

FR 9810008



ORSAY
Numéro d'ordre:

LAL-97-21
Avril 1997

UNIVERSITE de PARIS-SUD
Centre d'Orsay

THESE

*présentée
pour obtenir*

*Le grade de DOCTEUR EN SCIENCES PHYSIQUES
de l'Université de Paris XI Orsay*

par

Georges LOBO

**Extraction de la densité de gluon du proton
à partir de la mesure du taux d'événements à
(2+1) jets dans H1.**

Thèse soutenue le 22 Avril 1997, devant la Commission d'examen:

M.	J.	LEFRANÇOIS	Président
	J.C.	BIZOT	
	S.	CATANI	Rapporteur
Mme.	M.C.	COUSINOU	
	E.	ELSEN	
	A.	MILSZTAJN	Rapporteur
	F.	ZOMER	Invité

29 - 30

Abstract

The rate of events with three jets measured in Deeply Inelastic Scattering ($R_{(2+1)}$) is a sensible observable for extracting the gluon density inside the proton. This rate is in this present work measured by using the so-called “ k_t ” jet finding algorithm, which isolate the remnant jet and satisfies the perturbative Quantum-Chromo-Dynamics factorization theorem, which guarantees universality of parton densities.

The gluon density and the non perturbative corrections to $R_{(2+1)}$ are extracted by fitting $R_{(2+1)}$ and the structure function F_2 measurements made by H1 and fixed target experiments. The parameters of the the fitting procedure are those of the parton densities defined at a given Q_0 (and then evolved to the data points using Altarelli-Parisi evolution equations) and those defining the non perturbative corrections to $R_{(2+1)}$. To take in account the correlations between the parameters, the results are presented by and error band.

The results of the various fits shows that no further improvement on the gluon density can be obtained, at present, by using $R_{(2+1)}$. Nevertheless, the first experimental extraction of the non perturbative corrections is performed, and given as a function of x Bjorken and Q^2 . The magnitude of these corrections is in agreement with theoretical expectations.

Mots clés: QCD
Jets
Power corrections
gluon density
Deeply Inelastic Scattering
DGLAP
Structure functions
HERA

ORSAY
Numéro d'ordre:

LAL-97-21
Avril 1997

UNIVERSITE de PARIS-SUD
Centre d'Orsay

THESE

*présentée
pour obtenir*

*Le grade de DOCTEUR EN SCIENCES PHYSIQUES
de l'Université de Paris XI Orsay*

par

Georges LOBO

**Extraction de la densité de gluon du proton
à partir de la mesure du taux d'événements à
(2+1) jets dans H1.**

Thèse soutenue le 22 Avril 1997, devant la Commission d'examen:

M.	J.	LEFRANÇOIS	Président
	J.C.	BIZOT	
	S.	CATANI	Rapporteur
Mme.	M.C.	COUSINOU	
	E.	ELSEN	
	A.	MILSZTAJN	Rapporteur
	F.	ZOMER	Invité

A Corinne et Milan

Table des matières

Introduction	1
I Aspects théoriques	5
1 La diffusion profondément inélastique	9
1.1 Le Modèle Standard	9
1.2 La diffusion profondément inélastique	9
1.2.1 Les variables cinématiques	10
1.2.2 Section efficace et définition des fonctions de structures . .	12
1.2.3 le modèle des partons	14
1.2.3.1 Description heuristique	14
1.2.3.2 Section efficace et fonctions de structures	15
1.3 La Chromo-Dynamique Quantique	16
1.3.1 Introduction	16
1.3.2 Le Lagrangien de QCD	17
1.3.3 Divergences UV, renormalisation et constante de couplage	17
1.3.4 Liberté asymptotique et confinement	19
1.3.5 Divergences IR et colinéaires	19
1.3.6 La factorisation	21
1.3.7 Les schémas de factorisation	23
1.4 Equations d'évolution	24
1.4.1 Equations d'évolutions DGLAP	25
1.5 Contribution des quarks lourds	28
1.6 Les contributions des radiations QED	29

2	La physique des jets	35
2.1	Section efficace (2+1) jets	35
2.2	Les algorithmes	38
2.2.1	L'algorithme JADE modifié	39
2.2.2	L'algorithme k_t	40
2.3	Comparaison des deux algorithmes	42
2.4	Les algorithmes factorisables	45
2.5	Les calculs au NLO	47
2.5.1	MEPJET	48
2.5.2	DISENT	48
2.6	Les ordres supérieures	52
2.7	Les Corrections non-perturbatives	52
2.8	Les Monte-Carlos et les jets	54
II	Analyse des données	61
3	HERA et le détecteur H1	65
3.1	Le Collisionneur HERA	65
3.2	Le détecteur H1	68
3.2.1	Description générale de H1	68
3.2.2	Détecteurs de traces	70
3.2.2.1	Détecteurs de traces avant (FT)	70
3.2.2.2	Détecteurs de traces central (CT)	70
3.2.2.3	Détecteur de traces arrière (BPC)	71
3.2.3	La calorimétrie	72
3.2.3.1	Le calorimètre à argon liquide	72
3.2.3.2	Le calorimètre électromagnétique arrière (BEMC)	75
3.2.3.3	Le calorimètre de fin de gerbe (TC)	76
3.2.4	Le système de mesure de la luminosité	77
3.2.5	TOF	78
3.2.6	Le système de déclenchement	78
3.2.6.1	Le système de déclenchement BSET	79

3.2.7	La simulation du détecteur	80
3.2.8	Les améliorations apportées en 1995	80
4	Sélection des événements	83
4.1	Introduction	83
4.2	Cinématique de la diffusion profondément inélastique	83
4.2.1	Méthode électron	87
4.2.2	La méthode Jacquet-Blondel	87
4.2.3	La méthode sigma	88
4.2.4	La méthode double-angle	89
4.3	Reconstruction des quantités cinématiques	89
4.3.1	Reconstruction de l'électron	89
4.3.2	Reconstruction de l'énergie du système hadronique	90
4.4	Comparaison des différentes méthodes	91
4.5	Sélection "en ligne"	96
4.6	Élimination du bruit de fond.	96
4.6.1	Bruit de fond de photo-production	97
4.6.2	Bruit de fond non- ep	97
4.7	Identification de l'électron	97
4.7.1	Electron dans le BEMC	98
4.7.2	Effet des coupures sur le bruit de fond	99
4.7.3	Autres coupures	101
4.8	Comparaison entre les données et la simulation	102
4.8.1	Calibrations et corrections	102
4.8.1.1	Corrections sur l'angle de l'électron	102
4.8.1.2	Calibration en énergie	104
4.8.2	Distributions finales	105
4.9	Résumé	106
5	Mesure du taux de jets	111
5.1	Introduction	111
5.2	Définitions	111
5.3	Le "paramètre" de résolution des jets.	112

5.4	Choix de la cinématique	112
5.4.1	Définition du pavage	114
5.4.2	La cinématique dans l'algorithme	116
5.4.2.1	La transformation dans le référentiel de Breit	116
5.4.2.2	Influence de la reconstruction	121
5.5	Traitement des migrations	122
5.5.1	Factorisation des probabilités	123
5.5.2	Vérification de l'hypothèse de factorisation	126
5.6	Corrections radiatives QED	127
5.7	Détermination du taux de jets	131
5.7.1	Coupures angulaires	131
5.7.2	Comparaison entre les données et le Monte-Carlo	134
5.8	Erreurs systématiques	142
5.8.1	Résumé	148
6	Extraction de la densité de gluon du proton	155
6.1	Description de la méthode	155
6.2	Données utilisées pour l'ajustement	156
6.3	Définition du χ^2 et traitement des erreurs systématiques	158
6.4	Calcul des fonctions théoriques	160
6.4.1	Les densités de parton utilisées	160
6.4.2	Paramétrisation des densités de parton.	162
6.4.3	Calcul théorique de F_2	162
6.4.4	Calcul théorique de $R_{(2+1)}$	163
6.5	Résultats des ajustements	165
6.5.1	Dépendance en x des corrections non perturbatives	165
6.5.2	Influence de $R_{(2+1)}$ sur $g(x)$	168
6.5.3	Influence de Λ_{QCD}	171
6.5.4	Comparaison des ajustements pour les quatre mesures de $R_{(2+1)}$	172
6.5.5	Origine des différences entre $R_{(2+1)}$ mesurés dans LEPTO et dans les données	181
6.6	Conclusion	183

Conclusion	187
Annexes	189
A Méthode d'intégration rapide de section efficace	191
A.1 Introduction	191
A.2 Description de la méthode	191
A.2.1 Intégration sur les variables de jets	192
A.3 Considérations techniques	193
A.3.1 Intégration dans les bins	194
A.4 Précision	197
B Calcul des bandes d'erreurs	201
B.1 Méthode des multiplicateurs de Lagrange	201
B.2 Méthode directe	203

Introduction

Les expériences de diffusion électron-proton, menées à la fin des années 60 au SLAC, ont permis de mettre en évidence la structure du proton. Le succès du modèle des partons, permettant d'interpréter les mesures de ces expériences, a montré l'existence de la liberté asymptotique, concept où les partons sont vus comme "libres" pendant le temps très court de l'interaction. Pendant la même période ce même concept a été démontré pour les théories de jauge non-abéliennes et a permis d'associer les partons aux quanta de la théorie des interactions fortes, la Chromo-Dynamique Quantique (QCD). L'existence d'objets neutres emportant la moitié de l'impulsion du proton et la découverte directe du gluon à la fin des années 70 ont permis d'établir la Chromo-Dynamique Quantique comme le meilleur candidat pour décrire les interactions fortes.

Les tests de la Chromo-Dynamique Quantique, sont difficiles à effectuer car les prédictions ne sont calculable que dans le cadre de la théorie des perturbations, impliquant une constante de couplage faible. Il est donc nécessaire d'effectuer des expériences où les moments de transfert sont assez grands pour permettre le calcul perturbatif. Cependant, les quarks n'ayant pas été observés à l'état libre, il est aussi nécessaire de factoriser le processus perturbatif et la partie purement non perturbative liée à l'hadronisation. Lorsqu'un parton est présent dans l'état initial, la partie non perturbative est exprimée par une fonction représentant la densité du parton dans le hadron initial. Cette densité n'est pas prédite par la théorie et ne peut être déterminée qu'à partir de l'ajustement du calcul perturbatif aux mesures déjà effectuées. Une fois cette densité connue, il est possible de prédire d'autres sections efficaces.

Lorsque des partons sont produit dans l'état final, ils donnent naissance à des hadrons reproduisant les caractéristiques cinématiques des partons dont ils proviennent. Lorsque les moments transférés sont élevés, on peut observer des "jets" de hadrons, à partir desquels il est possible de déterminer les moments des partons.

Le collisionneur HERA installé sur le site du laboratoire DESY à Hambourg permet une avancée importante dans la connaissance de la structure du proton. L'énergie des faisceaux (27,5 GeV pour l'électron et 820 GeV pour le proton) offre la possibilité de sonder le proton à des distances jusqu'alors inexplorées sur

cible fixe. Le détecteur H1 est conçu pour mesurer précisément l'angle et l'énergie de l'électron diffusé, ainsi qu'une grande partie des hadrons produits lors de la collision. La partie essentielle du détecteur est le calorimètre à Argon liquide qui permet la mesure précise des particules en position et en énergie. L'un des principaux sujets étudiés à HERA est la détermination du contenu du proton en quarks et en gluons. La densité des quarks est actuellement relativement bien connue, à partir de la fonction de structure F_2 . La densité de gluon est moins bien connue, car elle n'est actuellement déterminée que par ses effets indirects sur cette même fonction de structure F_2 . Le travail présenté ici constitue une tentative pour déterminer de manière plus directe cette densité de gluon : la production d'événements comportant, dans l'état final, deux jets en plus du jet "spectateur" (constitué des débris du proton), car la section efficace de ce processus étant dominée par le processus de fusion gluon-photon, $\gamma^*g \rightarrow q\bar{q}$ elle est directement sensible à la densité de gluon. Le sujet de cette thèse est donc la mesure du taux d'événements à 2+1 jets ($R_{(2+1)}$) dans les événements de diffusion profondément inélastique (DPI) enregistrés par H1 en 1994. Cette étude se heurte à plusieurs difficultés. L'une d'entre elles provient de la définition même d'un jet qui doit être faite tant au niveau expérimental qu'au niveau théorique. Dans le cas présent, le choix de l'algorithme est défini principalement par la théorie. Une autre difficulté provient de l'importance des corrections non perturbatives au taux $R_{(2+1)}$. Le calcul exact de ces corrections n'étant pas encore disponible, nous avons décidé de les déterminer expérimentalement. Cette mesure est la première effectuée pour le taux de jets.

Cette thèse est divisée en deux parties. La première est consacrée aux aspects théoriques. Dans le chapitre 1, nous rappelons d'abord les principales définitions utilisées en DPI. Nous replaçons ensuite l'étude des fonctions de structure dans le cadre de la QCD. Nous rappelons la définition théorique des densités de parton et les conditions dans lesquelles elles peuvent être considérées comme universelles. Le chapitre se termine par la description des équations d'évolution de la densité de partons, qui se traduisent par les violations d'échelle des fonctions de structure. Le chapitre 2 est exclusivement consacré à la physique des jets sur un collisionneur électron-proton comme HERA. Ce chapitre montre la nécessité d'introduire un algorithme de définition des jets dès le niveau théorique. Nous expliquons aussi en quoi le choix de l'algorithme dit " k_t " est à l'heure actuelle le seul candidat permettant l'extraction de la densité de gluon. La fin du chapitre dresse un état des lieux des calculs non perturbatifs en QCD.

La deuxième partie est consacrée à l'aspect expérimental. Le chapitre 3 décrit l'appareillage de mesure, et insiste plus particulièrement sur les éléments de H1 ayant servi dans notre analyse. Le chapitre 4 décrit la sélection des événements de DPI. Nous rappelons, au début du chapitre, les différentes méthodes de mesure de la cinématique, et nous comparons les résolutions obtenues par ces différentes méthodes. La sélection finale contient environ 90000 événements sélectionnés pour

des valeurs du Q^2 (carré du moment transféré de l'électron au système hadronique) allant de 10 GeV^2 à 100 GeV^2 . Le chapitre 5 est essentiellement consacré à la mesure du taux de jets. Pour cette mesure, le domaine cinématique sélectionné a été divisé en 11 boîtes dans lesquelles ont été déterminées les valeurs de $R_{(2+1)}$. La mesure des hadrons étant de mauvaise qualité dans le calorimètre arrière, une coupure angulaire sur l'angle des jets a dû être appliquée. Une autre coupure a été effectuée dans la région où partent les débris du proton. Les programmes de simulation étant utilisés pour tenir compte des effets du détecteur, nous avons dû introduire une coupure supplémentaire sur une variable cinématique (z_p) qui était mal décrite par ces programmes. Pour étudier, a posteriori, l'effet de ces coupures, nous avons défini quatre lots de mesure de $R_{(2+1)}$ avec des coupures différentes pour chacun. Le chapitre 6 décrit les résultats de l'extraction de la densité de gluon, et des corrections non perturbatives. Afin de tenir compte des corrélations entre les densités de quarks et de gluon, nous avons utilisé un programme d'ajustement basé sur les équations d'évolution. Afin de contraindre les densités de quarks, nous avons utilisé les mesures de F_2 faite par H1 et par l'expérience sur cible fixe, NMC. Pour permettre ce type d'extraction, il est nécessaire que les fonctions théoriques soient calculables rapidement. En raison de la complexité du calcul théorique de $R_{(2+1)}$, impliquant un temps de calcul prohibitif pour la procédure d'ajustement, nous avons été amené à développer une méthode d'intégration rapide des sections efficaces. Cette méthode est décrite dans l'annexe A. Les erreurs sur la densité de gluon, et les corrections non perturbatives sont données sous la forme d'une enveloppe tenant compte des corrélations entre les paramètres. Le calcul de ces bandes d'erreur est décrit dans l'annexe B. Cette thèse se termine par une conclusion sur les perspectives de l'extraction de la densité de gluon, à partir de cette méthode.

NEXT PAGE(S)
left BLANK

Partie I
Aspects théoriques

Cette partie a pour but de présenter les aspects théoriques de la diffusion profondément inélastique en général et de la physique des jets en particulier. Nous rappelons dans ce chapitre le cadre théorique dans lequel sont définies les densités de parton. Bien qu'elles soient extraites d'une mesure expérimentale, elles restent des objets *purement théoriques*, provenant de l'incapacité de résoudre la Chromo-Dynamique Quantique (QCD) à basse énergie. Il n'en reste pas moins que le théorème de factorisation garantit *l'universalité* des densités de partons, sous certaines conditions.

Le premier chapitre est consacré à la diffusion profondément inélastique (DIS) et à la QCD de manière générale. Il débute par un très bref rappel de l'état actuel du Modèle Standard. La diffusion profondément inélastique est ensuite présentée ainsi que le modèle des partons dit "naïf" (QPM). La suite du chapitre est consacrée au traitement de la diffusion profondément inélastique dans le cadre de la QCD. L'introduction de la QCD dans les processus de diffusion profondément inélastique conduit au théorème de factorisation et aux violations de l'invariance d'échelle des fonctions de structures.

Le deuxième chapitre est consacré plus particulièrement à la physique des jets de hadrons en DIS. Les principales propriétés des algorithmes sont décrites à partir du calcul à l'ordre α_s de la section efficace de production d'événements (2+1) jets. Nous présentons ensuite deux algorithmes (JADE et k_t) de reconstruction des jets, parmi ceux utilisés en DIS. Les algorithmes sont comparés autant au niveau théorique qu'au niveau de la reconstruction des jets. Après ces comparaisons, la propriété de *factorisation* concernant les algorithmes de jets sera brièvement présentée. La suite du chapitre est consacrée aux difficultés liées au calcul à l'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ et à la présentation des deux programmes permettant actuellement d'effectuer ces calculs. La fin du chapitre est consacrée à l'importance des corrections non perturbatives pouvant affecter la mesure du taux de jets.

Chapitre 1

La diffusion profondément inélastique

1.1 Le Modèle Standard

Le Modèle Standard est composé du modèle de Glashow, Salam et Weinberg[1] (GSW) décrivant les interactions électrofaibles et de la Chromo-Dynamique Quantique (QCD). Il est fondé sur la symétrie $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ pour le modèle GSW et $SU(3)_c$ pour la QCD.

L'interaction électrofaible agit sur des doublets et des singulets d'isospin faible, liant des fermions de différents types suivant leur hélicité. L'ensemble des fermions est regroupé en trois familles représentées dans le tableau 1.1.

L'interaction faible résulte de la brisure spontanée de la symétrie $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Les quatre bosons vecteurs associés à ce groupe se couplent à un doublet de champs de Higgs. Les états propres de masse donnent naissance aux bosons massifs W^\pm et Z^0 et au photon. Un couplage de type Yukawa du doublet de Higgs avec les fermions permet de donner une masse à ces derniers. La Chromo-Dynamique Quantique agit sur les triplets de couleur pour chacune des saveurs de quarks. Nous décrirons plus en détail cette théorie dans la suite de ce chapitre.

1.2 La diffusion profondément inélastique

La diffusion profondément inélastique a depuis longtemps constitué un processus privilégié dans l'étude des interactions fortes. Un tel processus à courant neutre peut être schématisé par la figure 1.1. Nous nous placerons dans le cas où la masse finale hadronique W est largement supérieure à la masse M_p du proton.

	Interaction électrofaible				Interaction forte
Fermions	$\begin{pmatrix} e \\ \nu_e \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \mu \\ \nu_\mu \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \tau \\ \nu_\tau \end{pmatrix}_L$	e_R, μ_R, τ_R	$\{d\}_i$ $\{u\}_i$ $\{s\}_i$ $\{c\}_i$ $\{b\}_i$ $\{t\}_i$ $i=R,V,B$
	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L$	u_R, c_R, t_R d_R, s_R, b_R	
Bosons	$\gamma Z^0 W^+ W^-$				$8g$
Boson de Higgs	H_0				

Tableau 1.1 : Les particules du Modèle Standard. Les fermions sont représentés en fonctions de leur type de couplage.

1.2.1 Les variables cinématiques

Considérons le processus de la figure 1.1 et plaçons-nous dans le cas d'une mesure *inclusive*, c'est-à-dire lorsque l'état final hadronique X n'est pas identifié. Connaissant les impulsions des particules incidentes, il n'y a que deux variables indépendantes¹(on ne considère pas le degré de liberté de l'angle azimutal ϕ en raison de l'invariance en ϕ) qui peuvent être, par exemple, l'angle et l'énergie de l'électron diffusé. Il est cependant plus commode d'exprimer la section efficace en fonction d'invariants de Lorentz. Il existe un grande variété de variables, certaines d'entre elles n'ont d'interprétation physique que dans un référentiel donné. Les variables les plus utilisées à l'heure actuelle sont :

$$Q^2 = -q^2 = (k - k')^2, \quad (1.2.1)$$

$$W^2 = (p + q)^2 = M_p^2 + 2p \cdot q + q^2, \quad (1.2.2)$$

$$x = \frac{Q^2}{2p \cdot q} \quad (1.2.3)$$

$$y = \frac{p \cdot q}{p \cdot k} \quad (1.2.4)$$

$$s = (p + k)^2, \quad (1.2.5)$$

¹ Avant HERA, la plupart des expériences sur cible fixe ne pouvaient pas mesurer l'état final hadronique. Comme nous le verrons par la suite dans le cas de la mesure de section efficace des événements à trois jets, il est nécessaire d'introduire des variables supplémentaires

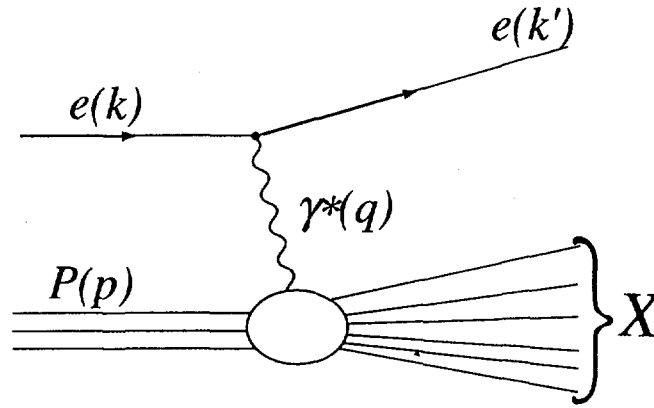


Figure 1.1 : Représentation schématique d'un événement de diffusion profondément inélastique.

où k et k' sont respectivement les quadri-impulsions de des électrons incident et diffusé, p étant l'impulsion du proton. En se plaçant dans le référentiel où le proton est au repos, les variables que nous venons de définir s'écrivent :

$$\begin{aligned}
 s &= M_p(2E + M_p), \\
 Q^2 &= 4EE' \sin^2(\theta/2), \\
 W^2 &= (M_p)^2 + 2M_p(E - E') - Q^2, \\
 y &= \frac{E - E'}{E}
 \end{aligned}
 \tag{1.2.6}$$

avec $E(E') = k_0(k'_0)$ et θ l'angle de diffusion de l'électron. A partir de ces relations on en déduit :

$$\begin{aligned}
 s &\geq M_p^2 \\
 Q^2 &> 0.
 \end{aligned}$$

Nous voyons aussi que dans ce référentiel y peut s'interpréter comme la fraction d'énergie cédée par l'électron au système hadronique². Nous rappelons certaines des relations (en négligeant la masse de l'électron) existant entre les différentes variables introduites :

$$W^2 = \frac{Q^2}{sx} = M_p^2 + Q^2\left(\frac{1}{x} - 1\right)
 \tag{1.2.7}$$

²L'interprétation de la variable x comme fraction d'impulsion du proton emportée par le parton n'est valable que dans une classe de référentiels (où le moment transverse du parton ainsi que sa masse sont négligeables devant son énergie) et seulement dans le cadre du modèle des partons dit "naïf"

et en négligeant la masse du proton devant l'énergie E :

$$Q^2 = xys \quad (1.2.8)$$

Les domaines de valeurs des variables cinématiques sont :

$$W^2 \geq M_p^2 \quad (1.2.9)$$

$$0 < Q^2 \leq s \quad (1.2.10)$$

$$0 \leq x \leq 1 \quad (1.2.11)$$

$$0 \leq y \leq 1. \quad (1.2.12)$$

1.2.2 Section efficace et définition des fonctions de structures

La section efficace $ep \rightarrow eX$ peut s'écrire comme la contraction d'un tenseur leptonique avec un tenseur hadronique[2, 4].

$$d\sigma \sim L^{\mu\nu} W_{\mu\nu} \quad (1.2.13)$$

avec :

$$L^{\mu\nu} = \frac{e^2}{4\pi^2} (k^\mu k^\nu + k'^\mu k'^\nu - g^{\mu\nu} k \cdot k') \quad (1.2.14)$$

$$W^{\mu\nu}(q, p) = \frac{1}{8\pi} \sum_{\sigma, X} (\langle X | J_\mu(0) | p, \sigma \rangle^* \langle X | J_\nu(0) | p, \sigma \rangle) \times \delta \left(\sum_X p_X + k' - p - k \right) \quad (1.2.15)$$

où J_ν représente l'opérateur permettant de passer de l'état $|p, \sigma\rangle$ à l'état $|X\rangle$. Le tenseur leptonique $L^{\mu\nu}$ est exactement calculable à partir de l'Electro-Dynamique Quantique. Le tenseur hadronique $W^{\mu\nu}(q, p)$ contient quant à lui l'information de la structure du proton. Cette structure étant pour l'instant inconnue, on essaye d'écrire de la manière la plus générale qui soit le tenseur $W^{\mu\nu}(q, p)$. Pour construire un tenseur de rang-2 nous disposons du tenseur métrique $g_{\mu\nu}$, du tenseur antisymétrique $\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$ et des quadri-impulsions p_μ et q_μ . La forme la plus générale du tenseur peut alors s'écrire :

$$W^{\mu\nu}(q, p) = A_1 g^{\mu\nu} + A_2 p^\mu p^\nu + A_3 (p^\mu q^\nu - p^\nu q^\mu) + A_4 q^\mu q^\nu + A_5 (p^\mu q^\nu + p^\nu q^\mu) + A_6 \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p_\alpha q_\beta. \quad (1.2.16)$$

Les A_n sont des fonctions de scalaires de Lorentz. Dans le cas présent ces scalaires ne dépendent que de deux variables indépendantes, on choisit les variables x

et Q^2 . Comme ce tenseur est contracté avec un tenseur symétrique, les parties antisymétriques (A_3 et A_6) sont sans effet³. De plus la conservation du courant électromagnétique $\partial_\mu J^\mu = 0$ implique que :

$$q_\mu W^{\mu\nu} = q_\nu W^{\mu\nu}. \quad (1.2.17)$$

Le nombre de tenseurs élémentaires utiles se trouve donc réduit à deux. L'expression obtenue du tenseur hadronique est la suivante :

$$\begin{aligned} W^{\mu\nu}(q, p) = & \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) W_1(x, Q^2) \\ & + \left(p^\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\mu \right) \left(p^\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\nu \right) W_2(x, Q^2). \end{aligned} \quad (1.2.18)$$

$W_1(x, Q^2)$ et $W_2(x, Q^2)$ sont les fonctions de structure du proton et contiennent l'information concernant la structure du proton et les interactions entre ses éventuels constituants. Il est d'usage d'utiliser plutôt les fonctions de structure sans dimension définies par :

$$F_1(x, Q^2) = W_1(x, Q^2) \quad (1.2.19)$$

$$F_2(x, Q^2) = p \cdot q W_2(x, Q^2) \quad (1.2.20)$$

On exprime alors la section efficace à partir de ces fonctions de structure :

$$\frac{d\sigma}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{xQ^4} [xy^2 F_1(x, Q^2) + (1-y)F_2(x, Q^2)]. \quad (1.2.21)$$

ou de la manière suivante :

$$\frac{d\sigma}{dx dQ^2} = \frac{2\pi\alpha^2}{xQ^4} \left[1 + (1-y)^2 - \frac{Ry^2}{1+R} \right] F_2(x, Q^2) \quad (1.2.22)$$

avec :

$$R = \frac{F_L(x, Q^2)}{2xF_1(x, Q^2)} \text{ et } F_L(x, Q^2) = F_2(x, Q^2) - 2xF_1(x, Q^2) \quad (1.2.23)$$

De par la complexité des interactions fortes, on pourrait s'attendre à un comportement non trivial de ces fonctions. Les expériences de diffusion électron-nucléon menées au SLAC dès 1967, correspondant à $0,1 < x < 0,9$ et $1 \text{ GeV}^2 < Q^2 < 30 \text{ GeV}^2$ [5] montrèrent que ces fonctions ne semblent dépendre que de x , sauf près des valeurs extrêmes de x . Cette invariance d'échelle permet de supposer que le nucléon pouvait être constitué de particules ponctuelles : les partons.

³Ceci n'est vrai que dans le cas où l'on considère un échange de photon. Dans le cas d'un échange de Z_0 ou de W^\pm le tenseur leptonique comporte une partie antisymétrique et par conséquent une telle simplification n'est plus possible.

1.2.3 le modèle des partons

1.2.3.1 Description heuristique

Le modèle des partons[6] fut introduit afin d'expliquer cette invariance d'échelle des fonctions de structures. On considère, dans ce modèle, que la diffusion inélastique d'un électron sur un nucléon est la somme *incohérente* de diffusions élastiques sur les constituants du hadron : les partons.

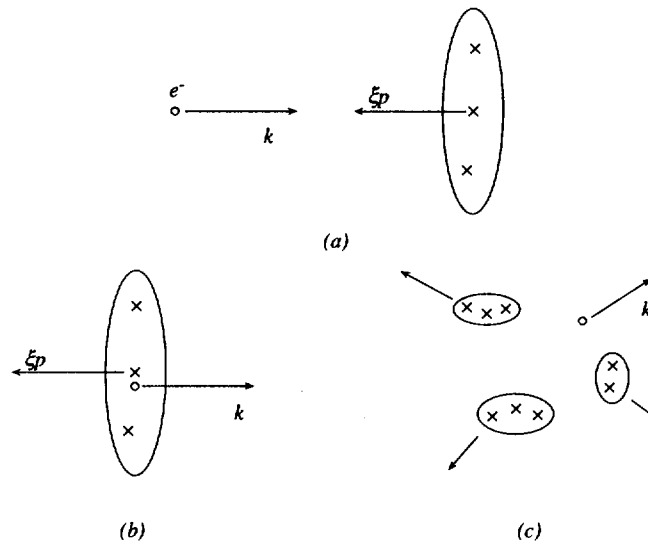


Figure 1.2 : Représentation schématique d'un événement de diffusion profondément inélastique dans le cadre du modèle des partons. a) avant l'interaction, b) pendant l'interaction et c) après l'interaction. Le référentiel est celui du centre de masse de la réaction. Les croix représentent des partons.

Ce modèle peut être appliqué dans presque tous les processus avec la présence de hadrons dans l'état initial ou final. Cependant il est plus facilement compris dans le cadre de la diffusion profondément inélastique. La figure (1.2.a) montre le système avant la diffusion dans le centre de masse de la réaction. Le hadron est vu comme un assemblage de partons (représentés par les croix), chaque parton étant dans un état virtuel où il emporte une fraction ξ_i de l'impulsion p du hadron. Cet état virtuel est caractérisé par un temps de vie τ dans le centre de masse du nucléon. La valeur précise de τ dépend des détails de structure du nucléon. Supposons, cependant qu'il existe une limite inférieure, $\tau > \tau_0$ de sorte que le nucléon soit composé d'états virtuels ayant des temps de vie non nuls. Dans le système du centre de masse de la réaction, par contraction de Lorentz des coordonnées spatiales (représentées par le disque sur la figure) et par dilatation du temps, le temps de vie d'un état virtuel augmentera d'autant plus que l'énergie

du nucléon sera plus grande. Par conséquent l'électron mettra un temps très court à traverser le nucléon et verra un ensemble de partons "gelés".

Si en outre on suppose que les partons sont distribués au hasard dans le nucléon, la probabilité pour qu'un parton supplémentaire participe au processus est supprimée par le facteur géométrique[8] $\frac{1/Q^2}{\pi R_0^2}$ où R_0 représente le rayon du nucléon. Dans ce modèle la variable x est assimilée à la fraction de l'impulsion ξ du proton emportée par le parton diffusé. Le modèle des partons considère que les particules sont libres⁴. Les conditions de validité de ce modèle sont :

1. Les interactions entre partons sont négligeables pendant l'interaction entre un parton et le courant électromagnétique.
2. Les interactions dans l'état final associées au mécanisme de confinement n'influencent pas l'interaction du photon virtuel avec le parton, car elles agissent à des distances beaucoup plus importantes dans l'espace-temps.

Une autre hypothèse faite implicitement concerne le moment transverse des partons. Cet effet est supprimé en puissances inverses de Q^2 . Ces effets appelés *higher twist* ou *corrections en puissance* sont clairement non-perturbatifs.

1.2.3.2 Section efficace et fonctions de structures

Il nous est maintenant possible de réécrire la section efficace de diffusion profondément inélastique sous la forme d'une somme de sous processus :

$$\frac{d\sigma}{dx dQ^2} = \sum_{\text{partons } a} \int_0^1 d\xi \left[\frac{d\hat{\sigma}^{ea}}{dx dQ^2}(\xi) \right] \phi_{a/N}(\xi) \quad (1.2.24)$$

où $\phi_{a/N} d\xi$ représente la probabilité pour que le parton a emporte la fraction d'impulsion ξ du nucléon N , $\hat{\sigma}^{ea}$ est la section efficace au niveau partonique dans l'approximation de Born. Nous identifierons les partons à des particules de spin 1/2. Le tenseur leptonique est celui donné en (1.2.14) et il est désormais possible de calculer la partie du tenseur hadronique (1.2.18) associé au parton a :

$$W_{\mu\nu}^{ea} = - \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) \delta \left(1 - \frac{x}{\xi} \right) \frac{Q_a^2}{2} \\ + \left(\xi p_\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q_\mu \right) \left(\xi p_\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q_\nu \right) Q_a^2 \frac{\delta \left(1 - \frac{x}{\xi} \right)}{p \cdot q}, \quad (1.2.25)$$

⁴Cette approximation appelée en anglais *impulse approximation*, est couramment utilisée en physique nucléaire. C'est exactement l'hypothèse d'incohérence que nous venons d'exposer.

où Q_a est la charge du parton a . Après intégration sur ξ et en utilisant les définitions introduites en (1.2.19,1.2.20) et en identifiant (1.2.21) et (1.2.24), on obtient :

$$F_1(x) = \sum_a \frac{Q_a^2}{2} \phi_{a/N}(x) \quad (1.2.26)$$

$$F_2(x) = \sum_a x Q_a^2 \phi_{a/N}(x) \quad (1.2.27)$$

Les fonctions de structure ne dépendent donc pas de Q^2 ; le modèle des partons permet ainsi d'expliquer l'invariance d'échelle observée. De plus on remarque que :

$$F_2(x) = 2xF_1(x). \quad (1.2.28)$$

Cette relation, ici triviale, est connue sous le nom de relation de Callan-Gross[7]. Elle reflète la nature fermionique des partons et par conséquent la compatibilité du modèle des partons avec le modèle des quarks permettant d'expliquer la spectroscopie des hadrons.

Si le proton n'est composé que de partons, la fraction totale de l'énergie portée par les partons revient à considérer que :

$$\int_0^1 \sum_a x \phi_{a/N}(x) dx = 1 \quad (1.2.29)$$

Cependant il a été observé expérimentalement[9] que l'intégrale (1.2.29) n'est égale qu'à environ 0.5, indiquant que les quarks n'emportent que la moitié de l'impulsion du proton, le reste étant porté par des objets n'interagissant pas avec le champ électrofaible.

1.3 La Chromo-Dynamique Quantique

1.3.1 Introduction

Peu avant l'époque où ont été effectuées les expériences de SLAC ayant permis d'introduire le modèle des partons, est apparu le modèle des quarks[10] qui permettait d'expliquer la spectroscopie hadronique. De ces deux constatations émergea alors l'idée d'introduire un troisième nombre quantique : la couleur[11]. Ce nombre quantique est introduit pour satisfaire le paradoxe que les quarks sont de spin 1/2 mais semblaient violer la statistique de Fermi, comme par exemple, dans le cas de la résonance Δ^{++} composée de trois quarks u .

1.3.2 Le Lagrangien de QCD

La Chromo-Dynamique Quantique (QCD) est une théorie de jauge fondée sur la symétrie $SU(3)$ agissant sur la couleur. Le Lagrangien s'écrit[4] :

$$\mathcal{L}_{\text{inv}} = \sum_{f=1}^{n_f} \bar{\psi}_f (i\gamma^\mu D_\mu - m_f) \psi_f - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu} \quad (1.3.30)$$

l'indice f indiquant les différentes saveurs de quarks et la dérivée covariante étant définie par :

$$D_\mu = \partial_\mu + \frac{i}{2} g \lambda_a A_\mu^a \quad (1.3.31)$$

et

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - g C_{abc} A_\mu^b A_\nu^c \quad (1.3.32)$$

où λ_a sont les matrices de Gell-Mann caractéristiques de la symétrie $SU(3)$, les A_μ^a sont les champs de jauge (les gluons qui sont au nombre de 8) et g la constante de couplage. Les constantes de structure C_{abc} du groupe $SU(3)$ sont définies à partir des relations de commutation des matrices de Gell-Mann :

$$[\lambda_a, \lambda_b] = i C_{abc} \lambda_c. \quad (1.3.33)$$

Ces matrices sont normalisées par :

$$\text{Tr}(\lambda^a \lambda^b) = 2\delta^{ab}. \quad (1.3.34)$$

Pour être complet il faut ajouter à (1.3.30) un terme correspondant au choix de la jauge. Dans les jauges les plus utilisées (jauge covariante), il est nécessaire d'ajouter les interactions avec les fantômes de Fadeev-Popov. La jauge axiale permet de ne pas avoir ces fantômes, mais les calculs sont alors beaucoup plus compliqués. A partir du Lagrangien il est possible de définir les règles de Feynman de la théorie. Les vertex principaux de QCD en théorie des perturbations (que nous désignerons par la suite par pQCD) sont illustrés sur la figure⁵ 1.3. La constante de couplage forte est définie par $\alpha_s = g^2/4\pi$.

1.3.3 Divergences UV, renormalisation et constante de couplage

Comme en Electrodynamique Quantique (QED), les diagrammes comportant une ou plusieurs boucles sont divergents. Il est alors nécessaire de renormaliser les

⁵Nous ne parlerons pas des diagrammes faisant intervenir les fantômes de Fadeev-Popov, qui dépendent du choix de jauge considéré.

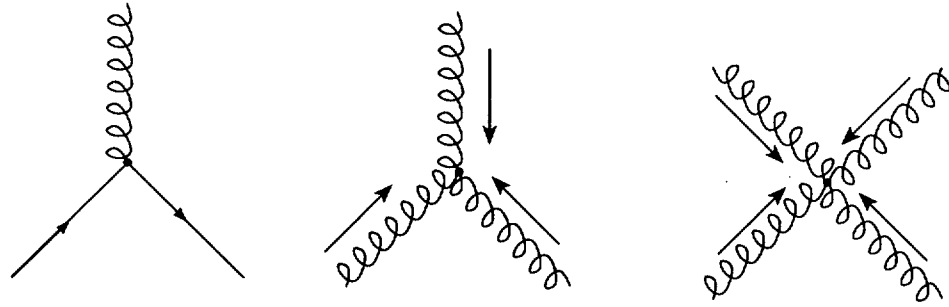


Figure 1.3 : Vertex principaux de QCD. La différence notable avec QED provient du couplage à trois et quatre gluons.

quantités (constante de couplage, masse,...) intervenant dans le calcul des amplitudes afin d'obtenir un résultat physique fini. La procédure de renormalisation est divisé en deux étapes⁶ :

- La régularisation qui consiste à identifier les divergences et les extraire afin d'avoir une partie finie et une autre ne contenant que les singularités.
- La renormalisation qui consiste à redéfinir les quantités intervenant dans le Lagrangien de manière à absorber les divergences.

La conséquence principale de la renormalisation est que la constante de couplage change avec l'échelle d'énergie μ_R à laquelle le processus est mesuré, μ_R est aussi appelée échelle de renormalisation. La formule de la constante de couplage α_s au premier ordre de la théorie des perturbations est donnée par :

$$\alpha_s(\mu_R^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2N_f) \log\left(\frac{\mu_R^2}{\Lambda_{QCD}^2}\right)} \quad (1.3.35)$$

où N_f est le nombre de saveurs "actives" et Λ_{QCD} un paramètre arbitraire de pQCD dépendant du schéma de renormalisation et μ_R l'échelle de renormalisation. Nous voyons d'après cette formule que la constante de couplage décroît avec μ_R indiquant que le couplage devient faible à grand transfert d'énergie. L'applicabilité de pQCD requiert donc que $\mu_R \gg \Lambda_{QCD}$. De ce comportement de la constante de couplage émergent les notions de liberté asymptotique et de confinement.

⁶Pour une revue complète voir [12] et les références citées.

1.3.4 Liberté asymptotique et confinement

L'expression (1.3.35) constitue en fait la justification du modèle des partons. Nous voyons en effet que, pour des transferts d'énergie élevés, la constante de couplage devient faible. Par conséquent dans le cas de la diffusion profondément inélastique, en première approximation, il est justifié de considérer les quarks du proton comme des particules n'interagissant pas entre elles. La non observation de quarks à l'état libre est confortée par le comportement de la constante de couplage qui devient infinie quand $\mu_R \rightarrow \Lambda_{QCD}$. Cette propriété est le confinement des quarks dans les hadrons. Remarquons cependant que le comportement de la constante de couplage n'est qu'une indication sur l'existence du confinement, car ce phénomène est clairement non-perturbatif et ne peut donc être décrit dans ce contexte.

La liberté asymptotique est une des propriétés remarquables de pQCD, car sans cette propriété il n'aurait pas été possible de faire des tests de la théorie.

1.3.5 Divergences IR et colinéaires

La renormalisation ne suffit cependant pas à éliminer toutes les singularités de la théorie. Lors des calculs de sections efficaces apparaissent d'autres divergences. Considérons les processus $\gamma^* q \rightarrow qg$ représentés sur la figure 1.4. le calcul des

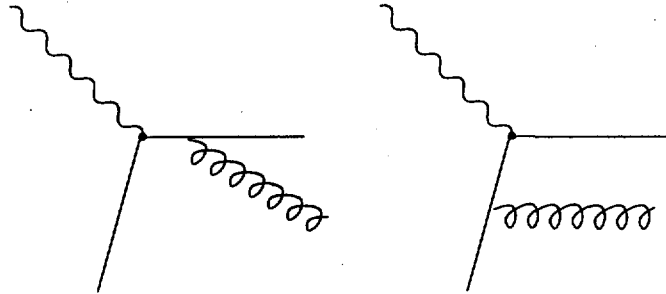


Figure 1.4 : Corrections d'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s)$ à la diffusion d'un quark par un photon virtuel.

éléments de matrices associés à ces diagrammes met en évidence des divergences dans deux cas :

- quand l'énergie du gluon tend vers 0 (divergences Infra Rouge),
- quand le gluon est émis colinéairement au quark (divergences colinéaires).

Ces divergences existent dans tous les diagrammes en QCD. Elles sont aussi désignées par l'appellation de singularité de masse, car l'origine de ces divergences

provient de la masse nulle du gluon⁷. Pour effectuer le calcul il est alors nécessaire de régulariser les éléments de matrice de manière à isoler les singularités. Les méthodes les plus utilisées pour effectuer cette régularisation consistent soit à donner une masse au gluon m_g , soit à effectuer le calcul en dimension $d = 4 - 2\epsilon$ (régularisation dimensionnelle). Cette régularisation isole les singularités dans des pôles en $\ln(Q^2/m_g^2)$ ou $1/\epsilon$ selon le schéma. Ceci ne résout évidemment pas le problème des singularités qui sont toujours présentes quand m_g ou $\epsilon \rightarrow 0$. En fait le problème d'élimination des infinis provient de la nature de l'observable que nous cherchons à calculer. Si nous voulons tenir compte de ces diagrammes pour calculer les corrections d'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s)$ à la section efficace DIS, alors il est nécessaire de tenir compte des corrections virtuelles, qui sont représentées sur la figure 1.5. Ces diagrammes ne pouvant être calculés individuellement, il doivent être ajoutés au diagramme de Born. Les termes d'interférences de ces diagrammes avec le diagramme de Born donnent une contribution d'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s)$. Le calcul

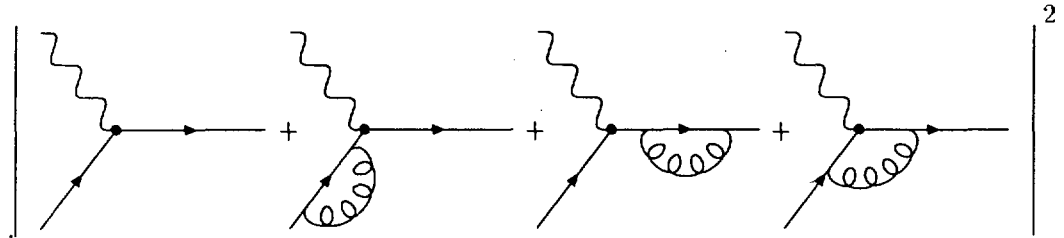


Figure 1.5 : Corrections virtuelles à la diffusion d'un quark par un photon.

de cette contribution présente aussi des divergences qui doivent être régularisées. Le fait remarquable est que ces singularités compensent **exactement** celles observées pour les corrections réelles mis à part les divergences colinéaires dans l'état initial dont nous parlons dans la section suivante.

Cette propriété d'annulation entre infinis peut être vue comme une extension du théorème Kinoshita-Lee-Nauenberg[13] (KLN), démontré dans le cadre des théories abéliennes (QED). D'un point de vue physique, cela signifie que l'observable que nous avons utilisée n'est pas sensible aux effets à longue distance (énergie nulle du gluon). En d'autres termes, les états dégénérés en énergie (quark émettant un gluon réel ou virtuel d'énergie nulle) interfèrent destructivement.

Dans ce qui précède, parce que nous avons un parton dans l'état initial, les singularités colinéaires dans l'état initial ne sont pas absorbées par les corrections virtuelles. Ces singularités sont traitées par le théorème de factorisation.

⁷Un gluon massif réel ne peut être émis colinéairement ni avoir une énergie nulle.

1.3.6 La factorisation

Le théorème de factorisation nous dit qu'il est possible de factoriser la partie "dure" (perturbative) du processus de la partie "molle" (non perturbative). Ceci nécessite l'introduction d'une échelle de factorisation μ_F et d'un schéma de factorisation comme en renormalisation.

Si nous prenons comme exemple la figure 1.6 en désignant par k_t le moment transverse du parton émis, par rapport à la direction du parton rayonnant, processus n'est pas défini en pQCD quand $k_t \rightarrow 0$.

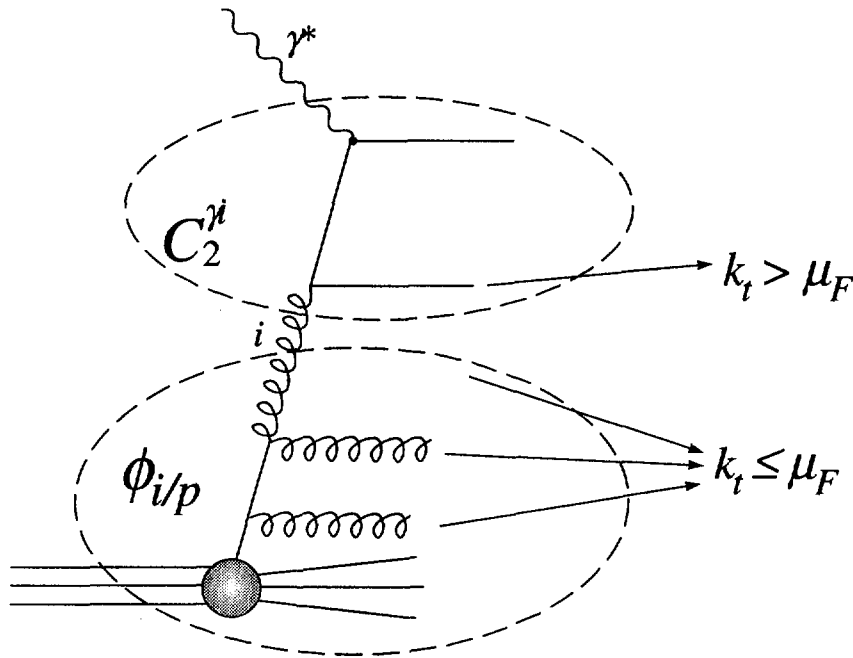


Figure 1.6 : Illustration du théorème de factorisation. k_t représente le moment transverse des partons.

La factorisation introduit une échelle à laquelle nous effectuons la séparation entre le domaine perturbatif et le domaine non-perturbatif. Prenons comme exemple la fonction de structure F_2 du proton. La manière la plus générale d'écrire F_2 est :

$$F_2(x, Q^2) = \sum_{i=f, \bar{f}, g} \int_x^1 d\xi C_2^{\gamma^*i} \left(\frac{x}{\xi}, \frac{Q^2}{\mu_R^2}, \frac{\mu_F^2}{\mu_R^2}; \alpha_s(\mu_R^2) \right) \phi_{i/p}(x, \mu_F^2) \quad (1.3.36)$$

où les i représentent les partons de *masse supposée nulle*, $C_2^{\gamma^*i}$ est la section

efficace partonique (on les appelle aussi *les fonctions coefficients*⁸), ξ la fraction de l'impulsion du proton emportée par le parton et ϕ la densité du parton i dans le proton.

En toute rigueur seul le gluon est de masse nulle, la masse des quarks intervient via des termes en $\ln \frac{\mu_R}{m_q}$ dans le calcul perturbatif[15]. Lorsque μ_F est choisi tel que $\mu_F \gg m_q$, ces termes deviennent importants et le quark q se comporte comme un parton de masse nulle, c'est-à-dire qu'une nouvelle source de singularité colinéaire apparaît. Par contre, lorsque $\mu_F \sim m_q$, il n'y a pas de singularité colinéaire possible et la contribution de ce quark "lourd" à F_2 est donnée par le calcul du processus de fusion Boson-Gluon (BGF, partie supérieure du schéma de la figure 1.6). Nous reviendrons de manière plus précise sur le calcul de la contribution des quarks lourds dans la section 1.5. Nous ne considérons ici que les quarks légers : $\frac{m_q}{\mu_F} \ll 1$.

Si nous incluons les corrections QCD, il faut tenir compte des contributions du type de celles de la figure 1.6, et intégrer sur k_t (voir section 1.4). On peut grossièrement décrire la factorisation par la procédure suivante :

- si $k_t > \mu_F (\lesssim Q)$ la contribution est mise dans $C_2^{\gamma^*i}$,
- si $k_t < \mu_F$ la contribution est mise dans $\phi_{i/p}$.

Il est d'usage de choisir les échelles $\mu_R = \mu_F = Q$, ce qui nous donne

$$F_2^{\text{léger}}(x, Q^2) = \sum_{i=f,\bar{f},g} \int_x^1 d\xi C_2^{\gamma^*i} \left(\frac{x}{\xi}, \alpha_s(Q^2) \right) \phi_{i/p}(x, Q^2). \quad (1.3.37)$$

L'indice *léger* indique que seules les contributions des partons de "masse nulle" sont prises en compte. Mis à part le fait que les densités de partons dépendent de Q^2 nous retrouvons un résultat très proche de celui obtenu avec le modèle dit "naïf" des partons. De ce fait le théorème de factorisation peut être vu comme la généralisation du modèle des partons dans le cadre de QCD.

L'importance du théorème de factorisation s'exprime par les propriétés des fonctions $C_2^{\gamma^*i}$ et $\phi_{i/p}$:

- i) Les $C_2^{\gamma^*i}$ ne contiennent pas de divergences IR ni colinéaires et sont complètement définis en théorie des perturbations.
- ii) Les $\phi_{i/p}$ contiennent toutes les divergences et ne sont pas calculables. Ce ne sont que des objets purement théoriques exprimant notre incapacité à résoudre QCD pour des petites échelles. Néanmoins, grâce au théorème de factorisation, elles sont *universelles*, i.e une fois connues ces densités ne dépendent pas de la réaction considérée ($ep, pp, p\bar{p}, \dots$).

⁸Nous prenons désormais la notation couramment utilisé qui consiste à considérer l'interaction d'un photon virtuel avec le parton.

Il reste maintenant à définir un schéma de factorisation. Les densités de partons ainsi que les fonctions coefficients dépendent du schéma utilisé mais le résultat final (F_2 ici) ne doit pas dépendre du schéma⁹. Ceci n'est en fait vrai qu'à la condition que le calcul perturbatif soit assez précis. On peut estimer l'incertitude théorique en faisant varier μ_R et μ_F .

1.3.7 Les schémas de factorisation

Il existe deux schémas principaux utilisés pour définir les densités de partons :

- Le schéma DIS
- Le schéma $\overline{\text{MS}}$ (Modified Minimal Substraction)

Le premier schéma requiert que la fonction de structure F_2 s'exprime toujours de la même manière quelque soit l'ordre :

$$\frac{F_2^{\text{léger}}}{x} = \sum_{f=1}^{N_f} e_f^2 [q_f^{\text{DIS}}(x, Q^2) + \bar{q}_f^{\text{DIS}}(x, Q^2)] \quad (1.3.38)$$

Le schéma $\overline{\text{MS}}$ n'impose pas de forme particulière pour F_2 mais est plus simple au niveau du calcul. La fonction de structure à l'ordre dominant est :

$$\frac{F_2^{\text{léger}}}{x} = \left(1 + \frac{\alpha_s}{2\pi} C_q^2\right) \otimes \bar{F}_2^{\text{léger}} + \frac{\alpha_s}{2\pi} C_g^2 \otimes \left(\sum_f e_f^2\right) g^{\overline{\text{MS}}} \quad (1.3.39)$$

où

$$\bar{F}_2^{\text{léger}} = \sum_{f=1}^{N_f} e_f^2 [q_f^{\overline{\text{MS}}}(x, Q^2) + \bar{q}_f^{\overline{\text{MS}}}(x, Q^2)] \quad (1.3.40)$$

et \otimes représente un produit de convolution :

$$A(x) \otimes B(x) = \int_x^1 \frac{dz}{z} A(z) B\left(\frac{x}{z}\right) \quad (1.3.41)$$

⁹Nous rappelons que l'universalité des densités de partons n'est vraie que dans un schéma donné.

1.4 Equations d'évolution

Sur le schéma de la figure 1.6, dans l'approximation où les masses des partons sont nulles, les singularités colinéaires apparaissent quand $k_t \rightarrow 0$. L'introduction du spectre d'émission d'un parton par un autre parton, dk_t^2/k_t^2 , donne une contribution du type :

$$\alpha_s(Q^2) \int_{Q_0^2}^{Q^2} \frac{dk_t^2}{k_t^2} = \alpha_s(Q^2) \ln \frac{Q^2}{Q_0^2} \quad (1.4.42)$$

où $Q_0^2 \ll Q^2$, Q_0^2 est l'échelle relative au proton ($Q_0 \sim \frac{1}{R}$) et Q^2 celle du quark diffusé. On remarque que ce processus peut donner une contribution importante (~ 1) même dans le cas où la constante de couplage est faible ($\alpha_s(Q^2) \ll 1$). Ceci signifie que les corrections d'ordres supérieurs sont importantes et doivent être prises en compte. Comme il n'est pas possible d'effectuer le calcul exact à tous les ordres, on a recours à la technique de *resommation*, qui consiste à sommer tous les ordres perturbatifs dans une zone de l'espace des phases restreinte. Nous ne considérons ici que la zone où les termes $\alpha_s^n(Q^2) \ln^n \frac{Q^2}{Q_0^2}$ dominent (et $\alpha_s \ln \frac{1}{x}$ est petit). On peut alors montrer[15] qu'en choisissant la jauge axiale, pour exprimer le propagateur du gluon, le calcul des graphes d'ordre α_s^m restreint à cette zone de l'espace des phases revient à négliger les interférences entre les m partons rayonnés et à ne considérer que les configurations où les k_t des différents partons sont fortement ordonnés. Un exemple à l'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s^4)$ est donné sur la figure 1.7-a. Il ne s'agit plus de véritables diagrammes de Feynman mais de diagrammes dits "en échelle" qui symbolisent la resommation. Les vertex de la figure 1.7-b, calculables en pQCD, peuvent alors être interprétés en termes de probabilité de branchement. Par exemple, P_{qq} correspond à la probabilité qu'un quark q perde une fraction z de son impulsion en émettant un gluon. Les fonctions P_{qq}, P_{qg}, P_{gq} et P_{gg} sont appelées *les fonctions de splitting d'Altarelli-Parisi*. La prise en compte des diagrammes en échelle donne naissance aux équations Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi[15] définissant l'évolution des densités de partons en fonction de Q^2 : la probabilité qu'un photon virtuel interagisse avec un parton p_i tient compte de toutes les cascades radiatives possibles pouvant produire ce parton à l'échelle μ_F , i.e. avec $k_{t_i} \geq \mu_F$.

Le fait de ne prendre que les termes $(\alpha_s \ln Q^2)^n$ constitue l'*approximation des logarithmes dominants* (LLA). Mais comme souvent dans le cas de QCD, les termes d'ordre deux sont importants et il est nécessaire de les prendre en compte.

L'ordre suivant (NLLA) consiste à resommer des "boîtes" d'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ [16], dont deux exemples sont donnés sur la figure 1.8. Dans ce cas les contributions d'ordre $\alpha_s^n (\ln Q^2)^{n-1}$ sont aussi prises en compte. A cet ordre de nouvelles fonctions de splitting apparaissent, en particulier celles associées à un changement de saveur du quark ($P_{q_i q_k}$) et aussi à un changement de parité ($P_{q\bar{q}}$).

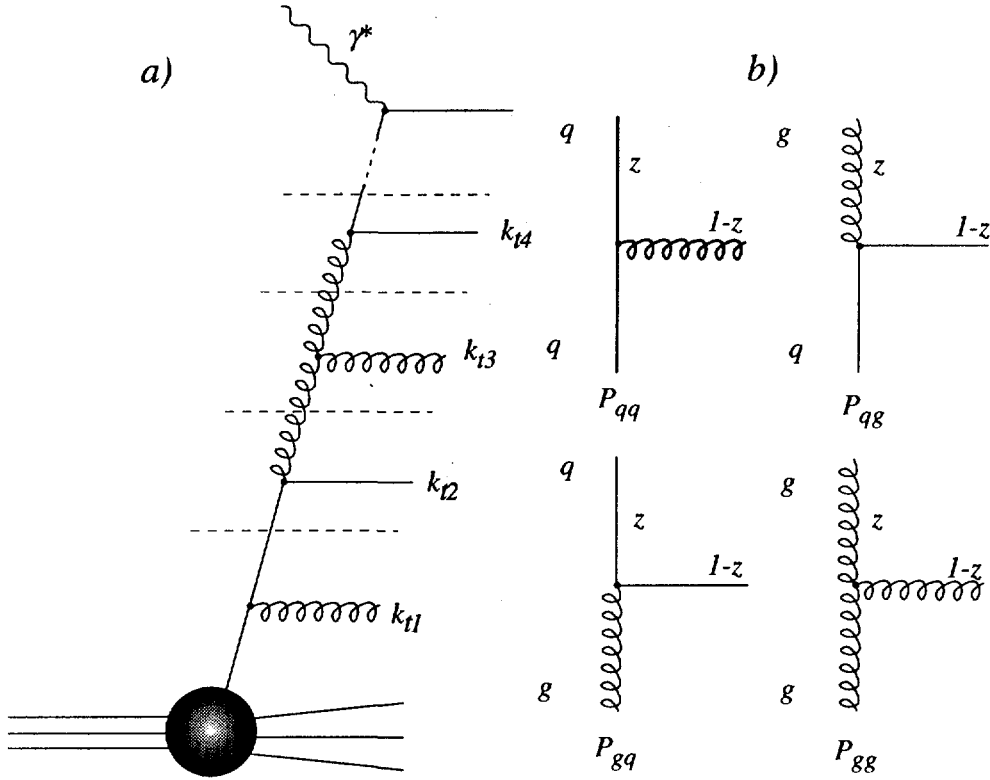


Figure 1.7 : a) Représentation des diagrammes en échelle illustrant les diverses radiations pouvant avoir lieu avant l'interaction du quark avec le proton. Les traits pointillés indiquent que les contributions sont disconnectés et n'interfèrent pas entre elles. Il en résulte un ordonnancement des k_i :

$$k_{t1}^2 \ll k_{i2}^2 \ll \dots \ll k_{in}^2 \ll Q^2.$$

b) Représentation des différentes fonctions de splitting à l'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s)$.

1.4.1 Equations d'évolutions DGLAP

Une fois déterminées les fonctions de splitting, les équations d'évolution s'écrivent quelque soit l'ordre[16] :

$$\frac{dq_i(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \left[\sum_{k=1}^{n_f} (P_{q_i q_k}(x) \otimes q_k(x, Q^2) + P_{q_i \bar{q}_k}(x) \otimes \bar{q}_k(x, Q^2)) + P_{q_i g}(x) \otimes g(x, Q^2) \right] \quad (1.4.43)$$

$$\frac{d\bar{q}_i(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \left[\sum_{k=1}^{n_f} (P_{\bar{q}_i q_k}(x) \otimes q_k(x, Q^2) + P_{\bar{q}_i \bar{q}_k}(x) \otimes \bar{q}_k(x, Q^2)) + P_{\bar{q}_i g}(x) \otimes g(x, Q^2) \right] \quad (1.4.44)$$

$$\frac{dg(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \left[\sum_{k=1}^{n_f} (P_{g q_k}(x) \otimes q_k(x, Q^2) + P_{g \bar{q}_k}(x) \otimes \bar{q}_k(x, Q^2)) + P_{g g}(x) \otimes g(x, Q^2) \right] \quad (1.4.45)$$

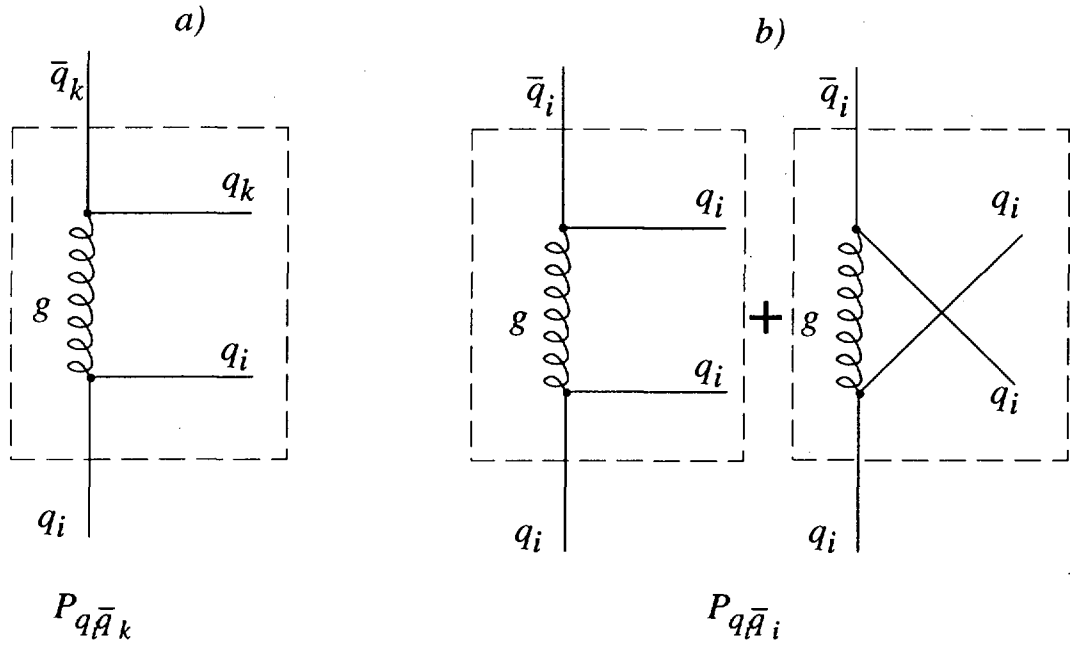


Figure 1.8 : Exemple de fonctions de splitting d'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$.

a) Ce diagramme représente le cas où le quark peut changer de saveur.

b) Ces diagrammes représentent le cas où le quark garde la même saveur, mais devient un anti-quark.

où les fonctions de splitting sont calculées perturbativement :

$$P_{ab} = \sum_n \alpha_s^{n-1} P_{ab}^{[n]} \quad (1.4.46)$$

où $P_{ab}^{[n]}$ sont les fonctions de splitting déterminées à l'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s^n)$. D'après les équations (1.4.43) nous voyons que les densités de partons sont reliées entre elles. De plus le produit de convolution implique aussi une corrélation des densités de partons à différentes valeurs de x .

En NLLA, le système 1.4.43 peut se simplifier considérablement. Pour cela on remarque que :

- $P_{q_i q_k} = P_{\bar{q}_i \bar{q}_k} \equiv P_{q\bar{q}}^\neq$ est indépendant de la saveur quand $i \neq k$, ce type de diagrammes n'existe pas à l'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s)$.
- $P_{q_i q_i} = P_{\bar{q}_i \bar{q}_i} \equiv P_{q\bar{q}}^\equiv \neq P_{q\bar{q}}^\neq$, comme l'illustre l'exemple de la figure 1.8.
- $P_{q_i \bar{q}_k} = P_{\bar{q}_i q_k} \equiv P_{q\bar{q}}^\neq$ quand $i \neq k$. C'est nécessairement un processus d'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$.

