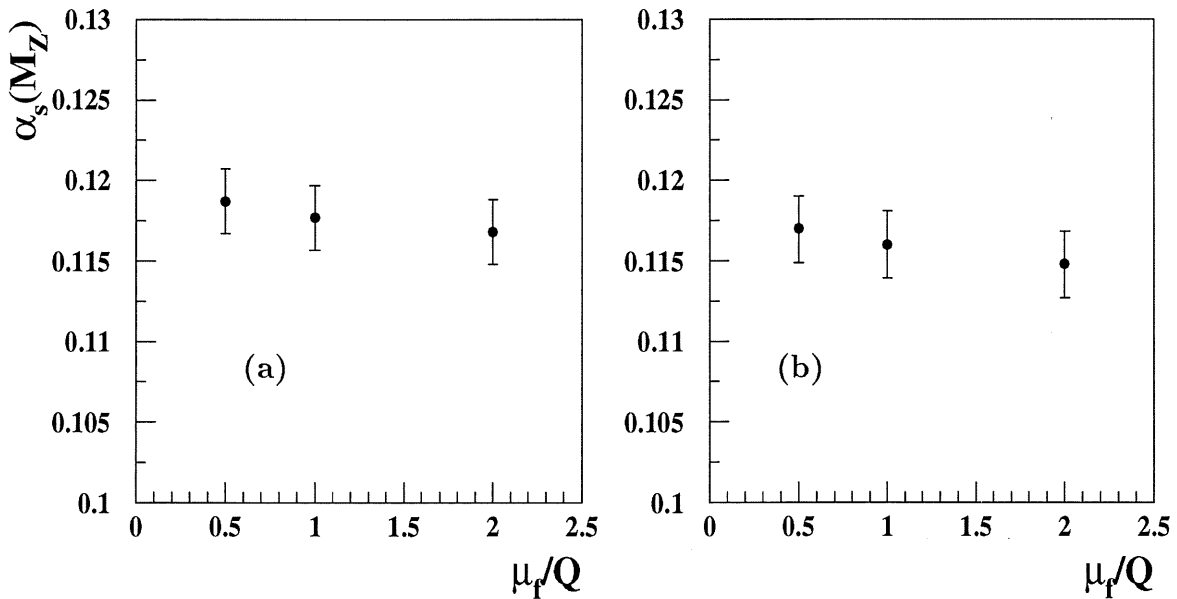


Abbildung 3.10: Der Meßwert von $\alpha_s(M_{Z^0})$ in Abhängigkeit von der Variation der Faktorisierungsskala für die mit ARIADNE (a) und LEPTO (b) entfaltenen Daten.

Variation des Jetalgorithmus

Zur Untersuchung der Abhängigkeit des Ergebnisses von der Definition des verwendeten JADE-Algorithmus wurden drei weitere Algorithmen zur Bestimmung von α_s verwendet. Sie unterscheiden sich in der Definition des skalierten Abstandes d_{ij} und des Schemas zur Rekombination zweier Teilchen. Es handelt sich um die E_0 -, E - und P -Varianten des JADE-Algorithmus [36]. Tabelle 3.4 stellt die Definition der vier Algorithmen vergleichend zusammen. Wie man sich anhand der Definition des E_0 - und

Algorithmus	Abstand	Rekombinationsschema
<i>JADE</i>	$2E_i E_j (1 - \cos \theta_{ij})$	$p_k = p_i + p_j$
E_0	$(p_i + p_j)^2$	$E_k = E_i + E_j$ $\vec{p}_k = \frac{E_k}{ \vec{p}_i + \vec{p}_j } (\vec{p}_i + \vec{p}_j)$
E	$(p_i + p_j)^2$	$p_k = p_i + p_j$
P	$(p_i + p_j)^2$	$\vec{p}_k = \vec{p}_i + \vec{p}_j$ $E_k = \vec{p}_k $

Tabelle 3.4: Varianten des JADE-Algorithmus. Der Viererimpuls eines Teilchens (Jets) ist mit p , die Energie mit E und der Impuls mit \vec{p} bezeichnet.

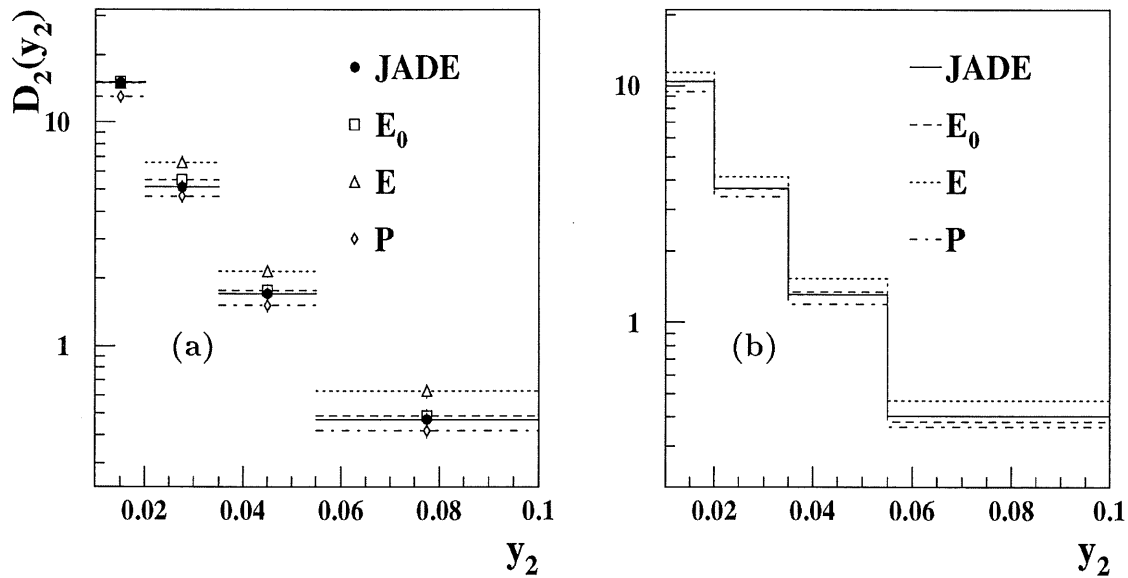


Abbildung 3.11: Einfluß des Rekombinationsschemas und der Abstandsdefinition des Jetalgorithmus auf die y_2 -Verteilung für die mit ARIADNE entfalteten Daten (a) und die NLO-Vorhersagen von MEPJET für $\Lambda_4 = 100$ MeV (b). Erläuterungen zu den verwendeten JADE-Varianten E_0 , E und P finden sich in Tabelle 3.4.

des JADE-Rekombinationsschemas überlegt, sind beide Algorithmen für störungstheoretische Rechnungen in NLO identisch, da hier wegen der maximal drei vorhandenen Partonen nur eine Rekombination erforderlich ist. Unterschiede im Meßwert für α_s bei der Verwendung dieser Algorithmen können daher als ein Maß für den Einfluß von Rekombinationseffekten in höheren Ordnungen, bei denen sich beide Algorithmen unterscheiden, angesehen werden. Abbildung 3.11 dokumentiert, daß die Definition des Rekombinationsschemas und des Abstandes einen merklichen Einfluß auf die y_2 -Verteilung hat. Gezeigt sind die mit ARIADNE entfalteten y_2 -Verteilungen der vier Algorithmen (a) und die entsprechenden NLO-Verteilungen von MEPJET für $\Lambda_4 = 100$ MeV (b). Das Ergebnis der Bestimmung von α_s mit diesen alternati-

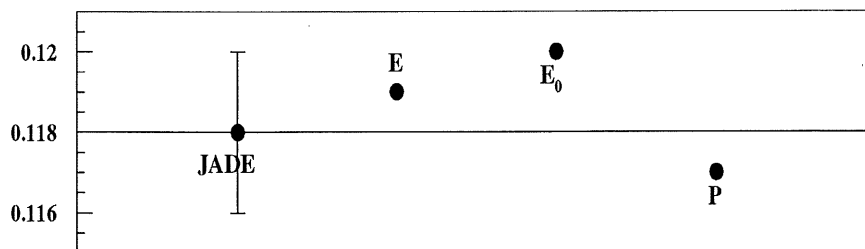


Abbildung 3.12: Abhängigkeit des Meßwertes für $\alpha_s(M_{Z^0})$ von der Wahl des Jetalgorithmus. Der angegebene Fehler beim (JADE-) Zentralwert ist rein statistisch.

von Cluster-Algorithmen ist für die mit ARIADNE entfaltenen Daten in Abbildung 3.12 dargestellt. Die Werte liegen alle innerhalb des statistischen Fehlers der Messung ($\alpha_s^{E_0}(M_{Z^0}) = 0,120 \pm 0,002$, $\alpha_s^E(M_{Z^0}) = 0,119 \pm 0,002$, $\alpha_s^P(M_{Z^0}) = 0,117 \pm 0,002$). Die maximale Abweichung beträgt $+0,002$.

Partonische Dichtefunktionen in MEPJET

Eine weitere Unsicherheit besteht in der Wahl der theoretisch nicht berechenbaren partonischen Dichtefunktionen. Sie werden aus der Anpassung an experimentell ermittelte Daten bestimmt. Dabei wird zunächst eine Parametrisierung gewählt, die die Abhängigkeit der partonischen Dichtefunktionen von der SkalenvARIABLEN x bei einer festen Skala Q_0^2 beschreiben soll. Die funktionale Entwicklung in Q^2 wird durch theoretische Modelle, wie die DGLAP¹¹-Integrodifferentialgleichungen [28] oder den BFKL¹²-Formalismus [37], vorgeschrieben. Die Parton-Dichten werden nun in Q^2 -Bereiche entwickelt, in denen Datenpunkte von Strukturformelmessungen liegen. Durch einen Vergleich zwischen den gemessenen und den aus den Parton-Dichten abgeleiteten Strukturformeln kann über ein geeignetes mathematisches Verfahren eine optimale Parametrisierung der partonischen Dichtefunktionen ermittelt werden. Da es keine strengen Vorgaben bei den Details der Struktur Parametrisierung gibt und auch die bei einem bestimmten Wert von Q_0^2 einzubeziehende Anzahl und Sorte von Partonen (d. s. Valenzquarks, Seequarks und Gluonen) nicht exakt festgelegt ist, sollten die Ergebnisse einer störungstheoretischen Rechnung von der Wahl der Parton-Dichten abhängen.

Bei den bisher durchgeführten störungstheoretischen Rechnungen mit MEPJET wurde der MRS H-Satz von Parton-Dichten verwendet [38]¹³. Daneben sollen nun die Parton-Dichten CTEQ 2pM und CTEQ 4M, sowie GRV HO(92) zur Bestimmung von α_s eingesetzt werden [39, 40, 41]. Bei allen wurde die DGLAP-Entwicklung zur Beschreibung der Q^2 -Abhängigkeit verwendet. Die Unterschiede liegen im wesentlichen in den gewählten Parametrisierungen und dem Startwert Q_0^2 . Bei den MRS und

¹¹Dokshitzer, Gribov, Lipatov, Altarelli, Parisi

¹²Balitsky, Fadin, Kuraev, Lipatov

¹³Diese Parton-Dichten werden auch in den Monte-Carlo-Generatoren LEPTO und ARIADNE zur Berechnung von Wirkungsquerschnitten zur Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$ gebraucht.

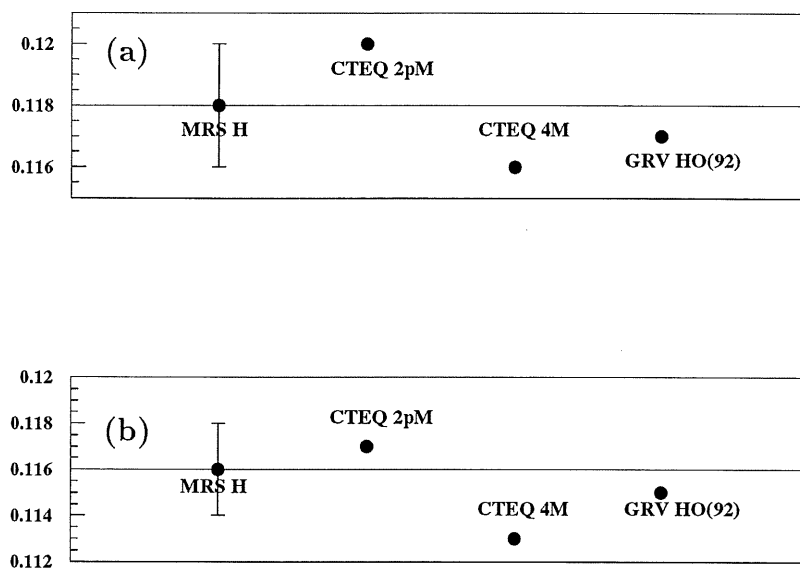


Abbildung 3.13: Abhängigkeit des Meßwertes für $\alpha_s(M_{Z_0})$ von der Wahl der partonischen Dichtefunktionen in MEPJET für die mit ARIADNE (a) und LEPTO (b) entfalteten Daten. Der angegebene Fehler des Zentralwertes (MRS H) ist rein statistisch.

CTEQ Parton-Dichten wurde bei $Q_0^2 = 4 \text{ GeV}^2$ gemessen und nicht verschwindende Seequark- und Gluon-Dichten bei diesem Wert angenommen. GRV HO(92) startete bei $Q_0^2 = 0,3 \text{ GeV}^2$ und nimmt in diesem Gebiet nur die Existenz von Valenzquarks an. Das Ergebnis der Messung von α_s in Abhängigkeit von der gewählten partonischen Dichtefunktion ist in Abbildung 3.13 für die mit ARIADNE (a) und LEPTO (b) entfalteten Daten dargestellt. Die maximalen Abweichungen betragen hier $^{+0,001}_{-0,003}$ und dort $\pm 0,002$.

Bei der Bestimmung der partonischen Dichtefunktionen muß ein Wert für α_s bzw. Λ_4 vorgegeben werden. Da bei den Rechnungen mit MEPJET zwei verschiedene Werte für Λ_4 verwendet werden, die sich von dem bei der Bestimmung der MRS H Parton-Dichte angenommenen (d. i. $\Lambda_4 = 230 \text{ MeV}$) unterscheiden, soll durch Verwendung eines Satzes von Parton-Dichten, die bei verschiedenen Λ_4 -Werten gemessen wurden, ermittelt werden inwieweit das Meßergebnis für α_s von dieser Inkonsistenz abhängt. In den Rechnungen mit MEPJET wurden dazu die Parton-Dichten MRS A'(150), MRS A'(344) und MRS A'(542) benutzt [42]. Die Zahlen in den Klammern geben die Werte Λ_4^{pdf} an, bei denen die Parton-Dichten bestimmt wurden. Sie unterscheiden sich von MRS H nur in dem zugrundeliegenden Datenmaterial und Details der Parametrisierung. Abbildung 3.14 zeigt das Ergebnis der α_s -Messung als Funktion von Λ_4^{pdf} für die mit ARIADNE (a) und LEPTO (b) entfalteten Daten.

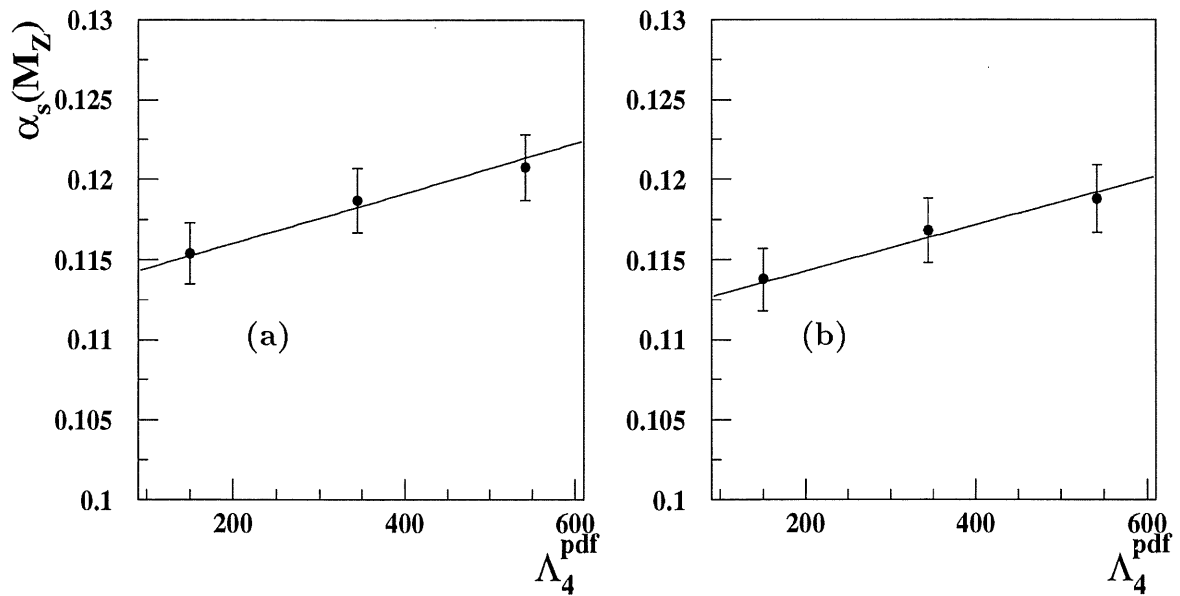


Abbildung 3.14: Abhängigkeit des Meßwertes für $\alpha_s(M_{Z^0})$ von Λ_4^{pdf} für die mit ARIADNE (a) und LEPTO (b) entfalteten Daten. Die in MEPJET verwendeten Parton-Dichten waren MRS $A'(\Lambda_4^{pdf})$. Die eingezeichneten Geraden sind das Ergebnis einer linearen Anpassung an die jeweiligen Meßpunkte. Der angegebene Fehler ist rein statistisch.

Man beobachtet eine in sehr guter Näherung lineare Abhängigkeit des Meßergebnisses für α_s von Λ_4^{pdf} , unabhängig vom zur Entfaltung der Daten verwendeten Monte-Carlo-Generator. Die miteingezeichneten Geraden stellen eine lineare Anpassung an die jeweiligen drei Meßpunkte dar. Nimmt man dasselbe lineare Verhalten für MRS H Parton-Dichten an, so kann man das Ergebnis der Anpassung zur Korrektur des Zentralwertes für α_s verwenden. Man erhält so $\alpha_s(M_{Z^0}) = 0.119$ für den ARIADNE-Meßwert und $\alpha_s(M_{Z^0}) = 0.117$ für den LEPTO-Meßwert.

Bestimmung des gesamten systematischen Fehlers

Bei der Bestimmung eines gesamten systematischen Fehlers ist zu berücksichtigen, daß einige der oben dokumentierten Veränderungen im Meßergebnis nicht unabhängig voneinander sind. Aus diesem Grunde werden korrelierte Quellen systematischer Verschiebungen des Meßergebnisses zu Klassen zusammengefaßt. Die Klassifizierung entspricht dabei weitgehend der thematischen Gliederung der oben geführten Diskussion. Abbildung 3.15 zeigt die Aufteilung in Klassen durch die horizontalen, punktierten Linien in den beiden Tabellen. Die Punkte bezeichnen die jeweils ermittelten Abweichungen vom Zentralwert, der durch eine durchgezogene, vertikale Linie markiert ist. Die Klasse „LEPTO/ARIADNE“ bringt einen weiteren systematischen Fehler in Form der Modellabhängigkeit des Meßergebnisses ein. Die maximalen positiven und negativen Abweichungen innerhalb einer Klasse defi-

nieren nun den systematischen Fehler dieser Klasse¹⁴. Unter der Annahme das die Fehler der einzelnen Klassen nun weitgehend unabhängig voneinander sind, kann ein gesamter systematischer Fehler aus der Summe der Quadrate der jeweils positiven und negativen Fehler der einzelnen Klassen gebildet werden. Auf diese Weise nicht miteinbezogen, sondern getrennt notiert, wird –wie bereits angesprochen– der systematische Fehler aus der Variation der Renormierungsskala (RS).