- $P_{q_i\bar{q}_i} = P_{\bar{q}_i q_i} \equiv P_{q\bar{q}} \neq P_{q\bar{q}}^\neq$ car les quarks sont de même saveur.
- $P_{q_i g} = P_{\bar{q}_i g} \equiv P_{qg}$ et $P_{gq_i} = P_{g\bar{q}_i} \equiv P_{gq}$ ne dépendent pas de la saveur du quark.

En introduisant les combinaisons linéaires de quarks suivantes :

- une combinaison *singlet* de saveur :

$$\Sigma(x, Q^2) = \sum_{i=1}^{n_f} q_i(x, Q^2) + \bar{q}_i(x, Q^2) \quad (1.4.47)$$

- Deux n_f combinaisons *non-singlet* de saveur :

$$q_i^{(+)}(x, Q^2) = q_i(x, Q^2) + \bar{q}_i(x, Q^2) - \frac{\Sigma(x, Q^2)}{n_f} \quad (1.4.48)$$

$$q_i^{(-)}(x, Q^2) = q_i(x, Q^2) - \bar{q}_i(x, Q^2) \quad (1.4.49)$$

et en définissant les fonctions de splitting suivantes :

$$P_{qq}^\Sigma = P_{qq}^\equiv + P_{q\bar{q}}^\equiv + (2n_f - 2)P_{qq}^\neq \quad (1.4.50)$$

$$P_{(+)} = P_{qq}^\equiv + P_{q\bar{q}}^\equiv - 2P_{qq}^\neq \quad (1.4.51)$$

$$P_{(-)} = P_{qq}^\equiv - P_{q\bar{q}}^\equiv \quad (1.4.52)$$

on peut réécrire le système (1.4.43) sous la forme :

$$\frac{d\Sigma(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} [P_{qq}^\Sigma(x) \otimes \Sigma(x, Q^2) + 2n_f P_{qg}(x) \otimes g(x, Q^2)] \quad (1.4.53)$$

$$\frac{dg(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} [P_{gq}(x) \otimes \Sigma(x, Q^2) + P_{gg}(x) \otimes g(x, Q^2)] \quad (1.4.54)$$

$$\frac{dq_i^{(-)}(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} P_{(-)}(x) \otimes q_i^{(-)}(x, Q^2) \quad (1.4.55)$$

$$\frac{dq_i^{(+)}(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} P_{(+)}(x) \otimes q_i^{(+)}(x, Q^2) \quad (1.4.56)$$

L'avantage de ce système par rapport aux équations (1.4.43) provient dans le couplage de la densité de gluon. Celle-ci n'est plus couplée qu'à la densité singlet par les équations (1.4.53) et (1.4.54). Les équations (1.4.55) et (1.4.56) montrent, en outre, que les densités non singlet sont découplées et par conséquent les équations peuvent être résolues indépendamment. La résolution de ces équations sera traitée dans le chapitre sur l'extraction de la densité de gluon.

Les équations que nous venons de présenter proviennent de la resommation des termes dominant en $(\alpha_s \ln Q^2)^n$. Elles ne sont donc valables que dans la région de l'espace des phases où ces termes dominent. Pour des petites valeurs de x et des grandes valeurs de Q^2 , des termes d'ordre $(\alpha_s \ln 1/x)^n$ peuvent devenir importants et par conséquent doivent être resommés. Cette resommation est décrite par l'équation Balitsky-Fadin-Kuraev-Lipatov (BFKL)[20]. Nous n'aborderons pas ce problème dans notre travail.

1.5 Contribution des quarks lourds

Dans le domaine cinématique où s'appliquent les équations DGLAP ($Q^2 \gtrsim 1 \text{ GeV}^2$), seuls les quarks c et b peuvent être supposés "lourds" puisque $m_c \sim 1.5 \text{ GeV}$ et $m_b \sim 5 \text{ GeV}$ ¹⁰. Nous négligerons donc dorénavant la masse des quarks u , d et s devant l'échelle du processus Q .

Concentrons nous sur la contribution du charme à la fonction de structure du proton. Comme nous l'avons souligné dans la section 1.3.6, on voit apparaître deux domaines cinématiques asymptotiques où cette contribution est différente :

- $Q^2 \sim m_c^2$: la contribution du charme est calculée à partir du processus $\gamma^* g \rightarrow c\bar{c}$, i.e, il n'existe pas de fonction de structure du charme ;
- $Q^2 \gg m_c^2$: le charme se comporte comme un quark léger et il faut resommer les singularités colinéaires qui commencent à apparaître à mesure que Q^2 augmente, i.e, il faut définir une fonction de structure du charme.

Dans la première région, il existe un schéma de factorisation (appelé FFS pour Fixed-Flavor-Scheme) permettant de calculer la contribution du charme à F_2 (et F_L): on néglige la contribution du quark b (qui est de l'ordre de quelques pour mille) et l'on ne considère que trois quarks légers dans le proton dont les densités sont données par la solution des équations DGLAP. Le processus de BGF ($\gamma^* g \rightarrow c\bar{c}$) permet alors de calculer la production du charme ainsi que la fonction de structure F_2^c (pour les expressions explicites, se référer à [17]). Les calculs de la BGF sont connus jusqu'à l'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ (à cet ordre on inclue aussi les processus $\gamma^* g \rightarrow c\bar{c}g$ et $\gamma^* q \rightarrow c\bar{c}q$) ce qui permet d'étendre son domaine de validité à des régions à plus grands Q^2 .

Dans la deuxième région, on se place loin du seuil de production et l'on calcule les contributions des quarks c et b à l'aide de la solution des équations DGLAP

¹⁰On utilise le symbole \sim car les quarks n'étant pas à proprement parler des objets observables, la définition de leur masse est empreinte d'une large incertitude.

en imposant les conditions initiales suivantes [18] :

$$c(x, Q^2) = \bar{c}(x, Q^2) = 0 \text{ pour } Q^2 \leq m_c^2$$

et

$$b(x, Q^2) = \bar{b}(x, Q^2) = 0 \text{ pour } Q^2 \leq m_b^2$$

Pratiquement, cette prescription (qui porte le nom de MP pour Massless Partons) est utilisable lorsque $Q^2 \gg m_c^2$, la contribution du quark b étant quant à elle très faible, dans le domaine cinématique considéré ici.

Notons finalement que le calcul "correct" de la contribution des quarks lourds quelle que soit la valeur de Q^2 est un problème complexe qui n'a été appliqué que très récemment dans les études phénoménologiques[19].

1.6 Les contributions des radiations QED

Jusqu'à maintenant nous n'avons pas tenu compte de l'effet des processus d'ordre α^3 (α est la constante de couplage électromagnétique). La contribution principale des ordres supérieurs provient de l'émission de photons réels et virtuels. Ces processus sur la ligne hadronique ont un effet négligeable (en raison de la masse des quarks et de leurs charges) [22], mais peuvent être importantes sur la ligne leptonique. Comme en QCD elles sont de deux types : réelles et virtuelles.

Les fonctions de structure étant définies à l'ordre le plus bas de la théorie (α^2) il est nécessaire lors de la mesure de soustraire la partie due aux contributions en α^3 (et supérieurs), que l'on appelle *corrections radiatives*. La section efficace mesurée doit être multipliée par un facteur, déterminé à partir d'une simulation complète du processus, afin de se ramener à la section efficace d'ordre α^2 .

Dans la suite nous ne parlerons pas des processus virtuels (cf [21]) mais seulement des processus avec émission de photons réels car seuls ces derniers influencent la mesure de la cinématique. L'émission de photons réelles, comme représentées sur la figure 1.9, peuvent influencer la mesure des variables cinématiques si celle-ci est faite sur la base de la mesure de l'électron diffusé. Les relations (1.2.6) ne sont donc plus valables.

On distingue deux catégories de radiations : les radiations dans l'état initial (ISR) et les radiations dans l'état final (FSR). Il faut remarquer que cette distinction n'est possible que lorsque les interférences entre les diagrammes 1.9-a et 1.9-b sont négligeables. La figure 1.10 montre la distribution de l'angle θ_γ entre le photon et l'électron diffusé pour trois valeurs moyennes de Q^2 . Nous voyons une structure avec deux pics. Le pic à 180° correspond aux radiations dans l'état initial et le deuxième pic est attribué aux radiations dans l'état final.

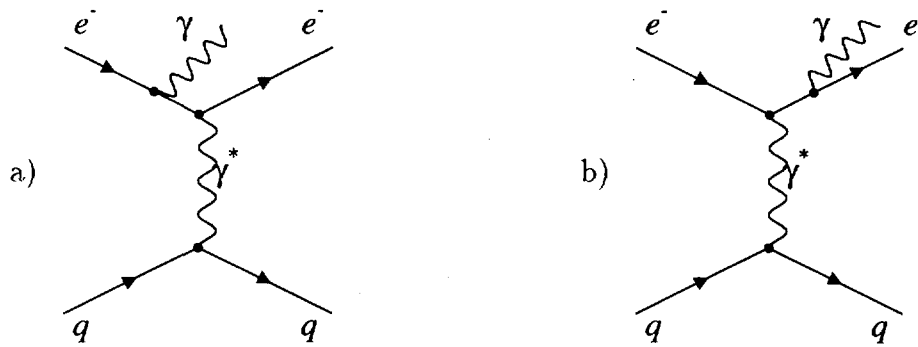


Figure 1.9 : Diagrammes des corrections radiatives électromagnétiques pour le processus de diffusion profondément inélastique. a) émission d'un photon dans l'état initial leptonique et b) dans l'état final leptonique.

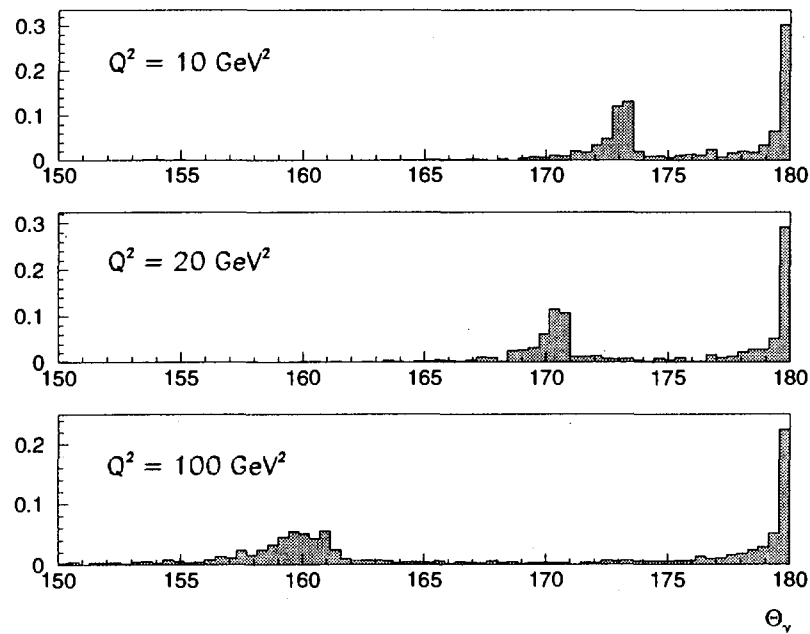


Figure 1.10 : Distribution simulées de l'angle polaire du photon diffusé pour trois valeurs moyennes de Q^2 . Ces distributions ont été obtenues à partir du programme DJANGO. Le premier pic correspond à l'angle de diffusion de l'électron diffusé dans le domaine en Q^2 considéré.

L'effet des radiations dans l'état final sur la mesure de la cinématique dépend fortement de la granularité du détecteur. Si la granularité est faible, alors le photon émis ne peut être séparé de l'électron et par conséquent la mesure n'est pas influencée. Nous y reviendrons dans le chapitre d'analyse.

Le cas des radiations dans l'état initial est plus problématique car elles modifient l'impulsion de l'électron incident (qui n'est pas mesuré). Il est possible de factoriser le processus de la figure 1.9-a en deux sous processus en ne tenant pas compte de la virtualité de l'électron. Dans notre cas ceci revient alors à considérer que l'énergie du faisceau incident est simplement réduite. Il est d'usage de paramétriser les variables cinématiques à partir de la variable d'échelle z_i définie par :

$$z_i = \frac{E_e^0 - E_\gamma}{E_e^0}, \quad z_i \in [0, 1] \quad (1.6.57)$$

où E_e^0 représente l'énergie incidente nominale du faisceau d'électrons et E_γ l'énergie du photon rayonné. Avec cette variable il est possible d'exprimer la cinématique à laquelle a réellement eu lieu le processus en fonction de celle mesurée à partir de l'électron diffusé :

$$x = \frac{x_e y_e z_i}{y_e + z_i - 1} \quad x \geq x_e \quad (1.6.58)$$

$$y = \frac{y_e + z_i - 1}{z_i} \quad y \leq y_e \quad (1.6.59)$$

$$Q^2 = z_i Q_e^2 \quad Q^2 \leq Q_e^2 \quad (1.6.60)$$

Les événements avec radiation dans l'état initial sont mesurés à des valeurs plus petites de x et des plus grandes valeurs de Q^2 , comme le montre la figure 1.11. L'importance de l'effet de ces radiations dépend donc du domaine cinématique considéré et du pavage. Nous montrerons dans la partie de l'analyse des données comment tenir compte de ces corrections radiatives.

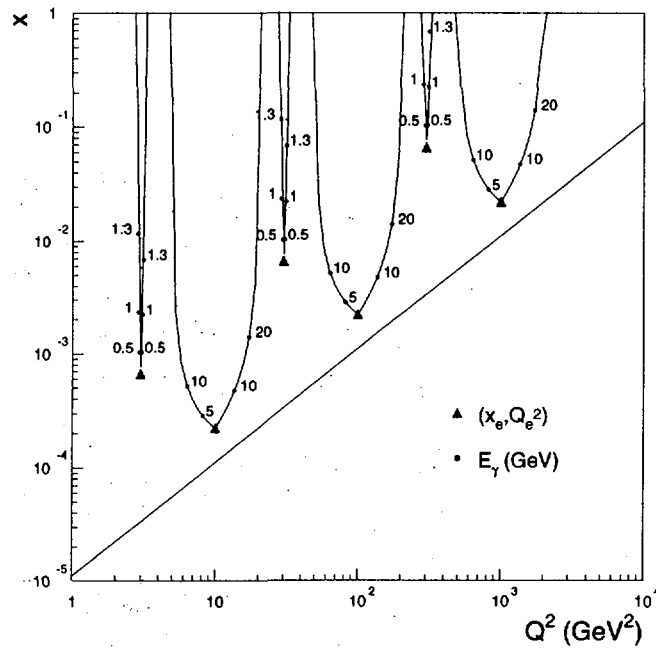


Figure 1.11 : Relations entre la cinématique mesuré à partir de l'électron (x_e, Q_e^2) et la vrai cinématique de l'électron (x, Q^2). Chaque courbe correspond à un point mesuré avec la cinématique de l'électron. Les courbes sont séparées en deux branches : la branche de gauche correspond aux radiations dans l'état initial tandis que celle de droite correspond aux radiations dans l'état final. Les valeurs correspondantes du photon émis sont indiquées sur les courbes.

Bibliographie

- [1] S. L. Glashow, *Nucl. Phys.* **B22** (1961) 579;
S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **19** (1967) 1264;
A. Salam, in *Proceedings of the Eight Nobel Symposium*, N. Svartholm editor,
367, New York 1968, Wiley Interscience.
- [2] F. Halzen, A.D. Martin, *Quarks and Leptons*, John Wiley & Sons Inc. 1984.
- [3] R.G. Roberts, *The Structure of the Proton*, Cambridge Univ. Press, Cam-
bridge, 1990.
- [4] M. Guidry, *Gauge field theories: An introduction with applications*, John
Wiley & Sons Inc., 1991.
- [5] E. D. Bloom et al. , *Phys. Rev. Lett.* **23** (1969) 930
M. Breidenbach et al. *Phys. Rev. Lett.* **23** (1969) 935
- [6] R.P. Feynman, *Phys. Rev. Lett.* **23** (1969) 1415
J.D. Bjorken, E.A. Paschos, *Phys. Rev.* **D185** (1969) 1975
- [7] C.G. Callan, D.J. Gross *Phys. Rev. Lett.* **22** (1969) 156
- [8] CTEQ Collaboration, *Rev. Mod. Phys.* **67** (1995) 157
CTEQ Collaboration, FERMILAB-PUB-94-316, 1994.
- [9] CCFR Collaboration (A.O. Bazarko, et al.), *Z. Phys.* **C65** (1995) 189.
- [10] M. Gell-Mann, *Phys. Lett.* **8B** (1964) 214
G. Zweig, CERN-TH402, 1964.
J.J.J. Kokkedee, *The Quark Model*, W.A. Benjamin, 1969.
- [11] M.Y. Han, Y. Nambu, *Phys. Rev.* **D139** (1965) B1006
O.W. Greenberg, *Phys. Rev. Lett.* **13** (1964) 598
- [12] G. Leibbrandt, *Rev. Mod. Phys.* **59** (1987) 1067
- [13] T. Kinoshita, *J. Math. Phys.* **3** (1962) 650;
T. D. Lee and M. Nauenberg, *Phys. Rev.* **D133** (1964) 1549.

- [14] J.C. Collins, D.E. Soper and G. Sterman, in *Perturbative Quantum Chromodynamics*, ed. A.H. Mueller (World Scientific, Singapore, 1989), p. 1 ;
J.C. Collins and D.E. Soper, *Nucl. Phys.* **B194** (1982) 445 ;
J.F. Owens and W.-K. Tung, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **42** (1992) 291.
- [15] V.N. Gribov and L.N. Lipatov, *Sov. J. Nucl. Phys.* **15** (1972) 438 and 675 ;
G. Altarelli and G. Parisi, *Nucl. Phys.* **B126** (1977) 297 ;
Yu.L.Dokshitzer, *Sov. Phys. JETP* **46** (1977) 641.
- [16] W. Furmanski, R. Petronzio, *Zeit. Phys.* **C11** (1982) 293
- [17] J. C. Collins W.-K. Tung, *Nucl. Phys.* **B278** (1986) 934
- [18] M. Diemoz, F. Ferroni, G. Martinelli, *Z. Phys.* **C39** (1988) 21.
- [19] M.Glück, E.Reya and M.Stratmann, *Nucl. Phys.* **B422** (1994) 37.
- [20] L.N. Lipatov and V.S. Fadin, *Sov. Phys. JETP* **45** (1977) 199 ;
Ya. Balitskii and L.V. Lipatov, *Sov. J. Nucl. Phys.* **28** (1978) 822
- [21] L. Favart, *Mesure de la fonction de structure F_2 du proton à HERA, utilisant les interactions profondément inélastiques radiatives (ordre α^3)*, Thèse de doctorat, Université Libre de Bruxelles, (1995).
- [22] M. Böhm, H. Spiesberger, *Nucl. Phys.* **B294** (1987) 1081.

Chapitre 2

La physique des jets

Un jet peut être défini comme un flot de hadrons dans une zone angulaire restreinte. Cette définition qualitative n'est pas suffisante si nous désirons comparer des observations expérimentales avec la théorie.

Une des conditions nécessaires pour pouvoir comparer avec la théorie consiste à considérer qu'un parton de forte énergie et isolé dans une partie de l'espace des phases conduit à une production de hadrons dans la même région de l'espace des phases. Cette propriété est la *dualité locale hadron parton* dont nous ne parlerons pas ici mais qui est décrite en détail en [1]. Il reste cependant nécessaire d'introduire un algorithme autant au niveau expérimental qu'au niveau théorique afin de pouvoir définir les jets de manière quantitative.

2.1 Section efficace (2+1) jets

Afin d'illustrer comment définir le taux de jets, nous prenons comme exemple la section efficace à l'ordre le plus bas. La plupart des formules sont extraites de [2]. L'ordre le plus bas démarre à ($\mathcal{O}(\alpha_s)$) (LO). A l'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s^0)$, seuls des événements (1+1) sont possibles. Les graphes contribuant à cet ordre sont de deux types : la fusion boson-gluon (BGF) et la diffusion Compton QCD (QCDC) et sont représentés sur la figure 2.1.

Dans ces processus la réaction n'est plus caractérisée par deux variables mais par cinq. Les variables utilisées sont usuellement, en plus de x et Q^2 , x_p , z_p et Φ . La variable x_p est définie par :

$$x_p = \frac{Q^2}{2p_p \cdot q} = \frac{x}{\xi}, \quad (2.1.1)$$

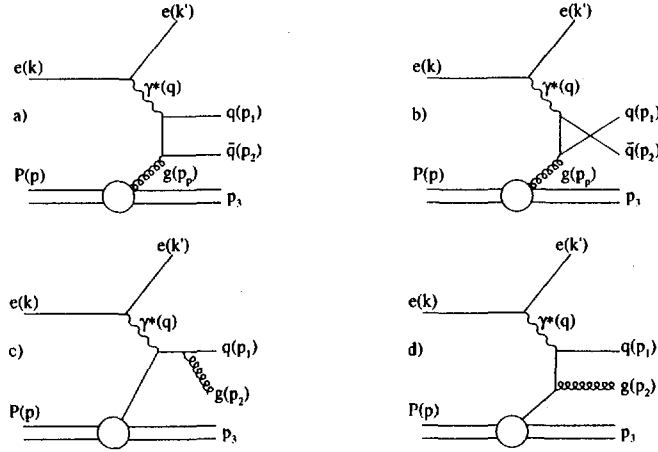


Figure 2.1 : Contribution d'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s)$ à la diffusion profondément inélastique

et z_p par :

$$z_p \equiv z_1 = \frac{p \cdot p_1}{p \cdot q} \quad (2.1.2)$$

où p_p indique l'impulsion du parton entrant (les définitions des autres impulsions sont représentées sur la figure 2.1). Le choix de p_1 ou p_2 pour la définition de z_p est indifférent car $z_1 + z_2 = 1$. Cette variable correspond au cosinus de l'angle de diffusion des partons dans le référentiel photon-parton (voir figure 2.2). La

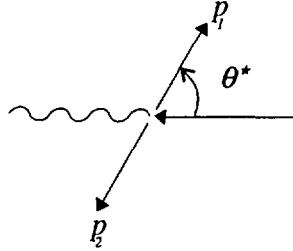


Figure 2.2 : Définition de la variable z_p dans le référentiel γ - parton

variable Φ est définie comme l'angle entre le plan défini par les électrons incident et diffusé (\vec{k}, \vec{k}') et le plan des partons (\vec{p}_p, \vec{p}_1) défini dans le référentiel photon-parton (voir figure 2.3). Les différentes contributions sont généralement classées en fonction de l'hélicité des particules et de la polarisation du photon virtuel. Nous adopterons la même notation que pour les fonctions de structure¹.

¹Nous ne considérons que le cas de l'échange d'un photon, nous négligerons l'échange de Z_0 et les interférences γ/Z^0 .

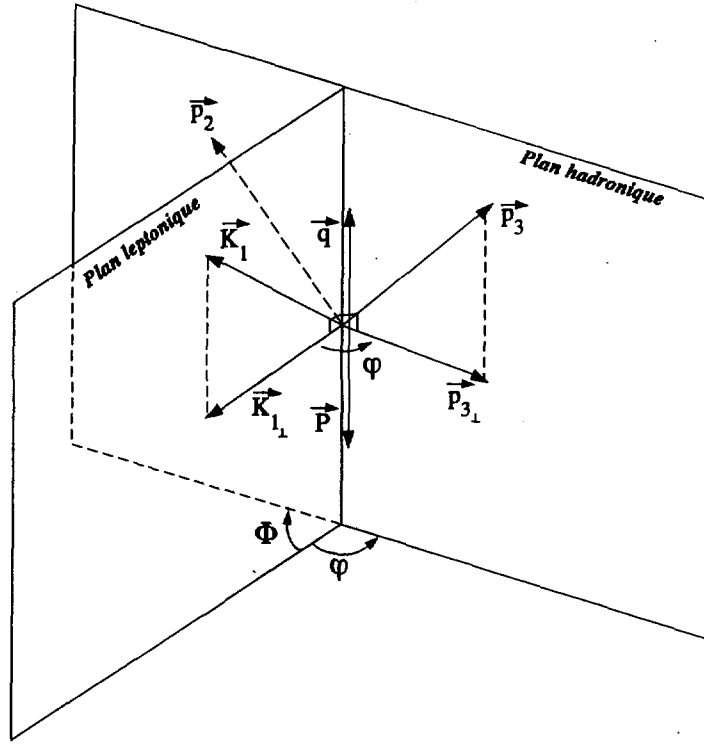


Figure 2.3 : Représentation des plans leptonique et hadronique dans le référentiel γ -parton

Afin d'illustrer les divergences apparaissant, nous considérerons les contributions QCD Compton et BGF séparément. Dans le cas de QCD Compton le calcul de la section efficace :

$$d\sigma^g \propto \frac{4[(p_p q - p_1 p_2)^2 (p_p p_1)^2 + (p_p q)^4]}{2(p_p p_2) 2(p_1 p_2) (p_p q)^2} = \frac{1 + x_p^2 z_p^2}{(1 - z_p)(1 - x_p)}. \quad (2.1.3)$$

produit les singularités suivantes :

$$\begin{aligned} p_2 \text{ colinéaire à } p_p &\implies z_p \rightarrow 1 \\ p_2 \text{ colinéaire à } p_1 &\implies x_p \rightarrow 1 \\ p_2 \text{ mou} &\implies z_p, x_p \rightarrow 1 \end{aligned} \quad (2.1.4)$$

La structure singulière des contributions provenant du gluon sont données par :

$$d\sigma^g \propto \frac{4[(p_p p_1)^2 + (p_p p_2)^2][(p_p q - p_1 p_2)^2 + (p_1 p_2)^2]}{2(p_p p_1) 2(p_p p_2) (p_p q)^2} = \frac{[z_p^2 + (1 - z_p)^2][x_p^2 + (1 - x_p)^2]}{z_p(1 - z_p)}. \quad (2.1.5)$$

$$p_2 \text{ colinéaire à } p_p \implies z_p \rightarrow 1$$

$$p_1 \text{ colinéaire à } p_p \implies z_p \rightarrow 0 \quad (2.1.6)$$

$$(2.1.7)$$

Ces singularités sont les mêmes que dans le cas de la fonction de structure. Ici ces divergences ne peuvent être régularisées car nous cherchons à observer des événements à 3 jets. Les corrections virtuelles d'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s)$ n'interviennent pas dans ce cas, car elles ne peuvent donner lieu à des événements (2+1) jets. En fait il faut définir ici un critère de résolubilité des événements. Ce critère correspond à l'algorithme utilisé au niveau expérimental. Il a pour but d'isoler les régions singulières de l'espace des phases. Il faut remarquer comme nous l'avons déjà vu que les singularités appartiennent en fait à des régions où il n'est pas possible de résoudre les deux particules tant au niveau de la théorie qu'au niveau expérimental. A l'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s)$ ce critère s'exprime simplement sur des conditions sur z_p et x_p : L'espace des phases sur lequel nous devons intégrer² est délimité par :

$$z_{p,\min} \leq z_p \leq z_{p,\max} \quad (2.1.8)$$

$$x_{p,\min} \leq x_p \leq x_{p,\max} \quad (2.1.9)$$

où $z_{p,\min}$, $z_{p,\max}$, $x_{p,\min}$ et $x_{p,\max}$ dépendent de l'algorithme utilisé. Avant de parler des algorithmes de jets nous exprimerons la section efficace des événements (2+1) jets. La section efficace a l'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s)$ s'écrit :

$$\frac{d^2\sigma^{2+1}}{dx dQ^2} = \frac{2\pi\alpha^2}{Q^4} \sum_{i=1}^{n_f} \left\{ e_i^2 [(1+y)^2 \mathcal{F}_2^i(x, Q^2) - y^2 \mathcal{F}_L^i(x, Q^2)] \right\} \quad (2.1.10)$$

avec :

$$\mathcal{F}_i^k(x, Q^2) = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_{x_{p,\min}}^{x_{p,\max}} \frac{dx_p}{x_p} \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} dz \left\{ \frac{d^2\sigma_k^q}{dx_p dz} [q_i(x/x_p, Q^2) + \bar{q}_i(x/x_p, Q^2)] + \frac{d^2\sigma_k^g}{dx_p dz} g(x/x_p, Q^2) \right\} \quad (2.1.11)$$

où σ_k^q et σ_k^g sont les sections efficaces calculées au niveau partonique.

2.2 Les algorithmes

Comme nous venons de le voir, la définition d'un algorithme est nécessaire afin de régulariser les intégrales. Nous garderons à l'esprit que l'algorithme doit aussi

²Mis à part l'angle Φ qui n'intervient pas.

être appliqué à des hadrons, nous discuterons des propriétés des algorithmes à ce sujet.

Un algorithme de jet est défini par :

1. Une variables test (résolution angle-énergie) y_{kl}
2. Une procédure de recombinaison.

La variable y_{kl} nous permet de dire si les deux particules k et l appartiennent au même jet, tandis que la procédure de recombinaison nous donne la relation entre les propriétés du jet et des particules le composant. Les conditions que doivent remplir l'algorithme sont :

1. l'absence de divergences IR ou colinéaires
2. des corrections d'hadronisation aussi faibles que possible.

Une troisième propriété concerne la factorisation dont nous parlons dans la section 2.4. Dans une certaine mesure ces deux points sont liés entre eux. En QCD le phénomène d'hadronisation n'est pas décrit par la théorie des perturbations. Cependant la dualité locale hadron parton (ou pré-confinement) implique que les hadrons conservent les propriétés cinématiques des quarks et gluons les ayant produits. Ceci est dû au fait que le flot hadronique dans l'état final reproduit le flot partonique assez fidèlement, avec des transferts d'impulsion et des nombres quantiques locaux dans l'espace des phases. La manière d'améliorer les effets de pré-confinement (où de réduire les corrections d'hadronisation) est de définir des sections efficaces qui ne sont pas sensibles aux effets à longue distance, i.e. satisfaisant le point 1). Cette propriété doit être vérifiée ordre par ordre dans le cas où les partons produits sont sans masse³. Il existe deux grandes classes d'algorithmes :

- les algorithmes de type "cluster".
- les algorithmes dits de "cône"[10].

Nous ne considérons ici que les algorithmes du premier type.

2.2.1 L'algorithme JADE modifié

L'algorithme JADE modifié (mJADE) est inspiré de l'algorithme introduit en [11] et utilisé principalement en collisions e^+e^- . L'algorithme est défini selon la procédure itérative suivante :

³Comme nous l'avons déjà fait remarquer, si les partons possèdent une masse alors les singularités disparaissent.

1. On définit un paramètre de résolution y_{cut}
2. pour chaque paires de particules p_i, p_j de masse invariante s_{ij}

$$y_{ij} = \frac{s_{ij}}{W^2} \quad (2.2.12)$$

3. si le plus petit des $y_{ij} < y_{\text{cut}}$ alors on combine (p_i, p_j) dans un jet
4. La procédure est répétée à partir de 2) jusqu'à ce que tous les $y_{ij} < y_{\text{cut}}$. Les objets ainsi obtenues sont les jets.

Un des problèmes apparus en DIS avec cet algorithme provenait du traitement du jet spectateur. Au niveau expérimental la coupure d'acceptance du tube à vide conduisait l'algorithme à construire des jets très à l'avant, alors que pour une acceptance complète du détecteur, les particules composant le jet auraient dû être associées au jet spectateur. Cet effet est à l'origine de l'algorithme de JADE modifié[12]. La modification consiste à construire une pseudo-particule contenant l'impulsion longitudinale manquante :

$$P_{\text{pseudo}} = p_z^e + p_z - \sum_i p_z^i \quad (2.2.13)$$

où i représente toutes les particules détectées, p_z^e et p_z sont respectivement l'impulsion longitudinale des électron et proton incidents. L'introduction de la pseudo-particule a permis d'améliorer considérablement l'accord entre la théorie et l'observation.

Autant au niveau expérimental qu'au niveau théorique, il est possible de définir plusieurs procédures de recombinaison. Ces procédures se différencient par la manière dont s_{ij} est calculée et dont les particules p_i, p_j sont combinées pour former le jet. Les cinq schémas les plus utilisés sont résumés dans le tableau 2.1. Parmi ces schémas il n'en existe qu'un qui soit invariant de Lorentz. Cependant les études effectuées en e^+e^- [13] et ep [14] ont désigné les schémas JADE et E0 comme étant ceux donnant les plus faibles correction d'hadronisation. De plus, il est aussi démontré que le schéma peut avoir une influence importante au niveau de la section efficace $\sigma_{(2+1)}$ dans le cas de JADE. [15] théorique.

2.2.2 L'algorithme k_t

L'algorithme k_t [7] (aussi connu sous le nom de "Durham" en e^+e^-) est une modification de l'algorithme JADE. Les motivations de cet algorithme sont principalement théoriques. Nous y reviendrons dans la suite. Cet algorithme proposé initialement en e^+e^- fut généralisé pour tout type de collisions. Avant de décrire la procédure itérative de l'algorithme il est important de souligner qu'en DIS il

schéma	y_{ij}	recombinaison	remarques
JADE	$E_i E_j (1 - \cos(\theta_{ij})) / W^2$	$p_i + p_j$	s_{ij} néglige les masses
E	$\frac{(p_i + p_j)^2}{W^2}$	$p_i + p_j$	s_{ij} Invariant de Lorentz
E0		$E_k = (E_i + E_j)$	\vec{p} non conservé
P		$\vec{p}_k = \frac{E_k}{ \vec{p}_i + \vec{p}_j } \cdot (\vec{p}_i + \vec{p}_j)$	
P0	$\frac{(p_i + p_j)^2}{\sum_i E_i^2}$	$E_k = \vec{p}_k , \vec{p}_k = \vec{p}_i + \vec{p}_j$	E non conservé

Tableau 2.1 : Les différents schémas de recombinaison de l'algorithme JADE

est défini dans le *référentiel de Breit* (ou "mur de briques"). Ce référentiel est couramment utilisé en DIS pour l'étude des fonctions de fragmentation notamment. Le vecteur au repos dans ce référentiel est $2xp + q$, où p est l'énergie-impulsion du proton incident et q celle du photon virtuel. Dans ce référentiel nous avons les relations suivantes :

$$p' = E'_p(1, 0, 0, 1), \quad q' = (0, 0, 0, -2xE'_p), \quad Q^2 = 4x^2 E_p'^2 \quad (2.2.14)$$

où le prime désigne que les valeurs des impulsions sont mesurées dans le référentiel de Breit. Dans ce référentiel, pour un événement QPM (α_s^0), le parton incident arrive avec une impulsion longitudinale $-Q/2$ et repart avec une impulsion $+Q/2$. Le choix d'un tel référentiel permet une meilleure séparation entre les particules associées au jet spectateur et les jets d'interactions.

L'algorithme proposé à l'origine se décompose en deux étapes principales : l'étape A) où on définit un jet spectateur et des "macros-jets" puis l'étape B) où les jets sont ensuite définis à partir des "macros-jets".

A) première étape

a₁) Pour chaque particule p_i , on calcule

$$y_{ip} = \frac{2(1 - \cos(\theta_i))}{Q^2} E_i^2 \quad (2.2.15)$$

et pour chaque paire p_i, p_j ,

$$y_{ij} = \frac{2(1 - \cos(\theta_{ij}))}{Q^2} \min \{E_i^2, E_j^2\} \quad (2.2.16)$$

- a_2) On choisit la plus petite valeur parmi $\{y_{ip}, y_{ij}\}$. Si y_{ij} est la plus petite valeur et si $y_{ij} < 1$ alors les particules sont combinées $p_{ij} = p_i + p_j$. Si y_{ip} est la plus petite valeur et $y_{ip} < 1$ alors la particule i est mise dans le "jet spectateur".
- a_3) On répète cette procédure à partir de a_1) jusqu'à ce que toutes les particules n'ayant pas été mises dans le jet spectateur aient $y_{ip}, y_{ij} > 1$. Nous nous retrouvons ainsi avec un jet spectateur et des macro-jets.

B) Deuxième étape

- b_1) On définit un paramètre de résolution $y_{\text{cut}} = Q_0^2/Q^2 < 1$.
- b_2) On reprend toutes les particules combinées dans les macro-jets et on calcule la distance y_{ij} suivant (2.2.16). L'algorithme est répété comme dans la première étape mais avec cette fois uniquement y_{ij} comme variable de résolution jusqu'à ce que $y_{ij} > y_{\text{cut}}$.

La version à une étape[16] est en fait l'étape A, où les distance y_{ip} (2.2.15) et y_{ij} (2.2.16) sont comparées à y_{cut} au lieu de 1. Dans la suite la référence à l'algorithme k_t signifiera implicitement la version à une étape. On notera ici que la présence d'une pseudo particule n'est pas requise en raison du traitement particulier des hadrons proches du tube à vide.

Cet algorithme fut proposé pour e^+e^- afin de résoudre des problèmes concernant la resommation des logarithmes dominants $(\ln y_{\text{cut}})$ [17]. La version DIS présente en plus l'avantage de satisfaire la propriété de factorisation qui est discuté dans la section 2.4

2.3 Comparaison des deux algorithmes

Comme nous l'avons précédemment indiqué le k_t fut introduit à l'origine en raison de problème théoriques observés avec JADE. L'origine se trouve dans la reconstruction de jets "fantômes" par l'algorithme JADE dans certaines configuration spéciales. Ce problème concerne principalement le traitement des particules de faible énergie. La définition du paramètre de résolution de JADE :

$$s_{ij} = 2E_i E_j (1 - \cos \theta_{ij}) \quad (2.3.17)$$

privilégie la recombinaison de deux particules de faible énergie même si ces deux particules sont éloignées en angle, ceci en raison du produit $E_i E_j$; on peut par conséquent se retrouver avec un jet de faible énergie et avec angle relatif important. La définition (2.2.16) privilégie par contre la recombinaison des particules de faible énergie avec la particule de grande énergie la plus proche en angle. La figure 2.4 illustre ce fait: les quarks 1 et 2 émettent chacun un gluon de faible

énergie (3 et 4). Dans cette configuration la plus grande masse invariante est s_{12} et s_{34} la plus petite, 3 et 4 vont donc être associé pour former un jet. Si ensuite $s_{1(34)}$ et $s_{2(34)}$ sont supérieures à y_{cut} alors nous aurons un jet supplémentaire. Avec le k_t les particules 3 et 4 seront associées respectivement aux particules 1 et 2. On dit à ce propos que JADE induit des *corrélations attractives cinématiques* sur les particules de faible énergie. Ces différences de comportement permettent

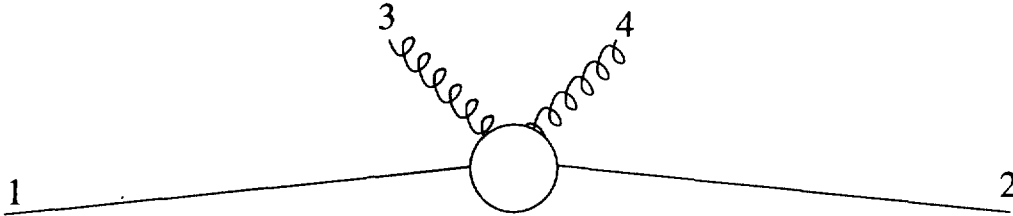


Figure 2.4 : Configuration pouvant donner lieu à un jet "fantôme" avec l'algorithme JADE

de souligner certains avantages du k_t :

1. il permet de réduire les corrections d'hadronisation (puisque les particules de faible énergie sont combinées avec les particules énergétiques les plus proches.
2. les calculs théoriques en QCD sont plus simples, et les corrections d'ordres supérieurs sont plus faibles, car la cinématique ne prime pas sur la dynamique des processus multi-partons.

Un autre point intéressant est de comparer l'espace des phases des événements (2+1) jets pour les deux algorithmes. Au LO il est possible de relier simplement les conditions sur les critères de résolution des jets et de trouver les conditions sur z_p et x_p . Pour JADE on remarque que (en utilisant les notations de la figure 2.1) :

$$x_p = \frac{Q^2}{s_{12} + Q^2}. \quad (2.3.18)$$

Les bornes d'intégration sur x_p et z_p nécessaires pour effectuer l'intégration dans (2.1.11) sont :

pour JADE

$$z_{p,\min} = 1 - z_{p,\max} = \frac{(1-x)x_p}{x_p - x} y_{cut} \quad (2.3.19)$$

$$x_{p,\min} = \frac{x}{1 - 2(1-x)y_{cut}}$$

$$x_{p,\max} = \frac{x}{x + (1-x)y_{cut}} \quad (2.3.20)$$

pour k_t ⁴. On appellera z_{1p} et z_{12} les valeurs minimales de z_p définies respectivement par les conditions y_{ip} et $y_{ij} < y_{\text{cut}}$ (se référer aux définitions respectives (2.2.15) et (2.2.16)).

$$z_{1p} = \frac{1}{2} \frac{x_p - \sqrt{1 - 2x_p + x_p^2 - 4y_{\text{cut}}x_p + 8y_{\text{cut}}x_p^2}}{2x_p - 1} \quad (2.3.21)$$

$$z_{12} = -\frac{2x_p - 1 - x_p^2 + y_{\text{cut}}x_p^2}{1 - 3x_p + 2x_p^2 + y_{\text{cut}}x - 2y_{\text{cut}}x^2} \quad (2.3.22)$$

$$z_{p,\text{min}} = 1 - z_{p,\text{max}} = \min\{z_{1p}, z_{12}\} \quad (2.3.23)$$

$$x_{p,\text{min}} = x$$

$$x_{p,\text{max}} = \min\left\{\frac{1}{4y_{\text{cut}}}, \frac{1}{1 + y_{\text{cut}}}\right\} \quad (2.3.24)$$

Nous voyons que pour l'algorithme k_t , $z_{p,\text{min}}$ ne dépend pas de x , contrairement à l'algorithme JADE. Cette dépendance est en fait très importante pour la factorisabilité des algorithmes dont nous allons parler dans la suite. En ce qui concerne $x_{p,\text{min}}$ et $x_{p,\text{max}}$ le k_t présente une dépendance sur x beaucoup plus simple que celle de JADE. Dans le cadre de l'analyse qui nous intéresse ici, il est intéressant de tester les densités de partons aux plus petites valeurs de x . Dans notre cas les densités de partons ne sont pas évaluées en x mais en $\xi = x/x_p$ comme le montre la formule de section efficace (2.1.10). Il est par conséquent intéressant de savoir quelle est la valeur minimum de ξ pour les deux algorithmes. D'après (2.3.20) et (2.3.24) nous voyons que :

$$\xi > y_{\text{cut}} \quad \text{pour JADE} \quad (2.3.25)$$

$$\xi > \max\{4y_{\text{cut}}, (1 - y_{\text{cut}})\} x \quad \text{pour } k_t \quad (2.3.26)$$

Si nous exprimons ces limites avec les valeurs standard de y_{cut} utilisées pour les deux algorithmes i.e. $y_{\text{cut}} = 0.02$ pour JADE et $y_{\text{cut}} = 0.5$ pour k_t , nous n'aurons accès qu'à des valeurs de $\xi > y_{\text{cut}}$ pour JADE alors que nous pourrions accéder à des valeurs de $\xi > 2x$ pour k_t .

L'espace des phases associé à l'algorithme k_t est représenté sur la figure 2.5 pour quatre valeurs de y_{cut} . Lorsque que $y_{\text{cut}} > 0.5$ l'espace des phases n'est déterminé que par la distance y_{ip} (en d'autres termes $z_{1p} < z_{12}$).

La figure 2.6 compare l'évolution de l'espace des phases associé respectivement aux algorithmes JADE et k_t pour différentes valeurs de x . Nous voyons que pour le k_t l'espace des phases reste à peu près constant (à part la limite inférieure en x_p), alors que pour JADE il est presque nul à petit x . Cette évolution de l'espace des phases explique en partie la différence du comportement du taux de jets $R_{(2+1)}$ pour les deux algorithmes :

⁴ z_p est ici défini comme la valeur minimum de z_1 et z_2

- dans le cas de JADE l'espace des phases accessible croît avec x , impliquant un taux de jets croissant.
- dans le cas du k_t l'espace des phase décroît avec x donnant à $R_{(2+1)}$ la tendance inverse.

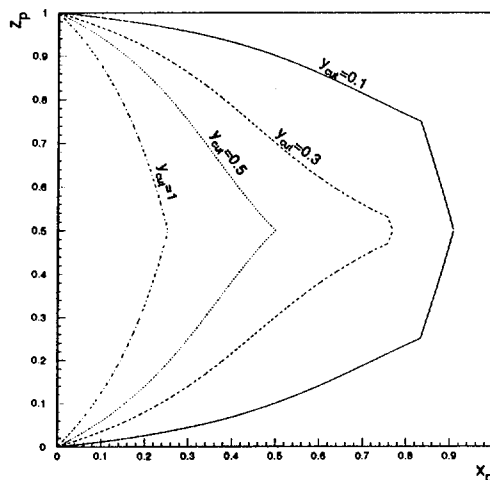


Figure 2.5 : Evolution de l'espace des phases accessible par l'algorithme k_t pour différentes valeurs de y_{cut} . Le domaine des $(2+1)$ jets est définie par l'espace intérieur, pour chacune des courbes.

2.4 Les algorithmes factorisables

Nous avons vu que dans le cas des fonctions de structure, les singularités collinéaires ne sont pas toutes absorbées par les corrections virtuelles. Le théorème de factorisation permet d'absorber ces divergences dans les densités de partons. Cependant il est nécessaire que cette factorisation soit faite de manière à ce que les densités de partons soient universelles, i.e. ne dépendent pas du processus considéré. Si ce n'est pas le cas, le processus est bien sûr défini, mais alors il n'est pas possible d'utiliser les densités de partons disponibles pour prédire un résultat physique, ou si les densités de partons sont extraites à partir de la mesure de $R_{(2+1)}$, elles ne seront définies que pour le processus considéré et par conséquent inexploitable pour d'autres processus. De plus, sans la propriété de factorisation, les densités de partons obtenues ne peuvent être évoluées à partir des équations DGLAP.

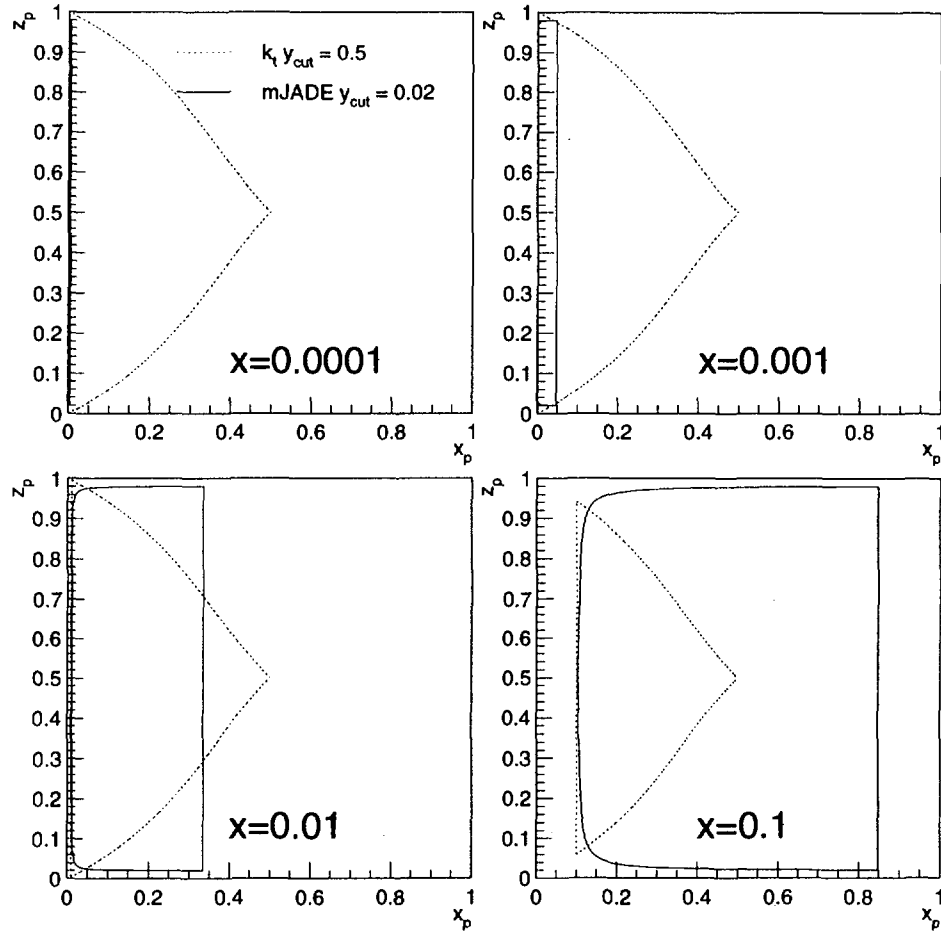


Figure 2.6 : Comparaison de l'espace des phases pour k_t et JADE pour 4 valeurs de x . Les valeurs des y_{cut} respectives sont indiquées sur la figure.

Il semble par conséquent naturel de vérifier que la section efficace des événements (2+1) satisfasse la condition de factorisation.

La factorisation plus facilement démontrable dans le cas où les fonctions coefficients ne dépendent de x et ξ que par leur rapport x/ξ , i.e. x_p . Ceci signifie que ces fonctions peuvent être calculées sans faire référence à l'impulsion du hadron incident. Nous voyons d'après les relations (2.3.19) et (2.3.20) que ce n'est pas le cas pour JADE. Par contre, pour l'algorithme k_t , nous voyons que les bornes d'intégration (2.3.23) et (2.3.24) satisfont à la forme requise.

Dans le cas du k_t il a été démontré [9] que la factorisation est vérifiée si :

- l'algorithme est effectué dans le référentiel de Breit, avec le traitement particulier du jet spectateur,
- Q^2 est pris comme échelle dans (2.2.15) et (2.2.16).

Parmi les deux algorithmes présentés, la factorisation n'a pu être démontrée que pour le k_t . En utilisant cet algorithme, les densités de partons définies sont bien *universelles*.

2.5 Les calculs au NLO

Nous n'avons considéré jusqu'ici que le LO. A cet ordre nous ne pouvons extraire les densités de partons qu'à l'ordre dominant. Si nous désirons effectuer une extraction à l'ordre supérieur, il est nécessaire d'avoir $\sigma_{(2+1)}$ à l'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$. Il existe un nombre important de diagrammes pouvant donner des topologies (2+1) à l'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$. Ces diagrammes sont de deux types :

- Les corrections virtuelles.
- Les corrections réelles.

Des exemples de diagrammes sont représentés sur la figure 2.7. La difficulté pour estimer ces corrections ne provient pas du calcul des diagrammes (calculés dans [8]), mais plutôt de l'intégration sur l'espace des phases, pour un algorithme donné. Si pour les corrections virtuelles l'état final est toujours composé de trois partons, les corrections réelles correspondent à des états avec quatre partons dans l'état final. Une intégration analytique comme celle effectuée précédemment devient très compliquée. Il est donc nécessaire de faire appel à des méthodes numériques d'intégration. Cependant l'utilisation d'une méthode numérique pose le problème concernant les infinis associés aux corrections virtuelles et réelles. La somme de ces deux contributions est finie mais il faut cependant régulariser ces infinis lors du calcul. Il existe actuellement deux programmes MEPJET[5] et DISENT[6]⁵ permettant de calculer la section efficace (2+1) jets à l'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$. Ces deux programmes se différencient par la manière dont les divergences sont régularisées et fonctionnent à la manière d'un générateur standard. Les quadrivecteurs des partons sont générés et l'utilisateur applique à ces partons l'algorithme et les coupures de son choix. Pour chaque événement le programme calcule toutes les contributions (réelles et virtuelles) et leur attribue un poids qui peut être positif ou négatif selon la nature de la contribution.

⁵Nous ne parlons pas des programmes DISJET et PROJET fonctionnant uniquement pour JADE.

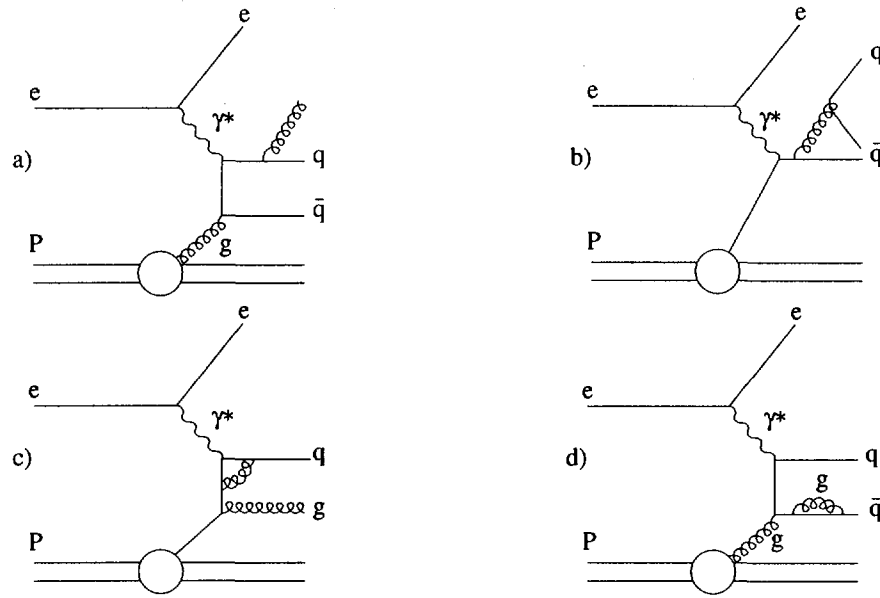


Figure 2.7 : Exemple de diagrammes contribuant à $\sigma_{(2+1)}$ à l'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$.

2.5.1 MEPJET

Le programme MEPJET utilise la méthode de *découpage de l'espace des phases*[18]. Cette méthode consiste à considérer un cône (défini par une masse invariante minimale) autour de chaque parton, à l'intérieur duquel ne peut se trouver un autre parton. Cette méthode supprime les parties de l'espace des phases où le calcul diverge. Cependant l'espace des phases restant est suffisamment important pour que n'importe quel algorithme soit utilisé. Cette méthode définit implicitement un schéma de factorisation différent de ceux utilisés couramment et nécessite par conséquent une redéfinition des densités de partons. La version actuelle de MEPJET ne permet pas d'utiliser des densités de partons arbitraires, définies dans n'importe quel schéma de factorisation. Pour cette raison nous n'avons pas utilisé ce programme.

2.5.2 DISENT

Le programme DISENT utilise une autre méthode appelée *méthode de soustraction*[19]. Afin de l'illustrer nous partons de la formule générale de la section efficace jusqu'au deuxième ordre :

$$\sigma = \sum_f \phi_{f/p} \otimes (\sigma_f^{LO} + \sigma_f^{NLO}) \quad (2.5.27)$$

où le symbole \otimes représente la convolution des densités de partons $\phi_{f/p}$ de type f avec les sections efficaces partoniques à l'ordre dominant (LO) et l'ordre suivant (NLO). L'intégration de σ^{LO} ne pose pas de problèmes en raison de l'absence de corrections virtuelles. σ^{NLO} pose par contre un problème car il reste des divergences qui ne sont pas régularisées par l'algorithme de jet.

Le principe de la méthode de soustraction est simple. Les corrections NLO peuvent se décomposer sous la forme :

$$\sigma_f^{NLO} = \int_{3+1} d\sigma_f^R + \int_3 d\sigma_f^V \quad (2.5.28)$$

où f indique le type de parton initial, σ_f^R les corrections réelles et σ_f^V , les corrections virtuelles. La méthode de soustraction consiste à utiliser l'identité *exacte* :

$$\sigma_f^{NLO} = \int_{3+1} [d\sigma_f^R - d\sigma_f^A] + \int_{3+1} d\sigma_f^A + \int_3 d\sigma_f^V \quad (2.5.29)$$

où $d\sigma_f^A$ est une section efficace approximative. Cette dernière doit satisfaire deux propriétés :

- Elle doit *exactement* avoir les propriétés singulières de $d\sigma_f^R$. Elle agit donc comme un contre-terme.
- Elle doit être intégrable analytiquement dans le sous espace à un parton donnant la divergence.

Si ces conditions sont remplies alors il est possible de réécrire (2.5.29) sous la forme :

$$\sigma_f^{NLO} = \int_{3+1} [d\sigma_f^R - d\sigma_f^A] + \int_3 \left[d\sigma_f^V + \int_1 d\sigma_f^A \right] \quad (2.5.30)$$

La calcul des termes de soustraction est exhaustivement décrit en [6]⁶. La formule (2.5.30) peut être implémentée dans un Monte-Carlo "partonique" avec des poids appropriés pour chacun des termes.

Ainsi pour chaque événement, DISENT calcule un certain nombre de "sous-événements" correspondant aux différentes contributions avec pour chacun un poids adéquat. Le fonctionnement peut être résumé par l'exemple suivant. Prenons la contribution représentée sur la figure 2.8 nous donnant trois partons dans l'état final. Pour cette contribution cinq contre-terme sont aussi générés à partir de la section efficace approchée avec des poids négatifs. Grâce aux propriétés de

⁶Il est important de remarquer ici que les termes de soustraction sont obtenus indépendamment de la réaction considérée. Ces termes étant *universels* le même principe a été utilisé dans le programme EVENT2 pour les interactions e^+e^- .

σ^A , quand 2.8 possède une configuration divergente, un des contre-termes reproduit la même divergence avec un poids négatif. Il est possible alors d'appliquer l'algorithme de notre choix en ayant à disposition *tout* l'espace des phases, contrairement à la méthode de découpage de l'espace des phases.

La figure 2.9 nous montre le taux de jets en fonction de y_{cut} pour $10 \text{ GeV}^2 < Q^2 < 100 \text{ GeV}^2$. Nous voyons que les corrections de l'ordre supérieur sont faibles

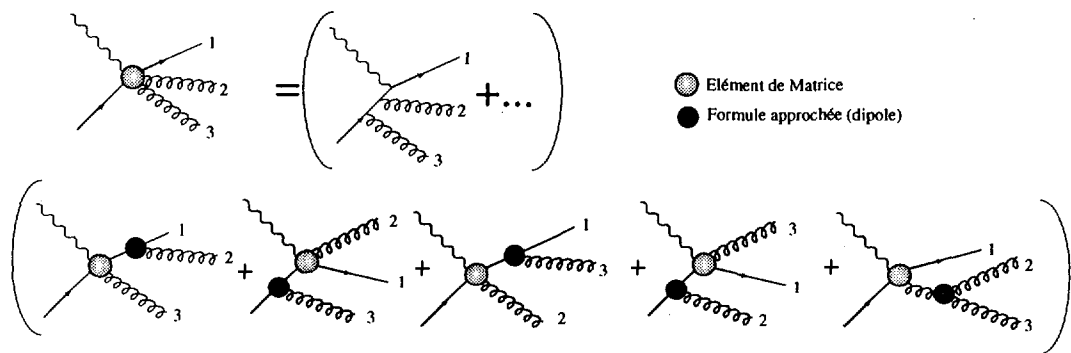


Figure 2.8 : Illustration du fonctionnement de DISENT. Chaque fois que DISENT génère un événement correspondant au calcul de l'élément de matrice illustré sur la ligne du haut, le programme génère cinq "contre-événements" illustrés sur la ligne du bas. Lorsque le calcul diverge une des cinq "contre-événements" reproduit la divergence avec un signe opposé.

et globalement positives sauf pour les petites valeurs de y_{cut} . Cette différence est due à des termes $\propto -\alpha_s \log^2 y_{\text{cut}}$ qui apparaissent à chaque ordre. Lorsque y_{cut} est petit ces termes deviennent importants et il devient nécessaire d'effectuer une resommation à tous les ordres.

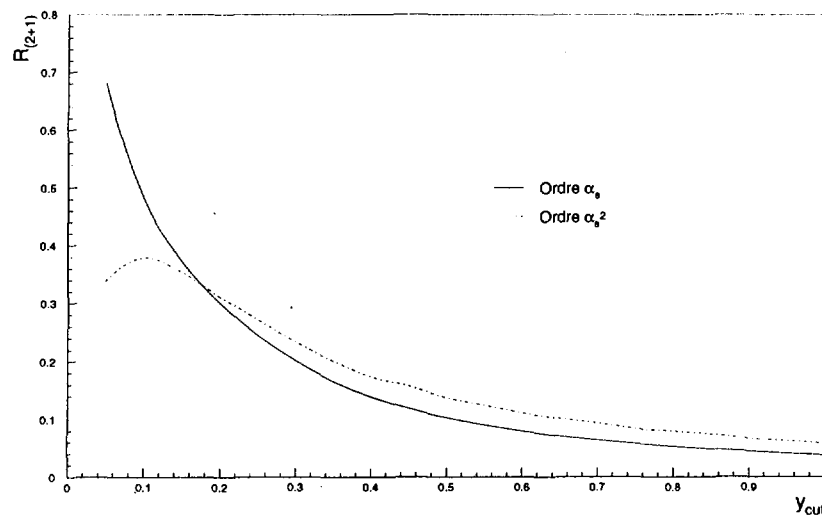


Figure 2.9 : $R_{(2+1)}$ calculé avec le programme DISENT au premier ordre (ligne continue) et à l'ordre suivant (ligne en pointillés), en fonction du paramètre de résolution y_{cut} .

2.6 Les ordres supérieures

Nous ne prétendons pas donner ici un exposé des resommations dans le cadre de la mesure des jets. Il nous semble cependant nécessaire d'en indiquer certaines propriétés. A priori, il n'est pas interdit de descendre aux petites valeurs de y_{cut} . Nous voyons que les termes d'ordre supérieur nous empêchent d'utiliser les petites valeurs de y_{cut} . Les termes $-\alpha_s \log^2 y_{\text{cut}}$ peuvent être grand même si la constante de couplage est faible. Il est par conséquent nécessaire pour ces valeurs de sommer toutes les contributions contenant ces termes à tous les ordres de la théorie, comme cela est fait pour les fonctions de structure. Il est alors nécessaire de raccorder ces corrections avec le calcul effectué à l'ordre fixe.

A l'heure actuelle ces resommations n'ont été calculées que pour l'algorithme k_t . Pour l'algorithme JADE, il n'est pas possible d'effectuer ces resommations. Cependant afin d'avoir une prédiction théorique complète, il est nécessaire de raccorder la partie resommée avec l'ordre perturbatif fixé. A l'heure actuelle ce raccordement n'a été effectué qu'à l'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s)$. Il ne nous est donc pas permis de descendre à des valeurs de y_{cut} inférieures à 0.1.

2.7 Les Corrections non-perturbatives

Les corrections non-perturbatives constituent à l'heure actuelle une limitation sur l'amélioration de la précision des tests de QCD. D'une manière générale ces contributions non perturbatives sont *supprimées en puissances* inverses de Q : Λ^n/Q^n , où Λ est de l'ordre du GeV. Pour certaines quantités, comme le thrust ces corrections sont du type $1/Q$. Dans ce cas, même à la masse du Z_0 ces corrections peuvent être comparables aux contributions d'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$. Pour les fonctions de structure, ces contributions semblent se comporter en $1/Q^2$ (où on leur attribue usuellement le nom de "Higher-Twist").

Normalement il faut ajouter ces corrections à la prédiction perturbative une fois la série *entièrement* sommée. Il reste cependant possible d'appliquer ces corrections à une série perturbative tronquée, car le comportement de ces deux contributions en fonction de l'échelle du processus est très différent (les termes de la série perturbative varient logarithmiquement en Q tandis que les termes non-perturbatifs varient en $1/Q^n$).

Ils existent plusieurs méthodes permettant de calculer ou tout au moins d'estimer ces corrections.

Une approche intéressante est celle présentée en [24] qui s'inspire de l'approche par les renormalons utilisées en [21]. Le problème des renormalons provient du comportement de la constante de couplage pour des petites valeurs aux petites échelles d'énergie. Dans [24], on suppose que la constante de couplage α_s^{eff}

(constante de couplage "effective") reste finie pour des petites valeurs de k_t , où k_t est le moment transverse des gluons dans l'état final. Par conséquent l'intégrale

$$\int_0^\mu dk_t \alpha_s^{\text{eff}}(k_t) \equiv \mu \bar{\alpha}_0(\mu) \quad (2.7.31)$$

est toujours définie pour $\mu \geq 0$. La figure 2.10 illustre un comportement possible de α_s^{eff} . Cette méthode permet d'exprimer les corrections en puissance en

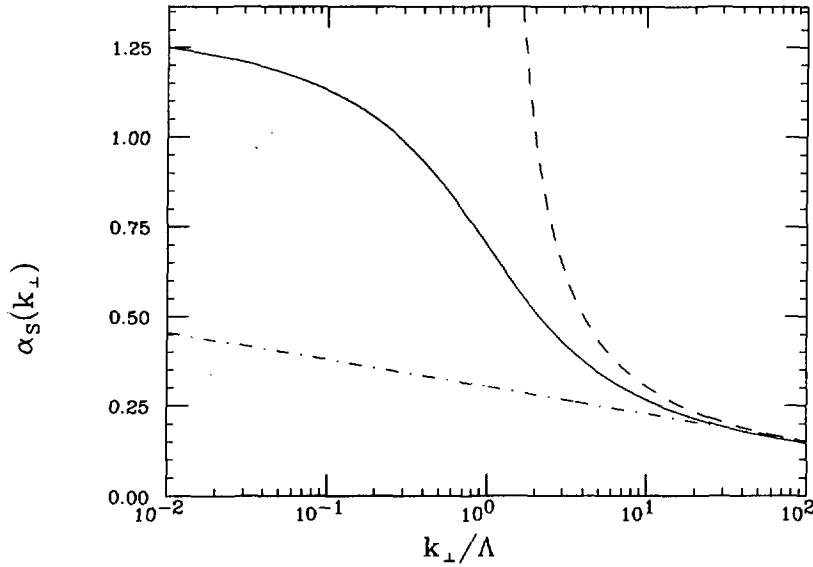


Figure 2.10 : Courbe en trait plein : comportement possible de α_s pour des faibles échelles. Courbe en tirets : α_s au premier ordre. La courbe en trait tireté-pointillé correspond à une estimation de α_s améliorée dont nous parlons pas ici (voir [22, 23]). Cette figure est extraite de [24].

fonction de $\int \alpha_s^{\text{eff}}$ et de termes calculables, dépendant des processus. Dans [24] cette méthode est appliquée à de nombreuses observables. Le résultat intéressant dans notre cas concerne la valeur moyenne de la variable $y_3^{k_t}$ en e^+e^- . Cette variable est définie comme la valeur de y_{cut} pour laquelle un événement passe d'une configuration 2 jets à 3 jets⁷. La correction est du type :

$$\langle y_3^{k_t} \rangle^{\text{NP}} \sim A \frac{\ln Q}{Q^2} + \frac{B}{Q^2} \quad (2.7.32)$$

où A et B sont des paramètres de dimension GeV^2 . Dans [22], il est indiqué que le résultat doit être le même pour $\langle y_3^{k_t} \rangle$ en DIS.

⁷C'est en fait la dérivé du taux de jets par rapport à y_{cut}

Dans notre cas, nous utiliserons cette forme pour estimer l'effet de ces corrections non perturbatives. Assez générales, ces corrections ont été utilisées dans le cas de l'extraction de α_s par la collaboration DELPHI[25] avec une faible erreur théorique.

2.8 Les Monte-Carlos et les jets

Il existe actuellement trois Monte-Carlo pour la diffusion profondément inélastique.

- LEPTO[26]: ce programme est basé sur le calcul à l'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s)$ des éléments de matrice (ME)[33] et le modèle des cascades de partons (Parton Shower ou PS) basé sur les fonctions de splitting calculées dans l'approximation des logarithmes dominants. Le modèle d'hadronisation est celui des cordes de LUND, implémenté dans JETSET/PYTHIA[32, 31].
- ARIADNE[35]: contrairement à LEPTO ce programme n'utilise pas les éléments de matrices. Ce programme est basé sur le modèle des dipôles de couleur (CDM)[34]. En fait ce programme ne génère que les cascades de partons. Pour une simulation complète il est interfacé avec LEPTO pour la génération de la cinématique et JETSET/PYTHIA pour l'hadronisation.
- HERWIG[29]: ce programme est basé comme LEPTO sur un modèle ME+PS. Cependant le modèle de cascade de partons diffère de celui de LEPTO. L'originalité de ce programme provient surtout de l'utilisation d'un modèle d'hadronisation différent de celui de LEPTO, le Modèle des "cluster" [30].(pour plus de détail voir[29]).

Il faut ajouter à cette liste le programme DJANGO[27] qui est une interface entre LEPTO/ARIADNE et HERACLES[28], ce dernier permettant de calculer les corrections radiatives électrofaibles sur la ligne leptonique.

Les caractéristiques données dans la liste ci-dessus ne concernent les principales propriétés des différents générateurs et notre intention n'est pas ici de décrire en détail tous ces programmes.

Aucun de ces programmes ne décrit à l'heure actuelle toutes les observables en DIS. Pour les mesures inclusives, comme F_2 où les flux d'énergie DJANGO/ARIADNE est le générateur préféré. En ce qui concerne les mesures des taux de jets, LEPTO⁸ est depuis longtemps le générateur décrivant le moins mal les données. Cette mauvaise description s'explique le fait que les mesures

⁸En raison d'une erreur d'interface dans DJANGO, résolu depuis peu, il n'a pas été possible d'utiliser LEPTO avec les corrections radiatives.

de taux de jets en DIS sont assez récentes, et jusqu'à récemment exclusivement effectuées avec l'algorithme JADE.

Les problèmes de description des taux de jets sont principalement liés à la génération des partons dans les Monte-Carlo.

Dans le cas de HERWIG, la mauvaise description du taux de jets (et des observables en DIS, de manière générale) n'est pas encore à ce jour comprise, et nous n'en parlerons pas dans la suite.

Le problème du programme ARIADNE, provient de la non description de l'évolution en Q^2 du taux de jets (complètement prédite en QCD), et ceci pour les deux algorithmes présentés dans ce chapitre. Des travaux très récents[36], ont montré que les éléments de matrices à l'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s)$, calculées par la formule de dipôle, présentent des différences importantes dans la contribution QCD Compton, la contribution BGF étant elle bien décrite. Cet effet peut donc être responsable de la mauvaise description du taux de jets.

Le programme LEPTO à quant à lui beaucoup évolué au cours des trois dernières années. Les modifications effectuées ont en partie concerné la description des taux de jets. La version initiale décrivant le taux de jets avec l'algorithme JADE, régularisait les divergences des éléments de matrices par une coupure en $y_{\text{cut}} W^2$ permettant d'avoir un espace des phases suffisant pour appliquer l'algorithme JADE. L'utilisation de l'algorithme k_t impliquant un espace des phases plus grand, un autre schéma de régularisation a été introduit, avec une coupure sur la variable z_p et sur la masse invariante \hat{s} entre les deux partons produits.

Le taux de jets dans les dernières versions de LEPTO, est désormais mieux décrit sauf les régions à faibles z_p (voir chapitre 5). L'évolution en Q^2 est quant à elle parfaitement décrite.

Bibliographie

- [1] Yu.L. Dokshitzer, V.A.Khoze, A.H.Mueller and S.I.Troyan, *Basics of perturbative QCD* (Editions Frontieres, Paris) 1991.
- [2] J.G. Körner, E. Mirkes, G.A. Schuler, *Int. J. Mod. Phys. A* **4** (1989) 1781.
- [3] D. Graudenz, *Phys. Rev. D* **49** (1994) 3291.
- [4] D. Graudenz, *Comput. Phys. Commun.* **92** (1995) 65.
- [5] E. Mirkes, D. Zeppenfeld, *Phys. Lett.* **B380** (1996) 205.
- [6] S. Catani, M.H. Seymour, *Phys. Lett.* **B378** (1996) 287;
S. Catani, M.H. Seymour, CERN preprint, CERN-TH-96-029.
- [7] S. Catani, Yu.L. Dokshitzer, B.R. Webber *Phys. Lett.* **B285** (1992) 291.
- [8] R.D. Peccei, R. Rückl, *Nucl. Phys.* **B162** (1980) 125.
- [9] B. Webber *J. Phys.* **G19** (1993) 1567.
- [10] G. Sterman, *Phys. Rev. Lett.* **39**,1436
- [11] JADE collaboration, W. Bartel et al., *Zeit. Phys.* **C33** (1986) 23
S. Bethke et al., *Phys. Lett.* **213B** (1988) 235.
- [12] D. Graudenz, N. Magnussen, in: *Proceedings of the HERA Workshop 1991*, DESY (eds. W. Buchmüller, G. Ingelman).
- [13] S. Bethke *Nucl. Phys.* **A546** (1992) 247.
- [14] R. Nisius *Measurement of the strong coupling constant from jet rates in Deep Inelastic Scattering* Aachen, 1994.
- [15] E. Mirkes *Phys. Lett.* **B380** (1996) 205
- [16] S. Catani, B. Webber *Phys. Lett.* **B322** (1994) 263.

- [17] Yu.Dokshitzer, contribution à *Workshop on Jets at LEP and HERA*, Durham, 1990 *J. Phys.* **G17** (1991) 1441
- [18] W.T. Giele, E.W.N. Glover and D.A. Kosower, *Nucl. Phys.* **b403** (1993) 633.
- [19] R.K. Ellis, D.A. Ross and A.E. Terrano, *Nucl. Phys.* **B178** (1981) 421; Z. Kunszt and P. Nason, in 'Z Physics at LEP 1', CERN 89-08, vol. 1, p. 373; Z. Kunszt and D.E. Soper, *Phys. Rev.* **D46** (1992) 192.
- [20] E.B. Zijlstra and W.L. van Neerven, *Nucl. Phys.* **B383** (1992) 525.
- [21] H. Contopanagos and G. Sterman, *Nucl. Phys.* **B419** (1994) 77
G.P. Korchemsky and G. Sterman, *Nucl. Phys.* **B437** (1995) 415
P. Nason and M.H. Seymour, preprint CERN TH/95-150 (hep-ph/9506317).
M. Beneke and V.M. Braun, preprint DESY 95-120 (hep-ph/9506452).
A.H. Mueller, *QCD 20 Years Later*, vol. 1 (World Scientific, Singapore, 1993).
- [22] B.R. Webber in proceedings of *WORKSHOP ON DEEP INELASTIC SCATTERING AND QCD*, Ed. J.F. Laporte et Y. Sirois 1995.
- [23] Yu.L. Dokshitzer, B.R. Webber, *Phys. Lett.* **B352** (1995) 451.
- [24] Yu.L. Dokshitzer, G. Marchesini, B.R. Webber, CERN-TH-95-281. CAVENDISH-HEP-95-12.(hep-ph/9512336)
- [25] DELPHI Collaboration (P. Abreu et al.), *Zeit. Phys.* **C73** (1997) 229
- [26] G. Ingelman, A. Edin, J.Rathsman *LEPTO version 6.1 - The Lund Monte-Carlo for Deep Inelastic Lepton-Nucleon Scattering*, TSL/ISV-92-0065, May 1992
G. Ingelman, A. Edin, J.Rathsman *LEPTO version 6.5 - A Monte-Carlo Generator for Deep Inelastic Lepton-Nucleon Scattering*, DESY 96-057, April 1996
- [27] G.A. Schuler, H. Spiesberger, *Proceedings of Workshop Physics at HERA*, vol 3, eds W. Buchmuller, G. Ingelman, (1992) 1419
- [28] A. Kwiatkowski, H. Spiesberger, H.J. Mohring, *Comp. Phys. Commun.* **69** (1992) 155
- [29] G. Marchesini, B.R. Webber, G. Abbiendi, I.G. Knowles, M.H. Seymour, L. Stanco, *Comput. Phys. Commun.* **67** (1992) 465
- [30] G. Marchesini, B.R. Webber, *Nucl. Phys.* **B310** (1988) 461
B.R. Webber, *Nucl. Phys.* **B238** (1984) 492
- [31] H.U. Bengtsson and T.Sjostrand, *Comp. Phys. Comm.*, **67**, (1992) 231

- [32] T.Sjöstrand, M.Bengtsson, *Computer Phys. Comm.* **43** (1987) 367.
- [33] R.D. Peccei, R. Rückl, *Nucl. Phys.* **B162** (1980) 125.
- [34] G. Gustafson, *Phys. Lett.* **175B** (1986) 453
G. Gustafson, U. Pettersson, *Nucl. Phys.* **B306** (1988) 746
B. Andersson, G. Gustafson, L. Lönnblad, U. Pettersson, *Zeit. Phys.* **C43** (1989) 393
B. Andersson, G. Gustafson, L. Lönnblad, *Nucl. Phys.* **B339** (1990) 393
- [35] L. Lönnblad *Comput. Phys. Commun.* **71** (1992) 15.
- [36] J. Rathsman, *Phys. Lett.* **B393** (1997) 181.

Partie II

Analyse des données

Introduction

Nous allons dans cette partie exposer le travail effectué dans cette thèse. Le but de la mesure du taux de jet doit permettre d'extraire la densité de gluon et les corrections non perturbatives à $R_{(2+1)}$. Cette extraction est faite à partir d'un programme d'ajustement basé sur les équations d'évolution des fonctions de structures.

Lors de l'ajustement on compare une prédiction théorique à la mesure effectuée. Il est d'usage de corriger les effets de détecteur en utilisant une matrice de transfert calculée à partir du Monte-Carlo, et d'inverser la matrice obtenue afin de corriger la mesure. Il est souvent nécessaire de faire appel à des techniques de déconvolution pour permettre cette inversion. Afin d'éviter de telles manipulations, nous avons choisi de *convoluer* le résultat théorique avec la matrice de transfert et de comparer avec la mesure. Pour cette raison le taux de jet mesuré n'est pas corrigé. La matrice de transfert est obtenue à partir du programme de simulation utilisé dans cette analyse et exprime le passage entre le taux mesuré à partir des hadrons et celui mesuré dans H1.

Les données utilisés dans ce travail sont celles enregistrées par H1 en 1994. Le lot est d'environ 90 000 événements et la luminosité intégrée correspondante est de $1,9 \text{ pb}^{-1}$.

Cette partie débute par une description du dispositif expérimental, où l'accent est mis sur les parties dont dépend directement l'analyse des données.

Nous décrivons ensuite la sélection des événements de diffusion profondément inélastique, qui reflète en grande partie la sélection effectuée dans le cadre de l'étude des fonctions de structures. Dans ce chapitre, nous décrivons aussi les diverses manières de déterminer la cinématique.

Le troisième chapitre décrit la mesure du taux de jet effectuée à partir des événements sélectionnés. Comme nous l'avons précisé le résultat de la mesure est celui obtenu directement dans le détecteur. Ce résultat est donné avec la matrice de transfert, qui en plus d'être nécessaire à l'exploitation ultérieure de la mesure est un outil permettant d'estimer la sensibilité de $R_{(2+1)}$ mesuré à la mesure de $R_{(2+1)}$ estimée à partir des hadrons.

Le dernier chapitre est consacré à l'ajustement des données de F_2 et de la mesure de $R_{(2+1)}$ pour l'extraction de la densité de gluon et des corrections non perturbatives sur $R_{(2+1)}$. Le début de ce chapitre décrit les détails concernant le programme d'ajustement et les données de F_2 utilisées. La suite du chapitre donne les résultats de la procédure d'ajustement, concernant la densité de gluon et des corrections non perturbatives.

Chapitre 3

HERA et le détecteur H1

Le détecteur H1 est situé auprès du collisionneur HERA, sur le site du laboratoire DESY (Deutsches Elektron-Synchrotron) à Hambourg (RFA). Dans ce chapitre nous présenterons d'abord les principales caractéristiques de HERA. Nous passerons ensuite à la description du détecteur H1.

3.1 Le Collisionneur HERA

La construction de l'accélérateur HERA (Hadron-Elektron-Ring-Anlage) a permis une extension considérable du domaine cinématique jusqu'alors accessible aux précédentes expériences sur cible fixe. Il est composé d'un faisceau d'électrons ou de positrons d'environ 30 GeV et d'un faisceau de protons de 820 GeV. Ceci correspond à une énergie dans le centre de masse ep de 310 GeV. A titre de comparaison il est intéressant de noter que pour atteindre la même énergie dans le centre de masse avec une expérience sur cible fixe, il faudrait un faisceau d'électrons d'énergie $E_e \sim 50$ TeV. La figure 3.1 compare les domaines cinématiques atteints par des expériences sur cible fixe à celui atteint par HERA.

Le collisionneur est composé de deux anneaux indépendants d'une circonférence de 6.3 km. Les anneaux se croisent en 4 points d'interaction, où sont installées quatre expériences. H1 et ZEUS étudient les collisions ep . HERMES utilise le faisceau d'électrons polarisés afin d'étudier la structure en spin du nucléon. Enfin HERA-B, qui sera mise en service en 1997 utilisera le faisceau de protons diffusés sur une cible afin d'étudier la violation de CP dans le système $B - \bar{B}$. L'emplacement des différentes expériences est montré sur la figure 3.2. Cette figure décrit aussi le complexe d'injection de HERA. L'accélérateur PETRA sert de pré-injecteur à HERA. Il accélère les électrons et les protons jusqu'à des énergies respectives de 14 GeV et 40 GeV avant de les injecter dans les anneaux de HERA.

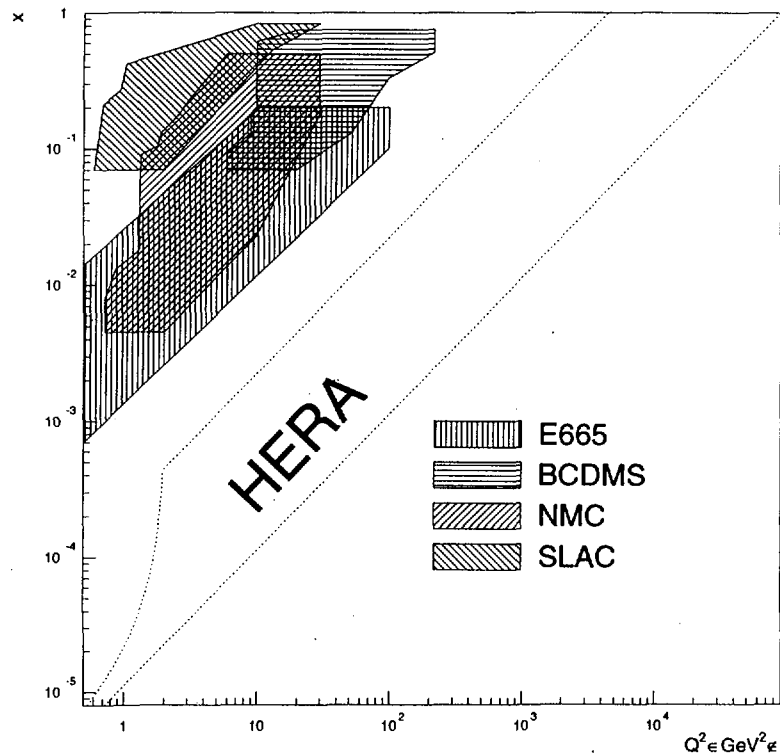


Figure 3.1 : Le plan cinématique en x et Q^2 , les zones grisées représentent les domaines cinématiques des différentes expériences sur cible fixe. La ligne en pointillés entoure le domaine accessible à HERA.

Les deux faisceaux sont composés de particules regroupées en paquets. L'intervalle de temps entre deux paquets est de 96 ns . Presque tous les paquets d'un faisceau sont appariés à un paquet de l'autre faisceau faisant en sorte qu'ils se croisent au centre des détecteurs. Cependant un certain nombre de paquets (paquets pilotes) ne sont pas appariés, ils servent à estimer le bruit de fond dû aux collisions avec le gaz résiduel ou le tube à vide. Les caractéristiques principales de l'accélérateur depuis sa mise en service en 1992 sont résumées dans le tableau 3.1. D'après ce tableau on voit que la luminosité fournie par HERA n'a cessé d'augmenter d'année en année. La figure 3.3 retrace l'évolution de la luminosité intégrée pendant les prises de données de 1992 à 1995.

La modification la plus importante a consisté à remplacer pendant la prise de données en 1994 les électrons par des positrons. Cette modification a été faite afin d'augmenter le temps de vie du faisceau à des courants élevés, les ions résiduels

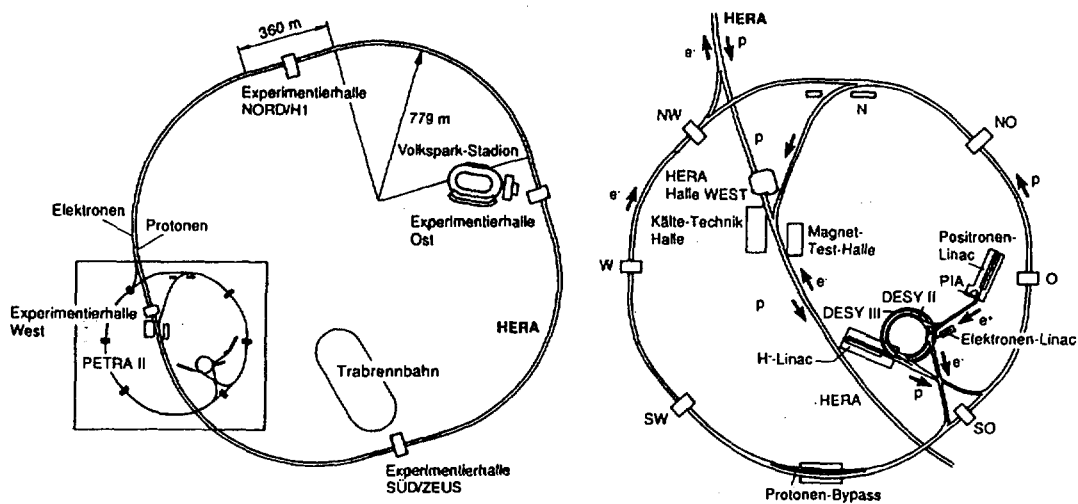


Figure 3.2 : L'accélérateur HERA et le complexe d'injection de HERA

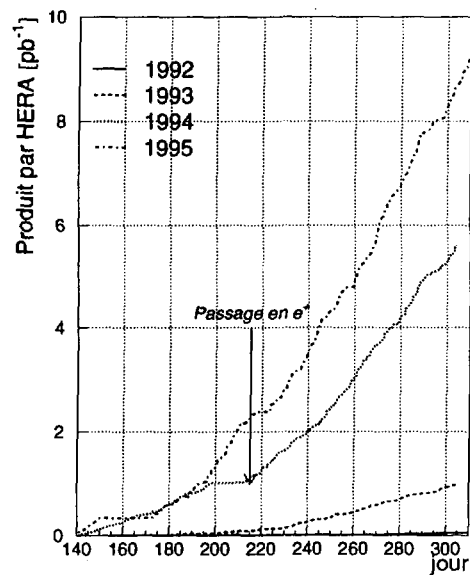


Figure 3.3 : L'évolution de la luminosité intégrée fournie par HERA de 1992 à 1995. La flèche indique le remplacement du faisceau d'électrons par un faisceau de positrons.

Paramètres	Unités	1992	1993	1994		1995
				e^-P	e^+P	
Luminosité intégrée	[nb ⁻¹]	1,6	999	938	4977	11055
Luminosité Moyenne	[10 ³⁰ cm ⁻² s ⁻¹]	0,028	0,27	0,62	1,29	2,13
Luminosité au pic	[10 ³⁰ cm ⁻² s ⁻¹]	0,22	1,3	2,6	4,3	5,90
E_e	[GeV]	26,7	26,7	27,5	27,5	27,5
E_p	[GeV]	820	820	820	820	820
$\langle I(p) \rangle$	[mA]	0,94	10,8	28,6	41	54
$\langle I(e) \rangle$	[mA]	1,33	7,7	10,5	17	18,4
Nombre de paquets en collision		9	84	153	153	174
Nombre de paquets pilotes ($e-p$)		1-1	10-6	15-17	15-17	15-6

Tableau 3.1 : Les caractéristiques de HERA de 1992 à 1995

présents dans le tube à vide étant repoussés au lieu d'être attirés par le faisceau¹. Le résultat peut être observé sur la figure 3.3 sur la courbe de luminosité de 1994 où l'on observe une variation de la pente après ce changement.

3.2 Le détecteur H1

H1[1] est un détecteur asymétrique en raison de la différence d'énergies des faisceaux. L'axe z est dirigé selon la direction et le sens de propagation des protons, c'est à dire de la droite vers la gauche sur la figure 3.4. La granularité est beaucoup plus élevée vers l'avant. Nous ne décrivons ici que les sous-détecteurs ayant une importance relative au travail de cette thèse. La description qui ne concerne que l'état de l'expérience H1 jusqu'en 1994. Les données de 1995 n'ayant pas été utilisées dans ce travail d'analyse pour des raisons qui seront exposées par la suite, nous ne décrivons pas les détecteurs ayant été installés en 1995. Néanmoins des références concernant ces améliorations seront données en fin de chapitre.

Une description exhaustive et détaillée des sous-détecteurs de H1 jusqu'en 1994 se trouve en [1]. La figure 3.4 représente le détecteur en coupe transversale et longitudinale.

3.2.1 Description générale de H1

Au centre du détecteur se trouve le système de mesure de traces. Il est entouré par le calorimètre à argon liquide, sauf dans la partie arrière où le détecteur est

¹L'installation de nouvelles pompes à vide devrait permettre de revenir à un faisceau d'électrons.

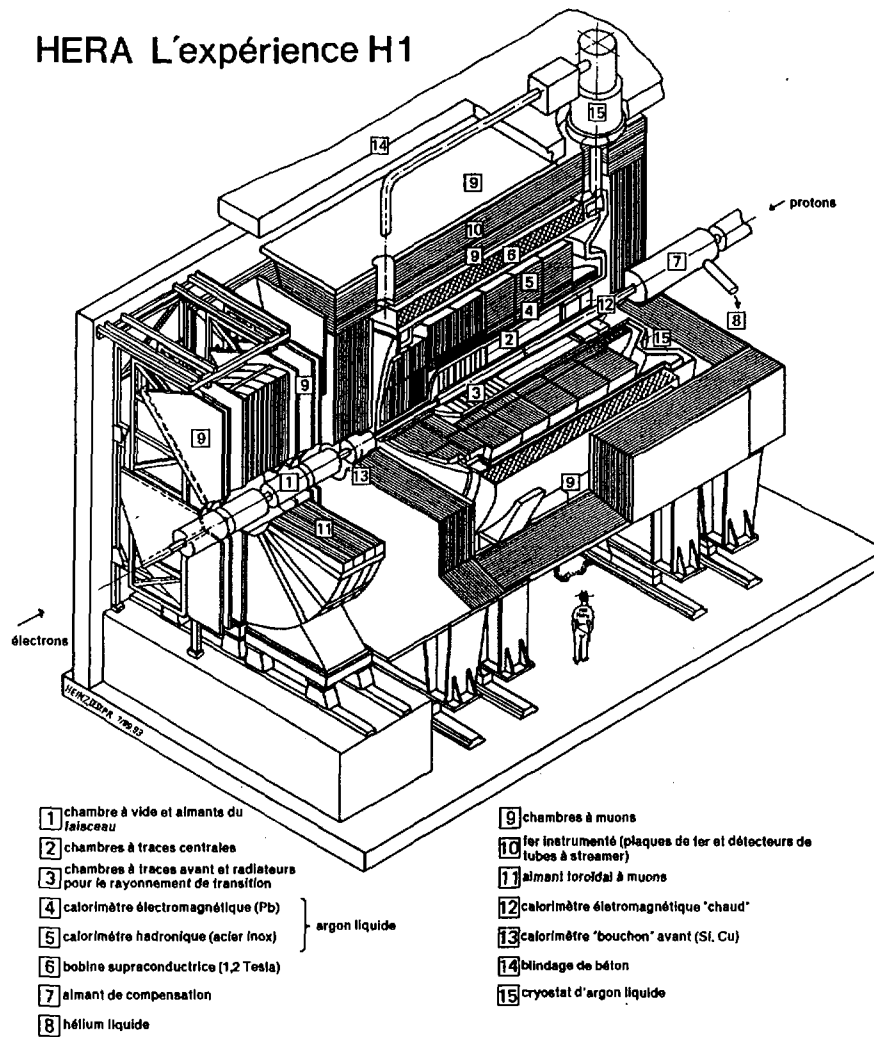


Figure 3.4 : Le détecteur H1 vu de trois-quarts. L'axe z est défini selon la direction des faisceaux et le sens positif est celui des protons (indiqué sur la figure)

fermé par un calorimètre électromagnétique indépendant. L'ensemble est entouré d'une bobine supraconductrice générant un champ de 1,15 T. Les lignes de champ sont fermées par une culasse en fer. Le fer est instrumenté de manière à mesurer les fins de gerbes hadroniques et le passage de muons.

3.2.2 Détecteurs de traces

Ce dispositif est divisé en trois parties principales que nous allons décrire. L'ensemble du dispositif est représenté sur la figure 3.5.

3.2.2.1 Détecteurs de traces avant (FT)

Le FT couvre la zone angulaire allant de 5° à 25° . Il est composé de trois modules identiques contenant chacun :

- Les Chambres Planaires composées chacune de trois plans de chambres à dérives rectangulaires, dont les axes sont orientés de 60° les uns par rapport aux autres.
- Les chambres Proportionnelles Multifils (FMWPC). Ces chambres participent au système de déclenchement et à la détermination du t_0 des événements. Elles sont composées de plans de fils verticaux, la lecture se fait uniquement sur les damiers cathodiques, qui sont eux segmentés en cercles concentriques. Ces chambres donnant une information spatiale peu précise ont cependant une réponse très rapide.
- Les Chambres à dérive Radiales composées de plans radiaux de fils pointant vers le faisceau.

La figure 3.6 décrit la disposition des trois super-modules ainsi que les caractéristiques de toutes les chambres.

3.2.2.2 Détecteurs de traces central (CT)

La partie centrale[2] couvre l'angle polaire de 25° à 175° . La figure 3.7 détaille les chambres centrales en coupe en $(r - z)$. Ce dispositif est divisé en deux cylindres concentriques. Chacun comprend trois types de chambres. Les chambres proportionnelles (CIP et COP) à réponse très rapide servent au système de déclenchement et à la détermination du t_0 des événements. Les fils sont parallèles à l'axe z et la lecture s'effectue sur un damier à structure cylindrique. Les chambres à dérive en z (CIZ et COZ) sont composées de fils perpendiculaires à l'axe du faisceau organisés en nappes cylindriques. Elles permettent de

mesurer la position en z de l'impact d'une trace avec une précision de $350 \mu\text{m}$. Les plus grandes chambres de ce dispositif sont les chambres à dérives CJC1 et CJC2. Elles sont formées de fils parallèles à l'axe du faisceau regroupés en plans faisant un angle de 30° avec la direction radiale, permettant ainsi de compenser la déviation des charges d'ionisation par le champ magnétique. Elles permettent de mesurer avec un précision de $150 \mu\text{m}$ la position des traces en $(r - \phi)$. Il est aussi possible par division de charge de mesurer la position en z des impacts, mais la précision dans ce cas n'est que de 20 mm . Elles permettent une mesure de la perte d'énergie dE/dx avec une incertitude de 6%.

3.2.2.3 Détecteur de traces arrière (BPC)

A l'arrière se trouve une chambre proportionnelle multifils (BPC). Ce détecteur est fait de quatre plans de fils orientés à 45° les uns par rapport aux autres. La distance entre les fils d'un même plan est de $2,5 \text{ mm}$. Une coïncidence d'au moins trois plans sur quatre est requise pour reconstruire un impact donnant une résolution d'environ 1 mrad . A partir d'électrons d'énergie élevée, on a mesuré une efficacité de 87% par plan, en utilisant des traces reconstruites à partir des chambres centrales.

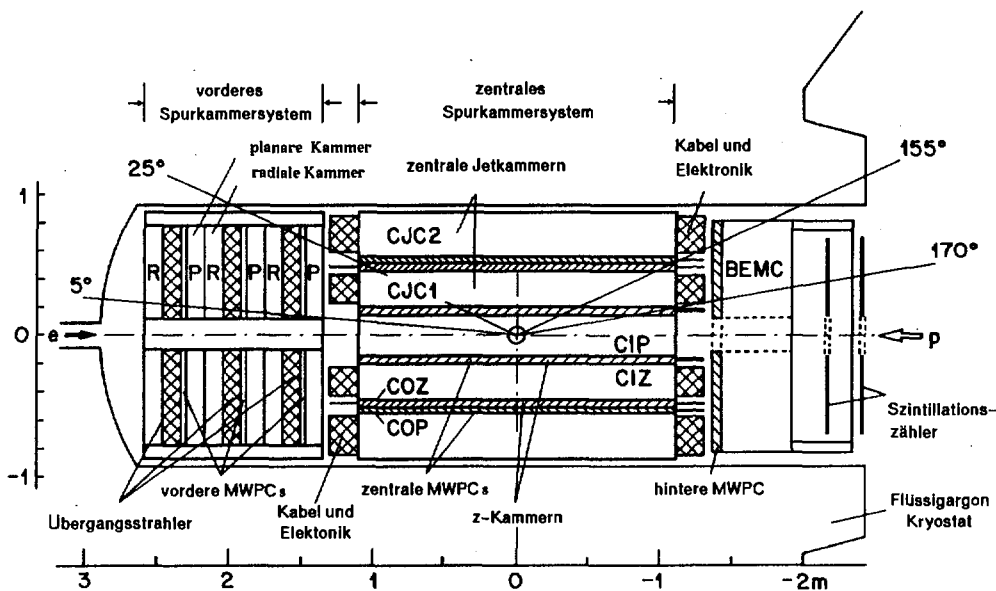


Figure 3.5 : Le système de détection de traces de H1

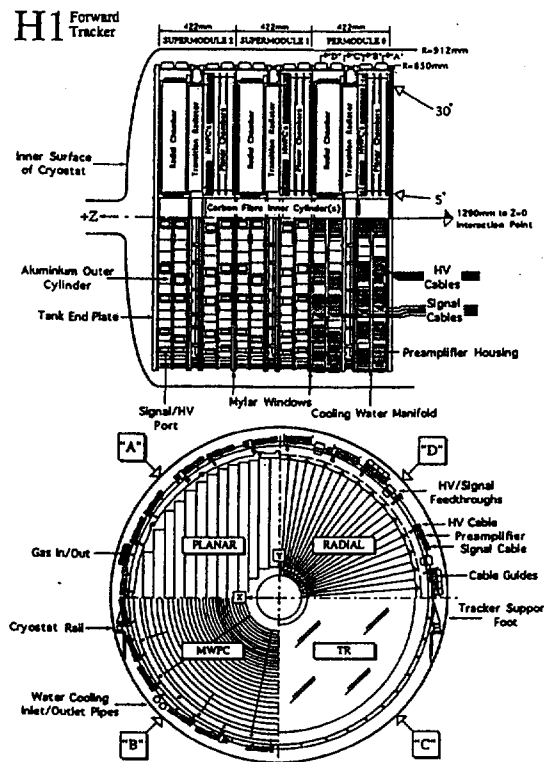


Figure 3.6 : Schéma des différents sous-détecteurs composant le dispositif de détection de traces avant, ainsi que leur position dans les modules.

3.2.3 La calorimétrie

3.2.3.1 Le calorimètre à argon liquide

C'est la partie principale de la calorimétrie dans H1, elle couvre les angles de 4° à 154° . Ce calorimètre est immergé dans un cryostat permettant de maintenir l'argon à une température constante de $90K$ et homogène dans tout le calorimètre[3].

Le calorimètre est assemblé en huit roues indépendantes. Exceptée la partie la plus à l'avant, les roues sont divisées en huit octants qui permettent d'obtenir une structure à peu près cylindrique tout en limitant les interfaces en ϕ . Chacune de ces roues comprend une partie électromagnétique et une partie hadronique. L'arrangement de ces roues est reproduit sur la figure 3.8.

Avant de décrire les différents éléments du calorimètre nous présenterons les particularités du calorimètre à argon liquide. Ce type de calorimètre n'est pas compensé, à savoir que pour une même énergie incidente, la réponse est différente entre un électron et un hadron. Il est donc nécessaire d'effectuer une repondération sur les dépôts d'énergie hadronique.

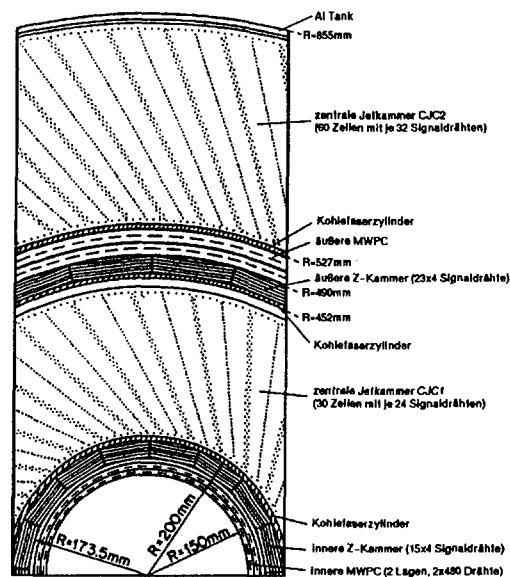


Figure 3.7 : Schéma des différents sous-détecteurs composant le dispositif de détection de traces central.

Le principe de la mesure est le même pour les deux types de calorimètres. Une particule passant dans un champ électrique intense crée des paires électrons-ions. Les électrons dérivant beaucoup plus vite que les ions, ils induisent un courant entre les deux électrodes. Le nombre de charges étant proportionnel à l'énergie cédée par la particule, des absorbeurs placés entre les cellules de mesure du signal permettent d'augmenter le nombre de charges ainsi produites. La mesure du signal intégré permet de mesurer l'énergie perdue par la particule.

Pour un électron ou un photon de grande énergie, le développement se fait par Bremsstrahlung et par création de paire e^+e^- . Pour un hadron le développement de la gerbe se fait par processus nucléaires de collision avec les noyaux.

Le plomb est intéressant car sa longueur de radiation X_0 (qui correspond à une perte relative d'énergie pour un électron égale à $1 - \frac{1}{e} \sim 63\%$ par Bremsstrahlung) est très inférieure à sa longueur d'interaction λ (libre parcours moyen entre deux collisions): $X_0 = 0,56 \text{ cm}$ et $\lambda = 17 \text{ cm}$. Ceci permet d'arrêter la totalité des électrons et des photons et de n'avoir que le début de la gerbe hadronique. En effet l'épaisseur de la partie électromagnétique est d'à peine une longueur d'interaction. Dans la partie hadronique de l'acier inoxydable est utilisé comme absorbeur. Ce choix se justifie par la faible permittivité magnétique de l'acier, limitant les déformations du champ magnétique. En outre l'oxydation étant très faible, les risques de contamination de l'argon sont limités. La figure 3.9 représente les cellules électromagnétiques et hadroniques.

En partant de l'arrière du détecteur on trouve :

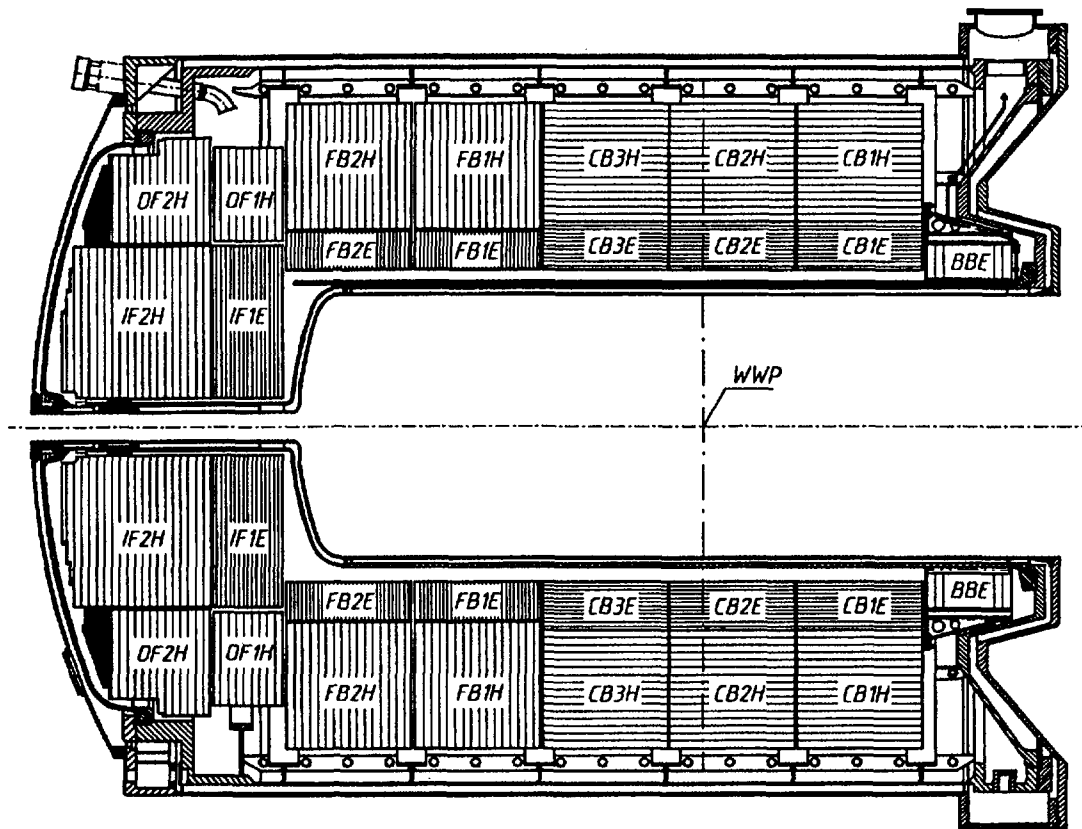


Figure 3.8 : Le calorimètre à argon liquide

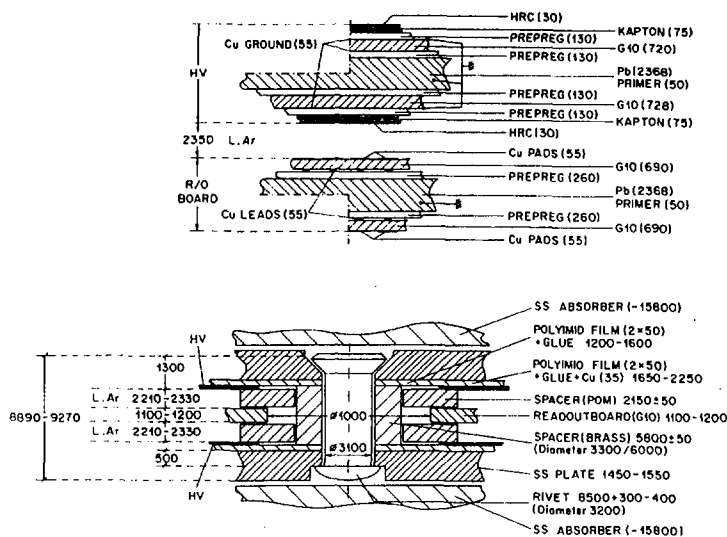


Figure 3.9 : Description des deux types de cellules. Figure du haut : cellule électromagnétique. Figure du bas : cellule hadronique

- La roue BBE ($143^\circ < \theta < 152^\circ$)
 Cette roue ne comporte qu'un calorimètre électromagnétique. A cause de la quantité importante de matériau mort se trouvant devant, elle ne sera pas utilisée pour l'analyse.
- Les roues CB1, CB2, CB3 ($45^\circ < \theta < 143^\circ$)
 Ces roues possèdent un module hadronique et un module électromagnétique. L'épaisseur des modules hadroniques est de 4 longueurs d'interaction, ce qui leur permet de contenir en moyenne 95 % de l'énergie d'un jet.
- Les roues FB1, FB2 ($20^\circ < \theta < 45^\circ$)
 Leur structure est à peu près la même que pour les roues centrales. Cependant à cause de l'angle d'incidence des particules sa partie électromagnétique est plus mince.
- La roue IF1-OF1 ($4^\circ < \theta < 20^\circ$)
 Sa structure diffère de celle des autres roues par le placement des parties hadronique (IF1) et électromagnétique (OF1). La partie OF1 possède une structure en octants tandis que IF1 est composée de deux moitiés d'octogone.
- La roue IF2, OF2 ($4^\circ < \theta < 20^\circ$)
 Cette roue est placée derrière la roue IF1-OF1, les deux parties sont purement hadroniques. Les caractéristiques géométriques de cette roue sont les mêmes que pour la roue précédente, mis à part sa forme un peu plus compliquée destinée à épouser les formes du cryostat.

Pour les deux dernières roues du calorimètre les plaques sont orientées perpendiculairement à l'axe des faisceaux. Cet ensemble de roues est plongé dans le cryostat. La résolution en énergie du calorimètre électromagnétique est en moyenne de $10\%/\sqrt{E}$ (Pour E en GeV) avec un terme constant inférieur à 1% et celle du calorimètre hadronique de $50\%\sqrt{E}$ avec un terme constant inférieur à 2%.

3.2.3.2 Le calorimètre électromagnétique arrière (BEMC)

Le BEMC[4] couvre les angles $150^\circ < \theta < 176^\circ$. Ce calorimètre, uniquement électromagnétique, est constitué de modules parallélépipédiques à l'exception de ceux se trouvant près du tube à vide où des bords extérieurs que l'on peut voir sur la figure 3.10.

La longueur de ces modules est de 24 longueurs de radiation et d'environ une longueur d'interaction. Chaque module est constitué d'empilement de plaques de plomb et de scintillateurs. La lumière émise par les scintillateurs est collectée sur les faces latérales par des guides de lumière qui la transmettent, en changeant

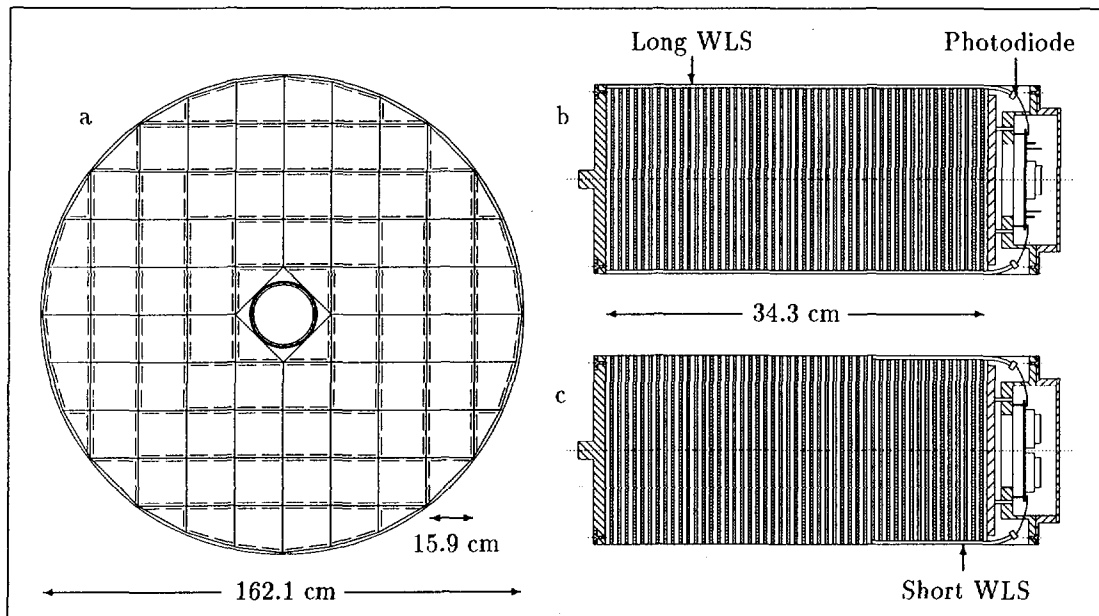


Figure 3.10 : Vue transverse du BEMC et coupe longitudinale des modules du BEMC. Les positions des guides de lumière (WLS) sont représentées par les traits à l'intérieur des carrés en (a). La lumière scintillante est lue transversalement par de longs guides de lumière couvrant la totalité de la longueur des modules (b), dans les modules carrés et trapézoïdaux, les 15 dernières couches sont lues par des courts guides de lumière (c). Les parties grisées représentent les couches de plomb et les parties blanches les scintillateurs.

la longueur d'onde, à des photo-diodes. Quatre longs guides de lumière lisent les scintillateurs sur toute la longueur du module et deux guides courts lisent les dernières longueurs de radiation. La résolution en énergie pour les particules électromagnétiques est de $10\%/\sqrt{E}$ (pour E en GeV) dans le cas où la gerbe est contenue dans une cellule. Si la gerbe se développe sur plusieurs modules adjacents elle est de $13\%/\sqrt{E}$.

Ce type de calorimètre est moins stable que l'argon liquide. Pour les événements de diffusion profondément inélastique, la distribution de l'énergie de l'électron diffusé présente un pic très prononcé appelé "pic cinématique". Ce dernier permet de calibrer précisément le calorimètre. La séparation des électrons et des hadrons se fait par la comparaison des signaux donnés par les guides longs et ceux des guide courts. Le facteur de réjection n'est cependant que de 4.

3.2.3.3 Le calorimètre de fin de gerbe (TC)

Le calorimètre de fin de gerbes (Tail Catcher) est une partie intégrante du fer instrumenté. Entre deux plaques de fer sont disposées des chambres à dérive

munies d'un seul fil. Sur ces chambres se trouvent soit des damiers soit des bandes d'aluminium. Les signaux analogiques fournis par les damiers sont sommés en tours. Ces tours fournissent la mesure la fin de gerbe hadronique. Les tests sur faisceau ont permis d'établir une résolution de $100\%/\sqrt{E}$. Les signaux numériques sont aussi utilisés pour détecter le passage de muons.

3.2.4 Le système de mesure de la luminosité

Le système de mesure de la luminosité est composé de deux calorimètres électromagnétiques. L'un est situé à 40 m du point d'interaction le long du faisceau d'électrons et permet de mesurer des électrons émis à angle nul mais ayant cédé une fraction de leur énergie. L'autre est posté à 100 m le long du faisceau de protons et permet d'identifier les photons émis eux aussi à angle nul. Il est im-

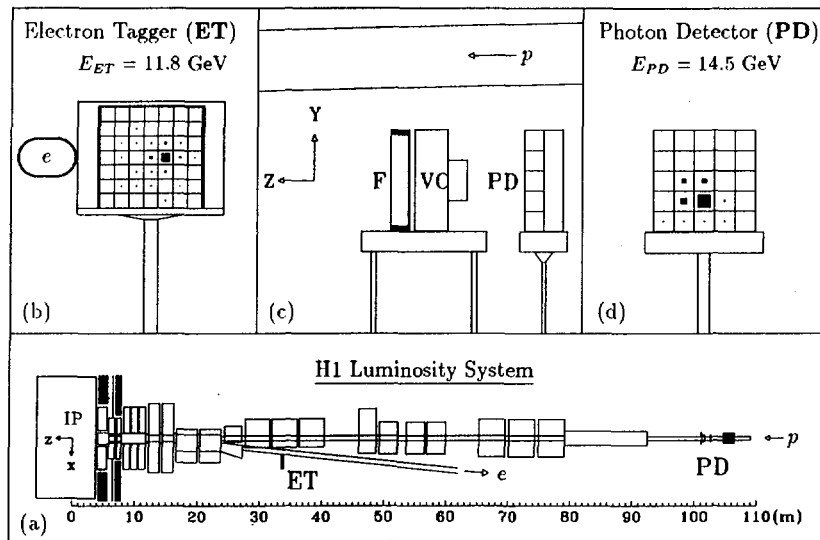


Figure 3.11 : Vue d'un événement de Bremsstrahlung par le système de luminosité. a) Vue de dessus de l'instrumentation le long de la ligne des faisceaux, montrant les positions relatives au point d'interaction (IP) du détecteur d'électrons (ET) et du détecteur de photons (PD). b) projection dans le plan (xy) de l'ET. c) Vue de coté du bras de détection des photons, constitué d'un filtre en plomb (F), d'un compteur Čerenkov à eau (VC) et du détecteur de photons principal (PD). d) projection dans le plan (xy) du PD.

portant de remarquer sur la figure 3.11 que le premier calorimètre est placé après la déviation du faisceau d'électrons. Ils ne sont donc pas sur le même axe. Le

calorimètre de détection des photons est constitué d'une matrice 5×5 de cristaux de KRS-15 (78% TlCl, 22% TlBr) lue par des photo-multiplicateurs. Des cristaux analogues disposés dans une matrice 7×7 composent le bras de détection des électrons. La résolution en énergie de ces détecteurs est de $(3\% + 7\%/\sqrt{E})$, pour E exprimé en GeV. La luminosité des faisceaux est estimée par la détection d'événements de Bremsstrahlung laissant des signaux en coïncidence dans les deux calorimètres. La luminosité est calculée à partir de l'approximation de Bethe-Heitler de la section efficace du Bremsstrahlung.

3.2.5 TOF

Deux plans de scintillateurs (TOF), situés derrière le calorimètre arrière, servent à la mesure du temps de vol des particules le traversant. La résolution temporelle est de 3 ns. Cet ensemble permet de rejeter une grande partie du bruit de fond provenant d'interactions ayant eu lieu en amont ou en aval du détecteur. Les photo-multiplicateurs sont parallèles à l'axe du faisceau.

3.2.6 Le système de déclenchement

Le système de déclenchement ("trigger") est un des points cruciaux de la prise de données. En effet la fréquence de croisement des faisceaux étant de 10^7 Hz, il faut ramener ce taux à 10 Hz qui correspond à la fréquence d'écriture d'événements sur bande. Outre cela, la réponse de la plupart des détecteurs étant largement supérieure à 96 ns, la décision de rejeter ou de garder un événement ne peut être prise à chaque croisement des faisceaux. Pour cette raison les réponses des différents sous-détecteurs sont mises dans des pipelines, permettant ainsi de garder l'information pendant une vingtaine de croisements de faisceaux. Si le niveau de déclenchement donne une réponse positive, l'écoulement des données dans le pipeline est bloqué, et l'acquisition démarre, créant ainsi un temps mort.

Le système de déclenchement est divisé en quatre niveaux :

- Le niveau 1 utilise les informations de sous-détecteurs donnant une réponse rapide. Ces informations sont combinées pour former ce que l'on appelle les éléments de "trigger" qui sont des informations logiques; ces différentes informations sont ensuite combinées pour former les "sous-triggers". Un seul de ces "sous-triggers" suffit à une réponse positive du niveau 1.
- Le niveau 2 utilise les informations de manière plus globale. Il est constitué des deux éléments: Le *système de déclenchement topologique* (L2TT) et le *système de déclenchement par réseaux de neurones* (L2NN). Le niveau 2 fut installé en 1995 mais ne participe au système de déclenchement que depuis 1996.

- Le niveau 3 n'est pas utilisé actuellement.
- Le niveau 4 est une ferme de microprocesseurs, ce niveau utilise les données partiellement reconstruites et une première classification des données est effectuée. Ce niveau commande l'écriture sur bande.

Jusqu'en 1995, les niveaux 1 et 4 étaient suffisant pour rejeter le bruit de fond et garder la plupart des événements de physique. Avec l'augmentation de la luminosité et l'installation de nouveaux sous-détecteurs certains éléments de trigger donnent un taux d'acceptation trop élevé. La solution est de n'accepter qu'un événement sur n . Le nombre n est communément appelé facteur de "prescaling". Ceci implique une perte d'événements de physique. Ce facteur est très important pour corriger le nombre d'événements attendus pour un processus donné.

3.2.6.1 Le système de déclenchement BSET

La composante la plus importante du système de déclenchement, pour l'analyse effectuée dans cette thèse, est le BSET (BEMC Single Electron Trigger)[4]. La réponse de ce système est construite à partir des signaux provenant du BEMC, du TOF et des détecteurs de traces. La fonction du BSET est d'identifier des dépôts concentrés d'énergie dans les modules du BEMC.

Les énergies des amas et l'énergie totale sont numérisées en parallèle pour être utilisés en coïncidence avec d'autres éléments du système de déclenchement. Pour chaque amas identifié, l'énergie est comparée à trois seuils CL1, CL2 et CL3 :

- CL1 est utilisé en coïncidence avec le système de déclenchement de traces. Le taux de déclenchement de ce détecteur étant trop élevé pendant la majeure partie de la prise des données, un facteur de *prescaling* devait être appliqué.
- CL2 est utilisé en coïncidence avec le TOF. Le taux de déclenchement a varié entre 5 et 12 Hz. C'est le déclencheur standard des événements profondément inélastiques à *bas* Q^2 .
- CL3 a été défini pour être pleinement efficace pour des événements avec un électron diffusé, de plus haute énergie. Ces événements sont utilisés pour la calibration du BEMC et pour contrôler l'efficacité du TOF.

Les énergies correspondant aux trois seuils sont respectivement 4,3 GeV, 7,7 GeV et 16,9 GeV. En raison d'une forte contamination par le bruit de fond, les modules triangulaires ont été exclus du système pendant la majeure partie de la prise de données.

3.2.7 La simulation du détecteur

La simulation du détecteur sur les événements Monte-Carlo est effectuée par un programme (H1SIM) basé sur la librairie GEANT[5]. Le temps moyen pour la simulation d'un événement est de 600 s sur un processeur SGI 4D/4600. La plupart du temps de calcul est utilisé par la simulation des gerbes dans le détecteur. Pour cette raison, pour des productions élevées une paramétrisation des gerbes a été développée (H1FAST) permettant de réduire le temps de calcul par un facteur 10.

3.2.8 Les améliorations apportées en 1995

En 1995 plusieurs détecteurs ont été remplacés et d'autres ont été ajoutés. Les modifications les plus importantes concernent le remplacement du calorimètre arrière BEMC par le calorimètre SPACAL et de la chambre proportionnelle BPC par une chambre à dérive BDC.

Des problèmes pendant la prise de données, liés entres autres au système de déclenchement, n'ont pas permis d'enregistrer une statistique importante d'événements à bas Q^2 . Pour cette raison, nous n'avons pas utilisé ces données dans l'analyse.

Bibliographie

- [1] I. Abt et al, *Nucl. Instrum. Meth* **A386** (1997) 310
- [2] J. Bürger et al., *Nucl. Instrum. Meth* **A279** (1989) 217
- [3] H1 Calorimeter Group, B. Andrieu, et al., *Nucl. Instrum. Meth* **A336** (1993) 460
- [4] H1 BEMC group, J. Bàn, et al. *Nucl. Instrum. Meth* **A372** (1996) 399
- [5] R. Brun et al., *GEANT3 User's Guide*, CERN-DD/EE 84-1 (1987).

Chapitre 4

Sélection des événements

4.1 Introduction

Dans ce chapitre nous décrivons la sélection des événements de diffusion profondément inélastique (DIS). La première partie sera consacrée aux méthodes de mesure des variables cinématiques qui ont un impact à la fois sur la sélection des événements mais aussi sur l'algorithme de jet utilisé.

Pour la sélection, nous avons profité de l'expertise acquise dans le cadre de l'étude de la fonction de structure F_2 , détaillée en [2, 6].

4.2 Cinématique de la diffusion profondément inélastique

Nous caractérisons les événements par les variables x et Q^2 . Il existe plusieurs méthodes pour déterminer expérimentalement ces variables. Dans le cas des expériences sur cible fixe, à quelques exceptions près, seul l'électron diffusé est mesuré¹. Dans le cas de H1, il est aussi possible de mesurer l'état final hadronique, dans la limite de l'acceptance, et par conséquent de définir d'autres méthodes de mesure des variables cinématiques.

La figure 4.1 est une représentation schématique d'un événement de diffusion profondément inélastique. La variable θ_j représente l'angle qu'aurait le quark diffusé dans l'approximation du modèle des partons. Nous avons donc un ensemble de variables $(E'_e, \theta_e, E_j, \theta_j)$ parmi lesquelles deux sont suffisantes. Plusieurs méthodes de mesure ont été définies[4] ayant chacune leurs avantages et inconvénients. Les variables E_j et θ_j ne peuvent être directement mesurées car de

¹Dorénavant le nom d'électron désignera génériquement l'électron ou le positron.

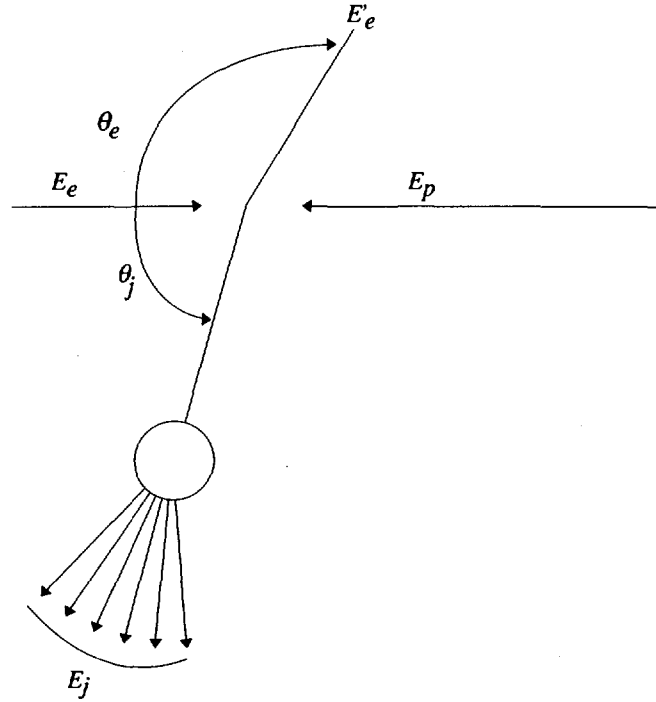


Figure 4.1 : Représentation schématique d'un événement dans le référentiel du laboratoire. Cette représentation est faite dans le cadre du modèle des partons, où l'angle θ_j est l'angle du quark diffusé et E_j est l'énergie totale hadronique.

nombreux hadrons partent dans le tube à vide et échappent donc à la détection. On définit les deux quantités indépendantes :

$$\Sigma = \sum_h (E_h - p_{z,h}) \quad T = \sqrt{\left(\sum_h p_{x,h}\right)^2 + \left(\sum_h p_{y,h}\right)^2} \quad (4.2.1)$$

où l'indice h représente l'ensemble des hadrons détectés. Ces variables possèdent l'avantage d'être peu sensibles au jet spectateur, composé principalement de hadrons émis à petit angle. Ces derniers contribuent donc peu aux variables Σ et T [1].

Il est possible par conservation de l'énergie-impulsion de définir une énergie E_h et un angle γ_h inclusifs représentant E_j et θ_j , aux pertes dues à l'acceptance du détecteur près :

$$\tan \frac{\gamma_h}{2} = \frac{\Sigma}{T} \quad E_h = \frac{\Sigma^2 + T^2}{2\Sigma} \quad (4.2.2)$$

En raison de la redondance des quatre variables $(E'_e, \theta_e, \gamma_h, E_h)$, plusieurs méthodes de mesure de la cinématique sont possibles. Les figures 4.2 et 4.3 permettent de visualiser les iso-valeurs de ces quantités dans le plan cinématique (x, Q^2) . A

partir de ces variables nous allons maintenant décrire les différentes méthodes de mesure utilisées dans H1. Parmi celles-ci nous n'en utiliserons que deux (méthode électron et méthode Sigma). L'erreur sur la résolution sera donnée pour chacune.

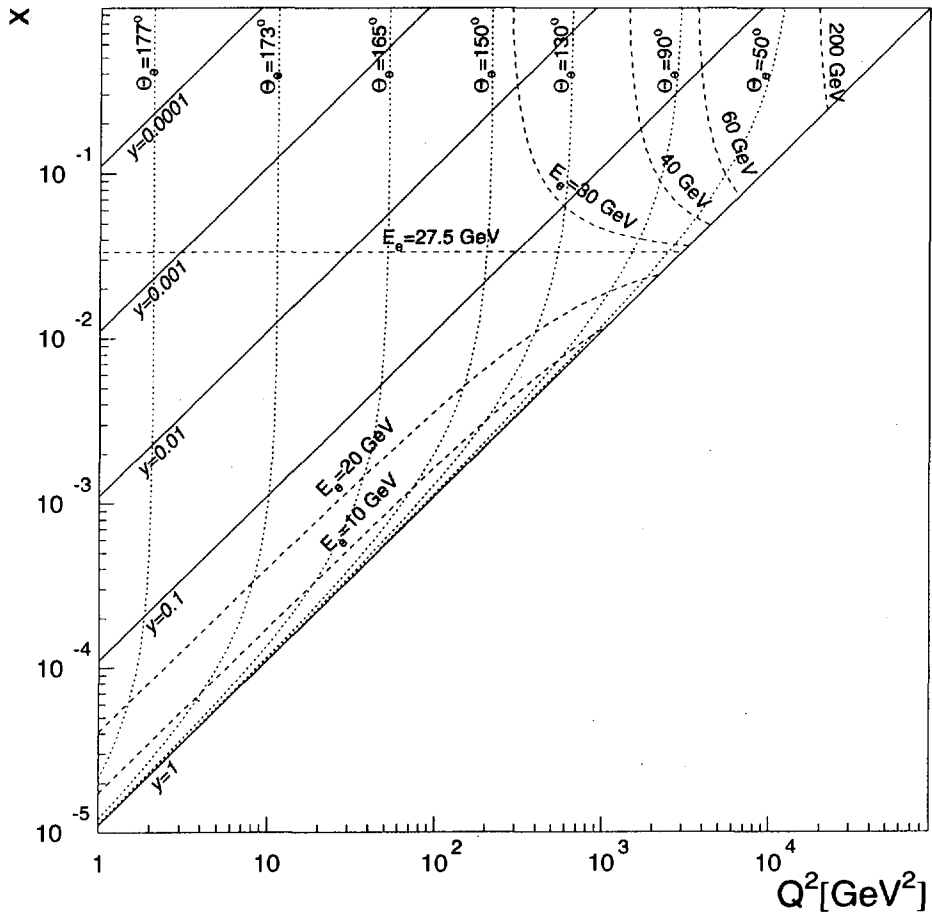


Figure 4.2 : Courbes à énergie et angle constants de l'électron diffusé dans le plan cinématique (x, Q^2) . Les traits en tirets représentent les courbes à énergie constante de l'électron et les traits en pointillés représentent les courbes à angle constant. Les lignes en traits pleins représentent les valeurs constantes de y .