Für die mit ARIADNE entfalteteten Daten –in der Abbildung 3.15 die linke Tabelle– wird auf diese Weise ein systematischer Fehler von ${}_{-0,006}^{+0,005}$ berechnet. Abschließend ergibt sich so ein Meßwert für α_s unter Berücksichtigung aller (untersuchten) Fehlerquellen von

$$\alpha_s(M_{Z^0}) = 0,118 \pm 0,002(stat.){}_{-0,006}^{+0,005}(syst.){}_{-0,005}^{+0,006}(RS).$$

Um die wegen des weniger stabilen Verhaltens bei der Variation experimenteller Schnitte ohnehin nicht unproblematische Angabe eines systematischen Fehlers für die mit LEPTO entfalteteten Daten nicht zu unterschätzen, wird der Fehler aus der Unsicherheit in der hadronischen Energiekalibration mit den Werten aus der ARIADNE-Entfaltung abgeschätzt¹⁵. Dies wird bei den entsprechenden Eintragungen in der rechten Tabelle der Abbildung 3.15 durch die Verwendung von weißen Punkten angedeutet. Die weiteren nicht untersuchten systematischen Unsicherheiten bleiben bei der Angabe des gesamten systematischen Fehlers unberücksichtigt. Für die mit LEPTO entfalteteten Daten ergibt sich der gemessene Wert für α_s so zu

$$\alpha_s(M_{Z^0}) = 0,116 \pm 0,002(stat.){}_{-0,010}^{+0,004}(syst.){}_{-0,004}^{+0,006}(RS).$$

¹⁴Eine Ausnahme bilden die Untersuchungen mit dem MRS A'-Satz von Parton-Dichten, da hier der Fehler, der sich aus der linearen Anpassung ermitteln läßt, verwendet wird.

¹⁵Da hier ausschließlich Detektorgrößen manipuliert werden, sollte dieser Fehler in der Tat modellunabhängig sein.

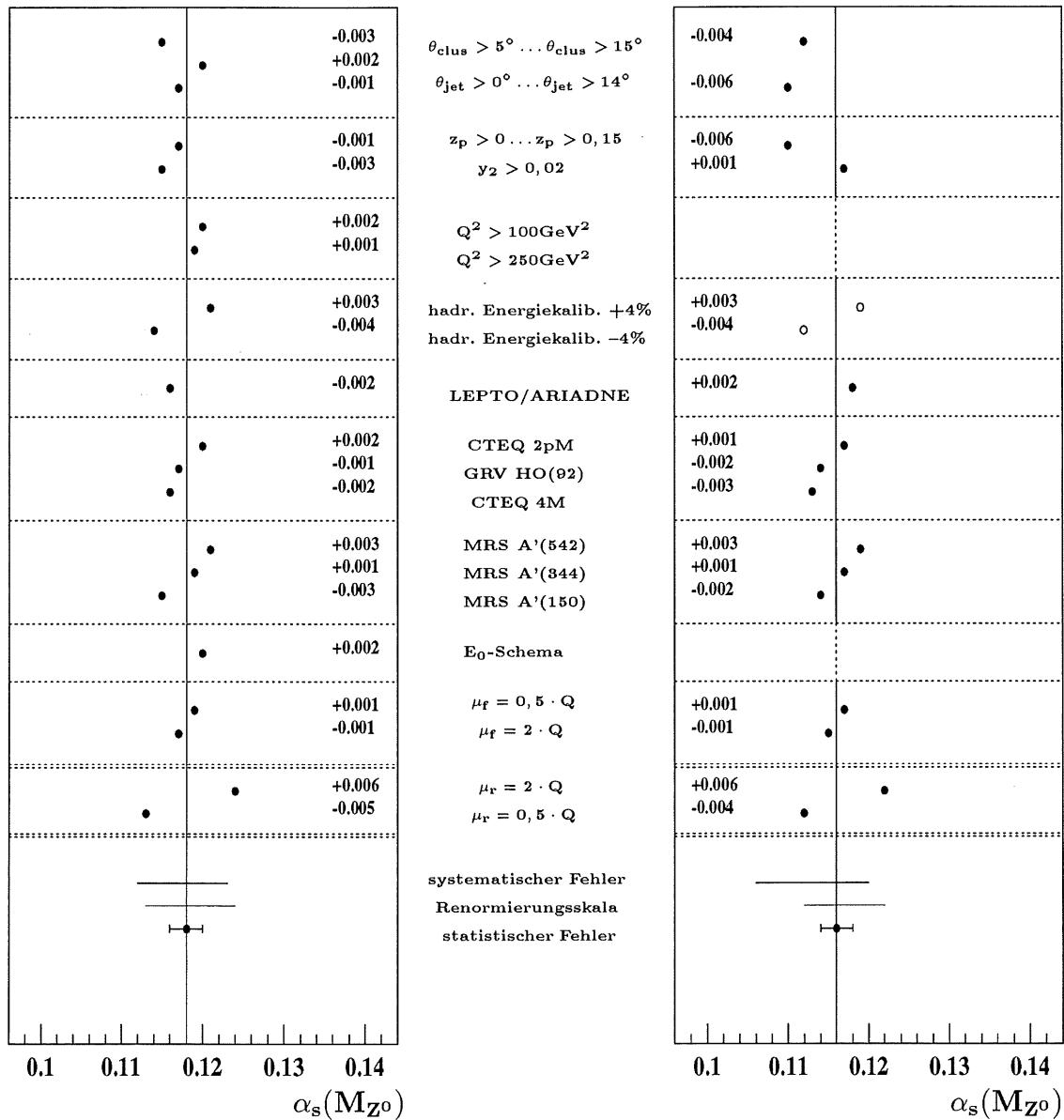


Abbildung 3.15: Tabelle der systematischen Unsicherheiten für die mit ARIADNE (links) und LEPTO (rechts) entfaltenen Daten. Die vertikale durchgezogene Linie liegt auf dem jeweiligen Zentralwert. Die Punkte geben die maximale Verschiebung im Meßwert für α_s bei Berücksichtigung der angeführten Unsicherheit an. Die Werte aus der Unsicherheit in der hadronischen Energiekalibration für die mit LEPTO entfaltenen Daten wurden nicht eigens bestimmt, sondern von ARIADNE übernommen. Die Abhängigkeit vom Rekombinationsschema und dem kinematischen Bereich wurden für LEPTO nicht untersucht. Nähere Erläuterungen finden sich im Text.

Kapitel 4

Die Auswahl der Daten

Den Studien mit dem Kegel-Algorithmus liegen die in den Jahren 1995 und 1996 gesammelten Daten zugrunde. Die mit dem H1 Detektor gemessene, integrierte Luminosität betrug über diesen Zeitraum rund 16 pb^{-1} . Da in den beiden Jahren keine wesentlichen Veränderungen am Detektor vorgenommen wurden, können die beide Datensätze ohne weiteres zusammengefaßt werden.

Für den Gegenstand dieser Untersuchung sollen aus der Vielzahl der verfügbaren Daten möglichst effizient tiefunelastische Streuereignisse bei Impulsüberträgen größer als 200 GeV^2 ausgewählt werden. Die Auswahl erfolgt dabei aus einem vorselektierten Datensatz, in dem nur solche Ereignisse enthalten sind, bei denen ein gestreutes Positron im Flüssig-Argon-Kalorimeter identifiziert werden konnte. Kriterien bei der Erstellung dieser Vorauswahl zur Identifizierung des gestreuten Positrons sind u. a. die Forderung, daß mindestens 80% der Gesamtenergie des als Positronkandidat gehandelten Clusters im elektromagnetischen Teil des Kalorimeters deponiert sind und sich ein Großteil der Gesamtenergie auf die vier Zellen mit der höchsten Energie verteilt. Der Positronkandidat ist dabei der Cluster mit der höchsten Transversalenergie. Zusätzlich wird verlangt, daß eine mit dem zentralen Spurkammersystem gemessene Spur innerhalb eines vorgegebenen geometrischen Bereiches auf den Clusterschwerpunkt des Positronkandidaten weist. Zur Bestimmung des Streuwinkels Θ_e eines so identifizierten Positrons werden schließlich neben der Ortsinformation des Kalorimeters und des gemessenen Ereignisvertex auch Spurinformatoren herangezogen. Für eine detaillierte Beschreibung des zugrundeliegenden Verfahrens zur Identifikation und kinematischen Rekonstruktion des gestreuten Positrons sei auf [43] verwiesen.

Aus diesem Datensatz werden nun zunächst diejenigen Ereignisse ausgewählt, die die kinematischen Schnitte

$$200 < Q_e^2 < 10\,000 \text{ GeV}^2$$

$$10^\circ < \Theta_e < 150^\circ$$

erfüllen. Der Schnitt auf den Polarwinkel Θ_e soll sicherstellen, daß der Schauer des gestreuten Positrons möglichst vollständig im Flüssig-Argon-Kalorimeter enthalten

ist. Der Index „e“ bei Q_e^2 verweist darauf, daß der Impulsübertrag, ebenso wie alle übrigen kinematischen Variablen, allein aus dem Polarwinkel Θ_e und der Energie E_e des gestreuten Positrons berechnet wurden (zur Elektron-Methode s. Kapitel 2, Abschnitt 2.2).

Zur Reduzierung des Untergrundes aus Photoproduktionsereignissen, Ereignissen bei denen das Positron vor oder nach der Wechselwirkung mit dem Proton ein energiereiches Photon abstrahlt, sowie Signalen aus Wechselwirkungen des Protonstrahles mit Restgasatomen oder den Wänden des Strahlrohres, wurden im weiteren nur solche Ereignisse akzeptiert, die die folgenden Schnitte passieren:

$y_e < 0,7$ Die Einführung einer oberen Grenze dient der Unterdrückung von Photoproduktionsuntergrund und schließt den Bereich aus, in welchem der Einfluß von QED Strahlungskorrekturen mit der Elektron-Methode am größten ist. Er entspricht der Einführung einer winkelabhängigen Mindestenergie des gestreuten Positrons.

$30 < \sum (E_i - p_{z,i}) < 80 \text{ GeV}$ Die Summe läuft über alle Cluster i im Flüssig-Argon-Kalorimeter¹ mit Energie E_i und Longitudinalimpuls $p_{z,i}$, einschließlich dem des gestreuten Positrons. Bei idealer Auflösung entspricht die Summe der zweifachen Energie des einlaufenden Positrons von 27,5 GeV. Entscheidend ist hierbei die Festlegung der unteren Grenze, durch die effektiv Ereignisse verworfen werden, bei denen Energie in Richtung des Positronenstrahles verlorengeht. Dies ist aber gerade bei Photoproduktionsereignissen der Fall, wo das unter sehr kleinen Winkeln gestreute Positron den Hauptteil des Detektors ungemessen durch das Strahlrohr verläßt. Diese Ereignisse können aber ohne diesen Schnitt die bisherigen Auswahlkriterien passiert haben. Durch den elektromagnetischen Zerfall eines Hadrons kann es zu einer Fehlidentifikation eines Clusters als vom gestreuten Positron induziert kommen. Außerdem werden Ereignisse ausgeschlossen, bei denen das Positron vor der Wechselwirkung mit dem Proton ein energiereiches Photon abstrahlt, das typischerweise nahezu kollinear mit dem Positron ist und so dem Detektor ebenfalls durch das Strahlrohr entweicht.

$-25 < z_{\text{Vertex}} < 35 \text{ cm}$ Während die Verteilung der z -Position des Ereignisvertex bei e^+p -Streuereignissen nahezu Gaussförmig mit einem Maximum in der Nähe des nominellen Wechselwirkungspunktes ist, verteilen sich Untergrundereignisse aus Wechselwirkungen des Protonstrahles mit Restgasatomen oder den Wänden des Strahlrohres gleichförmig über den gesamten z -Bereich des Detektors. Mit einem Schnitt auf die Position des Ereignisvertex kann ein Großteil dieses Untergrundes unterdrückt werden.

Da die Untersuchung der Jetstruktur im Breit-System erfolgen soll, müssen alle Meßgrößen in dieses System transformiert werden. Der zur Transformation benötig-

¹Hadronische Energiedepositionen im SPACAL wurden durch einen expliziten Schnitt auf die Polarwinkel der Cluster im Laborsystem von $\theta_{clus} < 145^\circ$ nicht berücksichtigt.

te Viererimpuls des ausgetauschten Photons unterliegt aber direkt der begrenzten Energie- und Winkelauflösung bei der kinematischen Rekonstruktion des gestreuten Positrons. Es zeigt sich, daß, um den hieraus resultierenden Fehler bei der Transformation hinreichend klein zu halten, der Bereich kleiner Werte der Inelastizität y_e ausgeschlossen werden sollte, da sich die Auflösung hier deutlich verschlechtert. Es wird daher zusätzlich der Schnitt $y_e > 0,1$ eingeführt. Tabelle 4.1 faßt noch einmal alle zur Datenauswahl angebrachten Schnitte zusammen.

$200 < Q_e^2 < 10000 \text{ GeV}^2$ $10^\circ < \Theta_e < 150^\circ$ $0,1 < y_e < 0,7$ $30 < E - P_z < 80 \text{ GeV}$ $-25 < z_{Vertex} < 35 \text{ cm}$
$N_{DIS} = 17\ 646$

Tabelle 4.1: *Schnitte zur Auswahl des Datensatzes für die Untersuchungen mit dem Kegel-Algorithmus. Die kinematischen Variablen wurden mit der Elektron-Methode bestimmt.*

Der Umfang des so definierten Datensatzes beträgt 17 646 tiefunelastische Streuergebnisse neutralen Stromes. Das mittlere Q^2 liegt bei 534 GeV^2 . Abbildung 4.1 zeigt die durch einzelne Punkte markierten Ereignisse in der kinematischen Ebene. Zur Orientierung sind Linien konstanter y_e -Werte eingezeichnet. Die vertikalen Linien definieren die zur Bestimmung der 2-Jetrate $R_2(Q^2)$ gewählte Aufteilung des Q^2 -Bereiches in drei Bins. Auf die Kriterien bei der Wahl der Bingenzen wird im nächsten Kapitel eingegangen.

In Abbildung 4.2 sind die Verteilungen einiger kinematischer Variablen zusammen mit den simulierten Ereignissen des Monte-Carlo-Generators LEPTO 6.5 dargestellt². Man erkennt das nach Gleichung 2.17 zu erwartende Abfallen der Q^2 -Verteilung mit steigenden Impulsüberträgen. Die mittlere invariante Masse des hadronischen Endzustandes liegt bei etwa 150 GeV , so daß man gut ausgebildete hadronische Jets mit hohen Multiplizitäten erwarten darf. Das Abfallen der Polarwinkelverteilung des gestreuten Positrons bei Werten oberhalb von 140° ist mit dem Erreichen der geometrischen Akzeptanz des Flüssig-Argon-Kalorimeters zu erklären.

An dieser Stelle soll auf ein Problem hingewiesen werden, das für die im folgenden diskutierte Messung von Jetraten nicht maßgebend, gleichwohl jedoch von allgemeinem Interesse ist. Auffällig bei einem Vergleich zwischen den gemessenen und simulierten Verteilungen sind die Diskrepanzen bei der Q^2 -Abhängigkeit des Wirkungsquerschnittes bei kleinen Impulsüberträgen. Da dieser im wesentlichen auf exakten QED-Rechnungen basiert sollte man eine Beschreibung innerhalb des statistischen Fehlers erwarten. Dieser ist für die Simulation etwa von der selben Größe

²Für diesen Vergleich wird hier nur LEPTO herangezogen, da ARIADNE ähnliche Ergebnisse liefert.

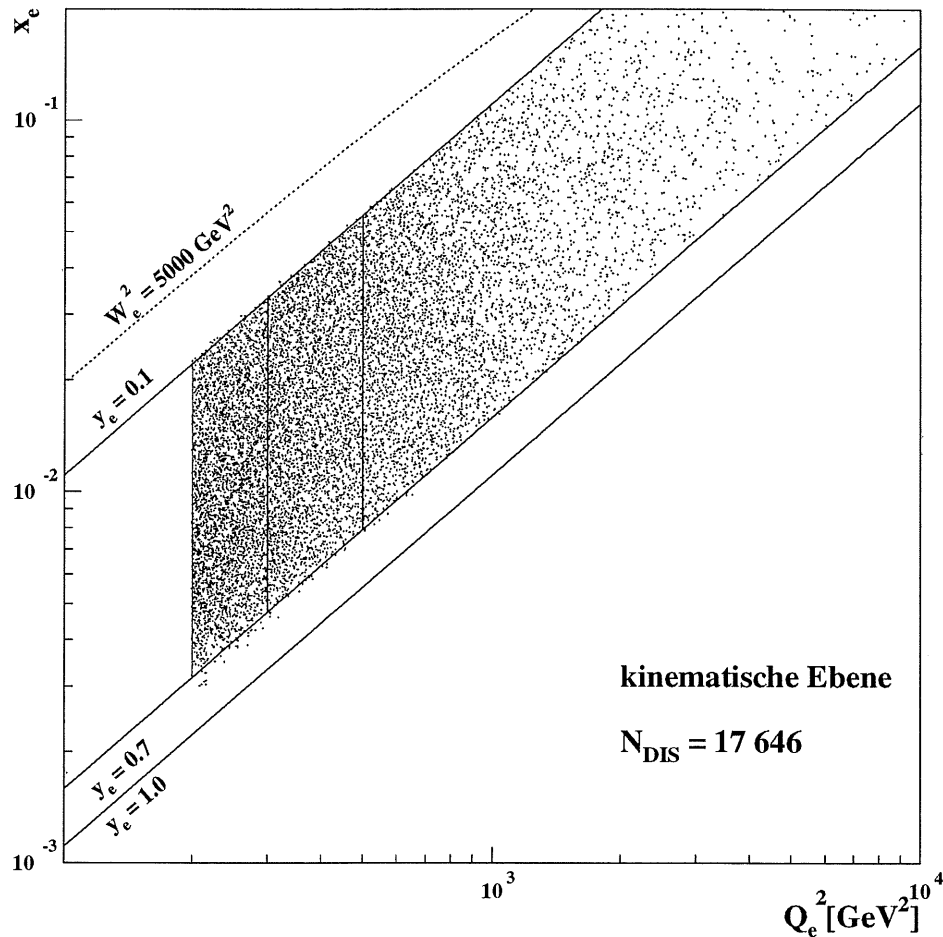


Abbildung 4.1: Die kinematische Ebene mit der Aufteilung des Q^2 -Bereiches in drei Bins bei 200, 300 und 500 GeV^2 . Mit eingezeichnet sind Linien konstanter y_e -Werte und eine Linie für $W_e^2 = 5000 \text{ GeV}^2$. Man erkennt, daß der in der JADE-Analyse angesetzte Schnitt in W_e^2 durch den Schnitt $y_e > 0,1$ kompensiert wird.

wie der Datenfehler und liegt zwischen 1% und 2%. Man beobachtet jedoch Abweichungen von 4% bis 8% in den ersten Bins der Verteilung. Dieses Verhalten spiegelt sich in einer schlechten Beschreibung der Polarwinkelverteilung des gesteuerten Positrons durch die Simulation im Bereich $\Theta_e > 120^\circ$ wider. Als Erklärung für dieses Verhalten kommen verschiedene Ursachen infrage. Die 1994er F_2 -Analyse [44] dokumentiert Schwierigkeiten bei der Datenbeschreibung durch die in LEPTO verwendete partonischen Dichtefunktion MRS H. Darüber hinaus besteht die Möglichkeit, daß die Detektorsimulation Zonen toten Materials nicht hinreichend gut beschreibt. Dies sind im besonderen die sogenannten z -Cracks, die Verbindungsstellen der Räder des Flüssig-Argon-Kalorimeters und die Übergänge zwischen den Oktanten eines einzelnen Rades, auch ϕ -Cracks genannt (s. Abbildung 1.6). Dabei sollten ggf. die z -Cracks einen größeren Einfluß auf die Q^2 -Verteilung haben. Eine weitere Ursache könnte die Verschiebung des mittleren Ereignisvertex der Simulation gegenüber den Daten von rund 6 cm sein.