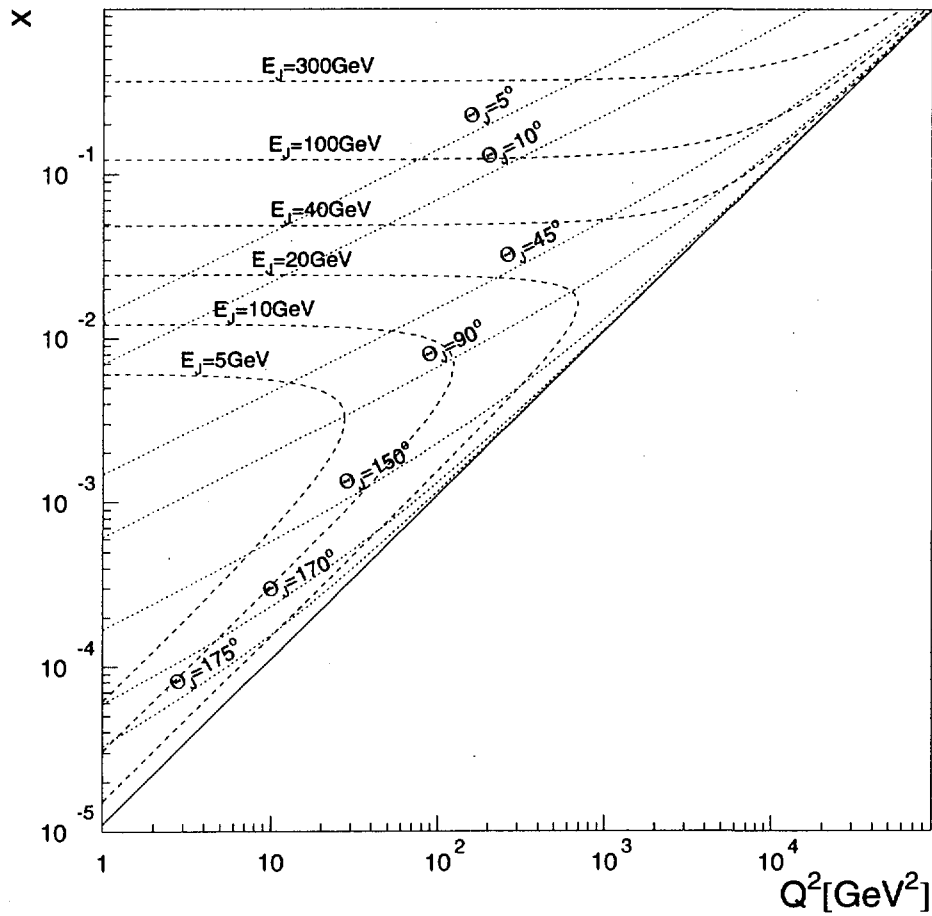


Figure 4.3 : Courbes à énergie et angle constants du quark diffusé. (voir le texte pour les définitions de θ_j et E_j). Les traits en tirets représentent les courbes à énergie constante E_j et les traits en pointillés représentent les courbes à angle constant θ_j .

4.2.1 Méthode électron

Cette méthode, comme son nom l'indique, n'utilise que les variables E'_e et θ_e . Dans le référentiel de H1 et en négligeant les masses des particules incidentes, nous avons les relations suivantes² :

$$y_e = 1 - \frac{E'_e}{E_e} \sin^2 \frac{\theta_e}{2}, \quad Q_e^2 = 4E'_e E_e \cos^2 \frac{\theta_e}{2} = \frac{E_e'^2 \sin^2 \theta_e}{1 - y_e} \quad (4.2.3)$$

et la variable x est déduite de l'égalité $x = Q^2/ys$, où \sqrt{s} est l'énergie dans le centre de masse de la réaction.

A partir des erreurs sur E'_e et θ_e il est possible de déduire les erreurs sur les variables cinématiques :³

$$\frac{\delta Q_e^2}{Q_e^2} = \frac{\delta E'_e}{E'_e} \oplus \tan \frac{\theta_e}{2} \delta \theta_e \quad (4.2.4)$$

$$\frac{\delta x_e}{x_e} = \frac{1}{y_e} \frac{\delta E'_e}{E'_e} \oplus \tan \frac{\theta_e}{2} \left(x_e \frac{E_p}{E_e} - 1 \right) \delta \theta_e \quad (4.2.5)$$

$$\frac{\delta y_e}{y_e} = \frac{1 - y_e}{y_e} \frac{\delta E'_e}{E'_e} \oplus \frac{1 - y_e}{y_e} \cot \frac{\theta_e}{2} \delta \theta_e \quad (4.2.6)$$

$$(4.2.7)$$

où E_p est l'énergie incidente du faisceau de proton. Ces formules permettent déjà de connaître le domaine cinématique où cette méthode donne une bonne résolution. Pour Q^2 , la résolution est bonne pour à peu près l'ensemble du domaine cinématique, excepté pour des grandes valeurs de θ_e ($\sim 180^\circ$) et des faibles valeurs de E'_e . Cependant l'acceptance angulaire du calorimètre arrière ($154^\circ < \theta < 176^\circ$) limite cet effet. La présence du facteur $1/y$ dans (4.2.5) et (4.2.6) dégrade la résolution sur x et y aux petites valeurs de $y (< 0,1)$.

Cette méthode est, en outre, sensible aux effets radiatifs QED, dans le cas où un photon d'énergie E_γ est émis par l'électron incident (correspondant à une diminution de l'énergie effective incidente, $E_e^{effective} = E_e - E_\gamma$). Si l'énergie de cette radiation n'est pas prise en compte, un biais systématique est introduit dans la mesure des variables cinématiques.

4.2.2 La méthode Jacquet-Blondel

Une autre approche consiste à ne considérer que l'état final hadronique. La méthode Jacquet-Blondel[1] s'appuie sur la conservation de l'impulsion totale

²Nous rappelons que l'angle θ_e est définie comme le supplémentaire de l'angle entre l'électron incident et l'électron reconstruit, comme indiqué sur la figure 4.1.

³Le symbole \oplus représente la somme quadratique des erreurs : $A \oplus B = \sqrt{A^2 + B^2}$

du système hadronique. Il s'agit de remonter à la quadri-impulsion qu'aurait le quark diffusé dans le modèle des partons, à partir des hadrons mesurés. En utilisant les variables définies en (4.2.1), les variables cinématiques sont données par

$$y_{JB} = \frac{\Sigma}{2E_e} \quad Q_{JB}^2 = \frac{T^2}{1 - y_{JB}}. \quad (4.2.8)$$

Bien qu'une partie des hadrons échappe à la détection, y_{JB} est peu sensible aux hadrons perdus à l'avant du détecteur, car ces derniers ne contribuent presque pas dans Σ ($p_z \sim E$), par contre les hadrons perdus à l'arrière contribuent beaucoup plus fortement. La mesure de y_{JB} n'est bonne que pour les petites valeurs⁴ de y , ce qui correspond à un quark diffusé vers l'avant du détecteur (voir la figure 4.3). La résolution se dégrade rapidement à grand y , où le quark est diffusé vers l'arrière du détecteur. Cette dégradation est due aux particules perdues dans le tube à vide, d'une part, et à la mauvaise résolution en énergie du BEMC pour les particules hadroniques, d'autre part. Pour Q_{JB}^2 la résolution est mauvaise aux grandes valeurs de y à cause du facteur $1/(1 - y_{JB})$ dans (4.2.8) et petites valeurs de Q^2 où les pertes d'énergie transverse dues aux particules perdues dans le tube à vide sont plus importantes.

Cette méthode est la seule possible à HERA pour déterminer la cinématique des événements à courants chargés.

4.2.3 La méthode sigma

Cette méthode a été développée dans le but de réduire les migrations engendrées par la radiation de photons sur la ligne entrante de l'électron. Elle consiste essentiellement à remplacer E_e dans l'expression (4.2.8) par une meilleure estimation de l'énergie effective incidente de l'électron. Par conservation de l'énergie antilongitudinale totale $\sum_{\text{total}} (E - p_z)$ nous obtenons la relation

$$2E_e = \sum_{\text{total}} (E - p_z) = \sum_h (E - p_z)_h + (E - p_z)_e = \Sigma + E'_e(1 - \cos \theta_e). \quad (4.2.9)$$

Nous pouvons maintenant écrire une expression de y qui est indépendante de l'énergie du faisceau d'électrons :

$$y_\Sigma = \frac{\Sigma}{\Sigma + E'_e(1 - \cos \theta_e)} \quad Q_\Sigma^2 = \frac{E_e'^2 \sin^2 \theta_e}{1 - y_\Sigma}. \quad (4.2.10)$$

⁴Nous désignerons par y , Q^2 et x les vraies valeurs des variables cinématiques.

Les erreurs pour les variables cinématiques sont :

$$\frac{\delta Q_\Sigma^2}{Q_\Sigma^2} = (2 - y_\Sigma) \frac{\delta E'_e}{E'_e} \oplus \left((1 - y_\Sigma) \cot \frac{\theta_e}{2} - \tan \frac{\theta_e}{2} \right) \frac{\delta \theta_e}{\theta_e} \oplus y_\Sigma \frac{\delta \Sigma}{\Sigma} \quad (4.2.11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta x_\Sigma}{x_\Sigma} &= (3 - 2y_\Sigma) \frac{\delta E'_e}{E'_e} \oplus \left(2(1 - y_\Sigma) \cot \frac{\theta_e}{2} - \tan \frac{\theta_e}{2} \right) \frac{\delta \theta_e}{\theta_e} \\ &\oplus (2y_\Sigma - 1) \frac{\delta \Sigma}{\Sigma} \end{aligned} \quad (4.2.12)$$

$$\frac{\delta y_\Sigma}{y_\Sigma} = (1 - y_\Sigma) \frac{\delta E'_e}{E'_e} \oplus (1 - y_\Sigma) \cot \frac{\theta_e}{2} \frac{\delta \theta_e}{\theta_e} \oplus (1 - y_\Sigma) \frac{\delta \Sigma}{\Sigma} \quad (4.2.13)$$

D'après ces relations nous voyons que la mesure de y_Σ aux petites valeurs de y est meilleure qu'avec la méthode électron en raison de l'absence du facteur $1/y$. Aux grandes valeurs de y , la résolution est moins bonne à cause de l'erreur sur la mesure de Σ . Pour Q_Σ^2 la résolution est globalement moins bonne que pour la méthode e .

4.2.4 La méthode double-angle

Cette méthode n'utilise que les variables angulaires θ_e et γ_h . Les variables cinématiques se déduisent par les formules

$$y_{DA} = \frac{\tan \frac{\gamma_h}{2}}{\tan \frac{\theta_e}{2} + \tan \frac{\gamma_h}{2}} \quad Q_{DA}^2 = 4E_e^2 \frac{\cot \frac{\theta_e}{2}}{\tan \frac{\theta_e}{2} + \tan \frac{\gamma_h}{2}} \quad (4.2.14)$$

En supposant la réponse de l'énergie hadronique homogène sur tout l'angle solide, nous déduisons de (4.2.2) que cette méthode est indépendante de la calibration hadronique. Cette méthode sert essentiellement à calibrer les éléments du calorimètre.

4.3 Reconstruction des quantités cinématiques

Nous allons maintenant décrire la manière dont sont reconstruites les quantités E'_e, θ_e et Σ nécessaires à la mesure des variables cinématiques pour les méthode e et Σ .

4.3.1 Reconstruction de l'électron

La reconstruction de l'énergie est faite uniquement avec le BEMC. Nous donnons dans la section 4.8.1 les corrections effectuées sur la mesure de cette énergie.

La mesure de l'angle peut être faite de plusieurs manières :

- à partir de la position du centre de gravité de l'amas d'énergie dans le BEMC,
- à partir de l'impact BPC le plus proche de cet amas.

La résolution spatiale de l'amas dans le BEMC est de 7 mm alors que celle de la BPC est de 1,5 mm[10] dans le cas où il y a un seul impact dans la chambre. Ces résolutions correspondent à des résolutions respectives sur θ_e de 5 mrad et 1 mrad. Nous avons donc choisi d'utiliser la mesure donnée par l'impact dans la BPC pour reconstruire l'angle.

4.3.2 Reconstruction de l'énergie du système hadronique

La mesure de la variable Σ se décompose de la manière suivante[5, 6] :

$$\Sigma = \Sigma_{\text{LAr}} + \Sigma_{\text{BEMC}} + \Sigma_{\text{traces}} \quad (4.3.15)$$

où :

- Σ_{LAr} est la contribution donnée par le calorimètre à argon liquide. L'énergie est celle mesurée dans les *cellules* et l'angle est donné par la position des cellules. Certaines cellules sont cependant masquées (voir ci-dessous).
- Σ_{BEMC} est la contribution des cellules du BEMC, en excluant des cellules composant l'amas de l'électron et après pondération d'un facteur 1,6 devant être appliqué aux hadrons[10].
- Σ_{traces} est la contribution du système de détection de traces central (CJC1 et CJC2). Cette composante comprend les traces telles que $100 \text{ MeV} < p_t < 2 \text{ GeV}$, ajustées au vertex. Afin d'éviter le double comptage d'énergie avec le calorimètre, ces traces sont extrapolées jusqu'au rayon intérieur de l'argon liquide et l'on applique un masque sur les cellules à partir du point d'impact obtenu. Le masque est un cylindre de 15 cm de rayon dans la partie électromagnétique et de 25 cm dans la partie hadronique. L'axe du cylindre correspond à la trajectoire de la trace[5]. Les détecteurs de traces avant ne sont pas utilisés en raison de leur moins bonne qualité de reconstruction.

La figure 4.4 illustre les contributions des trois composantes (la variable utilisée ici est y_{JB} (cf eq. (4.2.8)). Nous voyons que les composantes dues aux traces et à l'argon liquide dominent aux petites valeurs de y_{JB} , le BEMC ne contribuant qu'aux grandes valeurs de y ($> 0,1$). Notons que l'accord entre la simulation et les données est très bon.

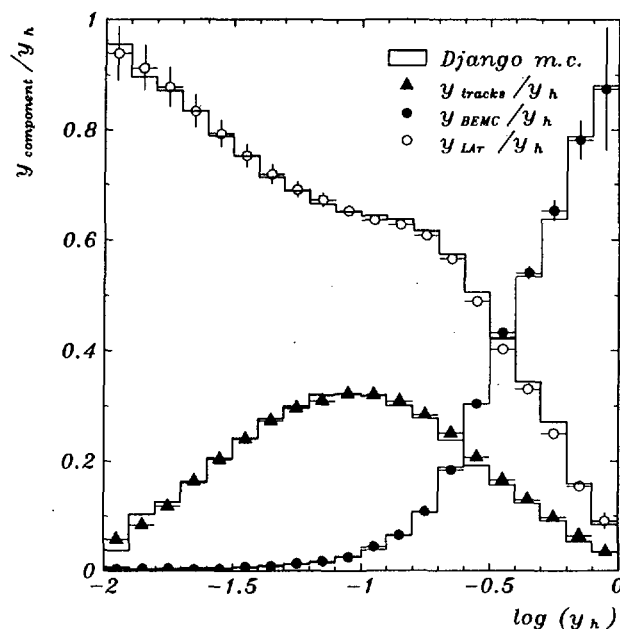


Figure 4.4 : Contribution des différentes composantes (LAr, BEMC et traces) à y_{JB} ($=y_h$). Les données sont comparées à une simulation obtenue à partir du programme DJANGO[11]. La figure est extraite de [7].

4.4 Comparaison des différentes méthodes

Nous avons essayé de visualiser les différentes résolutions pour les quatre méthodes décrites précédemment. Pour cela nous avons utilisé le Monte-Carlo DJANGO, avec et sans radiations d'ordre QED α^3 . Les événements correspondent à un intervalle $5 \text{ GeV}^2 \leq Q^2 \leq 120 \text{ GeV}^2$, sans aucune autre coupure. Une simulation de la réponse du détecteur H1 à ces événements a été faite. Pour estimer la résolution nous avons comparé les valeurs générées des variables cinématiques et celles reconstruites à partir des différentes méthodes. Ces comparaisons ont été effectuées pour cinq intervalles de y :

- $0,01 < y \leq 0,05$
- $0,05 < y \leq 0,1$
- $0,1 < y \leq 0,2$
- $0,2 < y \leq 0,5$
- $0,5 < y \leq 0,8$

Comme nous l'avons déjà mentionné, l'émission d'un photon réel par l'électron incident peut modifier la cinématique du processus. L'influence de ces processus est différente selon les méthodes. Sur les figures 4.5, 4.6 et 4.7 sont représentées les résolutions obtenues respectivement sur les mesures de x, y et Q^2 . Les histogrammes grisés correspondent à la résolution obtenue avec des événements sans correction radiative QED, le trait plein représentant les résolutions obtenues avec correction radiative. Les colonnes correspondent aux différentes méthodes électron (e), sigma (Σ), double-angle (DA) et Jacquet-Blondel (JB). Les deux méthodes présentant un intérêt sont les méthodes e et Σ , les deux autres méthodes ne sont données qu'à titre d'illustration. La méthode JB est peu adaptée aux petits Q^2 , la méthode DA n'est utilisée que dans le cadre de la calibration des calorimètres.

Nous voyons sur la figure 4.5 que la résolution sur Q^2 est bonne dans l'ensemble du domaine cinématique considéré ici pour la méthode e . La méthode Σ est d'une manière générale moins bonne surtout pour les grandes valeurs de y . De plus elle présente un biais dû aux hadrons diffusés vers l'arrière. La mauvaise résolution de BEMC pour les particules hadroniques explique cette mauvaise résolution. Le biais provient des hadrons partis dans le tube à vide à l'arrière du détecteur biaisant la mesure de la variable Σ (eq. (4.2.1)). On remarque aussi que les corrections radiatives électromagnétiques, affectent peu la mesure de Q^2 .

La figure 4.6 montre la dégradation très forte de la méthode e aux petits y . Un biais important est d'ailleurs observé en dessous de $y = 0,1$. Cette dégradation s'explique par la présence du facteur $1/y_e$ dans (4.2.5). De plus elle devient très sensible aux corrections radiatives. Cette sensibilité provient du facteur E'_e/E_e dans (4.2.3) qui, dans la cas où le photon émis par l'électron incident a une grande énergie, n'est pas correcte. La méthode Σ fait preuve d'une plus grande stabilité et n'introduit pas de biais dans la mesure de x . Elle est de plus moins sensible aux corrections radiatives. La sensibilité aux corrections radiatives provient en fait uniquement de l'utilisation de la formule $x = Q^2/ys$, s est calculée à partir des énergies nominales des faisceaux. Une manière de réduire cette sensibilité serait de remplacer dans s , l'énergie nominale du faisceau E_e par $\frac{1}{2}(\Sigma + E'_e(1 - \cos(\theta_e)))$ (cf. eq. (4.2.9)). Cette solution a été proposé dans [4], mais la perte en résolution est plus importante que l'influence des corrections radiatives.

Les mesures de Q_e^2 et x_Σ étant relativement peu biaisée par les corrections radiatives, nous avons choisi d'utiliser une méthode mixte $e\Sigma$ où :

$$Q_{e\Sigma}^2 = Q_e^2 ; x_{e\Sigma} = x_\Sigma ; y_{e\Sigma} = \frac{Q_e^2}{x_\Sigma s}. \quad (4.4.16)$$

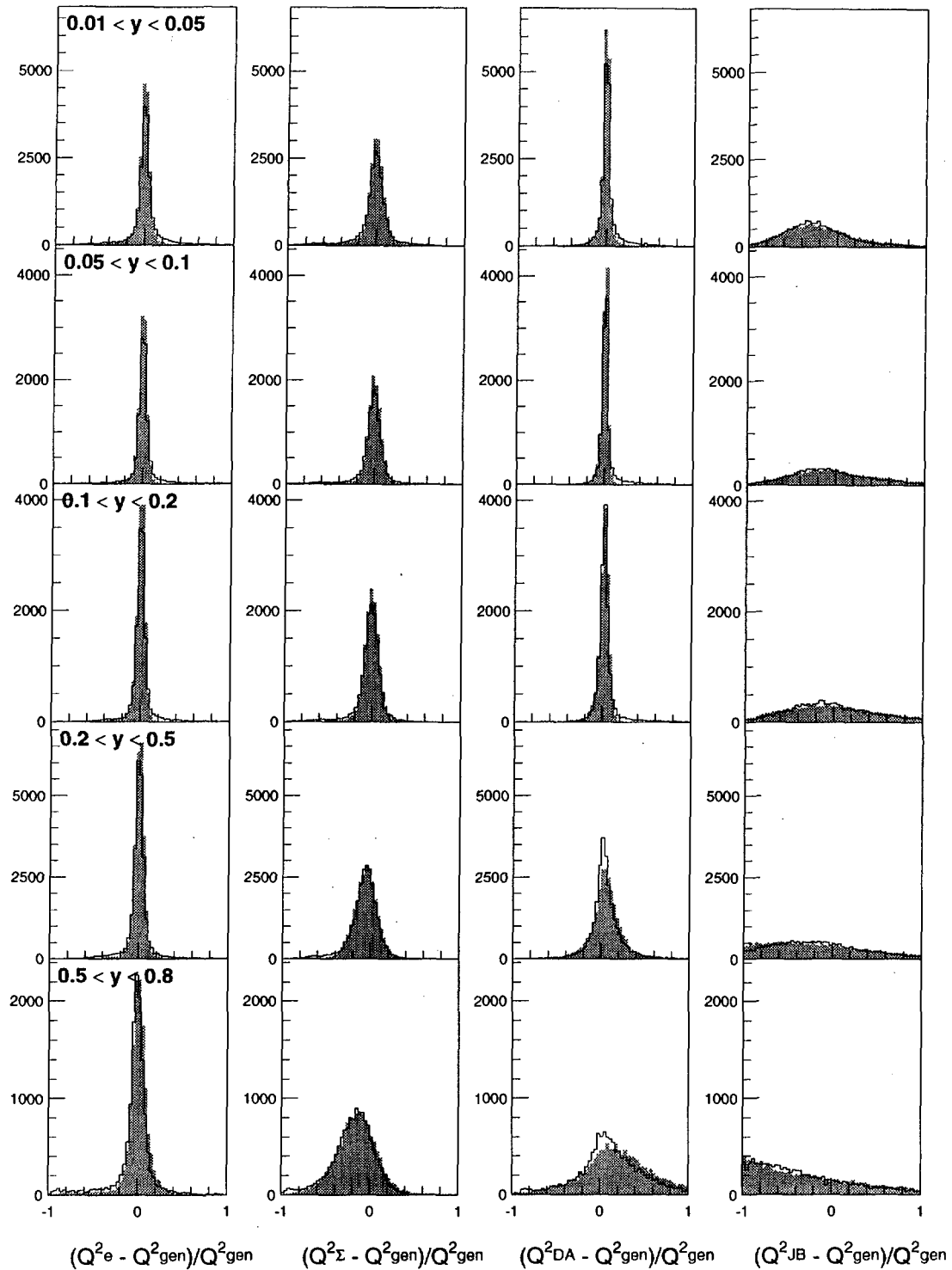


Figure 4.5 : Résolution sur la variable Q^2 pour quatre méthodes de mesure : électron (e), sigma (Σ), double-angle (DA) et Jacquet-Blondel (JB) et pour cinq intervalles en y (indiqués en début de colonne). Les histogrammes ont été obtenus avec le programme Monte-Carlo DJANGO avec (pour les histogrammes grisés) et sans radiation. La coupure appliquée sur les événements générés est $5 \text{ GeV}^2 \leq Q^2 \leq 120 \text{ GeV}^2$.

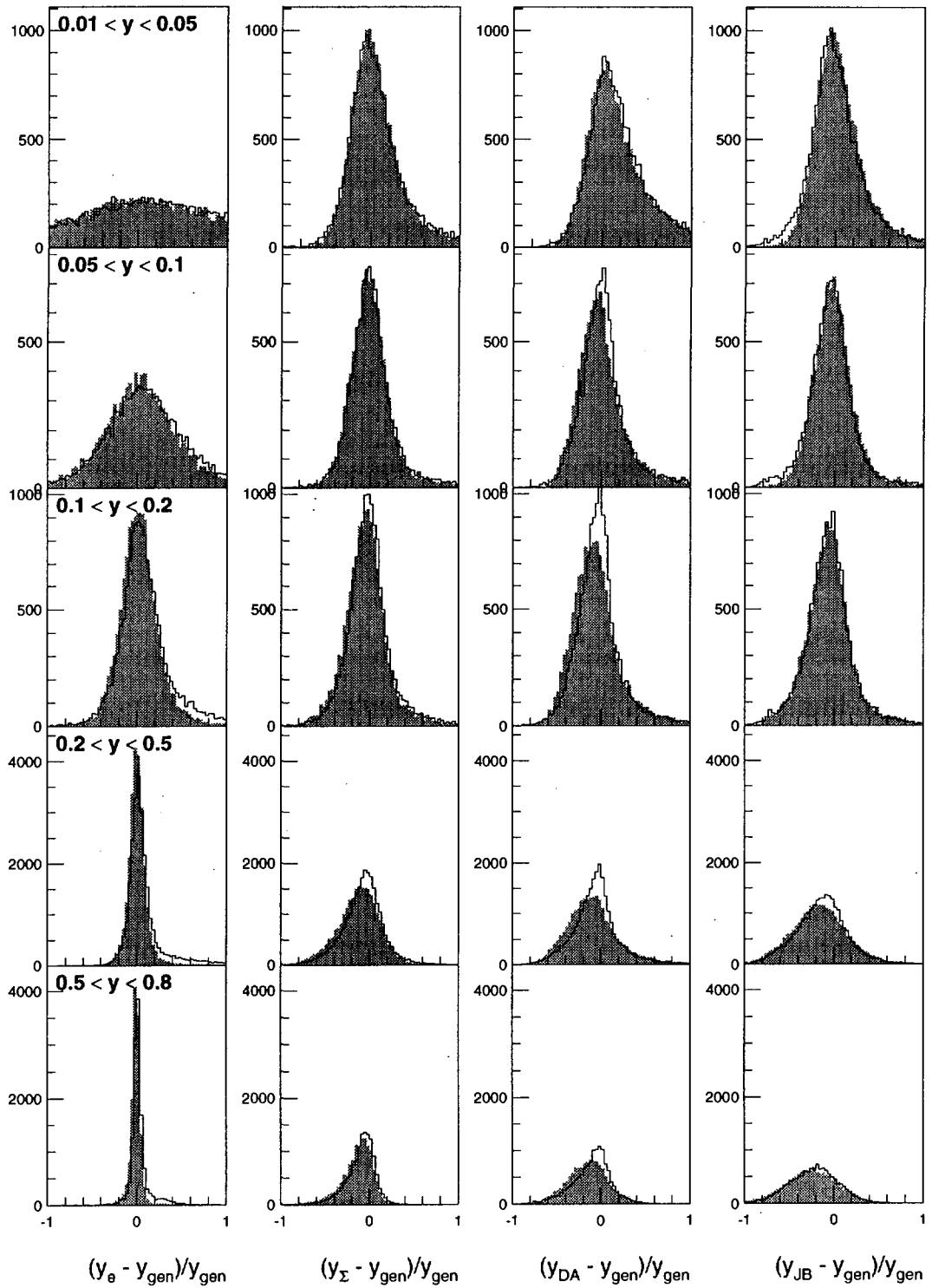


Figure 4.6 : Résolution sur la variable y

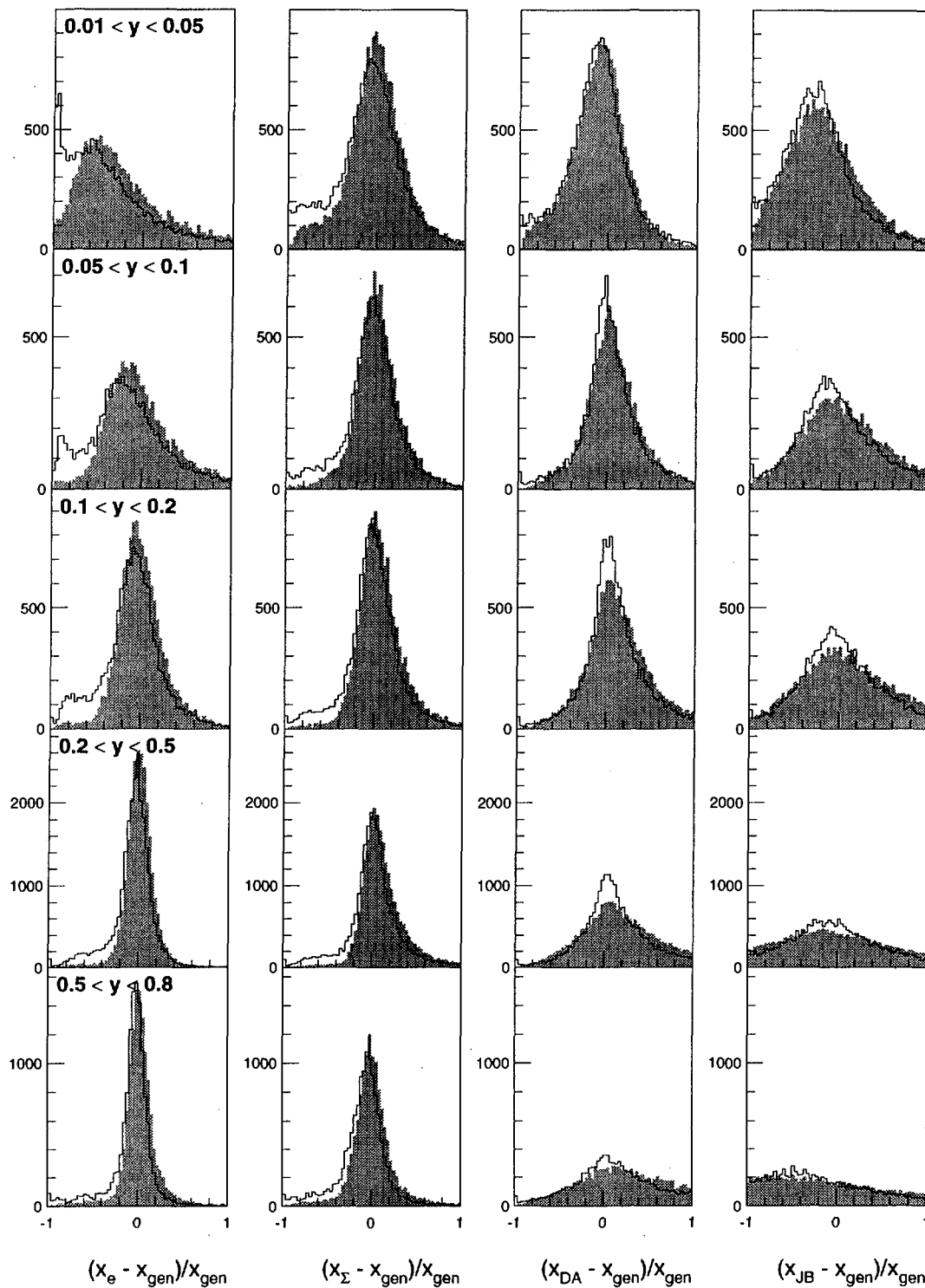


Figure 4.7 : Résolution sur la variable x .

4.5 Sélection “en ligne”

La sélection “en ligne” des événements est effectuée par le système de déclenchement de H1. L’élément principal de ce système concernant la sélection des événements DIS est décrit dans la section 3.2.6.1. Parmi les trois éléments (CL1,CL2,CL3) de ce système, nous avons utilisé ceux sélectionnés par l’élément CL2. La figure 4.8 montre que l’efficacité⁵ dépasse 99% pour une énergie de l’électron supérieure à 10 GeV[7].

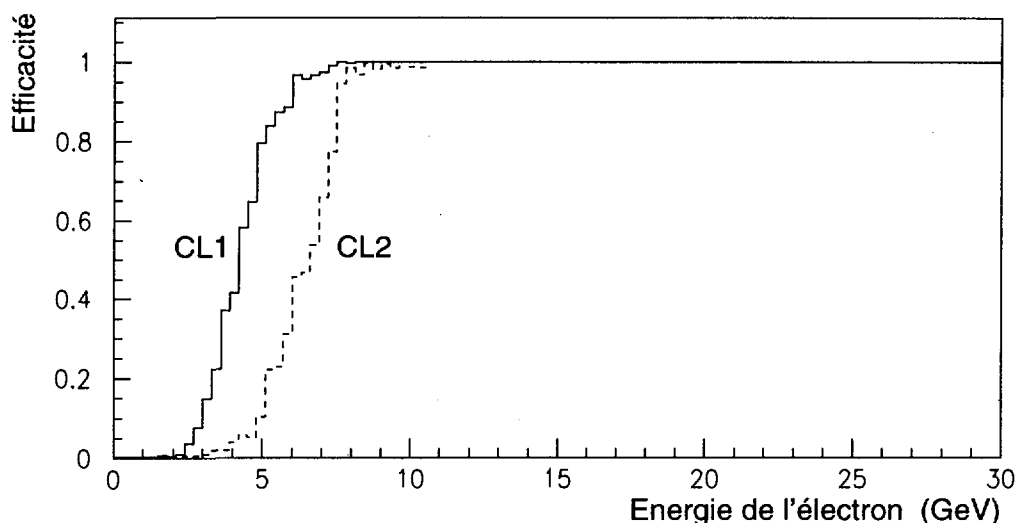


Figure 4.8 : Efficacité des éléments CL1 et CL2 du système de déclenchement, en fonction de l’énergie de l’électron mesuré. La courbe en trait plein correspond à l’efficacité de CL1 et la courbe en trait tireté à l’efficacité de CL2.

4.6 Élimination du bruit de fond.

Il existe deux grandes classes de bruit de fond présents dans notre échantillon que nous allons décrire succinctement :

- Le bruit de fond physique de photo-production.
- Le bruit de fond non- ep , i.e. ne correspondant pas à des collisions ep .

⁵L’efficacité fut déterminée en utilisant des éléments indépendants. Dans notre cas l’efficacité est déterminée avec des événements déclenchés par le système de détection de traces central et arrière.

4.6.1 Bruit de fond de photo-production

Dans les processus de photo-production de diffusion ep , la virtualité du photon échangé est quasi-nulle ($Q^2 \sim 0$) et l'électron diffusé reste dans le tube à vide. Pour une fraction de ces événements, on peut néanmoins observer, dans l'état final, un dépôt d'énergie dans le BEMC ayant toutes les caractéristiques d'un électron. Par exemple une superposition $\pi^+\gamma$ ou $\pi^+\pi^0$ peut simuler la reconstruction d'un électron avec des signaux dans les chambres à fils et une gerbe électromagnétique dans le calorimètre. Une partie de ce bruit de fond peut être éliminée par l'utilisation du détecteur d'électrons à petits angles (voir section 3.2.4). Mais en raison de l'acceptance limitée de ce détecteur, il est nécessaire d'estimer à partir des programmes de simulation la fraction d'événements devant être soustraite. Comme le montre la figure 4.9-a ces événements s'accumulent dans la zone des grands y ($\lesssim 0,6$).

4.6.2 Bruit de fond non- ep

Une étude détaillée a été effectuée dans le cadre de la mesure des fonctions de structure [7, 2, 6]. Les coupures effectuées pour réduire ce bruit de fond seront juste citées.

Ce bruit de fond a pour origine deux sources distinctes :

- Les interactions des particules des faisceaux avec le tube à vide et le gaz résiduel.
- Les interactions provenant de gerbes cosmiques.

Le premier bruit de fond peut être estimé par l'étude des événements engendrés par des paquets pilotes (cf section 3.1). Le deuxième type de bruit peut être estimé à partir des événements enregistrés durant le croisement de deux paquets vides.

4.7 Identification de l'électron

Dans notre étude l'électron diffusé est détecté dans le calorimètre arrière (BEMC). Nous ne considérons pas la région intermédiaire BBE (voir figure 3.8) placée derrière un volume important de matériaux inactifs, rendant la mesure de l'énergie dépendante de l'angle d'incidence.

Ces événements se répartissent principalement aux grandes valeurs de y comme le montre la figure 4.9. Le bruit de fond non- ep est principalement éliminé en

requérant un vertex d'interaction reconstruit dans la partie centrale du détecteur et un électron identifié dans le BEMC.

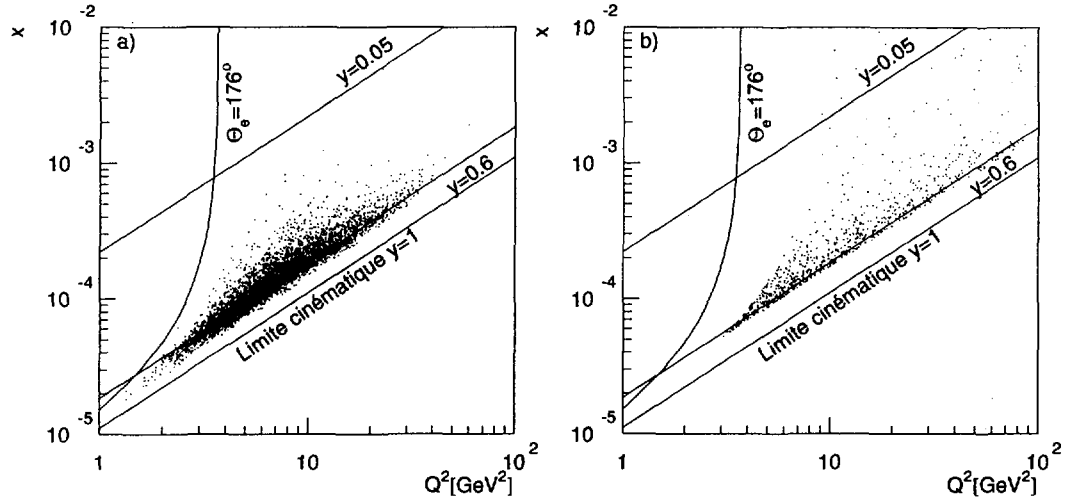


Figure 4.9 : Événements de bruit de fond dans le plan (x, Q^2) . a) Bruit de fond de photo-production (événements de simulation) et b) événements de bruit de fond non-ep obtenus à partir des paquets pilotes. Les variables cinématiques sont celles mesurées à partir de "l'électron identifié". L'angle θ_e correspond à la limite angulaire du BEMC. La région près de $y = 1$ est vide en raison de la condition de déclenchement imposée par CL2.

4.7.1 Electron dans le BEMC

L'électron est identifié par le dépôt d'énergie électromagnétique le plus important dans le calorimètre. Une partie de cette sélection est déjà effectuée par le sous-système BSET (voir les paragraphes 3.2.6.1 et 4.5). De plus un certain nombre d'estimateurs est nécessaire pour la réduction du bruit de fond. Les critères principaux de l'identification de l'électron sont :

- L'électron candidat est sélectionné par le dépôt d'énergie le plus important dans le BEMC avec $E'_e \geq 13$ GeV. Cette valeur permet de réduire de manière significative le bruit de fond sans trop affecter le nombre d'événements DIS. De plus cette valeur nous permet d'avoir une efficacité maximale du sous-système de déclenchement BSET (voir figure 4.8).
- Le vertex doit être reconstruit dans une zone de ± 30 cm centrée autour de la position nominale du faisceau. Ceci permet de supprimer un grande

partie du bruit de fond non- ep dont la probabilité d'avoir un vertex dans la zone d'interaction est très faible[2].

- Un point d'impact dans la BPC associé au centre de gravité du dépôt électromagnétique de l'électron candidat. La distance ϵ_2 entre le point d'impact et le centre de gravité du dépôt d'énergie doit être ≤ 5 cm. Ce critère permet d'améliorer la résolution de l'angle θ_e de l'électron diffusé. De plus il permet de rejeter une grande partie du bruit de fond de photo-production.

4.7.2 Effet des coupures sur le bruit de fond

La coupure minimale à 13 GeV sur l'énergie de l'électron permet de réduire considérablement le bruit de fond. La figure 4.10-a compare la distribution en énergie de l'électron pour des événements DIS et pour des événements γp . En ce qui concerne le bruit de fond non- ep , le point d'interaction est distribué aléatoirement selon z . La majeure partie est donc rejetée par la condition sur le vertex, comme le montre la figure 4.10-b.

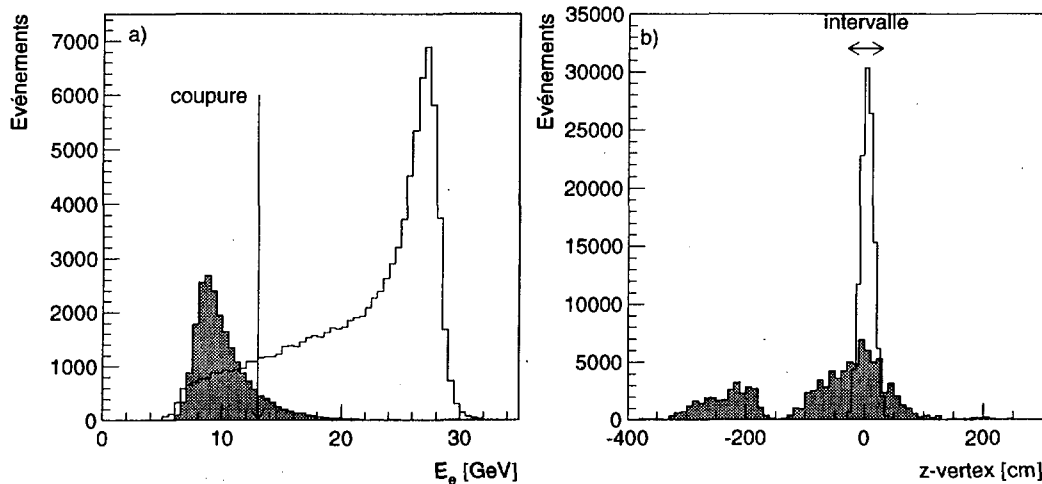


Figure 4.10.: a) Distribution de l'énergie de l'électron d'événements DIS (histogramme en trait plein) et d'événements γp (histogramme grisé), la coupure effectuée est indiquée par la flèche. b) Distribution du vertex pour les événements DIS (histogramme en trait plein) et pour des événements de bruit de fond ep (histogramme grisé), la double flèche indiquant l'intervalle requis pour le vertex. Les normalisations sont arbitraires.

Il est possible de rejeter de manière plus efficace le bruit de fond en utilisant les caractéristiques de l'amas d'énergie de l'électron. Nous avons recours ici à deux estimateurs : la distance correspondant au point d'impact dans la BPC le plus

proche du centroïde de l'amas d'énergie dans le BEMC (ϵ_2) et la taille latérale de l'amas d'énergie ϵ_1 .

Le centre de gravité de l'amas est donné par :

$$x_{\text{cdg}} = \frac{1}{E_{\text{amas}}} \sum_{i=1}^n E_i x_i, \quad (4.7.17)$$

$$y_{\text{cdg}} = \frac{1}{E_{\text{amas}}} \sum_{i=1}^n E_i y_i, \quad (4.7.18)$$

où E_i est l'énergie déposée dans le module i et (x_i, y_i) sont les coordonnées déterminées par les guides de lumière (voir description du BEMC). La somme est faite sur $n(\leq 9)$ modules.

La précision obtenue sur le centre de gravité est $\sigma_{x,y} = 0,7$ cm. Cette précision est accrue si l'on utilise le point d'impact dans la BPC le plus proche du centre de gravité. La coupure que nous avons utilisé ($\epsilon_2 \leq 5$ cm) a deux avantages :

1. Elle permet d'améliorer la mesure de θ_e .
2. Elle permet de rejeter en partie les deux bruits de fond.

La figure 4.11-a permet de comparer la distribution de ϵ_2 entre les événements DIS et les deux types de bruit de fond. Pour cette comparaison nous avons pris un lot très pur en événements DIS (trait plein), obtenu en appliquant la coupure $E_e > 20$ GeV, et nous avons requis $E'_e \geq 10$ GeV pour les événements γp (trait pointillé) et le bruit de fond non physique (zone grisée). Nous voyons que pratiquement aucun des événements DIS n'est rejeté par la coupure.

La taille latérale ϵ_1 de l'amas pondéré est la somme pondérée par la distance radiale des cellules au centre de gravité de l'amas :

$$\epsilon_1 = \frac{1}{E_{\text{amas}}} \sum_{i=1}^n E_i \times |r_i - r_{\text{amas}}|,$$

où r_{amas} est la coordonnée radiale dans le plan $x-y$ du centre de gravité de l'amas, et r_i celle du centre de gravité de l'énergie déposée dans le module i . La figure 4.11-b illustre le fait que la taille transversale des gerbes créées par des hadrons est plus large que celle des gerbes créées par des particules électromagnétiques. La coupure appliquée ($\epsilon_1 \leq 5$ cm) est sûre pour les événements DIS. L'efficacité sur la détection de l'électron obtenue à partir de d'événements simulés est supérieure à 99% pour $Q^2 > 10$ GeV²[7, 6].

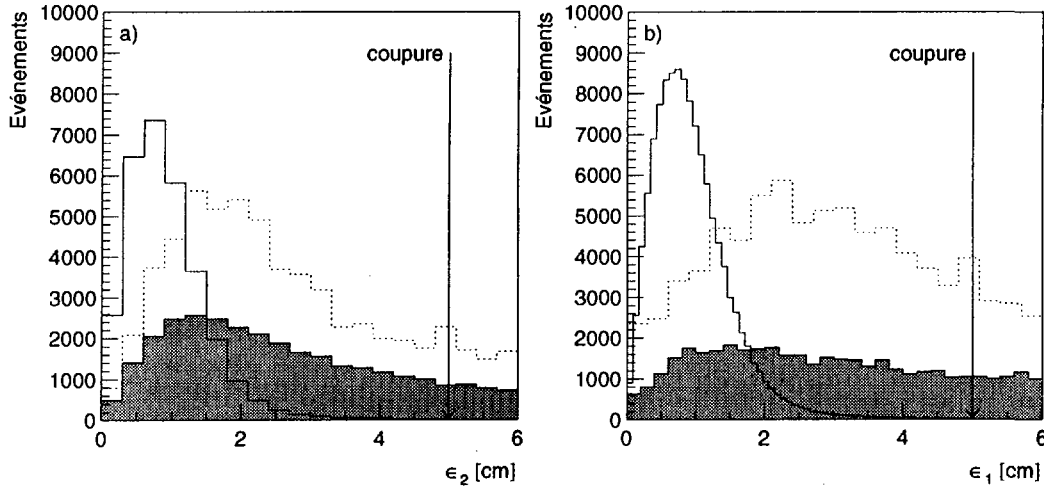


Figure 4.11 : a) Distribution de ϵ_2 pour des événements DIS (trait plein), les événements γp (trait pointillé) et pour les événements non-ep (zone grisée). b) Distribution de ϵ_1 pour des événements DIS (trait plein), les événements γp (trait pointillé) et pour les événements non-ep (zone grisée). Les événements DIS correspondent à un lot très pur. Une coupure en énergie $E'_e \geq 10$ GeV a été appliquée aux événements de bruit de fond. La normalisation est arbitraire et les coupures pratiquées sont visualisées par les flèches.

4.7.3 Autres coupures

Afin d'éviter la région intermédiaire entre le LAr et le BEMC une coupure $r_{BPC} < 64$ cm où r_{BPC} est la distance radiale dans le plan $(x - y)$ du point d'impact de l'électron mesuré par la BPC. Une coupure fiducielle supplémentaire sur l'angle de l'électron $160^\circ < \theta_e < 173^\circ$ permet (en tenant compte de la variation du point d'impact dans le BEMC due au vertex) de n'avoir que des dépôts d'énergie entièrement contenus dans le BEMC. La figure 4.12 illustre la nécessité de cette coupure. La zone grisée correspond à un électron diffusé à 160° pour une variation du vertex représenté au centre de la figure. Nous voyons que pour cet angle la gerbe électromagnétique sera toujours entièrement contenue dans le BEMC.

En raison de la mauvaise reconstruction de l'énergie dans les modules triangulaires du BEMC, près du faisceau, une coupure excluant ces triangles,

$$\max(|x_{bpc}|, |y_{bpc}|) > 15 \text{ cm},$$

est appliquée. Les événements ainsi sélectionnés sont représentés sur la figure 4.13 dans le plan $(x - y)$. Les points représentent la position de l'impact de l'électron sur la BPC. Les traits représentent les limites des modules du BEMC.

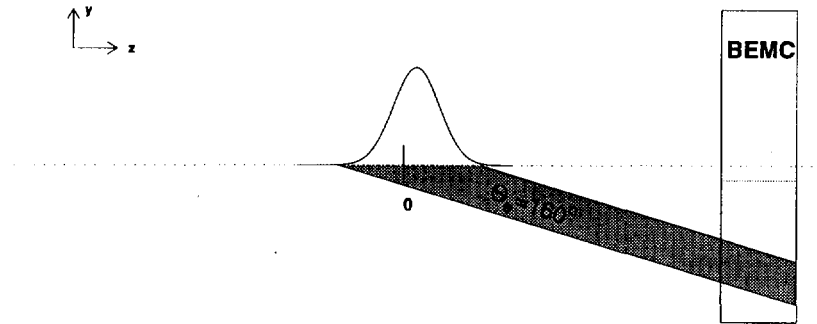


Figure 4.12 : Représentation schématique du BEMC en coupe longitudinale. La bande grisée correspond à un angle de diffusion de l'électron de 160° pour une variation de vertex représentée par la distribution gaussienne placée au centre. Pour tous les angles inférieurs à 160° l'électron traverse la totalité du BEMC.

4.8 Comparaison entre les données et la simulation

Des programmes de simulation étant utilisé pour corriger les données des effets d'acceptance, il est nécessaire de vérifier le bon accord entre les distributions fondamentales.

4.8.1 Calibrations et corrections

4.8.1.1 Corrections sur l'angle de l'électron

Afin de comparer le résultat des simulations aux données il a été nécessaire d'appliquer diverses corrections dues à l'imperfection de la simulation.

En ce qui concerne la mesure de l'angle de l'électron, un déplacement de la BPC par rapport au BEMC ($\Delta x = 1,4$ mm, $\Delta y = 2,5$ mm) a été observé. Il a donc fallu corriger de cet effet dans la mesure de l'angle de l'électron. Cet effet a aussi son importance pour la calibration spatiale du BEMC car la position de l'amas est donnée par la BPC.

Un autre effet provient de la position nominale du vertex qui a varié au cours de la prise de données. Le vertex étant utilisé pour déterminer les angles, une pondération tenant compte de la position nominale du vertex et de la fraction d'événements pour une position donnée a été appliquée sur les événements si-

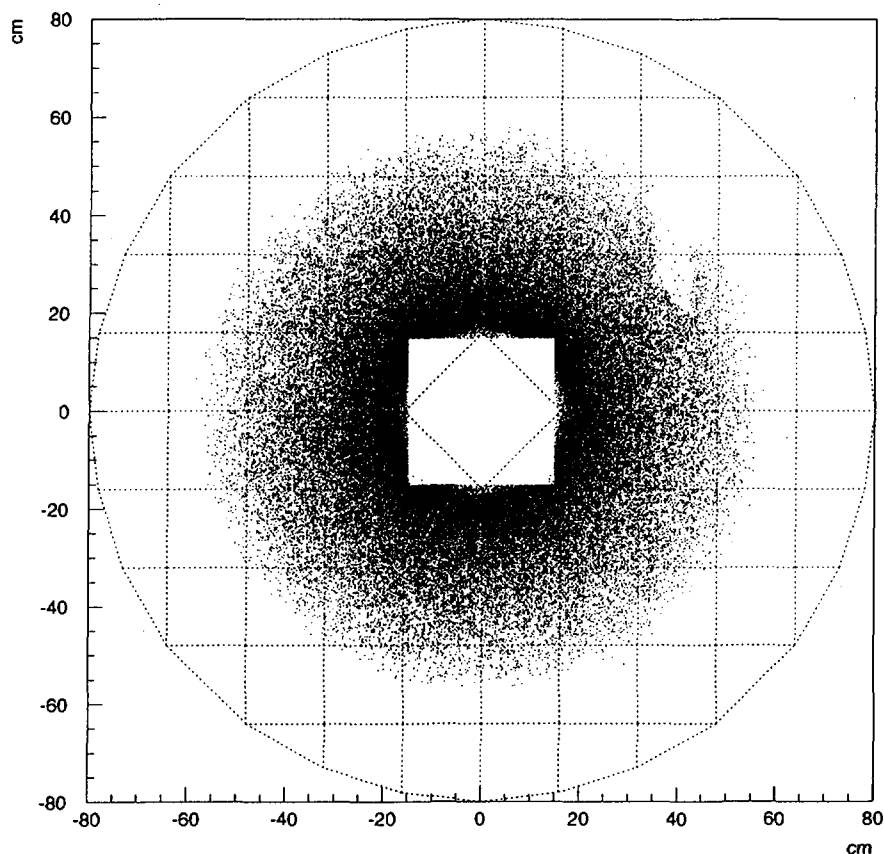


Figure 4.13 : Distribution des événements sélectionnés dans le plan transverse. La position correspond aux points d'impact dans la BPC. Les lignes représentent les contours des modules du BEMC. On remarquera une absence d'événements autour du point $(x, y) \sim (40, 30)$, due à une zone morte dans la BPC. Cet effet est parfaitement décrit par la simulation et sera donc corrigé.

mulés. La figure 4.14 montre l'effet de la pondération du vertex obtenue avec DJANGO.

Une autre pondération provient du choix de l'effet de la fonction de structure F_2^{gen} utilisée dans la simulation. Afin de s'affranchir de ce choix, on procède par itération :

- une première mesure de F_2 est effectuée.
- Un ajustement phénoménologique de cette mesure est alors utilisé pour repondérer les événements simulés. Le poids attribué est F_2^{fit}/F_2^{gen} .

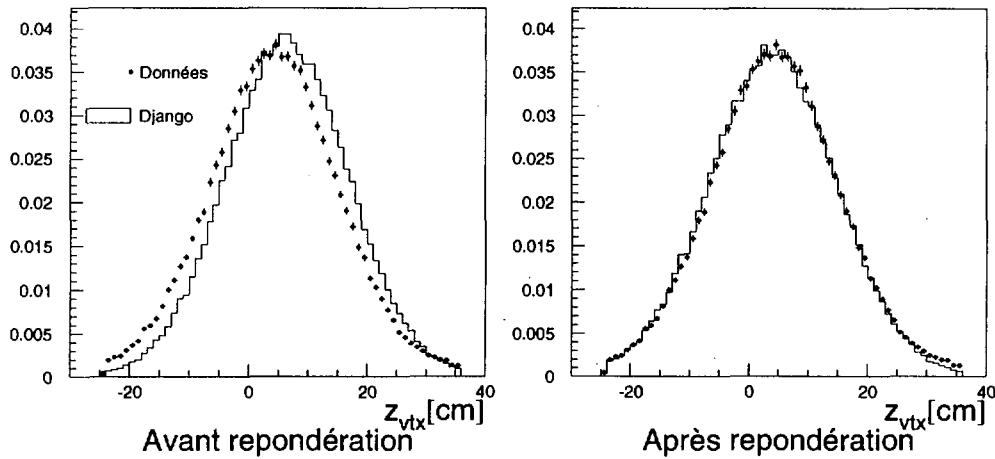


Figure 4.14 : Comparaison de la distribution du vertex des données et de la simulation avant et après repondération. Les distributions sont normalisées à l'unité.

- Les deux étapes précédentes sont de nouveau effectuées.

4.8.1.2 Calibration en énergie

La calibration en énergie du BEMC avait d'abord été effectuée avec des faisceaux tests au CERN et au DESY. Cependant, afin de tenir compte de l'environnement expérimental et des effets pouvant induire une modification de la calibration au cours du temps, il est nécessaire de pouvoir calibrer le BEMC au sein du détecteur H1.

Il existe plusieurs méthodes pour calibrer en énergie à partir des événements. La méthode utilisée ici consiste à comparer l'énergie reconstruite à partir de la méthode du double-angle (eq. (4.2.14)) à celle reconstruite par le BEMC. L'énergie déduite des angles s'exprime par :

$$E_{DA} = \frac{2E_e}{\sin \theta_e (\tan \frac{\theta_e}{2}) + \tan \frac{\gamma_h}{2}} \quad (4.8.19)$$

L'énergie E_{DA} est peu dépendante de la calibration absolue des détecteurs et peu sensible à la présence de matériaux morts[9]. Pour appliquer cette méthode, les événements ont été sélectionnés avec $15^\circ < \gamma_h < 60^\circ$, correspondant au domaine où la résolution de la méthode DA est bonne. La correction devant être appliquée est donnée par la valeur moyenne de la différence $((E_{DA} - E_{BEMC})/E_{DA})$. Les facteurs de corrections sont déterminés en fonction de la variable $\max(|x|, |y|)$, où

x et y sont les positions données par la BPC. La figure 4.15 représente la distribution de la valeur moyenne de $((E_{DA} - E_{BEMC})/E_{DA})$ en fonction de $\max(|x|, |y|)$, où l'écart ne dépasse pas 1%.

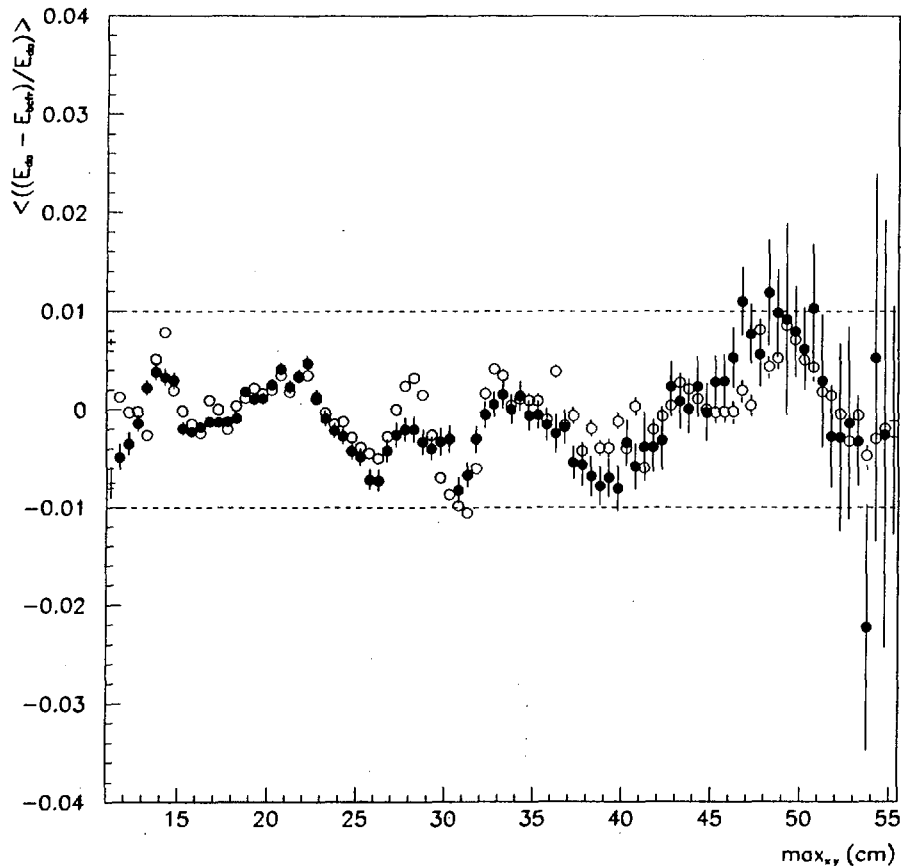


Figure 4.15 : Différence (%) entre l'énergie mesurée dans le BEMC après calibration et l'énergie calculée avec la méthode du double-angle en fonction du maximum des valeurs absolues des coordonnées x et y de l'impact BPC associé à l'amas de l'électron. Les points blancs (noirs) correspondent aux données (simulation).

4.8.2 Distributions finales

Le bruit de fond non- ep est réduit à moins de 0,1% de l'échantillon final, et le bruit γp est de l'ordre de 0,5%. La figure 4.16 montre les distributions respectives de l'énergie et de l'angle de l'électron. L'accord entre la simulation et les données est bon. L'histogramme hachuré représente la contribution du bruit de fond qui est pratiquement nulle. Les histogrammes sont normalisées au rapport des luminosités. Si la distribution de l'angle de l'électron est bien décrite, celle de l'électron

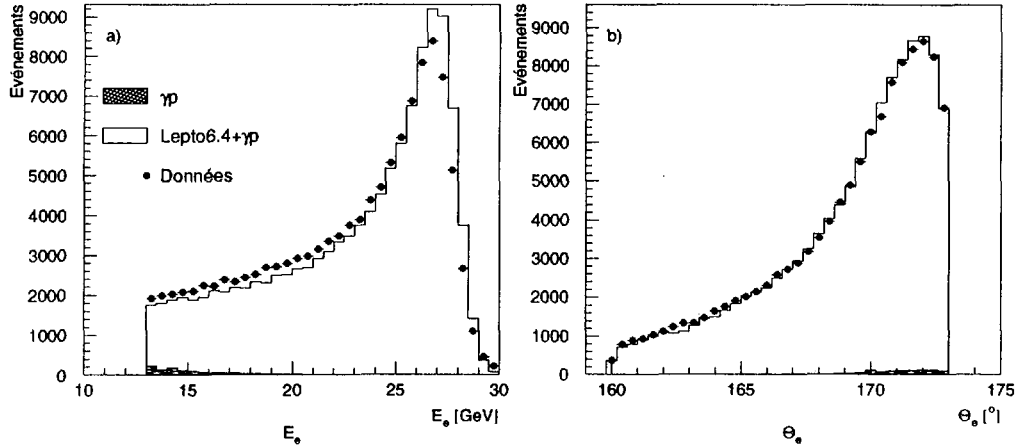


Figure 4.16 : distribution expérimentales et simulées de a) l'énergie de l'électron diffusé et de b) l'angle de l'électron. Les données expérimentales sont représentées par les points, la simulation a été faite à partir du Monte-Carlo LEPTO et est représentée par l'histogramme blanc. Le bruit de fond γp est représenté par l'histogramme hachuré. Les normalisations sont absolues.

présente un désaccord visible. Ce désaccord provient de l'absence de processus radiatifs dans le Monte-Carlo que nous avons utilisé. L'utilisation d'un Monte-Carlo contenant ces processus (DJANGO)[7] permet d'obtenir un accord bien meilleur. Le rayonnement de photons dans l'état initial a comme conséquence de faire baisser l'énergie de l'électron diffusé. Le désaccord autour du pic cinématique provient de l'incertitude sur la calibration ($\sim 1\%$)[6]. La figure 4.17 représente la distribution des événements sélectionnés dans le plan cinématique (x, Q^2). Les coupures cinématiques sont représentées par les lignes en pointillé et leur valeur sont indiquées.

4.9 Résumé

Nous avons sélectionné $\sim 90\,000$ événements de diffusion profondément inélastique. Les coupures utilisées dans le cadre de cette sélection ont été faites sur :

1. l'énergie de l'électron diffusé $E'_e \geq 13$ GeV,
2. l'angle de l'électron diffusé $160^\circ < \theta_e < 173^\circ$,
3. un vertex d'interaction reconstruit dans l'intervalle $z_{vtx} = 5 \pm 30$ cm,
4. la taille latérale de l'amas d'énergie dans le BEMC $\epsilon_1 \leq 5$ cm,

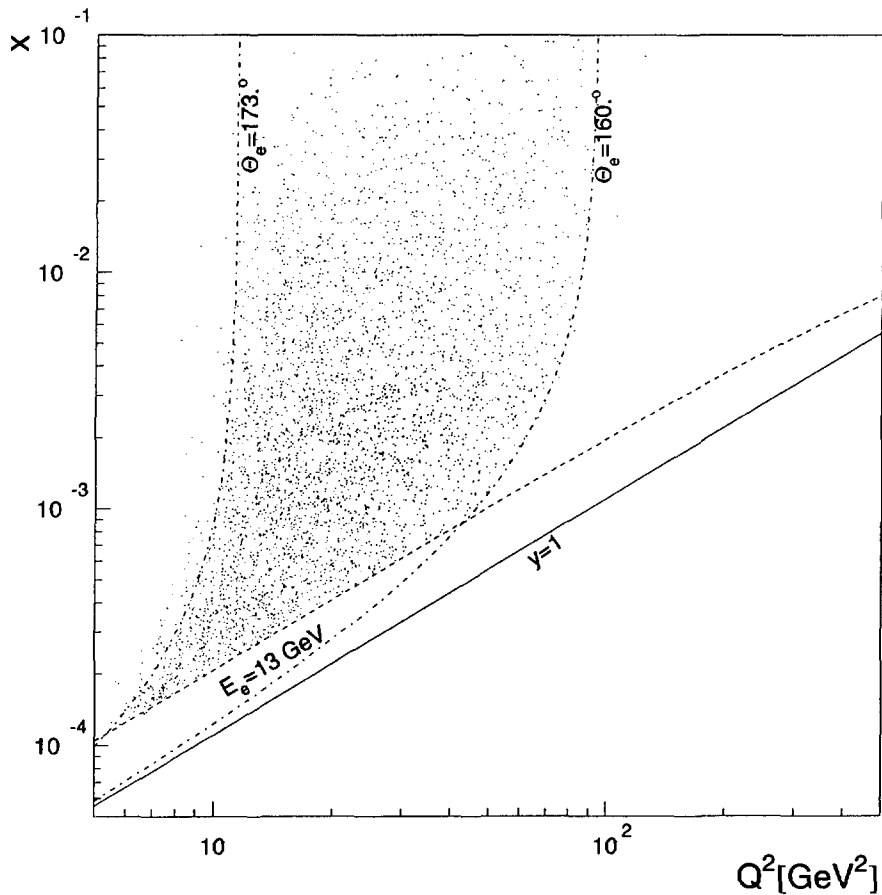


Figure 4.17 : Distribution des événements sélectionnés dans le plan (x, Q^2) . La cinématique est calculée à partir de la méthode $e\Sigma$ (section 4.4). Les lignes représentent les coupures cinématiques appliquées : coupure sur l'énergie de l'électron et : coupures sur l'angle de l'électron.

5. la distance entre le point d'impact dans la BPC et le centroïde de l'amas dans le BEMC $\epsilon_2 \leq 5$ cm,
6. la distance radiale du point d'impact dans la BPC $r_{BPC} < 64$ cm,
7. l'exclusion de modules triangulaires dans le BEMC :
 $\max(|x_{bpc}|, |y_{bpc}|) > 15$ cm.