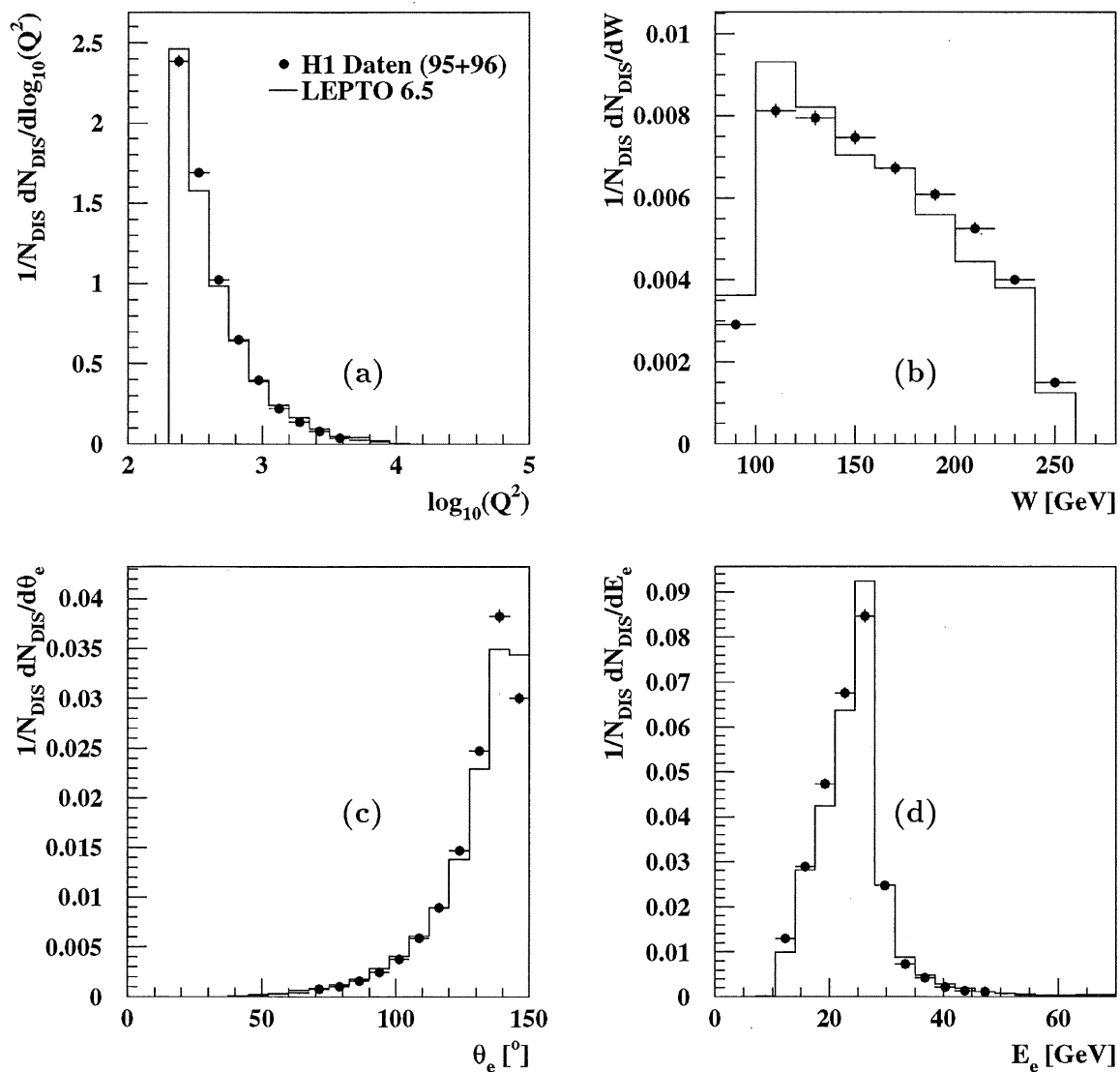


Abbildung 4.2: Ausgesuchte kinematische Verteilungen der kombinierten Daten der Jahre 1995 und 1996 (\bullet) zusammen mit der Simulation des Monte-Carlo-Generators LEPTO 6.5 (—). Der Simulation liegt der Detektorstatus des Jahres 1995 zugrunde. Die verwendete partonische Dichtefunktion war MRS H. Die invariante Masse des hadronischen Endzustandes W (a) und der Impulsübertrag Q^2 (b) wurden mit der Elektron-Methode bestimmt. Der Polarwinkel des gestreuten Positrons (c) unterlag dem Schnitt $10^\circ < \Theta_e < 150^\circ$, seine Energie (d) wurde keinem expliziten Schnitt unterworfen.

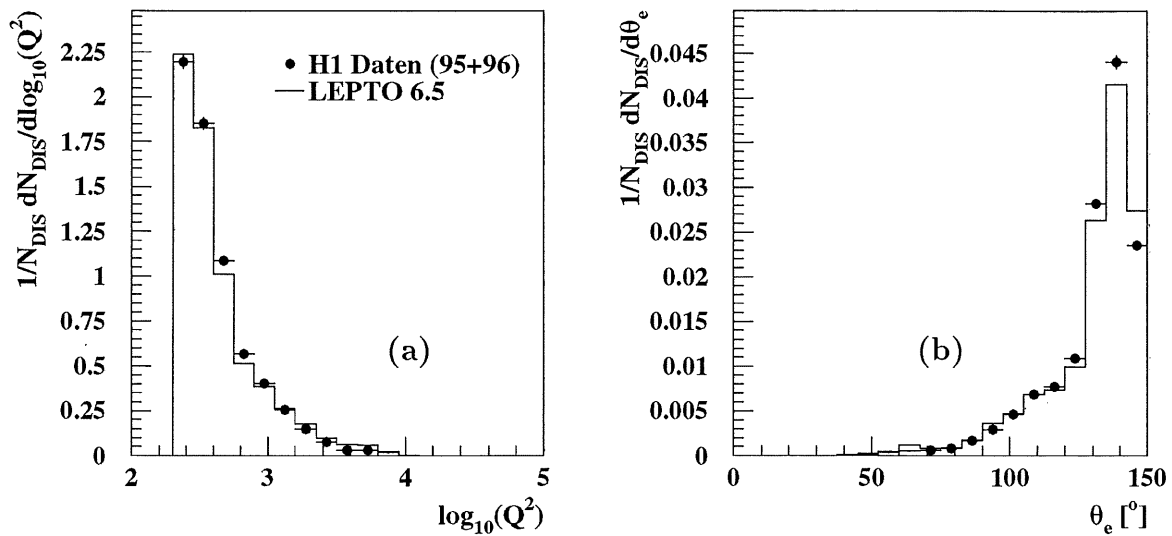


Abbildung 4.3: Die Q^2 -Verteilung (a) und die Verteilung des Polarwinkels des gestreuten Positrons (b). Bei der Erstellung dieser Verteilungen wurden geeignete Bereiche um die z - und ϕ -Cracks herausgeschnitten und LEPTO auf die GRV HO(94) Parton-Dichte umgewichtet sowie auf eine Verschiebung des z -Vertex korrigiert.

Abbildung 4.3 dokumentiert die Wirkung folgender Maßnahmen auf die Beschreibung der Polarwinkel- und Q^2 -Verteilung:

1. LEPTO wurde auf die partonische Dichtefunktion GRV HO(94) [45] umgewichtet.
2. Es wurden Bereiche von $\pm 2^\circ$ um die Lage der ϕ -Cracks und ± 7 cm um die Position der z -Cracks herausgeschnitten.
3. Die z -Vertexposition der Simulation wurde durch eine einfache Umgewichtung korrigiert.

Man beobachtet eine leichte Verbesserung in der Beschreibung beider Verteilungen durch die Monte-Carlo-Simulation. Insbesondere stimmen nun die Q^2 -Verteilungen in den ersten beiden Bins innerhalb des statistischen Fehlers überein. Die Beschreibung der Polarwinkelverteilung bleibt jedoch unbefriedigend und auch das hier nicht gezeigte Energiespektrum des gestreuten Positrons scheint im wesentlichen insensitive auf die getroffenen Maßnahmen zu sein. Eine signifikante Abhängigkeit der Beschreibung vom Jahr der Datennahme wurde nicht beobachtet. Der Einfluß von verbleibenden QED-Strahlungskorrekturen wurde durch die Verwendung des Monte-Carlo-Generators DJANGO 6.2 [46] untersucht und als nicht maßgebend bewertet. Es bleiben also offene Fragen, die jedoch in diesem Rahmen nicht weiter verfolgt wurden, da die geschilderte Problematik wie erwähnt für die folgende Messung der Rate von 2-Jet-Ereignissen irrelevant ist.

Kapitel 5

Jetrekonstruktion und Messung der 2-Jetrate $R_2(Q^2)$

In diesem Kapitel wird die Jetstruktur des hadronischen Endzustandes der ausgewählten tiefunelastischen Streueignisse mit einem Kegel-Algorithmus untersucht und die integrierte Rate von 2-Jet-Ereignissen als Funktion von Q^2 gemessen und auf Effekte des Detektors korrigiert. Die Jetrekonstruktion erfolgt dabei im Breit-Bezugssystem. Wegen des eigenständigen Interesses dieser Messung und als Erweiterung von [47] in den Bereich hoher Impulsüberträge, soll sich die Auswahl der 2-Jet-Ereignisse, entgegen dem in Kapitel 3 angesprochenen Vorgehen, zunächst nur an der Beschreibung der Daten durch die Monte-Carlo-Simulation auf Detektorniveau orientieren. Inwieweit sich, im Hinblick auf eine Bestimmung der starken Kopplung α_s , die gemessenen Verteilungen von 2-Jet-Variablen dann mit störungstheoretischen Vorhersagen in NLO vergleichen lassen, wird Gegenstand des folgenden Kapitels sein. Insofern ist dieser Teil der Untersuchung eine Studie zu den Eigenschaften des Kegel-Algorithmus bei der Beschreibung der Jetstruktur tiefunelastischer Streueignisse im Hinblick auf die Bestimmung der starken Kopplung α_s .

5.1 Spezifizierung des Kegel-Algorithmus

Zur Rekonstruktion der Jet-Topologie eines ausgewählten DIS-Ereignisses, werden die drei freien Parameter des in Kapitel 2, Abschnitt 2.7 vorgestellten Kegel-Algorithmus wie folgt gesetzt:

$$\begin{aligned} E_{t,min} &= 5 \text{ GeV} \\ R &= 1,0 \\ f_{ovl} &= 0,75. \end{aligned}$$

Die gewählte Schwelle für die Transversalenergie sichert die Auswahl von ausgeprägten Jets und erhöht die Zuverlässigkeit störungstheoretischer Rechnungen. Die konkrete Wahl für die Größe f_{ovl} , die das Verhalten des Algorithmus bei zwei sich überlappenden Jets steuert, hat erst bei Ereignissen mit mehr als zwei Jets einen

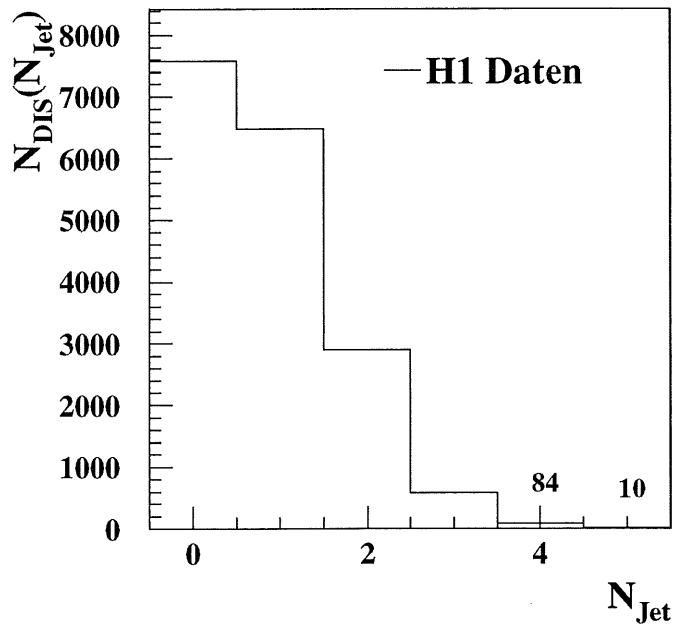


Abbildung 5.1: Jetmultiplizitäten mit dem Kegel-Algorithmus. Der Kegelradius wurde auf $R = 1,0$ und die Schwelle in der Transversalenergie auf $E_{t,\min} = 5$ GeV gesetzt. Die Detektorgrößen und die gefundenen Jets unterliegen keinen weiteren Schnitten.

merklichen Einfluß auf die Jetrekonstruktion, da im Breit-System wegen der Transversalimpulsbalance die Jets mit der Wahl $R = 1,0$ deutlich voneinander getrennt sind.

Die in den Algorithmus eingehenden Informationen, sind die ins Breit-System transformierten Viererimpulse der hadronischen Cluster. Dabei werden bei der Bestimmung der Viererimpulse die Ortsinformation des Flüssig-Argon-Kalorimeters und des gemessenen Ereignisvertex benutzt. Bezeichnet \vec{u}_i einen Einheitsvektor vom Ereignisvertex zum Clusterschwerpunkt, so ist also $p_i \equiv (E_i, E_i \vec{u}_i)$, wenn E_i die Energie des i -ten Clusters bezeichnet¹. Untersuchungen haben ergeben, daß die zusätzliche Berücksichtigung von Spurinformatoren zu keinen, im Rahmen dieser Untersuchung wesentlichen, Veränderungen in den gemessenen Verteilungen führt. Diese Möglichkeit wird daher im folgenden nicht weiter betrachtet.

Abbildung 5.1 zeigt die Anzahl der ausgewählten Ereignisse als Funktion der mit dem Kegel-Algorithmus bestimmten Jetmultiplizität. Dabei wurden zunächst keine weiteren Schnitte auf Detektorgrößen und die gefundenen Jets angebracht. Man erhält so 2900 2-Jet-Ereignisse, was als ausreichende statistische Basis für die folgenden Untersuchungen dient. Auf den ersten Blick überraschend ist die große Zahl

¹Die Cluster sind somit masselos ($p_i^2 = E_i^2 - E_i^2 = 0$)!

von 1-Jet-Ereignissen, die wegen der Transversalimpulsbalance im Breit-System eigentlich nicht auftreten dürften. Der größte Beitrag zu diesen Ereignissen erklärt sich jedoch mit der begrenzten Auflösung des Detektors: Bei den meisten Ereignissen liegen die Transversalenergien der Jets nahe der Schwelle $E_{t,min}$; dies kann dazu führen, daß ein Jet aufgrund einer zu niedrig gemessenen Transversalenergie unter die Schwelle rutscht und so verworfen wird. Ein weiterer Beitrag stammt aus Ereignissen mit drei oder mehr Jets, bei denen alle Jets bis auf einen unterhalb von 5 GeV liegen.

5.2 Die Auswahl der 2-Jet-Ereignisse

In dem ausgewählten Datensatz werden diejenigen Ereignisse als 2-Jet-Ereignisse klassifiziert, bei denen der Kegel-Algorithmus mit den zuvor angegebenen Werten der Parameter $E_{t,min}$, R und f_{oul} zwei Jets rekonstruiert die überdies den Schnitt

$$|\Delta\eta| < 2,0$$

passieren. Dabei bezeichnet $\Delta\eta$ die Differenz der Pseudorapiditäten $\eta_i = -\ln \tan(\theta_i/2)$ der beiden Jets im Breit-System. Da Differenzen von Pseudorapiditäten invariant gegenüber longitudinalen Lorentztransformationen sind, nimmt $\Delta\eta$ im Photon-Parton-Schwerpunktsystem (pcms) denselben Wert an (s. Kapitel 2). In diesem System laufen die beiden Jets aber in entgegengesetzten Richtungen auseinander, so daß hier $\Delta\eta = 2 \ln \tan(\theta^*/2)$ ist, wenn θ^* den Polarwinkel der gemeinsamen Jetachse bezüglich der Richtung des einlaufenden Partons bezeichnet². Daher ist die Forderung $|\Delta\eta| < 2,0$ gleichbedeutend mit $\theta^* > 40^\circ$. Der Schnitt verwirft also Ereignisse, bei denen Partonen unter sehr kleinen Winkeln abgestrahlt werden und bewirkt so effektiv eine deutlichere Trennung der beiden Jets vom Protonrest.

Mit diesem Schnitt erhält man 2176 tiefunelastische 2-Jet-Ereignisse. Die mittlere Energie der Jets im Laborsystem beträgt etwa 40 GeV für den ersten und 30 GeV für den zweiten Jet. Dabei ist der erste Jet derjenige mit der höchsten Transversalenergie³. Im Breit-System entspricht dies mittleren Energien von etwa 20 GeV. Zur Veranschaulichung der Beziehung zwischen dem Laborsystem und dem zur Jetanalyse verwendeten Breit-System ist für ein ausgewähltes 2-Jet-Ereignis die Lage der beiden Jets im Impulsraum des jeweiligen Systems in Abbildung 5.3 dargestellt. Dabei wurden die Jets im Breit-System gefunden und dann ins Laborsystem transformiert. Die in der $p_x p_y$ -Ebene des Breit-Systems eingezeichnete Ellipse ist die Kurve konstanter transversaler Energie von 5 GeV. Das ausgewählte Ereignis

²Der Winkel θ^* ist hier über den Polarwinkel des Vorwärtsjets im pcms definiert, d. h. es ist $\theta^* = \min(\theta_1^{pcms}, \theta_2^{pcms}) \leq 90^\circ$ (s. auch Kapitel 3)!

³Im Breit-System ist dies wegen der Transversalimpulsbalance nur eine schwache Ordnung, die durch Auflösungseffekte, Teilchenverluste bei der Jetrekonstruktion mit dem Kegel-Algorithmus und Ungenauigkeiten bei der Transformation der Cluster zustandekommt.

ist insofern untypisch, als daß die Transversalenergie beider Jets mit rund 15 GeV deutlich über der Schwelle liegt. Die leichte Unausgeglichenheit im Transversalimpuls kann ihre Ursache u. a. in der begrenzten Auflösung des Detektors, Ungenauigkeiten bei der Transformation der Cluster ins Breit-System und Teilchenverlusten bei der Jetrekonstruktion mit dem Kegel-Algorithmus haben. Abbildung 5.2 zeigt dasselbe Ereignis in der schematisch dargestellten Detektorumgebung. Die Linien sind die mit dem Spurkammersystem rekonstruierten Bahnen geladener Teilchen. Die Schwärzungen in beiden Komponenten des Kalorimeters markieren die Zellen in denen Energie deponiert wurde. Man erkennt deutlich den kompakten Cluster des gestreuten Positrons in der elektromagnetischen Sektion des Kalorimeters. Die vom Kegel-Algorithmus rekonstruierte 2-Jet-Struktur läßt sich besonders klar an der Projektion des Ereignisses in die xy -Ebene erkennen. Diese Darstellung kann, nach einer Spiegelung an der y -Achse, direkt mit der entsprechenden Ebene der Abbildung 5.3 verglichen werden.

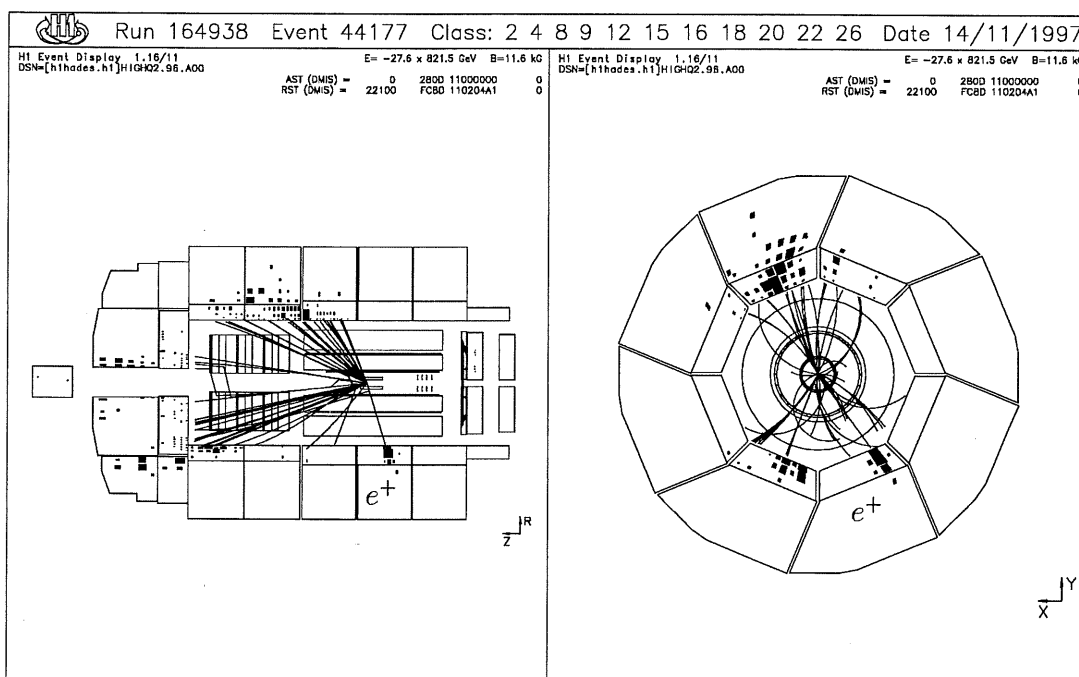


Abbildung 5.2: Darstellung eines der ausgewählten tiefinelastischen Streueignisse aus dem 96er Datensatz. Man erkennt deutlich das gestreute Positron und zwei hadronische Jets. Die Energiedepositionen im extremen Vorwärtsbereich am Rande der geometrischen Akzeptanz des Kalorimeters, stammen aus der Fragmentation des Protonrestes. Der mit der Elektronmethode bestimmte Impulsübertrag betrug 1100 GeV^2 .

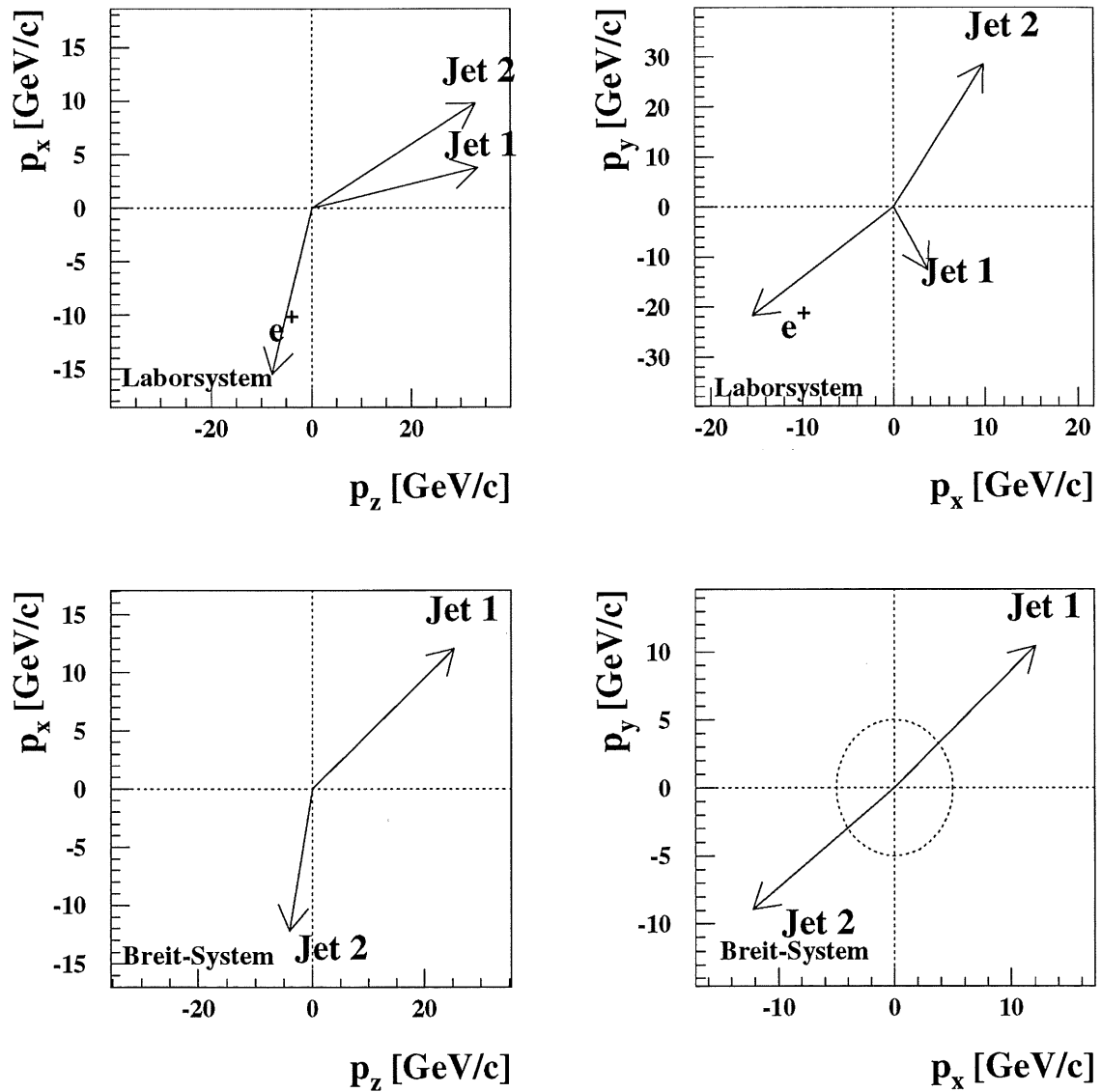


Abbildung 5.3: Darstellung eines ausgewählten 2-Jet-Ereignisses im Impulsraum des Labor- und Breit-Systems. Die beiden Jets wurden im Breit-System gefunden und haben den Schnitt $|\Delta\eta| < 2,0$ passiert. Die z -Achse entspricht der Richtung des einlaufenden Protonstrahles. Der Impulsübertrag war bei diesem Ereignis 1100 GeV^2 . Der Streuwinkel des Positrons betrug 106° . Die in der $p_x p_y$ -Ebene des Breit-Systems eingezeichnete Ellipse ist die Kurve konstanter transversaler Energie von 5 GeV .

In Abbildung 5.4 ist eine Auswahl der gemessenen Verteilungen von 2-Jet-Variablen zusammen mit den Simulationen von ARIADNE 4.08 und LEPTO 6.5 dargestellt. Gezeigt ist das transversale Energiespektrum und die Polarwinkelverteilung des Vorwärtsjets im Breit-System sowie die Verteilungen der Lorentzinvarianten Größen x_p und z_p . Die Größe x_p ist dabei analog zur SkalenvARIABLEN x definiert als $x_p \equiv Q^2/2\xi Pq$, wenn ξ den wahren Impulsanteil des an der Streuung beteiligten Partons am Impuls P des Protons bezeichnet. Der Messung zugänglich ist diese Größe für die 2-Jet-Produktion über die Umformung

$$x_p = \frac{Q^2}{Q^2 + m_{12}^2}. \quad (5.1)$$

Dabei ist $m_{12}^2 = (p_1 + p_2)^2$ das Quadrat der invarianten Masse der beiden Jets mit Viererimpulsen p_1 und p_2 .

Die Verteilung der Transversalenergie des Vorwärtsjets (**a**) weist das physikalisch zu erwartende steile Abfallen bei der vom Kegel-Algorithmus geforderten Schwelle von 5 GeV auf. Dies verdeutlicht noch einmal das Zustandekommen der Vielzahl von 1-Jet-Ereignissen durch Auflösungseffekte. Die Beschreibung der Daten durch ARIADNE und LEPTO ist für diese Verteilung eher schlecht und im Verhalten entgegengesetzt. Während die mit LEPTO simulierte Verteilung im ersten Bin die Daten erheblich überschätzt, liegt ARIADNE hier im Vergleich deutlich zu tief. Dies wird durch niedrigere bzw. höhere Werte in den folgenden Bins ausgeglichen. An der durch beide Modelle dagegen relativ gut beschriebenen Polarwinkelverteilung des Vorwärtsjets (**b**) erkennt man, daß auch im Breit-System ein Jet in der Regel weit in Vorwärtsrichtung zeigt. Das deutliche Abfallen der Verteilung zu kleinen Winkeln erklärt sich durch den Schnitt auf $\Delta\eta$. Ein bekanntes Bild zeigt sich bei der x_p -Verteilung (**c**). Wie schon in Abbildung 3.2 bei der Dokumentation der differentiellen JADE-Analyse zu sehen, ist die mit ARIADNE simulierte Verteilung gegenüber den Daten zu kleineren Werten von x_p verschoben, während LEPTO umgekehrt zu größeren x_p -Werten tendiert. Dies läßt den Schluß zu, daß diese Problematik keine Eigenart des verwendeten Jetalgorithmus ist und das der JADE- und Kegel-Algorithmus durchaus vergleichbare Jetstrukturen reproduzieren. Die z_p -Verteilung (**d**) zeigt bei dieser Intervallaufteilung starke statistische Schwankungen, erweist sich aber innerhalb der Fehler als vergleichsweise gut beschrieben. Das steile Gefälle bei $z_p \approx 0,1$ kommt wieder durch den Schnitt auf $\Delta\eta$ zustande, der gemäß Gleichung 3.4 direkt mit einem Schnitt auf z_p verknüpft ist.

Insgesamt kann die Qualität der Beschreibung für die gewählten Schnitte nicht als vollständig befriedigend bewertet werden. Es zeigt sich, daß ARIADNE im allgemeinen eine etwas bessere Beschreibung der Daten gewährleistet als LEPTO. Die Verwendung alternativer Schnitte, wie auf die Polarwinkel der Cluster und der Jets im Laborsystem, die Größe z_p und Kombinationen daraus, haben jedoch keine substantiellen Verbesserungen ergeben. Für eine sinnvolle Korrektur der Daten auf Effekte des Detektors ist die Qualität der Datenbeschreibung durch beide Modelle aber ausreichend.

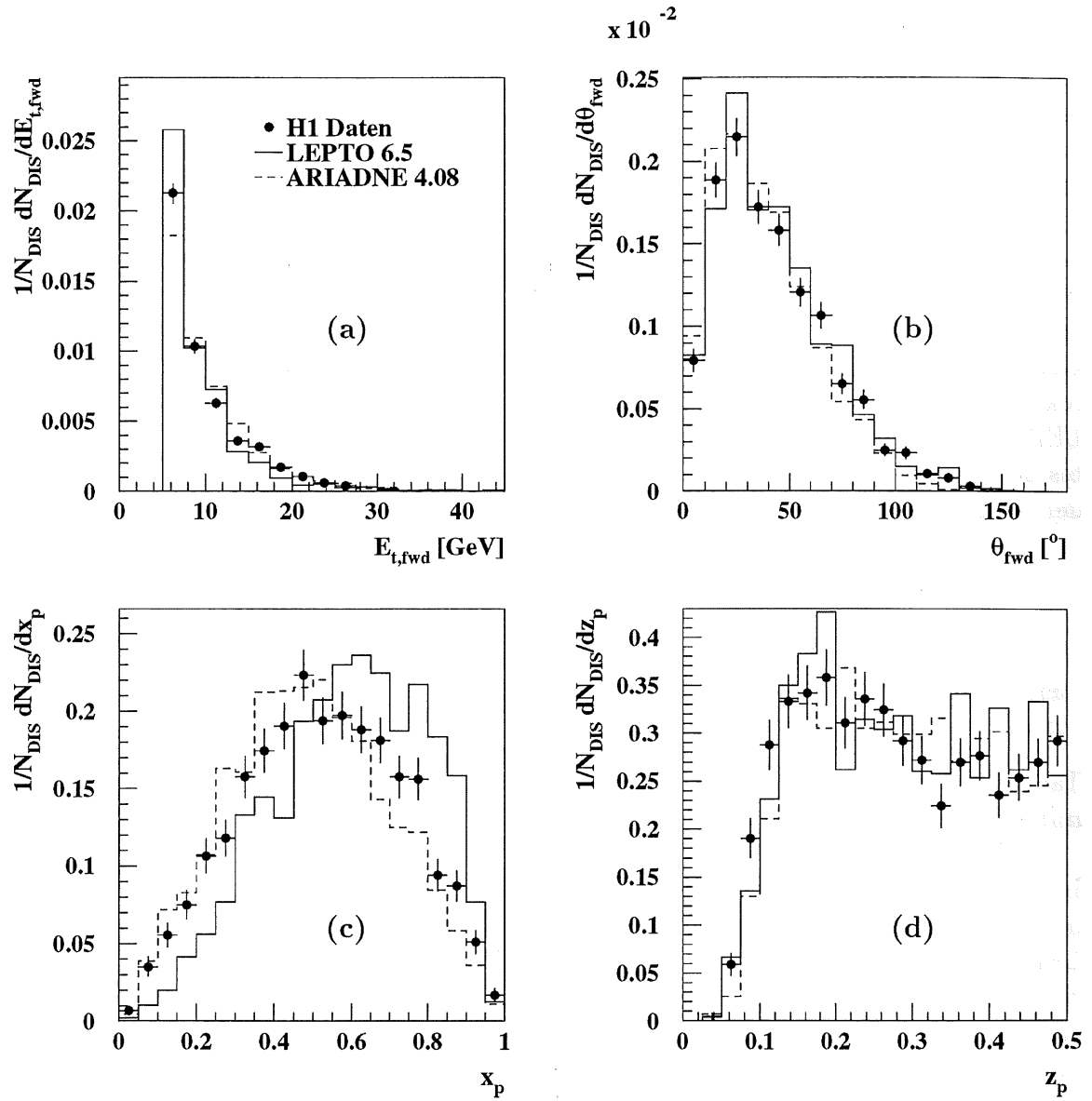


Abbildung 5.4: Gemessene Verteilungen von 2-Jet-Variablen im Breit-System (\bullet) zusammen mit den simulierten Verteilungen von LEPTO (—) und ARIADNE (---) auf Detektorniveau. Die in den Monte-Carlo-Generatoren verwendete partonische Dichtefunktion ist MRS H. Die gefundenen Jets unterliegen dem Schnitt $|\Delta\eta| < 2,0$ im Breit-System. Die transversale Energie $E_{t,\text{fwd}}$ (a) und der Polarwinkel des Vorwärtsjets θ_{fwd} (b) beziehen sich auf die ursprüngliche Protonrichtung, die Größen x_p (c) und z_p (d) sind Lorentzinvariant.

5.3 Messung von $R_2(Q^2)$

Zur Messung der integrierten 2-Jetrates als Funktion des Impulsübertrages wurde der gewählte Q^2 -Bereich so in drei Intervalle aufgeteilt, daß in jedem etwa gleichviele der ausgewählten 2-Jet-Ereignisse enthalten sind. Die Bingenzen liegen bei 200, 300 und 500 GeV^2 . Um bei der Messung der Rate Korrelationen zwischen den Bins möglichst klein zu halten, muß bei der Wahl der Bingenzen darauf geachtet werden, daß die Anzahl von DIS-Ereignissen, die einem gegebenen Bin aufgrund der begrenzten Auflösung bei der Rekonstruktion der kinematischen Variablen fälschlich zugeordnet wurden, gering bleibt. Der prozentuale Anteil von Ereignissen in einem Bin, die diesem korrekterweise zugeordnet wurden, kann mit Monte-Carlo-Generatoren ermittelt werden, da diese sowohl die (exakten) generierten als auch die rekonstruierten kinematischen Variablen zur Verfügung stellen. Untersuchungen mit LEPTO haben ergeben, daß dieser Anteil von 88% im ersten über 92% im zweiten bis zu 99% im dritten Bin reicht. Tabelle 5.1 faßt alle wesentlichen Charakteristika der festgelegten Bins zusammen.

Bin	$\langle Q^2 \rangle [\text{GeV}^2]$	2-Jet-Ereignisse
$200 < Q^2 < 300 \text{ GeV}^2$	244	731
$300 < Q^2 < 500 \text{ GeV}^2$	379	637
$500 < Q^2 < 10^4 \text{ GeV}^2$	1132	808

Tabelle 5.1: Aufteilung des Q^2 -Bereiches in drei Bins. In der zweiten Spalte ist das mittlere Q^2 des jeweiligen Bins angegeben.

In Abbildung 5.5 ist die unkorrigierte, gemessene 2-Jetrates zusammen mit den Simulationen von LEPTO und ARIADNE auf Detektorniveau dargestellt. Während LEPTO die Rate innerhalb des statistischen Fehlers gut beschreibt (der statistische Fehler der Simulation ist etwa genauso groß wie der statistische Fehler der Messung!), erzeugt ARIADNE eine nahezu flache Rate, die die Daten nicht zu beschreiben vermag. Dies ist ein bereits mehrfach dokumentiertes Phänomen ([48, 49, 50, 51]), zu dessen Klärung bislang noch kein gesicherter theoretischer Ansatz gegeben werden konnte.

5.3.1 Korrektur auf Detektoreffekte

Damit die gemessene Rate als allgemeingültiges Ergebnis mit anderen Messungen und theoretischen Vorhersagen verglichen werden kann, muß sie auf spezifische Effekte des Detektors wie seine begrenzte Auflösung und Akzeptanz korrigiert werden. Dies geschieht über den Vergleich zwischen den Ergebnissen auf Hadron- und Detektorniveau der Monte-Carlo-Simulation. Die Bestimmung der Jetstruktur der simulierten Hadronen erfolgt dabei analog zum oben beschriebenen Vorgehen bei der Rekonstruktion der Jets aus den Detektorgrößen. Dabei entfallen die Schnitte

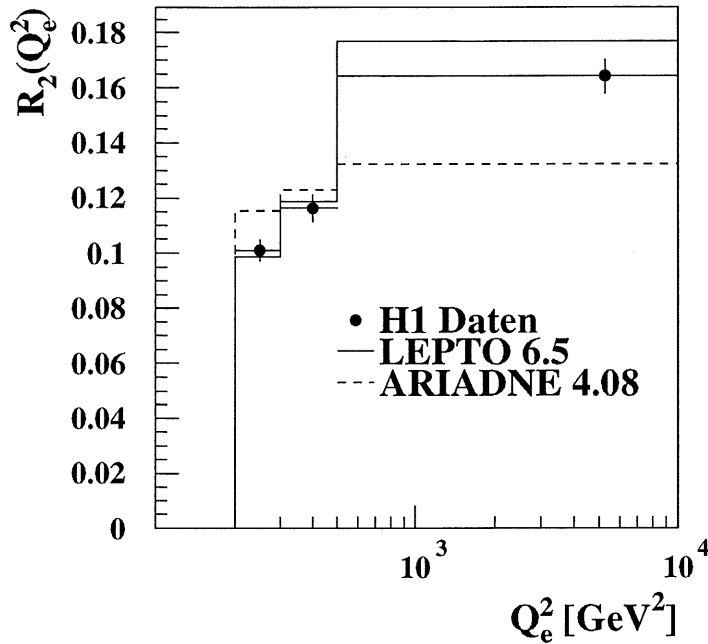


Abbildung 5.5: Die gemessene 2-Jetraten $R_2(Q^2)$ (\bullet) zusammen mit den Vorhersagen von LEPTO (—) und ARIADNE (- - -) auf Detektorniveau. Die gefundenen Jets unterliegen dem Schnitt $|\Delta\eta| < 2,0$ im Breit-System.

auf $\sum(E_i - p_{z,i})$ und die Position des Ereignisvertex zur Unterdrückung des Untergrundes. Der Schnitt auf die Polarwinkel der Cluster im Laborsystem zur Ausschließung des Rückwärtsbereiches von 145° , wurde entsprechend auf die auslaufenden Hadronen übertragen. In Abbildung 5.6 sind die 2-Jetraten auf Hadron- und Detektorniveau für LEPTO und ARIADNE dargestellt. Die Unterschiede zwischen den beiden Niveaus weisen sowohl für LEPTO als auch für ARIADNE eine deutliche Abhängigkeit vom betrachteten Q^2 -Bereich auf. Die geringeren Unterschiede zwischen den beiden Niveaus im letzten Bin erklären sich mit wesentlich massiveren, ausgeprägteren Jets bei hohen Impulsüberträgen, so daß Auflösungs- und Akzeptanzeffekte eine kleinere Rolle spielen.