Le bruit de fond est estimé à partir des paquets pilotes pour les événements non- ep et du Monte-Carlo PHOJET pour le bruit dû à la photo-production. Ce bruit de fond est estimé à moins de 1% de notre lot d'événements. La modification sur le taux de jet étant très faible, nous n'y reviendrons pas.

Bibliographie

- [1] A. Blondel, F. Jacquet, in : *Proceedings of Study of an ep Facility for Europe*, Ed. U. Amaldi, DESY 79/48, (1979), 391.
- [2] A. Panitch, *Measurement of the Proton Structure Function $F_2(x, Q^2)$ with the H1 Detector at HERA*, Thèse de doctorat, Université Libre de Bruxelles, (1996).
- [3] S. Bentvelsen, J. Engelen, P. Kooijman in : *Proceedings of Workshop Physics at HERA*, Vol. 1. Eds. W. Buchmüller, G. Ingelman, DESY (1992) 23
- [4] U. Bassler, G. Bernardi, Nucl. Instrum. Methods **A361** (1995) 197
- [5] U. Bassler, *Premières mesures sur l'état final hadronique de la diffusion profondément inélastique à HERA*, Thèse de doctorat, Université de Paris VI (1993).
- [6] B. Gonzales Piñeiro, *Mesure de la Fonction de Structure du Proton à HERA*, Thèse de doctorat, Université de Paris XII (1996).
- [7] H1 Collaboration (S. Aid, et al.), Nucl. Phys. **B470** (1996), 3-40.
- [8] H1 Collaboration (S. Aid, et al.), Nucl. Phys. **B470** (1996), 3-40.
- [9] A. Panitch, Note Interne H1-08/95-449.
- [10] BEMC group, J. Bàn et al., *Nucl. Instrum. Meth* **A372** (1996) 399
- [11] G.A. Schuler, H. Spiesberger, *Proceedings of Workshop Physics at HERA*, vol 3, eds W. Buchmuller, G. Ingelman, (1992) 1419
- [12] J. Ban et al. H1 Note Interne 92-235
- [13] S. Glazov, Thèse, en préparation.

Chapitre 5

Mesure du taux de jets

5.1 Introduction

Nous allons maintenant décrire la mesure de $R_{(2+1)}$ effectuée sur les données DIS à bas Q^2 , prises en 1994. En début de chapitre, nous définissons les classes d'objets sur lesquelles a été appliqué l'algorithme.

Nous discutons ensuite le choix du y_{cut} pour l'algorithme de jet, pour introduire ensuite le pavage. Les difficultés liées à la définition du référentiel de Breit au niveau expérimental sont aussi discutées.

La nécessité d'introduire différentes coupures sur les jets, est ensuite expliqué. Afin d'étudier l'effet des coupures appliquées, quatre ensembles de mesures ont été définis. Ces quatre lots d'événements permettront de voir la dépendance des quantités extraites (densité de gluon et corrections non perturbatives) extraites à partir de la mesure.

5.2 Définitions

Nous définissons ici deux classes d'objets sur lesquelles l'algorithme de jet a été appliqué.

Au niveau du détecteur, l'algorithme est appliqué sur les amas reconstruits dans le calorimètre à argon liquide et dans le BEMC. Cette classe d'objets existe à la fois dans les données et le Monte-Carlo.

Pour les événements simulés, l'algorithme est aussi appliqué sur les quadrivecteurs des hadrons stables générés. Les particules stables sont choisies comme toutes les particules "stables" au niveau du générateur, i.e. toutes les particules ayant un temps de vie $\tau > 8\text{ns}$ avec en plus les K_0 , Σ^+ , χ^0 , χ^+ , Λ et Ω^- .

5.3 Le “paramètre” de résolution des jets.

Il est délicat de définir une règle pour choisir la valeur de y_{cut} . A priori il est préférable de choisir cette valeur la plus petite possible afin d’avoir le maximum d’événements (2+1) jets. A cause de la granularité finie des détecteurs, une valeur arbitrairement petite n’aurait aucune influence sur la multiplicité. Il faut aussi que les corrections entre les différents niveaux (partons, hadrons et détecteur) soient les plus faibles possible.

Il reste, malgré tout, des contraintes imposées par l’état actuel des calculs théoriques. Nous avons vu dans la section 2.2.2, que pour des valeurs de $y_{\text{cut}} < 0,1$ (voir figure 2.9) les corrections d’ordre supérieur en $\alpha_s \ln y_{\text{cut}}$ sont importantes et nécessitent une resommation à tous les ordres. Dans notre cas, la section efficace n’étant calculée qu’à l’ordre $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$, il n’est pas possible à l’heure actuelle d’utiliser $y_{\text{cut}} < 0,1$.

La figure 5.1 représente les taux $R_{(n+1)}$ obtenus avec le Monte-Carlo LEPTO, déterminés au niveau hadronique (traits pointillés) et reconstruit (traits continus), *sans aucune coupure sur les jets*. Nous voyons sur cette figure que le taux $R_{(3+1)}$ devient important pour des valeurs de y_{cut} inférieures à 0,4. La différence existant entre les niveaux hadronique et reconstruit provient principalement de l’acceptance limitée du détecteur à l’avant.

La fraction des événements (3+1) peut sembler élevée ($\sim 20\%$ des (2 + 1)), cependant elle est incompressible comme le montre la figure 5.2-a. Cette figure représente le rapport $R_{(3+1)}/R_{(2+1)}$ toujours en fonction de y_{cut} pour l’algorithme k_t à une étape et pour celui à deux étapes. Cette figure indique que la fraction d’événements (3+1) se stabilise à partir de $y_{\text{cut}} = 0,5$ pour les deux algorithmes. On note cependant que cette contribution est légèrement inférieure pour l’algorithme à deux étapes. Cependant la figure 5.2-b nous montre que dans le cas de l’algorithme à deux étapes la statistique devient très faible. Pour cette raison, cet algorithme a été écarté.

5.4 Choix de la cinématique

Nous rappelons que l’algorithme k_t s’effectue dans le référentiel de Breit, ce qui nécessite la mesure des variables cinématiques x et Q^2 . Il est utile aussi de rappeler les paramètres de résolution de l’algorithme k_t :

$$d_{iP} = \frac{E_i^2(1 - \cos \theta_i)}{Q^2} \quad (5.4.1)$$

$$d_{ij} = \frac{\min\{E_i^2, E_j^2\}(1 - \cos \theta_{ij})}{Q^2} \quad (5.4.2)$$

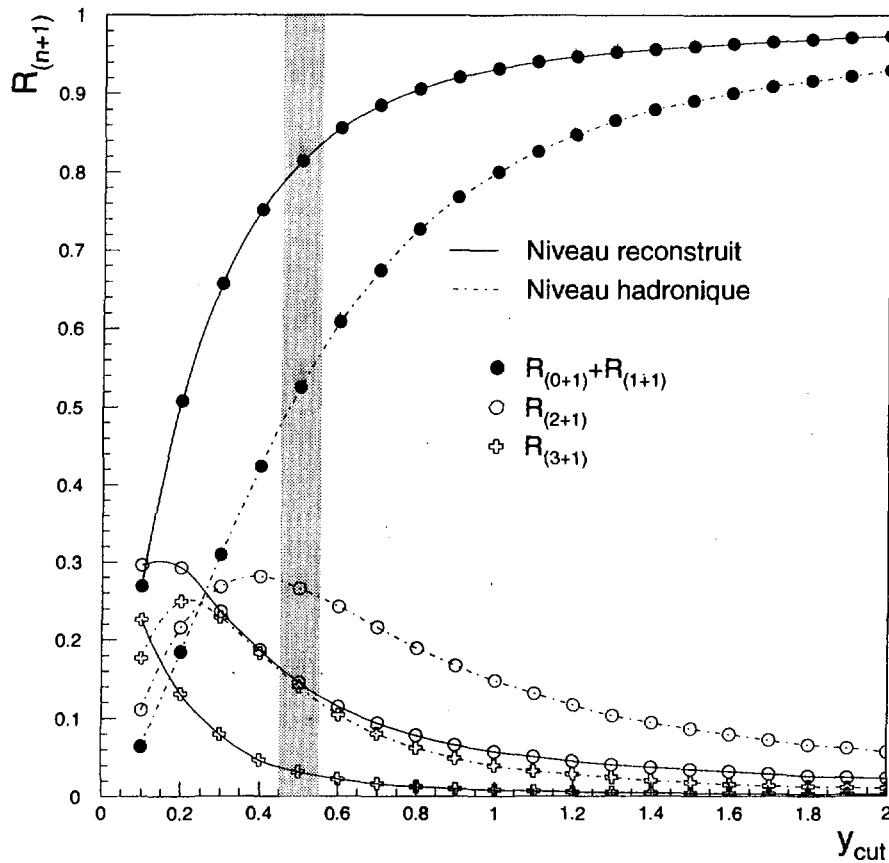


Figure 5.1 : Taux des $(n + 1)$ jet en fonction du paramètre y_{cut} obtenu avec le Monte-Carlo LEPTO. La bande grisée représente la zone autour de $y_{cut} = 0,5$. Les points correspondent au niveau reconstruit et le trait en pointillés représente le niveau hadronique.

Lors de l'analyse, nous rencontrons trois étapes où les variables x et Q^2 interviennent :

- pour la détermination du pavage, i.e. dans la définition de la cinématique de l'événement,
- dans la transformation de Lorentz permettant de passer du référentiel du laboratoire au référentiel de Breit (cf section 5.4.2.1),
- dans l'échelle Q^2 utilisée pour calculer les distances dans (5.4.1) et (5.4.2).

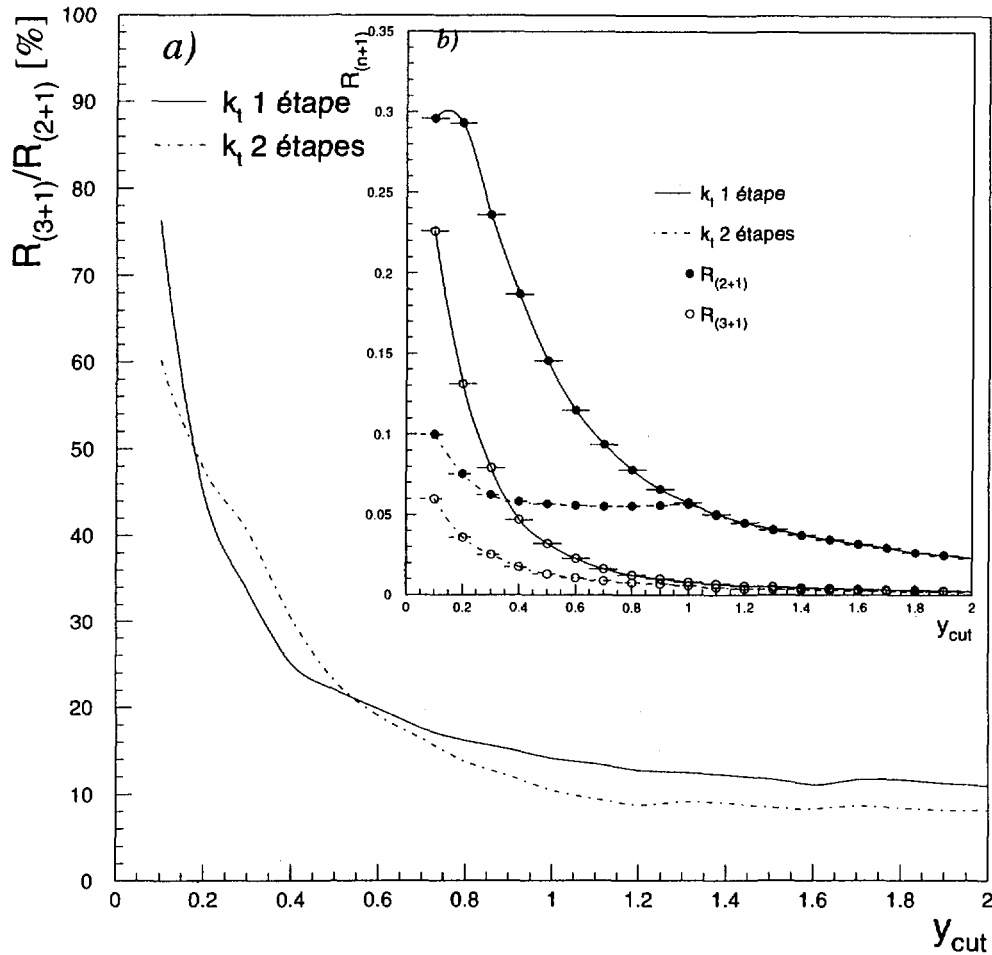


Figure 5.2 : Rapport du taux $R_{(3+1)}$ par $R_{(2+1)}$ en fonction de y_{cut} pour l'algorithme k_t à une étape et pour l'algorithme à deux étapes.

Pour déterminer expérimentalement x et Q^2 , nous avons la possibilité de choisir indépendamment pour chacune des trois étapes parmi l'une des méthodes exposées dans la section 4.2

5.4.1 Définition du pavage

Dans le cadre d'une extraction de la densité de gluon, il est préférable d'introduire un pavage du domaine cinématique plus fin en x qu'en Q^2 . Les conditions à

satisfaisant sont :

- un nombre d'événements statistiquement significatif.
- une taille de pavage supérieure à la résolution des variables cinématiques, afin de limiter les migrations.

Pour définir le pavage en x et Q^2 , les variables ont été déterminées par la méthode $\epsilon\Sigma$ (cf section 4.4) qui permet d'avoir la meilleure résolution en Q^2 et une résolution en x plus stable dans l'ensemble du domaine cinématique, étendant ainsi le domaine cinématique jusqu'aux petites valeurs de y^1 . Cette méthode permet aussi de réduire l'influence des corrections radiatives QED.

La figure 5.3 représente le taux $R_{(2+1)}$ mesuré à partir des données en fonction de Q^2 avec $y_{\text{cut}} = 0,5$, sans aucune coupure sur les jets. Nous voyons que pour l'intervalle considéré ($10 \text{ GeV}^2 < Q^2 < 100 \text{ GeV}^2$), $R_{(2+1)}$ perd à peu près un ordre de grandeur. Si nous ajoutons à cela le fait que la section efficace totale décroît elle aussi, le nombre d'événements devient alors très faible. Nous avons donc défini trois domaines en Q^2 respectant cette évolution. Les limites de ces sous-domaines sont 10, 14, 20, 100 GeV^2 .

Le pavage en x est beaucoup plus délicat à définir car la résolution est, de manière générale, moins bonne que pour Q^2 . Afin de simplifier nous avons pris les mêmes limites quelque soit le domaine de Q^2 , mis à part les grandes valeurs de x où nous avons adopté une coupure implicite en y .

Nous avons requis que la taille des bins soit au moins supérieure à $\pm 2\sigma_x$ (où σ_x est la résolution sur la mesure de x), afin de limiter les migrations. Nous avons aussi, autant que possible, fait coïncider les limites des bins avec les coupures cinématiques effectuées (θ_e, \dots).

Le pavage de l'espace x, Q^2 est représenté sur la figure 5.4 et les valeurs des limites des 11 bins de mesure sont données dans le tableau 5.1. Sur la figure les résolutions sont représentées par les barres d'erreurs correspondant à $\pm 1\sigma_x$.

Afin de tenir compte ultérieurement des migrations entre les variables générées et reconstruites nous avons défini un pavage sur les variables générées plus étendu dans le domaine cinématique et défini dans le tableau 5.2. Les définitions de ces bins ne comportent aucune coupure sur d'autres variables additionnelles (angle ou énergie de l'électron) à part la limite implicite à $y = 1$, contrairement au pavage utilisé pour les données. Le pavage est graphiquement représenté dans le plan x, Q^2 sur la figure 5.5.

¹Ce qui n'est possible qu'avec x_Σ

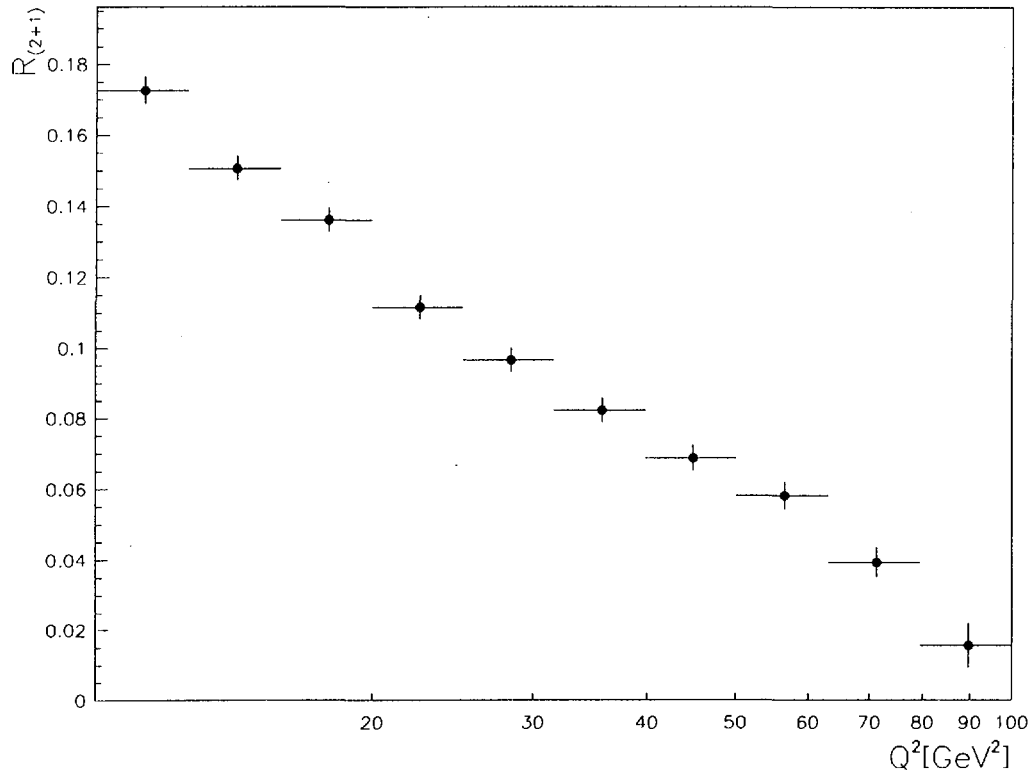


Figure 5.3 : Taux de jets $R_{(2+1)}$ en fonction de Q^2 obtenu à partir de données pour un domaine $10 \text{ GeV}^2 < Q^2 < 100 \text{ GeV}^2$.

5.4.2 La cinématique dans l'algorithme

Pour déterminer le choix de la cinématique utilisée pour l'algorithme, nous avons tenté d'estimer la répercussion des effets de la reconstruction des variables cinématiques sur la transformation de Lorentz permettant de passer dans le référentiel de Breit.

5.4.2.1 La transformation dans le référentiel de Breit

Le référentiel de Breit est obtenu par une transformation de Lorentz suivie de rotations pour aligner le photon virtuel dans la direction des z' négatifs² et le plan contenant l'électron incident et reconstruit dans le le plan $(x' - z')$ comme le montre la figure 5.6. Une rotation est appliquée au plan leptonique de manière

²Les quantités dans le référentiel de Breit sont indiquées par un prime (').

Numéro	x_{\min}	—	x_{\max}	Q^2_{\min} - Q^2_{\max}
1	$2 \cdot 10^{-4}$	—	$4,2 \cdot 10^{-4}$	10-14
2	$4,2 \cdot 10^{-4}$	—	$8 \cdot 10^{-4}$	10-14
3	$8 \cdot 10^{-4}$	—	$3 \cdot 10^{-3}$	10-14
4	$3 \cdot 10^{-3}$	—	10^{-2}	10-14
5	$2 \cdot 10^{-4}$	—	$4,2 \cdot 10^{-4}$	14-20
6	$4,2 \cdot 10^{-4}$	—	$8 \cdot 10^{-4}$	14-20
7	$8 \cdot 10^{-4}$	—	$3 \cdot 10^{-3}$	14-20
8	$3 \cdot 10^{-3}$	—	$1,4 \cdot 10^{-2}$	14-20
9	$4,2 \cdot 10^{-4}$	—	$8 \cdot 10^{-4}$	20-100
10	$8 \cdot 10^{-4}$	—	$3 \cdot 10^{-3}$	20-100
11	$3 \cdot 10^{-3}$	—	$2 \cdot 10^{-2}$	20-100

Tableau 5.1 : Définition des bins en x et Q^2 mesurés dans le détecteur. Les valeurs de Q^2 sont données en GeV^2 .

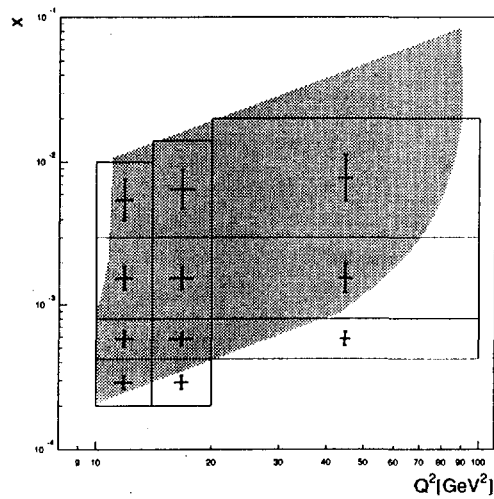


Figure 5.4 : Représentation des bins dans le plan cinématique. Les bins sont représentés par les rectangles. Les croix correspondent à la résolution des variables à l'intérieur du bin. La partie en gris représente le domaine autorisé par la sélection.

Numéro	x_{\min}	—	x_{\max}	$Q^2_{\min} - Q^2_{\max}$
1	10^{-5}	—	10^{-4}	5-10
2	10^{-4}	—	2.10^{-4}	5-10
3	2.10^{-4}	—	$4, 2.10^{-4}$	5-10
4	$4, 2.10^{-4}$	—	8.10^{-4}	5-10
5	8.10^{-4}	—	3.10^{-3}	5-10
6	3.10^{-3}	—	10^{-2}	5-10
7	10^{-2}	—	2.10^{-2}	5-10
8	2.10^{-2}	—	1	5-10
10	10^{-4}	—	2.10^{-4}	10-14
11	2.10^{-4}	—	$4, 2.10^{-4}$	10-14
12	$4, 2.10^{-4}$	—	8.10^{-4}	10-14
13	8.10^{-4}	—	3.10^{-3}	10-14
14	3.10^{-3}	—	10^{-2}	10-14
15	10^{-2}	—	2.10^{-2}	10-14
16	2.10^{-2}	—	1	10-14
18	10^{-4}	—	2.10^{-4}	14-20
19	2.10^{-4}	—	$4, 2.10^{-4}$	14-20
20	$4, 2.10^{-4}$	—	8.10^{-4}	14-20
21	8.10^{-4}	—	3.10^{-3}	14-20
22	3.10^{-3}	—	10^{-2}	14-20
23	10^{-2}	—	2.10^{-2}	14-20
24	2.10^{-2}	—	1	14-20
27	2.10^{-4}	—	$4, 2.10^{-4}$	20-100
28	$4, 2.10^{-4}$	—	8.10^{-4}	20-100
29	8.10^{-4}	—	3.10^{-3}	20-100
30	3.10^{-3}	—	10^{-2}	20-100
31	10^{-2}	—	2.10^{-2}	20-100
32	2.10^{-2}	—	1	20-100

Tableau 5.2 : Définition des bins de génération en x et Q^2 . Les numéros 9, 17, 25 26 ne sont pas reportés car il se trouvent au delà de la limite $y = 1$. Les valeurs de Q^2 sont données en GeV^2 .

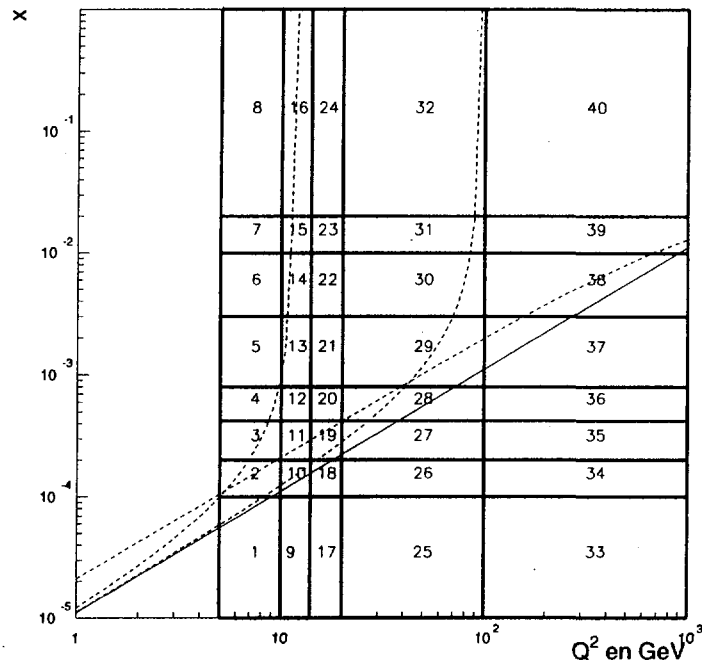


Figure 5.5 : Représentation dans le plan cinématique des bins de génération. Les numéros correspondent aux valeurs du tableau 5.2.

Les bins 33 à 40 ($Q^2 > 100 \text{ GeV}^2$) représentés sur cette figure, n'ont pas été utilisés en raison de l'absence de migrations avec les bins à plus bas Q^2 . Les bins 9, 17, 25, 26, 33, 34, 35, 36 sont vides car il se situent en dehors du domaine cinématique permis. La courbe en trait plein représente la limite cinématique $y = 1$ et les courbes en trait tireté représentent les coupures en θ_e et E_e .

à ce que l'électron diffusé fasse un angle $\phi' = \pi$ avec l'axe x' . Vu du laboratoire le référentiel de Breit se déplace avec la vitesse $\vec{\beta}$. Si une particule de masse M est au repos dans le référentiel de Breit, elle possède l'énergie E et l'impulsion \vec{P} dans le référentiel du laboratoire. Le vecteur $\vec{\beta}$ peut alors s'exprimer comme $\vec{\beta} = \vec{P}/E$ et $\gamma = 1/\sqrt{1 - |\vec{\beta}|^2} = E/M$.

Une particule d'énergie E et d'impulsion \vec{P} dans le référentiel du laboratoire a, dans le référentiel de Breit l'énergie E' et l'impulsion \vec{P}' définies par :

$$E' = \gamma(E - \vec{\beta} \cdot \vec{P}) \quad \text{et} \quad \vec{P}' = \gamma(\vec{P} - \vec{\beta}E) \quad (5.4.3)$$

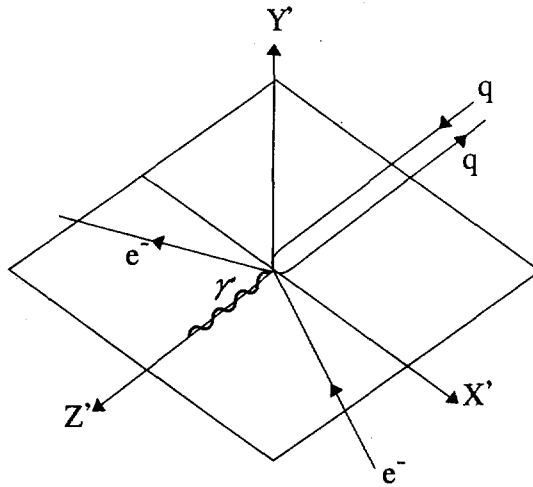


Figure 5.6 : Représentation du référentiel de Breit dans le cadre du modèle de partons

où $\vec{\beta}$ est donné par :

$$\vec{\beta} = \frac{\vec{q} + 2x\vec{p}}{q_0 + 2xp_0} \quad (5.4.4)$$

et $q = (q_0, \vec{q})$ et $p = (p_0, \vec{p})$ sont respectivement les quadri-impulsions du photon virtuel et du proton incident (en négligeant la masse du proton) mesurés dans le laboratoire.

Deux rotations sont ensuite appliquées, avec les angles suivants :

- $\Theta' = \pi - \theta'$ pour aligner le photon dans la direction négative de l'axe z' ; et
- $\Phi' = -\phi'$ pour orienter le plan leptonique dans la direction $\phi' = 0$,

où θ' et ϕ' sont les angles du photon virtuel en coordonnées sphériques, mesurés par rapport aux axes du référentiel de Breit.

La figure 5.7 représente dans le plan cinématique les caractéristiques du changement de référentiel. La longueur des vecteurs est proportionnelle à $\ln \gamma$. La direction et le sens des vecteurs correspond à celui du vecteur $\vec{\beta}$ par rapport aux axes de H1 (représentés au bas de la figure). Dans la région où nous mesurons (correspondant à la zone grisée), nous voyons que l'amplitude est importante pour les grandes et les petites valeurs de x . Dans ces régions, les quadrivecteurs des hadrons sont très modifiés rendant le résultat de l'algorithme très dépendant de la cinématique. Une mauvaise reconstruction de la cinématique peut donc fortement influencer le résultat de l'algorithme.

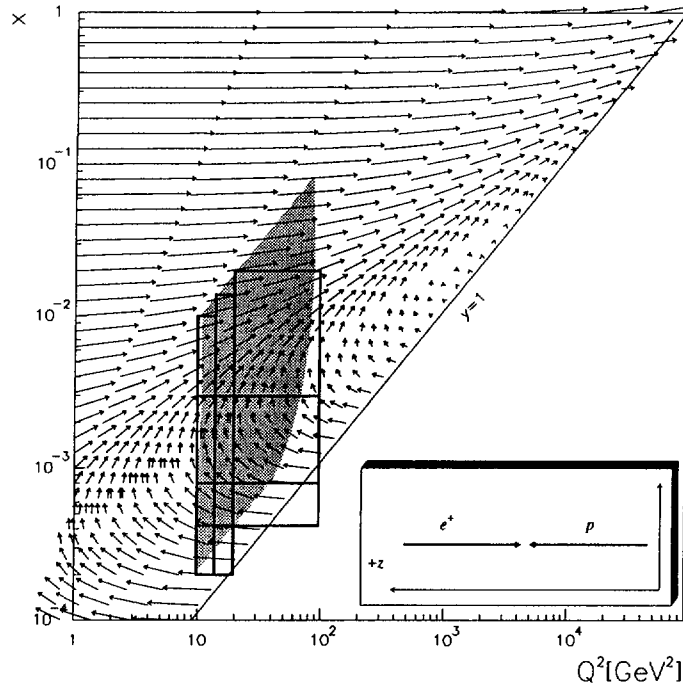


Figure 5.7 : Représentation dans le plan cinématique (x, Q^2) des caractéristiques du changement de référentiel. Le point de départ des vecteurs correspond à au point (x, Q^2) où est effectué le changement de référentiel. Les normes des vecteurs sont proportionnelles à $\ln \gamma$, la direction et le sens des vecteurs sont ceux du vecteur $\vec{\beta}$, par rapport au repère représenté au bas de la figure.

5.4.2.2 Influence de la reconstruction

D'après les formules (5.4.3), il est clair que la méthode de reconstruction des variables cinématiques est un point important de l'algorithme. Les quantités nécessaires pour effectuer le changement de référentiel sont \vec{q} et x . Le vecteur \vec{q} est normalement construit à partir de l'électron diffusé. Il est cependant possible de construire une énergie E_e et un angle θ_e correspondant à l'énergie et l'angle de l'électron pour un x et Q^2 donnés :

$$\begin{aligned}
 E_e &= xyE_p + \frac{(1-y)Q^2}{4xyE_p} \\
 \theta_e &= 2 \arctan \left(\frac{\sqrt{Q^2(1-y)}}{2xyE_p} \right)
 \end{aligned}
 \tag{5.4.5}$$

Les observables physiques étant invariantes par rotation dans le plan $(x - y)$, l'angle azimutal utilisé est celui de l'électron. Nous voyons d'après (5.4.5) qu'il est possible de reconstruire le vecteur \vec{q} à partir des différentes méthodes cinématiques. Avant de voir l'influence des différentes méthodes sur le changement de référentiel il est déjà possible de savoir que, pour $y < 0.1$, la résolution de la méthode électronique risque de biaiser fortement le changement de référentiel. Cette région correspond à celle où l'amplitude du changement de référentiel varie le plus et où l'angle de la rotation alignant le photon sur l'axe z' varie aussi le plus. Les migrations en x_e ont tendance à faire migrer les événements des petits y vers de plus grandes valeurs de y . Par conséquent l'amplitude du changement de référentiel sera plus faible et les axes du repère feront un angle plus important avec les débris du proton influençant fortement le résultat de l'algorithme.

Nous avons choisi deux méthodes pour estimer cette influence: la méthode e et la méthode Σ . Pour cela nous nous avons utilisé le Monte-Carlo LEPTO 6.4. et nous avons effectué le changement de référentiel avec \vec{q} et x générés, et avec les mêmes quantités définies par les méthodes e et Σ . Nous avons pris l'ensemble des jets du niveau hadronique. Nous avons ensuite comparé les valeurs de l'énergie E_b , l'angle polaire θ_b et l'angle azimutal ϕ_b de ces jets dans le référentiel de Breit obtenues à partir des vraies variables cinématiques avec celles obtenues par un changement de référentiel effectué à partir des différentes méthodes. Les résultats sont présentés dans les bins où nous effectuons la mesure. Nous voyons que pour les bins à grand x les trois quantités sont mal reconstruites avec un changement de référentiel effectué à partir de la méthode électronique. Par contre la méthode Σ est meilleure pour ces bins et se dégrade pour les petits x . Ceci est vrai pour E_b et θ_b ; à part la résolution sur ϕ_b qui se dégrade moins pour la méthode Σ que pour la méthode e . Nous voyons aussi que les résolutions ainsi obtenues montrent la même tendance que celle des variables cinématiques (cf chapitre 4).

La méthode Σ montrant une plus grande stabilité, nous avons choisi celle-ci pour faire le changement de référentiel. Nous réduisons aussi, grâce à cette méthode, les effets induits par les émissions de photons dans l'état initial.

5.5 Traitement des migrations

Pour extraire la densité de gluon, la mesure du taux de jets $R_{(2+1)}$ doit être comparée à une prédiction théorique. Afin d'effectuer cette comparaison il est fondamental de comprendre les migrations intervenant dans notre mesure. Nous avons ici deux types de migrations expérimentales :

- les migrations liées à la cinématique (mesure de x et Q^2),
- les migrations en multiplicité de jets.

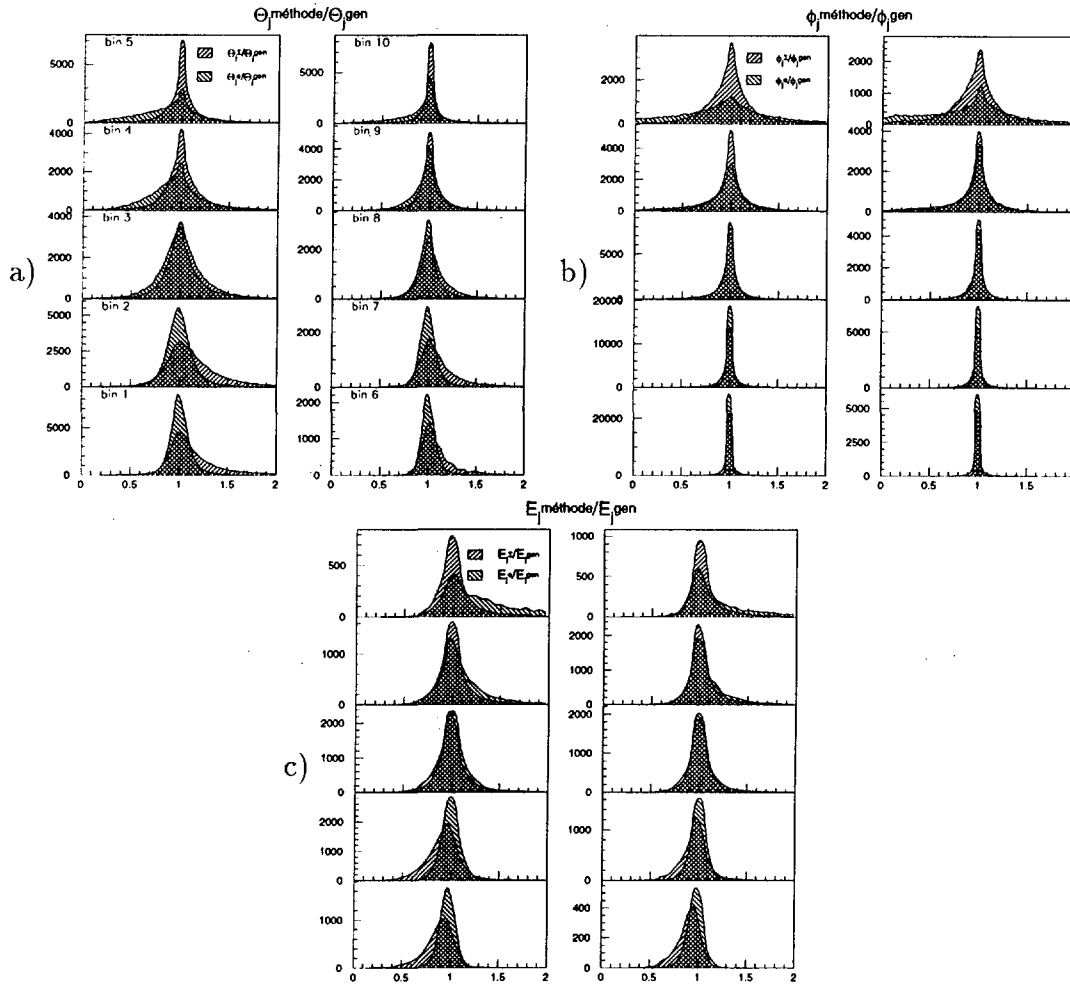


Figure 5.8 : Rapports

- a) $\theta_j^\Sigma/\theta_{\text{gen}}$ et $\theta_j^e/\theta_j^{\text{gen}}$
 b) $\phi_j^\Sigma/\phi_{\text{gen}}$ et $\phi_j^e/\phi_j^{\text{gen}}$
 c) $E_j^\Sigma/E_{\text{gen}}$ et E_j^e/E_j^{gen}

pour 2 bins en Q^2 (10-20 et 20-100 GeV^2) et 5 bins équadistants en $\ln_{10} x$

5.5.1 Factorisation des probabilités

L'étude de ces migrations se fait à l'aide de la chaîne de simulation (génération et simulation du détecteur). Afin de relier le taux de jets mesuré au taux de jets généré, on définit :

- i et j : des numéros de bins symbolisant un intervalle $[x_i, x_{i+1}]$, $[Q_i^2, Q_{i+1}^2]$. Afin de simplifier la lecture des formules à venir, l'indice i désigne un numéro de bin généré et j un numéro de bin reconstruit. Notons que les deux pavages

ne coïncident pas forcément (cf figure 5.4 et 5.5),

- $n_{im}^{jm'}$: nombre d'événements générés dans le bin i avec une multiplicité de jets $(m + 1)$ et reconstruits dans le bin j avec une multiplicité $(m' + 1)$,
- n_i^j : nombre total d'événements générés dans le bin i et reconstruit dans le bin j (on a $n_i^j = \sum_{m,m'} n_{im}^{jm'}$).

Le taux de jets mesuré dans le détecteur dans le bin j est alors donné par :

$$R_{(2+1)}^{rec}(j) = \frac{\sum_{i=1}^{N_{gen}} n_{i2}^{j2} + n_{i\bar{2}}^{j2}}{N_{gen} \sum_{i=1} n_i^j}; \quad j = 1, N_{rec} \quad (5.5.6)$$

où l'indice 2 désigne une multiplicité de jets égale à $(2 + 1)$ et $\bar{2}$ une multiplicité différente de $(2 + 1)$. Si le nombre d'événements générés est suffisamment élevé et si la simulation décrit bien les données expérimentales alors nous pouvons définir les probabilités :

$$p_{im}^{jm'} = \frac{n_{im}^{jm'}}{n_{im}} \quad (5.5.7)$$

$$p_i^j = \frac{n_i^j}{n_i} \quad (5.5.8)$$

et le taux de jets mesuré est alors égal à :

$$R_{(2+1)}^{mes}(j) = \frac{\sum_i [p_{i2}^{j2} \sigma^{(2+1)}(i) + p_{i\bar{2}}^{j2} (\sigma^{tot}(i) - \sigma^{(2+1)}(i))]}{\sum_i p_i^j \sigma^{tot}(i)} \quad (5.5.9)$$

où $\sigma^{(2+1)}(i)$ et $\sigma^{tot}(i)$ sont les "vraies" sections efficaces intégrées dans le bin i :

$$\sigma^{(2+1)}(i) = \int_{x_i}^{x_{i+1}} \int_{Q_i^2}^{Q_{i+1}^2} dx dQ^2 \frac{d\sigma^{(2+1)}}{dx dQ^2}$$

$$\sigma^{tot}(i) = \int_{x_i}^{x_{i+1}} \int_{Q_i^2}^{Q_{i+1}^2} dx dQ^2 \frac{d\sigma^{tot}}{dx dQ^2}$$

et $R_{(2+1)}^{mes}(j)$ est le taux de jet mesuré dans le bin j .

Afin d'augmenter la précision du Monte-Carlo sur la détermination de ces variables, nous pouvons supposer que les migrations en (x, Q^2) sont indépendantes

des migrations en multiplicité de jets. En d'autres termes cela revient à supposer que la migration en multiplicité d'un événement ne dépend pas de la cinématique mesurée.

Cette hypothèse n'est pas rigoureusement exacte car l'algorithme utilise les variables cinématiques mesurées. Si toutefois les migrations de la cinématique sont faibles dans nos bins d'analyse, cette hypothèse peut être appliquée.

En reprenant (5.5.7) l'hypothèse se traduit par :

$$n_{im}^{jm'} \cong \frac{n_i^j}{n_i} n_{im}^{m'} \quad (5.5.10)$$

où $n_{im}^{m'}$ est le nombre d'événements générés en i avec la multiplicité m et reconstruit avec la multiplicité m' quelque soit j . Ce qui est équivalent à :

$$p_{im}^{jm'} \cong p_i^j p_{m \rightarrow m'}^i \quad (5.5.11)$$

où $p_{m \rightarrow m'}^i \equiv n_{im}^{m'}/n_{im}$. La formule (5.5.9) devient alors :

$$R_{(2+1)}^{mes}(j) = \frac{\sum_i p_i^j \sigma^{\text{tot}}(i) \left([p_{2 \rightarrow 2}^i - p_{\bar{2} \rightarrow 2}^i] R_{(2+1)}^{\text{gen}}(i) + p_{2 \rightarrow 2}^i \right)}{\sum_i p_i^j \sigma^{\text{tot}}(i)} \quad (5.5.12)$$

où $R_{(2+1)}^{\text{gen}}(i) = \sigma^{\text{tot}}(i)/\sigma^{(2+1)}(i)$. Nous voyons d'après cette relation que la sensibilité de la mesure de $R_{(2+1)}$ à $\sigma^{(2+1)}$ s'exprime par :

$$\frac{\partial R_{(2+1)}^{mes}(j)}{\partial \sigma^{(2+1)}(i)} \cong \frac{p_i^j \sigma_i^{\text{tot}} [p_{2 \rightarrow 2}^i - p_{\bar{2} \rightarrow 2}^i]}{\sum_i p_i^j \sigma_i^{\text{tot}}}, \quad (5.5.13)$$

soit, si les migrations sont faibles,

$$\frac{\partial R_{(2+1)}^{mes}(j)}{\partial \sigma^{(2+1)}(i)} \cong p_{2 \rightarrow 2}^i - p_{\bar{2} \rightarrow 2}^i.$$

Par conséquent, la sensibilité de la mesure dépend de la différence entre $p_{2 \rightarrow 2}$ et $p_{\bar{2} \rightarrow 2}$. Cette relation sera très utile dans la détermination des critères de sélection à appliquer sur le lot d'événements final (2+1).

Cette factorisation des probabilités (si elle est vérifiée) présente plusieurs avantages :

- la réduction de l'incertitude statistique sur les facteurs correctifs provenant de la simulation. Ce point est important car nous disposons d'une luminosité équivalente pour les données et le Monte-Carlo,

- la possibilité d'effectuer les corrections dues aux radiations QED en utilisant le Monte-Carlo DJANGO pour déterminer les facteurs p_i^j . Dans ce cas, l'indice i se réfère à la "vraie" cinématique, i.e. celle définie au vertex hadronique (voir section 1.6). Nous reviendrons plus loin sur ce point.

5.5.2 Vérification de l'hypothèse de factorisation

Nous avons vu dans la section 5.4 que la méthode Σ permet d'avoir une meilleure stabilité dans la reconstruction des variables cinématiques. Elle permet en outre de mieux mesurer la cinématique dans les processus radiatifs QED. Il reste maintenant à vérifier la validité de cette hypothèse, i.e. a-t'on :

$$p_{im}^{jm'} \cong p_{m \rightarrow m'}^i p_i^j \text{ soit, } r(i, j, m, m') \equiv \frac{n_{im}^{jm'} n_i}{n_{m \rightarrow m'}^i n_{im}} \cong 1? \quad (5.5.14)$$

La figure 5.9 représente la distribution de tous les $r(i, j, m, m')$ calculées et la distribution de l'erreur statistique $\delta r(i, j, m, m')$ sur r . Nous voyons que la distribution est bien piquée à 1, avec une dispersion d'environ 24%. La distribution de l'erreur statistique ayant une dispersion du même ordre de grandeur, nous pouvons supposer que la dispersion des $r(i, j, m, m')$ est compatible avec les erreurs statistiques de ceux-ci.

Le dernier test consiste à utiliser la formule directe et la formule factorisée et de comparer le taux de jets ainsi obtenu. La figure 5.10 représente le taux de jets obtenu à partir de la formule exacte (5.5.9) et celui obtenu à partir de la formule factorisée (5.5.12), où dans un cas toutes les probabilités sont déterminées avec LEPTO et dans l'autre les p_i^j et $\sigma^{\text{tot}}(i)$ sont calculés avec DJANGO tandis que les $p_{2 \rightarrow 2}^i$ et $p_{\bar{2} \rightarrow 2}^i$ et $R_{(2+1)}^{\text{gen}}$ le sont avec LEPTO. Cette figure nous montre que l'hypothèse de factorisation est vérifiée car les points sont compatibles dans les barres d'erreurs statistiques. L'avantage de la factorisation est visible aussi sur la taille des erreurs statistiques qui est beaucoup plus faible dans le cas de la formule factorisée. On remarque aussi le bon accord entre DJANGO et LEPTO, indiquant une faible influence des corrections radiatives, ainsi qu'un effet de lissage car la statistique du lot d'événements simulés avec DJANGO³ est environ trois fois supérieure à celle du lot simulé avec LEPTO.

Nous utiliserons donc les p_i^j calculés à partir de DJANGO pour définir les migrations en x et Q^2 . Les valeurs de p_i^j ainsi obtenues sont reproduites dans les tableaux 5.3 et 5.4. Dans les deux tableaux, les valeurs (exprimées en %) sont plus importantes lorsque les bins de génération couvrent les bins de reconstruction. On remarque que les probabilités sont plus faibles lorsque le bin de reconstruction contient une des coupures de sélection (θ_e , E_e et y). Les bins de

³Ce lot est celui utilisé pour l'analyse de F_2 en 1994[1]

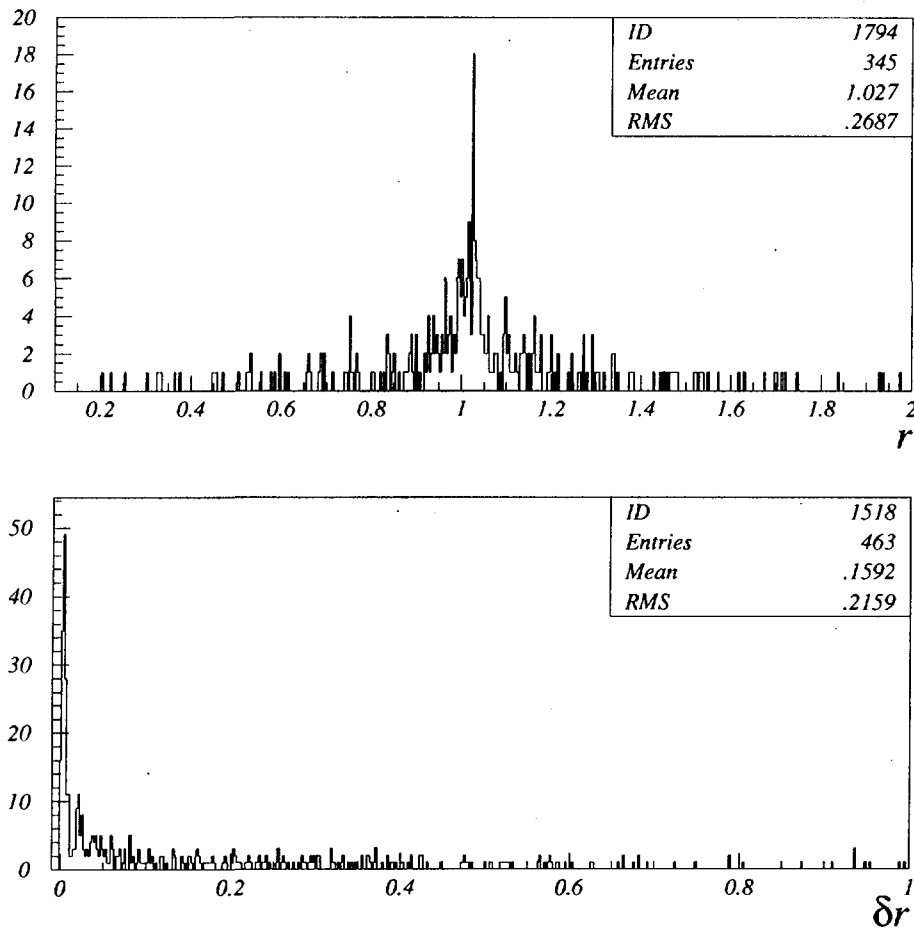


Figure 5.9 : Distribution des $r(i, j, m, m')$ et de l'erreur statistique $\delta r(i, j, m, m')$. Voir le texte pour les explications.

reconstruction à grand x et pour $Q^2 < 14 \text{ GeV}^2$ ($j = 8, 11$) sont couverts par deux bins de génération ($i = 22, 23$ pour $j = 8$ et $i = 30, 31$ pour $j = 11$), expliquant les fortes probabilités dans ce cas. D'une manière générale, les migrations observées en x et Q^2 sont assez faibles, à part pour les bins $j = 2$ et $j = 3$, qui sont substantiellement contaminés par les bins de plus bas x ($i = 11$ pour $j = 2$ et $i = 12$ pour $j = 3$). On note, malgré tout, que les migrations sont très faibles entre les bins non-adjacents.

5.6 Corrections radiatives QED

Nous allons maintenant discuter de l'effet potentiel des corrections radiatives sur la formule (5.5.12). Pour cela nous allons définir les effets des radiations QED sur

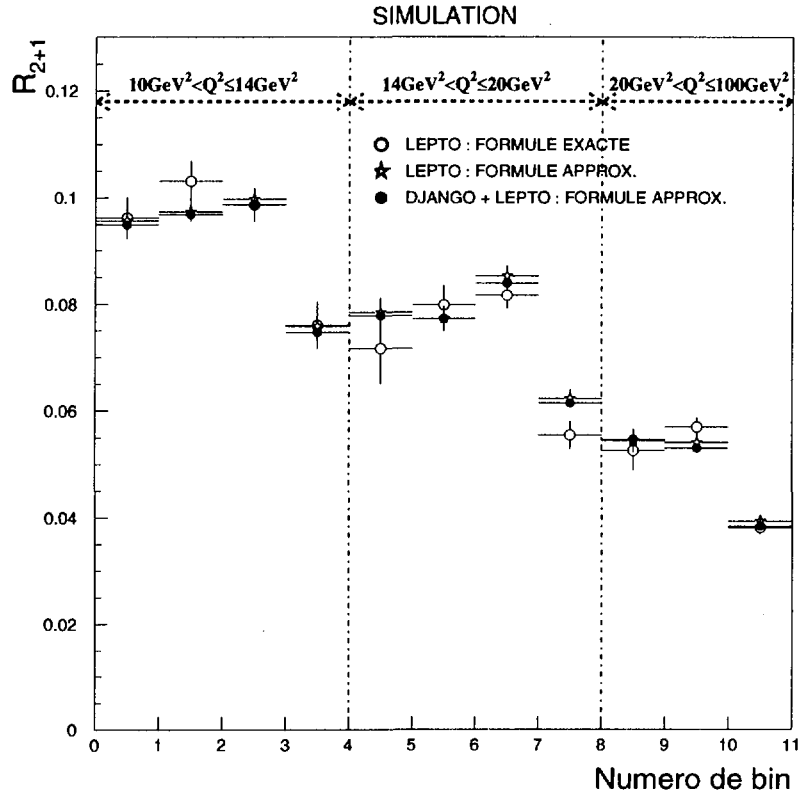


Figure 5.10 : Le taux de jets reconstruit au niveau détecteur, dans les onze bins de mesure. Les cercles blancs correspondent à la formule (5.5.9), i.e. où les $p_{im}^{jm'}$ sont calculés exactement. Les étoiles correspondent à la détermination du taux de jets à partir de la formule faisant l'hypothèse de la factorisation (5.5.12) et où les p_i^j et $\sigma^{\text{tot}}(i)$ sont déterminés à partir de LEPTO, les cercles noirs correspondent au cas où les p_i^j sont déterminés à partir de DJANGO. Les barres d'erreurs tiennent compte de toutes les fluctuations statistiques associées aux différentes probabilités. Cette figure utilise les coupures détaillées dans la suite du chapitre.

chacun des termes de cette formule :

- sur p_i^j , disposant du Monte-Carlo DJANGO incluant les processus radiatifs nous pouvons estimer et corriger ces effets, en choisissant de définir le bin i à partir des variables x et Q^2 définies au vertex hadronique.
- sur $R_{(2+1)}^{\text{gen}}$, le problème est plus délicat car nous ne disposons pas à l'heure actuelle de calculs théoriques du taux de jets tenant compte des processus QED d'ordre supérieurs. Sachant que l'effet expérimental le plus important

gen. \ rec.	1	2	3	4	5
1	.370±.111				.037±.026
2	.478±.043	.059±.017	.010±.007		.029±.013
3	1.578±.063	.409±.032	.094±.016		.012±.005
4	.355±.031	1.142±.057	.259±.028	.007±.005	.024±.008
5	.030±.008	.246±.019	.688±.033	.030±.007	
6	.004±.002	.012±.005	.265±.025	.361±.031	.004±.003
7		.010±.007	.025±.010	.118±.024	
8	.116±.025	.093±.021	.167±.029	.107±.022	
9					
10	.306±.099				.184±.077
11	41.481±.422	10.616±.261	.753±.075	.084±.035	2.914±.138
12	3.334±.154	37.934±.421	11.963±.283	.175±.035	.312±.042
13	.024±.011	2.466±.095	28.615±.289	1.891±.085	.011±.005
14	.007±.004	.067±.022	2.686±.118	16.039±.278	
15			.369±.067	3.074±.188	
16		.028±.012	.239±.036	.305±.039	
17					
18	.591±.417				
19	3.182±.177	.326±.057			19.455±.386
20	.893±.092	3.535±.167	.773±.084		3.098±.146
21	.028±.010	.544±.048	2.912±.109	.113±.023	.019±.007
22	.057±.023	.024±.010	.691±.064	2.109±.112	
23	.038±.027		.095±.034	.946±.107	
24		.014±.008	.093±.022	.213±.032	.013±.007
25					
26					
27	.096±.040				.128±.045
28	.020±.007				.293±.036
29	.016±.004				.037±.007
30	.016±.006	.014±.005	.005±.004		.006±.003
31				.014±.007	
32	.005±.002	.059±.040		.021±.005	.007±.003

Tableau 5.3 : Les valeurs de p_i^j en % pour $i = [1, 32]$ et $j = [1, 5]$. Les lignes correspondent aux bins de génération et les colonnes aux bins de reconstruction. Les valeurs encadrées indiquent les bins où les définitions des bins de génération couvrent les bins de reconstruction.

provient des radiations dans l'état initial, nous avons estimé la variation de $R_{(2+1)}$ en fonctions de \sqrt{s} . Pour cela nous avons utilisé DISSENT, et calculé le taux de jet pour différentes valeurs de \sqrt{s} , correspondant à une diminution de l'énergie de l'électron incident (ou à l'énergie d'un photon colinéaire émis dans l'état initial) de 0, 5, 10, 15, 20, 25 GeV. Le résultat représenté sur la figure 5.11, indique que $R_{(2+1)}$ est indépendant de \sqrt{s} , par conséquent les variations de la sections efficace totale sont les mêmes que celles de la section efficace (2+1).

- Sur σ^{tot} , les calculs existent et peuvent être estimés à partir de programmes existants. Nous avons utilisé le programme LESKO-F[2] qui permet de calculer la section efficace totale en tenant compte de l'ordre supérieur en

gen. \ rec.	6	7	8	9	10	11
1	.176±.075			.128±.064		
2	.020±.008			.009±.006	.024±.010	
3	.006±.005					
4	.044±.009			.009±.004		
5	.041±.007	.067±.010	.002±.002	.004±.002	.005±.002	
6	.036±.008	.031±.008	.084±.015	.011±.003	.006±.002	
7	.016±.008	.025±.013	.072±.018		.007±.003	.013±.006
8	.157±.028	.298±.040	.296±.038	.128±.024	.800±.065	1.233±.081
9						
10	.120±.060			.050±.035	.142±.058	
11	1.492±.097	.086±.026	.026±.013	.019±.014		
12	3.946±.159	1.393±.096		.052±.015		
13	.549±.041	3.927±.116	.449±.043	.057±.011	.192±.034	
14	.043±.014	.790±.061	3.491±.137	.031±.010	.095±.017	.165±.031
15		.162±.038	1.807±.146	.015±.008	.024±.012	.164±.043
16	.065±.018	.071±.019	.374±.056	.066±.018	.204±.035	.293±.044
17						
18	.875±.439					
19	10.439±.302	.375±.061		1.178±.097	.079±.026	
20	58.407±.430	18.025±.332	.138±.032	3.950±.153	1.530±.098	
21	3.096±.104	63.394±.308	5.001±.137	.392±.034	5.441±.130	.372±.036
22	.046±.015	7.364±.197	53.552±.388	.054±.015	1.255±.074	4.834±.150
23	.089±.032	1.345±.130	23.362±.490	.034±.017	.486±.078	4.315±.215
24	.017±.008	.547±.059	1.948±.100	.021±.010	.303±.050	.782±.065
25						
26						
27	.085±.043			.798±.126		
28	2.353±.109	.371±.043		33.991±.302	12.190±.210	.112±.023
29	.218±.019	1.669±.056	.040±.008	1.536±.045	67.573±.151	6.192±.084
30	.029±.009	.367±.029	1.306±.056	.074±.012	7.151±.100	75.816±.160
31	.027±.009	.091±.022	.943±.067	.038±.011	1.182±.063	65.730±.290
32	.024±.011	.029±.006	.219±.019	.042±.008	.612±.066	6.071±.080

Tableau 5.4 : Les valeurs de p_i^j en % pour $i = [1, 32]$ et $j = [6, 10]$.

QED $\sigma^{\text{tot(Born+QED)}}$. Avec ce programme, nous avons estimé le rapport $\frac{\sigma^{\text{tot(Born)}}}{\sigma^{\text{tot(Born+QED)}}$ dans chacun des bins de génération. Ce rapport atteint 10% dans les bins à grand y . Mais lorsque l'on utilise ces corrections dans la formule 5.5.12, l'effet observé sur $R_{(2+1)}^{\text{rec}}$ est inférieur à 0,4%. Et ceci car les migrations entre les bins sont faibles.

- Sur $p_{2 \rightarrow 2}$ et $p_{\bar{2} \rightarrow 2}$, l'effet est plus difficile à estimer en l'absence de Monte-Carlo décrivant à la fois les jets et incluant les processus radiatifs. Ces derniers peuvent avoir un effet sur le changement de référentiel et sur le Q^2 utilisé comme échelle dans l'algorithme. Pour cette raison, l'utilisation de la méthode Σ permet de réduire fortement l'influence de ces radiations (les corrections sont d'environ 1% sur σ^{tot} quand $E_e > 8$ GeV[3]). Pour voir de manière plus explicite l'influence des radiations sur le $p_{2 \rightarrow 2}$ et $p_{\bar{2} \rightarrow 2}$, nous avons utilisé deux lots d'événements générés et reconstruits à partir

du programme DJANGO avec et sans radiations QED. Nous avons ensuite comparé $p_{2 \rightarrow 2}$ et $p_{\bar{2} \rightarrow 2}$ et $R_{(2+1)}$ dans les deux cas. Les résultats sont reproduits sur la figure 5.12 où nous avons appliqué une coupure sur les jets à l'avant de 7° et à l'arrière de 110° (voir section suivante). L'influence sur $p_{2 \rightarrow 2}$ et $p_{\bar{2} \rightarrow 2}$ (figure du haut) n'est forte que pour certains points en x et Q^2 (compatibles avec zéro dans les fluctuations statistiques), mais aucune dépendance systématique n'est visible sur l'amplitude des corrections radiatives $\delta_{QED} = R_{(2+1)}^{\text{rec,QED}} / R_{(2+1)}^{\text{rec,non-QED}}$ où $R_{(2+1)}$ est calculé à partir de la formule (5.5.12)). Ces points ont été ajustés par une droite $\delta_{QED} = a$, donnant $a = 1.004$ et $\Delta a = 1,3\%$. Ce résultat n'est pas notablement modifié en faisant varier les coupures angulaires.

5.7 Détermination du taux de jets

Nous allons maintenant décrire la mesure du taux de jets. Comme nous utilisons le Monte-Carlo pour corriger des effets de détecteur (ou plutôt déterminer la matrice de transition hadrons-détecteur), il est important de vérifier que le Monte-Carlo reproduise les distributions obtenues à partir des données. L'autre point important consiste à vérifier la sensibilité de la mesure en fonction des coupures appliquées. Pour cela, nous avons utilisé les probabilités $p_{2 \rightarrow 2}$ et $p_{\bar{2} \rightarrow 2}$.

5.7.1 Coupures angulaires

Des problèmes peuvent apparaître au niveau de l'acceptance angulaire du détecteur : vers l'arrière où la mesure des hadrons est de qualité médiocre et vers l'avant aux limites du calorimètre. Afin de conserver la propriété de factorisation de l'algorithme une coupure angulaire ne peut être effectuée qu'*après l'algorithme*[4]. Afin d'être cohérent, lors de l'utilisation de la mesure pour l'extraction de la densité de gluon, il est nécessaire d'effectuer des coupures angulaires sur θ_1 et θ_2 (L'indice 1 représente le jet de plus faible angle). En appliquant une coupure sur les jets, nous tenons compte du fait que les jets ayant une multiplicité supérieure à $(2+1)$ avant la coupure angulaire peuvent se retrouver avec une multiplicité égale à $(2+1)$ après coupure : le taux de jet ne décroît donc pas forcément lorsque l'on réduit l'acceptance angulaire. Les coupures sur les jets à l'avant et à l'arrière seront désignées respectivement par θ_{\min} et θ_{\max} .

Les raisons pour appliquer une coupure à l'avant sont multiples :

- de nombreux jets au niveau hadronique sont reconstruits à l'avant, indiquant une influence des débris du proton, non modélisée par pQCD.

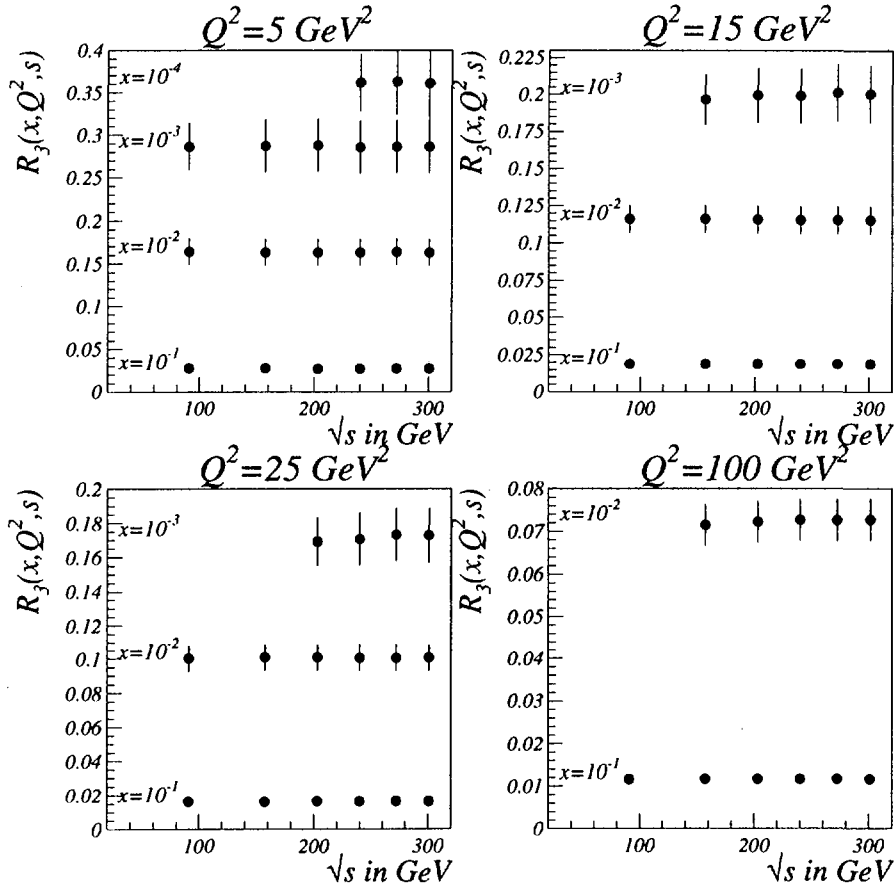


Figure 5.11 : Evolution du taux de jets en fonction de \sqrt{s} pour quatre valeurs de Q^2 et quatre valeurs de x indiquées sur la figure, calculé avec le programme DISENT (explications dans le texte).