Korrekturfaktormethode

Die einfachste Methode die gemessene 2-Jetraten auf Detektoreffekte zu korrigieren, ist die Berechnung von Korrekturfaktoren C_f für jeden Bin in Q^2 aus dem Verhältnis der in Abbildung 5.6 gezeigten, simulierten Raten auf Hadron- und Detektorniveau:

$$C_f(\text{Bin } i) = \frac{R_2^{(\text{Had.})}(\text{Bin } i)}{R_2^{(\text{Det.})}(\text{Bin } i)}. \quad (5.2)$$

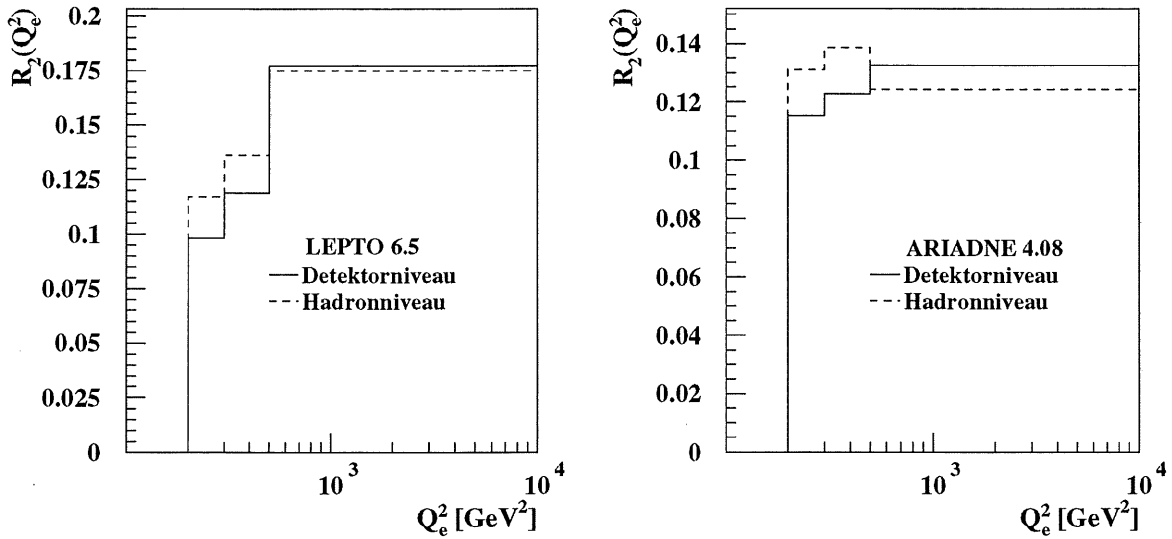


Abbildung 5.6: Die 2-Jetrate auf Hadron- und Detektorniveau für die Monte-Carlo-Simulationen LEPTO und ARIADNE. Zur Hadronisierung wird in beiden Generatoren das Lund-String-Modell verwendet.

Die auf Hadronniveau korrigierte 2-Jetrate $R_2^{(korr.)}$ ergibt sich dann unter der Annahme, daß die Bins untereinander nicht korreliert sind, zu

$$R_2^{(korr.)}(Bin\ i) = C_f(Bin\ i) \cdot R_2^{(gem.)}(Bin\ i). \quad (5.3)$$

Dabei bezeichnet $R_2^{(gem.)}$ die gemessene Rate von 2-Jet-Ereignissen. Die für beide Modelle auf diese Weise berechneten Korrekturfaktoren sind in Tabelle 5.2 zusammengestellt. Der angegebene Fehler ist der statistische Fehler der jeweiligen Monte-Carlo-Simulation. Es zeigt sich, daß die Größe der Korrekturen innerhalb des statistischen Fehlers nahezu modellunabhängig ist. Sie beträgt maximal rund 20% in den ersten beiden Bins und wenigstens 6% im letzten Bin. Es gilt jedoch zu beachten, daß die Größe der Korrekturen prinzipiell von den gewählten Schnitten abhängt. Im Vergleich zu den anderen untersuchten Schnittszenarien liefert der angebrachte Schnitt auf $\Delta\eta$ jedoch die kleinsten Korrekturen. Ersetzt man diesen Schnitt beispielsweise durch einen Schnitt auf den Polarwinkel der Jets im Laborsystem von 10° , so ergeben sich bis zu dreißigprozentige Korrekturen.

Ein Nachteil der sogenannten *binweisen* Korrektur ist, daß Migrationen unberücksichtigt bleiben. Das bedeutet hier beispielsweise, daß Informationen darüber, welche der Jets eines 2-Jet-Ereignisses auf Hadronniveau, als Folge der begrenzten Akzeptanz und Auflösung, auch auf Detektorniveau identifiziert werden, nicht in die Korrektur eingehen. Diese Migrationseffekte sind jedoch in der Tat beträchtlich, wie

Bin	LEPTO 6.5	ARIADNE 4.08
$200 < Q^2 < 300 \text{ GeV}^2$	$1,19 \pm 0,06$	$1,14 \pm 0,05$
$300 < Q^2 < 500 \text{ GeV}^2$	$1,15 \pm 0,06$	$1,13 \pm 0,05$
$500 < Q^2 < 10^4 \text{ GeV}^2$	$0,99 \pm 0,05$	$0,94 \pm 0,05$

Tabelle 5.2: Korrekturfaktoren aus dem Verhältnis der Rate auf Hadron- und Detektorniveau für die Monte-Carlo-Generatoren LEPTO und ARIADNE. Der angegebene Fehler resultiert aus dem statistischen Fehler des Monte-Carlo-Ereignissatzes.

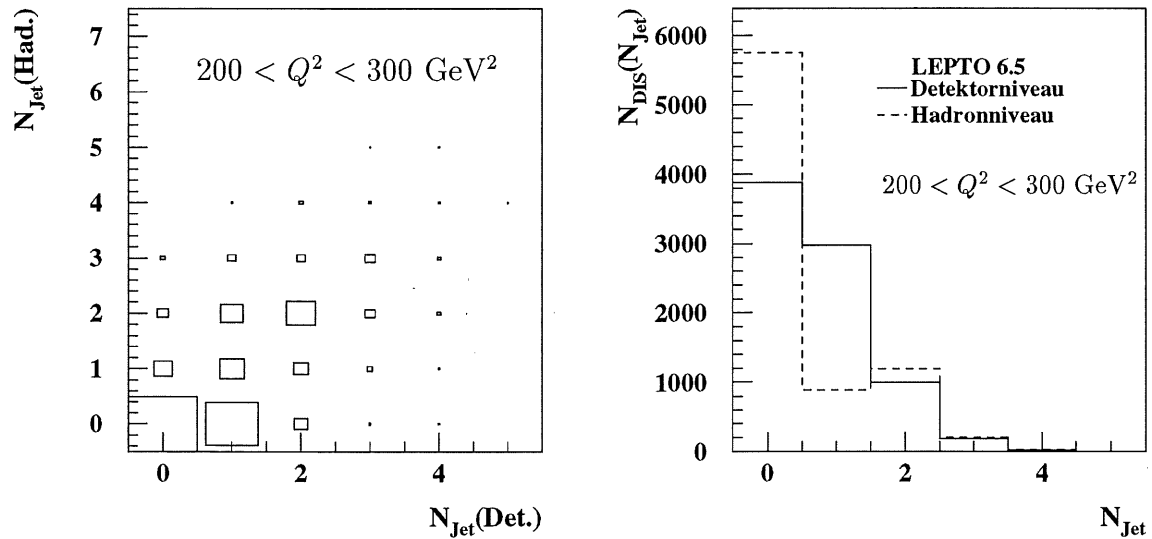


Abbildung 5.7: Links: Korrelationen zwischen der Anzahl der Jets auf Hadron- und Detektorniveau für den ersten Bin in Q^2 . Die Ereignisse wurden mit LEPTO generiert. Rechts: Die Anzahl aller ausgewählten DIS-Ereignisse als Funktion der Jet-multiplizität N_{Jet} für beide Niveaus. Man erkennt die deutlichen Unterschiede in der Anzahl der 1-Jet-Ereignisse als Folge der begrenzten Auflösung des Detektors.

Abbildung 5.7 am Beispiel von LEPTO dokumentiert⁴. Gezeigt ist links für den ersten Bin in Q^2 , als zweidimensionales Histogramm, die Anzahl der Jets auf Hadronniveau gegen die Anzahl der Jets auf Detektorniveau. Es zeigt sich, daß nur 53% der 2-Jet-Ereignisse auf Hadronniveau auch auf Detektorniveau als 2-Jet-Ereignisse identifiziert werden, während 33% zu 1-Jet-Ereignissen und etwa 7% und 6% zu 0- und 3-Jet-Ereignissen migrieren. Im rechten Teil der Abbildung sind die entsprechenden eindimensionalen Verteilungen dargestellt. Wegen der unbegrenzten Auflösung auf Hadronniveau zeigt sich hier der im Breit-System zu erwartende geringe Anteil an 1-Jet-Ereignissen.

⁴Die Größe der Migrationen ist im wesentlichen modellunabhängig.

Matrixkorrektur

Um zu untersuchen, ob die Berücksichtigung der Migrationseffekte bei der Korrektur der Daten zu anderen Ergebnissen führt als die einfache Methode der binweisen Korrektur, wurde ein auf [52] zurückgehendes Matrixkorrekturverfahren angewendet. Bezeichnet $\mathcal{N}_i^{(gem.)}$ die gemessene Anzahl der i -Jet-Ereignisse (für einen festen in Q^2), so erfolgt die Korrektur der Daten durch Multiplikation mit der Matrix $\mathcal{P} = (p_{ij})$

$$\mathcal{N}_i^{(korr.)} = \sum_j p_{ij} \mathcal{N}_j^{(gem.)}. \quad (5.4)$$

Grundsätzlich erhält man dabei die Matrix \mathcal{P} durch Inversion der Matrix \mathcal{T} , die den Übergang vom Hadron- auf das Detektorniveau vermittelt. Im allgemeinen verursacht die Inversion dieser Matrix jedoch erhebliche mathematische Probleme, da der endliche statistische Fehler der Monte-Carlo-Simulation zu instabilen Lösungen führen kann⁵. Um diese Schwierigkeiten zu umgehen, *konstruiert* man umgekehrt die Matrix \mathcal{P} , so daß sie das Detektorniveau in das Hadronniveau überführt, indem man die Spalten j der in Zahlen umgesetzten Matrix der Abbildung 5.7 auf die Anzahl $\mathcal{N}_j^{(Det.)}$ der j -Jet-Ereignisse auf Detektorniveau normiert. Bezeichnet a_{ij} die Anzahl der i -Jet-Ereignisse auf Hadronniveau, die als j -Jet-Ereignisse auf Detektorniveau gefunden werden, so ist also $p_{ij} = a_{ij}/\mathcal{N}_j^{(Det.)}$. Dabei kann p_{ij} als die Wahrscheinlichkeit interpretiert werden, ein j -Jet-Ereignis auf Detektorniveau, als ein i -Jet-Ereignis auf Hadronniveau zu finden. Dieses einfache Verfahren stellt eine Möglichkeit dar, Migrationseffekte bei der Korrektur der Daten zu berücksichtigen. Es ist jedoch insofern problematisch, als daß es vom Detektorniveau der Simulation ausgehend das Hadronniveau rekonstruiert und nicht umgekehrt, wie es der physikalischen Entwicklung des Prozesses entspräche. Außerdem bleiben statistische Korrelationen unberücksichtigt.

In Abbildung 5.8 sind die mit beiden Methoden korrigierten vergleichend Daten dargestellt. Zur Korrektur wurde dabei jeweils LEPTO verwendet. Aus praktischen Gründen wurde bei dieser Demonstration auf den Schnitt in $\Delta\eta$ verzichtet. Die konsistente Einbeziehung eines beliebigen Schnittes auf die gefundenen Jets ist jedoch möglich und wurde bereits untersucht [53]. Man beobachtet nur geringe Unterschiede zwischen beiden Methoden, die abhängig vom Q^2 -Bereich bis zu 5% betragen. Dieses Ergebnis zeigt, daß die Einbeziehung der Migrationseffekte in der hier vorgestellten Form, bei der Korrektur der integrierten 2-Jetrates offenbar von untergeordneter Bedeutung ist. Im folgenden soll deshalb die endgültige Korrektur der Daten mit der Korrekturfaktormethode erfolgen. Prinzipiell könnte man die Unsicherheit aus der verwendeten Korrekturmethode als systematischen Fehler in das Endergebnis mit einbeziehen. Da die Untersuchungen hierzu jedoch nur den Charakter von Vorstudien tragen, soll an dieser Stelle auf die weitere Berücksichtigung der Matrixkorrektur verzichtet werden.

⁵Diese Schwierigkeiten löst das in Kapitel 3 angesprochene Matrixentfaltungungsverfahren.

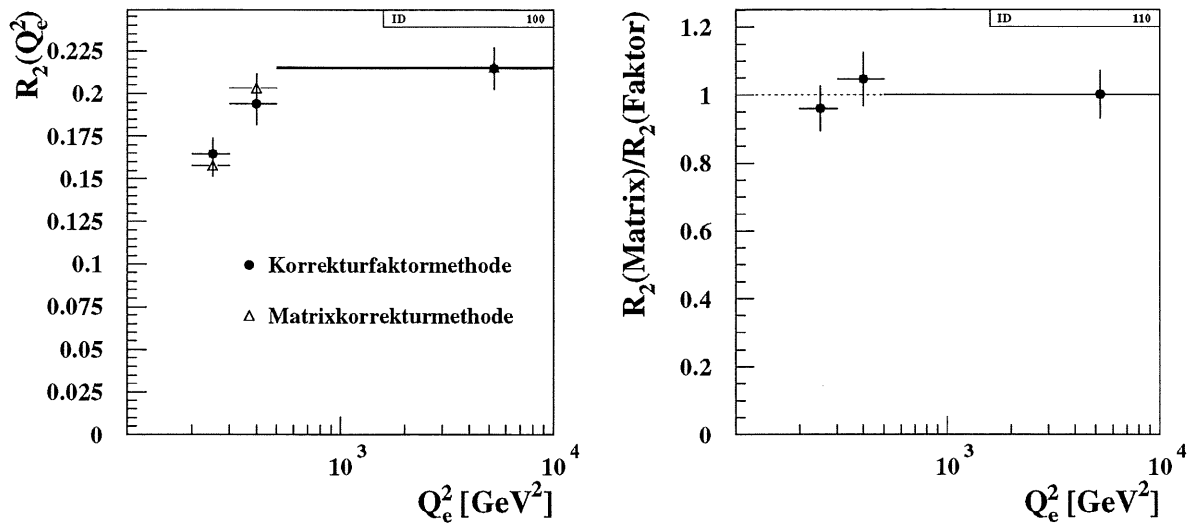


Abbildung 5.8: Links: Vergleich zwischen der mit der binweisen (\bullet) und der Matrixmethode (\triangle) korrigierten 2-Jetrates. Die Korrektur erfolgte in beiden Fällen mit LEPTO. Aus praktischen Gründen wurde auf den Schnitt in $\Delta\eta$ verzichtet. Rechts: Verhältnis der mit beiden Methoden korrigierten Raten.

Die korrigierte Rate $R_2(Q^2)$

Obschon ARIADNE im allgemeinen etwas geringere Akzeptanz- und Auflösungskorrekturen liefert (s. Tabelle 5.2), soll zur endgültigen Korrektur der Daten LEPTO verwendet werden, da es die gemessene Rate im Gegensatz zu ARIADNE gut beschreiben kann. Die Modellabhängigkeit der Korrektur wird in Form eines Beitrages zum systematischen Fehler der korrigierten Rate berücksichtigt, indem man die Differenz aus den mit LEPTO und ARIADNE korrigierten Daten in jedem Q^2 -Bin berechnet. Ein weiterer Beitrag zum systematischen Fehler ist die Unsicherheit in der absoluten hadronischen Energiekalibration des Flüssig-Argon-Kalorimeters von $\pm 4\%$. Um den Einfluß dieser Unsicherheit auf das Ergebnis der Messung zu studieren, werden die *gemessenen* Energien der hadronischen Cluster mit entsprechenden Faktoren skaliert und die 2-Jetrates erneut bestimmt. Die positiven und negativen Abweichungen aus dem Vergleich der so erhaltenen Raten mit der ursprünglichen, werden in die Bestimmung des gesamten systematischen Fehlers einbezogen. Dieser ergibt sich aus der Summe der Quadrate von jeweils positiven und negativen Abweichungen. Tabelle 5.3 führt die numerischen Werte der im einzelnen ermittelten Fehler sowie den gesamten systematischen Fehler auf. Es zeigt sich, daß der so ermittelte gesamte systematische Fehler mit durchschnittlich $\pm 5\%$ etwas unter dem statistischen Fehler von im Mittel $\pm 6\%$ liegt. Der statistische und systematische Fehler quadratisch addiert ergeben Abweichungen von maximal $\begin{matrix} +13\% \\ -12\% \end{matrix}$.

Bin	$R_2^{(korr.)}$	stat.	syst.	LArC Kalib.	ARIADNE
$200 < Q^2 < 300 \text{ GeV}^2$	0,120	$\pm 0,008$	$\pm 0,006$	$+0,006$ $-0,004$	-0,005
$300 < Q^2 < 500 \text{ GeV}^2$	0,133	$\pm 0,009$	$+0,008$ $-0,005$	$+0,008$ $-0,005$	-0,002
$500 < Q^2 < 10^4 \text{ GeV}^2$	0,162	$\pm 0,010$	$+0,002$ $-0,009$	$+0,002$ $-0,003$	-0,008

Tabelle 5.3: Statistische und systematische Fehler der mit LEPTO auf Hadronniveau korrigierten 2-Jetrates $R_2^{(korr.)}$. Der systematische Fehler ist die Summe der Quadrate aus jeweils positiven und negativen Abweichungen. Der statistische Fehler enthält den statistischen Fehler des Datensatzes und der Monte-Carlo-Simulation.

Abbildung 5.9 zeigt die auf Hadronniveau korrigierte 2-Jetrates zusammen mit den Hadronniveaus von ARIADNE und LEPTO. Man erkennt, daß LEPTO die korrigierten Daten innerhalb der Fehler sehr gut beschreibt, während ARIADNE die gemessene Rate nicht reproduzieren kann. Dies steht im Gegensatz zu der eingangs erwähnten Untersuchung [47], die die Messung der Rate im Bereich von $5 < Q^2 < 100 \text{ GeV}^2$ dokumentiert. Bei kleinen Werten von Q^2 liegt dort die Vorhersage von LEPTO im Vergleich zu den korrigierten Daten um einen Faktor drei zu tief. Mit wachsendem Q^2 verringert sich die Diskrepanz jedoch auf einen Faktor 1,5. ARIADNE hingegen, so konnte weiter gezeigt werden, liefert für diesen kinematischen Bereich eine gute Beschreibung der 2-Jetrates. Es zeigt sich also eine ausgeprägte Q^2 -Abhängigkeit in den Vorhersagen der beiden untersuchten Monte-Carlo-Generatoren. Eine Klärung dieses Problems konnte bisher nicht herbeigeführt werden und wird daher Gegenstand gezielter Untersuchungen sein müssen.

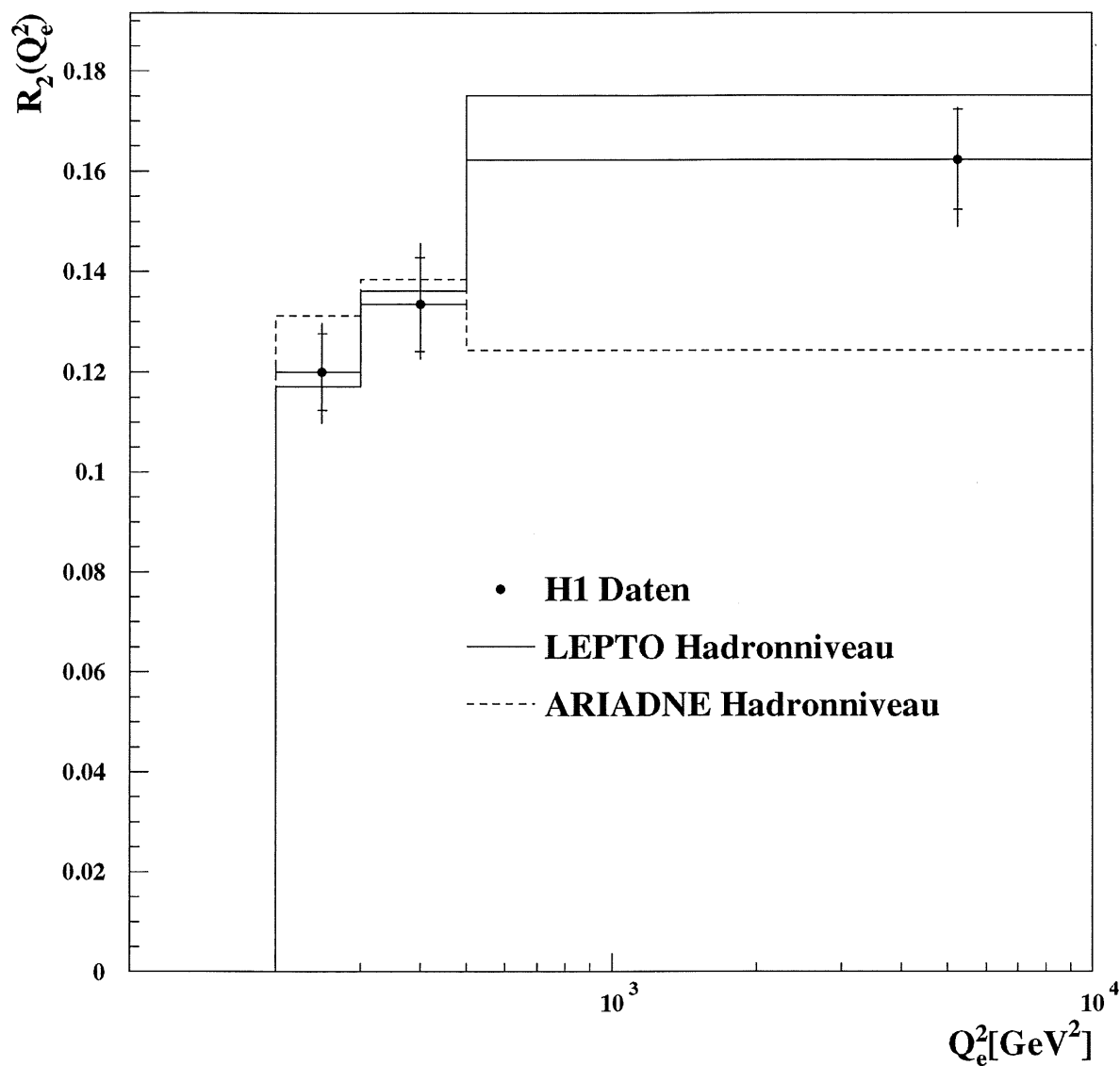


Abbildung 5.9: Mit LEPTO korrigierte 2-Jetrates (\bullet) zusammen mit den Vorhersagen von LEPTO (—) und ARIADNE (- - -) auf Hadronniveau. Der innere Fehlerbalken ist der statistische Fehler der Daten und der Monte-Carlo-Simulation, der äußere der systematische und statistische quadratisch addiert. Der systematische Fehler enthält die Unsicherheit aus der absoluten Energiekalibration des Flüssig-Argon-Kalorimeters und einen Beitrag aus der Modellabhängigkeit der Korrektur.