- les effets de bord dus à l'acceptance peuvent introduire un biais dans l'angle des jets.

La limite de l'acceptance du détecteur varie dans cette région entre $3,7^\circ$ et $4,3^\circ$ en fonction de la position du vertex. Afin de limiter les effets de bords, nous avons décidé d'appliquer une coupure $\theta_{\min} = 7^\circ$ sur les jets à l'avant.

Comme nous l'avons déjà dit, le BEMC n'a pas été conçu pour mesurer les hadrons. Si les distributions inclusives (y_Σ par exemple) sont statistiquement reproduites par la simulation, les corrélations entre l'énergie des hadrons et les amas mesurés par le BEMC ne sont pas bonnes (Nous rappelons que 30% des hadrons ne déposent pas d'énergie dans le BEMC). La roue BBE est elle aussi

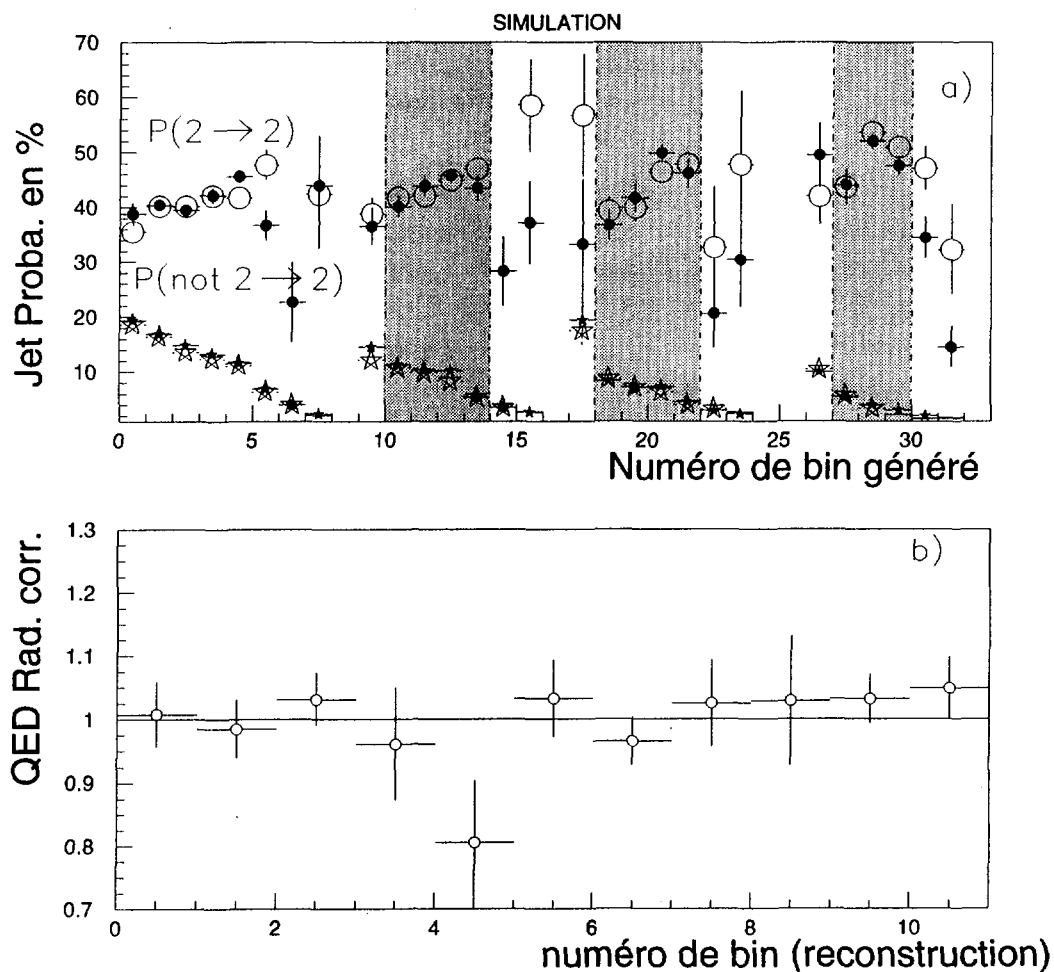


Figure 5.12 : La figure du haut représente les valeurs de $p_{2 \rightarrow 2}$ et $p_{\bar{2} \rightarrow 2}$ calculées dans les bins de génération, pour deux lots d'événements générés avec DJANGO avec radiation QED (symboles blancs) et sans radiations QED (symboles noirs). Les numéros de bins sont ceux du tableau 5.2. La figure du bas représente le rapport $R_{(2+1)}^{\text{rec,QED}} / R_{(2+1)}^{\text{rec,non-QED}}$ où $R_{(2+1)}$ est le taux de jet mesuré dans les bins définis par le tableau 5.1. Ces deux figures ont été obtenues avec une coupure sur les jets à l'avant de 7° et à l'arrière de 110° . Les bandes grisées représentent le domaine de mesure.

conçue pour la mesure de particules électromagnétiques. En raison de nombreux canaux morts et d'une quantité importante de matériaux inactifs placée devant la roue (câblage du système de traces, support mécanique du BEMC, etc.) la simulation des dépôts de particules hadroniques est mal reproduite.

Malgré ces problèmes nous avons choisi d'inclure les signaux de ces sous-détecteurs et d'appliquer par la suite une coupure sur les jets. En tenant compte de la variation du vertex, nous avons requis que les jets soient complètement contenus dans la roue CB1H. Ceci correspond à une coupure $\theta_{\max} = 110^\circ$.

Une manière de voir l'amélioration sur les corrélations en multiplicité, obtenues en appliquant ces coupures angulaires est de regarder le comportement des probabilités $p_{2 \rightarrow 2}$ et $p_{\bar{2} \rightarrow 2}$. Nous avons comparé ce comportement en appliquant une coupure à l'arrière pour éviter les modules triangulaires du BEMC ($\theta_{\max} = 170^\circ$), et avec une coupure $\theta_{\max} = 110^\circ$.

La figure 5.13 représente les valeurs de $p_{2 \rightarrow 2}$ et $p_{\bar{2} \rightarrow 2}$ calculées dans chacun des bins générés. Nous voyons que l'inclusion des jets reconstruits dans le BEMC et BBE a un effet surtout aux petites valeurs de x (les hadrons étant préférentiellement diffusés vers l'arrière). La coupure à 110° a pour effet de réduire $p_{\bar{2} \rightarrow 2}$ et d'augmenter $p_{2 \rightarrow 2}$, permettant ainsi une meilleure sensibilité à la mesure (définie par $p_{2 \rightarrow 2} - p_{\bar{2} \rightarrow 2}$).

Nous avons observé qu'en diminuant au fur et à mesure la valeur de θ_{\max} , la sensibilité se stabilise dès que l'on dépasse la roue BBE.

5.7.2 Comparaison entre les données et le Monte-Carlo

Le Monte-Carlo étant utilisé pour corriger les données, il est important de vérifier que :

- le Monte-Carlo décrit correctement à la fois $R_{(2+1)}$ et les distributions reliées aux jets,
- les corrections entre le niveau hadronique et le niveau reconstruit sont faibles.

Pour le premier point, nous rappelons que dans le cas de LEPTO les divergences des éléments de matrice sont régularisées par une coupure sur la variable $z_p > 0.01$ et sur la masse invariante des deux partons $\sqrt{s_{12}} > 2 \text{ GeV}$. Il est par conséquent important de contrôler la répercussion de ces coupures sur les distributions finales. La définition de z_p que nous utiliserons pour les jets reconstruits est :

$$z_p = \frac{\min \{E_1(1 - \cos \theta_1), E_2(1 - \cos \theta_2)\}}{E_1(1 - \cos \theta_1) + E_2(1 - \cos \theta_2)} \quad (5.7.15)$$

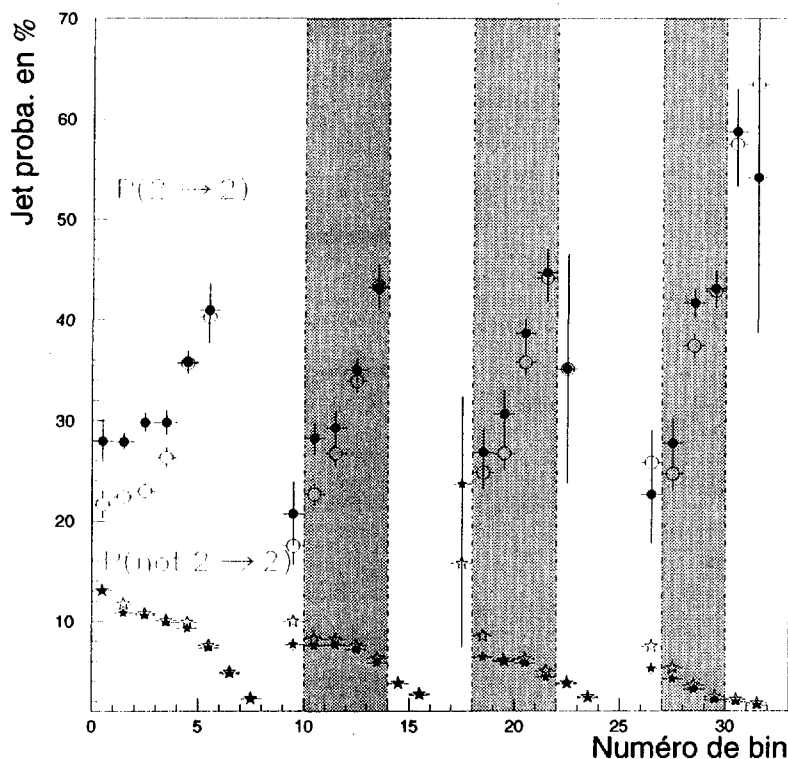


Figure 5.13 : Comportement des probabilités $p_{2 \rightarrow 2}$ et $p_{\bar{2} \rightarrow 2}$. Les cercles représentent $p_{2 \rightarrow 2}$ et les étoiles $p_{\bar{2} \rightarrow 2}$. Les symboles noirs correspondent à une acceptation $7^\circ < \theta_{1,2} < 110^\circ$ et les symboles blancs à une acceptation $7^\circ < \theta_{1,2} < 170^\circ$. En abscisse, le numéro du bin défini dans le tableau 5.2. Les lignes verticales en pointillés marquent les domaines où les bins de génération recouvrent les bins de mesure. Une coupure justifiée par la suite à $z_p > 0,15$ est appliquée ici.

où E_i (resp. θ_i) désigne l'énergie (resp. l'angle) du $i^{\text{ème}}$ jet, le premier étant celui le plus à l'avant. La masse invariante M_{12} entre les deux jets reconstruits est définie par :

$$M_{12} = \sqrt{E_1 E_2 (1 - \cos \theta_{12})} \quad (5.7.16)$$

où θ_{12} désigne l'angle entre les deux jets (Cette variable est directement reliée à x_p par la relation $x_p = \frac{Q^2}{Q^2 + M_{12}^2}$). Il s'agit maintenant de savoir la manière dont les variables reliées aux jets sont décrites par le Monte-Carlo.

Pour la comparaison entre les données et le Monte-Carlo, nous avons comparé les distributions en domaines de Q^2 et de x séparément. En raison de la faible sta-

tistique il est difficile d'effectuer cette comparaison bin par bin. En x les domaines de comparaisons sont :

- $2.10^{-4} < x \leq 3, 2.10^{-4}$,
- $3, 2.10^{-4} < x \leq 8.10^{-4}$,
- $8.10^{-4} < x \leq 3.10^{-3}$,
- $3.10^{-3} < x \leq 10^{-2}$,

et en Q^2 :

- $10 \text{ GeV}^2 < Q^2 \leq 14 \text{ GeV}^2$,
- $14 \text{ GeV}^2 < Q^2 \leq 20 \text{ GeV}^2$,
- $20 \text{ GeV}^2 < Q^2 \leq 100 \text{ GeV}^2$.

Les comparaisons ont été effectuées avec $\theta_{\min} = 7^\circ$ et $\theta_{\max} = 110^\circ$. Les distributions des variables z_p , θ_1 et θ_2 sont reproduites sur les figures 5.14 et 5.15 pour les domaines en x et Q^2 . Les distributions de M_{12} , E_1 et E_2 sont reproduites sur les figures 5.16 et 5.17. Toutes les distributions sont normalisées au nombre total d'événements (2+1) jets, permettant ainsi d'estimer une différence au niveau de la dynamique des jets et non pas simplement une différence du taux de jets.

Pour θ_1 nous observons un excès des données par rapport au Monte-Carlo, autour de 7° et ce, quelque soit x et Q^2 . L'angle θ_2 présente aussi un excès à partir de 80° aux grandes valeurs de x et Q^2 . La variable z_p présente un excès pour tout le domaine cinématique mais plus prononcé aux petites valeurs de x . Cette différence en z_p est attribuée à la coupure effectuée par la génération dans LEPTO. On remarque, malgré tout, une description globalement raisonnable de ces variables.

Pour E_1 , E_2 et M_{12} , l'accord entre le Monte-Carlo et les données est meilleur et on ne remarque aucun écart systématique. On voit cependant, qu'aux petites valeurs de x et Q^2 un certain nombre de jets ont été reconstruits avec une très faible énergie ($< 1 \text{ GeV}$). Ces jets n'étant pas observés au niveau hadronique, ils proviennent de cellules bruyantes dans le calorimètre n'ayant pas pu être éliminées. Cet effet étant reproduit par le Monte-Carlo (qui inclue aussi les topologies de cellules bruyantes dans le calorimètre à argon liquide), il sera pris en compte dans les probabilités de migrations.

Le taux de jet final a été déterminé avec les coupures suivantes :

- $\theta_{\max} = 110^\circ$

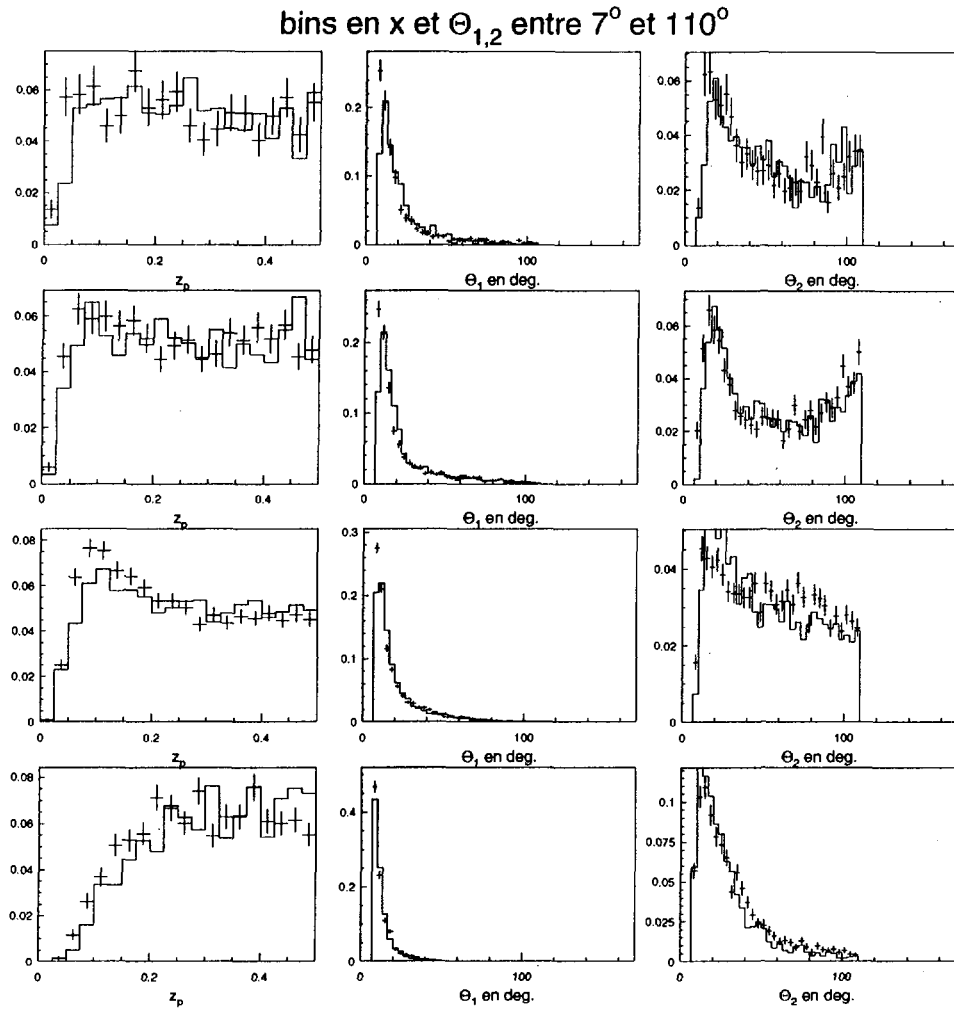


Figure 5.14 : Distributions de z_p , θ_1 et θ_2 pour les quatre domaines de x . En partant du haut vers le bas les domaines sont respectivement : $2.10^{-4} < x \leq 3,2.10^{-4}$, $3,2.10^{-4} < x \leq 8.10^{-4}$, $8.10^{-4} < x \leq 3.10^{-3}$ et $3.10^{-3} < x \leq 10^{-2}$. Ces distributions sont normalisées au nombre d'événements $(2+1)$. Les barres d'erreurs correspondent aux données et les histogrammes au Monte-Carlo. L'acceptance pour les jets est indiquée sur la figure.

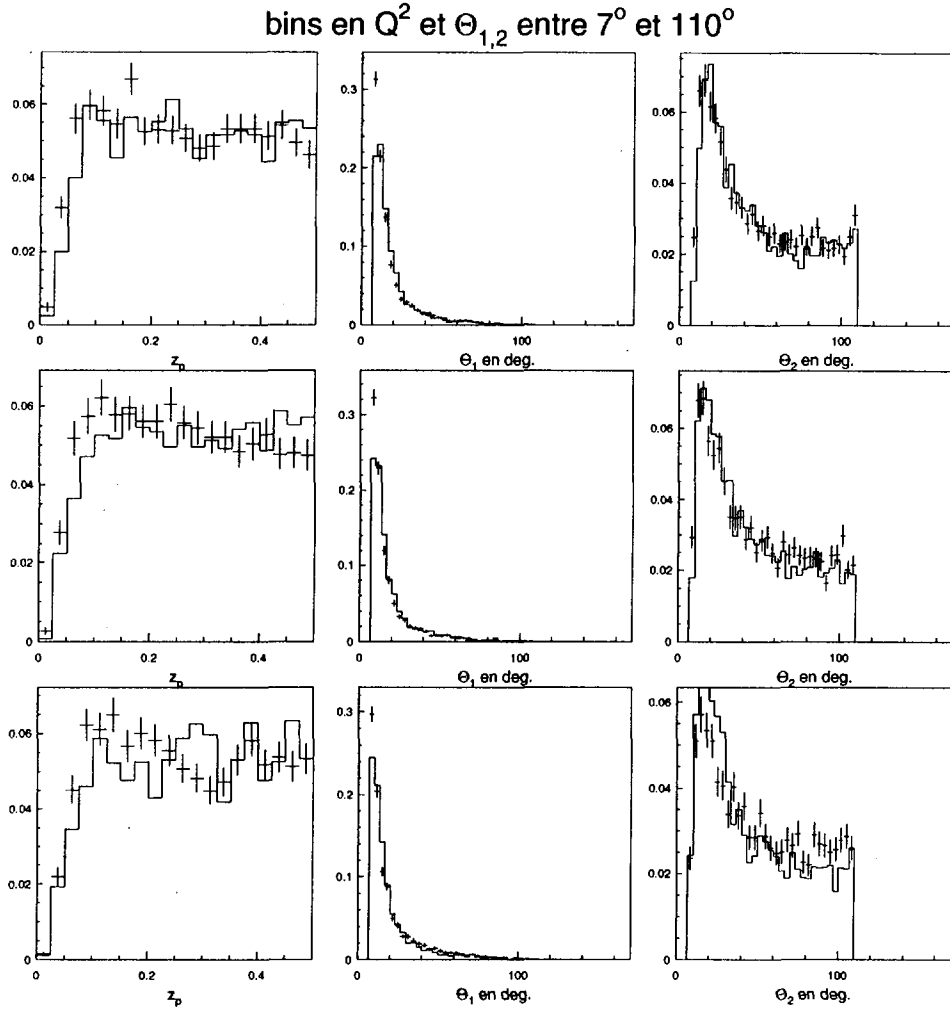


Figure 5.15 : Distributions de z_p , θ_1 et θ_2 pour les trois domaines de Q^2 définis dans le tableau. La colonne du haut correspond à $10 \text{ GeV}^2 < Q^2 \leq 14 \text{ GeV}^2$, celle du milieu à $14 \text{ GeV}^2 < Q^2 \leq 20 \text{ GeV}^2$ et celle du bas à $20 \text{ GeV}^2 < Q^2 \leq 100 \text{ GeV}^2$. Ces distributions sont normalisées au nombre d'événements $(2+1)$ jets. Les barres d'erreurs correspondent aux données et les histogrammes au Monte-Carlo. L'acceptance pour les jets est indiquée sur la figure.

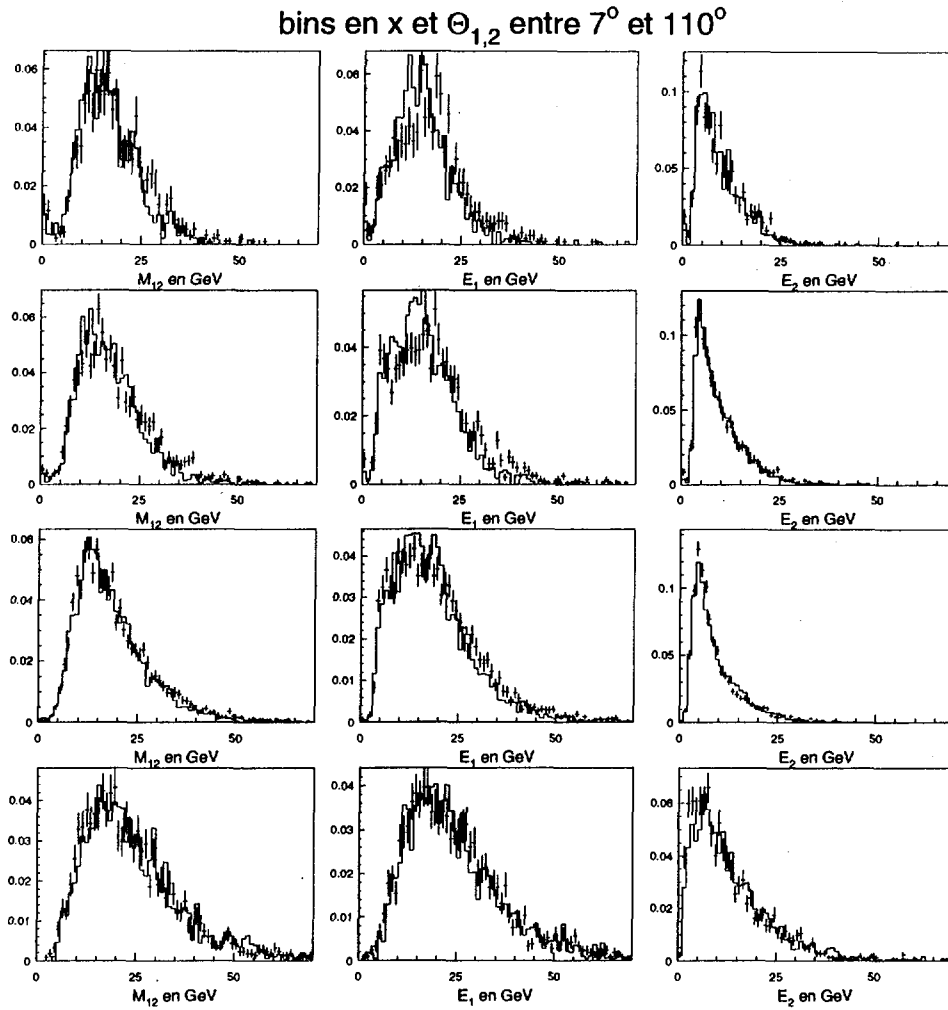


Figure 5.16 : Distributions de M_{12} , E_1 et E_2 pour les quatre domaines en x . (voir figure 5.14 pour les détails)

- $\theta_{\min} = 7^\circ$
- $z_p > 0,15$

Nous avons vérifié pour chacune de ces coupures la stabilité des résultats obtenus. Nous avons pour cela toujours vérifié l'accord entre les données et le Monte-Carlo sur les distributions décrites précédemment. L'autre vérification a consisté à regarder l'évolution de $p_{2 \rightarrow 2}$ et $p_{\bar{2} \rightarrow 2}$ en fonction des coupures appliquées. Nous avons déjà remarqué que les valeurs de $p_{2 \rightarrow 2}$ et $p_{\bar{2} \rightarrow 2}$ devenaient stables à partir de $\theta_{\max} = 130^\circ$ (Limite de la roue BBE). En dessous de cette valeur aucune différence notable n'apparaît sur les probabilités $p_{2 \rightarrow 2}$ et $p_{\bar{2} \rightarrow 2}$. En revanche, la

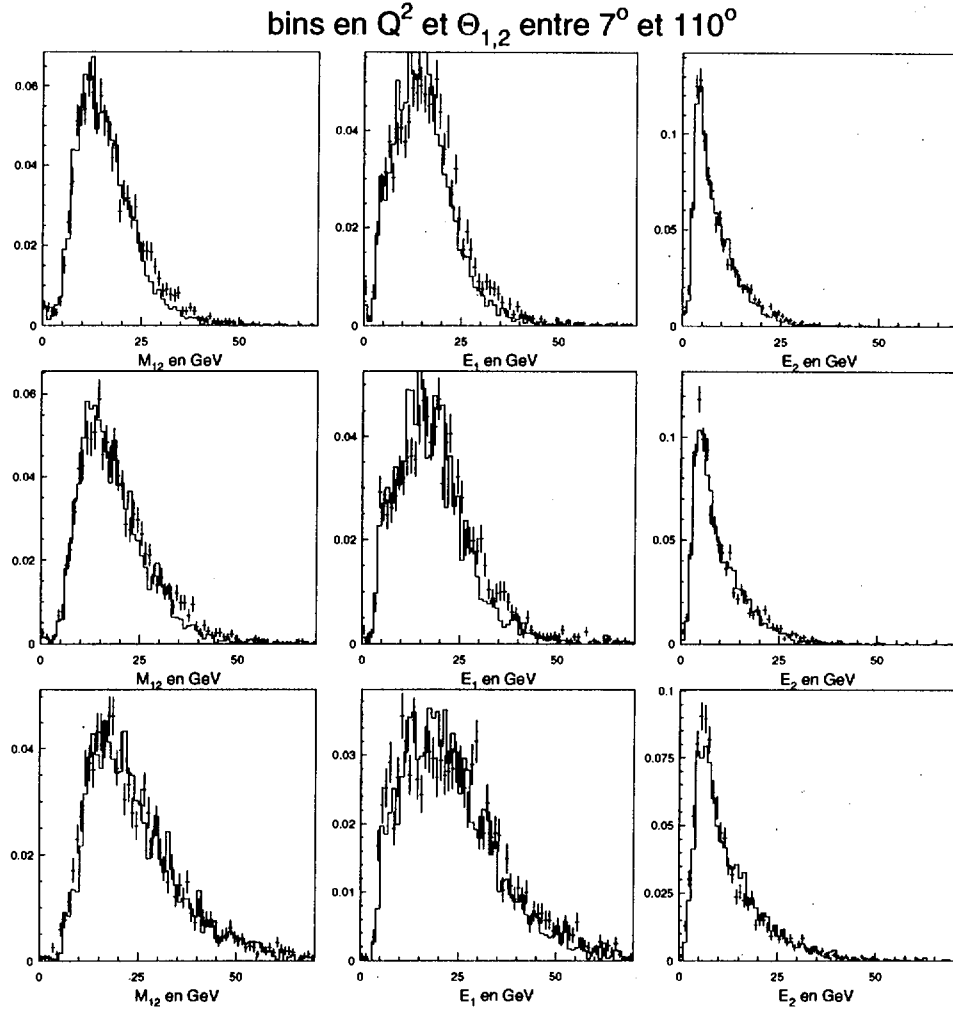


Figure 5.17 : Distributions de M_{12} , E_1 et E_2 pour les trois domaines en Q^2 (voir figure 5.15 pour les détails)

coupe à l'avant θ_{\min} et en z_p , modifie sensiblement les corrélations entre les niveaux hadroniques et reconstruits. Nous avons donc considéré trois autres lots d'événements (2+1) jets. Afin de simplifier les appellations, nous avons désigné les lots par les lettres A, B, C et D définis comme suit :

- Lot A : $\theta_{\min} = 7^\circ$, $\theta_{\max} = 110^\circ$ et $z_p = 0,15$
- Lot B : $\theta_{\min} = 15^\circ$, $\theta_{\max} = 110^\circ$ et $z_p = 0,15$
- Lot C : $\theta_{\min} = 7^\circ$, $\theta_{\max} = 110^\circ$ et $z_p = 0,25$
- Lot D : $\theta_{\min} = 15^\circ$, $\theta_{\max} = 110^\circ$ et $z_p = 0,05$

Nous observons pour les lot B, un meilleur accord sur les distributions entre les données et le Monte-Carlo, surtout sur l'angle θ_1 reproduit sur la figure 5.18. Nous voyons sur cette même figure un meilleur accord sur la variables z_p . Pour cette raison nous défini le lot D où la coupure en z_p est réduite Sur la figure 5.19, nous

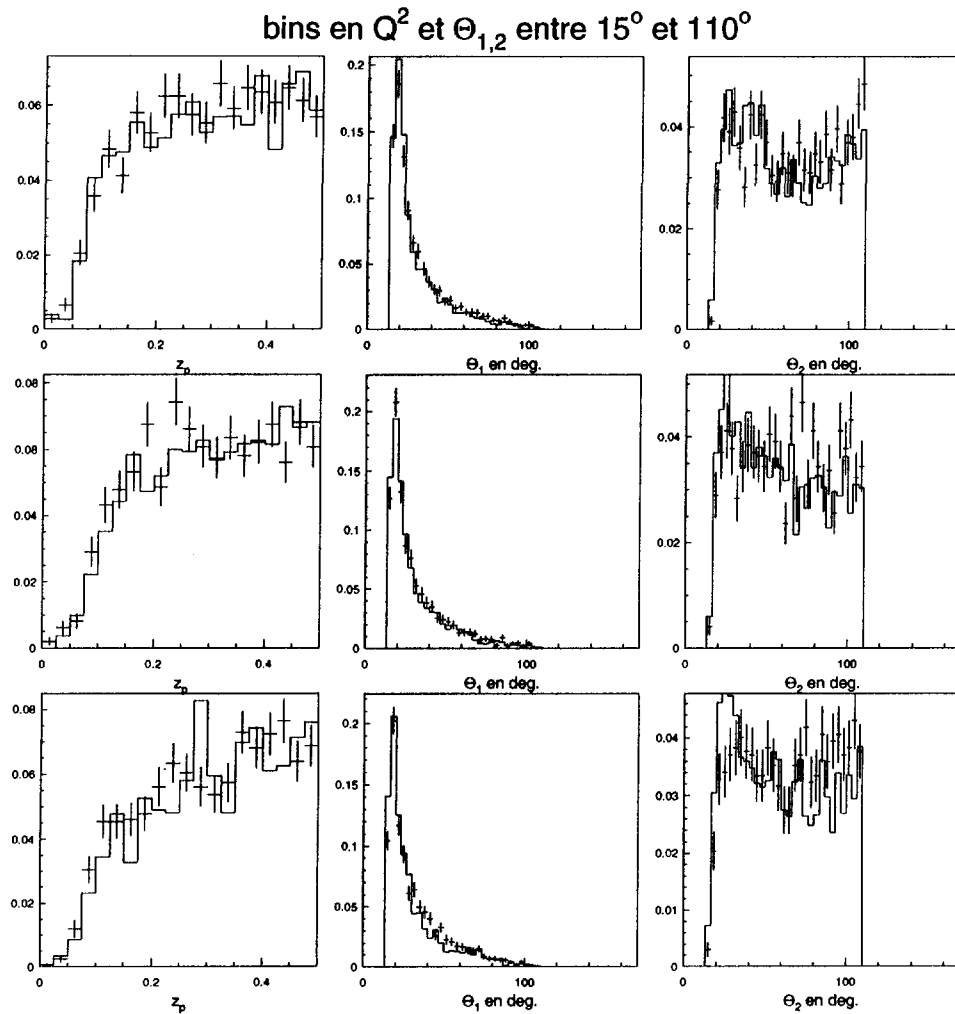


Figure 5.18 : Distribution de z_p , θ_1 et θ_2 pour les trois domaines en Q^2 et avec les coupures du lot B.

voyons que la coupure $\theta_{\min} = 15^\circ$ fait baisser $p_{2 \rightarrow 2}$ surtout aux grandes valeurs de x , par contre $p_{\bar{2} \rightarrow 2}$ est plus faible dans tout le domaine cinématique. Nous avons donc un certain gain en sensibilité pour les petites valeurs de x . On remarque aussi un aspect intéressant ; à grand x , l'efficacité ($p_{2 \rightarrow 2}$) baisse de moitié mais la contamination est réduite à un niveau presque nul.

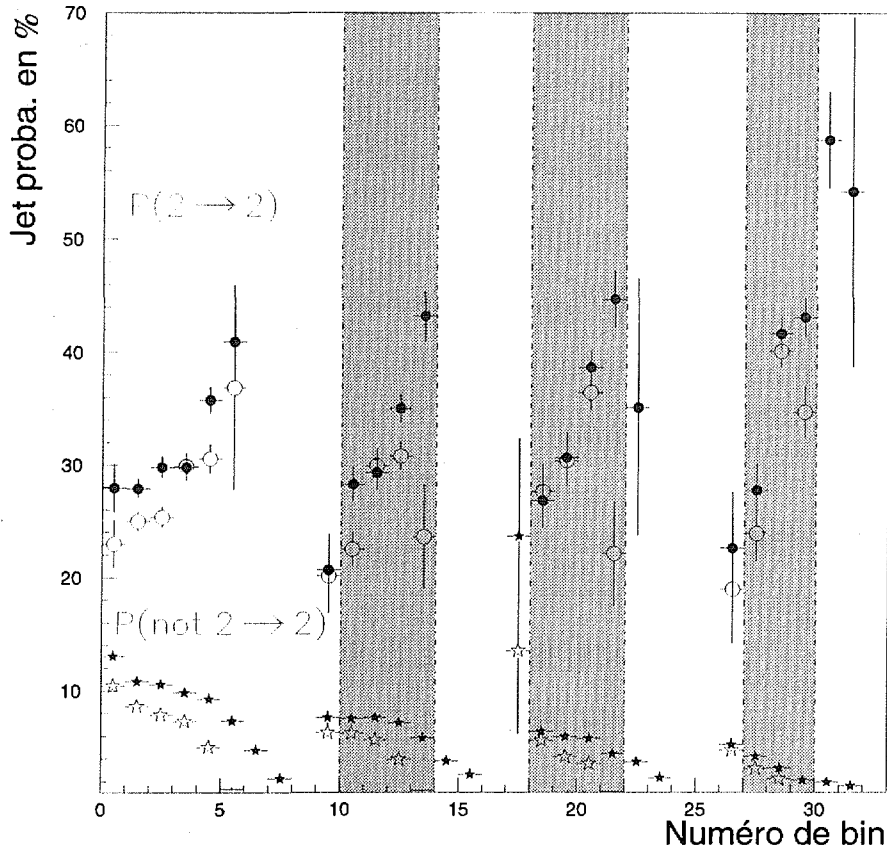


Figure 5.19 : Comportement de $p_{2 \rightarrow 2}$ et $p_{\bar{2} \rightarrow 2}$, pour le lot A (symbole noirs) comparé au lot B (symbole blancs).

En augmentant la coupure sur z_p jusqu'à 0,25 nous voyons sur la figure 5.20, que globalement $p_{2 \rightarrow 2}$ et $p_{\bar{2} \rightarrow 2}$ sont plus faibles mais la différence entre les deux est plus faible que dans le cas où $z_p > 0,15$.

5.8 Erreurs systématiques

Nous allons maintenant décrire les sources d'erreur systématique, affectant notre mesure. Les erreurs ont été calculées sur les quatre lots d'événements A, B, C et D définis précédemment. Nous n'avons pas vu de comportement différent (à part les fluctuations statistiques) des erreurs systématiques pour ces quatre lots.

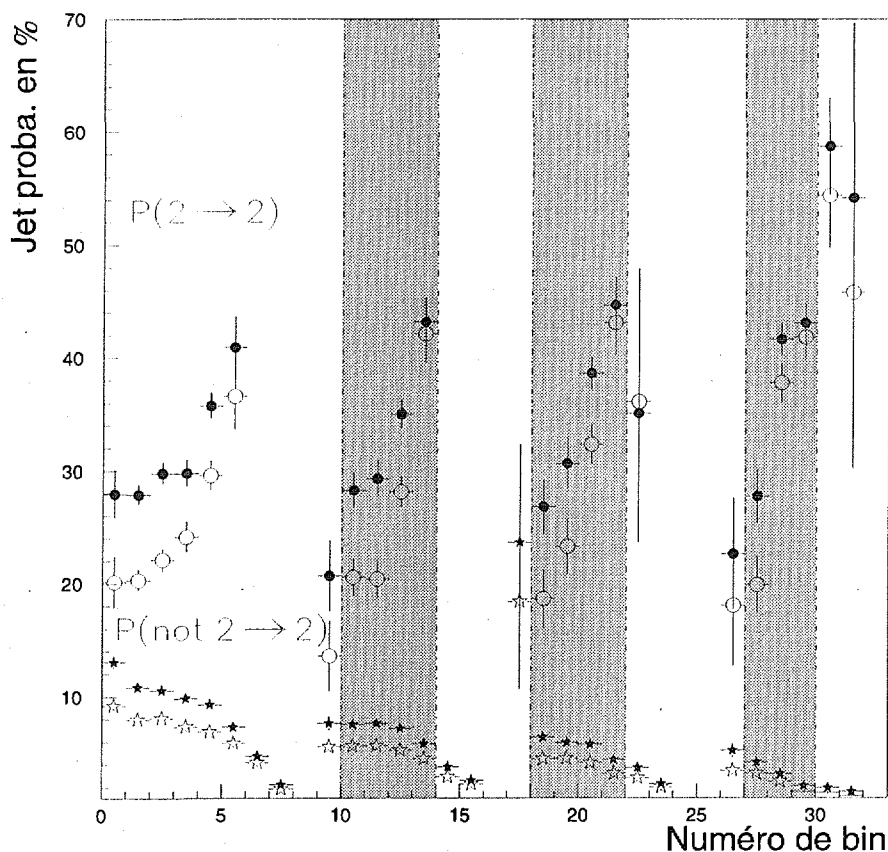


Figure 5.20 : Comportement de $p_{2 \rightarrow 2}$ et $p_{\bar{2} \rightarrow 2}$ du lot A (symbole noirs) comparé au lot C (symboles blancs).

Les sources d'erreur systématique sur nos mesures sont les suivantes :

- L'échelle absolue de l'énergie hadronique dans le BEMC[1, 5] a été déterminée avec une erreur de 15%. L'incertitude sur cette échelle a été estimée par comparaison du rapport du moment transverse des hadrons au moment transverse de l'électron (p_t^h/p_t^e) entre les données et le Monte-Carlo. Cette incertitude intervient à la fois dans la définition de la cinématique (à travers la variable Σ) et dans l'énergie des amas utilisés pour construire les jets. On s'attend à ce que l'effet soit important surtout aux grandes valeurs de y , car la proportion de hadrons diffusés vers l'arrière y est plus importante et par conséquent la contribution à la variable y_Σ augmente jusqu'à dominer pour $y > 0,3$ (voir figure 4.4).

- L'incertitude sur l'échelle absolue de l'énergie hadronique dans le calorimètre à argon liquide a été déterminée de la même manière que pour le BEMC. Cependant, ce calorimètre étant plus adapté pour les hadrons, l'incertitude est de 4%[1]. Comme dans le cas du BEMC, cette erreur affecte à la fois la mesure de la cinématique mais cette fois dans la presque totalité domaine cinématique ($y < 0,3$). Elle agit aussi sur les amas d'énergie utilisés pour définir les jets.
- L'angle polaire de l'électron est mesuré à partir de la position du vertex et de l'impact dans la BPC. Une étude très détaillée se trouve en [6]. En plus de l'écart entre les données et le Monte-Carlo, l'effet systématique sur θ_e tient aussi compte de l'incertitude sur la détermination du déplacement relatif de la BPC et du BEMC (cf section 4.8.1.1), donnant une incertitude globale de **1 mrad**.
- L'incertitude associée à la mesure des traces est plus délicate dans le sens où elle dépend des processus considérés. Dans [7], les incertitudes sont déterminées à partir de la différence sur l'efficacité des traces entre les données et le Monte-Carlo, estimée par dépouillement visuel. Cette incertitude varie de 2% à 4% selon la mesure effectuée. Dans le cadre de la mesure de F_2 [1], l'incertitude a été estimée de la même manière que pour l'énergie hadronique, et a donné une valeur de **3%**.

Cette source d'erreur systématique n'agit que sur la définition de la cinématique, et notamment aux petites valeurs de y où la contribution des traces à y_Σ , atteint 37% (cf figure 4.4).

- L'échelle absolue de l'énergie électromagnétique dans le BEMC a été déterminée à 1% près[6, 8]. Cette incertitude a été estimée à partir des différences entre le Monte-Carlo et la reconstruction. Cette incertitude n'affecte que la mesure des variables cinématiques. Par conséquent l'effet sur le taux de jets se fera au travers du changement de référentiel et à la mesure de Q^2 intervenant dans (5.4.1) et (5.4.2).

Comme nous mesurons un taux d'événements l'incertitude sur la luminosité n'intervient pas comme source d'erreur, ainsi que les incertitudes liées aux coupures relatives à la sélection globale des événements (vertex, énergie et angle de l'électron, estimateurs sur la distance BPC-centre de gravité de l'amas, et rayon de l'amas électromagnétique).

Les erreurs induites par ces effets systématiques sur la mesure du taux de jets sont déterminées de la manière suivante. Nous effectuons deux nouvelles mesures de $R_{(2+1)}$ (sur les données) consécutives à un déplacement d'un écart type de chacune des sources d'incertitudes. Nous noterons $R_{(2+1)}^+(j)$ et $R_{(2+1)}^-(j)$ les deux

taux de jets ainsi obtenus. L'erreur systématique induite sur $R_{(2+1)}(j)$ par la $k^{\text{ième}}$ source d'incertitude s'écrit alors :

$$\delta_k^\pm(j) = \frac{R_{(2+1)}(j)}{R_{(2+1)}^\pm(j)} - 1. \quad (5.8.17)$$

Pour observer la nature de l'effet systématique induit par cette source sur notre mesure, il est plus instructif d'étudier les variations des nombres d'événements (2+1) jets indépendamment de celles du nombre total d'événements. En notant :

$$R_{(2+1)}(j) = \frac{n_{j2}}{n_j} \quad ; \quad R_{(2+1)}^\pm(j) = \frac{n_{j2}^\pm}{n_j^\pm} \quad (5.8.18)$$

on détermine expérimentalement les rapports :

$$\delta_{n_2}^\pm(j) = \frac{n_{j2}^\pm}{n_{j2}} \quad \text{et} \quad \delta_n^\pm(j) = \frac{n_j^\pm}{n_j} \quad (5.8.19)$$

et la manière dont varient ces rapports nous renseigne sur la nature de l'erreur :

- si l'on observe $\delta_{n_2}^\pm(j) \sim \delta_n^\pm(j)$ pour certains bins j , cela indique que le taux de jets n'est pas affecté car les variations du lot d'événements (2+1) suivent celles de l'ensemble des événements. Il subsiste alors une incertitude liée au nombre limité d'événements utilisés pour cette étude, On décide alors de prendre la valeur moyenne $\bar{\delta}_k^\pm$ des $\delta_k^\pm(j)$ sur tous les bins et de classer cette source parmi les erreurs non corrélées lorsque $\bar{\delta}_k^+$ et $\bar{\delta}_k^-$ sont de même signe ou inférieurs à 1%. Dans le cas contraire, on classe l'erreur $\bar{\delta}_k^\pm$ parmi les erreurs corrélées en affectant à chaque bin la même erreur.
- dans le cas où $\delta_{n_2}^\pm(j)$ est très différent de $\delta_n^\pm(j)$, $\delta_k^\pm(j)$ est déterminée pour chaque bin j et est classée parmi les erreurs corrélées.

La figure 5.21 représente la déviation relative obtenue en faisant varier l'échelle hadronique du BEMC de $\pm 15\%$. Nous voyons que la tendance est la même pour n_{j2} que pour n_j , à part pour les petites valeurs de x . Nous constatons que l'erreur est plus grande quand la contribution du BEMC à y_Σ est plus importante, (voir la figure 4.4 dans le chapitre 4).

Afin de comprendre si les fortes variations sont d'origine statistique nous avons évalué les déviations systématiques du BEMC sur le Monte-Carlo. L'effet est parfaitement reproduit par le Monte-Carlo. Les erreurs n'étant importantes que pour les bins 1, 5, 6, 9 et 10, nous avons décidé de classer l'erreur comme corrélées uniquement pour ces bins. Dans les autres bins l'erreur est moyennée et est ajoutés en quadrature aux erreurs non corrélées.

La figure 5.23 représente l'influence obtenue par une variation de $\pm 4\%$ sur l'échelle hadronique du calorimètre à argon liquide. Nous voyons que pour le

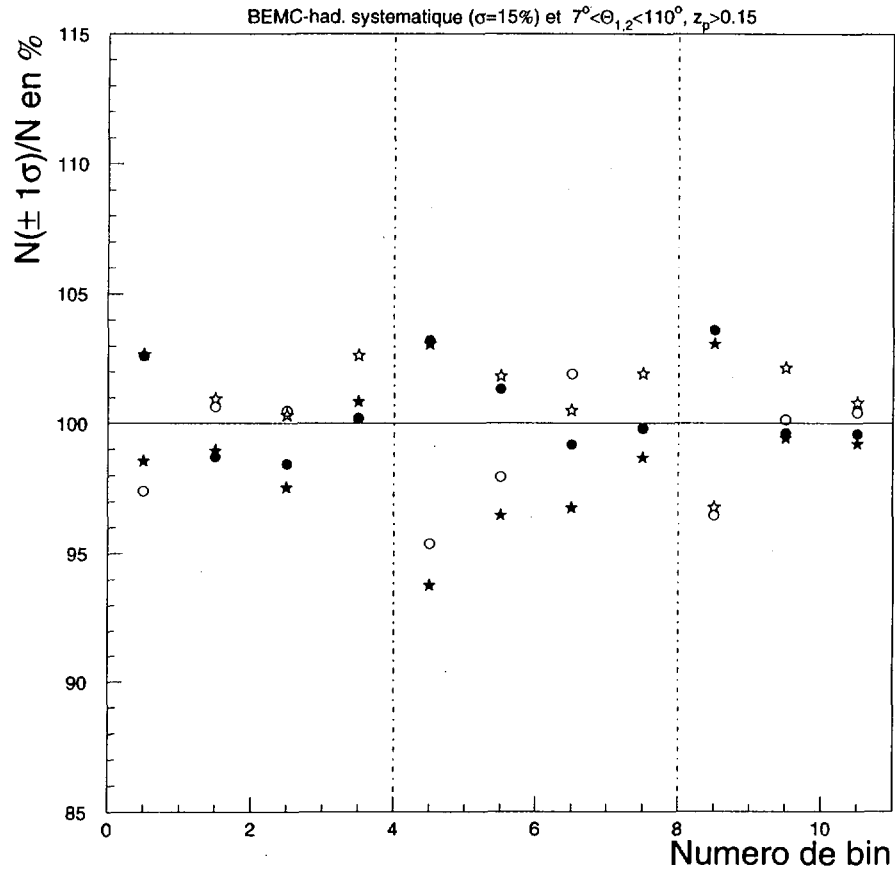


Figure 5.21 : Effet d'une variation de $\pm 15\%$ de l'échelle hadronique du BEMC sur n_j et n_{j2} . $\delta_n^+(j)$ est représenté par les cercles noirs, $\delta_n^-(j)$ par les cercles blancs, $\delta_{n_2}^+(j)$ par les étoiles noires, $\delta_{n_2}^-(j)$ par les étoiles blanches.

nombre total d'événements la déviation change de signe selon le point de mesure. Par contre, pour le taux de jet, les déviations sont systématiquement du même côté et beaucoup plus importantes. Cette différence de comportement s'explique par le fait que l'incertitude est dominée par la mesure des amas utilisés pour construire les jets. En d'autres termes, les distances d_{iP} (5.4.1) et d_{ij} (5.4.2) sont globalement plus élevées ou plus faibles. L'erreur induite est donc de nature corrélative. Dans le tableau 5.5, on note que les $\delta_k(j)$ varient entre 2% et 13%. C'est la source d'erreur la plus importante.

Sur la figure 5.24 nous voyons que les déviations du taux de jets suivent de très près celles du nombre total d'événements. Nous pouvons conclure que l'effet

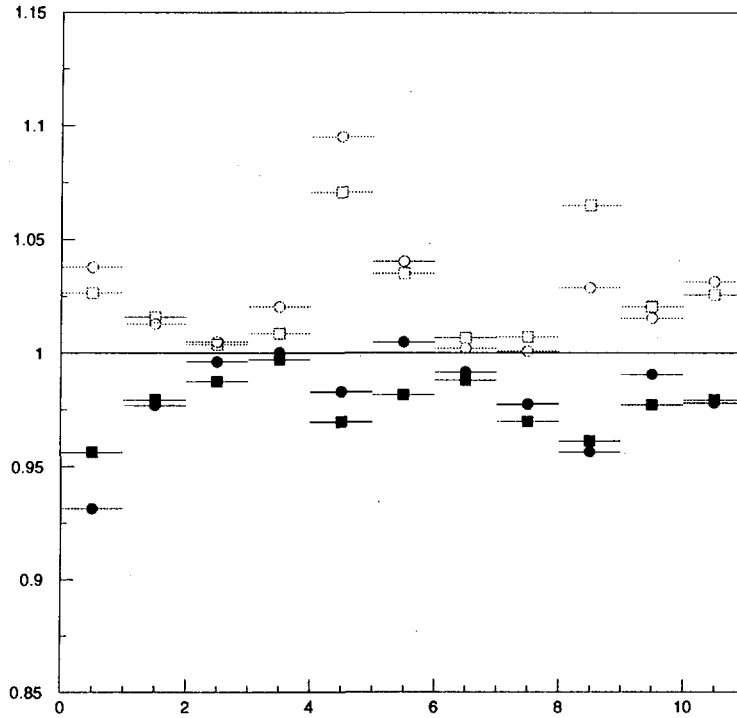


Figure 5.22 : Effet d'une variation de $\pm 15\%$ de l'échelle hadronique du BEMC sur la mesure de $R_{(2+1)}$, obtenue à partir du Monte-Carlo LEPTO. $R_{(2+1)}^+$ est représentée par les carrés blancs et $R_{(2+1)}^-$ par les carrés noirs. Les cercles représente le taux mesuré à partir de la formule de probabilité factorisée.

systématique (qui est faible comparé à l'échelle d'énergie hadronique) agit surtout sur la définition des bins (à part les bins à grand x) et est marginal sur le référentiel et l'échelle utilisée pour l'algorithme. La valeur moyenne des erreurs donne $\delta_k^\pm = \frac{+1,5\%}{-1,7\%}$, qui sont très faibles (peut-être en raison des fluctuations statistiques) devant l'erreur statistique. Nous prendrons donc la même valeur pour tous les bins mais nous tiendrons compte des corrélations.

L'incertitude liée à la mesure de l'angle de l'électron est très faible. L'effet observé concerne principalement la mesure dans les bins et l'influence sur l'algorithme de jet est négligeable. L'erreur moyenne est de 0,3%.

Il en est de même pour l'incertitude sur la mesure hadronique des traces, en raison de la faible contribution des traces à la variable Σ . L'erreur moyenne trouvée est de 0,4%. Devant la très faible valeur de ces erreurs, nous négligerons les corrélations, ces erreurs seront ajoutées en quadrature dans les erreurs non corrélées. Si l'on ajoute l'incertitude sur les corrections radiatives QED déterminées

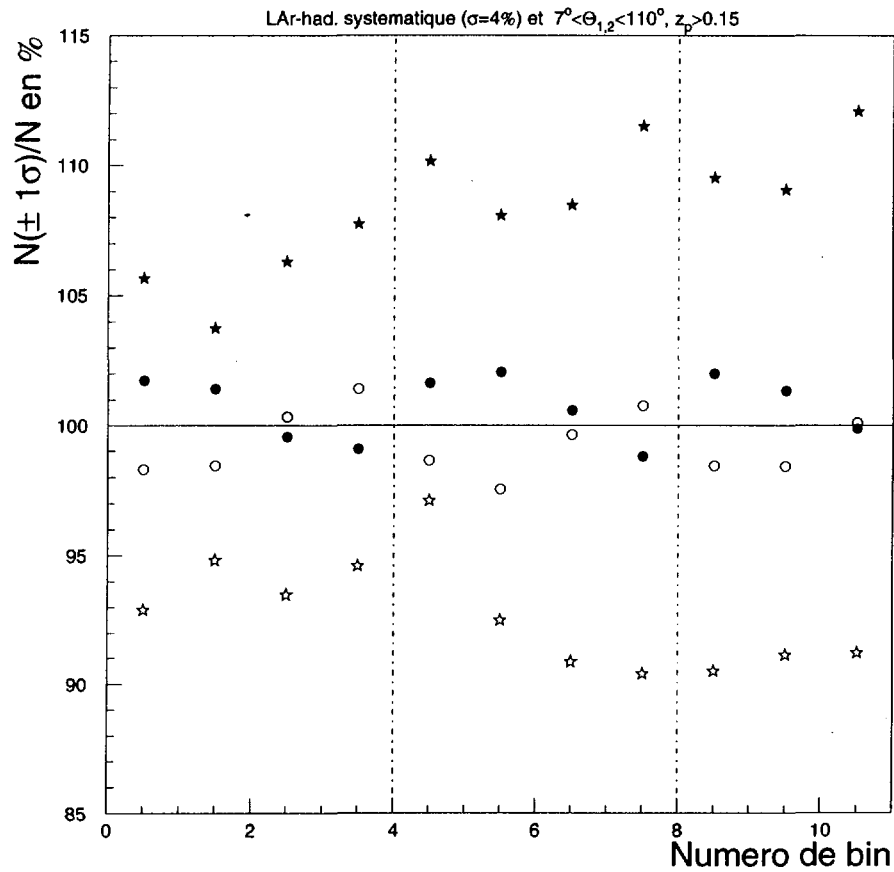


Figure 5.23 : Effet d'une variation de $\pm 4\%$ de l'échelle hadronique du calorimètre à argon liquide sur n_j et n_{j2} (voir 5.21 pour la signification des symboles)

dans la section 5.6, nous obtenons 1,4% pour les erreurs non corrélées.

5.8.1 Résumé

Nous venons de voir que l'erreur systématique dominante est celle due à l'incertitude sur l'échelle hadronique dans le calorimètre à argon liquide. Les tableaux 5.5, 5.6, 5.7 et 5.5 donnent les valeurs de $R_{(2+1)}$ (en %) pour les onze bins de mesures et les erreurs exprimées en pourcentage de $R_{(2+1)}$ pour les quatre lots respectifs A, B, C et D.

Nous voyons que les erreurs sont dominées par l'erreur statistique et l'incertitude sur l'échelle hadronique du calorimètre à argon liquide. L'incertitude sur

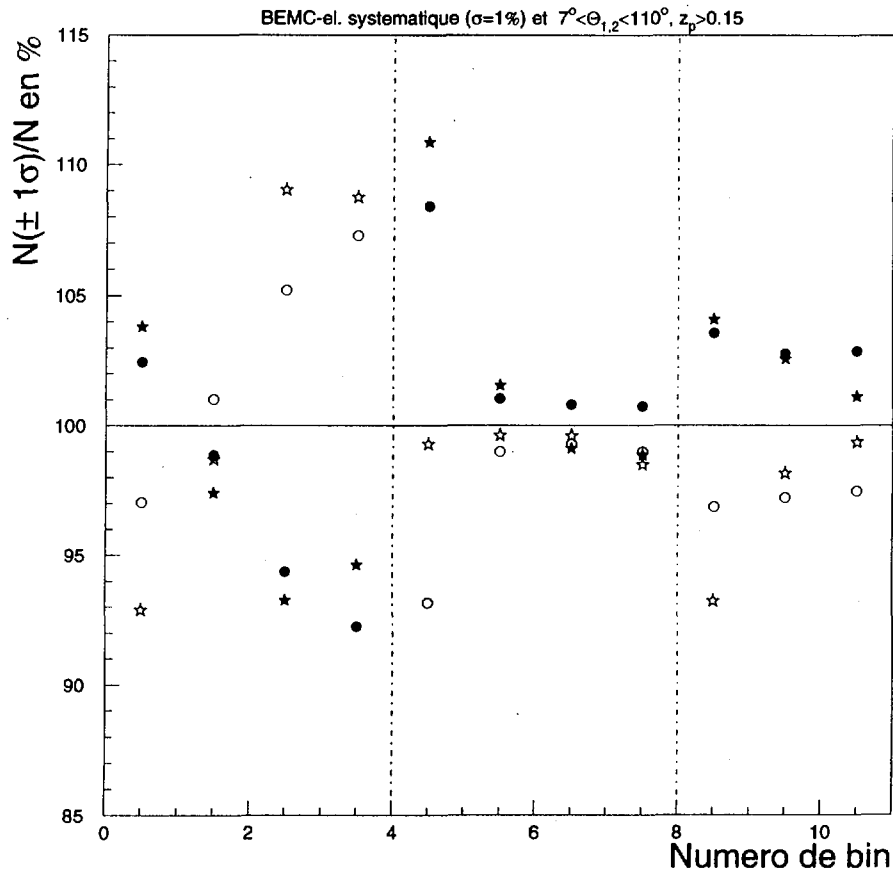


Figure 5.24 : Effet d'une variation de $\pm 1\%$ de l'échelle électromagnétique du BEMC sur n_j et n_{j2} (voir 5.21 pour la signification des symboles)

l'échelle hadronique du BEMC n'est importante qu'aux petites valeurs de x (nous rappelons que dans les bins où cette erreur est faible l'erreur a été incluse dans les erreurs non corrélées). Sur la figure 5.25, nous avons représenté la mesure de $R_{(2+1)}$ effectuée pour les quatre lots, comparée au résultat du Monte-Carlo LEPTO, déterminé directement et à partir de la formule factorisée (5.5.12). On remarque que le Monte-Carlo est systématiquement en dessous des données, alors que les formes des distributions des variables de jets sont décrites dans tous les bins de mesure (cf section précédente). Nous voyons en outre, que la formule factorisée présente un écart non négligeable avec la détermination exacte dans les bins à plus grand x . Ceci peut remettre en cause l'utilisation de cette formule pour l'exploitation des données.

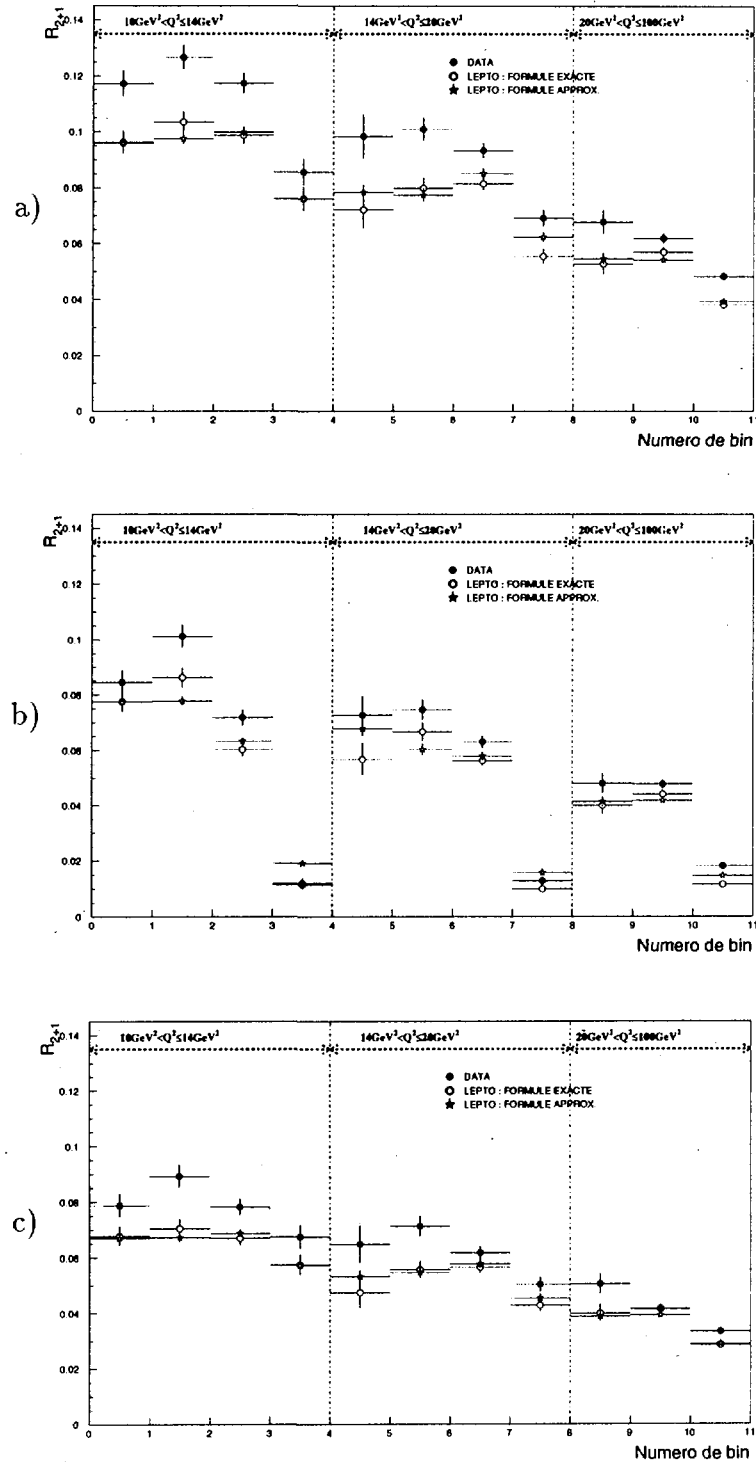


Figure 5.25 : Le taux $R_{(2+1)}$ mesuré (cercles noirs) comparé au taux obtenu par LEPTO (cercles blancs) et celui obtenu à partir de la formule factorisée 5.5.12 pour
 a) le lot A
 b) le lot B
 c) le lot C

bin	R_{2+1}	$\delta_{stat.}$	$\delta_{LAR-had.}^{\pm}$	$\delta_{BEMC-el.}^{\pm}$	$\delta_{BEMC-had.}^{\pm}$	$\delta_{uncorr.}$
1	11.72	4.01	3.85 -5.49	-1.60 1.90	-3.94 5.37	1,4
2	12.65	3.55	2.31 -3.69	-1.60 1.90	.00 .00	1,4
3	11.72	3.10	6.78 -6.83	-1.60 1.90	.00 .00	1,4
4	8.57	5.55	8.75 -6.71	-1.60 1.90	.00 .00	1,4
5	9.83	8.08	8.37 -1.57	-1.60 1.90	-9.15 8.08	1,4
6	10.08	4.16	5.90 -5.16	-1.60 1.90	-4.81 3.94	1,4
7	9.33	2.97	7.85 -8.81	-1.60 1.90	.00 .00	1,4
8	6.91	4.19	12.85 -10.32	-1.60 1.90	.00 .00	1,4
9	6.77	6.50	7.37 -8.07	-1.60 1.90	-.51 .33	1,4
10	6.18	2.87	7.61 -7.40	-1.60 1.90	-.20 2.01	1,4
11	4.82	2.97	12.21 -8.91	-1.60 1.90	.00 .00	1,4

Tableau 5.5 : Valeurs de $R_{(2+1)}$ mesurées et les erreurs statistiques et systématiques exprimées en pourcentage de $R_{(2+1)}$ pour le lot A. Les erreurs non corrélés sont ajoutés en quadrature.

bin	R_{2+1}	$\delta_{stat.}$	$\delta_{LAR-had.}^{\pm}$	$\delta_{BEMC-el.}^{\pm}$	$\delta_{BEMC-had.}^{\pm}$	$\delta_{uncorr.}$
1	8.45	4.81	2.80 -5.15	-1.60 1.90	-3.94 5.37	1,4
2	10.12	4.02	5.68 -2.30	-1.60 1.90	.00 .00	1,4
3	7.17	4.06	7.10 -5.81	-1.60 1.90	.00 .00	1,4
4	1.21	15.34	5.87 -4.15	-1.60 1.90	.00 .00	1,4
5	7.26	9.54	7.79 -6.08	-1.60 1.90	-9.15 8.08	1,4
6	7.47	4.90	8.29 -6.94	-1.60 1.90	-4.81 3.94	1,4
7	6.30	3.67	9.62 -8.94	-1.60 1.90	.00 .00	1,4
8	1.29	9.99	13.49 -10.70	-1.60 1.90	.00 .00	1,4
9	4.81	7.79	8.21 -7.36	-1.60 1.90	-.51 .33	1,4
10	4.78	3.29	8.71 -7.83	-1.60 1.90	-.20 2.01	1,4
11	1.82	4.91	12.21 -9.80	-1.60 1.90	.00 .00	1,4

Tableau 5.6 : Valeurs de $R_{(2+1)}$ et erreurs pour lot B

Nous allons tenter dans le chapitre suivant de comprendre l'origine des désaccord observés entre les données et le Monte-Carlo pour le taux de jets. Plusieurs causes peuvent être à l'origine de ces effets :

- les densités de partons.
- la constante de couplage α_s
- les corrections non perturbatives.

bin	R_{2+1}	$\delta_{stat.}$	$\delta_{LAr-had.}^{\pm}$	$\delta_{BEMC-el.}^{\pm}$	$\delta_{BEMC-had.}^{\pm}$	$\delta_{uncorr.}$
1	7.87	5.00	3.85 -5.49	-1.60 1.90	-3.94 5.37	1,4
2	8.92	4.31	2.31 -3.69	-1.60 1.90	.00 .00	1,4
3	7.81	3.88	6.78 -6.83	-1.60 1.90	.00 .00	1,4
4	6.75	6.31	8.75 -6.71	-1.60 1.90	.00 .00	1,4
5	6.48	10.14	8.37 -1.57	-1.60 1.90	-9.15 8.08	1,4
6	7.14	5.02	5.90 -5.16	-1.60 1.90	-4.81 3.94	1,4
7	6.17	3.71	7.85 -8.81	-1.60 1.90	.00 .00	1,4
8	5.03	4.96	12.85 -10.32	-1.60 1.90	.00 .00	1,4
9	5.05	7.59	7.37 -8.07	-1.60 1.90	-.51 .33	1,4
10	4.17	3.53	7.61 -7.40	-1.60 1.90	-.20 2.01	1,4
11	3.35	3.59	12.21 -8.91	-1.60 1.90	.00 .00	1,4

Tableau 5.7 : Valeurs de $R_{(2+1)}$ et erreurs pour lot C

bin	R_{2+1}	$\delta_{stat.}$	$\delta_{LAr-had.}^{\pm}$	$\delta_{BEMC-el.}^{\pm}$	$\delta_{BEMC-had.}^{\pm}$	$\delta_{uncorr.}$
1	10.31	4.31	2.80 -5.15	-1.60 1.90	-3.94 5.37	1.4
2	12.11	3.64	5.68 -2.30	-1.60 1.90	.00 .00	1.4
3	8.09	3.80	7.10 -5.81	-1.60 1.90	.00 .00	1.4
4	1.24	15.16	5.87 -4.15	-1.60 1.90	.00 .00	1.4
5	7.83	9.15	7.79 -6.08	-1.60 1.90	-9.15 8.08	1.4
6	9.06	4.41	8.29 -6.94	-1.60 1.90	-4.81 3.94	1.4
7	7.20	3.42	9.62 -8.94	-1.60 1.90	.00 .00	1.4
8	1.30	9.93	13.49 -10.70	-1.60 1.90	.00 .00	1.4
9	6.15	6.83	8.21 -7.36	-1.60 1.90	-.51 .33	1.4
10	5.70	3.00	8.71 -7.83	-1.60 1.90	-.20 1.41	1.4
11	1.87	4.85	12.21 -9.80	-1.60 1.90	.00 .00	1.4

Tableau 5.8 : Valeurs de $R_{(2+1)}$ et erreurs pour lot D.