Kapitel 6

Vergleich mit NLO-Vorhersagen und Messung der starken Kopplung α_s

Bei der Wahl der Schnitte zur Klassifizierung der 2-Jet-Ereignisse wurde aus genannten Gründen bislang nur die Qualität der Datenbeschreibung durch die Monte-Carlo-Simulation herangezogen. Es wurde bereits darauf hingewiesen, daß für eine sinnvolle Korrektur der Daten auf die Effekte des Detektors *und* der Hadronisation, im Hinblick auf eine Bestimmung von α_s , eine grundlegende Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen der Partonniveaus der Monte-Carlo-Simulation und den NLO-Vorhersagen zu fordern und bei der Wahl der Schnitte prinzipiell zu berücksichtigen ist. Untersuchungen werden zeigen, daß dies mit dem Schnitt auf die Differenz der Pseudorapiditäten der beiden Jets im Breit-System allein nicht möglich ist.

6.1 Vergleich mit NLO-Vorhersagen

Für einen Vergleich wird der Kegel-Algorithmus in der oben definierten Form auf die auslaufenden Partonen des Partonschauer- (LEPTO) bzw. Farbdipolmodells (ARIADNE) und der Störungsrechnung mit MEPJET angewendet. Die so identifizierten 2-Jet-Ereignisse erfüllen wieder den Schnitt $|\Delta\eta| < 2,0$. Abbildung 6.1 zeigt beispielhaft das transversale Energiespektrum des Vorwärtsjets (a) und den 2-Jet-Wirkungsquerschnitt als Funktion von Q^2 (b) für die Partonniveaus von LEPTO und ARIADNE zusammen mit den NLO-Vorhersagen von MEPJET für $\Lambda_4 = 100$ und 600 MeV. In den störungstheoretischen Rechnungen mit MEPJET wurde dabei Q^2 als Renormierungs- und Faktorisierungsskala gesetzt und MRS H als partonische Dichtefunktion verwendet. Bei dem dargestellten Vergleich gilt es zu bedenken, daß der Wahl der beiden Werte für Λ_4 , extreme Werte von α_s entsprechen. Es ist daher nur zu erwarten, daß die aus dem modellierten partonischen Endzustand abgeleiteten Verteilungen, im wesentlichen zwischen den beiden NLO-Vorhersagen lie-

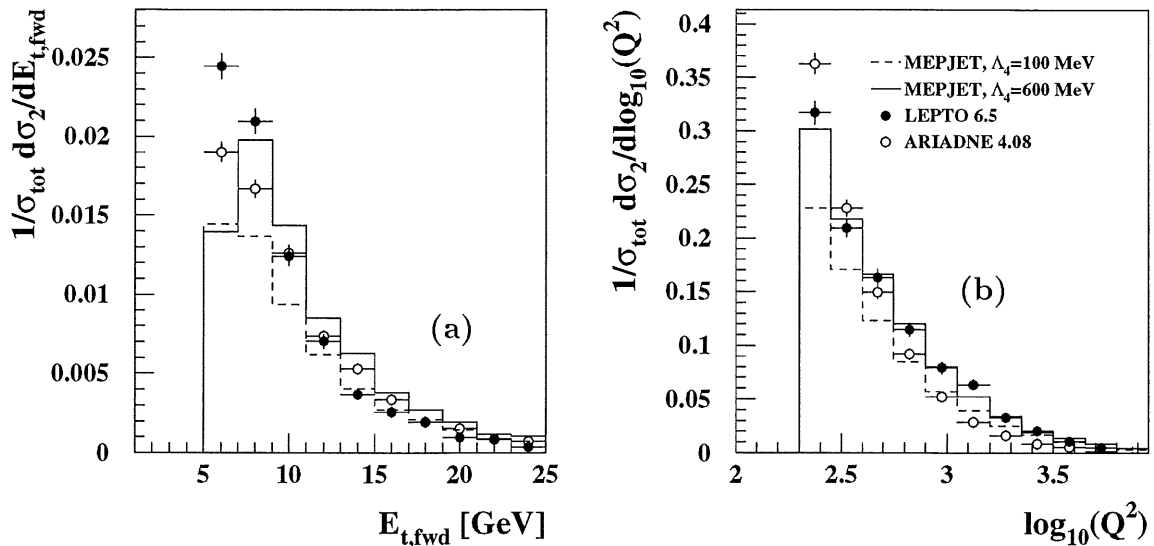


Abbildung 6.1: Ausgewählte Verteilungen von 2-Jet-Variablen für die Ergebnisse auf Partonniveau von LEPTO (●) und ARIADNE (○) zusammen mit den störungstheoretischen Vorhersagen von MEPJET für $\Lambda_4 = 100$ (---) und 600 MeV (—). Die Partonjets wurden mit dem Kegel-Algorithmus identifiziert und haben den Schnitt $|\Delta\eta| < 2,0$ passiert. Gezeigt sind das transversale Energiespektrum des Vorwärtsjets im Breit-System (a) und der 2-Jet-Wirkungsquerschnitt als Funktion von Q^2 (b). Die Verteilungen sind auf die Gesamtzahl der Monte-Carlo-Ereignisse bzw. den totalen Wirkungsquerschnitt σ_{tot} normiert.

gen¹. Es zeigen sich drastische Diskrepanzen zwischen den aus den QCD-Modellen der Monte-Carlo-Generatoren abgeleiteten und den störungstheoretisch berechneten Verteilungen der 2-Jet-Variablen. Dies zeigt sich besonders in den ersten Bins der Verteilungen, wo die QCD-Modelle und die Störungstheorie ein grundsätzlich anderes Verhalten aufweisen.

Auf die Ursache dieser Unstimmigkeiten wurde erst kürzlich hingewiesen [54]. Es handelt sich um ein grundsätzliches Problem störungstheoretischer Rechnungen in fester Ordnung in bestimmten physikalischen Bereichen des Phasenraumes. Abbildung 6.2 illustriert die zugrundeliegende Problematik. Dargestellt ist im oberen Teil der Abbildung der mit MEPJET für $\Lambda_4 = 600$ MeV berechnete 2-Jet-Wirkungsquerschnitt als Funktion der Transversalenergie des ersten (a) und des zweiten Jets (b) im Breit-System. Es sei an dieser Stelle daran erinnert, daß dabei der erste Jet derjenige mit der höheren Transversalenergie ist. Im Breit-System kommt diese Ordnung allein dadurch zustande, daß Partonjets aus weichen, *reellen*

¹Der in den Monte-Carlo-Generatoren ARIADNE und LEPTO ebenfalls verwendeten partonischen Dichtefunktion MRS H liegt der Wert $\Lambda_4 = 230$ MeV zugrunde. Dieser Wert wird aber auch bei der Berechnung der Matrixelemente in führender Ordnung verwendet, auf die das jeweilige QCD-Modell aufgesetzt wird (s. Kapitel 2, Abschnitt 2.9).

Glukonabstrahlungen durch den Kegel-Algorithmus wegen der Transversalenergieschwelle von 5 GeV verworfen werden können. Man beobachtet nun ein überraschendes Bild: Der Wirkungsquerschnitt für den ersten Jet ist an der Schwelle negativ, während das Transversalenergiespektrum des zweiten Jets das bei den angebrachten Schnitten physikalisch zu erwartende, monotone Verhalten zeigt.

Der untere Teil der Abbildung verdeutlicht das Zustandekommen dieses Effektes. Es wurde bereits darauf hingewiesen, daß das Ergebnis der störungstheoretischen Rechnungen mit MEPJET gewichtete Ereignisse sind. Diese Gewichte können durch Beiträge aus weichen, *virtuellen* Korrekturen negativ sein. In den dargestellten Matrizen sind nun die Transversalenergien der beiden Jets gegeneinander, für positive (c) und negative Gewichte (d) getrennt, aufgetragen. Es zeigt sich, daß die negativen Gewichte sämtlich auf der Hauptdiagonalen liegen, während sich ein gewisser Anteil der positiven Gewichte entsprechend der Transversalenergieordnung auch auf die unteren Nebendiagonalen verteilt. Man erkennt nun, daß es als Folge des durch den Kegel-Algorithmus implizit eingeführten *symmetrischen* Schnittes auf die Transversalenergie der beiden Jets von 5 GeV, nicht genügend positive Beiträge aus reellen Korrekturen gibt, um die großen negativen Beiträge zu kompensieren².

Aus dieser Beobachtung läßt sich eine unphysikalische Konsequenz im Verhalten des 2-Jet-Wirkungsquerschnittes ableiten. Durch die Einführung eines *asymmetrischen* Schnittes auf die Transversalenergien der beiden Jets, indem man etwa $E_{t,Jet1} > E_t^{cut} + \Delta$, $E_{t,Jet2} > E_t^{cut}$ fordert³, beschränkt man den zugänglichen 2-Jet-Phasenraum. Man sollte daher erwarten, daß der 2-Jet-Wirkungsquerschnitt eine monoton fallende Funktion des Parameters Δ ist. Stattdessen zeigt sich, daß der Wirkungsquerschnitt mit wachsendem Δ rasch ansteigt, ein Maximum durchläuft und erst dann das physikalisch zu fordernde Absinken aufweist. Dies bedeutet, daß erst durch die geeignete Wahl von Δ die Störungstheorie in NLO verlässliche Vorhersagen liefert. Wählt man Δ hinreichend groß, so läßt sich also ein Trend erzeugen, der eine Übereinstimmung mit den QCD-Modellen der Monte-Carlo-Generatoren und damit letztendlich den Daten ermöglicht. Da LEPTO und ARIADNE nur Matrixelemente in führender Ordnung zur Erzeugung des partonischen Endzustandes einbeziehen, ist die geschilderte Problematik dort irrelevant, weil in LO keine negativen Beiträge aus virtuellen Korrekturen auftreten. Durch die Verkleinerung des Phasenraumes sinken also hier die Wirkungsquerschnitte, während sie in den störungstheoretischen NLO-Verteilungen –je nach Wahl von Δ – leicht ansteigen sollten.

Der Grund für dieses Verhalten liegt im wesentlichen darin, daß die Störungsreihe in einer festen Ordnung –hier in NLO– abgebrochen wird. Der in Kapitel 2, Abschnitt 2.4 angesprochene Kürzungsmechanismus zwischen Beiträgen aus reellen und virtuellen Korrekturen greift jedoch nicht notwendigerweise Ordnung für Ordnung in der störungstheoretischen Entwicklung. Vielmehr kann es in bestimmten Bereichen des

²Man erhält die eindimensionalen Verteilungen indem man die Spalten bzw. Zeilen beider Matrizen aufsummiert. Dabei ist zu beachten, daß die Intervallaufteilung der Matrizen anders ist und die angegebenen Werte gerundet sind.

³Im vorliegenden Falle ist also $E_t^{cut} = 5$ GeV und $\Delta = 0$.

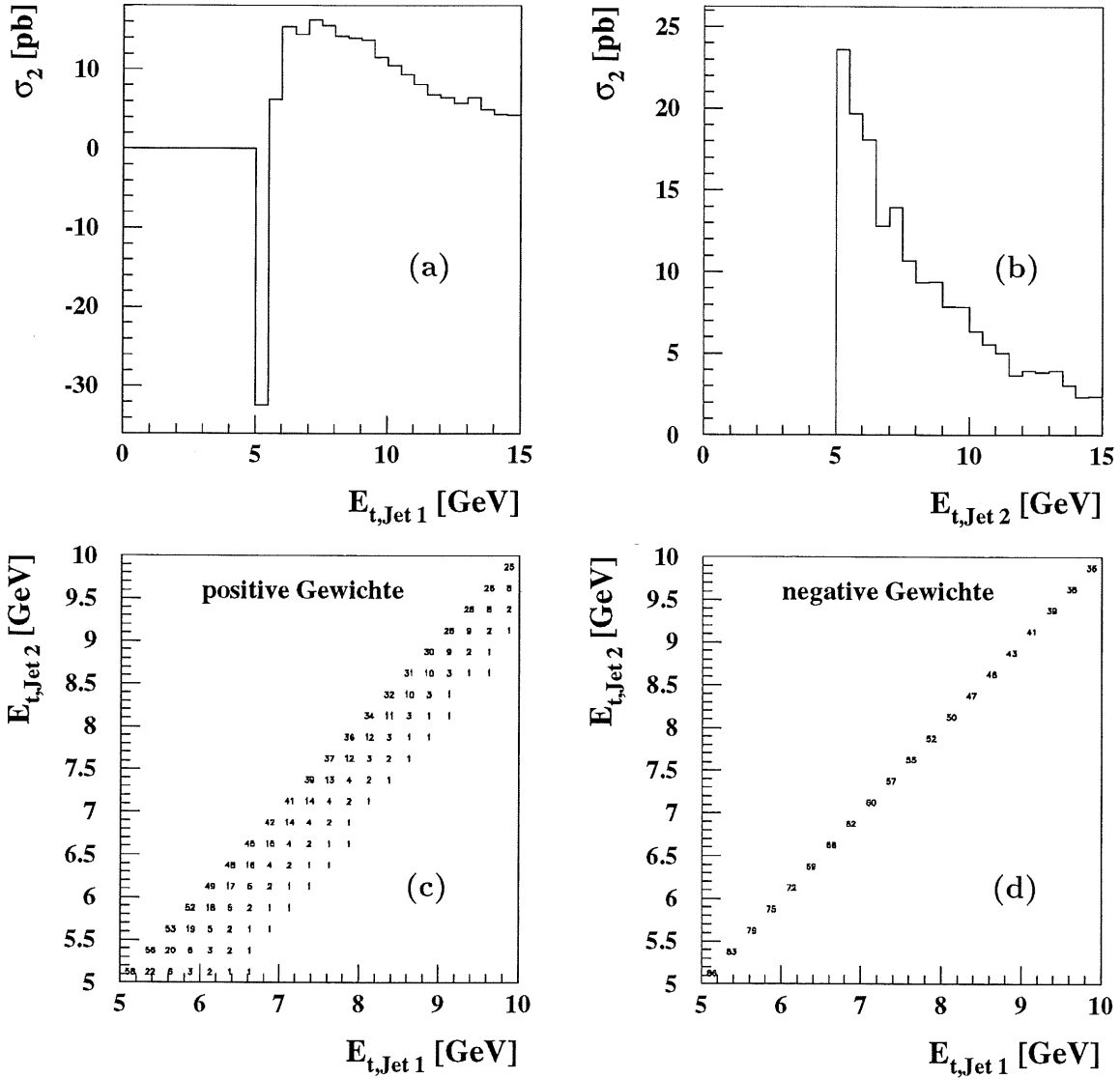


Abbildung 6.2: Oben: NLO-Vorhersage für den 2-Jet-Wirkungsquerschnitt als Funktion der Transversalenergie des ersten (a) und des zweiten Jets (b). Die beiden Jets wurden mit dem Kegel-Algorithmus gebildet und erfüllen den Schnitt $|\Delta\eta| < 2,0$. Unten: Korrelationsmatrizen der Transversalenergien der beiden Jets für positiv (c) und negativ gewichtete Ereignisse (d). Man beachte, daß die Skalen der Achsen bei 5 GeV beginnen. Die Verteilungen wurden mit MEPJET für $\Lambda_4 = 600$ MeV berechnet. Dabei wurde Q^2 als Renormierungs- und Faktorisierungsskala gesetzt und MRS H als partonische Dichtefunktion verwendet.

Phasenraumes zu Mißverhältnissen zwischen reellen und virtuellen Beiträgen kommen, die den Kürzungsmechanismus aufheben. Für eine ausführliche Darlegung der gesamten Problematik sei auf [55] verwiesen.

Im Rahmen einer grundsätzlich vergleichbaren, theoretischen Analyse wurde auf den geschilderten Effekt erstmalig hingewiesen [56]. Die Autoren der zitierten Quelle schlagen vor, daß der Parameter Δ größer als 2 GeV gewählt werden sollte, um störungstheoretisch stabile Vorhersagen zu sichern. In einem ersten Versuch wurde daher auf die Transversalenergie des ersten Jets im Breit-System nachträglich der Schnitt

$$E_{t,Jet1} > 7 \text{ GeV}$$

angebracht. Dabei wurde der Schnitt $|\Delta\eta| < 2,0$ beibehalten.

Das Ergebnis ist in Abbildung 6.3 dargestellt. Gezeigt sind wieder das transversale Energiespektrum des Vorwärtsjets (a) und der 2-Jet-Wirkungsquerschnitt als Funktion von Q^2 (b). Hinzugefügt wurden die Polarwinkelverteilung des Vorwärtsjets (c) und die x_p -Verteilung (d). Es zeigt sich nun insgesamt eine qualitativ gute Übereinstimmung zwischen den störungstheoretischen Vorhersagen und den Ergebnissen auf Partonniveau der Monte-Carlo-Simulationen, wobei an den einzelnen Verteilungen eine deutliche Modellabhängigkeit zu beobachten ist. Besonders deutlich zeigt sich die Wirkung des zusätzlich eingeführten Schnittes am Transversalenergiespektrum des Vorwärtsjets. Man beobachtet im Sinne des dargelegten Sachverhalts erwartungsgemäß eine Angleichung der Verteilungen. Die simulierten Verteilungen liegen nun im wesentlichen zwischen den beiden extremen NLO-Vorhersagen. Dasselbe gilt für den 2-Jet-Wirkungsquerschnitt, für den man einen leichten Anstieg in den ersten Bins der NLO-Verteilungen ($\Lambda_4 = 600 \text{ MeV}$) und ein deutliches Absinken der Monte-Carlo-Simulation beobachtet. Bei der x_p -Verteilung zeigen sich die bei der Betrachtung des Detektorniveaus bereits dokumentierten Modellunterschiede. Die Übereinstimmung in der Polarwinkelverteilung des Vorwärtsjets erweist sich für LEPTO als sehr gut, während ARIADNE insgesamt etwas zu tief liegt und einen unerwarteten Wiederanstieg bei kleinen Winkeln zeigt. Der Grund für dieses Verhalten konnte im Rahmen dieser Untersuchung nicht geklärt werden.