Bibliographie

- [1] H1 Collaboration (S. Aid, et al.), *Nucl. Phys.* **B470** (1996), 3.
- [2] S. Jadach and W. Flazek, Proceedings of the Workshop on Physics at HERA, Vol. 3, (1991) 1330; W. Flazek, PhD thesis, *Acta Physica Polonica* **B24** (1993) 1229.
- [3] U. Bassler, G. Bernardi, *Nucl. Instrum. Meth* **A361** (1995) 197.
- [4] S. Catani, Communication Privée.
- [5] B. Gonzales Piñeiro, *Mesure de la Fonction de Structure du Proton à HERA*, Thèse de doctorat, Université de Paris XII (1996).
- [6] A. Panitch, *Measurement of the Proton Structure Function $F_2(x, Q^2)$ with the H1 Detector at HERA*, Thèse de doctorat, Université Libre de Bruxelles, (1996).
- [7] H1 Collaboration (S. Aid, et al.), *Nucl. Phys.* **B472** (1996) 3
H1 Collaboration (S. Aid, et al.), *Nucl. Phys.* **B472** (1996) 32
H1 Collaboration (S. Aid, et al.), *Nucl. Phys.* **B463** (1996) 3
H1 Collaboration (S. Addloff, et al.) *Zeit. Phys.* **C72** (1996) 593
- [8] S. Glazov, Thèse, en préparation.

Chapitre 6

Extraction de la densité de gluon du proton

6.1 Description de la méthode

La méthode d'extraction de la densité de gluon du proton que nous allons présenter est la même que celle utilisée couramment à partir des fonctions de structure[2]. L'originalité consiste ici à introduire une observable de plus : le taux de jets $R_{(2+1)}$.

Le principe de la méthode est le suivant :

- On paramétrise les densités de parton en fonction de x à une valeur Q_0^2 donnée. Les formes paramétriques dépendent d'un nombre a priori arbitraire de paramètres libres.
- On résout les équations DGLAP, pour les densités de parton utilisées.
- Les densités de parton sont évoluées jusqu'aux points x et Q^2 où ont été effectuées les mesures.
- A partir des densités de parton, les valeurs théoriques de $R_{(2+1)}$ et F_2 sont calculées, puis comparées aux valeurs expérimentales . Nous utiliserons le χ^2 comme estimateur : $\chi^2 = \chi_{F_2}^2 + \chi_{R_{(2+1)}}^2$
- Les paramètres définissant les densités de parton à Q_0^2 sont alors obtenus par la minimisation du χ^2 .

L'idée d'inclure $R_{(2+1)}$ dans cette procédure d'ajustement, provient du fait qu'au premier ordre les événements (2+1) jets à HERA sont principalement produits par le processus de fusion Photon-Gluon (pour $x < 0.1$), elles dépendent donc

directement de la densité de gluon $g(x, Q^2)$. Par contre, au premier ordre, F_2 ne dépend directement que des densités de quarks, et très peu de $g(x, Q^2)$ à l'ordre suivant. La contrainte de F_2 sur $g(x, Q^2)$ s'exerce principalement au travers de l'évolution de la densité des quarks de la mer couplée à $g(x, Q^2)$ par les équations DGLAP. Elle est donc plus faiblement contrainte.

6.2 Données utilisées pour l'ajustement

L'expression du χ^2 devant être minimiser fait intervenir les données de fonctions de structure. Nous avons choisi d'utiliser les données F_2^{ep} de H1, $F_2^{\mu H}$ et $F_2^{\mu D}$ de NMC¹. Ce choix est motivé par les points suivants :

- nous devons considérer un domaine cinématique où le calcul de la contribution du quark charmé ne dépend presque plus de sa masse ($Q^2 \gg m_c^2 \sim 2 \text{ GeV}^2$) comme nous l'avons indiqué dans la section 1.5. De ce fait nous nous restreignons aux mesures effectuées à $Q^2 > 10 \text{ GeV}^2$. Nous rejetons par conséquent les mesures de l'expérience E665[1]² et de SLAC (cf figure 3.1 dans le chapitre 3) ;
- nous désirons contraindre précisément les densités de parton à grand x et, potentiellement, à petit x . Notre choix se restreint donc aux expériences BCDMS, NMC, H1 et ZEUS.
- Afin d'augmenter la rapidité de la procédure de minimisation, le nombre de points à ajuster est limité en ne gardant que les données de H1 et NMC.

Pour H1, nous avons utilisé les mesures effectuées en 1994[2] sur les données prises à la position nominale du vertex³. F_2 a été mesurée à partir des deux méthodes de reconstruction des variables cinématiques e et Σ . Les deux lots de mesures ainsi effectuées ont été ensuite combinés en retenant la méthode Σ pour $y_e < 0,15$ et la méthode e pour $y_e > 0,15$. Les erreurs systématiques corrélées de H1 sont :

- La calibration de l'énergie électromagnétique dans le BEMC,
- la détermination de l'angle mesuré par la BPC,

¹Nous avons indiqué ici le processus ayant servi à la mesure de la fonction de structure. Par la suite nous désignerons par F_2^p (F_2^{ep} et $F_2^{\mu p}$) la fonction de structure du proton et par F_2^D ($F_2^{\mu D}$) la fonction de structure du deutérium

²Ces données sont surtout précises aux petites valeurs de Q^2 ($< 10 \text{ GeV}^2$).

³Des données avec le vertex déplacé vers l'avant du détecteur ont aussi été prises pour mesurer F_2 à très petit Q^2 .

- la calibration de l'énergie hadronique dans l'argon liquide,
- La calibration de l'énergie électromagnétique dans l'argon liquide,
- la détermination de l'angle dans l'argon liquide.
- l'efficacité de vertex,
- les correction radiatives,
- la soustraction du bruit de fond.

On remarque que les trois premières sources sont les mêmes que pour la mesure de F_2 . Il reste une incertitude sur la mesure de la luminosité que nous prendrons en compte indépendamment.

Nous utilisons aussi les mesures de diffusion de muons sur une cible d'hydrogène et sur une cible de deutérium effectuées par la Collaboration NMC[4]. Ces données ont été prises avec des muons d'énergies incidentes⁴ $E_\mu = 120, 200, 280$ GeV. Les sources d'erreur systématique sont les suivantes :

- la calibration de l'impulsion du faisceau de muons,
- la calibration de l'impulsion du muon diffusé,
- les corrections d'acceptance,
- l'incertitude sur les corrections radiatives.
- l'inefficacité de la reconstruction.

Les erreurs sur l'énergie des muons incidents et diffusés sont corrélées pour les données F_2^P et F_2^D , mais indépendantes des différentes énergies du faisceau ; l'erreur sur les corrections radiatives est corrélée pour les différentes énergies de faisceau mais indépendante de la cible utilisée, tandis que les erreurs d'acceptance et de reconstruction sont corrélées pour les deux cibles et pour les différentes énergies du faisceau. Nous avons par conséquent pour les données de NMC dix sources d'erreur systématique corrélées.

Les mesures de F_2 de H1 et NMC sont déterminées en des points (x, Q^2) . En raison de la taille importante de nos bins, nous avons décidé d'utiliser le taux $R_{(2+1)}$ intégré dans nos bins de mesure. La mesure de $R_{(2+1)}$ est décrite dans le chapitre précédent. A l'aide du Monte-Carlo nous avons déterminé les corrections dues au détecteur sous la forme d'une matrice de transfert $p_{im}^{jm'}$. Nous avons choisi ici de ne pas corriger la mesure par une procédure de "déconvolution", qui nécessiterait

⁴Nous n'avons pris ici les données prise avec le faisceau à 90 GeV car $Q^2 < 10$ GeV

d'inverser la matrice $p_{im}^{jm'}$. Généralement, les procédures de déconvolution impliquent que le domaine de génération soit moins étendu que le domaine de mesure, ce qui n'est pas le cas ici. Nous avons gardé la mesure inchangée et nous l'avons comparé à la prédiction théorique convoluée par la matrice de transfert $p_{im}^{jm'}$.

Comme nous l'avons remarqué au chapitre précédent, la formule de factorisation des probabilités (5.5.10) ne semble pas fonctionner pour les bins à grand x après les l'application des coupures d'acceptance sur les jets (figures 5.25). Il semble donc plus sage d'utiliser la formule non factorisée 5.5.9. Avec $\sigma_{(2+1)}^{\text{th}}(i)$ et $\sigma_{\text{tot}}^{\text{th}}(i)$, respectivement les prédictions théoriques respectives de la section efficace (2+1) jets et de la section efficace totale intégrés dans le bin i , le taux de jet attendu dans le détecteur est :

$$R_{(2+1)}^{\text{rec}}(j) = \frac{\sum_i [p_{i2}^{j2} \sigma_{(2+1)}^{\text{th}}(i) + p_{i2}^{j2} (\sigma_{\text{tot}}^{\text{th}}(i) - \sigma_{(2+1)}^{\text{th}}(i))]}{\sum_i p_i^j \sigma_{\text{tot}}^{\text{th}}(i)} \quad (6.2.1)$$

où l'indice j correspond au bin où a été effectuée la mesure. Les erreurs "statistiques" sur $p_{im}^{jm'}$ n'étant pas négligeables nous les prendrons en compte en attribuant simplement un poids supplémentaire dans l'expression du χ^2 . Ce poids correspond à l'erreur statistique sur la mesure de $R_{(2+1)}$ dans notre lot d'événements simulés, utilisés pour la détermination de la matrice $p_{im}^{jm'}$.

6.3 Définition du χ^2 et traitement des erreurs systématiques

Nous allons maintenant détailler la définition du χ^2 que nous avons utilisé pour l'ajustement. Le χ^2 permet d'évaluer l'écart entre la prédiction théorique et le résultat mesuré d'une quantité physique, en supposant que toutes les fluctuations sont gaussiennes. Nous partirons des expressions suivantes :

$$\chi_{R_{(2+1)}}^2 = \sum_{j=1}^{\text{mes}} \frac{(R_{(2+1)}^{\text{rec}}(j) - R_{(2+1)}^{\text{mes}}(j))^2}{(\sigma_{R_{(2+1)}}(j))^2} \quad (6.3.2)$$

$$\chi_{F_2}^2 = \sum_{\text{exp=HI,NMC}} \sum_{j=1}^{\text{mes}} \frac{(F_2^{\text{th}}(j) - F_2^{\text{exp}}(j))^2}{(\sigma_{F_2}^{\text{exp}}(j))^2} \quad (6.3.3)$$

où l'indice j représente pour $R_{(2+1)}$ le bin de mesure et pour F_2 le point x et Q^2 . $\sigma_{R_{(2+1)}}$ et σ_{F_2} sont des poids que l'on prendra égaux à la somme quadratique de l'erreur statistique et des erreurs systématiques non corrélées sur les mesures de $R_{(2+1)}$ et F_2 .

Les erreurs systématiques sont habituellement ajoutées quadratiquement aux erreurs statistiques [7, 10, 9]. Cependant, comme nous l'avons vu au chapitre précédent, elles peuvent induire aussi des corrélations entre les différents points de mesures. Considérons une mesure de $R_{(2+1)}(j)$ effectuée dans un bin j (afin d'alléger les notations nous nommerons dans cette partie $R_{(2+1)}^{\text{mes}}(j)$ par m_j et $R_{(2+1)}^{\text{rec}}(j)$ par t_j). Une variation de l'échelle d'énergie électromagnétique dans le BEMC (E_{BEMC}), par exemple, engendre une modification de la mesure m_j . On définit alors le paramètre s de sorte que $s = 0$ pour l'échelle d'énergie nominale et $s = \pm 1$ quand l'échelle varie de $\pm \sigma_{E_{BEMC}}$. Il est alors possible d'estimer la fonctionnelle $m_j(E_{BEMC})$ en effectuant les mesures $m_j(E_{BEMC} \pm 1\sigma_{E_{BEMC}}) \equiv m_j^\pm$ (cf Chapitre 5). Pour des petites variations de s , on a alors :

$$m_j(s) = m_j(0) + s \frac{m_j^+ - m_j^-}{2} + s^2 \frac{m_j^+ + m_j^-}{2} + O(s^3) \quad (6.3.4)$$

On peut donc, en supposant que les fluctuations des incertitudes systématiques sont gaussiennes et pas trop élevées, prendre en compte correctement les corrélations dans l'expression (6.3.3) du χ^2 en introduisant la variable s comme paramètre libre :

$$\chi^2 = \sum_j \frac{(t_j(1 - \delta_{m_j}(s)) - m_j)^2}{\sigma_{j,\text{stat}}^2 + \sigma_{j,\text{uncorr.}}^2} + s^2$$

où $\delta_{m_j} = \frac{m_j(s)}{m_j} - 1$ est la variation relative induite sur la mesure et $\sigma_{i,\text{uncorr.}}^2$ représente les source d'erreurs systématiques non corrélées. S'il existe N_{sys} sources d'erreurs systématiques corrélées, le χ^2 s'écrit alors :

$$\chi^2 = \sum_j \frac{(t_j(1 - \sum_{l=1}^{N_{\text{sys}}} \delta_{m_j}^l(s_l)) - m_j)^2}{\sigma_{j,\text{stat}}^2 + \sigma_{j,\text{uncorr.}}^2} + \sum_{l=1}^{N_{\text{sys}}} s_l^2$$

Pour F_2 l'erreur sur la mesure de la luminosité est traitée de la même manière que les erreurs systématiques corrélées, mis à part le fait qu'elle agit de la même manière sur tous les points de mesure dans une expérience donnée. En supposant que l'erreur sur la mesure de la luminosité est gaussienne, on introduit le paramètre n_{exp} qui vaut 0 quand la normalisation est égale à 1, et qui vaut 1 pour une déviation d'un écart standard de la normalisation. Ce paramètre n'intervient que dans le χ^2 de F_2 donnant :

$$\chi_{F_2}^2 = \sum_{\text{exp}} \sum_j \frac{(t_j(1 - \sum_{l=1}^{N_{\text{sys}}} \delta_{m_j}^l(s_l) - n_{\text{exp}}) - m_j)^2}{\sigma_{j,\text{stat}}^2 + \sigma_{j,\text{uncorr.}}^2} + \sum_{l=1}^{N_{\text{sys}}} s_l^2 + \sum_{\text{exp}} n_{\text{exp}}^2$$

Notons que ces paramètres ne modifient pas le nombre de degrés de liberté car ils sont déterminés explicitement, en raison des termes ajoutés dans le χ^2 .

Dans les ajustement que nous allons effectuer nous avons donc, en ce qui concerne les erreurs systématiques : 8 paramètres pour H1, 10 paramètres pour NMC et 3 paramètres pour notre mesure. Pour les normalisations relatives entre les expériences nous avons 1 paramètre pour H1 et 3 paramètres pour NMC correspondant aux trois énergies de faisceau considérées ici⁵.

6.4 Calcul des fonctions théoriques

Afin de calculer le χ^2 , nous devons calculer les valeurs théoriques de F_2 et $R_{(2+1)}$. Ces quantités étant dépendantes des densités de parton il est d'abord nécessaire de résoudre les équations DGLAP.

6.4.1 Les densités de parton utilisées

Nous utilisons les combinaisons des densités de parton introduites dans la section 1.4.1, pour n_f saveurs actives.

1. La densité singlet

$$x\Sigma(x, Q^2) = \sum_{i=1}^{i=n_f} x\{q_i(x, Q^2) + \bar{q}_i(x, Q^2)\} \quad (6.4.5)$$

2. Une densité non-singlet

$$\begin{aligned} xU^+(x, Q^2) &= x[u^+(x, Q^2) + c^+(x, Q^2)] \\ &= x\left[u(x, Q^2) + \bar{u}(x, Q^2) - \frac{\Sigma(x, Q^2)}{n_f}\right] + x\left[c(x, Q^2) + \bar{c}(x, Q^2) - \frac{\Sigma(x, Q^2)}{n_f}\right] \end{aligned} \quad (6.4.6)$$

3. La densité de gluon, $xg(x, Q^2)$

4. comme nous utilisons les données F_2^{neutron} (ou F_2^D), une seconde densité non-singlet est utilisée :

$$\begin{aligned} x\Delta^+(x, Q^2) &= x[u^+(x, Q^2) - d^+(x, Q^2)] \\ &= x\left[u(x, Q^2) + \bar{u}(x, Q^2) - \frac{\Sigma(x, Q^2)}{n_f}\right] - x\left[d(x, Q^2) + \bar{d}(x, Q^2) - \frac{\Sigma(x, Q^2)}{n_f}\right] \end{aligned} \quad (6.4.7)$$

⁵L'erreur sur la luminosité est la même pour les deux types de cible, car elles ont été placées dans le même faisceau et échangées régulièrement.

A partir de ces densités il est possible de calculer toutes les observables utilisées dans cette thèse: F_2^p , F_2^D et $R_{(2+1)}$.

Comme les calculs actuellement disponibles de $R_{(2+1)}$ ne tiennent pas explicitement compte des masses des quarks lourds, nous nous plaçons dans le cas, où les équations DGLAP incluent ces quarks dans l'évolution au dessus de leur seuil de production (défini par $Q_s^2 = m_c^2$ pour le quark c), en les traitant de la même manière que les quarks légers. C'est la **prescription des partons sans masse**[16]. Dans cette prescription les quarks lourds sont supposés sans masse au dessus de leur seuil de production. Les conditions initiales sont donc :

$$c(x) = \bar{c}(x) = 0 \text{ pour } Q^2 \leq m_c^2$$

et

$$b(x) = \bar{b}(x) = 0 \text{ pour } Q^2 \leq m_b^2.$$

Quand $Q^2 < m_c^2$, le nombre de saveurs dans les équations DGLAP est $n_f = 3$, les densités singlet et non-singlet sont données par :

$$\begin{aligned} \Sigma &= u + \bar{u} + d + \bar{d} + s + \bar{s} \\ U^+ &= u + \bar{u} - \frac{\Sigma}{3} \\ \Delta^+ &= u^+ - d^+ \end{aligned} \quad (6.4.8)$$

Quand $m_c^2 \leq Q^2 < m_b^2$, $n_f = 4$ et

$$\begin{aligned} \Sigma &= u + \bar{u} + d + \bar{d} + s + \bar{s} + c + \bar{c} \\ U^+ &= u + \bar{u} + c + \bar{c} - 2\frac{\Sigma}{4} \\ \Delta^+ &= u^+ - d^+ \end{aligned} \quad (6.4.9)$$

Quand $Q^2 \geq m_b^2$, $n_f = 5$ et

$$\begin{aligned} \Sigma &= u + \bar{u} + d + \bar{d} + s + \bar{s} + c + \bar{c} + b + \bar{b} \\ U^+ &= u + \bar{u} + c + \bar{c} - 2\frac{\Sigma}{5} \\ \Delta^+ &= u^+ - d^+ \end{aligned} \quad (6.4.10)$$

Notons que la densité non-singlet U^+ n'est pas continue au seuils de production des quarks lourds (mais les quantités physiques le sont). Les masses des quarks utilisées ici sont :

- $m_c = 1,5 \text{ GeV}$,
- $m_b = 4,1 \text{ GeV}$.

Dans notre cas, $R_{(2+1)}$ étant calculé à partir de $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ nous ne calculons $R_{(2+1)}$ que pour $n_f = 4, 5$. En pratique, la contribution du quark b est très faible.

6.4.2 Paramétrisation des densités de parton.

Une hypothèse importante dans cette analyse consiste à choisir des formes paramétrées $\zeta_i(x)$ pour les densités de parton à un Q_0^2 . La QCD ne peut prédire la forme de ces distributions, mais seulement leur évolution en fonction de l'échelle de factorisation, c'est à dire les pentes. Le comportement asymptotique est tel que :

$$\zeta_i(x) \xrightarrow{x \rightarrow 1} (1-x)^C, \quad C \in \mathbb{R}^+, \quad \text{et} \quad \zeta_i(x) \xrightarrow{x \rightarrow 0} x^B, \quad B \in \mathbb{R} \quad (6.4.11)$$

Il reste une liberté de choix des formes mathématiques de ces fonctions entre ces deux comportements asymptotiques. Les formes choisies ici sont les suivantes :

$$\begin{aligned} x\Sigma(x) &= A_\Sigma x^{B_\Sigma} (1-x)^{C_\Sigma} (1 + D_\Sigma x^{E_\Sigma}) \\ xU^+(x) &= A_U x^{B_U} (1-x)^{C_U} (1 + D_U x^{E_U}) \\ x\Delta^+(x) &= A_\Delta x^{B_\Delta} (1-x)^{C_\Delta} (1 + D_\Delta x^{E_\Delta}) \\ xg(x) &= A_g x^{B_g} (1-x)^{C_g} (1 + D_g x^{E_g}) \end{aligned} \quad (6.4.12)$$

Après évolution des densités de parton, il est alors possible de calculer les quantités théoriques utilisées dans l'ajustement. Il est nécessaire pour cela de définir un schéma de factorisation, dont dépendent les densités de parton et les sections efficaces au niveau partonique. Nous avons utilisé dans cette analyse, le schéma $\overline{\text{MS}}$. Dans la suite, tous les calculs théoriques sont effectués dans ce schéma.

6.4.3 Calcul théorique de F_2

Nous allons décrire maintenant les formules utilisées pour calculer F_2 . En définissant

$$\bar{F}_2 = \sum_{i=1}^{n_f} e_i^2 \{q_i + \bar{q}_i\},$$

la contribution des quarks légers à F_2 est donnée par :

$$F_2 = x\bar{F}_2$$

dans l'approximation des logarithmes dominants (LLA) et par :

$$\frac{F_2}{x} = \left(1 + \frac{\alpha_s}{2\pi} C_q^2\right) \otimes \bar{F}_2 + \frac{\alpha_s}{2\pi} C_g^2 \otimes \left(\sum_j e_j^2\right) g$$

dans l'approximation suivante des logarithmes dominants (NLLA). Les fonctions C_q^2 et C_g^2 sont les coefficients de Wilson à l'ordre dominant[13].

En utilisant les densités de parton évoluées, Σ , U^+ et Δ^+ , \bar{F}_2 s'écrit :

$$\begin{aligned}\bar{F}_2^p &= A_u \left(U^+ + \frac{a}{n_f} \Sigma \right) + A_d \left(\frac{n_f - a}{n_f} \Sigma - U^+ \right) \\ \Leftrightarrow \bar{F}_2^p &= (A_u - A_d) U^+ + \frac{1}{n_f} \left(a(A_u - A_d) + n_f A_d \right) \Sigma\end{aligned}$$

pour les protons

$$\begin{aligned}\bar{F}_2^n &= A_u \left(U^+ - \Delta^+ + \frac{a}{n_f} \Sigma \right) + A_d \left(\frac{n_f - a}{n_f} \Sigma - U^+ + \Delta^+ \right) \\ \Leftrightarrow \bar{F}_2^n &= (A_u - A_d) U^+ + (A_d - A_u) \Delta^+ + \frac{1}{n_f} \left(a(A_u - A_d) + n_f A_d \right) \Sigma\end{aligned}$$

pour les neutrons. Le paramètre a est égal à 1 quand $n_f = 3$ et 2 quand $n_f > 3$. Dans le cas où nous ne considérons que l'échange d'un photon, nous avons $A_u = 4/9$ et $A_d = 1/9$.

6.4.4 Calcul théorique de $R_{(2+1)}$

Pour calculer $R_{(2+1)}^{\text{rec}}$ à partir de la formule 6.2.1, il est nécessaire tout d'abord de calculer les sections efficaces à l'ordre suivant l'ordre dominant, i.e. $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ pour $\sigma_{(2+1)}^{\text{th}}(i)$ et $\mathcal{O}(\alpha_s)$ pour $\sigma_{\text{tot}}^{\text{th}}(i)$, à chaque itération au cours de la procédure d'ajustement. Les programmes effectuant ce calcul ne peuvent être directement utilisés en raison du temps de calcul important (plusieurs heures, cf Annexe A). Nous avons pour cela développé une méthode interpolant les densités de parton par des polynômes par morceaux, ramenant le calcul à un produit de matrices dans le programme d'ajustement. Cette méthode est décrite en détail dans l'annexe A de cette thèse. Le taux de jets $R_{(2+1)}^{\text{pt}}$ ainsi calculé (*pt* indique le calcul de nature perturbative) est le taux à l'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$.

Les calculs ne tenant pas compte des masses des quarks lourds, les sections efficaces partoniques sont les mêmes pour tous les quarks incidents de charge identique. En définissant

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}_{\Sigma, (2+1)}^{[N]} &= \frac{1}{n_f} \left(a \left(\hat{\sigma}_{u(2+1)}^{[N]} - \hat{\sigma}_{d(2+1)}^{[N]} \right) + n_f \hat{\sigma}_{d(2+1)}^{[N]} \right) \\ \hat{\sigma}_{U^+, (2+1)}^{[N]} &= \hat{\sigma}_{u(2+1)}^{[N]} - \hat{\sigma}_{d(2+1)}^{[N]} \\ \hat{\sigma}_{g(2+1)}^{[N]} &\end{aligned}$$

où N indique l'ordre en α_s , et les indices u, d et g indiquent la nature du parton incident et $\hat{\sigma}$ la section efficace partonique, la section efficace intégrée dans le bin

i s'écrit :

$$\sigma_{(2+1)}^{pt}(i) = \sum_{N=1}^2 \int_{\text{bin } i} \alpha_s^N \left(\hat{\sigma}_{\Sigma, (2+1)}^{[N]} \otimes \Sigma + \hat{\sigma}_{U^+, (2+1)}^{[N]} \otimes U^+ + \hat{\sigma}_{g(2+1)}^{[N]} \otimes g \right)$$

Par ailleurs, comme nous l'avons déjà indiqué au chapitre 2, nous devons aussi tenir compte des corrections d'hadronisation. Nous pouvons utiliser les Monte-Carlo pour corriger les données au niveau partonique. Il faut cependant garder à l'esprit que le niveau partonique des Monte-Carlo n'est pas à l'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$, mais est une juxtaposition de l'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s)$ et de cascades de partons dans l'approximation des logarithmes dominants. Il est alors nécessaire de se placer dans des régions de l'espace des phases où cette approximation est similaire à l'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$. Cette procédure introduit de plus une dépendance vis-à-vis du modèle d'hadronisation utilisé, impliquant alors l'utilisation de plusieurs Monte-Carlos afin d'estimer la dépendance des corrections d'hadronisation. Comme nous l'avons déjà souligné nous n'avons à l'heure actuelle qu'un seul Monte-Carlo décrivant de manière satisfaisante les taux de jets.

Nous avons donc fait le choix d'inclure les corrections d'hadronisation via un "ansatz" inspiré des récents travaux théoriques effectués sur ce sujet[5]. La forme que nous utiliserons est la suivante[6] :

$$\delta\sigma_{(2+1)}^{np}(Q^2) = \frac{\alpha}{Q^2} + \beta \frac{\ln Q^2}{Q^2}, \quad (6.4.13)$$

où α et β sont des paramètres libres, exprimés en GeV^2 . Cette approche permet de ne pas avoir à corriger les données au niveau partonique réduisant ainsi les erreurs dues au modèle d'hadronisation et d'éviter les problèmes d'accord entre le niveau partonique du Monte-Carlo qui ne correspond à l'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ que dans certaines régions de l'espace des phases.

De plus, nous espérons ainsi extraire une estimation des corrections en puissance pour le taux de jet obtenu avec l'algorithme k_t en DIS, indéterminées à ce jour.

La valeur théorique de $R_{(2+1)}$ s'exprime donc sous la forme :

$$\sigma_{(2+1)}^{\text{th}}(i) = \sigma_{(2+1)}^{pt}(i) + \int_{\text{bin}} \delta\sigma_{(2+1)}^{np} dx dQ^2 \quad (6.4.14)$$

6.5 Résultats des ajustements

Pour les ajustements que nous allons décrire, nous avons imposé comme contrainte la règle de somme du moment :

$$\int_0^1 xg(x) + \sum_{i=1}^{n_f} xq_i(x) + x\bar{q}_i(x) dx = 1 \quad (6.5.15)$$

qui provient de la conservation de l'impulsion. Nous avons aussi imposé $E_g = E_\Sigma = -0,5$ car nous avons observé que le résultat des ajustements n'était pas sensible à ces paramètres.

6.5.1 Dépendance en x des corrections non perturbatives

Afin de déterminer l'influence de notre mesure de $R_{(2+1)}$ dans l'ajustement décrit précédemment, nous commençons par effectuer l'analyse sur les mesures de F_2 -H1 et F_2 -NMC seules. Le résultat de cette analyse constitue la base de notre argumentation à venir. Le résultat est montré sur les figure 6.1 et 6.2, où l'on observe un excellent accord visuel. Les calculs reproduisent très bien les violations d'échelles pour des valeurs de x couvrant quatre ordres de grandeurs. La valeur du χ^2 par degré de liberté est d'environ 1,1.

Pour cette étude nous avons fixé la valeur de $\Lambda_{[n_f=4]}$ à 250 MeV. Nous reviendrons plus loin sur l'effet de ce choix sur nos résultats.

Pour tester l'influence de notre mesure, nous avons ensuite introduit successivement les mesures de $R_{(2+1)}$ correspondant à nos quatre lot A, B, C et D (voir chapitre précédent). En utilisant la formule (6.4.13) pour les corrections d'hadronisation, nous obtenons, après minimisation du nouveau $\chi^2 = \chi_{F_2}^2 + \chi_{R_{(2+1)}}^2$, $\chi_{R_{(2+1)}}^2 > 75$. pour les onze points des lots A, B, C et D. Les densités de parton étant très peu modifiées le problème provient des corrections non perturbatives.

Comme nous l'avons déjà dit, la forme (6.4.13) ne provient pas d'un calcul exact, mais s'inspire des travaux de Dokshitzer-Marchesini-Webber[5]. Le calcul exact n'étant pas encore disponible, nous avons utilisé l'ansatz (6.4.13) calculé pour le k_t en e^+e^-6 (et supposé identique en DIS dans [11]). Il semble que cette forme ne soit pas suffisante et il n'est pas exclu que les paramètres α et β dépendent de x . Une manière d'estimer la dépendance en x consiste à comparer le niveau hadronique et le niveau partonique de LEPTO. Cette comparaison permet de voir qualitativement si une dépendance en x apparaît. La figure 6.3 montre la différence entre entre les taux $R_{(2+1)}$ calculés à partir des partons et des hadrons de LEPTO pour les coupures du lot A. Sur cette figure nous voyons

⁶Il s'agit en fait de la valeur moyenne de $\langle y_3 \rangle$

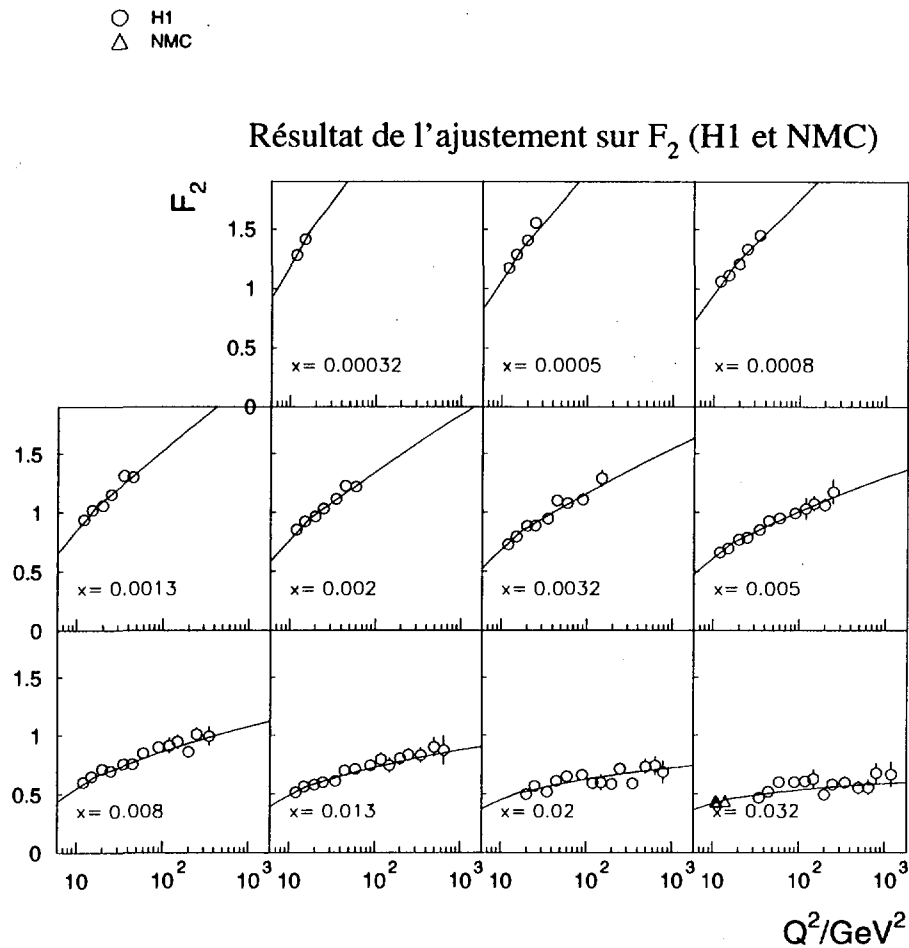


Figure 6.1 : Résultat de l'ajustement (ligne continue) des données de F_2 mesurées par H1 (cercles) et NMC (triangles) en fonction de Q^2 pour $3,2 \cdot 10^{-4} \leq x \leq 3,2 \cdot 10^{-2}$. Seules les données F_2^p de NMC sont représentées ici.

une dépendance en x , plus forte vers les grandes valeurs de x , nous voyons aussi que la dépendance en x a à peu près la même forme pour les différentes valeurs de Q^2 . La dépendance en Q^2 , à x fixé semble être assez régulière.

En raison du nombre de points de mesure, il n'est pas envisageable d'utiliser des paramètres α et β différents pour chaque domaine en x . Par conséquent, nous avons décidé de multiplier (6.4.13) par une fonctionnelle en x . Nous avons choisi d'utiliser un polynôme en $\ln x$, en raison de la dépendance observée sur la figure. Le choix d'un polynôme permettra de calculer les bandes d'erreurs plus simplement (voir l'appendice B). Nous avons refait les ajustements en rajoutant à chaque fois un paramètre et un degré au polynôme jusqu'à ce que le résultat

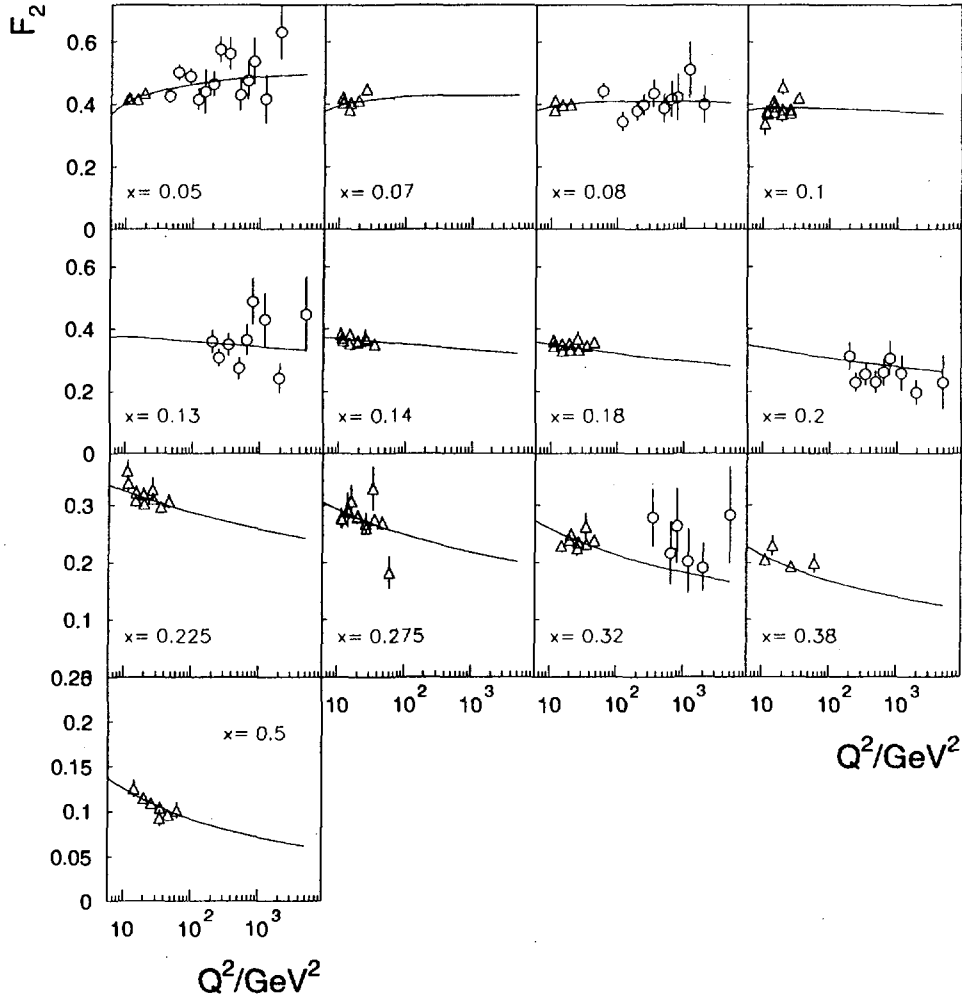


Figure 6.2 : Résultat de l'ajustement (ligne continue) des données de F_2 mesurées par H1 (cercles) et NMC (triangles) en fonction de Q^2 pour $5 \cdot 10^{-2} \leq x \leq 0,45$. Seules les données F_2^p de NMC sont représentées ici.

de l'ajustement ne soit plus sensible. Nous avons alors obtenu un polynôme de degré 3 en $\ln x$. La forme finale des corrections non perturbatives est donc :

$$\delta R_{(2+1)}^{np}(x, Q^2) = \left(\frac{1}{Q^2} + \frac{\epsilon \ln Q^2}{\alpha Q^2} \right) h(x) \quad (6.5.16)$$

où :

$$h(x) = \left(\alpha + \beta \ln \frac{x}{x_0} + \gamma \ln^2 \frac{x}{x_0} + \delta \ln^3 \frac{x}{x_0} \right). \quad (6.5.17)$$

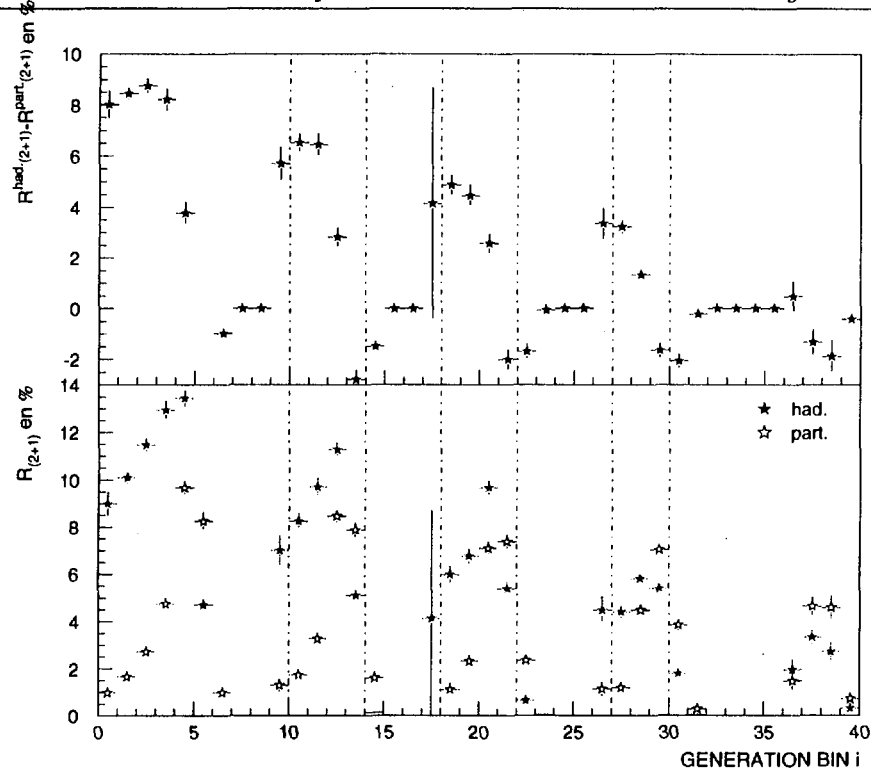


Figure 6.3 : La différence entre les niveaux partonique et hadronique dans LEPTO est représentée sur la figure du haut. La figure du bas représente le taux $R_{(2+1)}$ obtenu avec les hadrons (étoiles noires) et avec les partons (étoiles blanches). L'abscisse correspond au numéro du bin.

et $x_0 = 2.10^{-4}$ est un facteur de normalisation permettant de fixer une valeur de x à laquelle $\delta R_{(2+1)}^{np}(x_0, Q^2) = \frac{\alpha}{Q^2} + \epsilon \frac{\ln Q^2}{Q^2}$. L'ajustement sur le lot A donne $\chi_{R_{(2+1)}}^2 < 6$. L'omission du terme en $\frac{\ln Q^2}{Q^2}$ ne modifie pas notablement $\chi_{R_{(2+1)}}^2$, indiquant que la forme de la dépendance en Q^2 est compatible avec $1/Q^2$. Nous avons donc, par la suite ignoré ce terme :

$$\delta R_{(2+1)}^{np}(x, Q^2) = \frac{1}{Q^2} h(x) \quad (6.5.18)$$

Une fois que la forme des corrections non perturbatives a été fixée, nous avons voulu voir dans quelle mesure le taux de jets peut contraindre la densité de gluon.

6.5.2 Influence de $R_{(2+1)}$ sur $g(x)$

Etant le nombre de paramètres importants pour les corrections non perturbatives, il est légitime de se demander si $R_{(2+1)}$ peut contraindre la densité de gluon. Pour

cela nous avons effectué un ajustement avec seulement les données de NMC et la mesure A de $R_{(2+1)}$. Les valeurs des χ^2 sont résumées dans le tableau 6.1 et les valeurs de paramètres obtenus dans le tableau 6.2.

	Norm. globale en %	χ^2	Nb. de points
NMC-120 F_2^P	-1.440	11.460	9
NMC-120 F_2^D		40.270	33
NMC-200 F_2^P	1.210	65.890	49
NMC-200 F_2^D		18.400	9
NMC-280 F_2^P	0.517	24.170	33
NMC-280 F_2^D		55.720	49
$R_{(2+1)}$ (A)	—	5.542	11
Syst.		8.085	
Total		229.567	193

Tableau 6.1 : Résumé de l'ajustement effectué sur les données de NMC et la mesure A de $R_{(2+1)}$. La contribution au χ^2 est donnée pour chaque ensemble de mesures et pour les systématiques. La variation de la normalisation globale est donnée en pourcentage de l'écart standard sur cette normalisation.

A_g	B_g	C_g	E_g	D_g
6.4742	0.2028	4.4025	-0.5000	-0.9586
A_Σ	B_Σ	C_Σ	E_Σ	D_Σ
0.2701	-0.2679	2.5450	-0.5000	7.7590
A_Δ	B_Δ	C_Δ	E_Δ	D_Δ
5.2849	1.3499	3.2079	1.2045	-0.9972
A_U	B_U	C_U	E_U	D_U
2.4494	0.9250	8.3364	1.1054	45.4711
α	β	γ	δ	
1.374	1.211	-0,599	0.058	

Tableau 6.2 : Valeurs des paramètres des densités de parton et des contributions non perturbatives à $R_{(2+1)}$ pour l'ajustement effectué sur les mesures de F_2 de NMC et sur $R_{(2+1)}$ (A). Les paramètres α, β, γ et δ sont en GeV^2 .

On remarque que les valeurs des $\chi_{F_2}^2$ sont dans l'ensemble raisonnables. Le but de la procédure étant de savoir si notre mesure permet d'obtenir des densités de parton proches de celles obtenues par H1, nous avons utilisé les paramètres obtenus par cet ajustement et calculé (sans faire d'ajustement) le χ^2 de la mesure de F_2 -H1. Nous obtenons alors pour H1 $\chi_{F_2}^2 > 2000$ pour 147 points de mesure. Notre mesure ne permet pas donc pas de remplacer F_2 -H1.

Afin de comprendre la provenance de la non sensibilité de $R_{(2+1)}$ aux densités de parton, nous avons alors refait l'ajustement en incluant F_2 -H1. Les valeurs des χ^2 et des paramètres sont résumés dans les tableaux 6.3 et 6.4. On remarque que

	Norm. globale en %	χ^2	Nb. de points
NMC-120 F_2^P	-1.499	10.630	9
NMC-120 F_2^D		42.460	33
NMC-200 F_2^P	.939	67.250	49
NMC-200 F_2^D		17.240	9
NMC-280 F_2^P	.066	26.030	33
NMC-280 F_2^D		66.530	49
H1 F_2^P	.002	138.070	147
$R_{(2+1)}$ (A)	—	5.746	11
Syst.		10.078	
Total		384.078	340

Tableau 6.3 : Résumé de l'ajustement effectué sur sur les données F_2 de NMC et H1 et la mesure A de $R_{(2+1)}$. La contribution au χ^2 est donnée pour chaque ensemble de mesures et pour les systématiques. La variation de la normalisation en % est donnée pour les mesures de F_2 .

la valeur de $\chi^2_{R_{(2+1)}}$ est comparable pour les deux ajustements, indiquant que $g(x)$ obtenue est compatible avec le taux de jets mesuré. En regardant la figure 6.5, on voit que la densité de gluon obtenue par l'ajustement avec NMC seulement est beaucoup plus basse aux petites valeurs de x que celle obtenue par l'ajustement avec NMC et H1. L'amplitude du comportement pour les faibles valeurs de x provient de la différence des paramètres A_g pour les deux ajustements. On voit aussi que $g(x)$ croît plus rapidement pour $x \sim 1$ dans le cas de l'ajustement avec NMC seulement. Cette différence est due à la valeur du paramètre C_g , car $g(x) \sim (1-x)^{C_g}$ quand $x \rightarrow 1$ (cf (6.4.12)). Le paramètre B_g correspond quant à lui à la pente de la densité de gluon pour les faibles valeurs de x . On note aussi la différence moins importante mais visible pour les densités $\Sigma(x)$ et $U^+(x)$. La densité $\Delta^+(x)$ ne bouge pratiquement car elle est principalement contrainte par F_2^D . Si l'on regarde maintenant les tableaux des valeurs de χ^2 , on voit que les χ^2 de NMC augmentent presque tous de quelques unités, sauf F_2^D-280 qui augmente de 10 unités. Nous pouvons donc conclure de cette comparaison que la faible valeur de $g(x)$ dans le premier ajustement est imposée par les données de NMC et le fait que la mesure de $R_{(2+1)}$ ne contraigne pas plus $g(x)$ provient de l'incertitude des corrections non perturbatives. En regardant la figure 6.4 représentant les bandes d'erreurs de $h(x)$ obtenues pour les deux ajustements (voir l'annexe B pour le calcul des bandes d'erreur), nous voyons que le comportement aux grandes valeurs de x est relativement peu différent. Les faibles différences entre les paramètres

A_g	B_g	C_g	E_g	D_g
10.8425	.0248	16.3858	-.5000	-.8227
A_Σ	B_Σ	C_Σ	E_Σ	D_Σ
.3410	-.2939	2.6286	-.5000	5.3926
A_Δ	B_Δ	C_Δ	E_Δ	D_Δ
4.9576	1.3470	3.0407	.8727	-1.0000
A_U	B_U	C_U	E_U	D_U
1.9698	1.0251	7.6169	1.0017	46.2923
α	β	γ	δ	
1.424	1.180	-0.663	0.069	

Tableau 6.4 : Valeurs des paramètres des densités de parton et des contributions non perturbatives à $R_{(2+1)}$ pour l'ajustement effectué sur les mesures de F_2 de NMC et H1 et sur $R_{(2+1)}$ (A). Les paramètres α, β, γ et δ sont en GeV^2 .

que l'on peut comparer dans les tableaux 6.2 et 6.4, indiquent qu'une faible modification des corrections non perturbatives entraîne une forte modification de $g(x)$. En ce qui concerne l'amplitude des corrections non perturbatives nous voyons qu'elles sont beaucoup plus fortes aux petites valeurs de x donnant une contribution d'environ 0.2 sur $R_{(2+1)}$. On voit aussi que cette contribution devient négative pour $x \gtrsim 5 \cdot 10^{-2}$. On note aussi que la valeur moyenne de $h(x)$ est de l'ordre du GeV , correspondant à l'attente théorique pour les corrections non perturbatives.

6.5.3 Influence de Λ_{QCD}

Nous désirons voir maintenant l'effet de la variation de Λ_{QCD} sur le résultat de l'ajustement. Pour cela nous avons effectué un ajustement avec toutes les données en fixant $\Lambda_{QCD} = 350 \text{ MeV}$. Nous voyons que l'influence de Λ_{QCD} sur les corrections non perturbatives est assez négligeable. La seule différence s'observe sur la taille de la bande d'erreur, qui provient de la modification de $g(x)$ représentée sur la figure 6.5. On voit sur cette figure que la seule densité notablement modifiée est $g(x)$. Cette modification peut se comprendre à travers la dépendance approximative démontrée en LLA[12] sur la pente de F_2 . Cette formule approchée montre que quand $x \rightarrow 0$, nous avons $\frac{\partial F_2}{\partial \ln Q^2} \propto \alpha_s g(x)$. Par conséquent, une augmentation de α_s implique une diminution de $g(x)$.

Les valeurs des χ^2 pour les différentes mesures ne sont pas foncièrement différentes. Il en est de même pour les paramètres de $h(x)$ qui varient peu.

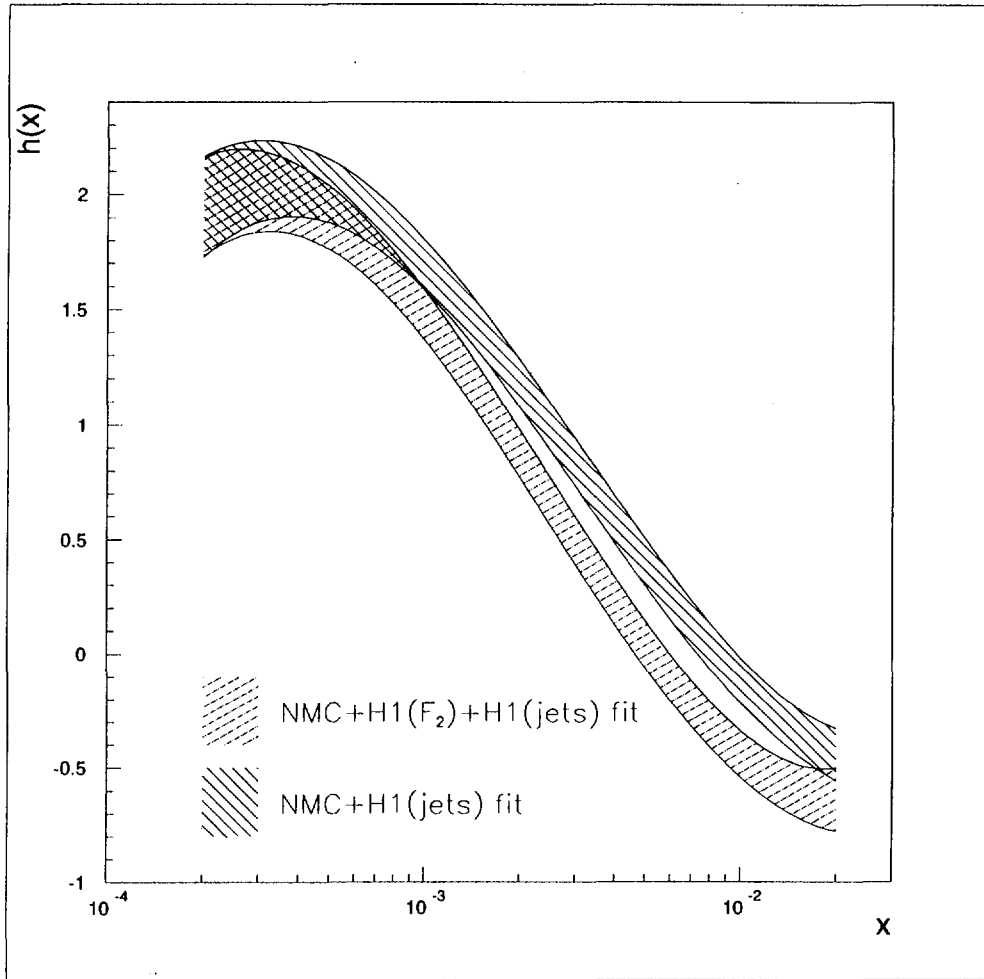


Figure 6.4 : Bandes d'erreur de $h(x)$ obtenues pour pour les deux ajustements décrits dans le texte (voir légende).

6.5.4 Comparaison des ajustements pour les quatre mesures de $R_{(2+1)}$

Nous avons ensuite effectué les ajustements pour les quatre lots de mesure de $R_{(2+1)}$. Les valeurs de $\chi_{F_2}^2$ pour F_2 -NMC ne changent pratiquement pas. Les valeurs de χ^2 pour F_2 -H1 et $R_{(2+1)}$ sont reportées dans le tableau pour les quatre ajustements. On voit la valeur de $\chi_{F_2}^2$ pour H1 est relativement constante pour les lots B, C et D et est un peu plus élevée pour le lot A.

Nous observons cependant que les valeurs de $\chi_{R_{(2+1)}}^2$ les plus faibles sont obtenues pour les lots A et B. L'ajustement avec le lot D donne quant à lui une contribution plus élevée mais la valeur de $\chi_{R_{(2+1)}}^2$ reste raisonnable. Les figures

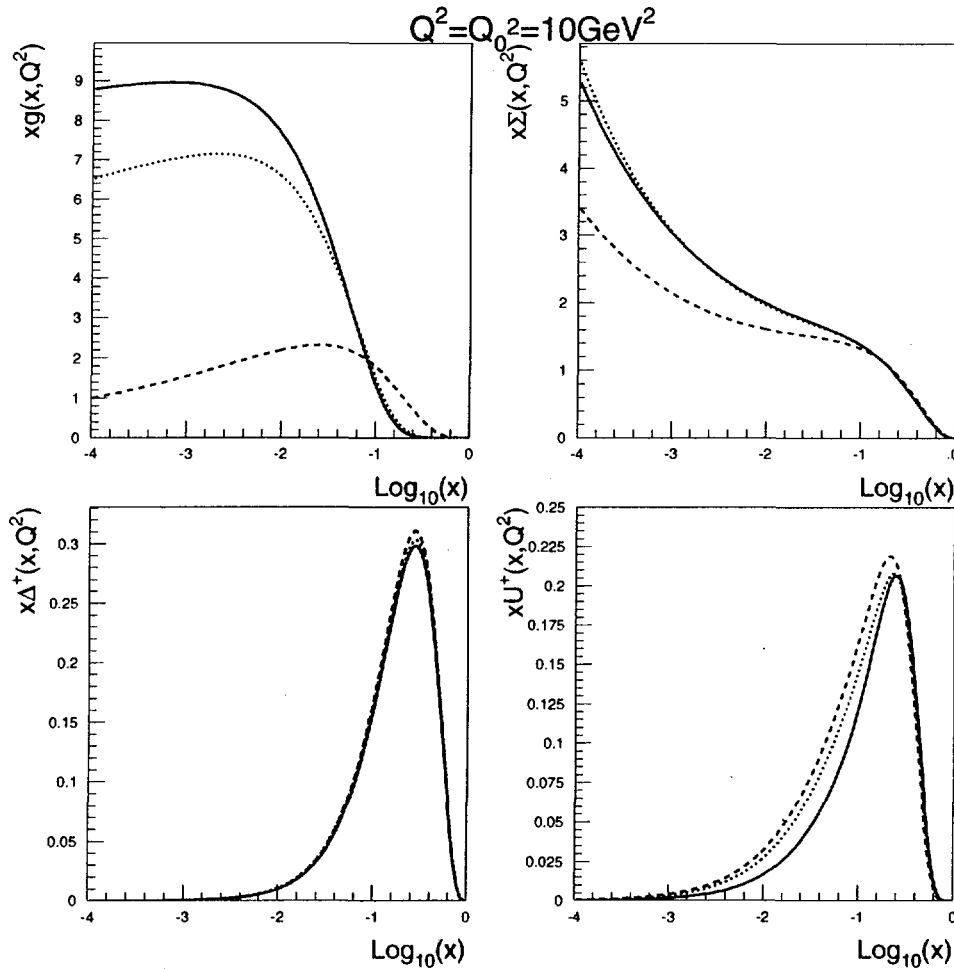


Figure 6.5 : Représentation graphique des densités de parton à $Q_0^2 = 10 \text{ GeV}^2$ pour l'ajustement de $F_2\text{-H1}$, $F_2\text{-NMC}$ et $R_{(2+1)}$ (A) avec $\Lambda_{QCD} = 250 \text{ MeV}$ (trait plein) et $\Lambda_{QCD} = 350 \text{ MeV}$ (trait pointillé) et l'ajustement de $F_2\text{-NMC}$ et $R_{(2+1)}$ (A) avec $\Lambda_{QCD} = 250 \text{ MeV}$ (trait tireté).

6.7 à 6.10 montre les taux de jets mesurés comparés avec le résultat de l'ajustement. Nous voyons que pour les quatre lots les ajustements reproduisent bien les mesures.

Les valeurs des paramètres de $h(x)$ sont assez semblables pour les lots B et D qui ne diffèrent que par la coupure en z_p (la coupure angulaire à l'avant étant de 15°). Par contre les valeurs pour les lots A et C sont relativement différentes.

En regardant la figure. 6.11, où sont représentés les erreurs bandes $h(x)$ calculées pour chacun des lots. Nous retrouvons bien la faible différence entre le lot B et D. Sur cette figure nous voyons cependant que les différents $h(x)$ obtenus ne diffèrent pas beaucoup. Dans la zone centrale en x , on voit que les corrections

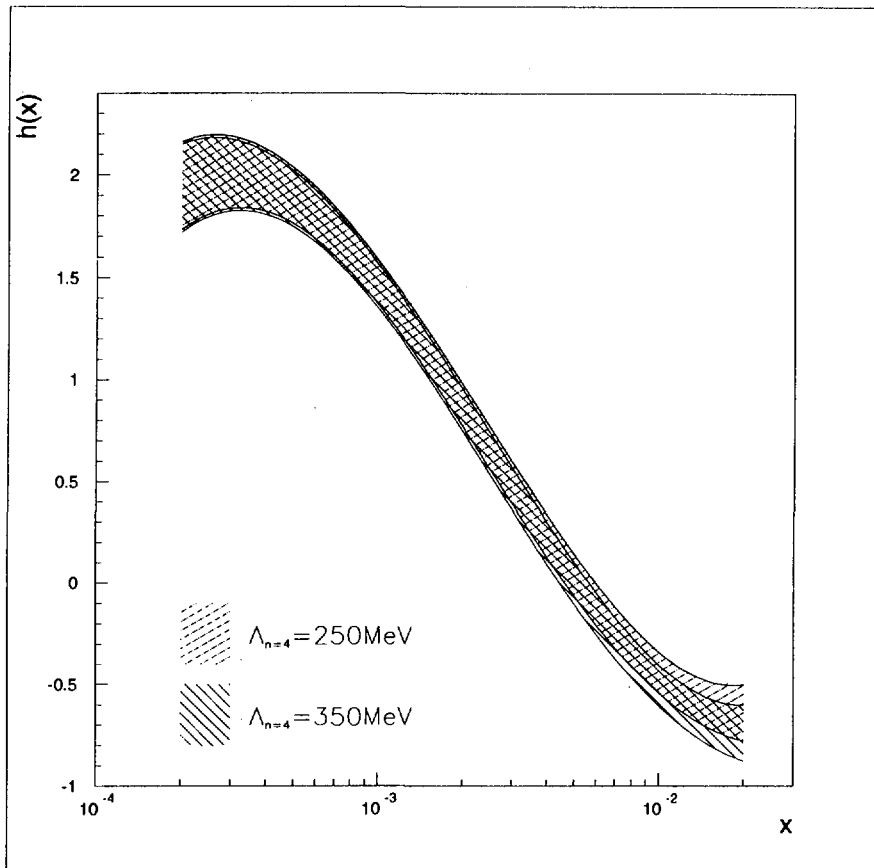


Figure 6.6 : Représentation de la bande d'erreur de $h(x)$ obtenue pour deux ajustement de toutes les données avec deux valeurs de Λ_{QCD} différentes, représentées sur la figure.

	lot A	lot B	lot C	lot D
$\chi^2_{F_2-H1}$	138,07	135,58	136,46	135,99
$\chi^2_{R_{(2+1)}}$	5,746	6,228	8,937	10,737
α	1.424	-1.462	2.434	-1.486
β	1.180	4.421	-0.517	4.812
γ	-0.663	-1.982	-0.150	-2.160
δ	0.069	0.233	0.027	0.253

Tableau 6.5 : Valeurs du χ^2 de F_2-H1 et $R_{(2+1)}$ et des paramètres de $h(x)$ obtenues pour les ajustements effectuées avec les quatre lots de mesures.