Es hat sich somit gezeigt, daß der ansatzweise eingeführte Schnitt auf die Transversalenergie des ersten Jets zu einem Maß an Übereinstimmung führt, bei dem eine Korrektur der Daten auf Partonniveau für die sinnvolle Bestimmung von α_s prinzipiell möglich ist. Dabei hat sich der Einfluß dieses zusätzlichen Schnittes auf die Qualität der Datenbeschreibung durch die Monte-Carlo-Simulationen auf Detektorniveau als eher gering erwiesen. Es ist jedoch klar, daß dieses ad hoc und unabhängig von einer Berücksichtigung seines Einflusses auf die Qualität der Datenbeschreibung eingeführte Schnittszenario im Hinblick auf eine stabile und vollständige α_s -Analyse noch nicht endgültig ist. Da es sich in diesem Stadium der Untersuchung jedoch noch um prinzipielle Studien zu den Eigenschaften des Kegel-Algorithmus handelt, soll im folgenden Abschnitt vorläufig eine Korrektur der Daten auf Partonniveau vorgenommen und daraus α_s als Funktion von Q^2 bestimmt werden. Auf die Berücksichtigung systematischer Fehler soll dabei aus den genannten Gründen verzichtet werden.

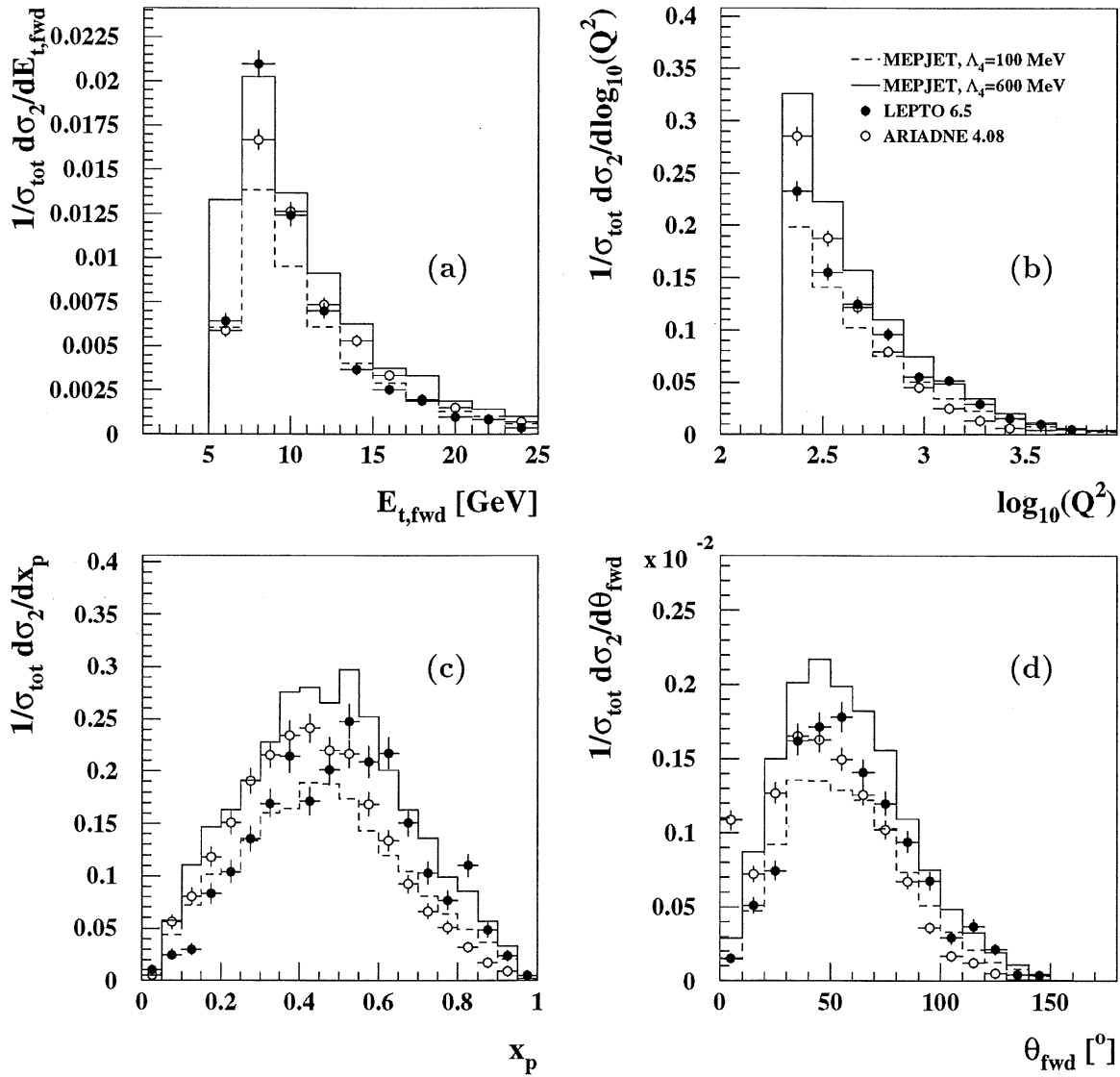


Abbildung 6.3: Verteilungen von 2-Jet-Variablen für die NLO-Vorhersagen von MEPJET mit $\Lambda_4 = 100$ (---) und 600 MeV (—) und den Ergebnissen auf Parton-niveau von LEPTO (●) und ARIADNE (○). Die gefundenen Jets unterliegen dem Schnitt $|\Delta\eta| < 2,0$ und einem zusätzlichen Schnitt auf die Transversalenergie des ersten Jets im Breit-System von $E_{t,\text{Jet}1} > 7 \text{ GeV}$. Gezeigt sind das transversale Energiespektrum des Vorwärtsjets (a), der 2-Jet-Wirkungsquerschnitt als Funktion von Q^2 (b), die x_p -Verteilung (c) und die Polarwinkelverteilung des Vorwärtsjets (d). Alle Größen beziehen sich auf das Breit-System.

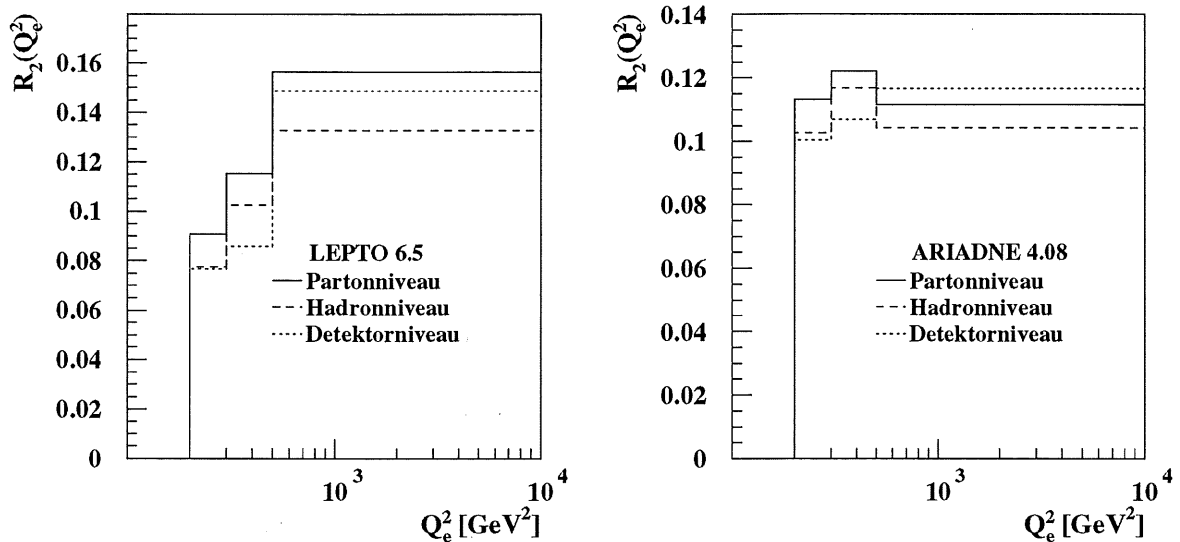


Abbildung 6.4: Die 2-Jetrates auf Parton-, Hadron- und Detektorniveau für die Monte-Carlo-Simulationen LEPTO und ARIADNE. Die Rate wurde mit dem zusätzlichen Schnitt $E_{t,Jet1} > 7$ GeV auf die Transversalenergie des ersten Jets im Breit-System bestimmt.

6.2 Die Messung von α_s

Für die im folgenden durchgeführte Bestimmung der starken Kopplung α_s unterliegt die jeweils ermittelte Rate von 2-Jet-Ereignissen nun den Schnitten

$$|\Delta\eta| < 2, 0$$

$$E_{t,Jet1} > 7 \text{ GeV.}$$

Der Umfang des Datensatzes reduziert sich mit dem zusätzlich eingeführten Schnitt auf die Transversalenergie des ersten Jets um 14% auf 1872 2-Jet-Ereignisse.

6.2.1 Die Korrektur der Daten auf Partonniveau

Die Korrektur der Daten auf die Effekte des Detektors und der Hadronisation erfolgt analog zu dem in Kapitel 5 beschriebenen Vorgehen aus dem Vergleich zwischen dem Ergebnis der Monte-Carlo-Simulation auf Parton- und Detektorniveau über die Berechnung von Korrekturfaktoren⁴. Abbildung 6.4 zeigt die Rate von 2-Jet-Ereignissen für LEPTO und ARIADNE auf Parton-, Hadron- und Detektorniveau.

⁴Wegen des zusätzlichen Schnittes auf die Transversalenergie des ersten Jets, kann hier nicht die in Kapitel 5 gemessene Rate direkt auf die Effekte der Hadronisation korrigiert werden.

Man erkennt einen deutlichen Einfluß des zusätzlichen Schnittes auf die Transversalenergie des ersten Jets auf die Größe der Auflösungs- und Akzeptanzkorrekturen in den einzelnen Bins. Insgesamt betragen die Korrekturen durch LEPTO jedoch nach wie vor nicht mehr als 20% (vgl. Tabelle 5.2). Für ARIADNE hingegen liegen die Korrekturen nun bei höchstens 10%, so daß durch den Schnitt eine leichte Modellabhängigkeit eingebracht wird. Dies macht sich auch bei den Hadronisierungskorrekturen bemerkbar, die für LEPTO höchstens 18% und wenigstens 12% betragen, während ARIADNE Werte von maximal 10% liefert. Die Größe der Gesamtkorrektur auf Partonniveau liegt für LEPTO entsprechend bei maximal 34% im zweiten und 5% im letzten Bin. Die Korrektur durch ARIADNE beträgt insgesamt dagegen höchstens 15%. Die im einzelnen berechneten Korrekturfaktoren für den Übergang vom Parton- auf das Hadronniveau, vom Hadron- auf das Detektorniveau und vom Parton- auf das Detektorniveau sind in Tabelle 6.1 zusammengestellt.

LEPTO 6.5			
Bin	Hadronisation	Detektor	Gesamt
$200 < Q^2 < 300 \text{ GeV}^2$	$1,18 \pm 0,07$	$1,01 \pm 0,06$	$1,18 \pm 0,07$
$300 < Q^2 < 500 \text{ GeV}^2$	$1,12 \pm 0,07$	$1,19 \pm 0,08$	$1,34 \pm 0,08$
$500 < Q^2 < 10^4 \text{ GeV}^2$	$1,18 \pm 0,06$	$0,89 \pm 0,05$	$1,05 \pm 0,05$
ARIADNE 4.08			
$200 < Q^2 < 300 \text{ GeV}^2$	$1,10 \pm 0,05$	$1,02 \pm 0,04$	$1,13 \pm 0,05$
$300 < Q^2 < 500 \text{ GeV}^2$	$1,04 \pm 0,05$	$1,09 \pm 0,06$	$1,14 \pm 0,06$
$500 < Q^2 < 10^4 \text{ GeV}^2$	$1,07 \pm 0,06$	$0,89 \pm 0,05$	$0,96 \pm 0,05$

Tabelle 6.1: Korrekturfaktoren für die 2-Jetrate. Angegeben ist jeweils die Größe der Hadronisierungskorrekturen, der Auflösungs- und Akzeptanzkorrekturen und der Gesamtkorrektur auf Partonniveau. Der angegebene Fehler resultiert aus dem statistischen Fehler des Monte-Carlo-Ereignissatzes.

6.2.2 Die Bestimmung von α_s

Das Vorgehen bei der Bestimmung der starken Kopplung α_s aus der auf Partonniveau korrigierten Rate von 2-Jet-Ereignissen folgt im wesentlichen dem in Kapitel 3 beschriebenen Verfahren. Ausgehend von dem Potenzreihenansatz

$$R_2(\text{Bin } i) = A_i \alpha_s(\langle Q^2 \rangle_i; \Lambda_4) + B_i \alpha_s^2(\langle Q^2 \rangle_i; \Lambda_4) \quad (6.1)$$

werden die Koeffizienten A_i und B_i für jeden Bin i aus den störungstheoretisch für zwei Werte von Λ_4 berechneten Raten bestimmt. Die Vorgabewerte für α_s werden beim mittleren Impulsübertrag $\langle Q^2 \rangle_i$ des jeweiligen Bins wieder aus der Lösung der Renormierungsgruppengleichung in der Form 2.21 berechnet. Der Meßwert für $\alpha_s(\langle Q^2 \rangle_i)$ in jedem Bin ergibt sich dann aus der Lösung der entsprechenden quadratischen Gleichung 6.1, wenn man die zugehörigen Werte der gemessenen, korrigierten Verteilung einsetzt. In der Regel sind dabei die Koeffizienten A_i und B_i positiv,

so daß eine der beiden möglichen Lösungen stets negativ ist und daher prinzipiell verworfen werden kann⁵.

Um festzustellen, ob die so gemessene Abhängigkeit der starken Kopplung vom Impulsübertrag Q^2 mit den störungstheoretischen Vorhersagen übereinstimmt, erfolgt eine Anpassung der drei Datenpunkte an die Lösung der Renormierungsgruppengleichung 2.21. Dazu wird Λ_4 in einem hinreichend großen Intervall variiert und ein χ^2 gemäß

$$\chi^2(\Lambda_4) = \sum_{Bin\ i} \frac{[\alpha_s^{ber.}(\langle Q^2 \rangle_i; \Lambda_4) - \alpha_s^{gem.}(\langle Q^2 \rangle_i)]^2}{\sigma_i^2} \quad (6.2)$$

berechnet und minimiert. Darin bezeichnen $\alpha_s^{ber.}$ den mit Gleichung 2.21 berechneten, $\alpha_s^{gem.}$ den gemessenen Wert der starken Kopplung und σ_i den statistischen Fehler der Messung. Dieser ergibt sich aus dem statistischen Fehler der Daten und der Korrekturfaktoren (s. Tabelle 6.1).

Das Ergebnis der Bestimmung von α_s aus den mit beiden Modellen auf Partonniveau korrigierten Daten ist in Abbildung 6.5 dargestellt. Gezeigt ist jeweils die korrigierte Rate zusammen mit den NLO-Vorhersagen von MEPJET für $\Lambda_4 = 100$ und 600 MeV und die gemessenen Werte für α_s als Funktion von Q^2 . Dabei wurde für die Rechnungen mit MEPJET Q^2 als Renormierungs- und Faktorisierungsskala gesetzt und MRS H als partonische Dichtefunktion verwendet. Es zeigt sich zunächst, daß die korrigierte Rate in beiden Fällen recht gut von den NLO-Vorhersagen beschrieben wird. An den Meßwerten für α_s zeigt sich jedoch, daß das gewählte Schnittszenario noch nicht optimal ist. Man beobachtet in beiden Fällen keine Evidenz für eine Q^2 -Abhängigkeit der starken Kopplung, wie sie von der Theorie gefordert wird. Es gilt dabei jedoch zu bedenken, daß in dem betrachteten kinematischen Bereich die Q^2 -Abhängigkeit der starken Kopplung bereits relativ flach ist und gleichzeitig die statistischen Fehler der Messung sehr groß sind. Die in den entsprechenden Diagrammen miteingezeichnete innere Kurve ist das Ergebnis der Anpassung an die Lösung der Renormierungsgruppengleichung in der Form 2.21. Für die mit LEPTO korrigierten Daten ergab diese Anpassung den Wert $\Lambda_4^{fit} = 314$ MeV für den QCD Parameter bzw. $\alpha_s(M_{Z^0}) = 0.117 \pm 0,003$. Das χ^2 pro Freiheitsgrad beträgt dabei 5,6. Die Annahme einer konstanten starken Kopplung steht nicht im Widerspruch zu den Daten ($\chi^2/d.o.f. = 0,6$). Ein ähnliches Bild zeigt sich bei den mit ARIADNE korrigierten Daten. Die Anpassung ergab hier $\Lambda_4 = 213$ MeV bzw. $\alpha_s(M_{Z^0}) = 0.110 \pm 0,003$ bei einem χ^2 pro Freiheitsgrad von 2,1. Auch hier ist die Annahme eines konstanten α_s mit den Daten verträglich. Die gute Übereinstimmung des ermittelten α_s -Wertes bei der Z^0 -Masse für die mit LEPTO korrigierten Daten mit der in Kapitel 3 vorgestellten α_s -Messung, muß in diesem Stadium als eher zufällig angesehen werden. Die im einzelnen gemessenen α_s -Werte sind in Tabelle 6.2 zusammengestellt.

⁵Im Falle von zwei positiven Lösungen wird die kleinere als Meßwert für α_s angenommen. Diese Annahme rechtfertigt sich aus dem Vergleich mit anderen Messungen, die den Ausschluß eines Meßwertes innerhalb bestimmter Fehlergrenzen erlauben.

Korrektur mit LEPTO 6.5			Korrektur mit ARIADNE 4.08		
$Q^2[\text{GeV}^2]$	$\alpha_s(Q^2)$	$\Lambda_4[\text{MeV}]$	$Q^2[\text{GeV}^2]$	$\alpha_s(Q^2)$	$\Lambda_4[\text{MeV}]$
244	$0.146 \pm 0,009$	203^{+62}_{-54}	244	$0.140 \pm 0,007$	166^{+45}_{-39}
379	$0.168 \pm 0,011$	460^{+127}_{-114}	379	$0.146 \pm 0,008$	253^{+74}_{-64}
1132	$0.147 \pm 0,009$	426^{+131}_{-113}	1132	$0.135 \pm 0,008$	278^{+94}_{-79}
$\alpha_s(M_{Z^0}) = 0.117 \pm 0,003$ $\Lambda_4^{fit} = 314^{+53}_{-48} \text{ MeV}$ $\chi^2/d.o.f. = 5,6$			$\alpha_s(M_{Z^0}) = 0.110 \pm 0,003$ $\Lambda_4^{fit} = 213^{+35}_{-33} \text{ MeV}$ $\chi^2/d.o.f. = 2,1$		

Tabelle 6.2: Meßwerte für α_s als Funktion von Q^2 . Die angegebenen Fehler enthalten die statistischen Fehler des Datensatzes und der Monte-Carlo-Simulation. Die aufgeführten Werte für $\alpha_s(M_{Z^0})$ sind das Ergebnis einer Anpassung der jeweiligen drei Meßpunkte an die Lösung der Renormierungsgruppengleichung 2.21.

Das Ergebnis dieser Untersuchungen zeigt, daß angesichts der im vorigen Abschnitt angesprochenen Unzuverlässigkeit störungstheoretischer NLO-Vorhersagen in bestimmten Regionen des 2-Jet-Phasenraumes, weitere Studien erforderlich sind, um geeignete Schnittszenarien für eine stabile und vollständige α_s -Analyse, wie sie etwa in Kapitel 3 vorgestellt worden ist, zu entwickeln. Denkbar wären Schnitte auf funktionale Ausdrücke der Transversalenergien oder die invariante Masse beider Jets.