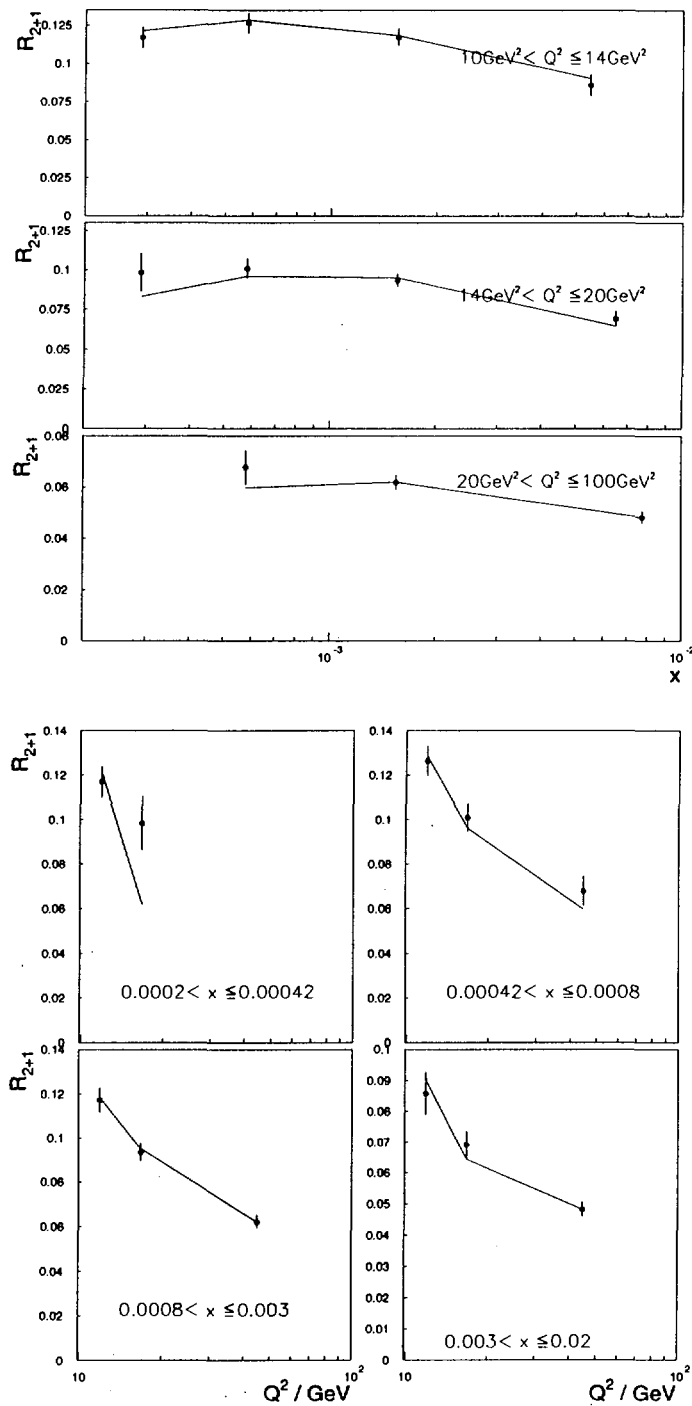


Figure 6.7 : Le taux $R_{(2+1)}$ mesuré à partir du lot A, comparé au résultat de l'ajustement. La figure du haut représente le $R_{(2+1)}$ en fonction de x pour les trois domaines en Q^2 . La figure du bas représente $R_{(2+1)}$ en fonction de Q^2 pour les quatre domaines en x . Les valeurs des domaines sont indiqués sur la figure. Les barres d'erreur représentent la somme quadratique des erreurs statistiques ajoutées en quadrature aux erreurs systématiques non corrélées.

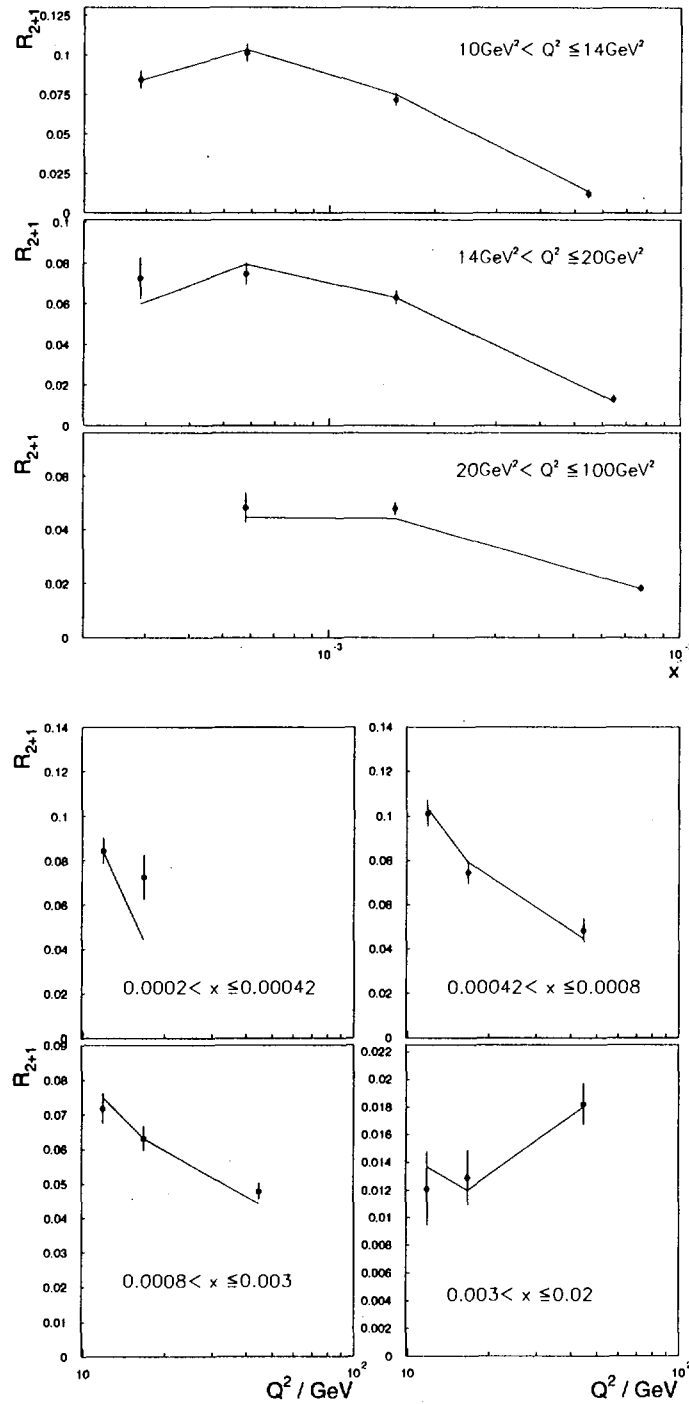


Figure 6.8 : Le taux $R_{(2+1)}$ mesuré à partir du lot B, comparé au résultat de l'ajustement. Voir la figure 6.7 pour les explications

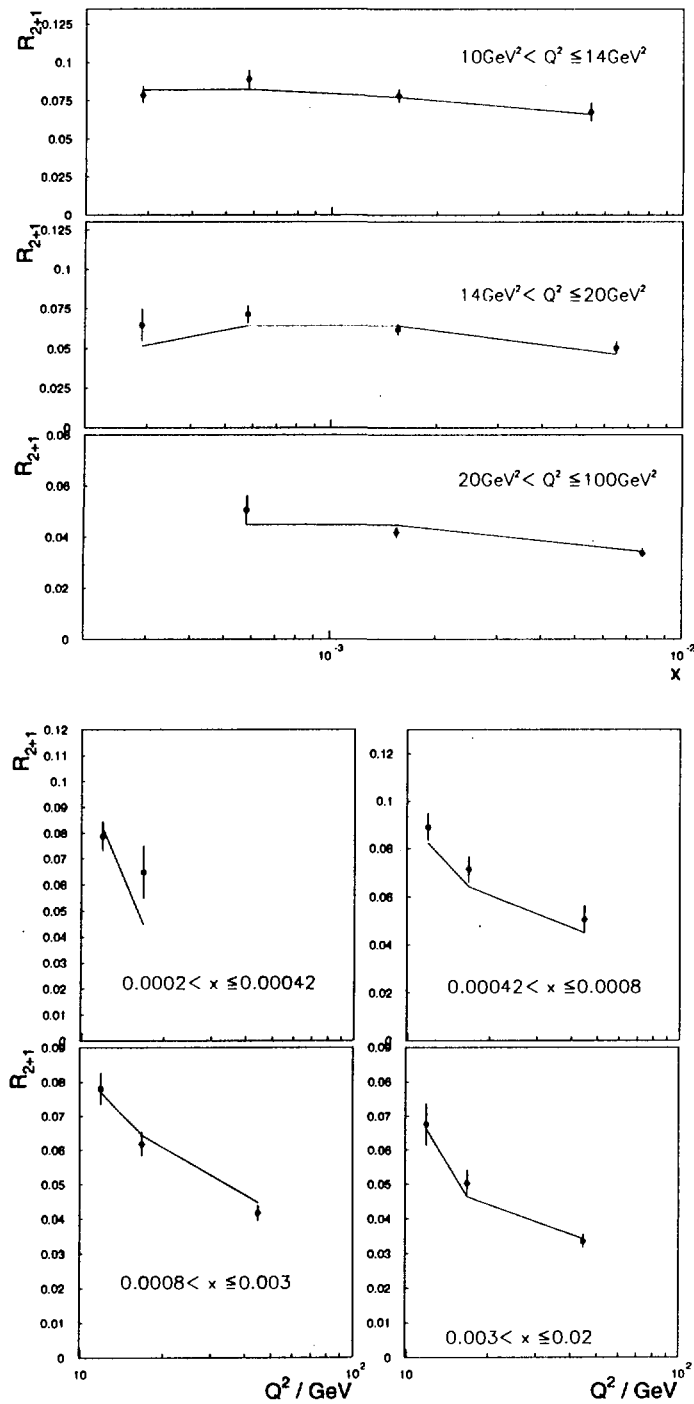


Figure 6.9 : Le taux $R_{(2+1)}$ mesuré à partir du lot C, comparé au résultat de l'ajustement. Voir la figure 6.7 pour les explications.

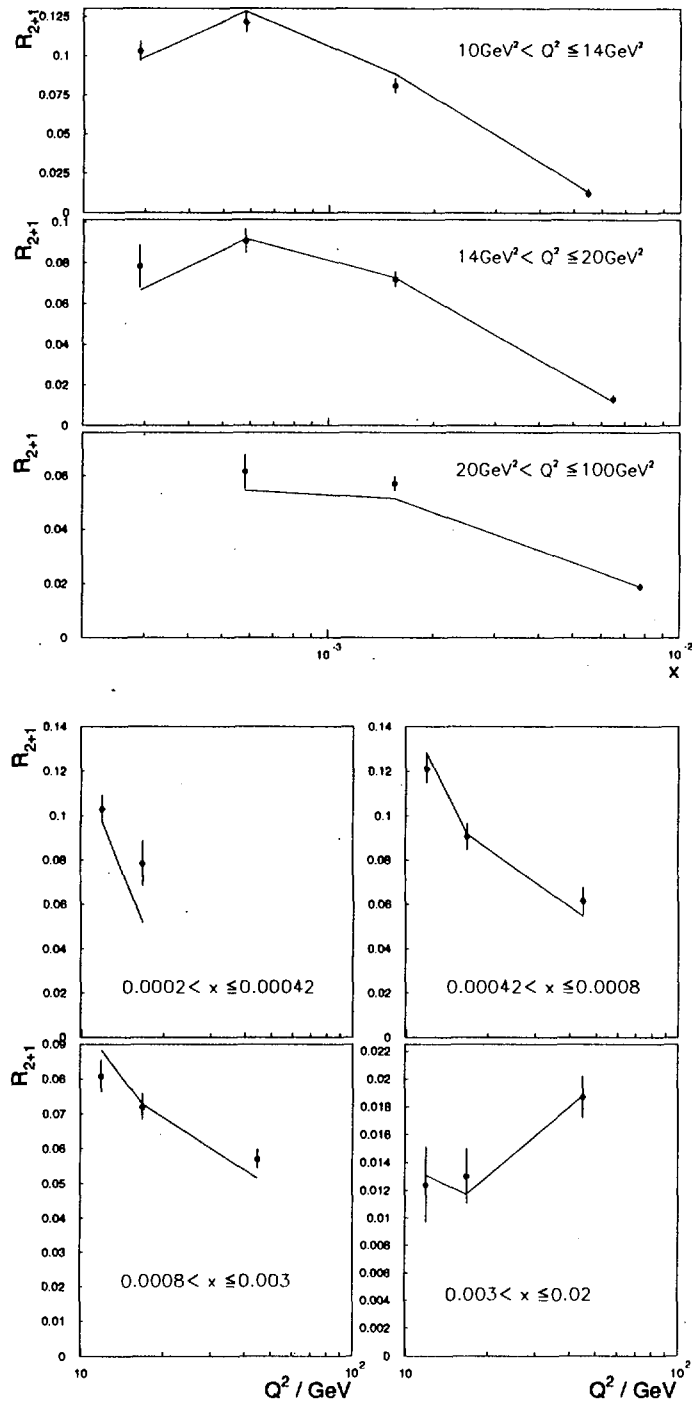


Figure 6.10 : Le taux $R_{(2+1)}$ mesuré à partir du lot D, comparé au résultat de l'ajustement. Voir la figure 6.7 pour les explications.

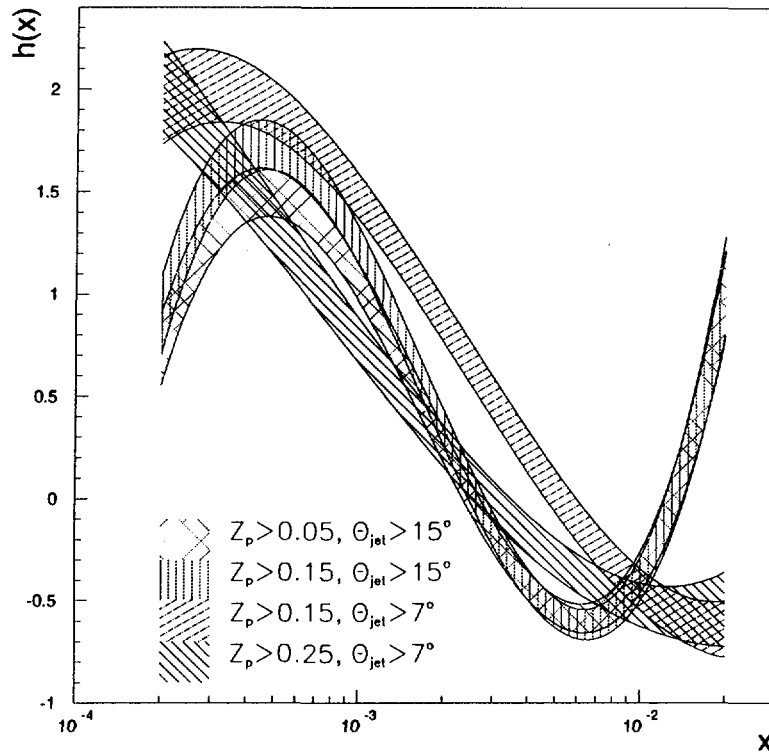


Figure 6.11 : Bandes d'erreur de $h(x)$ obtenue correspondant aux ajustement effectués sur les quatre lots de mesures de $R_{(2+1)}$. Les coupures ont été rappelées pour les quatre lots :

- Lot A : $z_p > 0,15$, $\theta_{\min} > 7^\circ$
- Lot B : $z_p > 0,15$, $\theta_{\min} > 15^\circ$
- Lot C : $z_p > 0,25$, $\theta_{\min} > 7^\circ$
- Lot D : $z_p > 0,05$, $\theta_{\min} > 15^\circ$

obtenues sont à peu près équivalentes, à part le lot A qui est systématiquement supérieur. Les différences sont surtout visibles aux valeurs extrêmes de x , où l'on voit que pour les lot B et D une forte croissance à aux grandes valeurs de x et une forte décroissance aux petites valeurs de x . Il est important de rappeler que pour les faibles valeurs de x la mesure est moins sensible au taux de jet hadronique, les différences observées peuvent être dues à cela.

Les densités de parton obtenues pour les quatre ajustements sont représentées sur la figure 6.13. On voit qu'il n'y a pas de modification de $\Sigma(x)$ et $\Delta^+(x)$, les différences sur $U^+(x)$ s'explique par la faible valeur de cette dernière. Il apparaît

aussi que la densité de gluon obtenue semble dépendre des coupures effectuées pour mesurer $R_{(2+1)}$, ce qui n'est évidemment pas souhaitable. Afin de vérifier la

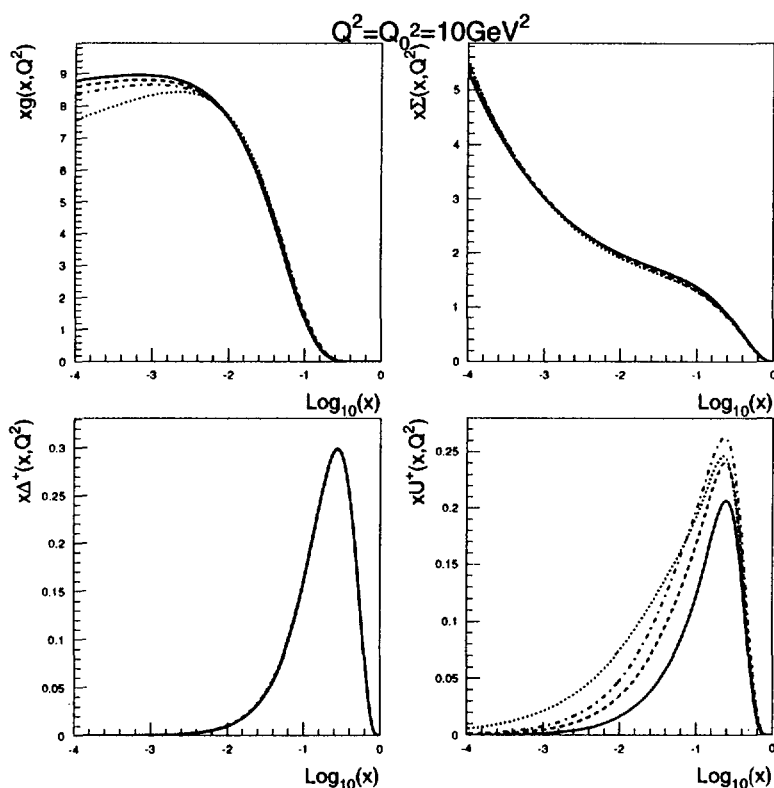


Figure 6.12 : Densité de parton obtenues pour quatre ajustement effectuées avec les quatre lots de mesure de $R_{(2+1)}$. Le trait plein correspond au lot A, le trait pointillé-tiré au lot B, le trait tireté au lot C et le trait pointillé au lot D.

portée de cette différence il est nécessaire de regarder les bandes d'erreur de $g(x)$. Sur la figure 6.13 nous avons représenté la bande d'erreur de $g(x)$. Nous voyons que l'erreur sur la détermination de $g(x)$ est supérieure à la différence entre les divers ajustements représentés sur la figure 6.13. Le gain sur l'erreur en incluant $R_{(2+1)}$ est visible mais n'est pas très important. Le fait de fixer les paramètres de $h(x)$ ne permettent pas un gain appréciable sur l'erreur.

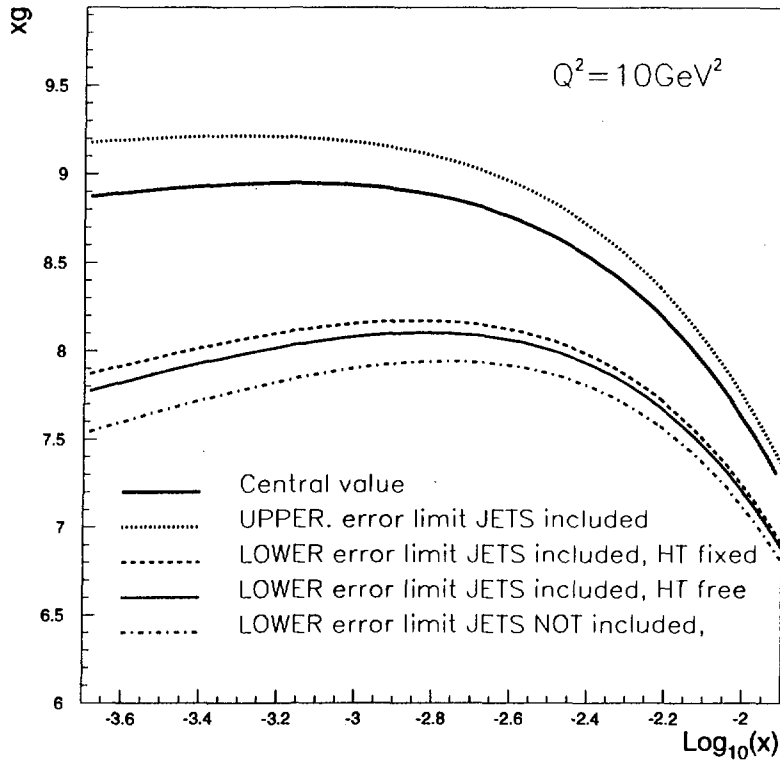


Figure 6.13 : Bande d'erreur de $g(x)$ calculée à partir de l'ajustement de F_2 seulement, à partir de l'ajustement de F_2 et de la mesure de $R_{(2+1)}$ du lot A, avec α , β , γ et δ libres dans un cas et fixés dans l'autre. Le trait plein gras représente la valeur centrale de $g(x)$. Le trait pointillé représente la valeur supérieure de la bande d'erreur, qui est identique pour les ajustements. Le trait tireté-pointillé correspond à la limite inférieure de l'erreur obtenue à partir de l'ajustement de F_2 , le trait plein fin à celle obtenue à partir de l'ajustement de F_2 et $R_{(2+1)}$ et le trait tireté à celle où les paramètres de $h(x)$ sont fixés.

6.5.5 Origine des différences entre $R_{(2+1)}$ mesurés dans LEPTO et dans les données

Nous avons remarqué au chapitre précédent que malgré la bonne description des variables associées aux jets, le taux $R_{(2+1)}$ "mesuré" dans LEPTO semble assez différent de celui mesuré dans les données. Les densités de parton utilisées à la génération dans LEPTO, proviennent de la paramétrisation MRS-H[8], ne tenant pas compte de la mesure de F_2 de H1 effectuée en 1994. La figure 6.14 compare la

paramétrisation MRS-H avec le résultat de l'ajustement de F_2 et de $R_{(2+1)}$ (A). On voit que la paramétrisation est très différente du résultat de l'ajustement.

Le χ^2 de F_2 -H1 calculé à partir de la paramétrisation est d'environ 350 pour 147 points de mesures, indiquant que cette paramétrisation n'est pas adaptée aux points de F_2 .

Nous remarquons que pour $x < 10^{-3}$ la paramétrisation de MRS-H est au dessus du résultat de l'ajustement et qu'elle passe en dessous pour cette valeur. Nous avons cependant observé que $R_{(2+1)}$ -LEPTO est systématiquement inférieur à la mesure. Cette différence s'explique à partir de cette dépendance des densités de parton. Les densités de parton interviennent dans le taux de jet par un produit de convolution. Nous rappelons que $\sigma_{(2+1)}$ calculé en x à partir de l'algorithme k_t avec $y_{\text{cut}} = 0,5$, est proportionnel à l'intégrale entre $2x$ et 1 des densités de parton. Nous voyons donc sur la figure 6.14 que l'intégrale sur $xg(x)$ ajusté est globalement supérieur à l'intégrale sur $xg(x)$ de MRS-H. La différence entre LEPTO et les données s'explique donc à partir de la différence entre les densités $g(x)$, la densité $\Sigma(x)$ intervenant peu dans ce cas. Cet effet est confirmé sur la figure 6.15,

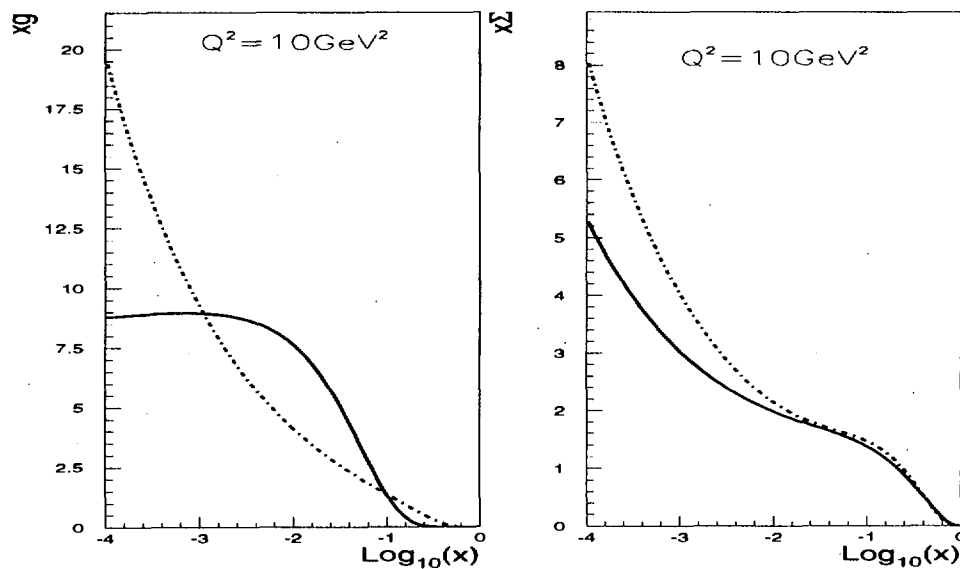


Figure 6.14 : $xg(x)$ et $x\Sigma(x)$ de la paramétrisation MRS-H (trait pointillé) et du résultat de l'ajustement de F_2 et $R_{(2+1)}$ (A).

où nous avons représenté le taux de jet calculé dans les bins de génération à partir de la paramétrisation MRS-H et du résultat de l'ajustement. Nous voyons que le taux de jet calculé à partir des densités de parton obtenues par l'ajustement est toujours au dessus du taux de jet calculé à partir de MRS-H.

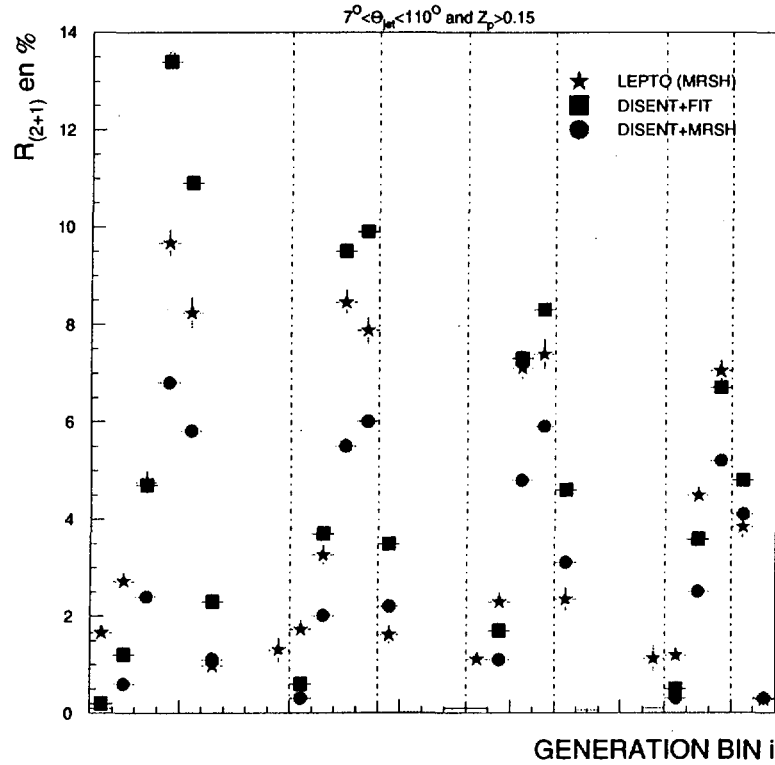


Figure 6.15 : Valeurs de $R_{(2+1)}$ calculées à partir des densités de parton de la paramétrisation MRS-H (ronds) et du résultat de l'ajustement (carrés). Les valeurs de $R_{(2+1)}$ obtenu à partir du niveau partonique de LEPTO sont aussi représentés (étoiles).

6.6 Conclusion

Nous venons de voir dans ce chapitre que l'inclusion de $R_{(2+1)}$ dans une procédure d'ajustement ne permet pas à l'heure actuelle d'augmenter énormément la précision sur la densité du gluon par rapport à l'extraction à partir de F_2 .

Le résultat principal obtenu par cette analyse concerne la première détermination expérimentale des corrections non perturbatives à $R_{(2+1)}$ déterminé par l'algorithme k_t . Nous avons en plus de la dépendance en $1/Q^2$ attendue par le modèle Dokshitzer-Marchesini-Webber, nous avons déterminé la dépendance en x de ces corrections. Nous avons obtenus ainsi une forme du type :

$$\frac{h(x)}{Q^2} \text{ avec } h(x) = \left(\alpha + \beta \ln \frac{x}{x_0} + \gamma \ln^2 \frac{x}{x_0} + \delta \ln^3 \frac{x}{x_0} \right).$$

qui doit être *ajoutée* au calcul perturbatif. L'ajustement sur quatre ensembles de mesure de $R_{(2+1)}$ donne des corrections du même ordre de grandeur et ayant le

même type de comportement excepté aux valeurs extrêmes de x . Pour $x = 2 \cdot 10^{-4}$ les corrections non perturbatives donnent une contribution comprise entre 0,05 et 0.2 à $R_{(2+1)}$ calculé perturbativement.

La valeur moyenne $\langle h(x) \rangle \sim 1 \text{ GeV}^2$ est en accord avec les prédictions théoriques qui prévoient une telle valeur pour toutes les corrections non perturbatives.

La faible contrainte du taux de jet sur la densité du gluon s'explique en grande partie par l'absence des corrections non perturbatives. C'est un des facteurs déterminant pour les extractions futures, car comme nous l'avons vu les corrections non perturbatives dominent aux faibles valeurs de x .

Parmi les autres facteurs pouvant permettre un gain en précision, il y a la nécessité de disposer d'une luminosité plus importante. Ceci permettrait d'augmenter le nombre d'intervalles en Q^2 (les intervalles en x étant limités par la résolution). Une mesure des hadrons à l'arrière du détecteur est aussi une limitation aux petites valeurs de x car un grand nombre de jets sont diffusés vers l'arrière. L'installation du récent calorimètre SPACAL en 1995 joue en ce sens.

L'autre facteur permettant de gagner en précision est liée aux fortes erreurs systématiques dues à l'incertitude sur la mesure de l'énergie hadronique. Dans le calorimètre à argon liquide l'augmentation de la statistique permettrait de réduire cette incertitude.

Bibliographie

- [1] E665 Collaboration (M.R. Adams, et al.), *Phys. Lett.* **B309** (1993) 477
- [2] H1 Collaboration (S. Aid, et al.), *Nucl. Phys.* **B470** (1996), 3.
- [3] H1 Collaboration (S. Aid, et al.) *Nucl. Phys.* **B439** (1995) 471.
- [4] NMC, (M. Arneodo, et al.) *Nucl. Phys.* **B483** (1997) 3
- [5] Yu.L. Dokshitzer, B.R. Webber, *Phys. Lett.* **B352** (1995) 451.
- [6] S. Catani, Communication Privée.
- [7] A.D. Martin, R.G. Roberts, W.J. Stirling, *Phys. Lett.* **B387** (1996) 419.
- [8] A.D. Martin, R.G. Roberts, W.J. Stirling, *Phys. Lett.* **B306** (1993) 147, Erratum-ibid. **B309B** (1993) 492.
- [9] M. Glück, E. Reya, A. Vogt, *Z. Phys.* **C67** 433 (1995)
- [10] CTEQ Collaboration (H. Lai et al.), *Phys. Rev.* **D55** (1997) 1280 .
- [11] B.R. Webber in proceedings of *Workshop On Deep Inelastic Scattering and Qcd*, Ed. J.F. Laporte et Y. Sirois 1995.
- [12] K. Prytz, *Phys. Lett.* **311B** (1993) 286
- [13] W. Furmanski, R. Petronzio, *Zeit. Phys.* **C11** (1982) 293
- [14] D. Graudenz, M. Hampel, A. Vogt, C. Berger, *Z. Phys.* **C70** (1996) 77.
- [15] G. Lobo, in: Proceedings of the *Future Physics at HERA Workshop 1995/96*, DESY (eds. G. Ingelman, A. De Roeck, R. Klanner).
- [16] J. C. Collins W.-K. Tung, *Nucl. Phys.* **B278** (1986)934.
- [17] F. Squinabol *Mesure de la constante de couplage de l'interaction forte α_s par l'étude des jets dans l'expérience H1*, Thèse de doctorat, Université de Paris XII (1997).

Conclusion

Nous avons mesuré le taux $R_{(2+1)}$ avec l'algorithme k_t dans le domaine cinématique délimité par $10 \text{ GeV}^2 < Q^2 < 100 \text{ GeV}^2$ et $2.10^{-4} < x < 2.10^{-2}$, à partir des données enregistrées par H1 en 1994, correspondant à une luminosité intégrée de $1,9 \text{ pb}^{-1}$. Cette mesure est la première du genre effectuée pour des valeurs aussi faibles en x . Les erreurs statistiques sont faibles comparées aux sources d'erreurs systématiques. Les sources d'erreurs systématiques sont principalement dominées par l'incertitude des échelle absolues d'énergie hadronique dans le calorimètre à Argon liquide et le calorimètre électromagnétique arrière.

A partir de cette mesure nous avons extrait la densité de gluon et les corrections non perturbatives à $R_{(2+1)}$. L'amélioration concernant la précision est petite par rapport à la méthode utilisant seulement les fonctions de structure. Par contre, les corrections non perturbatives à $R_{(2+1)}$, ont été, pour la première fois, déterminées expérimentalement. En plus de la dépendance en $1/Q^2$ confirmant les attentes théoriques, nous avons déterminé la dépendance en x de ces corrections que nous empiriquement modélisée par un polynôme de degré 3 en $\ln x$. Le modèle de Dokshitzer-Marchesini-Webber, déjà utilisé avec succès pour les corrections non perturbatives de F_2 et pour certaines variables hadroniques comme la valeur moyenne du "thrust", laisse supposer qu'il serait capable de décrire théoriquement les corrections non perturbatives pour une large classe d'observables. Nous fournissons donc ici, une détermination expérimentale, de ces corrections au taux $R_{(2+1)}$ à laquelle les calculs, bientôt disponibles, devront être comparés.

La méthode que nous avons présenté ici, reste une des seules utilisables à l'avenir pour extraire la densité de gluon, du moins aux faibles valeurs de x . En effet, les mesures de F_2 effectuées à HERA sont actuellement dominées par les erreurs systématiques et le nombre de points de mesures est limité par la résolution des variables cinématiques. On n'attend donc pas d'amélioration importante de l'extraction indirecte avec F_2 seulement. Si le découpage en x est limité par la résolution dans notre cas, le découpage en Q^2 est quant à lui a été déterminé par le nombre d'événements. Une luminosité plus importante permettrait d'augmenter

le nombre de mesures en Q^2 .

Nous avons dans le cadre de ce travail, développé une méthode numérique permettant d'intégrer rapidement la section efficace de production d'événements (2+1) jets. La précision obtenue par cette méthode a été un point déterminant pour cette méthode d'extraction.

Nous avons vu que la faible sensibilité de $R_{(2+1)}$ à la densité de gluon provient principalement de l'incertitude sur les corrections non perturbatives.

Pour permettre à l'avenir une réduction significative de l'erreur, il serait à la fois nécessaire d'augmenter la statistique et d'avoir une mesure des hadrons à l'arrière. Ces conditions étaient déjà réunies en 1995, où la luminosité fournie par HERA a été multipliée par deux et le calorimètre SPACAL, pouvant mesurer les hadrons, a été installé. Malheureusement, des problèmes liés à l'installation de ce nouveau détecteur, n'ont pas permis d'enregistrer un nombre important d'événements à bas Q^2 . Ces problèmes ont été en grande partie résolus lors de la prise de données de 1996, mais les données ne sont pas encore accessibles.

Une augmentation de la statistique permettrait non seulement de réduire les erreurs statistiques, mais aussi d'améliorer la connaissance de l'énergie hadronique du calorimètre à argon liquide qui reste l'erreur dominante.

Annexes

Annexe A

Méthode d'intégration rapide de section efficace

A.1 Introduction

Les programmes actuels[1, 2] de calcul de sections efficace de jets à l'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ utilisent tous des méthodes d'intégration numérique Monte-Carlo permettant une souplesse dans l'implémentation des algorithmes ou de diverses coupures.

En contrepartie, pour obtenir une précision importante, il est nécessaire d'effectuer un grand nombre de tirages et par conséquent un temps de calcul important¹ est requis. L'utilisation d'un tel programme dans une méthode d'ajustement est donc prohibitif, la section efficace devant être évaluée à chaque itération.

Afin de circonvenir ce problème, nous avons développé une méthode basée sur interpolation par des polynômes par morceaux (splines). Elle fut développée dans le cadre précis d'une extraction de la densité de partons dans un programme d'ajustement phénoménologique.

A.2 Description de la méthode

La section efficace à l'ordre $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ peut s'écrire de la manière suivante :

$$\frac{d\sigma^{(2+1)}}{dx dQ^2} = \sum_{N=1}^2 \sum_{a=q,\bar{q},g} \alpha_s^N(Q^2) \int_{\text{m partons}} C_a(\xi, x, \dots, Q^2) f_{a/P}(\xi, Q^2) d\Phi^{(m)} \quad (\text{A.2.1})$$

¹Il est délicat de donner un temps de calcul typique en raison de la diversité des machines utilisées actuellement. De même, le nombre de points nécessaires pour obtenir une précision inférieure au %, varie beaucoup selon la taille du domaine d'intégration. Par exemple sur une station DEC-ALPHA 500/400, il faut environ une dizaine d'heures de temps de calcul pour effectuer une intégration avec un million de points.

où N représente l'ordre en α_s (pour $N = 1, m \leq 3$ et pour $N = 2, m \leq 4$), ξ est la fraction d'impulsion du proton emportée par le parton incident, C_a est la section efficace du processus $\gamma^* a$, $f_{a/P}$ est la densité du parton i et $d\Phi^{(m)}$ est l'élément d'espace des phases pour m partons. Les points de suspension représentent les dépendances sur les autres variables ($y_{\text{cut}}, x_p, \dots$).

A.2.1 Intégration sur les variables de jets

L'intégration sur toutes variables de jets, mise à part sur ξ , peut être effectuée hors du programme d'itération. Nous réécrivons donc (A.2.1) sous la forme :

$$\frac{d\sigma^{(2+1)}}{dx dQ^2} = \sum_{N=1}^2 \sum_a \alpha_s^N(Q^2) \int C_a(\xi, x, y_{\text{cut}}, Q^2) f_{a/P}(\xi, Q^2) d\xi, \quad (\text{A.2.2})$$

où C_a est désormais intégrée sur toutes les variables sauf ξ .

Afin de simplifier les expressions à venir, nous n'allons considérer qu'un type de parton a , et nous partirons de l'expression :

$$\frac{d\sigma_a^{(2+1)}}{dx dQ^2} = \sum_{N=1}^2 \alpha_s^N(Q^2) \int C(\xi, x, y_{\text{cut}}, Q^2) f(\xi, Q^2) d\xi. \quad (\text{A.2.3})$$

où nous avons omis les indices a sur C et f . On définit un réseau de points $|\xi\rangle = \{\xi_1, \dots, \xi_{N_\xi}\}$, ainsi qu'un ensemble de valeurs $|f\rangle = \{f_1, \dots, f_{N_\xi}\}$ avec $f_i = f(\xi_i, Q^2)$. Nous pouvons alors définir une fonction polynômiale par morceaux \mathcal{F}_r d'ordre r interpolant $|f\rangle$ en ξ : $\mathcal{F}_r(\xi_i) = f_i$.

\mathcal{F}_r est décrite par un ensemble de n polynômes $|\mathcal{B}\rangle = \{\mathcal{B}_1^r, \dots, \mathcal{B}_{n-1}^r\}$ d'ordre r :

$$\mathcal{F}_r(\xi) = \mathcal{B}_i^r \quad \text{si } \xi_i \leq \xi \leq \xi_{i+1}. \quad (\text{A.2.4})$$

auxquels on impose un ensemble de conditions de continuité $|\nu\rangle = \{\nu_1, \nu_{N_\xi-1}\}$. Il est possible de définir une base de fonctions $|\phi\rangle = \{\phi_1(\xi), \dots, \phi_{N_\xi}(\xi)\}$ telles que $\phi_i(\xi_j) = \delta_{ij}$ (δ_{ij} étant le symbole de Kroenecker) et d'écrire :

$$\mathcal{F}_r(\xi) = \sum_{i=1}^{N_\xi} f_i \phi_i(\xi), \quad (\text{A.2.5})$$

L'équation (A.2.5) est n'est unique que si :

$$r \times n - \sum_{j=2}^{n-1} \nu_j = N_\xi, \quad (\text{A.2.6})$$

et n'est donc satisfaite que pour une classe restreinte de $|\nu\rangle$. Les fonctions \mathcal{F}_r construites ainsi correspondent aux *splines*[5].

En revenant à notre problème, nous faisons maintenant les hypothèses suivantes :

$$\mathcal{F}_r(\xi) = f(\xi) \quad \text{et} \quad \int C(\xi, x, y_{\text{cut}}, Q^2) f(\xi, Q^2) d\xi \in \mathbb{P}_{k, \xi, \nu}. \quad (\text{A.2.7})$$

Dans [5], les théorèmes concernant la précision de ces approximations, indiquent qu'un choix optimum est donné par $r = 3$ (splines cubiques). L'utilisation de splines cubiques permettent des interpolations très fidèles de fonctions régulières, en raisons des conditions de continuité (de la valeur, et des dérivées première et seconde).

En utilisant (A.2.7) et (A.2.5), nous pouvons réécrire (A.2.3) sous la forme :

$$\frac{d\sigma_a^{(2+1)}}{dx dQ^2} = \sum_{N=1}^2 \alpha_s^N(Q^2) \sum_{i=1}^{N_\xi} f(\xi_i, Q^2) \int C(\xi, x, y_{\text{cut}}, Q^2) \phi(\xi) d\xi. \quad (\text{A.2.8})$$

La densité du parton n'est désormais plus présente dans l'intégrale, par conséquent sans rien connaître de cette densité il est possible désormais d'intégrer sur ξ . L'intégrale, dans le programme d'ajustement, consiste à effectuer un produit de vecteurs au lieu d'une intégration numérique coûteuse en temps de calcul.

Des exemples sur la précision de l'interpolation sont montrés sur la figure A.1. Pour réaliser cette figure nous avons utilisé la paramétrisation MRSD-P. Les oscillations observées à partir de $\xi = 10^{-2}$ proviennent du fait que la densité tend vers zéro. Nous verrons que ceci influence peu le résultat sur la section efficace.

A.3 Considérations techniques

Pour appliquer cette méthode il est nécessaire d'avoir un programme calculant la section efficace. Le programme MEPJET[2], n'a pu être utilisé car il n'est pas possible de convoluer les sections efficaces partoniques avec des fonctions arbitraires. En revanche le programme DISENT[1], offre cette souplesse et à été utilisé ici. Les fonctions ϕ sont interpolées par des splines cubiques construites sur une bases de B-splines à partir des fonctions **E210** de la librairie MATHLIB du CERN[6]. Un exemple de fonctions est représenté sur la figure A.2. La figure A.3 représente le rapport de $d\sigma^{2+1}/dx dQ^2$ obtenue à partir de l'expression (A.2.8) par le résultat donné par DISENT. Nous voyons que pour un réseau de 15 points la précision est meilleure que 1%.

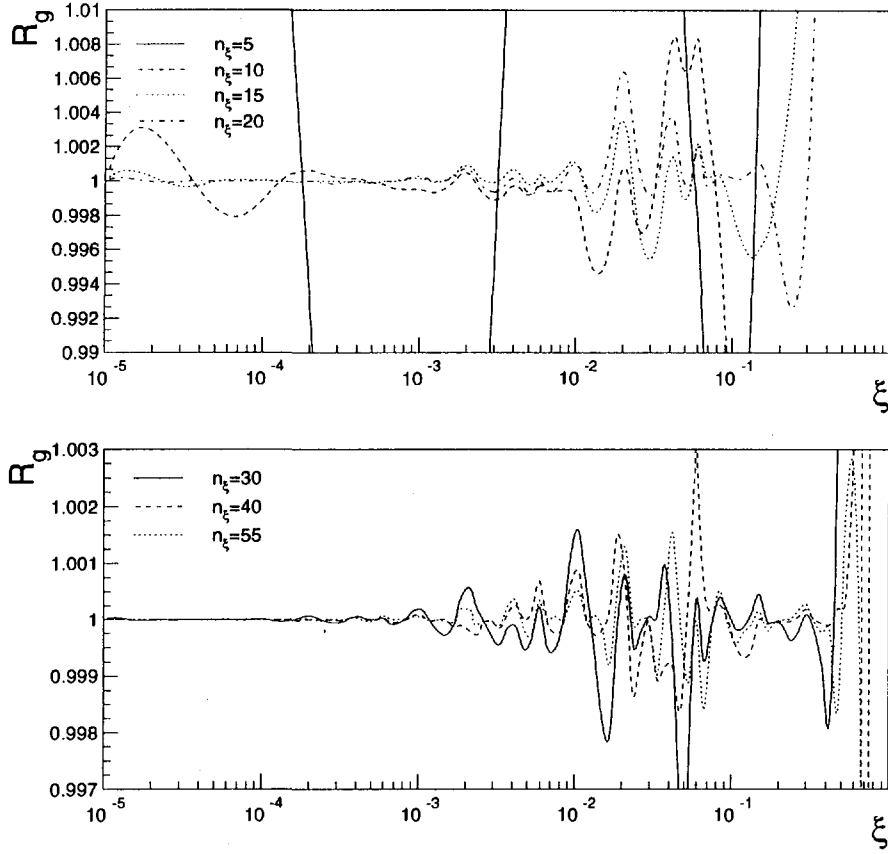


Figure A.1 : Rapport $R_g(\xi)$ entre la densité de gluon calculée à l'aide de l'interpolation (A.2.5) par la densité de gluon exacte obtenue avec la paramétrisation MRSD-P, pour différentes valeurs de N_ξ indiquées sur la figure.

A.3.1 Intégration dans les bins

Nous passons maintenant à l'intégration dans des bins en (x, Q^2) . Pour cela, nous repartons de l'expression (A.2.8) que nous voulons intégrer dans un bin défini par $\Delta x \Delta Q^2$. Pour simplifier les expressions, nous posons :

$$C^i(x, Q^2) \equiv \int d\xi C(\xi, x, y_{\text{cut}}, Q^2) \phi_i(\xi) \quad (\text{A.3.9})$$

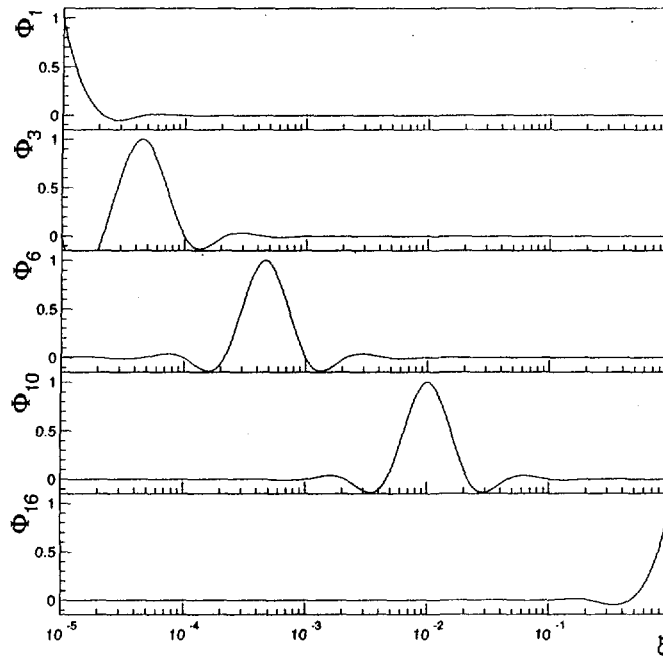


Figure A.2 : Exemple de fonctions $\phi(\xi)$ obtenues pour un réseau de 16 points.

L'intégrale sur le bin s'écrit alors :

$$\sigma_a^{(2+1)}|_{\Delta x \Delta Q^2} = \int_{\Delta x} \int_{\Delta Q^2} \sum_{N=1}^2 \alpha_s^N(Q^2) \sum_{i=1}^{N_\xi} f(\xi_i, Q^2) C_i(x, Q^2). \quad (\text{A.3.10})$$

Nous définissons maintenant un réseau à deux dimensions sur x et Q^2 , $x : \{x_1, \dots, x_{N_x}\}$ et $Q^2 : \{Q_1^2, \dots, Q_{N_Q}^2\}$. Nous construisons alors sur ce réseau deux ensembles de bases de fonctions, en remarquant qu'il est possible d'utiliser la même base pour x et ξ . Pour Q^2 , la base sera dénommée $\{\psi_k(Q^2)\}$. En imposant les mêmes conditions de continuité et valeurs aux points du réseau que pour ξ , nous avons :

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_a^{(2+1)}}{dx dQ^2} &= \sum_{N=1}^2 \alpha_s^N(Q^2) C^i(x, Q^2) f(\xi_i, Q^2) \\ &= \sum_{N=1}^2 \sum_{j=1}^{N_x} \sum_{k=1}^{N_Q} \alpha_s^N(Q_k^2) C^i(x_j, Q_k^2) f(\xi_i, Q_k^2) \phi_j(x) \psi_k(Q^2). \end{aligned} \quad (\text{A.3.11})$$

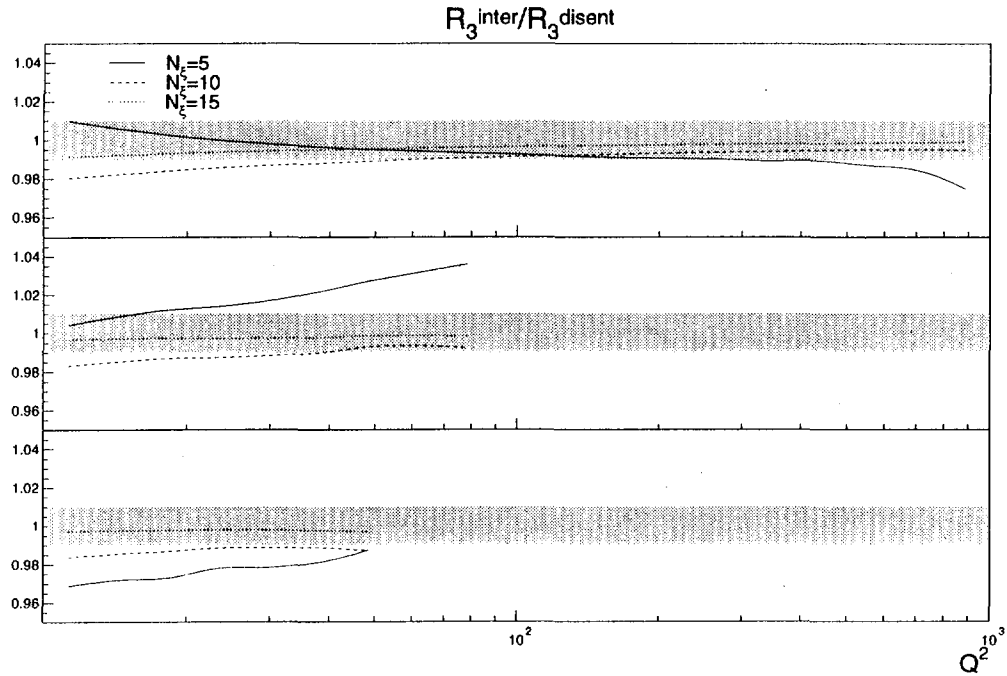


Figure A.3 : Rapport du taux $R_{(2+1)}$ différentiel en (x, Q^2) obtenue avec la présente méthode par le résultat obtenu directement par DISENT, en fonction de Q^2 , pour 3 valeurs de $x = 0.01, 0.001, 0.0005$, de haut en bas. La bande grisée correspond à une différence de 1%.

L'expression (A.3.10):

$$\sigma_a^{(2+1)}|_{\Delta x \Delta Q^2} = \sum_{N=1}^2 \sum_{i=1}^{N_\xi} \sum_{j=1}^{N_x} \sum_{k=1}^{N_Q} \alpha_s^N(Q_k^2) C_i^j(x_j, Q_k^2) f(\xi_i, Q_k^2) \int_{\Delta x} \int_{\Delta Q^2} \phi_j(x) \psi_k(Q^2). \quad (\text{A.3.12})$$

où par simplicité nous avons choisi implicitement $N_x = N_\xi$. L'intégration se fait seulement sur les fonctions ϕ et Ψ . La section efficace est désormais calculée par un produit de plusieurs matrices. Les matrices $C_i^j(x_j, Q_k^2)$ et $\int_{\Delta x} \int_{\Delta Q^2} \phi_j(x) \psi_k(Q^2)$ sont ainsi calculées indépendamment du programme d'ajustement. L'intégrale sur les bins étant totalement indépendante du calcul des $C_i^j(x_j, Q_k^2)$, il est par conséquent possible d'utiliser d'autres méthodes d'intégrations plus performantes et plus précises que les intégrations par méthode Monte-Carlo.

A.4 Précision

L'évaluation de la précision obtenue avec cette méthode est plus délicate. Comme nous venons de le préciser, l'intégration effectuée avec DISENT utilise une méthode Monte-Carlo, en raison de la facilité de l'implémentation des coupures expérimentales (en particulier sur les jets). Dans le cas de la section efficace différentielle (A.2.8), l'intégration sur la variable ξ est effectuée par DISENT. La précision absolue sur la section efficace n'entre donc pas en ligne de compte.

Dans le cas de la section efficace intégrée, DISENT utilise une méthode Monte-Carlo pour intégrer sur x et Q^2 alors que pour notre méthode nous utilisons une méthode gaussienne adaptative (GAPAP[7]), très rapide et très précise. Une étude aussi précise que celle effectuée dans le cas de la section efficace différentielle aurait nécessité, pour un ensemble de bins représentatifs du domaine en x et Q^2 utilisé :

- de calculer les section efficaces avec DISENT dans ces bins avec une bonne précision (entre 1 et 10 millions selon la taille des bins et pour une précision de l'ordre de 1%),
- de calculer avec notre méthode les sections différentielles en chaque point du réseau avec une bonne précision (environ 10 000 points) représentant $N_\xi \times N_\xi \times N_Q$ calculs avec DISENT.

Le choix de la taille du réseau s'est donc fait en comparant la section efficace différentielle calculée par DISENT en différents points en x et Q^2 (ne coïncidant pas avec les nœuds du réseau) et en comparant le résultat obtenu avec l'interpolation (A.3.11).

Par cette procédure nous avons trouvé que $N_Q = 10$ avec $5 \leq Q^2 \leq 100$ permet d'avoir des résultats avec une précision d'environ 0,1%. L'intégrale sur des bins en x et Q^2 a alors été effectuée avec DISENT et notre méthode, donnant un accord compatibles dans les erreurs de DISENT.

Bibliographie

- [1] S. Catani, M.H. Seymour, Phys. Lett. **B378** (1996) 287;
S. Catani, M.H. Seymour, CERN preprint, CERN-TH-96-029.
- [2] E. E. Mirkes, D. Zeppenfeld, Phys. Lett. **B380** (1996) 205.
- [3] C. Pascaud, F. Zomer DESY Preprint 96-266
C. Pascaud, F. Zomer LAL Preprint 94-42
- [4] G. Lobo, in: Proceedings of the *Future Physics at HERA Workshop 1995/96*,
DESY (eds. G. Ingelman, A. De Roeck, R. Klanner).
- [5] C. de Boor, *A practical guide to Splines*, Springer-Verlag, 1978.
- [6] W. Mönch, B. Schorr, entrée **E210** de *Cern Program Library*
- [7] T. Johannson, dans le programme LEPTO (1973).

Annexe B

Calcul des bandes d'erreurs

Nous décrivons ici, la manière dont sont calculées les bandes d'erreurs des densités de partons et des corrections non perturbatives. La présentation sous forme de bandes d'erreurs permet de tenir correctement compte des corrélations entre les paramètres. Les bandes d'erreurs correspondent aux valeurs de paramètres obtenues pour un accroissement d'une unité du χ^2 .

B.1 Méthode des multiplicateurs de Lagrange

Nous allons décrire de manière très générale la manière dont ces bandes d'erreurs sont calculées. Supposons que nous voulions calculer la bande d'erreur de G dépendant de l'ensemble de paramètres $\{p\}$. Le calcul d'erreur de G consiste à trouver les valeurs des n paramètres $\{p\}$ telles que $G(\{p\})$ soit extrémale sous la contrainte :

$$\chi^2(\{p\}) = \chi_{min}^2 + 1, \quad (\text{B.1.1})$$

où χ_{min}^2 est la valeur minimale du χ^2 , résultat de l'ajustement. On appelle $\{\bar{p}\}$ l'ensemble des paramètres tel que $\chi^2(\{\bar{p}\}) = \chi_{min}^2$.

Pour alléger les notations à venir nous introduisons la notation suivante :

$$|p\rangle \equiv \begin{pmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_n \end{pmatrix} \text{ et } \langle p| \equiv (p_1 \dots p_n) \quad (\text{B.1.2})$$

On peut alors effectuer le développement de Taylor d'ordre 2 autour de χ_{min}^2 :

$$\chi^2(\{p\}) = \chi_{min}^2 + \langle \Delta p | \mathcal{M} | \Delta p \rangle \quad (\text{B.1.3})$$

où $|\Delta p \rangle = |p - \bar{p} \rangle$ et

$$\mathcal{M}_{ij} = \frac{1}{2} \frac{\partial \chi^2}{\partial p_i \partial p_j} \quad (\text{B.1.4})$$

est l'inverse de la matrice de covariance.

Pour déterminer les paramètres satisfaisant à la relation (B.1.1), nous avons recours à la méthode des multiplicateurs de Lagrange. Cette méthode nous dit qu'il existe $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que :

$$\frac{\partial}{\partial p_i} [G(\{p\}) - \lambda f(\{p\})] = 0 \quad (\text{B.1.5})$$

où $f(\{p\}) = \chi^2 - \chi_{\min}^2 - 1$ et λ est posé a priori et déterminé a posteriori par l'équation de contrainte. En définissant

$$|\partial \rangle \equiv \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial p_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial}{\partial p_n} \end{pmatrix} \quad (\text{B.1.6})$$

et en remarquant que $|\partial \rangle f = |\partial \rangle \chi^2 = 2\mathcal{M}|\Delta p \rangle$ l'équation (B.1.6) devient :

$$|\partial \rangle G = 2\lambda \mathcal{M}|\Delta p \rangle. \quad (\text{B.1.7})$$

En inversant nous obtenons alors :

$$|\Delta p \rangle = \frac{1}{2\lambda} \mathcal{M}^{-1} |\partial \rangle G. \quad (\text{B.1.8})$$

La contrainte (B.1.1), équivalente à :

$$\langle \Delta p | \mathcal{M} | \Delta p \rangle = 1 \quad (\text{B.1.9})$$

devient, en utilisant (B.1.8) :

$$\frac{1}{4\lambda^2} \langle \partial | G (\mathcal{M}^{-1})^T \mathcal{M} \mathcal{M}^{-1} | \partial \rangle G = 1 \quad (\text{B.1.10})$$

La matrice \mathcal{M} étant symétrique nous avons $(\mathcal{M}^{-1})^T = \mathcal{M}^{-1}$, il devient possible de déterminer λ :

$$2\lambda = \pm \sqrt{\langle \partial | G \mathcal{M}^{-1} | \partial \rangle G} \quad (\text{B.1.11})$$

En remplaçant λ dans (B.1.8) par l'expression que nous venons d'obtenir nous avons :

$$|\Delta p \rangle^{\pm} = \pm \frac{\mathcal{M}^{-1} |\partial \rangle G}{\sqrt{\langle \partial | G \mathcal{M}^{-1} | \partial \rangle G}}. \quad (\text{B.1.12})$$

La bande d'erreur sur G est donnée par l'enveloppe délimitée par $G(|\Delta p \rangle^+)$ et $G(|\Delta p \rangle^-)$.

B.2 Méthode directe

La méthode décrite précédemment pose problème lorsque la matrice \mathcal{M} n'est pas inversible. On a recourt à une autre méthode plus longue mais ne faisant pas d'hypothèse sur la dépendance du χ^2 de ses paramètres.

Pour ce calcul on part de la valeur de G obtenue après minimisation du χ^2 . En définissant $G_0 = G(x_0)$, on fait varier G_0 et on refait l'ajustement. La bande d'erreur est obtenue lorsque $\chi^2 = \chi_{min}^2 + 1$. En pratique cela revient à fixer un des paramètres dont dépend G , et à faire varier les autres paramètres. Pour obtenir la bande d'erreur cette procédure doit être effectuée pour chaque point x_0 .

Cette méthode a été appliquée dans cette thèse pour le calcul de bande d'erreur de la densité de gluon.

Remerciements

Je voudrais tout d'abord remercier Jacques Lefrançois pour m'avoir accueilli au sein du laboratoire et Jean-Claude Bizot pour avoir accepté de diriger cette thèse.

Je remercie aussi tous les membres du jury, et en particulier Stefano Catani et Alain Milsztajn pour avoir accepté d'en être les rapporteurs.

Ringrazio di nuovo Stefano Catani, per aver sempre risposto alle mie domande e per i suoi preziosi insegnamenti riguardanti le conoscenze teoriche necessarie al compimento del presente lavoro.

Mes remerciements vont aussi à tous les membres du groupe H1 au LAL, et à leur bonne humeur : Violette Brisson, André Courau, Benoît Delcourt, Dirk Hoffmann, Agnieszka Jacholkowska, Smain Kermiche, Fabrice Squinabol, Zhiqing Zhang et en particulier, Laurent "tichke" Favart pour m'avoir aidé dans la compréhension des processus radiatifs et m'avoir fait découvrir le cinéma d'action, Michel Jaffré pour m'avoir accueilli lors de mon séjour à Hambourg et m'avoir aidé à m'en sortir dans la jungle informatique de H1, C. Pascaud pour avoir toujours répondu à mes nombreuses questions, et enfin Fabian Zomer pour ses idées brillantes et son aide très précieuse lors du travail de cette thèse.

Ich möchte mich bei Albrech Wagner für die Aufnahme bei DESY und bei Eckhard Elsen für seine Betreuung und seine Enklärungen des H1-Triggers bedanken. Hilde Härtel und Hella Kleinebenne danke ich für ihre Unterstützung.

Je tiens aussi à remercier Christian Bécam, René Bilhaut et Michel Jouvin pour l'assistance informatique qu'ils m'ont apportés. Je remercie aussi pour leur excellent travail, les secrétaires des "bulles", Emmanuelle Rouillère, Maryse Jégou et Valérie Scheuble. Merci aussi à Gérard Caglioni pour sa gentillesse et son efficacité.

Je voudrais saluer aussi "mes ancien(ne)s collègues", avec qui j'ai eu le plaisir de travailler et de découvrir le LAL : Corinne Athénol, Philippe Bindzi, Alfred Bouessy, Monique Bonnamy, Catherine Bourge, Jocelyne Brosselard, Jack Jean-jean, Christiane Lambert, Georges Lissilour, Nicole Mathieu et Bruno Mazoyer.

Je remercie aussi Ursula Bassler, Greg Bernardi, Barbara Clerboux, Beatriz Gonzales-Pineiro, Jean-François Laporte, Pierre Marage, Arkadi Panitch et Christophe Royon pour les échanges fructueux concernant le travail et pour les nom-

breuses sorties qui ont rendu mon séjour à Hambourg encore plus agréable.

Je remercie ma famille et tous mes amis qui m'ont toujours encouragé et ont contribué à leur manière au bon déroulement de cette thèse.

Je tiens à exprimer ma gratitude à Alain Bouissy, parti trop tôt, qui a su éveiller ma vocation par son enseignement exemplaire et sans qui je ne serais sans doute pas là aujourd'hui.

Et enfin, merci à toi Corinne pour ton soutien permanent, dans les moments difficiles et à toi Milan pour la joie que tu nous a apporté.

Résumé

Le taux d'événements avec une topologie à trois jets mesuré en diffusion profondément inélastique ($R_{(2+1)}$) est une observable privilégiée pour l'extraction de la densité du gluon dans le proton. Ce taux est ici extrait en utilisant l'algorithme dit " k_t " permettant d'isoler le jet spectateur et satisfaisant le théorème de factorisation nécessaire pour définir des densités de partons universelles, en Chromo-Dynamique Quantique perturbative.

La densité du gluon dans le proton et les corrections non perturbatives à $R_{(2+1)}$ sont extraites à partir d'un ajustement des observables $R_{(2+1)}$ et de la fonction de structure F_2 , mesurée à HERA et dans les expériences sur cible fixe. Les paramètres de l'ajustement sont ceux des densités de partons définies à une valeur Q_0 (évoluées jusqu'à une valeur arbitraire grâce aux équations d'Altarelli-Parisi) et ceux des corrections non perturbatives. Les différents paramètres étant fortement corrélés, les erreurs sont données sous forme de bandes d'erreurs tenant compte des corrélations.

Le résultat des ajustements indiquent que la précision sur la densité du gluon n'est pas beaucoup mieux déterminée avec $R_{(2+1)}$ qu'avec les fonctions de structures. Par contre, la première extraction de la forme des corrections non perturbatives à $R_{(2+1)}$ en fonction de x et Q^2 a pu être effectuée, et trouvée en accord avec les attentes théoriques.

Mots clés: QCD
Jets
Corrections non perturbatives
densité de gluon
Diffusion Profondément Inélastique
DGLAP
Fonctions de structures
HERA