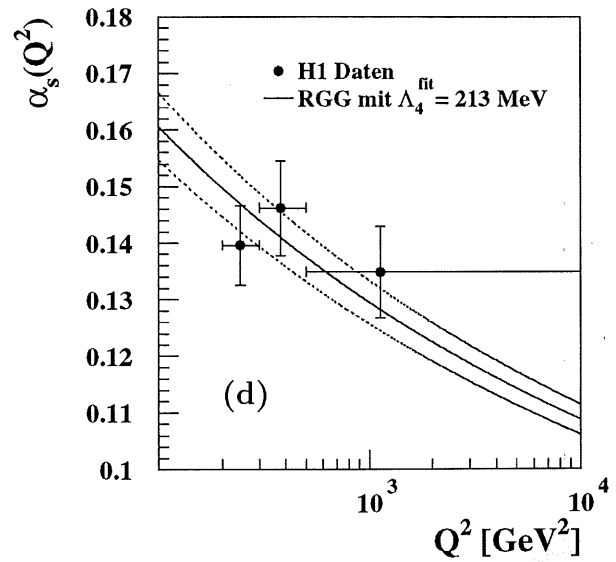
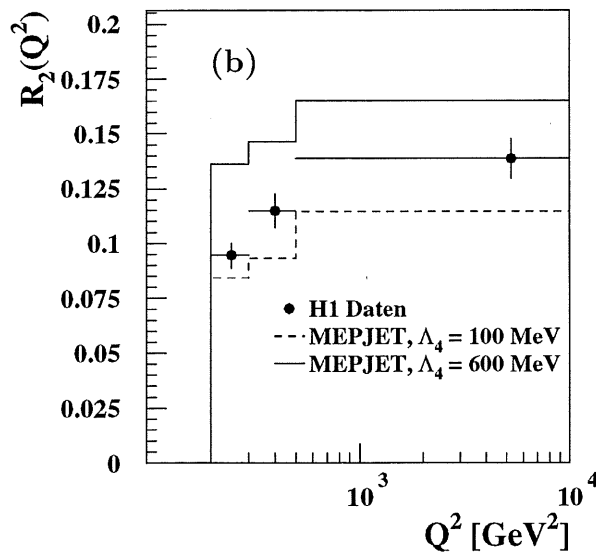
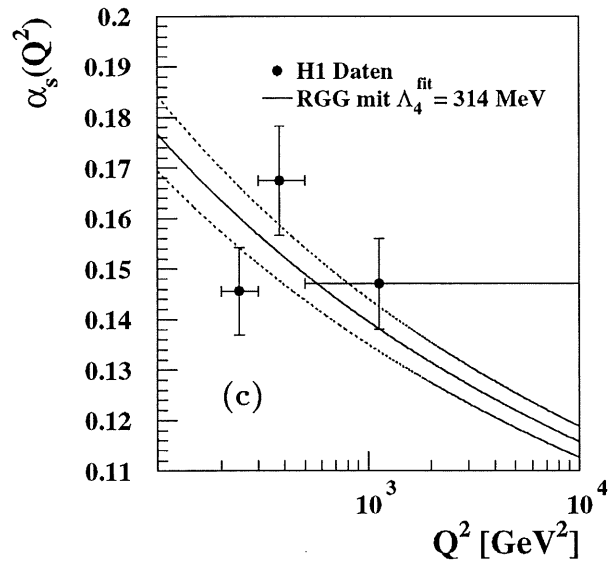
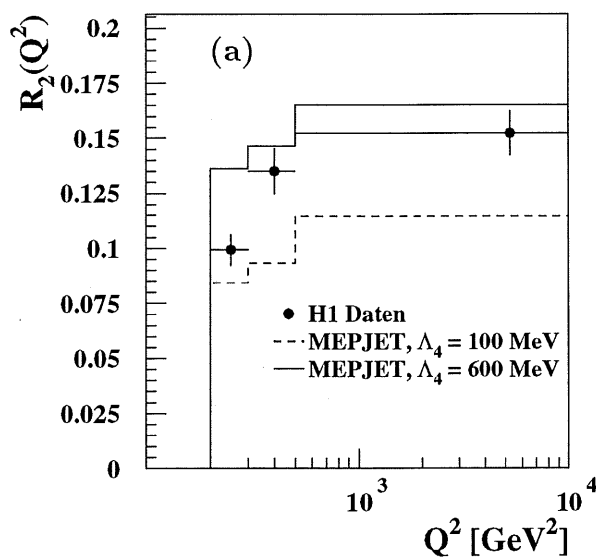


Abbildung 6.5: Links: Vergleich zwischen den NLO Vorhersagen von MEPJET und den mit LEPTO (a) und ARIADNE (b) auf Partonniveau korrigierten 2-Jetraten. Rechts: Die gemessenen α_s -Werte als Funktion von Q^2 (LEPTO (c), ARIADNE (d)). Die durchgezogene innere Kurve ist das Ergebnis der Anpassung an die Lösung der Renormierungsgruppengleichung (RGG), die äußeren punktierten Kurven begrenzen den Fehler der Anpassung. Die eingezeichneten Fehler sind rein statistisch. Man beachte, daß der Nullpunkt der Skalen unterdrückt wurde.

Zusammenfassung

Gegenstand der vorliegenden Arbeit war die Analyse der Jetstruktur des hadronischen Endzustandes der tiefunelastischen e^+p -Streuung im kinematischen Bereich $200 < Q^2 < 10\,000 \text{ GeV}^2$ unter dem Aspekt der Messung der effektiven starken Kopplung α_s . Dabei besteht die Untersuchung aus zwei voneinander unabhängigen Teilen.

Im ersten Teil der Arbeit wurde die Bestimmung der starken Kopplung α_s aus der Messung der mit dem JADE-Algorithmus definierten differentiellen Rate von $(2+1)$ -Jet-Ereignissen vorgestellt und der systematische Fehler der Messung bestimmt. Dabei wurde im besonderen untersucht, welchen Einfluß auf das Meßergebnis für α_s die Wahl der Renormierungsskala und der spezifischen partonischen Dichtefunktion in den störungstheoretischen Rechnungen mit MEPJET, die Variation experimenteller Schnitte und die Verwendung alternativer Rekombinationsschemata des JADE-Algorithmus hat. Dabei zeigte sich, daß der größte Einzelbeitrag zum systematischen Fehler mit etwa 5% aus der Variation der Renormierungsskala (RS) stammt. Insgesamt erweist sich die α_s -Analyse, für die mit dem Monte-Carlo-Generator ARIADNE auf die Effekte des Detektors und der Hadronisation entfaltenen Daten, als äußerst stabil. Die Messung der starken Kopplung ergab:

$$\alpha_s(M_{Z^0}) = 0,118 \pm 0,002(stat.)_{-0,006}^{+0,005}(syst.)_{-0,005}^{+0,006}(RS).$$

Der statistische und die systematischen Fehler quadratisch addiert ergeben einen Gesamtfehler von $\pm 6\%$.

Die gleichzeitig durchgeführte Auswertung der mit LEPTO entfaltenen Daten zeigte eine größere Sensitivität auf die Berücksichtigung systematischer Effekte. Dem korrespondiert eine schlechtere Beschreibung der Daten durch LEPTO in Vorwärtsrichtung. Die Messung ergab

$$\alpha_s(M_{Z^0}) = 0,116 \pm 0,002(stat.)_{-0,010}^{+0,004}(syst.)_{-0,004}^{+0,006}(RS).$$

Der Gesamtfehler beträgt hier $+6\%$ und -10% . In dem jeweils angegebenen systematischen Fehler ist die Modellabhängigkeit der Entfaltung berücksichtigt.

Im zweiten Teil der Arbeit wurde erstmals in tiefunelastischer e^+p -Streuung bei hohen Impulsübertägen ein Kegel-Algorithmus zur Jetrekonstruktion des hadronischen Endzustandes verwendet. Der Untersuchung liegen die mit dem H1-Detektor

während der HERA-Laufzeiten der Jahre 1995 und 1996 gesammelten Daten mit einer integrierten Luminosität von rund 16 pb^{-1} zugrunde. Nach Schnitten zur Reduktion des Untergrundes und zur Vermeidung des kinematischen Bereiches in dem sich die Auflösung bei der Rekonstruktion der kinematischen Variablen deutlich verschlechtert, konnten aus dem vorhandenen Datenmaterial 17 646 tiefunelastische Streuereignisse ausgewählt werden.

Dabei wurde zunächst als Erweiterung von [47] in den Bereich hoher Impulsüberträge, die integrierte Rate von 2-Jet-Ereignissen als Funktion von Q^2 gemessen und auf spezifische Effekte des Detektors korrigiert. Dabei wurden diejenigen Ereignisse als 2-Jet-Ereignisse klassifiziert, bei denen der Kegel-Algorithmus mit dem Radius $R = 1,0$ im Breit-Bezugssystem zwei Jets mit Transversalenergien oberhalb von 5 GeV rekonstruiert und die zusätzlich den Schnitt $|\Delta\eta| < 2,0$ passieren. Die Korrektur der Daten erfolgte mithilfe von generierten Ereignissen und der Simulation der Detektorantwort. Dazu wurden die Monte-Carlo-Generatoren LEPTO und ARIADNE verwendet. Die berechneten Korrekturfaktoren erwiesen sich als im wesentlichen modellunabhängig. Es ergaben sich Korrekturen von maximal 20%. Die auf diese Weise korrigierte Rate von 2-Jet-Ereignissen hat einen Gesamtfehler von maximal +13% und -12%. Darin ist ein statistischer Fehler von im Mittel $\pm 6\%$ und ein systematischer Fehler von durchschnittlich $\pm 5\%$ enthalten. Dieser wird mit +6% und -4% von der Unsicherheit in der absoluten hadronischen Energiekalibration des Flüssig-Argon-Kalorimeters dominiert.

Bei dem Vergleich zwischen der korrigierten Rate und den Simulationen von LEPTO und ARIADNE zeigte sich, daß LEPTO die mit wachsendem Q^2 deutlich ansteigende Rate sehr gut beschreibt, während ARIADNE eine Rate erzeugt die nahezu unabhängig von Q^2 ist. Dies steht im Gegensatz zu der Analyse [47], die die Messung der 2-Jetrates im Bereich $5 < Q^2 < 100 \text{ GeV}^2$ dokumentiert. Dort liegt die Vorhersage von LEPTO mit wachsendem Q^2 um das drei- bis eineinhalbfache unter den korrigierten Daten, während ARIADNE diese perfekt reproduziert. Es zeigt sich also eine ausgeprägte Q^2 -Abhängigkeit in den Vorhersagen der untersuchten Monte-Carlo-Generatoren. Diese Problematik muß Gegenstand weiterer Untersuchungen sein.

Es wurde weiter die Möglichkeit einer Bestimmung der starken Kopplung α_s als Funktion von Q^2 aus der auf Detektor- und Hadronisierungseffekte korrigierten Rate von 2-Jet-Ereignissen untersucht. Dazu wurden die aus den QCD-Modellen von LEPTO und ARIADNE abgeleiteten Verteilungen von 2-Jet-Variablen mit den störungstheoretischen NLO-Vorhersagen von MEPJET verglichen. Dabei zeigten sich drastische Diskrepanzen, auf deren Ursache erst kürzlich hingewiesen wurde [54]. Die Beobachtungen spiegeln ein grundsätzliches Problem störungstheoretischer Rechnungen in fester Ordnung bei bestimmten kinematischen Konfigurationen wieder. Dies manifestierte sich konkret in einem negativen Wirkungsquerschnitt als Funktion der Transversalenergie des ersten Jets im Breit-System nahe der Schwelle von 5 GeV.

Die Vermeidung dieser Schwierigkeiten gelingt durch einen asymmetrischen Schnitt auf die Transversalenergien der beiden Jets [56]. In einem ersten Versuch wurde gefordert, daß die Transversalenergie des ersten Jets größer als 7 GeV und die des zweiten nach wie vor größer als 5 GeV war. Das Ergebnis war eine prinzipielle Übereinstimmung zwischen den QCD-Modellen und den störungstheoretischen NLO-Vorhersagen.

Mit diesem ansatzweise entwickelten Schnittszenario wurde eine vorläufige Korrektur der Daten auf die Effekte der Hadronisierung und des Detektors vorgenommen und aus dem Vergleich zwischen der korrigierten 2-Jetraten und den NLO-Vorhersagen α_s als Funktion von Q^2 bestimmt. Dabei zeigte sich sowohl für die mit LEPTO als auch für die mit ARIADNE korrigierten Daten keine eindeutige Evidenz für die theoretisch erwartete Q^2 -Abhängigkeit der starken Kopplung. Dabei ist zu beachten, daß der statistische Fehler der Messung mit maximal $\pm 6\%$ relativ hoch und die Q^2 -Abhängigkeit von α_s in dem betrachteten kinematischen Bereich bereits sehr flach ist. Eine χ^2 -Anpassung der Meßpunkte an die theoretisch vorhergesagte Q^2 -Abhängigkeit von α_s ergab für die mit LEPTO korrigierten Daten den Wert $\alpha_s(M_{Z^0}) = 0,117 \pm 0,003(stat.)$. Dasselbe Verfahren lieferte für die mit ARIADNE korrigierten Daten das Ergebnis $\alpha_s(M_{Z^0}) = 0,110 \pm 0,003(stat.)$.

Das Ergebnis dieser Untersuchungen zeigt, daß der Kegel-Algorithmus für die Bestimmung der starken Kopplung α_s aus Jetraten prinzipiell geeignet ist. Das wegen der Aktualität der aufgetretenen störungstheoretischen Problematik ad hoc eingeführte Schnittszenario ist jedoch noch nicht optimal. Für eine vollständige α_s -Analyse sind weitere Studien mit alternativen Auswahlanschnitten erforderlich.

Literaturverzeichnis

- [1] C. Adloff et al., H1 Collaboration, *Differential 2+1 Jet Rates and Determination of α_s in Deep Inelastic Scattering at HERA*, 1997, zur Veröffentlichung vorgesehen
- [2] H1 Homepage, <http://dice2.desy.de:80/>
- [3] I. Abt et al., H1 Collaboration, *The H1 Detector at HERA*, DESY-96-01 (1996)
- [4] J. Gayler, *Minutes of the ESCALE-Meeting*, mi-950213 (1995)
- [5] J. S. Kermiche, J. Marks, *LAr Electromagnetic Energy Scale Studies using NC DIS (1+1) Jet and QED Compton Events for the e^+p 1994 H1 Data*, H1-12/95-466 (1995)
- [6] N. Tobien, Diplomarbeit, Universität Hamburg, unveröffentlicht (1996)
- [7] E. D. Bloom et al., *High Energy Inelastic ep Scattering at 6° and 10°*, Phys. Rev. Lett. 23 (1969) 930
- [8] J. D. Bjoerken, Phys. Rev. 179 (1969) 1547
- [9] R. P. Feynman, Phys. Rev. Lett. 23 (1969) 1415
- [10] M. Gell-Mann und Y. Ne'eman, *The Eightfold Way*, W. A. Benjamin Inc., 1964
- [11] C. G. Callan, D. J. Gross, *High Energy Electroproduction and the Constitution of the Electric Current*, Phys. Rev. Lett. 22 (1969) 156
- [12] J. C. Collins, *Renormalization*, Cambridge University Press 1984
- [13] G. Sterman, CTEQ Collaboration, R. Brock et al., *Handbook of Perturbative QCD*, Fermilab-Pub-93-094 and Rev. Mod. Phys. 67 (1995) 157-248
- [14] T. Kinoshita, J. Mth. Phys. 3 (1962) 650
- [15] T. D. Lee und M. Nauenberg, *Degenerate Systems and Mass Singularities*, Phys. Rev. B133 (1964) 1549
- [16] D. Graudenz, *Deeply Inelastic Hadronic Final States: QCD Corrections*, hep-ph/9708362 (1997)

- [17] E. Mirkes und D. Zeppenfeld, Phys. Lett. B380 (1996) 205
- [18] E. Mirkes und D. Zeppenfeld, *Dijet Production at HERA in Next-to-Leading Order*, hep-ph/9511448 v3 (1996)
- [19] B. R. Webber, *Hadronization*, hep-ph/9411384 (1994)
- [20] B. Anderson et al., *Parton Fragmentation and String Dynamics*, Phys. Rep. 97 (1983) 31
- [21] G. Sterman, S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 39 (1977) 1436
- [22] F. Abe et al., CDF Collaboration, *The Topology of Three Jet Events in $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV*, Phys. Rev. Lett. D45 (1992) 72
- [23] J. E. Huth et al., *Toward a Standardization of Jet Definitions*, Proc. of the 1990 DPF Summer Study on High Energy Physics, ed. E. L. Berger, World Scientific, 1992
- [24] W. Bartel et al., JADE Kollaboration, Z. Phys. C33 (1986) 23
- [25] S. Bethke et al., Phys. Lett. B213 (1988) 235
- [26] D. Graudenz, *Next-to-Leading Order QCD Corrections to Jet Cross Sections and Jet Rates in Deeply Inelastic Electron Proton Scattering*, hep-ph/9307311 (1993)
- [27] R. Brun et al., *GEANT3 User's Guide*, CERN-DD/EE 84-1 (1987)
- [28] V. N. Gribov und L. N. Lipatov, Sov. J. Nucl. Phys. 15(1972) 438. and 675;
G. Altarelli und G. Parisi, Nucl. Phys. 126 (1977) 297;
Yu. L. Dokshitzer, Sov. Phys. JETP 46 (1977) 621
- [29] V. V. Sudakov, Sov. Phys. JETP 3 (1956) 65
- [30] G. Ingelmann, LEPTO, Version 6.1, Proc. of the Workshop '*Physics at HERA*',
Eds. W. Buchmüller und G. Ingelmann, Vol. 3 (1992) 1366;
LEPTO Version 6.5, DESY 96-057, April 1996
- [31] L. Lönnblad, Comp. Phys. Comm. 71 (1992) 15
- [32] T. Sjöstrand, CERN-TH-648892 (1992)
- [33] K. Flamm, Dissertation, Universität Hamburg, unveröffentlicht (1996)
- [34] V. Blobel, *Unfolding Methods in High Energy Physics Experiments*, DESY 84/118, Dec. 1984, Vortrag bei der 1984 CERN School of Computing, Aiguablava, Spanien, Sep. 9-22, 1984; CERN Comp. School 1984 88, QA76:C2:1984, 1994

- [35] M. Aguilar-Benitez et al., Particle Data Group; Review of Particle Properties, Phys. Rev. D, Vol. 54 (1996) 65.
- [36] S. Bethke et al., Nucl. Phys. B370 (1992) 310
- [37] E. A. Kuraev, L. N. Lipatov and V. S. Fadin, Sov. Phys. JETP 45 (1972) 199; Y. Y. Balitsky and L. N. Lipatov, Sov. J. Phys. 28 (1978) 282
- [38] A. D. Martin, R. G. Roberts und W. J. Sterling, *Parton Distributions of the Proton*, RAL-94-055, Jun. 1994, hep-ph/9406315 und Phys. Rev. D50 (1994) 6734
- [39] J. Botts et al., CTEQ Collaboration, Phys. Lett. B304 (1993) 159
- [40] J. Botts et al., CTEQ Collaboration, MSUHEP-60426, CTEQ-604
- [41] M. Glück, E. Reya und A. Vogt, Z. Phys. C53 (1992) 127
- [42] A. D. Martin, R. G. Roberts und W. J. Sterling, Phys. Lett. B356 (1995) 89
- [43] H1 Homepage, <http://dice2.desy.de:80/>
- [44] I. Abt et al., H1 Collaboration, Phys. Lett. B379 (1996) 319
- [45] M. Glück, E. Reya und A. Vogt, Z. Phys. C67 (1995) 443
- [46] DJANGO 6.2; G. A. Schuler und H. Spiesberger, Proc. of the Workshop 'Physics at HERA', Eds. W. Buchmüller und G. Ingelmann, Vol 3 (1991) 1419
- [47] J. Spiekermann, Dissertation, Universität Dortmund, unveröffentlicht, (1997)
- [48] T. Carli, Proc. of the Workshop 'DIS 96', Eds. G. D'Agostini und A. Nigro, World Scientific, (1996) 415
- [49] L. Lönnblad, CERN-TH 7307/94
- [50] C. Adloff et al., H1 Collaboration, *A Determination of the Strong Coupling Constant from Integrated Jet Rates in Deep Inelastic Scattering*, 1997, zur Veröffentlichung vorgesehen
- [51] C. Niedzballa, Dissertation, RWTH Aachen, 1997, unveröffentlicht
- [52] C. Adloff et al., H1 Collaboration, *Measurement of Event Shape Variables in Deep Inelastic ep Scattering*, DESY 97-098 (1997), Veröffentlichung in Phys. Lett. B
- [53] M. Maniatis, Minutes of the Jet-meeting, 29.10.1997
- [54] M. Wobisch, Minutes of the Jet-meeting, 29.10.1997

- [55] S. Catani und B. R. Webber, *Infrared Safe but Infinite: Soft-Gluon Divergences Inside the Physical Region*, hep-ph/9710333 (1997)
- [56] S. Frixione, G. Ridolfi, *Jet Photoproduction at HERA*, hep-ph/9707345 (1997)